R.P. CL.FR. MILLIET

# DECHALES

E' SOCIETATE IESV

CVRSVS SEV MVNDVS

# MATHEMATICVS

VNIVERSAM MATHESIN

TRIBVS TOMIS COMPLECTENS.

2

# R.P. CLAVDII FRANCISCI MILLIET DECHALES CAMBERIENSIS

E SOCIETATE IESV.

# CVRSVS SEV MVNDVS MATHEMATICVS

## TOMVS PRIMVS

*COMPLECTENS EVCLIDIS LIBROS OCTO, ARITHMETICAM, Theodosij spherica, Trigonometriam, Geometriam practicam, Mechanicam, Staticam, Geographiam vniuersalem, Tractatum de Magnete, Architecturam Ciuilem, & Artem tignariam;*

NVNC PRIMVM IN LVCEM PRODIT.





LVGDVNI,
Ex Officina ANISSONIANA.

*M. DC. LXXIV.*
CVM PRIVILEGIO REGIS.

# CAROLO
# EMANVELI II.
# SABAVDIÆ
## DVCI MAXIMO

Subalpinorum Principi potentissimo, Cypriorum Regi Augustissimo, &c.

*ALIENVS essem à Patria, & à Familia nostra, si quodcumque est istud opus meum, non esset idem, & obsequij in Maximum, & grati animi in beneficentissimum principem meum, publicum monumentum. Quod quidem cùm & diuturnum ita optarem* AVGVSTISSIME PRINCEPS, *ac latè patens, vt ad loca, temporaque pertinens omnia, & nullibi ignoraretur, & nunquam periret, cumque nullum satis videretur perpetuæ in te fidei meæ, nisi quod simul esset,*

Ære Perennius
Regalique situ Pyramidum altius.

*Fœliciter sane vtrumque videor assecutus, æternitatem quidem, dum immortale* REGIÆ TVÆ, CELSITVDINIS *huic operi inscribo nomen; amplitudinem verò, dum Mathematicum orbem complector vniuersum. Huius ego disciplinæ præ cæteris omnibus præstantiam, quò magis suspicio, eò latus magis pronusque totam tibi facio vectigalem: vt vel in hoc animum in te meum, fidémque mathematicis planè, seu certis, & indubitatis argumentis demonstrem. Mundum quàm latè patet, comprehendit mathesis mea, quem dum se deuouet, tibi subijciat vniuersum; terrarum metitur spatia, quæ tuæ dum se consecrat, faciat ditionis; Elementa certis coërcet legibus, vt tibi famulari doceat; assurgit ad cælos audacior, tuum astris insertura nomen: dumque immensam illam orbis amplitudinem percurrit, non errat, famam tuam scilicèt sequitur. Plebeiæ sunt cæteræ disciplinæ, mathesis Regia, Regium ambit patrocinium, & in vtroque Principis munere belli, æquè ac pacis, vtilem commodat operam. Silent quippe inter arma reliquæ,*

*hæc medias ruit in acies; missilibus, seu ignibus in Pyrotechnia; maioribus detonat tormentis quæ dirigit in Balistica; valla, & propugnacula tutandis ciuibus excitat; accessuum lineas impugnandis hostibus obliquat, castra munimentis instruit, cuniculos, & vineas agit in architectura militari: acies explicat in tactica, belli denique partes omnes explet, dum doctas reddit.*

*Nec minus tamen pacifica videbitur, vt omnium fere artium parens in Mechanica: quæ vnicuique ius suum diuidit in Geodesia, aut æquali lance temperat in Statica. Quæ quæstuoso commercij fœdere nationes omnes deuincit, dum in aquis grauia librat Hydrostatica: Nouumque cum opibus suis in veterem orbem importat, dum nauigationes dirigit Histiodromia. Hæc Palatiis Principum decus, & magnificentiam accersit, cum ordines suos explicat, vel ausu non temerario pendentes in aëre moles, fornices, & arcus excitat Architectura ciuilis. Hæc ad tua oblectamenta fingitur Augustissime Princeps, dum in salientibus cogit, aquam mille figuras induere, aut in machinis Hydraulicis assiduum, & indefinens præbere famulatum. Quidquid oculis blanditur hoc totum sibi vendicat Optica, vt tibi afferat. Quidquid speciosius ostentat Pictura hoc suis legibus adstringit Perspectiua, vt tuis subiiciat. Non iniucundo spectaculo oculis illudet Catoptrica, dum ficta rerum iis exhibebit simulacra, aut longe dissita iisdem sistet Dioptrica. Neque verò minùs grata accidet Musica, quæ concordi sonorum discordia, suauissimoque concentu lenocinabitur. Orbem Terraqueum suis reuinctum, circulis, zonis & climatibus distinctum, in regna, & Prouincias diuisum, adducit Geographia. Cælum quantum quantum est, suis ornatum syderibus lubens offert Astronomia, doctoque adumbratum penicillo, aut in astrolabiis contractum, aut solaribus radiis descriptum sistit Perspectiua Horaria. Temporum leges, & retroacta sæculorum iura reuocat, vt tui faciat iuris Kalendariorum doctrina. Futura tentat, ausuque plane temerario, hominum sortes, & fata, vt æternam tibi sospitatem auspicetur Astrologia. Numerorum ambages, & implicitos quæstionum labirintos explicat Algebra. Quid plura? omnia tentat mathesis mea, tum quæ pacis, tum quæ belli sunt, vt tanto digna patrocinio, bellica, & pacifica simul, tibi in vtroque Principis munere, quod eximie exples, famuletur.*

*Quantùm enim bello possis Serenissime Princeps, inter diu decertantes potentissimas Europæ Monarchias, post tot in terris tuis, vt in belli Theatro prælia, post tot certamina in quorum gloriæ partem venisti, post tot nationum vicinarum ruinas, intactæ ditiones tuæ, & integrum retentum imperium, Receptum Trinum, compressa Rebellio, & hæreticorum coërcitus furor, satis superque manifestum reddunt.*

*Quantùm verò sis regendorum pace populorum scientiâ, probat iuris dicendi studium, & illibatus æquitatis amor, probat Religionis cura, prædicant reuocata sacra in primas hæresis sedes, valles scilicet in quibus tot iam sæculis tuta consederat. Prædicat eliminatus penitus, tantoque zelo conuulsus duellorum furor; ostendunt inuecta commercia, restituta portubus frequentia, aperta externis mercibus via, complanati altissimi montes, impositi fluminibus pontes, substructionibus & vallis ciuitates munitæ. Quid morum suauitatem referam, quæ cum de majestate nihil detrahat tua; mirum quantum ad regendos subditos, momenti afferat, quantum virtutibus tuis splendorem accersat. Quæ quidem omnia cum te eximium in vtroque pacis, & belli munere satis probent, in te vnum omnes maiorum tuorum virtutes confluxisse confirmant. Fœlicem ergo Mathesin meam, quæ per pacis, bellique partes omnes excurrens, Principis in vtroque præstantis cui famulatur, tutela conquiescit.*

*Huius sanè patrocinium suscipies, qui nuper elucubratam à me Mediterranei Maris*

*descri*

*criptionem singulari benevolentiâ, gratam, & acceptam habuisti. Notaram enim iam pridem quæ Mare Mediterraneum, vndique ambiunt littora, quibus infestetur scopulis, aut infame sit delitescentibus syrtibus, quæ quotve ex illius sinu, Emergant insulæ, quæ sint tutiores viæ, portusque quoslibet appellendi securiùs semita, hactenus ita parum fideliter in mappis vulgaribus haberi, vt in apertum ducerent fædi naufragij periculum Cui malo dum occurrere statuo tabulam hanc, ea qua potui fidelitate, collatis etiam Astronomorum circa latitudines, & longitudines obseruationibus, quam maximam quisque sibi fingere potest elaboraui, vt deinceps sine erroris periculo lice et nauigare. Hanc accuratam licet,* TVÆ *tamen* REGIÆ CELSITVDINIS *aspectu vix dignam, non modò non es aspernatus, sed in aulæo magnificentiori appensam, encomio decorasti. Huius summæ humanitatis experientia eam spem facit, fore vt Mathesis totius suscipias lubens patrocinium, cuius tantillam partem adeò perhumaniter suscepisti.*

*Hanc spem auget præstitum iam olim, ab Illustribus proauis tuis in litteratos studium, quibus solemne semper fuit; vt litteras, & virtutes fouerent. Neque enim peregrinæ sunt in hac* TVÆ REGIÆ CELSITVDINIS *ditione, ex qua scilicèt oriundi floruerunt iam olim, Eusebij, Maximi, Anselmi, Amedei suorum temporum oracula, fideique, & Religionis assertores præstantissimi; Ex qua prodiere quatuor summi Pontifices, tot Eminentissimi Cardinales; Et in iis meritis æque, ac doctrina Eminentiores, Henricus de Susa, Hugo à sancto Charo, Ioannes de Broniaco, & quem nuper purpura ambiit, Eminentissimus Cardinalis Bona, virtutibus, doctrinâ sacrâ, & scriptis insignis. In iuris scientia, quot celebres prodiere. D. Antonius Faber, Gullelmus Onciacus, Octauianus Cacheranus Osaschus, Antonius Thesaurus, Aymo Craueta, Anastasius Germonius, Ioannes Antonius ab Eclesia, Hieronymus Cagnolus, Godefridus à Rauo, Antonius Monachus, M. Antonius Natta, Amedeus à Ponte Pozze, Tepate, Leotard, Bagnasacco, Bellone. Quatuor celebres summarum Authores Astensis, Ostiensis, Angelica, & Syluestrina. In politiori litteratura Emanuel Thesaurus. In scientia Sanctorum versatissimi Bernardus, Anthelmus, & Nuper Franciscus Salesius. Cæteros omitto quos recensere longum esset, quorum non pauci floruere te Principe, aut florent adhuc. Immo & si quid in iis laudis consecuta est Societas nostra, non postremos ex suis, ditionibus tuis acceptos refert. Duos ex nouem sancti Ignatij in ea instituenda socius, Primum omnium Petrum Fabrum & Iayum; vtrumque doctrina, & pietate illustrem, sibi vindicat Sabaudia. Augusta Taurinorum Rubinum diuturnis, & grauibus pro Christo cruciatibus apud Iaponas & fuso sanguine nobilem. Mitto Codretos, Fichetum, Gontherium, Monetum, Theophilum Raynaudum, Iaglaru & alios, vel sacræ Eloquentiæ gloria, vel victoriis de hæresi reportatis, vel scriptorum copia, & multiplici Eruditione claros, qui hîc nati, se totos debent tuo, vel maiorum tuorum in litteras studio, cuius sicut & auitæ Pietatis hoc Camberiense Collegium erit semper insigne monumentum.*

*In tanto tamen scientiarum, & litteratorum splendore; In hoc inquam Allobrogico cælo Mathesis humanarum scientiarum præstantissima deesse videbatur, quam ne amplius desideraretur, tractatibus triginta libris autem centum & pluribus comprehensam* TVÆ REGIÆ CELSITVDINIS *clientelæ lubens addico. Cum enim iis natus sim, qui Proauis tuis, suam constanter præstiterunt operam, & ab iisdem pariter amplissimis ornati sunt honoribus; quique mihi erga* SERENISSIMOS PRINCIPES *nostros cum lacte fidem, & obseruantiam instillauerunt;*

*cumque*

*cumque etiam nunc cognati, Nepotes, Tota domus in omnibus ordinibus tuis obsequiis se impendant: In primisque Fratres qui siue in sacris infulis, siue in ciuili purpura, & moderanda suprema Curia, siue in Equestri Præfectura vno consensu, & hæreditario affectu, iam à tot annis* TVÆ REGIÆ CELSITVDINI *se totos addixerunt. Nihil mihi à sæculi quidem curis libero, non tamen, à Principis mei fide, & obsequio, accidere potuit oportunius, quam vt in vmbra tibi militarem; Totumque hunc orbem Mathematicum tuæ ditioni subijcerem, Quem hoc opere comprehensum acceptum & gratum habebis, quâ es in omnes tuos humanitate, in nostram autem familiam beneuolentiâ singulari. Hunc ergo lubens, & seipsam totam dum consecrat Mathesis mea, hoc vnum omni demonstratione scientiæ clarius demonstratum velit, me perpetuo Fidei, & obsequij iure tibi deuinctum esse, qui Ero semper,*

TVÆ REGIÆ CELSITVDINIS,

Humillimus obsequentissimus & Fidelissimus Servus, & Subditus, CLAVDIVS FRANCISCVS MILLET DECHALES, ex Societate IESV.

# PRÆFATIO

# PRÆFATIO
# AD LECTOREM.

## *QVA SCOPVS AVTHORIS EXPONITVR, OPERISQVE DIVISIO TRADITVR.*

PRIMVM inter naturales scientias locum, sibi iure vendicare Mathematicas disciplinas, siue obiecti dignitatem, siue methodum seu nexum illum mirabilem, totumque artificium spectes, nemo est vt puto qui ambigat: adeò in omnium oculos incurrit eius præstantia varietas, iucunditas, vsus, vt nullâ meâ commendatione egere videatur. Ingemui tamen fateor nonnunquam, tàm paucos esse, qui in hac nobilissima scientia, vel mediocriter versati sint. Nempe dum philosophorum turbam ingentem, Theologorum infinitum pœne numerum; medicorum, & Iuristarum, vt ita dicam examina miramur, vix in toto aliquo regno mathematicorum decadem censeamus. Id apud me dum sæpè recogito diligentiùs, multa esse quæ à iucundo alioquin studio deterreant, difficilésque reddant, & implicatos adytus deprehendi. Quamvis enim tot iam sæculis exculta fuerit Mathesis, doctissimisque lucubrationibus ornata; ita vt in immensam pœnè molem, hôc præsertim sæculô excreuerit, vlteriúsque prouecta sit, quàm mille retrò annis: Tyronibus tamen satis esse prospectum non puto, qui nisi peritum offendant viæ ducem; in limine semper hæreant, ad intima huius scientiæ penetralia perueniant nunquam. Quicumque enim Mathesis candidato profundioris geometriæ placita, sine delectu euoluenda proposuerit; in tot syrtes; & scopulos impeller, vt certum adeat fœdi naufragij, & indecoræ desertionis periculum. Tanta est mathematicorum librorum copia, vt perplexitatem pariat, quid præcipuè seligendum, quid primò, quid secundò locô reponendum: multos enim offendi, Erga mathesin optime affectos, qui vbi ex Elementorum difficultatibus euasissent, quò esset procedendum penitus ignorarent. Huic ergo malo, & perplexitati vt occurrerem, & deinceps meliùs Matheseos candidatis prospectum esset, totum hunc cursum, seu Mundum mathematicum concinnaui, vt sine duce, sine præceptore, quilibet cui ingenium mediocre, & indoles huic scientiæ accommodata, ad intima illius penetralia perueniat. Tyronem igitur Matheseos à fundamentis, primisque elementis, sic instituendum assumo, vt inoffensô pede, ad summum eius scientiæ apicem enitatur. Quare nec mihi via difficilis tentanda est, nec methodus à communi alienior assumenda; nihil leuiter attingendum; nec obscurè, quasi musis tantum scriberem indicandum; sed omnia in ordinem clarum, & perspicuum digerenda, vt Mathematices candidatus, seipsô, & sine interprete, ea facile consequatur. Quamobrem non noua, & abstrusa, non inaudita doctis propono; quamvis enim nullus sit tractatus, qui plurimas demonstrationes meas non contineat; iuris tamen mei censeo, quidquid ab aliis scriptum, & inuentum est boni, si modò perspicuitatem, quâ plerique authores carent, quàm fieri poterit maximam, ordinemque doctrinæ commodum iis addidero.

Hæc scientia, sicut & cæteræ omnes, suis nititur principiis & ex propriis elementis coalescit: quatuorque tractarus vt elementares agnoscit, quorum primum elementis Euclidis contentum, si eximium, si aureum nominem, si ei primas, exceptis sacris codicibus deferam, parùm admodum dixero: quippe qui genuinam scientiæ ideam ingeneret: nexuque mirabili à principiis per se notis exorsus, mentem ad sublimia quæque, & abstrusa sensim inducat. A simplicioribus igitur figuris initium ducit, triangulorum comparationem primò instituit, tum proprietates linearum, perpendicularium, parallela

parallelarum conſiderat;tum quadrilateras inducit ſecundô librô,circulares tertiô,tum figuras rectilineas circulo inſcribit ,& circumſcribit quartô. Quintô nouam proponit logicam, proportionalem ſcilicet argumentandi methodum. Sextô varias proportionalium linearum proprietates enucleat, regulam quam vocant auream demonſtrat,totiuſque geodeſiæ principia proponit. Septimô,octauô,nonô, numeros explicat, incommenſurabilium doctrinam decimô, totiuſque Algebræ ſemina iacit.Quia verò non in eodem ſemper plano exaratas figuras conſideramus, vndecimô ſolidorum principia communia, tum parallelepidorum, cylindrorum, priſmatum, pyramidum, conorum, & ſphæræ proprietates duodecimô, & ſequentibus explicat.

Nolim tamen ſine delectu, hæc omnia, initiô matheſeos candidatis proponi, experientiâ etenim comperi, in ſeptimo,octauo,nono,decimo initiô tempus malè collocari; quare ſex prioribus vndecimô, & parte duodecimi contenti ſint, cum exceptâ algebrâ, pleræque matheſeos partes ſine reliquis demonſtrentur.

Secundus Tractatus erit Arithmeticus,ſolas Elementares regulas complexus. Additionem ſcilicet ſubtractionem,multiplicationem, diuiſionem, tàm in numeris integris, quàm fractis, regulam proportionum,ſeu trium,ſocietatis falſi,alligationis;extractiones radicum,tàm quadratæ,quàm cubicæ.Arithmetica ſpecioſa ſeu Algebra hunc etiam ſibi locum vendicaret,niſi Tyronem difficiliori calculô implicaret.Quare cum reliquæ partes ab ea abſolute non pendeant, in vltimum locum eam commodiùs reiiciendã cenſui.

Tertius Tractatus elementaris ſphærica Theodoſij continet. Cum enim præcipua quæ ſub Mathematicam conſiderationem occurrunt corpora, ſphærica ſint; vt tellus & cœlum; æquum fuit vt peculiaria,& iis corporibus accommodata traderentur principia. quod abundè & methodô facillimâ tribus libris præſtat Theodoſius, variaſque in ſphæra lineas, angulos plana, ſectiones exhibet.

Trigonometriam in numerum Elementarium referimus; eamque in quinque libros diuidimus. Primus rationem indicat radij ad lineas circulo inſcriptas; tabulam ſcilicet componit chordarum ſinuum, tangentium ſecantium; hoc eſt inſtrumentum omnibus dimenſionibus peragendis idoneum.

Secundus Logarithmorum ſcientiam tradit, opus ſanè aureum, & huius ſæculi inuentum, cui iure hæc additur Epigraphe, *Parentibus noſtris ſapientiores ſumus*. Hanc doctrinam Nepero nobili Scoto, de totâ Matheſi propterea benè merito debemus, qui ſubſtitutis locô numerorum ſimplicium, eorum logarithmis, additionem pro multiplicatione, ſubtractionem, pro diuiſione aſſumit, pluraque ſoluit intra horæ quadrantem, triangula,quam vulgaris trigonometra intra horam.

Tertius liber vſum huiuſmodi tabularum in triangulis rectilineis docet, eaque tam per Sinus, Tangentes & Secantes, quàm per Logarithmos ſoluenda proponit.

Quartus ad triangula Sphærica erit Iſagogicus.

Quintus triangula Sphærica rectangula metitur. Sextus obliquangula, totamque Trigonometriam abſoluit, cuius adminiculo cœleſtia corpora, ſyderumque motus, tam exactè oculis ſubiicimus, ac ſi ſphæra vteremur ingenti, cuius radius in decies millies, millenas partes ſenſibiles diuiſus eſſet.

Poſt Elemenra ſeu ſpinas ad amœniores materias gradum faciamus, atque ex laboribus exanthlatis fructus capiamus vberrimos. Tanta eſt rerum Mathematicarum amplitudo, tanta copia, tanta vaſtitas, vt diu in iis fruſtra ordinem aliquem, & modum deſiderarim. Cùm enim nullus ſit, qui hactenus de tota Matheſi ſcripſerit: ſed quilibet author partem tantum aliquam ſibi ornandam aſſumpſerit, non pauci cô animô, vt volumina, & librorum molem augerent: aliunde conquiſitas,ad inſtitutum ſuum materias, extraneas licet, & minimè pertinentes retulerint, omnia extricare, & in ordinem digerere, non adeò facile videbatur. In hôc tandem placito,peruulgato illo quidem, veriſſimo tamen acquieui: mundum hunc in numero,pondere, & menſura creatum eſſe,ſingulaſque eius partes, certis numeris, & legibus circumſcriptas. Numerum, pondus, & menſuram vt obiectum ſuum peculiare,& proprium contemplatur matheſis, nec aliam eius definitionem in medium proferre licet, quam ſi numeri, ponderis, & menſuræ ſcienriam nominemus, facilem ergo, & maximè conſentaneum ordinem illi tribuemus, eundem ſcilicet quô partes mundi, copulantur. Quatuor igitur Elementa, & cœlum ipſum intuebimur, & quidquid in ſingulis, ad numerum, pondus, & menſuram pertinebit; vt iuris noſtri vendicabimus.

Mundum ergo Mathematicum proponimus, dum integrum matheſis curſum inſtituimus, nec alium ordinem obſeruandum ſtatuimus, quàm eum, quem in ſuo opere ſibi præfixit Deus.

# Præfatio ad Lectorem.

Ab Elementorum infimo, Seu tellure ordiamur. Hæc tribus suis dimensionibus Geodesiæ, seu Geometriæ practicæ materiam subministrabit.

Tellus inter Elementa grauissimũ est, illius grauitatem vt obiectũ intuebitur statica. Quia verò Mechanica eôdem principiô cum statica nititur, ad idem etiam referetur.

Terra Magnetica est, vt fert communis sententia; versoriorum, & pixidum nauticarum acus dirigit; huic ergo tractatum de magnetismo tribuemus.

Tellus Sphærica est, eiusque diuersæ partes variè ad cœli puncta relatæ, varia etiam lucis, & caloris incrementa multiplicemque dierum, & noctium annique tempestatum vicissitudinem patiuntur, quæ omnia Geographia vniuersalis explicabit.

Terram hominibus incolendam dedit Deus; iure ergo Architecturæ ciuilis placita explicabimus, eique duos ancillantes tractatus, Artem scilicet Tignariam, & tractatum de Sectione Lapidum adiungemus. Non tantum ad decorem aliquem, & magnificentiam accommodata esse debuit hominum sedes, & habitatio: sed etiam tuta, & bene contra hostes munita; architecturam ergo militarem in subsidium vocamus.

Nouem igitur tractatus Mathematicos telluri addico, Geodesiam, seu Geometriam practicam, Mechanicam, Staticam, Geographiam, tractatum de Magnete, ArchitecturamCiuilem, Artem Tignariam, tractatum de Lapidum Sectione, Architecturam Militarem. Singulos si lubet percurramus.

Geometria Practica seu Geodesia, dimensiones omnes, & mensuras complectitur; cùm igitur quantitas continua, tribus constet speciebus, lineâ, superficie, & corpore, tres saltem libros exigit, quatuor tamen ei dabimus.

Primus erit de Linearum Mensuris, distantiasque inaccessibiles, quales sunt Montium altitudines, Fluviorum aluei, Vallium voragines aggreditur, instrumentorumque innumerorum vsum aperit; vt semicirculi, quadrati Geometrici, Pantometri, Pantographi, regularum proportionalium, Gnomonis, seu Squadræ, crucis geometriæ, asserculi cæterorumque omnium principia tradet. quia vero non tantum lineæ rectæ, sed etiam curvæ occurrunt; circumferentiæ circuli ad diametrum rationem inuestigat.

Secundus Superficierum, seu Arearum mensuras explorat. Agrorum, Ædificiorum capacitatem inquirit, cuiuscumque structuræ Ignographycum Typum designat. Circulorum etiam, & Ellypsium aream contemplatur; quia verò prima superficierum mensura vt pote notissima, & vnicâ dimensione contenta quadrata est; circulum ad quadratum reuocare conamur. ad quem scopum spectant helices Archimedis, quadratrices, aliæque lineæ Exoticæ quibus circuli quadratura hactenus tentata est. Aliorum item corporum superficies definimus, vt cylindri, coni, sphæræ, sphæroeideon & aliorũ.

Tertius earumdem superficierum diuisiones perficiet.

Quartus denique circa corporum soliditatem versabitur, ita vallum integrum ad pedes solidos reuocamus, ita Prismatum, Pyramidum, Cylindrorum, Conorum Sphæræ, & cùm Archimede in suo arenario, granulorum intra totius firmamenti capacitatem contentorum, facili calculô numerum inimus. vasorum, item & doliorum omnium capacitatem exploramus.

Ad hunc Geometricum tractatum quæcumque Apollonius de conicis eruditè scripsit, quæcumque ad circuli quadraturam, ad cubi duplicationem spectant, Methodus noua demonstrandi per indiuisibilia pertinet, quæ tamen vltima, quia profundioris sunt Geometriæ meliùs in finem operis differentur.

Plus habet admirabilitatis haud dubiè mechanica, in qua primò librô vniuersalissimum motûs principium constituimus, quô scilicet in immensum hominis machinam adhibentis vires augentur; solemnemque illam iactabundi Archimedis propositionem examinamus; tum sequentibus libris, singulis machinis idem principium applicamus, illudque in triplici vecte, trocleis, axe in peritrochio, in rotis dentatis, in spira, & cunco, cæterisque contemplamur.

Amœnior ni fallor, & iucundior erit Statica, constitutô etenim omnium grauium centrô, concessâque corporibus grauitate, Primò agit de Elementorum grauitate, omnesque motus qui vulgò metui vacui conceduntur, vt ascensus aquæ in anthliis Mercurij in arundine suspensio, variæque attractiones grauitati tribuimus. Secundò de Grauium decidentium accelerato casu. Tertiò, de Eorumdem in planis inclinatis descensu, momentorumque decremento. Tum funependulorum doctrinam, vibrationumque æqualitatem, earumdem oscillationum durationes, cum longitudinibus comparamus, easque horologiis nostris automatis fructu non pœnitendo aptamus. Quartò Æquiponderantium doctrinam tradimus. Quintò, de Linearum centro grauitatis. Sextò, de Superficierum centro. Septimò, de Centro grauitatis quorumlibet corporum

agimus. Neque verò minùs iucunda, hominèque digna nobis aperiet Geographia. Hæc primò telluris figuram intuetur, locumque constituit, tum eius partium ad cœlos relatarum affectiones determinat, totamque lucis distribtionem, zonarum numerum, climatum differentiam, perfectamque totius telluris Ideam efformat, hoc est prima vniuersalis Geographiæ placita tradit.

Virtus magnetica prorsus mirabilis est, cum nempe vniones, margaritas, Adamantes saphyros longè superet interuallô hic lapis, ita mentis aciem perstringit vis illa occulta, quâ ferrum ad se allicit, & stringit. ea tamen quâ continuò ad Septentrionem & Austrum dirigitur admirabilitati vtilitatem adiungit, cùm nauigationum omnium euadat cynosura, viæque ducem se præbeat. eius proprietates omnem ferè legem detrectant: In hoc enim lapide, & contraria in eodem sinu, in summo subiectantur, centrum est in circumferentiâ, amicæ partes se inuicem fugiunt, inimicæ coniunguntur, quæ vni tertio vniuntur, inter se non cohærent, causa dat quod non habet, id quod produxit destruit. Illius igitur proprietates declinationem, inclinationem vsusque varios hic Nonus tractatus aperiet.

Architectura ciuilis breuibus admodum coarctatur finibus vt pote. quæ, vltra quinq; peruulgatos ordines, Doricum, Ionicum, Corinthiacum, Compositum & Tuscum, & regulas vniuersales non excurrat. hic tractatus demonstrationibus caret, vixque in Mathesium numerum, eum retulissem, nisi vtilitas id exegisset.

Huic decimo tractatui, duos Ancillantes, seu Subalternos adiungimus. Artem Tignariam vndecimum tractatum facimus, in quo lignorum sectiones, & in tectis Elegantioribus vsum explicabimus.

De Lapidum Sectione tractatus duodecimus, qui Latomos tantum, & cæmentarios spectare videtur, inter omnes Geometricus est. Hunc in quatuor libros partior.

Primus Circa arcus, seu Compluuiatas testudines, non tantum simplices, & orbe pleno vt vocant tornatas, sed etiam Elumbes seu depressas, fastigiatas, repentes, seu pedum inæqualium, obliquas, inclinatas, perstringentes, seu desinentes in aliud compluuium, in turrin rotundam. Secundus conicas testitudines, pendulósque vt ita dicam fornices excitat. Tertius decumanas extruit, lunatosque fornices, sphæricos, claustrales, quadrario lapide decussatos componit. Quartus denique, in orbem aut Ellipsin ascendentes extruit.

Latiùs patebit Architectura militaris, quæ muniendarum arcium, & vrbium artem complectitur; hanc in sex libros partior. Primus Fundamenta, seu Axiomata huius doctrinæ tradit. Secundus Polygona regularia, suis propugnaculis vallô, & fossâ instruit. Tertius circa prætenturas omnes, seu externa opera vt vocant, hoc est parmulas, lunatas cassides, cornuta, coronata, forcipulas suis vallis, loricis, fossis muniendas occupatur. Quartus irregulares figuras certis regulis & principiis adstringit. Quintus Obsidionales fossas, vineas, aggeres cuniculos ducit, castra suis munitiunculis tutatur, tormentorum bellicorum suggesta seu tribunalia excitat. Sextus Repugnatorius erit, variasque propugnaculorum rescisiones, & tumultuario opere excitatas munitiones complectitur. Septimus perspectiuam militarem tradet.

Atque hi sunt nouem tractatus quos tellus suppeditat Geodesia, Mechanica, Statica, Geographiá, Magnetica, Architectura ciuilis, Ars tignaria, lapidum sectio, & Architectura militaris.

Pauciores in aqua tractatus occurrunt, si enim grauitatem eius consideremus hydrostaticam seu tractatum de natantibus in humido, cum Archimede instituimus. Si ad fluiditatem & cursum attendamus. Secundum de Fluuiis & Fontibus habebimus. Tertius Machinas hydraulicas continebit. Quartus denique Nauigationem complectetur.

Quod ad primum seu Hydrostaticam pertinet, Primò quantum leuiora corpora in aqua descendant definimus, quantum de grauiorum grauitate decedat dum aqua merguntur, ostendimus nullibi ita exactè æquilibrij leges obseruari, an figura corporum, an aquæ profunditas, vt corpora sustententur faciat. celebre illud Archimedis problema, de corona explicamus, metallorumque probationem in aqua aperimus. corpora item pressione aquæ, leuiora aut grauiora reddimus, an mediis in aquis nauigari, an in aëre possit, quomodo pisces fiant aqua leuiores aliaque in hunc modum explicamus.

In secundo tractatu nempe de Fontibus, primò de aquarum æquilibrio agimus, tum methodos, fontes, & riuos deducendi tradimus. Exinde fluentem aquam metimur, quâ proportione depleantur vasa explicamus. De salientibus item, fluminibus metiendis, quantum ex immissione torrentis in alueum fluminis, eius altitudo augeatur, sexcentaque huiusmodi æque iucunda, ac vtilia pertractamus.

Tertius

Tertius tractatus Fontes omnes artificiales continet, qui vel attractione perficiuntur, vel compressione, aut expulsione. spiritalia Heronis ludicra, machinas omnes ad attollendam aquam idoneas, vt sunt anthliæ, rotæ, & catenæ situlis instructæ, rosarium vt vocant, variæ helices, Archimedis spira, ad exhauriendam navis sentinam excogitata, in quâ nempe aqua descendendo ascendit. Bremensis rota quæ singulis circumvolutionibus viginti quinque plaustra aquæ,in vrbem immittit;amœna item nonnulla, quales sunt organa hydraulica, aviculæ canentes. Ad hunc item tractatum revocantur omnes machinæ hydraulicæ vt molæ ad terendum triticum, rotæ ad conterendos carbones, pistilla ad pulverem pyrium, mallei lignei ad papyrum, ferrei ad omne ferramentorum genus.

Quartus denique tractatus artem nauigandi tradit quem in quinque libros partiemur. Primò agam de structura navium & partibus: de Variis navium generibus, de remigatione, velificatione, gubernaculo, anchora, de onere navibus imponendo: agam item de navigatione fluviatili.

Secundus pixidis nauticæ, seu Magneticæ compositionem,divisionem, tam vsurpatam in Mediterraneo mari, quam in Oceano vsitatam, eiusdem vsus, defectus, obseruandæ declinationis methodum, tam per amplitudines ortivas, quàm per syderum observationes aperiet.

Tertius Rhomborum,seu loxodromiarũ naturam explicabit, hoc est illius lineæ quam ductu eiusdem rhombi pixidis nauticæ, in superficie Globi terraquei describit navis.

Quartus Mappas Hydrographicas examinat, praxesque varias docet ad determinandum navigij locum, aut seligendam loxodromiam navigationi acccommodatam.

Quintus æstimandi itineris rationem, variasque correctiones ex observatione latitudinis, solemne item longitudinis inveniendæ ploblema explicat.

Sextus denique varias praxes nautis pervtiles proponit,vt diarij conficiendi,ichnographicum portûs, aut littoris typum exprimendi, horam affluxûs aut refluxûs inveniendi, coniecturas imminentis procellæ, aliaque similia.

Ex aqua Emersi aërem subimus, qui cùm species, & lumen ad visionem necessarias excipiat, rectè totam in aëre Opticam collocamus. & quia visio directis, reflexis,& refractis radiis peragitur; quatuor circa visionem tractatus instituimus. Primus erit Optica in genere; Secundus Perspectiva seu de radio directo. Tertius Catoptrica de reflexo. Quartus Dioptrica de refracto. Quia verò non tantum lumen, & species, sed sonos etiam aër excipit,quintum addimus tractatum de Musica.

In primo seu Optica, post exactam oculi descriptionem, organum in quo præcise exerceatur visio constituimus,quod adeò clare exhibemus,vt in artificiali oculo ea omnia exhibeamus,quæ naturali accidunt.Exinde singulas, oculorum deceptiones, circa magnitudinem;distantiam, numerum; distinctionem: explicamuscur presbytæ distantia meliùs distinguant,myopes è contrà viciniora meliùs videant. Ad hunc tractatum referimus striatas imagines, quæ diversis è locis spectatæ variantur, difformes, quæ ex certo reformantur. totam item luminis propagationem.

Secundus tractatus perspectivam tradet, pictoribus quidem pervtilem, suis tamen Geometricis demonstrationibus ornatam, quam in sex libros partiemur. Primus fundamentalis erit.Secundus circa horizontalia plana; seu ichnographias perspectiue describendas occupabitur. Tertius Scenographiam,seu Elevationes tradet. Quartus puncta accidentalia explicabit. Quintus in laquearibus, & fornicibus perspectiuam exercebit. Sextus denique perspectiuas pluribus constantes partibus separatis, vmbrarumque descriptiones attinget: parallelogrammum item delineatorium explicabit.

Tertium tractatum catoptricum seu de reflexione in tres libros dividimus; quorum primus reflexionis leges inquirit, tum speculorum planorum proprietates omnes explicat, nempe cur imago tantum intra speculi profunditatem videatur, quanta est obiecti distantia, cur dextra appareant sinistra, in horizontalibus Eversa. Cur in speculis parallelis distantia & obiectum multiplicentur, exinde ad multiplices praxes descendimus,modumque tradimus in exigua capsa, porticus efformandæ quæ in immensam planitiem excurrere videatur, multiplicandorum quantumlibet obiectorrum, omnium circa regionum natiuis coloribus adumbrandarum methodum.

Secundus liber de convexis speculis erit, inquiretque cur in iis obiecta propiora, nonnihilque incurua videantur,cur luminis radij in iis dispergantur, atque myopibus sint vtilia, exinde ad conica, & cylindrica descendit, pervulgatumque de imagine difformi, per speculum cylindricum, aut conicum reformanda proponit.

Tertius concava explicat, primoque ostendet quam vim ad comburendum,ex radio-

rum vnione possideant. An verum sit vel fabulosum quòd de Archimede classem Romanorum speculo concavô incendente fertur, examinat. An possibilis sit linea vstoria infinita. Tum de radiorum parallelismo, modicôque luminis decremento, ita vt ad ducetos aut trecentos passus de nocte legere liceat. quomodo obiecta antrorsum non intra profunditatem euersa videantur. quomodo Telescopia ex speculis concauis, aut concavo, & conuexo perficiantur.

Neque verò minus illustris & amœna erit dioptrica, quæ pariter tres libros sibi vendicabit, Primus post explicatam refractionis naturam, & leges, specillorum conuexorũ, & concauorum proprietates aperit; conuexorum quidem ad radiorum vnionem, & consequenter ad comburendum, ad exprimendas rerum imagines, formandosque luminis penicillos, iuvandosque senum, seu presbytarum oculos: concauorum ad radiorum dispersionem myopum oculis pervtilem. Neque vero polygonas lentes ad obiectorum multiplicationem, aut dispersorum vnionem missas faciet, sicut neque maxime convexas, seu minoris sphæræ portiones ad microscopia.

Secundus liber varia specilla simul coniungit. Telescopia communia ex convexo, & concauo componit, tum ex duobus quatuor convexis; microscopia item melioris notæ, magicam item laternam, methodum obseruandarum Eclipsium, aut macularum solarium transmisso per tubum radio. Addet item nonnulla ad praxin spectantia.

Tertius liber de refractionibus coloratis aget primoque; de prismate triangulari, tum de Iride eiusque proprietatibus, rotunditate, distantia, motu, tum de coronis, pareliis, virgis, crepusculo, & aurorâ.

Sonus quamvis ita tenuis sit, & subtilis, vt neque sub numerum, pondus, aut mensuram cadere videatur? iuris tamen est nostri. demonstramus enim facile diapason seu octavam in ratione dupla positam esse, diapente in sesquialtera, cæterisque consonantiis suas rationes tribuimus. varia item circa sonum inquirimus, cur chorda nullo impellente moueatur, sibi consona vibrante? cur in tuba siue communi, siue manuali saltus ita frequentes accidant. Systemata deinde omnia explicamus, diatonicum; chromaticum & Enharmonicum, varias instrumentorum species explicamus, regularumque musicarum rationem reddimus. neque vero nuper inuentam vocalem tubam omittemus.

Sterilior erit ignis vnicumque tantum tractatum suppeditabit, in duos libros diuidendum, in quorum primo de ignibus artificialibus tam festiuis, quàm bellicis. Secundò de machinis, seu tormentis bellicis aget. hoc est certas methodos, ea examinandi, & ad scopum certò dirigendi; siue directo iactu, seu circulari & parabolico, multas item quæstiones balisticas examinabit.

In cœlum tandem conscendimus, de quo quinque tractatus occurrunt nempe Astrolabiorum doctrina, Gnomonica, Astronomia, Kalendarium, & Astrologia.

Primus tractatus proiectionem sphæræ in planum sub Astrolabiorum nomine indicat quibus primi mobilis problemata mira facilitate soluimus. Primus liber erit de Globo tam Cœlesti quam Terrestri, & vtriusque vsu. Secundus erit de Analemmate in quo scilicet pro tabella Meridianum assumimus, oculumque infinitè remouemus. Tertius Astrolabium vniuersale proponit, in quo scilicet idem tabellæ planum, oculus punctum veri ortûs aut occasûs obtinet. Quartus in æquatore aut plano illi parallelo, cœlestes orbes describit, oculo polum Antarcticum obtinente. Quintus denique ex Nadir hemisphærium oppositum, in plano horizontali contemplatur.

Quod ad secundum, seu Gnomonicam pertinet. Quamvis cœlum sphæricum sit; in plano tamen, ita graphice describitur, vt sol in cœlo moueri non possit, quin eundem in pictura nostra motum obseruemus, quam picturam horologia scioterica exhibent. nullius quidem momenti videtur horologij delineatio, cum cæmentarij nostri eam satis exactè perficiant; eorum tamen quæ ad horologiorum demonstrationem requiruntur scientia, homine digna semper mihi visa est. Horologia Scioterica varia sunt, cum nulla sit materia in qua fœlicius luserit mathematicorum ingenium. Astronomica, Babylonica, Italica describimus, in iis verticales circulos, Almicantarath, circulos domorum cœlestium; parallelos signorum, augmentum, & decrementum dierum, totumque Kalendarium inscribimus. Solaria, lunaria, ad stellas componimus. In omni plano ea delineamus, æquinoctiali, polari, horizontali, verticali, declinante in planis quomodocumque inclinatis. per radium directum, reflexum, & refractum. portatilia item in annulis, cylindris armillis scipionibus. Hunc igitur tractatum in quatuor libros diuidimus. Primus agit de Horologiis in quocumque plano describendis. Secundus portatilium variam supellectilẽ subministrabit. Tertius horologia reflexa explicabit. Quartus refracta tradet.

Tertius tractatus erit Astronomicus, in quo primò varia systemata explicamus, tum

planeta

planetarum Theoriam variaque accidentia vt sunt Eclypses, oppositiones, coniunctiones, parallaxes, refractiones, retrogradationes stationes, directiones, motus tam in longitudinem, quàm in latitudinem, magnitudines, distantias, fixarum item motum, adiectis omnium tabulis & praxibus explicamus.

Quartus Kalendarium continebit, totamque anni ciuilis, cum Solis, & Lunæ, motibus coniunctionem, & comparationem. In hoc variarum nationum annos ciuiles proponimus, quæstiones paschales agitamus, de cyclo aureo, Epactis, cyclo solari indictionibus,diebus Bissextilibus;periodo Iuliana & cyclorum combinatione agimus.

Quintus denique vanæ curiositatis partum, Matheseos opprobrium hoc est Astrologiam Iudiciariam ex mathesеon albo expunget. in qua scilicet nulla demonstratio, nulla scientiæ, aut veritatis vmbra, sed perpetua hallucinatio, & ex Solis planetarum nominibus, sibi de futuro blandientis stoliditatis ineptia.

Vltimò tandem loco Algebram reposuimus, quæ quidem vt dixi est Arithmetices pars aliqua, in hunc locum dilata, ne Tyronem Mathematicum, diutiùs in Spinis & difficultatibus remorarer.

Quia tamen nonnulla restant profundioris Geometriæ placita, quæ vt nimis ardua prætermissa sunt, vt Noua indiuisibilium methodus, quadraturæ variæ, Exoticæ nonnullæ lineæ,Apollonij conica, & si quæ alia occurrent in hunc locum referimus.

Hæc fuit matheseos candidate, ratio consilij mei, hic scopus, vt nempe Tyronem quasi manuducerem, eique intima huius scientiæ penetralia methodô quàm poteero facillimâ reserarem. Id si minùs benè, in aliquibus consecutus fuerim, magnitudinem operis, & imbecillitatem excusabit meam benignus lector, bonamque voluntatem, laborem in publicam vtilitatem impensum admittet.

&

INDEX

# INDEX TRACTATVVM
## qui in toto hoc opere continentur.

*IN PRIMO TOMO.*



*IN SECVNDO TOMO.*



*IN TERTIO TOMO.*



INDEX

# INDEX
## TRACTATVVM, LIBRORVM, & Propositionum, quæ in Tomo primo continentur.

### TRACTATVS PRIMVS
Euclidis Elementorum libros octo complectens.



## TRATATVS II.
## Arithmetica.

### LIBER I.
### De Regulis Elementaribus.





23. *Tribus*

# Index Tractatuum;



## ARITHMETICÆ.

### LIBER II.

### De Numeris fractis.



## ARITHMETICÆ.

### LIBER III.

### De extractione Radicum:



15. Expen

## DE RADICE CVBICA.



## ARITHMETICÆ.

### LIBER IV.

### Arithmetica calculatoria & divinatoria.



## ARITHMETICA DIVINATORIA.



# TRACTATVS III.

# THEODOSII ELEMENTA SPHÆRICA.

# TRACTATVS IV.
# TRIGONOMETRIA.

*TRACTATVS hic sex libros continet. Primus erit constructio tabularum sinuum tangentium & secantium. Secundus logarithmorum scientiam tradet. Tertius trigonometriam rectilineam. Quartus ad triangula sphærica isagogicus erit. Quintus triangula sphærica rectangula soluet. Sextus obliquangula.*

## TRIGONOMETRIÆ.
### LIBER I.
### Constructio tabulæ sinuum, tangentium, & secantium.



## TRIGONOMETRIÆ.
### LIBER II.
### De Logarithmis.



8. Logarithmus

## DE LOGARITHMIS COMMVNIBVS.



## VSVS LOGARITHMORVM.



## CANON.



# TRIGONOMETRIÆ.

## LIBER III.

## Resolutio triangulorum rectilineorum.

---

## DE ARÈA TRIANGVLI.



## TRIGONOMETRIÆ.

## LIBER IV.

## Isagogicus ad soluenda triangula sphærica.

# TRIGONOMETRIÆ.

## Liber IV.

## De Resolutione triangulorum sphæricorum rectangulorum.



# TRIGONOMETRIÆ.

## Liber VI.

## De Triangulis sphæricis non rectangulis.

# Index Tractatuum,

# TRACTATVS V.
# GEOMETRIA PRACTICA.

## LIBER I.

### Menſura linearum.



## GEOMETRIÆ PRACTICÆ.

## LIBER II.

### Planometria.

GEOME

# TRACTATVS VI.

# MECHANICE.

## MECHANICE.

### LIBER I.

### De Vera causa,& principio augmenti potentiæ per machinam.



## MECHANICES.

### LIBER II.

### De Vecte.



## MECHANICES.

### LIBER III.

### De Axe in Peritrochio.



## MECHANICES.

### LIBER IV.

### De Trochlea.

## MECHANICES.

### Liber V.

### De cochlea.



## MECHANICES.

### Liber. VI.

### De cuneo.



# TRACTATVS VII.

# STATICA.

## Seu de grauitate Terræ.

### Liber I.

### Digressiones Physicæ.



## STATICÆ.

### Liber II.

### De descensu grauium libero.



 fit

## STATICÆ.

## LIBER III.

## De deſcenſu grauium, in planis inclinatis, & de funependulis.

## STATICÆ.

## LIBER IV.

## De Æquiponderantibus.



24. Si

## STATICÆ.

### LIBER V.

### Centrobaryca Linearum.





## STATICÆ.

### LIBER VI.

### Centrobaryca planorum.

## STATICÆ.

## LIBER VII.

### Centrobaryca solidorum.

## STATICÆ.

### LIBER VIII.

### Vsus & proprietates centri grauitatis, & lineæ directionis.



### VSVS NOVVS CENTRI GRAVITATIS.



# TRACTATVS VIII.

# GEOGRAPHIA.

---

## MARIS DESCRIPTIO.



TRACTA

# TRACTATVS IX.
# DE MAGNETE.

## Liber I.

### *Experimenta de Magnete.*

### Primus ordo experimentorum circa vim attractiuam & repulsiuam.



### Secundus ordo Experimentorm circa vim directiuam ad polos magnetis.



### TABVLA INCLINATIONIS MAGNETIS.



### Tertius ordo Experimentorum circa vim directiuam ad polos terræ.

# Index Tractatuum;

## Quartus ordo experimentorum circa vim communicatiuam.



## DE MAGNETE.

### LIBER II.

### Conclusione ab Experimentis deductæ.



## DE MAGNETE.

### LIBER III.

### Praxes à Magnete deductæ.



6. *Aliud*

# TRACTATVS X.

# ARCHITECTONICA CIVILIS.



# TRACTATVS XI.

# ARS TIGNARIA.



30. Propylæ

# Index Tractatuum ;



*FACVLTAS R. P. STEPHANI DECHAMPS*
*Societatis* IESV, *Prouincialis, in Prouincia Lugdunensi.*

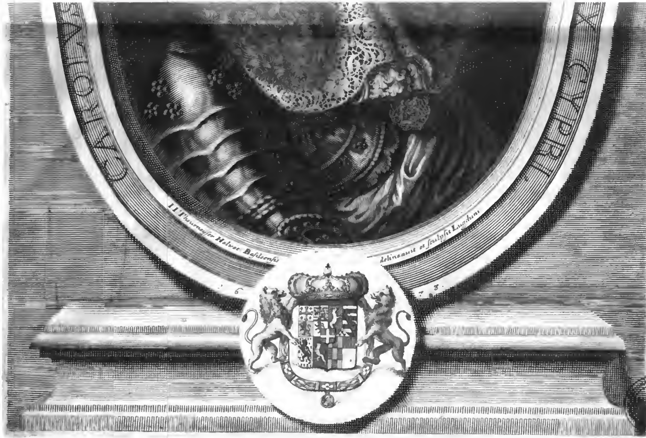
STEPHANVS DECHAMPS Prouincialis Societatis Iesv, in Prouincia Lugdunensi, iuxta priuilegium eidem Societati, à Regibus Christianissimis Henrico III. 10 Maij anni 1583. Henrico IV. 10 Decembr. 1606. Ludouico XIII. 14. Februarij anni 1611. Ludouico XIV. regnante, 23. Decembris anni 1650. concessum, quô Typographis omnibus prohibetur, ne Libros ab eiusdem Societatis hominibus compositos, absque superiorum permissione imprimant: Permittit IOANNI & IACOBO ANISSON, Bibliopolis Lugdunensibus, vt Librum qui inscribitur, CVRSVS MATHEMATICVS, Authore P. CLAVDIO FRANCISCO DECHALES Societatis IESV, ad decem proximos annos imprimere, ac diuendere possint, datum Lugduni 16. Maij 1671.

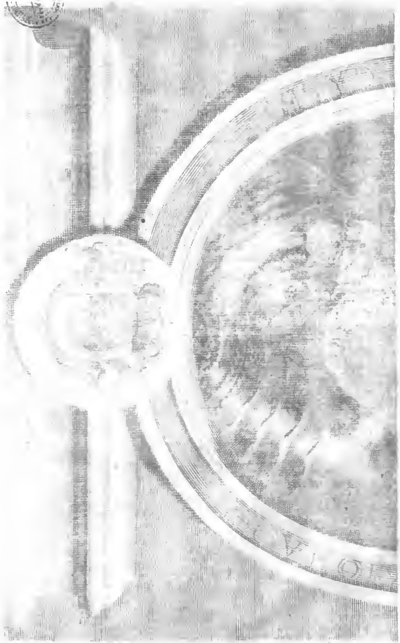
STEPHANVS DECHAMPS.

TRACTA




S. EMANVEL II. SAB. DVX PEDEM. PRINC. REX


CAROLVS
X CYPRI
I I Thurneyser Helvet Basileensis delineauit et sculpsit Lugduni
16 73



# TRACTATVS I.

# EVCLIDIS ELEMENTORVM LIBROS OCTO COMPLECTENS,

*AD FACILIOREM CAPTVM ACCOMMODATOS.*

## LIBER PRIMVS.

### *Definitiones.*

1. Punctum est cuius pars nulla.

*HÆC definitio ita debet intelligi, vt illa quantitas vocetur punctum quam sic concipimus, vt ab eius partibus abstrahamus, siue re vera sit indiuisibilis, siue non neque enim puncta mathematica sunt eadem ac puncta zenonica, de quorum possibilitate iure dubitatur à multis: cum de nostris probè intellectis, nemo dubitare possit.*

2. Linea est longitudo cuius nulla latitudo.

*Eodem modo intelligatur quo superior, concipitur autem produci linea fluxu puncti.*

3. Lineæ extrema sunt puncta.

4. Linea recta est quæ ex æquo sua interiacet puncta.

Vel est minima linearum eosdem terminos habentium, vel est ea cuius extrema obumbrant omnia media.

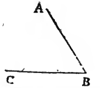
5. Superficies est quantitas longitudinem & latitudinem habens sine profunditate.

6. Superficiei extrema sunt lineæ

7. Superficies plana, est quæ ex æquo suas interiacet lineas.

Vel est ea cuius omnibus partibus accommodari potest recta linea.

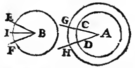
8. Planus angulus est duarum linearum se tangentium, & non in directum iacentium; alterius ad alteram inclinatio.




*Vt inclinatio quam habent, ad inuicem lineæ AB. BC. quæ non iacent in directum: id est non constituunt vnam rectam lineam*

9. Angulus rectilineus, est inclinatio duarum linearum rectarum.

*De hoc potissimum hic agimus: & quia in hunc lapidem vt plurimum tyrones impingunt; qui angulorum quantitatem ex linearum longitudine metiuntur, ideo aliquid explicationis adhibendum est.*

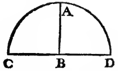



*Angulus censetur alio maior, quò maior est linearum apertura, id est quò illius lineæ magis ab inuicem discedunt, in eâdem distantiâ ab apice anguli, vt angulus A, est minor angulo B, licet lineis constet longior*

*longioribus; quia si sumantur in vtrisque angulis puncta equaliter distantia ab apicibus angulorum A & B, verbi gratia C, D, E, F, puncta E, F, magis distant ab inuicem. quàm puncta C, D. quod si continuarentur lineæ BE, BF, idem tamen esset angulus: quia puncta E, F, eandem haberent inter se distantiam, vel ille angulus erit minor cuius apex erit acutior, ille maior cuius apex est obtusior. Communiter tres literas adhibemus, dum angulum appellare volumus; apex autem semper, est in littera media: vt si dicerem angulus CAD est angulus quem efficiunt lineæ CA, DA, in puncto A.*

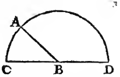
*Angulorum mensura est circulus, vt si sit exploranda quantitas anguli CAD, ex puncto A, apice anguli vt centro, circulum describimus; & quo plures inter lineas anguli, circuli partes intercipientur, eo maior erit angulus: parum autem interest, vtrum circulus sit maior, aut minor; nam si essent plures circuli, ex eodem apice anguli A, descripti: arcus GH inter lineas anguli interceptus, tot partes maioris circuli continet, quot arcus CD continet minoris: quia autem vsu receptum est vt circulus diuidatur in 360. partes quas vocant gradus, dicimus angulum vnius, duorum, 20. graduum, quando arcus inter duas lineas anguli contentus, vnum, duos, 20. gradus continebit. Ille igitur angulus maior erit quoties inter eius lineas plures gradus continebuntur Ille minor quoties pauciores vt angulus EBF, maior est angulo GAH, quia arcus EF plures partes sui circuli continet, quam arcus GH: linea IB diuidit angulum EBF, bifariam quidem, si arcus EI, IF sint æquales; ita angulus EBI est pars anguli EBF; quia arcus EI, eius mensura est pars arcus EF, mensura anguli EBF.*

10. Quando recta supra rectam consistens æquales vtrinque angulos fecerit: Rectus est vterque angulorum, & linea perpendicularis dicitur.




*Vt si linea AB, consistens supra lineam CD faciat hinc inde angulos ABC, ABD æquales hoc est facto in puncto B circulo, si arcus AC fuerit æqualis arcui AD, tunc anguli ABC, ABD vocantur recti, & linea AB perpendicularis, & quia vt ostendam totus arcus CAD est semicirculus; arcus AC, AD, erunt quadrantes circuli continentes singuli quartam partem 360. graduum, id est 90. gradus. Ille igitur angulus rectus est cuius arcus continet 90. gradus.*

11. Angulus obtusus est qui maior recto.




*Vt angulus ABD obtusus est: quia eius arcus AD, plures gradus quàm 90. continet.*

12. Angulus acutus est qui minor recto.

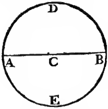
*Vt angulus ABC, est acutus quia eius arcus AC est pauciorum quam 90. graduum.*

13. Terminus est quod alicuius est extremum.

14. Figura est quantitas quæ sub vno, aut pluribus terminis continetur.

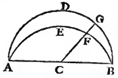
*Debet autem quantitas esse vndique clausa.*

15. Circulus est figura plana, vnius lineæ circuitu comprehensa, quæ circumferentia dicitur à qua omnes lineæ, ad vnum punctum intra positum ductæ sunt æquales.




16. Hoc verò punctum, centrum vocatur.

17. Diameter circuli est linea quæcumque per centrum ducta, & in circuli circumferentia vtrinque terminata: circulum & peripheriam bifariam secans.




*Vt linea AB per centrum C transiens & terminata vtrinque in peripheria in punctis AB. est circuli diameter.*

*Quia tamen dubitare quis posset vtrum diameter diuidat circulum bifariam; ita ostendemus partem ADB esse æqualem parti AEB. intelligatur enim ei superponi dico quod in tali casu circumferentia AEB cadet supra circumferentiam ADB. si enim illi non congrueret caderet, aut intra illam, aut extra. cadat primo intra ducaturque linea CG. quia per definitionem circuli lineæ ductæ à quibuslibet punctis circumferentiæ ad centrum, sunt æquales; sequeretur lineas FC, CG esse æquales, cum tamen FC sit pars lineæ CG. idem absurdum sequitur si caderet extra, igitur circumferentia AEB cadit supra circumferentiam ADB & illi est æqualis sicut pars AEB æqualis est parti ADB.*

18. Semicirculus

18. Semicirculus est figura quæ continetur sub diametro, & semicircumferentiâ.

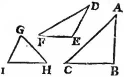
19. Rectilineæ figuræ sunt quæ rectis lineis continentur, trilateræ quæ tribus, quadrilateræ quæ 4. multilateræ quæ pluribus.

*Duplicem hic tradit Euclides triangulorum diuisionem, vnam per latera, aliam per angulos.*

20. Triangulum æquilaterum est, quod tria latera habet æqualia.

21. Isosceles: seu æquicrurum, illud est quod duo latera habet æqualia.

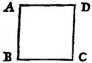
22. Scalenum quod omnia latera habet inæqualia.




23. Triangulum rectangulum est quod habet vnum angulum rectum, vt *ABC cuius angulus B rectus est.*

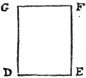
24. Amblygonium, seu obtusangulum, cuius vnus angulus est obtusus vt *DEF.*

25. Oxygonium seu acutangulum cuius omnes anguli sunt acuti vt *GHI.*

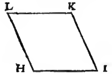



26. Rectangulum est figura quadrilatera cuius omnes anguli sunt recti.

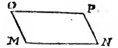
27. Inter quadrilateras quadratum est quod æquilaterum est, & rectangulum, *Id est cuius omnia latera æqualia sunt: & anguli recti, vt ABCD.*

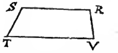



28. Altera parte longior est figura rectangula sed non æquilatera vt *DEFG.*



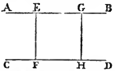

29. Rhombus; est qui æquilaterus est, sed non rectangulus, vt *HIKL.*



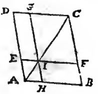

30 Rhomboides est figura, quæ aduersa latera, & angulos habens æquales, nec est æquilatera, nec æquiangula, vt *MNOP.*

31 Aliæ verò figuræ quadrilateræ quæ irregulares sunt vocantur trapezia, vt *RSTV.*




32 Parallelæ lineæ sunt quæ in eodem plano existentes quantumuis producantur, neutram in partem coincident; sed pari vbique spatio inter se distant.

*Æqualia interualla desumuntur in perpendicularibus; vt si lineæ EF, GH, sint æquales & perpendiculares; lineæ AB, CD erunt parallelæ, nam generantur parallelæ, si linea perpendicularis verbi gratia EF, intelligatur moueri supra rectam AB; ita vt sit semper perpendicularis, eius punctum F, describet lineam CD æquali interuallo distantem: addidimus definitioni Euclidis vt pari interuallo illæ lineæ distent, quia sunt aliquæ lineæ non quidem rectæ; quæ licet semper minus distent ab inuicem, nunquam tamen concurrunt, & non sunt parallelæ.*




33 Parallelogrammum est figura quadrilatera cuius aduersa latera sunt parallela; vt *ABCD, cuius latera AB, CD sunt parallela sicut AD, BC.*

34 Diameter est parallelogrammi, linea aduersos angulos coniungens vt *linea AC.*

35 Complementa sunt duo parallelogramma intra aliud maius existentia, per quæ diameter non transit, *vt ductis lineis EF, GH, in puncto I, se intersecantibus duo parallelogramma E I G D, H I F B, per quæ non transit diameter AC vocantur complementa.*

## Postulata.

*Postulatur concedi.*

1 A quouis puncto, ad quoduis punctum duci posse lineam rectam.

2. Rectam lineam terminatam, posse continuari quantum volueris.

3. Quouis centro ad quoduis interuallum circulum describi posse.

*Axiomata.*

1. Quæ eidem sunt æqualia, & inter se sunt æqualia, & quod vno æqualium maius est; aut minus, maius etiam est, aut minus altero æqualium.

2. Si æqualibus æqualia addas, tota sunt æqualia.

3. Si ab æqualibus æqualia auferas, quæ restant sunt æqualia.

4. Si inæqualibus addas æqualia, tota erunt inæqualia.

5. Si ab inæqualibus æqualia auferas, quæ restant sunt inæqualia.

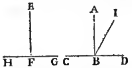
6. Quæ eiusdem, aut æqualium dupla sunt, tripla, quadrupla: dimidia, inter se sunt æqualia.

7. Quæ mutuò sibi congruunt, æqualia sunt.

8. Si rectæ aut anguli æquales fuerint mutuo sibi congruent.

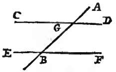
9. Totum sua parte maius est.

10. Omnes anguli recti inter se sunt æquales.



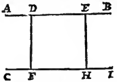

*Sit angulus rectus ABD & alius EFG item rectus, necessario æquales sunt, nam intelligatur, linea HG ita superponi lineæ CD, vt punctum F sit in puncto B, tunc linea E F cadet supra lineam AB, si enim non cadat supra illam deflectat in vnam partem verbi gratia supra lineam BI angulus ABC, est æqualis angulo AB D per defin. 10. sed angulus ABD maior est angulo IBD, scilicet parte sua: igitur angulus ABC est maior angulo IB D: sed quia angulus IBD etiam rectus est (nam est idem ac EFG,) angulus IBC est etiam illi æqualis (per defin. 10.) igitur angulus ABC esset maior angulo IBC pars scilicet toto. Igitur hoc fieri non potest; sed linea E F cadit supra AB, atque adeo anguli* ABD, EFG sibi congruunt & æquales sunt.

Euclidis axioma 11. si in duas rectas recta incidens angulos interiores ad easdem partes minores fecerit duobus rectis; illæ duæ rectæ si producantur, concurrent ad eam partem in qua sunt, illi anguli.




*Vt recta* A B *incidens in duas rectas* CD. EF, *faciat angulos internos ex eadem parte, nempe FBG, DGB minores duobus rectis: dicit esse lumine naturali notum fore vt linea* CD, *EF producta ad partes D & F concurrant, quod licet verum sit, non est tamen ita clarum vt axiomatis locum mereatur, ideoque eius loco subjicimus aliud notius.*

12. Si duæ lineæ parallelæ fuerint omnes perpendiculares inter eas interceptæ æquales erunt.

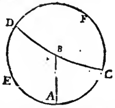



*Vt si linea* AB, CI *sint parallelæ, ducanturque duæ perpendiculares DF, EH; illæ æquales inter se erunt, quod in ipsa parallelarum definitione includitur; quæ habet illas æquali semper internallo inter se distare: internalla autem metiri debemus per lineas breuissimas, & perpendiculares.*

13. Duæ rectæ lineæ spatium non comprehendunt.

*Hoc est spatium non claudunt vndique, sed opus est saltem tribus* rectis lineis.

14. Duæ rectæ lineæ non habent segmentum commune.




*Hoc est duæ rectæ non coalescunt in vnam lineam; vt linea* AB, CB, *si producantur, non coincident in lineam* BD, *nam facto circulo ex puncto B, vt centro: sequeretur circulum diuidi bifariam à linea* ABD, *& item bifariam à linea* CBD *quod est impossibile, quia AED esset semicirculus, &* CED *item, & ita pars, & totum æqualia essent.*

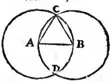
*Propositionum aliæ proponunt aliquid faciendum vocanturque problemata, aliæ in sola contemplatione sistunt dicunturque theoremata.*

*In citationibus primus numerus propositionem designat secundus verò librum, vt (per 4. 2.) significat per quartam propositionem libri secundi, vbi verò vnus tantum numerus apponitur, designat propositionem illius libri in quo versamur.*

## PROPOSITIO PRIMA.

### Problema.

*Super datâ rectâ lineâ terminatâ triangulum æquilaterum constituere.*




Sit data recta AB terminata (id est determinatæ longitudinis) super quam construendum sit triangulum

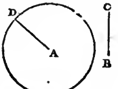
triangolum æquilaterum, ex puncto A vt centro interuallo AB fiat circulus BCD, & ex B interuallo B A describatur alius circulus ACD, priorem secans in puncto C, ducantur lineæ C A, C B : dico factum esse triangulum ABC æquilaterum :

Demonstratio, lineæ B A, A C ductæ ex eodem centro A ad circumferentiam eiusdem circuli B C D, sunt æquales, (*per defin.circuli*) lineæ AB,BC ductæ ex centro B, ad circumferentiam circuli A C D, sunt etiam æquales : lineæ item C A, C B eidem A B ostensæ æquales inter se sunt æquales, igitur fecimus triangulum A B C tribus constans lateribus æqualibus, quod faciendum erat.

## PROPOSITIO II.

### Problema.

*Ad datum punctum ponere lineam æqualem datæ lineæ.*



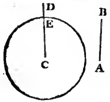

Sit datum punctum A ex quo ducenda est linea æqualis lineæ B C sume circino interuallum B C : & eo interuallo ex puncto A describatur circulus : duc ex puncto A quamcunque lineam A D, manifestum est hanc esse æqualem lineæ B C.

*Licet aliud vulgo assignetur modus, in praxi tamen, isto semper vtimur : videturque æquè facilè sumendo interuallum BC describere circulum ex puncto A, ac illum describere ex puncto B.*

## PROPOSITIO III.

### Problema.

*Datis duabus rectis inæqualibus, de maiori, lineam minori æqualem abscindere.*

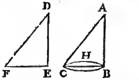



Sint datæ rectæ A B minor, CD maior,ex qua abscindenda est linea æqualis minori A B, sume circino interuallum AB,ad quod ex puncto C describes circulum aut partem eius secantem lineam CD in puncto E, clarum est lineam CE æqualem esse lineæ AB.

## PROPOSITIO IV.

### Theorema.

*Si duo triangula duo latera ad inuicem æqualia habuerint alterum alteri ; & angulos inter illa duo latera contentos æquales : erunt & bases, & singuli anguli singulis æquales, & tota triangula æqualia.*



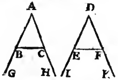

Sint duo triangula ABC, DEF, sitque latus AB, lateri DE æquale : & latus AC, lateri DF; & angulus A angulo D. dico bases BC, EF,esse æquales & angulos B, & E,sicut C,& F.denique triangula esse æqualia.

Demonstratio. Intelligatur superponi linea DE supra lineam BA, quia illi æqualis est, illi congruet (per axioma 8.) eiusque punctum E erit supra punctum B ; & punctum D supra punctum A. tunc linea DF cadet supra lineam AC alioquin angulus D esset maior aut minor angulo A, cum tamen supponatur æqualis, & quia linea DF, est æqualis lineæ AC, punctum F cadet in punctum C. cum igitur lineæ EF punctum E, sit supra punctum B, lineæ BC, & punctum F supra punctum C, bases BC, DF congruent, neque enim basis EF potest tangere lineam BC in punctis B & C, & cadere infra aut supra illam sicut facit linea BHC, alioquin contra [12. pronunciatum] duæ rectæ spatium clauderent : igitur & bases, & anguli B & E, item C & F. & tota triangula congruunt : igitur hæc omnia æqualia sunt,

## PROPOSITIO V.

### Theorema.

*Isoscelium triangulorum anguli supra basin positi sunt æquales,& productis lateribus,anguli sub basi sunt æquales,*




Sit triangulum ABC isosceles,id est eius latera AB ; AC sint æqualia, dico angulos ABC, ACB esse æquales item productis lateribus AB, AC. in G & H : dico angulos GBC,HCB infra basin esse æquales.intelligatur enim aliud triangulum DEF cuius latera DE DF sint æqualia lateribus AB, AC, atque adeo 4. lineæ AB, AC DE, DF sint æquales item angulus A sit æqualis angulo D.

Demonstr. quandoquidem latus AB lateri DE est æquale & latus AC lateri DF & angulus A angulo D : (*per* 4.) si superponerentur triangula congruerent, & angulus ABC esset æqualis angulo DEF. tunc autem quia DE caderet supra AB reliqua EI caderet supra BG alioquin lineæ BG, EI, haberent idem segmentum AB commune (*contra pronunc.* 13.) igitur anguli GBC, IEF sunt æquales. Si verò situ contrario comparentur ita vt punctum F cadat in B, & punctum E; in C quia linea DE est æqualis lineæ AC; & linea DF lineæ AB, & anguli A & D semper sunt æquales, in eo situ (*per* 4.) congruerent, & angulus ACB congrueret angulo DEF, sicut HCB, ipsi IEF, quare anguli ABC, ACB eidem DEF æquales, inter se æquales erunt sicut anguli GBC, HCB, eidem angulo IEF æquales ostensi, inter se æquales erunt, igitur in triangulis isosceslibus, anguli supra basin sunt æquales: sicut & anguli infra basin.

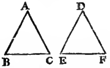
COROLLARIVM.

Sequitur triangula æquilatera esse æquiangula.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Si trianguli duo anguli fuerint æquales: & latera iis opposita erunt æqualia.*




Sint trianguli ABC, anguli B & C æquales: dico latera AB, AC esse æqualia: sit enim aliud triangulum DEF, cuius basis EF sit æqualis basi BC, & anguli E, F, æquales angulis B, & C atque ita 4. anguli B, C, E, F sunt æquales.

Demonst. Intelligatur basis EF superponi basi BC quia æqualis est, congruet (*per axiom.* 8.) tunc necessario linea ED cadet supra lineam BA; alioquin angulus E esset maior, aut minor angulo B; cum tamen supponatur æqualis; eodem modò linea FD cadet supra lineã CA: igitur punctum D cadet in A. neque enim lineæ ED, FD recedere possunt à lineis BA, CA alioquin duæ rectæ haberent cõmune segmentum (*contra* 13. *pronunc.*) quare lineæ ED, BA, æquales erunt. Tum verò si contrario situ comparentur triangula, ita vt punctum E cadat in C; & F in B, cum anguli E & C sint æquales, sicut F & B linea ED cadet supra CA, & FD supra BA; & pariter punctum D in A: quare lineæ ED, CA, congruent, & erunt æquales, vnde lineæ AB, AC, eidem DE æquales ostensæ, inter se æquales erunt.

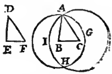
PROPOSITIO VII.

Est tantum propter octauam quæ sine illâ demonstrati potest.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Si duo triangula singula latera singulis lateribus æqualia habuerint etiam angulos æqualibus lateribus oppositos æquales habebunt.*



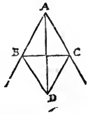

Sit triangulorum ABC, DEF latus AB lateri DE æquale, latus AC lateri DF, latus BC, lateri EF, dico angulum A angulo D, esse æqualem, & angulum B angulo E, & angulum C angulo F ex puncto B. vt centro interuallo BA fiat circulus AGH: item ex puncto C interuallo CA fiat alius circulus AIH.

Demonst. intelligatur linea EF superponi lineæ BC quia illi æqualis est congruet, tunc autem punctum D cadet in A; non enim cadere potest nisi supra circumferentiam circuli AGH; alioquin lineæ BA, ED non essent æquales, debet etiam cadere supra circumferentiam AIH alioquin lineæ FD, CA non essent æquales: cadit igitur in intersectionem A. quare congruunt triangula, & anguli A & D; B; & E; C & F sunt æquales.

PROPOSITIO IX.

Problema.

*Datum angulum rectilineum bifariam secare.*




Sit angulus rectilineus A diuidendus in duos angulos æquales: abscindantur duæ lineæ AB, AC æquales, & supra lineam BC fiat (*per* 1.) triangulum æquilaterum BCD, ducaturque linea AD. dico angulos BAD, CAD esse æquales.

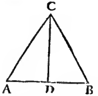
Demonstrat. triangula ABD, ACD, habent singula latera æqualia nempe AB, ipsi AC, AD commune vtrique triangulo, & BD æquale ipsi DC propter triangulum æquilaterum BDC: igitur (*per* 8.) anguli BAD, CAD sunt æquales.

PROPOSI

## PROPOSITIO X.

Problema.

*Lineam terminatam bifariam secare.*



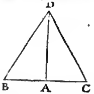

Sit recta terminata AB diuidenda bifariam supra illam constitue triangulum æquilaterum ABC (*per* 1.) cuius angulus C (*per* 9.) diuidatur bifariam lineâ CD. dico lineam AB esse diuisam bifariam in *D*.

Demonst. in triangulis *ACD*, *BCD*, latera *AC*, *CB* sunt æqualia, latus *CD* vtrique commune & anguli *ACD*, *BCD* facti sunt æquales, cum angulus *C* sit diuisus bifariam; ergo (*per* 4.) bases *AD*, *DB* sunt æquales quod erat propositum.

## PROPOSITIO XI.

Problema.

*Ex puncto in linea dato perpendicularem excitare.*



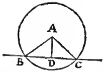

Sit punctum A in linea BC, ex quo excitanda est perpendicularis ad eandem BC abscindantur hinc inde lineæ æquales AB, AC: & super lineam BC fiat triangulum æquilaterum BDC, (*per* 1.) ducaturque linea DA. hanc dico esse perpendicularem.

Demonst. triangula BA*D*, *D*AC, habent singula latera æqualia, cum A*D* sit commune, & linea BA, facta sit æqualis lineæ A*C*, & B*D* sit æqualis lineæ *DC*, cum triangulum B*DC* sit æquilaterum, ergo (*per* 8.) anguli DAC, DAB sunt æquales: atque adeo linea AD (*per defin.* 10.) est perpendicularis.

## PROPOSITIO XII.

Problema.

*Ex dato extra lineam infinitam puncto ad eam perpendicularem ducere.*



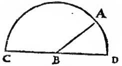

Sit datum punctum A, ex quo ad lineam BC infinitam, (id est quam producere liceat si sit opus) duci debet perpendicularis, ex puncto A vt centro, fiat circulus secans lineam BC, in punctis B, & C. diuidatur linea BC bifariam in D, (*per* 10.) ducaturque linea AD: hanc dico esse perpendicularem duc lineas AB, AC.

Demonst. in triangulis ADB, ADC singula latera sunt æqualia nempè AD commune, BD æquale lateri DC, (cum linea BC sit diuisa bifariam) & AB ipsi AC (*per defin. circ.*) sunt ergo anguli ADB, ADC æquales (*per* 8.) quare [per defin. 10.] linea AD est perpendicularis.

## PROPOSITIO XIII.

Theorema.

*Recta supra rectam consistens aut duos rectos angulos facit; aut duobus rectis æquales.*



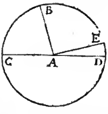

Recta AB, consistat supra lineam CD; dico angulos ABD, ABC aut rectos esse, aut eos simul sumptos duobus rectis æquiualere, ex puncto B vt centro fiat semicirculus CAD.

Demonst. si anguli ABC, ABD, sint æquales, erunt recti: (*per def.* 10.) si vero sint inæquales, semper arcus AD, AC, simul sunt æquales semicirculo DAC. arcus autem duorum rectorum, sunt duo quadrantes circuli, id est semicirculus; ergo duo arcus angulorum ABD ABC simul sumpti; sunt æquales arcubus duorum rectorum quod est æquiualere duobus rectis, capacitatem enim angulorum metimur per arcus (*per def.* 9.)

## PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*Si duæ rectæ in idem punctum alterius coëuntes, cum illâ faciant duos angulos, duobus rectis æquales, illæ component vnam lineam.*



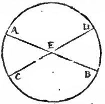

Concurrant in idem punctum A lineæ AB, duæ rectæ CA.AD, faciantque cum illa angulos BAC, BAD duobus rectis æquales, dico lineas CA, AD, efficere vnam lineam, id est si linea CA continuatetur congrueret cum AD, si enim non congruit cadat aut supra aut infra illam;ita vt CAE sit vna recta linea, ex puncto A vt centro describatur circulus CBD.

Demonst. quia anguli BAC, BAD, supponuntur æquales duobus rectis,arcus DB,BC æquiualebunt duobus quadrantibus,circuli,seu erunt semicirculus, sed dicitur CAE esse linea recta; ergo (*per def.*17.) circumferentia CBE est semicirculus,ergo circumferentiæ CBE, CBD essent æquales quod est absurdum, non igitur CA continuata cadit nisi in lineam AD.

### PROPOSITIO XV.

Theorema.

*Si duæ rectæ se inuicem secuerint, angulos ad verticem,seu oppositos æquales facient.*



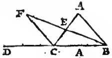

Duæ rectæ AB. CD se inuicem secent in puncto E, dico angulos AED CEB, oppositos esse æquales; item angulos AEC, DEB. fiat enim ex centro E circulus quicumque.

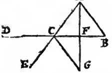
Demonstr. quia linea AB transit per centrum E, erit arcus ADB semicirculus (*per def.*17.) & pariter quia linea DC transit per centrum arcus DBC erit semicirculus: ergo arcus ADB, DBC sunt æquales, ex quibus si eumdem arcum auferas DB restabunt arcus AD CB æquales & consequenter (*per def.*9.) anguli CEB, AED,æquales, eodem modo probabis angulos DEB,AEC, esse æquales.

### PROPOSITIO XVI.

Theorema.

*Cuiuscumque trianguli vno latere producto, angulus externus,quolibet interno, & opposito maior est.*




Trianguli ABC, latus BC, producatur in D: dico angulum externum ACD, esse maiorem quolibet interno, & opposito nempe A aut B; & primo ostendo esse maiorem angulo A. diuidatur linea AC bifariam in E, ducaturque linea BEF ita vt lineæ BE,EF sint æquales vltimo ducatur linea CF.

Demonstr. in triangulis BEA, CEF duo latera sunt æqualia singula singulis, nempe EC, ipsi EA; & EF ipsi EB, & anguli AEB,CEF oppositi (*per* 15.) sunt æquales ergo (*per* 4.) anguli A & ECF oppositi lateribus æqualibus EB, EF sunt æquales; sed angulus DCA est maior angulo FCA, nempe sua parte, ergo angulus DCA est maior angulo A.

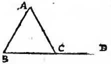
Repetatur idem triangulum ABC ostendo angulum externum ACD esse maiorem angulo B oppositorproducatur latus AC in E,diuisoque latere BC;bifariam in F ducatur AFG, ita vt lineæ AF,FG,sint æquales coniungaturque linea GC.

Demonstr. in triangulis AFB, CFG, duo latera sunt singula singulis æqualia; nempe BF ipsi FC, FA ipsi FG & anguli BFA, GFC ad verticem oppositi (*per* 15.) sunt æquales: ergo (*per* 4.) anguli B, & FCG oppositi lateribus æqualibus AF,FG sunt æquales:sed angulus ECF, &(*per* 15.) illi æqualis DCA, est maior angulo FCG nempe sua parte; igitur angulus externus DCA est maior angulo B.

### PROPOSITIO XVII.

Theorema.

*Cuiuscumque trianguli duo anguli simul sumpti minores sunt duobus rectis.*




Sit triangulum ABC; dico duos eius angulos simul sumptos verbi gratia A & ACB esse minores duobus rectis,producatur latus BC in D.

Demonstr. angulus A internus minor est angulo externo ACD (*per* 15.) quare si vtrique addas angulum ACB erunt anguli A & ACB minores angulis ACB,ACD. qui cum sint æquales duobus rectis(*per* 13.)erunt anguli A & ACB minores duobus rectis.

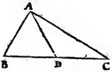
Eodem

Eodem modo probares angulos B & A C B esse minores duobus rectis, sicut A & B producto alio latere.

## PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

*In omni triangulo maius latus maiori angulo opponitur.*



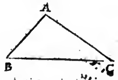

In triangulo ABC, latus BC, sit maius latere BA, dico angulum A oppositum lateri BC, esse maiorem angulo C. abscindatur ex BC, linea BD aequalis lineae AB, ducaturque linea AD.

Demonstr. in triangulo BAD latera BA, BD facta sunt aequalia; quare (*per 5.*) anguli BAD, BDA sunt aequales: sed angulus ADB externus respectu trianguli ADC (*per 16.*) maior est angulo C, igitur angulus BAD eodem C maior erit; ergo totus BAC multo maior erit angulo C.

## PROPOSITIO XIX.

Theorema.

*In omni triangulo maior angulus, maiori lateri opponitur.*



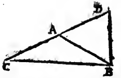

In triangulo ABC angulus A sit maior angulo C. dico latus BC oppositum angulo A maiori; maius esse, latere AB opposito angulo C minori.

Demonstr. si enim latus BC non est maius latere AB, erit vel aequale, vel minus: non aequale quia (*per 5.*) anguli A & C essent aequales cum tamen A supponatur maior: nec etiam latus BC potest dici minus latere AB, quia (*per 18.*) angulus C esset maior angulo A: cum tamen A supponatur maior; restat ergo vt latus BC sit maius latere AB.

## PROPOSITIO XX.

Theorema.

*Cuiuscumque trianguli duo latera simul sumpta reliquo sunt maiora*



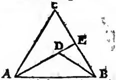

Sit triangulum ABC, dico latera AB, AC simul sumpta reliquo BC esse maiora. producatur latus CA, ita vt linea AD aequalis sit lateri AB, iungaturque linea BD.

Demonst. quoniam lineae AB, AD, sunt aequales, anguli D & ABD (*per 5.*) sunt aequales, sed angulus ABD minor est angulo CBD, cum sit eius pars: ergo angulus D minor est angulo CBD. ergo in triangulo DBC (*per 19.*) latus DC oppositum maiori angulo B maius erit quàm BC oppositum minori angulo D; sed latus DC, est aequale lateribus BA, AC, igitur latera BA, AC maiora sunt latere BC.

## PROPOSITIO XXI.

Theorema.

*Si supra eandem basin intra triangulum, aliud fiat, illius latera prioris lateribus minora erunt: continebunt autem maiorem angulum.*




Supra eandem basin AB intra triangulum ABC, fiat triangulum ABD. dico primo latera AD, DB esse minora lateribus AC, CB, producatur enim latus AD in E.

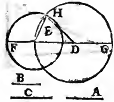
Demonstr. quia latera AC, CE, simul maiora sunt reliquo AE, (*per 20.*) si vtrisque addatur latus EB, erunt latera AC, CE, EB, hoc est AC, CB, maiora lateribus AE, EB, sed haec maiora sunt lateribus BD, DA, cum enim BE, ED, maiora sint latere DB; addito communi DA, erunt BE, ED, DA, seu BE, EA, maiora lateribus BD, DA, igitur latera CA, CB multò maiora erunt lateribus CD DB,

Secundo dico angulum CDB esse maiorem angulo C. angulus CDB est maior angulo DEB (*per 16.*) cum sit externus respectu triangul DEB, angulus DEB est maior angulo C (*per eandem*) igitur angulus ADB est maior angulo C.

## PROPOSITIO XXII.

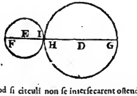
Problema.

*Ex tribus datis lineis, quarum dua reliquâ sint maiores triangulum construere.*




Sint ttes datæ linæ A , B , C ex quibus construendum est triangulum. Sumatur linea DE æqualis maiori A, & linea EF æqualis lineæ B, & linea DG æqualis lineæ C. Et ex puncto D interuallo DG fiat citculus GH , & ex E interuallo EF alius circulus EH ptiotem secans in H. ducantur lineæ DH,HE.dico factũ esse triangulum cuius tria latera sunt æqualia lineis A,B,C.

Demonstr. linea D E facta est æqualis lineæ A , linea DH (*per def. circuli*) est æqualis lineæ GD quæ facta erat æqualis lineæ C , & EH est æqualis lineæ E F , seu B. igitur lateta trianguli æqualia sunt lineis A, B C.

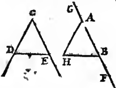



Quod si citculi non se intersecarent ostenderem lineam DE hoc est A esse maiorem duabus EF , DG simul sumptis , hoc est duabus B & C contra suppositionem , nam linea DE continet lineam DH æqualem ipsi GD , & EI . æqualem ipsi EF & insuper HI. igitur sola DE , seu A maior esset lineis B & C.

## PROPOSITIO XXIII.

Problema.

*In dato puncto recta lineæ , angulum efficere æqualem alteri dato.*



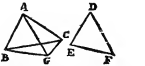

Sit datum punctum A lineæ AB , in quo construendus est angulus æqualis angulo C. ducatur vtcumqoe linea D E , & linea A B abscindatur æqualis lineæ EC. item linea BF lineæ DF,sicut linea AG lineæ CD.& factis centris in punctis A & B adinterualla AG,BF,construatur triangulum ABH ex lineis AB,BF,AG,(*per* 21.)dico angulum A, esse æqualem angulo C.

Demonstr. quia triangula BAH, DCE,habent omnia latera æqualia singula singulis nempe AB ipsi EC , & AH lateri CD , & BH ipsi DE; (*per* 8.)anguli A & C æquales erunt.

## PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

*Si triangulum duo latera habeat æqualia duobus lateribus alterius trianguli , angulum vero basi oppositum maiorem habeant : & basin maiorem habebit.*



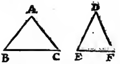

Sit ttianguli ABC latus AB, æquale lateri DE trianguli DEF , & latus AC , lateri DF angulus vero BAC , sit maior angulo D. dico basin BC. maiorem esse basi EF. fiat angulus BAG æqualis angulo D, (*per* 23.) & linea AG lateri DF, ducantúrque lineæ BG , CG.

Demonstr quia triangula ABG, DEF, habent latera AB,DE ; AG,DF;æqualia,& angolus BAG, factus est æqualis angulo D, erunt (*per* 4.) bases BG. EF æquales;quia veto lineæ AC,AG, eidem DE sunt æquales, erunt æquales inter se , quare (*per* 5 ) anguli ACG , AGC sunt æquales , sed angulus AGC est minot angulo BGC , cum sit illius pars, ergo angulus ACG, eodem BGC minor erit, sed adhuc angulus BCG minor est angulo ACG , cum sit illius pars , ergo angulus BCG multò minor erit angulo BGC , quare in triangulo BGC cum angulus BGC sit maiot angulo BCG , (*per* 19.) latus BC maius erit latere BG , sed BG est æqualis basi EF , vt vidimus igitur basis BC maior est basi EF.

## PROPOSITIO XXV.

Theorema.

*Si triangulum duo latera habeat æqualia , duobus lateribus alterius trianguli : habeat & basin , basi maiorem : angulum quoque basi oppositum maiorem habebit.*




Sit ttianguli ABC latus AB æquale lateri DE ttianguli DEF, & latus AC , lateri DF. sed basis BC sit maior basi EF. dico angulum A, esse maiorem angulo D.

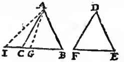
Demonstr. non enim angulus A æqualis est angulo D , qoia (*per* 4.) bases essent æquales ; nec minor quia (*per* 24.) basis BC esset minor basi EF ; supponitur tamen maior : ergo restat vt angulus A , sit maiot angulo D.

PROPOSI

## PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

*Si duo triangula habeant duos angulos aequales alterum alteri; & vnum latus aequa'e; sunt aequalia triangula.*




Trianguli A B C angulus B sit æqualis angulo E, trianguli D E F & angulus C angulo F, item latus B C, quod situm est inter vtrumque angulum sit æquale lateri EF, dico reliqua latera esse æqualia & angulum A angulo D.

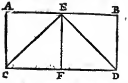
Intelligatur enim basis EF superponi basi BC quia æquales sunt congruent, ita vt punctum E cadat supra B, & F supra C. tunc linea F D cadet supra lineam A C; non enim cadere potest extra; quia alioquin angulus F esset maior angulo C; nec intra quia minor esset; igitur supra illam cadet: idem dico de linea ED respectu lineæ BA, igitur punctum D cadet supra punctũ A & totũ triangulum toti triangulo æquale erit.

Si vero ponatur latus A B esse æquale lateri DE. Intelligatur iterum superponi latus DE, supra latus A B, ita vt D cadat in A; & E in B quia anguli B & E supponuntur æquales, linea EF cadet supra lineam B C; dico etiam punctum F cadere in C alioquin aut cadet intra, aut extra? non intra vt in G alioquin angulus AGB, id est DFE esset maior angulo C (*per* 16.) non extra vt in I quia angulus C esset maior angulo AIB, hoc est angulo F contra suppositionem: igitur punctum F cadit in C totumque triangulũ congruit, ergo & anguli & latera sunt æqualia.

*Quia sequentes propositiones vt demonstrantur ab Euclide supponunt axioma XI. quod, tamen ita lumine naturali notum non est: vt nomen axiomatis mereatur: ideo paulo aliter, eamdem propositionem sine illo demonstrabimus, quae hac duo lemmata praemittimus.*

### LEMMA PRIMVM.

*Perpendicularis ad vnam parallelarum est etiam perpendicularis ad aliam.*

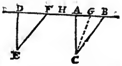



*Sint lineæ AB, CD parallelæ sitque linea EF perpendicularis ad AB, ita vt anguli FE*, *FEB sint recti, dico eandem lineam EF, esse perpendicularem ad lineam CD, abscindantur lineæ E A. EB aequales ducantur* (per 11.) *ad lineam AB, perpendiculares AC, BD, iungantúrque lineæ EC, ED.*

*Demonstr. cum in triangulis EAC, FBD latera AE, BE sint aequalia, item latera AC, BD* (per def.patal.) *& anguli A, & B, sint recti ideóque aequales; & bases EC, ED aequales erunt item anguli AEC, DEB. qui ablati ex angulis aequalibus nempe rectis AEF, BEF; relinquunt angulos CEF DEF aequales. In triangulis autem CEF, DEF cum latera CE, ED sint aequalia, latus FE commune, & anguli CEF, DEF aequales:* (per 4.) *anguli GEF, DFE aequales erunt: & consequenter recti.*

### LEMMA SECVNDVM.

*Si duo triangula rectangula, habeant duo quecunque latera aequalia: & reliquum la'us aequa'e, reliquosque angulos aequales habebunt.*




*Sint duo triangula ABC, DEF quorum anguli A & D sint recti, & latera AC, DE, item CB, EF sint aequalia, dico & latera AB, DF esse aequalia angulosque B, & F, item C & E esse aequales. sit enim si fieri potest latus AB maius latere DF sumatur linea AG aequalis lateri DF. ducatúrq; linea CG.*

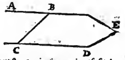
*Demonstr. quia triangula CAG, EDF habent duo latera AC, DE; & AG, DF, aequalia & angulos A, & D aequales, nempe rectos; bases CG, FE aequales erunt. quia vero in triangulo CAG producto latere BA angulus externus HAC, maior est interno AGC,* (per 16.) *AGC autem maior est angulo B, angulus HAC qui rectus est vtroque B & AGC maior erit, atque adeo vterque minor recto id est acutus erit. & quia* (per 13.) *anguli AGC, CGB sunt aequales duobus rectis, & AGC est recto minor reliquus CGB maior erit recto, & consequenter maior erit angulo B acuto quare* (per 19.) *latus CG, minus erit latere CB, sed CG est aequale lateri FE: igitur BC, FE non erant aequales. contra suppositionem quare AB, DE aequales sunt &* (per 4.) *reliqui anguli sunt aequales.*

## PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

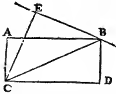
*Si in duas lineas alia incidens, angulos alternos aequales fecerit, illa parallela erunt.*

In lineas AB, CD incidat linea BC faciatque angulos alternos ABC, BCD æquales, dico primo lineas AB, DC quantumlibet productas non conuenire. *Hoc enim tantum demonstrauit euclides.*




Demonstr. conueniant enim (si fieri potest) in puncto E est igitur triangulum BCE, cuius latus EB. productum est in A. quare angulus externus ABC maior esset (*per* 16.) angulo interno BCE quod est contra suppositionem.

*Quia tamen posset quis concedere lineas AB, CD non conuenire, negare tamen esse parallelas, id est aequali semper interuallo distare ab inuicem, vt accidit in conchoide vt perfecta sit propositio probandum est eas esse parallelas.*



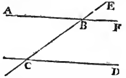

Sint igitur lineæ AB , CD ; in quas incidens linea BC faciat angulos alternos ABC , BCD æquales dico , illas esse parallelas. Si enim non sint parallelæ , intelligatur per punctum B esse ducta linea BE , ipsi CD parallela , in quam ex puncto C ducatur perpendicularis CE ; & ex puncto B. ad lineam CD perpendicularis BD, item & ex puncto C ad lineam AB perpendicularis CA.

Demonst. quia linea CE est perpendicularis ad EB est etiam perpendicularis ad illi parallelam CD (*per lemma primum*) (*quare per def. parall.*) lineæ CE BD æquales erunt ideoque quia in triangulis rectangulis EBC,DCB,cū latus CB sit commune, & latera CE , BD æqualia (*per lemma secundum*) anguli EBC , BCD,erunt æquales, sed angulus ABC, suppositus est æqualis angulo BCD , igitur anguli ABC, EBC essent æquales pars & totum quod est absurdum , non igitur alia per punctum B duci potest parallela lineæ CD , quam AB , ideoque hæc est parallela.

## PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

*Si in duas lineas , incidens alia linea fecerit angulum externum æqualem interno opposito : vel duos externos ad easdem partes æquales duobus rectis; parallelæ sunt illæ lineæ.*




In duas rectas AB , CD , incidat linea BC, & faciat angulum externum EBF , æqualem angulo BCD, interno opposito ex eādem parte:dico primo lineas AB , CD esse parallelas.

Demonstr. cum anguli EBF , BCD sint æquales & angulus ABC sit æqualis angulo EBF oppositio ad verticem (*per 15.*) erunt anguli alterni ABC,BCD æquales;ergo(*per 27.*)lineæ AB, CD sunt parallelæ.

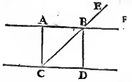
Secundò anguli interni ex eādem parte uempe FBC,DCB sint duobus rectis æquales:dico lineas AB,CD esse parallelas.

Dem.anguli ABC, FBC,(*per 13.*) sunt duobus rectis æquales:sed etiam anguli DCB , FBC supponuntur duobus rectis æquales : igitur anguli ABC, FBC, sunt æquales duobus angulis DCB, FBC : unde ablato communi angulo FBC restant anguli ABC,BCD æquales; qui cum sint alterni lineæ AB,CD(*per 27.*)parallelæ erunt.

## PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

*Si recta in parallelas incidat , anguli alterni erunt æquales; & externus interno opposito ex eādem parte , & duo interni ad easdem partes æquales duobus rectis.*




In parallelas AB , CD , incidat linea BC,dico primo angulos alternos ABC , BCD esse æquales , ducantur enim ex B, & C perpendiculares BD,CA,quæ(*ex def.parall.*)sunt æquales.

Demonstr. in triangulis BAC , BDC , anguli A , & D recti sunt , latera AC , BD, sunt æqoalia ; & latus BC commune igitur ( *per lemma 2.* ) triangula sunt æqualia ; & anguli ABC , BCD oppositi lateribus æqualibus AC, BD,sunt æquales.

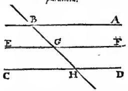
Secundò angulus externus EBF est æqualis angulo ABC opposito ad verticem (*per 15.* ) sed hic ostensus est æqualis angulo BCD:igitur idem angulus externus EBF æqualis est angulo BCD interno opposito ex eādem parte.

Tertiò cum anguli CBA , BCD sint æquales addito communi CBF erunt anguli BCD , CBF, æquales duobus CBA CBF ; sed isti ( *per 13.* ) sunt duobus rectis æquales : ergo anguli BCD, CBF qui sont interni , ex eādem parte , sunt duobus rectis æquales.

## PROPOSITIO XXX.

Theorema.

*Quæ eidem lineæ sunt parallelæ ; inter se sunt parallelæ.*




Sint rectæ AB , CD , eidem lineæ EF parallelæ , dico illas , inter se esse parallelas, incidat linea BH in tres illas lineas.

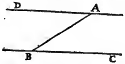
Demonstr. quoniam lineæ AB, EF sunt parallelæ ; erunt anguli alterni ABG , BGE æquales (*per 29.* & quia lineæ EF , CD , sunt parallelæ , erit angulus externus BGE æqualis interno opposito ex eādem parte, nempe angulo GHC; ergo anguli ABG , BHC sunt æquales, qui cum sint alterni lineæ AB , CD , (*per 27.*) parallelæ erunt.

PROPO

## PROPOSITIO XXXI.

Problema.

*Per datum punctum ducere parallelam lineæ datæ.*



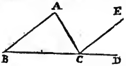

Sit punctum A per quod ducenda est parallela lineæ datæ BC, ducatur vtcumque linea AB, & angulo ABC (*per* 23.) fiat æqualis angulus BAD dico lineas AB,BC esse parallelas.

Demonstrat. cum enim anguli DAB, ABC sint facti æquales, & sint alterni (*per* 27.) lineæ DA, BC erunt parallelæ.

## PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

*In quolibet triangulo, vno latere producto externus angulus duobus internis oppositis simul sumptis æqualis est, item trianguli tres anguli æquales sunt duobus rectis.*




Sit triangulum ABC, cuius vnum latus BC producatur in D.dico angulum externum ACD, duobus internis oppositis A & B æqualem esse, per punctum C ducatur linea CE parallela lineæ AB (*per* 31.)

Demonstr. quia lineæ AB, CE, sunt parallelæ, anguli alterni ECA, CAB, (*per* 29.) sunt æquales; & quia in easdem parallelas AB, CE incidit linea BC; angulus externus DCE, æqualis erit interno opposito B (*per eandem*) sed angulus ACD, est æqualis angulis ACE, DCE omnibus scilicet suis partibus; ergo idem angulus ACD æqualis est angulis A, & B, simul sumptis.

Deinde dico tres angulos trianguli ABC æquivalere duobus rectis.

Demonstr.angulus ACD, cum angulo ACB (*per* 13.) æquiualet duobus rectis: sed anguli A & B, æquales sunt angulo ACD, (*per primam partem huius*) ergo anguli A & B cum angulo ACB æquiualebunt duobus rectis.

*Corollaria.*

1. Tres simul anguli vnius trianguli, æquales sunt tribus simul angulis alterius trianguli.

2. Si in triangulo vnus rectus est, alij duo sunt acuti.

3. Si vnius trianguli duo anguli æquales sunt duobus alterius, reliquus angulus reliquo erit æqualis.

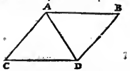
4. Ex vno puncto ad aliquam lineam vnica tantum cadit perpendicularis, quia alioquin triangulum haberet duos rectos angulos.

5. Perpendicularis est breuissima quæ à puncto ad lineam cadere potest, quia reliquæ opponuntur angulo recto alij autem anguli sunt acuti quibus illa perpendicularis opponitur.

## PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

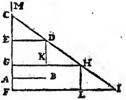
*Si duas æquales, & parallelas coniungant aliæ duæ lineæ, illæ æquales erunt, & parallelæ.*




Duas parallelas AB, CD & æquales; coniungant lineæ AC, BD non tamen transuersim, dico lineas AC, BD esse æquales, & parallelas ducatur linea AD.

Demonstr. quia lineæ AB, CD sunt parallelæ erunt (*per* 29.) anguli alterni BAD, ADC æquales, in triangulis autem BAD, ADC, latera AB, CD sunt æqualia, latus AD commune & anguli BAD, ADC sunt ostensi æquales, quare bases AC, BD æquales erunt (*per* 4.) & anguli BDA, DAC oppositi lateribus æqualibus AB, BC æquales erunt; sed illi alterni sunt respectu linearum AC, BD, ergo (*per* 27.) sunt etiam parallelæ.

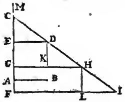
Potest hic facilè probari axioma Euclidis vndecimum quod ita habet.




*Si in duas lineas alia incidens angulos internos ex eadem parte duobus rectis minores faciat: concurrent illæ lineæ ex eadem parte.*

*In duas lineas AB, CD, incidens linea CA, faciat angulos internos BAC, ACD minores duobus rectis. dico fore vt illæ lineæ concurrant, si producantur ad partes B, & D. cum enim anguli BAC ACD sint minores duobus rectis alteruter saltem acutus erit, sit ACD acutus, ex puncto D ducatur* (per 31.) *linea DE parallela lineæ AB, quæ necessario cadet inter A & C non enim cadere potest in punctum C aut in M quia cum anguli BAC, BAF* (per 13.) *sint æquales duobus rectis, maiores erunt angulis BAC, ACD, & ablato communi BAC angulus BAF maior erit angulo ACD. si igitur parallela DE caderet in C, aut etiam in M angulus DEF internus minor esset angulo BAF externo.* (contra 29.) *sumantur lineæ EG, GF, æquales lineæ CE, & hoc donec perue-*

 niatur




*niatur infra punctum A, sumantur etiam in linea CD producta, totidem lineæ DH, HI ipsi CD æquales, & ex punctis E & H (per 31.) ducantur lineæ DK, HL parallelæ ipsi CF, & æquales lineæ CE, vltimo ducantur lineæ GK, HK, FL, IL.*

*Demonstr. quia lineæ ED, GK, coniungunt lineas EG, DK eidem CE æquales, & parallelas; (per 33.) æquales erunt & parallelæ, quare (per 29.) anguli GKD, KDE, erunt duobus rectis æquales, quia autem lineæ CA, KD, sunt parallelæ in quas incidit linea CD, erit (per 29.) angulus externus KDH æqualis interno ECD; quare in triangulis ECD, KDH, cum anguli ECD, KDH sint æquales, & latera EC, DK; item CD, DH, reliqui anguli E & K æquales erunt sed propter parallelas AC, DK, angulus E, (per 29.) æqualis est alterno EDK: ergo anguli EDK, DKH sunt æquales, sed EDK, GKD ostensi sunt duobus rectis æquales: igitur GKH, DKH erunt æquales duobus rectis, & (per 14.) GKH, vna erit linea, quam ostendimus esse parallelam lineæ ED, & quia ED facta est parallela lineæ AB; ED erit etiam parallela lineæ AB, (per 30.) ita ostendam lineam FI eidem AB esse parallelam quare si producatur linea AB cum secare non possit lineas GH, FI, sibi parallelas; necessario lineam HI secabit in aliquo puncto inter H & I posito.*

## PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

*In parallelogrammo oppositi anguli, & latera æqualia sunt; & ipsum diameter bifariam diuidit.*



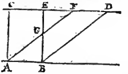

Sit parallelogrammum ABCD dico latus AB esse æquale lateri CD, latus AD, lateri BC, angulum A, angulo C, & angulum B angulo D.

Demonstr. cum lineæ AB, CD sint parallelæ, & linea AC in illas incidat; erunt (*per* 29.) anguli alterni BAC, ACD æquales, pariter cum eadem AD incidat in lineas AD, CB, parallelas anguli alterni DAC ACB æquales erunt, quare cum triangula ABC ADC habeant duos angulos singulos singulis æquales, & latus AC commune; erunt (*per* 26.) æqualia & anguli B & D oppositi eidem lateri AC æquales, & latera AB, CD, opposita æqualibus angulis ACB, CAD, æqualia; sicut & latera AD BC. item angulus totalis A, æqualis erit angulo totali C. patet etiam diametrum AC diuidere parallelogrammum in duo triangula æqualia.

## PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

*Parallelogramma super eadem basi, & inter easdem parallelas constituta sunt æqualia.*



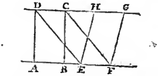

Super eâdem basi AB, & inter easdem parallelas AB, CD sint constituta duo parallelogramma ABEC, ABDF dico illa esse æqualia.

Demonstr. cum triangula FCA DEB, habeant omnia latera æqualia [nam CA, EB (*per* 34.) sunt æqualia, sicut FA DB, & cum lineæ CE, FD, eidem AB sint æquales erunt inter se æquales, & additâ communi EF; erunt lineæ CF, ED æquales] quare triangula FCA, DEB (*per* 8.) sunt æqualia; ex quibus si auferas triangulum EGF, vtrique commune; erunt trapezia CAGE, FGBD æqualia; igitur si vtrique trapezio, addas triangulum AGB erunt parallelogramma ABEC, AEDF, æqualia.

## PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

*Parallelogramma super æqualibus basibus & inter easdem parallelas constituta sunt æqualia.*




Sint duo parallelogramma ABCD, EFGH, inter easdem parallelas AF, DG, quorum bases AB; EF sint æquales, dico illa esse æqualia, ducantur lineæ ED, FC.

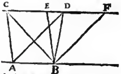
Demonstr. lineæ AB, EF supponuntur æquales sed lineæ AB CD sunt æquales (*per* 34.) igitur lineæ CD, EF sunt æquales supponuntur etiam parallelæ quare lineæ DE, CF eas connectentes (*per* 33.) sunt parallelæ, est igitur parallelogrammum DEFC, cui est æquale ABCD, (*per* 43.) cum eandem habeant basin DC, & etiam EFGH eidem æquale est cum eandem habeant basin EF, igitur parallelogramma ABCD, EFGH æqualia vni tertio, sunt æqualia inter se.

PROPO

PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

*Triangula super eadem basi, & inter easdem parallelas constituta, sunt æqualia.*



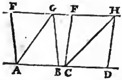
Super basi AB, & inter easdem parallelas AB, CD, sint constituta duo triangula ABC, ABD. dico illa inter se esse æqualia. lateribus AC, AD ducantur parallelæ BE, BF.

Dem. sunt parallelogr. mma ABEC, ABFD, (*per* 35.) æqualia, sed triangula ABC, ABD, illorum sunt dimidia (*per* 34.) igitur sunt etiam inter se æqualia.

PROPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

*Triangula super æqualibus basibus, & inter easdem parallelas constituta sunt æqualia.*



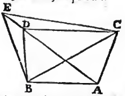
Super basibus æqualibus AB, CD, & inter easdem parallelas AD, EF, sint constituta duo triangula ABG, CDH, dico illa esse æqualia. AE, CF ducantur parallelæ, lateribus BG, DH, (*per* 31.)

Demonst. Parallelogramma ABGE, CDHF, sunt (*per* 36.) æqualia, sed triangula ABG, CDH, (*per* 3..) illorum sunt dimidia; ergo sunt inter se æqualia.

PROPOSITIO XXXIX.

Theorema.

*Triangula æqualia super eadem basi constituta, sunt inter easdem parallelas.*



Sint duo triangula æqualia ABC, ABD super basi AB. dico lineam CD esse parallelā lineæ AB.

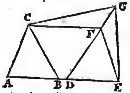
Demonstr. si negas, sit linea CE parallela lineæ AB; producatur linea AD in E; iungaturque linea BE.

Demonstr. triangula CAB, ABE, super basi AB & inter easdem parallelas (*per* 37.) sunt æqualia, sed triangulum ABD, supponitur æquale triangulo ABC, igitur triangula ABD, ABE inter se essent æqualia, pars & totum quòd est absurdum, igitur nulla alia duci potest parallela lineæ AB, præter CD.

PROPOSITIO XXXX.

Theorema.

*Triangula æqualia super æqualibus basibus, in eadem lineā constituta, sunt inter easdem parallelas.*



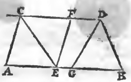
Sint triangula æqualia ABC, DEF super basibus AB, DE, æqualibus; & in eadem lineā AE, dico lineam CF esse parallelam lineæ AE. Si enim non est, sit linea CG parallela lineæ AE. producatur latus DF, in G, connectaturque linea EG.

Demonst. triangula ABC, DGE, inter parallelas AE, CG, (*per* 38.) sunt æqualia, sed triangulum DEF supponitur æquale triangulo ABC, igitur triangula DEF, DEG essent æqualia pars & totum. non igitur alia parallela lineæ AE duci potest præter CF.

PROPOSITIO XXXXI.

Theorema.

*Si parallelogrammum, & triangulum eandem. aut æqualem basin, habeant, & sint inter easdem parallelas; parallelogrammum est duplum trianguli.*



Inter parallelas AB CD, sit parallelogrammum AEFC, & triangulum GBD; quorum bases AE, GB sint æquales dico AEFC esse duplum trianguli GBD. ducatur linea CE.

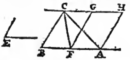
Dem. triangulum AEC, est media pars parallelogrammi AEFC (*per* 34.) sed triangulum GBD (*per* 38.) est æquale triangulo AEC; igitur triangulum GBD est media pars ipsius AEFC.

PROPQ

## PROPOSITIO XXXXII.

Problema.

*Dato triangulo, æquale parallelogrammum constituere, in dato angulo rectilineo.*



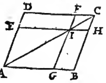

Sit triangulum ABC, cui æquale faciendum est parallelogrammum, quod habeat vnum angulum æqualem angulo E. Ex puncto C duc lineam CH parallelam lineæ AB (*per* 31.) diuide lineam AB bifariam in F, fiatque angulus AFG æqualis angulo E, (*per* 23.) & lineæ FG ducatur parallela AH. dico factum esse quod iubetur.

Demonstr. primo parallelogrammum AFGH habet angulum AFG æqualem angulo E. Secundo est duplum trianguli AFC (*per* 41.) sed eiusdem trianguli AFC, duplum est triangulum ABC, cum triangula AFC, FCB bases AF, FB æquales habentia, sint æqualia: igitur parallelogrammum AFGH, est æquale triangulo ABC.

## PROPOSITIO XXXXIII.

Theorema.

*Cuiuslibet parallelogrammi, duo complementa inter se sunt æqualia.*



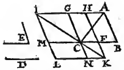

In parallelogrammo A B C D. dico complementa EF,GH esse æqualia.

Demonstr. cum enim(*per* 34.)triangula ACD, ACB sint æqualia, ex iis si auferas triangula EIA, AIG item triangula FCI, IHC, quæ per eandem sunt æqualia: restabunt parallelogramma EF,GH æqualia, hæc autem ex def. 35. sunt complementa.

## PROPOSITIO XXXXIV.

Problema.

*Super datam rectam dato triangulo æquale parallelogrammum constituere, in dato angulo.*



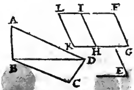

Sit triangulum ABC cui æquale parallelogrammum construendum est, cuius vnum latus sit æquale lineæ D, & vnus angulus æqualis angulo E. (*Per* 42) triangulo A B C fiat æquale parallelogrammum FCGH; habens angulum CFH æqualem angulo E. sumatur linea GI, æqualis lineæ D ductàque linea IC, producatur linea HF eam secans in K; ducantur lineæ IL, KL CM. parallelæ suis oppositis. dico parallelogrammum C M L N esse id quod quæritur.

Demonstr. primo C M L N, est æquale ipsi FCGH (*per* 43.) sed FCGH factum est æquale triangulo ABC, igitur CMLN est æquale triangulo ABC.Deinde quia lineæ GN,KH,sunt parallelæ;& in eas incidit FC erunt anguli alterni HFC FCN (*per* 29.) æquales, item anguli FCN, CNL æquales quia lineæ NL, CM sunt parallelæ. igitur anguli CNL, HFC, sunt æquales, sed CFH factus est æqualis angulo E, igitur parallelogrammum CMLN vnum angulum habet æqualem angulo E, deinde linea CM æqualis est lineæ GI, GI autem æqualis facta est lineæ D; igitur parallelogrammum CL habet lineam CM æqualem lineæ D.

## PROPOSITIO XXXXV.

Problema.

*Dato rectilineo, æquale parallelogrammum constituere habens angulum æqualem angulo dato.*




Sit datum rectilineum ABCD, cui æquale parallelogrammum construendum est; habens vnum angulum æqualem angulo E. Resolue rectilineum in triangula ductâ lineâ BD. tum triangulo ABD (*per* 42.) fac æquale parallelogrammum F G H I; cuius angulus G sit æqualis angulo E. item triangulo BCD (*per* 44.) in linea I H, æquale fiat parallelogrammum IHKL habens angulum I H K æqualem angulo E. dico GKLF esse parallelogrammum æquale rectilineo ABCD.

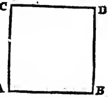
Dem. primo quidem patet parallelogrammum esse æquale rectilineo; cum enim G H I F sit æquale triangulo A B D, & IHKL ipsi B C D: erit totum GKLF æquale toti ABCD. quod vero sit vnicum parallelogrammum GKLF ostendo; nam

nam cum anguli G & I H G sint æquales duobus rectis (*per 29.*) cum lineæ F G, I H sint parallelæ, & angulus IHK, sit æqualis angulo G; [cum vterque sit factus æqualis angulo E] erunt anguli IHK, IHG, æquales duobus rectis; & (*per 14.*) lineæ G H, H K, vnam lineam constituunt; atque adeo vnicum est parallelogrammum GKLF.

PROPOSITIO XXXXVI.

Problema.

*Super datâ rectâ quadratum construere.*



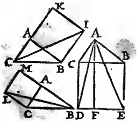

Sit data recta AB, supra quam construendū est quadratum in punctis A,& B (*per 11.*) excitentur duæ perpendiculares AC, BD ipsi AB æquales, ducaturque linea DC. dico factum esse quadratū.

Demonstr. cum enim lineæ AC. BD sint æquales, & parallelæ (*per 28.*) propter angulos A, & B rectos; lineæ AB, D C eas coniungentes (*per 3* erunt æquales & parallelæ: sunt igitur 4. lineæ æquales, & anguli A & C, item B & D oppositi (*per 34.*) erunt recti. igitur ABCD est quadratum.

PROPOSITIO XLVII.

Theorema.

*In triangulo rectangulo, quadratum lateris oppositi recto angulo, æquale est quadratis reliquorum laterum simul sumptis.*



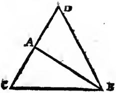

Sit triangulum ABC cuius angulus A rectus, dico quadratum BD, lateris scilicet B C oppositi angulo recto A, esse æquale duobus quadratis B K, A L, reliquorum scilicet laterum A C AB; ducatur linea AF parallela lineis B E, C D. ducanturque lineæ A E, AD, & ne sit confusio repetatur triangulum B A C bis. factisque quadratis reliquorum laterum ducantur IC LB.

Demonstratio. in triangulis ABE, IBC, latera AB, IB; sint æqualia cum ABIK sit quadratum, item BE B C. anguli item ABE, IBC, sunt æquales; cum enim anguli I B A, EBC sint recti, si illis addas communem angulum ABC, erunt anguli ABE, IBC æquales; igitur (*per 4.*) triangula A B E, I B C sunt æqualia, sed parallelogrammum BF, (*per 41.*) est duplum trianguli ABE, cum eandem basin B E habeant, & sint inter easdem parallelas B E, F A. item quadratum B K est duplum trianguli I B C (*per eandem*) igitur parallelogrammum BF, & quadratum BK sunt æqualia, eodem modo ostendam quadratum C M, esse æquale parallelogrammo C F: ergo totum quadratum BEDC. est æquale quadratis B K. C M. simul sumptis.

PROPOSITIO XLVIII.

Theorema.

*Si quadratum vnius lateris trianguli est æquale duobus quadratis reliquorum laterum: angulus illi oppositus rectus est.*




In triangulo ABC quadratum lateris C B, sit æquale quadratis laterum AB, AC; dico angulum BAC esse rectum. ducatur ad B A perpendicularis AD æqualis lineæ, AC. coniungaturque linea BD.

Demonstratio. cum angulus BAD sit rectus erit (*per 47.*) quadratum lateris BD æquale quadratis laterum BA, AD, vel AC; cum AC sit æqualis ipsi, AD, sed quadratis laterum BA, AC, iam ponebatur æquale quadratum lateris BC, igitur quadrata laterum BC BD sunt æqualia; & consequenter lineæ BC, BD æquales. Cum igitur in triangulis BAD, BAC latera AD, AC. sint æqualia, AD commune & bases BD, BC æquales (*per 8.*) anguli BAD, BAC æquales erunt; sed BAD factus est rectus igitur BAC rectus est.

# EVCLIDIS ELEMENTORVM.

## LIBER SECVNDVS.

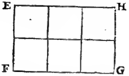
### *Definitiones.*

1. Parallelogrammum rectangulum contineri dicitur sub duabus lineis rectum angulum comprehendentibus.

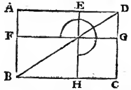



*Notandum primo nos per vocem rectanguli deinceps intellecturos parallelogrammum cuius omnes anguli sunt recti, sufficienter autem determinamus rectangulum, dum eius longitudinem, & latitudinem assignamus; duas scilicet lineas vicinas appellantes, vt in rectangulo AB CD, si determinemus lineas AB BC aliæ enim istis sunt æquales quare si duo rectangula duas vicinas lineas æquales habeant, illa æqualia erunt.*

*Intelligitur autem generari rectangulum ABCD si linea AB stans semper perpendiculariter, ad lineam BC, eam percurrat. qui ductus respondet multiplicationi arithmeticæ, ita vt sicut ducendo lineam AB supra lineam BC, producitur rectangulum ABCD. ita multiplicando latus BC, per BA idem rectangulum producitur quod ita explico.*




*Sicut ad determinandam longitudinem alicuius lineæ vtimur mensura nobis nota vt cum dicimus lineam 4. 5. pedum ita dum aream aut capacitatem, alicuius superficiei determinare volumus; eam metimur per quadrata nobis nota; v. g. per pedem quadratum hoc est per quadratum cuius singula latera sint vnius pedis. Vtimur autem potius quadrato quam aliis mensuris; quia cum eius longitudo sit æqualis latitudini, facilius exhibetur assignata vnica eius dimensione. Cognita vero longitudine & latitudine alicuius rectanguli facile innotescit per multiplicationem numerus quadratorum, quæ in eo continentur, sit enim rectangulum E F G H cuius linea EF sit duorum pedum, & FG trium. dico si multiplices FG, per EF. dicasque bis tria, inuenies 6. numerum quadratorum vnius pedis, quæ continentur in rectangulo EFGH. ratio clara est si figura cum longitudine F G trium pedum, haberet tantum altitudinem vnius; fieret solum vnus ordo trium quadratorum, sed EF est duorum pedum quare duo ordines fieri possunt, vnde multiplicando vnum latus, per aliud; exurgit area rectanguli totius, cum igitur per multiplicationem hoc modo fiant rectangula, aliquæ propositiones in numeris exhibentur.*

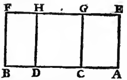



Secunda in rectangulo, ductâ diametro, vnum rectangulorum, per quæ diameter transit cum duobus vicinis complementia vocatur Gnomon. vt in rectangulo A B CD, si sumas rectangulum E G vna cum complementis E F, GH hæc tria quia figuram Gnomonis seu squadræ, exhibent vocantur Gnomon.

### PROPOSITIO I.

#### Theorema.

*Si fuerint duæ lineæ quarum vna secetur in quotcunque segmenta, alia vero insecta maneat: rectangulum sub illis duabus lineis contentum æquale est omnibus simul rectangulis, quæ sub insecta, & partibus secta continentur.*




Sit linea A B secta in quotcumque segmenta AC, CD, DB, & alia AE insecta, dico si ex his duabus fiat rectangulum ABFE, illud esse æquale, rectangulis omnibus simul sumptis, quorum primum comprehendetur; hoc est habebit

bit vnum latus æquale lineæ AE, & aliud segmento A C. Secundum habebit vnum latus æquale eidem lineæ AE, & aliud segmento CD. Tertium habebit vnum latus æquale lineæ AE aliud segmento DB. ducantur enim lineæ CG, DH parallelæ lineis AE, FB. ita vt sint tria rectangula AG, CH, DF.

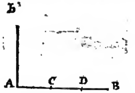
Demonstr. rectangulum AF, solum, æquale est tribus rectangulis AG, CH, DF omnibus scilicet suis partibus; sed rectangulum AF comprehenditur sub lineia AB, AE; & rectangola AG, CH, DF habent pro vno latere aut ipsam AE aut illi æquales CG, DH, (*quod perinde est*) & pro aliâ lineâ segmenta AC, CD, DB. igitur rectangulum sub AB, AE, comprehensum, æquale est rectangulis omnibus comprehensis sub AE & singulis segmentis.

Idem in numeris. sit linea AB 9. pedum, sitque segmentum AC trium, CD 4. DB duorum pedum, & linea AE sit 5. pedum. dico rectangulum A F hoc est quinquies nouem seu 45. æquale esse quinquies tribus, seu 15. & quinquies 4. seu 20. & quinquies duobus, seu 10. nam 15. 20. & 10. faciunt 45.

## PROPOSITIO II.

Theorema.

*Si recta secetur in quotcumque segmenta, rectangula comprehensa sub totâ, & singulis segmentis, æqualia sunt quadrato totius.*



Recta AB secetur vtcumque in C & D. dico rectangula comprehensa sub tota AB, & singulis segmentis AC, CD, DB esse simul sumpta æqualia quadrato lineæ A B. sit linea Ab æqualis lineæ AB.

Demonstr. per superiorem rectangulum comprehensum sub AB, Ab, æquale est rectangulis comprehensis sub Ab AC; Ab, CD; AB DB. igitur rectangulum sub AB, Ab (quod est quadratum lineæ AB, cum AB, Ab sint æquales) est æquale rectangulis sub AB, AC; AB, CD; AB, DB comprehensis.

Idem in numeris sit AB nouem, AC 3. CD 4. DB 2. dico nouies nouem seu 81. æqualia esse nouies tribus, hoc est 27. nouies 4. seu 36. & nouies duobus hoc est 18, nam 27. 36. & 18. efficiunt 81.



## PROPOSITIO III.

Theorema.

*Si recta secetur vtcumque rectangulum comprehensum sub tota, & vno segmentorum, æquale est, quadrato predicti segmenti; & rectangulo comprehenso sub segmentis.*



Recta A B secetur in C, dico rectangulum comprehensum sub AB, & AC, æquale esse quadrato lineæ AC & rectangulo comprehenso sub AC, CB repetatur enim linea AC.

Demonstr. (*per 1.*) rectangulum comprehensum sub AB, AC, æquale est & rectangulo comprehenso sub AC AC, & alteri comprehenso sub AC, CB; sed comprehensum sub AC, AC, est quadratum segmenti A C, ergo rectangulum comprehensum sub AB, AC, æquale est quadrato lateris AC; & rectangulo comprehenso sub AC, CB hoc est sub segmentis.

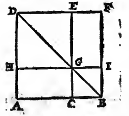
In numeris AB sit 7. AC 3. CB 4. dico ter 7. seu 21. æqualia esse ter tribus seu 9. & ter quatuor seu 12. nam 12. & 9. efficiunt 21.

*Ne deterreantur tyrones etiamsi propositiones huius libri minus benè concipiant.*

## PROPOSITIO IV.

Theorema.

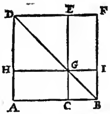
*Si recta secta sit vtcumque; erit quadratum totius lineæ, æquale quadratis segmentorum & rectangulo comprehenso sub segmentis bis sumpto.*



Recta AB secta sit in C dico quadratum eius AF, æquale esse quadratis segmentorum AC CB, & duobus rectangolis comprehensis sub AC, CB. ducta diametro D B per C ducatur CE parallela lineis AD, BF, secans diametrum in G, & per G ducatur GH parallela lineis AB, FD.

Demonstr. primo quidem CI est quadratum lateris C B; nam cum latera A B, A D sint æqualia (*per defin. quadr.*) erunt per 5 1. anguli ADB, ABD æquales, sed cum lineæ AD, CE, sint parallelæ in quas incidit DG, angulus

 externus



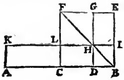
externus CGB, erit æqualis angulo ADB interno (*per* 29.1.) igitur anguli CGB, CBG æquales erunt & dimidia pars recti cum angulus C sit rectus, igitur latera CB CG sunt æqualia,& quia angulus CBI erat rectus ablato semirecto CBG restabit GBI semirectus, item IGB semirectus erit.igitur(*per* 26.1.)triangula GIB, GCB habebunt latera æqualia:igitur 4. latera CG, GI,CB, IB sunt æqualia, est igitur GI quadratum lateris CB. eodem modo ostendam HE esse quadratum lateris AC. & rectangulum AG comprehendi sub AC, CB, cum CB, CG sint æquales. & rectangulum GF sub CB AC comprehenditur, aut illi æquali GE, nam cum lineæ AB, CE sint æquales ablatis æqualibus CB, CG. restant æquales AC, GE. sed patet quadratum AF esse æquale quadratis CI, HE, & rectangulis AG, GE. igitur quadratum lineæ AB est æquale quadratis segmentorum AC, CB, & duobus rectangulis comprehensis sub segmentis AC, CB.

In numeris AB sit 7. AC,5.& CB,2. dico septies 7.seu 49.æqualia esse quinquies 5.seu 25. & bis duobus seu 4. & duobus rectangulis id est quinquies duobus bis.seu 10. & 10.nam 25.4.10. & 10.efficiunt 49.

## PROPOSITIO V.

Theorema.

*Si recta secetur æqualiter, & inæqualiter;erit rectangulum sub inæqualibus segmentis contentum, vna cum quadrato partis intermediæ: æquale quadrato dimidiæ.*



Sit linea AB æqualiter divisa in C & inæqualiter in D.dico quadratum CE,dimidiæ CB, æquale esse rectangulo comprehenso sub AD, DB, & quadrato intermediæ CD. ducta diametro FB, & DG parallela lineis CF, BE; item IK parallela lineæ AB, & AK parallela ipsi CF.

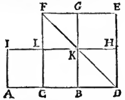
Dem. ostendam sicut in priori DI esse quadratum. lineæ DB: item LG esse quadratum lineæ CD. cum LH sit illi æqualis. item rectangulum AL esse æquale rectangulo DE; nam lineæ AC, BE, eidem lineæ CB sunt æquales, igitur inter se sunt æquales:latus, LC æquale est lateri DH, & hoc lateri DB. quibus rectangulis AL. DE si addas rectangulum CH, erit totum AH æquale tribus GI, DI, CH sed tria GI, ID, CH vna cum quadrato LG æqualia sunt quadrato CE,igitur AH (quod comprehenditur sub AD,DB) vnà cum quadrato LG scilicet quadrato lineæ CD,æquale est quadrato lineæ CB.

In numeris sit AB 10. AC 5; CD, 3, DB 2. dico quadratum dimidiæ CB hoc est quinquies 5. seu 25. æquale esse rectangulo sub AD 7. & DB 2. hoc est bis septem seu 14. & quadrato CD 3. hoc est ter tribus, seu 9. nam 14. & 9. efficiunt 25.

## PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Si recta linea bifariam secetur eique recta quædam adiiciatur erit rectangulum comprehensum sub linea composita ex tota & adiecta. & sub adiecta, vna cum quadrato dimidiæ æquale quadrato compositæ ex dimidiâ & adiectâ.*



Linea AB diuidatur bifariam in C, eique addatur BD. dico quadratum CE,lineæ CD [compositæ ex dimidiâ CB,& adiecta BD.] æquale esse rectangulo comprehenso sub AD [compositâ ex AB, & adiecta BD] & sub adiecta BD. & quadrato lineæ CB. ducta diametro FD, ducantur parallelæ BG HI.

Demonstr. rectangula AL, KE, sunt æqualia, eidem CK, igitur & inter se:quare si illis addas commune CH. erit totum AH æquale ipsis KE, CH: sed KE GH, vna cum quadrato LG, æqualia sunt quadrato CE; igitur AH vna cum quadrato LG æquale est quadrato CE, sed AH comprehenditur sub AD compositâ ex AB, & adiecta BD, & sub BD, aut illi æquali DH, nam BH est quadratum. igitur rectang. sub AD & BD comprehensum, vna cum quadrato lineæ intermediæ CB, æquale est quadrato lineæ CD compositæ ex CB, & BD.

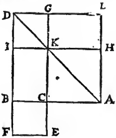
In numeris sit AB 6.CB 3. BD 4. dico rectangulum AH id est quater 10. & quadratum lineæ CB seu LG quod est ter tria seu 9. æqualia esse quadrato lineæ CD seu 7. id est septies 7. quod est 49.

PROPO

## PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Si recta secetur vtcumque erunt quadrata totius, & alterutrius segmenti, æqualia duobus rectangulis comprehensis sub totâ, & dicto segmento, vnà cum quadrato alterius segmenti.*




Linea A B diuidatur in C. dico quadratum AD lineæ AB, vna cum quadrato segmenti CB id est CF, hæc duo simul æqualia esse duobus rectangulis sub tota A B & dicto segmento C B comprehensis; vna cum quadrato reliqui segmenti AC.

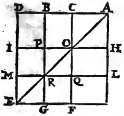
Demonstr. hæc duo quadrata AD, CF æqualia sunt & rectangulo H D [ comprehenso sub HI æquali ipsi A B, & linea ID æquali ipsi KI seu CB. ] & rectangulo K F [ comprehenso sub KE, æquali ipsi AB, & sub EF æquali ipsi CB.] item rectangulo A K id est quadrato lineæ AC. omnibus scilicet suis partibus, igitur quadrata linearum AB, C B æqualia sunt quadrato segmenti AC, & duobus rectangulis comprehensis sub AB, CB.

In numeris sit AB 5. CB. 2. dico quinquies 5. seu 25. & bis duo id est 4. quæ faciunt 29. æqualia esse numero bis 5. seu 10 bis sumpto & quadrato AC id est ter tria. seu 9. nam 10. 10. & 9. faciunt 29.

## PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Si recta secetur vtcumque erunt 4. rectangula comprehensa sub totà, & vno segmento vnà cum quadrato alterius segmenti, æqualia quadrato lineæ compositæ ex tota & dicto segmento.*




Sit linea A B secta in C. dico 4. rectangula comprehensa sub AB, B C, vna cum quadrato segmenti AC, æqualia esse quadrato A E lineæ AD, compositæ ex AB & segmento BC, nam BC, BD sunt æquales, ducta diametro AE, ducantur parallelæ CF, BG, HI. LM.

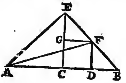
Demonstr. in quadrato AE, inuenitur quadratum AO scilicet quadratum lineæ AC. & rectangula HR, LG, BM, quæ omnia vnam lineam habent æqualem lineæ A B, aliam lineæ CB. inueniuntur item CP, & G M quæ duo simul æquiualent rectangulo L P. & nihil aliud. cum ergo quadratum A E sit æquale omnibus suis partibus, erit quadratum AE, æquale quadrato segmenti AC, & 4. rectangulis comprehensis sub AB, BC.

In numeris sit AB 7. AC, 4. & C B tria. dico quadratum totius AD 10. id est decies decem seu 100. æquale esse quadrato lineæ A C 4. id est quater 4. seu 16. & rectangulo sub AB 7. & BC tribus seu 21. quatersumpto. nam 21. 21. 21. 21. & 16. faciunt 100.

## PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Si recta secetur bifariam, & non bifariam erunt quadrata partium inæqualium dupla & quadrati dimidiæ lineæ, & quadrati intermedij segmenti.*




Sit linea AB diuisa bifariam in C, & non bifariam in D. dico quadrata segmentorum inæqualium AD, DB simul dupla esse quadrati dimidiæ lineæ hoc est A C, & intermediæ seu CD. docatur perpendicularis C E æqualis ipsi CA, iunganturque lineæ A E, E B. & perpendicularis DF, & F G parallela lineæ AB. vltimò ducatur linea AF.

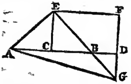
Demonstr. quia lineæ A C, CE, sunt æquales; anguli EAC, CEA æquales erunt (*per* 5.1.) & quia angulus C rectus est erunt ambo semirecti, semirecti item sunt CEB, CBE; & quia angulus D rectus est erit reliquus DFB semirectus: vnde ( *per* 6.1.) lineæ D B. D F sunt æquales & pariter G F, E G æquales sunt lineæ C D. quadratum AF propter angolum rectum C (*per* 47.1.) æquale est quadratis laterum æqualium AC, CE, & consequenter duplum quadrati lateris AC. pariter quadratum lineæ EF duplum est quadrati lineæ GF, hoc est C D. sed quia anguli AEC, CEF sunt semirecti totus AEF rectus est & ( *per* 47. 1.) quadratum lineæ AF est æquale quadratis laterum A E, E F, igitur solum quadratum lineæ AF est duplum quadratorum AC, CD, sed quadrata A D, D F ( *per* 47. 1.) æqualia sunt quadrato lineæ A F cum angulus D rectus sit, igitur quadrata AD, DF, aut AD, DB, sunt dupla quadratorum BC. CD.

In numeris sit linea AB 10. AD, 8. DB 2. dico quadratum lineæ A D 8. hoc est 64. & lineæ DB 2. hoc est 4. esse dupla quadratorum lineæ AC 5. hoc est 25. & CD 3. seu 9. nam 64. & 4. sunt dupla 25. & 9.

## PROPOSITIO X.

Theorema.

*Si recta bifariam secetur, eique alia adiiciatur erit quadratum lineæ composita ex tota, & adiuncta, cum quadrato adiunctæ: duplum quadrati dimidiæ & quadrati lineæ compositæ ex dimidia & adiuncta.*




Linea AB sit diuisa bifariam in C eique addatur BD, dico quadratum lineæ AD[compositæ ex tota AB & adiuncta BD cum quadrato adiunctæ BD, esse duplum & quadrati lineæ CD[compositæ ex dimidia CB & adiuncta B D] & quadrati lineæ AC dimidiæ scilicet lineæ AB. ducatur enim perpendicularis CE, æqualis lineæ AC, & CB. alia item perpendicularis D F, lineæ CE æqualis, ducaturque linea EB vsque in G, & linea EF, item linea AG.

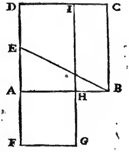
Demonstr. cum lineæ AC, C E sint æquales; anguli CAE CEA æquales erunt, & quia angulus C rectus est; illi erunt semirecti, item anguli CEB, CBE semirecti sunt; & angulus, GBD oppositus ad verticem semirecto C B E semirectus est, & cum angulus D sit rectus reliquus B G D semirectus erit (*per* 32. 1.) & (*per* 6. 1.) latera BD, DG, sunt æqualia, lineæ item EF, FG sunt æquales (*per eandem*) cum anguli G E F, EGF sint æquales, nempe semirecti, lineæ EF C D coniungentes lineas CE, D F æquales & parallelas (*per* 33. 1.) sunt æquales, quia autem angulus C rectus est, quadratum lateris AE æquale est quadratis A C, C E, (*per* 47. 1.) quæ cum æqualia sint inter se, quadratum A E erit duplum quadrati A C. item quia angulus F rectus est quadratum E G duplum erit quadrati EF, aut CD; & quia angulus A E G constans duobus semirectis, rectus est, quadratum A G est æquale quadratis AE, EG, igitur solum quadrarum AG est duplum quadratorum AC, CD; sed quia angulus D rectus est quadrata A D, DG, seu DB, sunt æqualia quadrato AG: igitur quadrata AD, DB, dupla sunt quadratorum AC, CD.

In numeris AB sit 6. A C, 3. BD 4. quadratum AD, 10. erit 100. & BD 4. erit 16. dico 100. & 16. esse dupla quadrati A C 3. hoc est 9. & C D 7. seu 49. nam 49. & 9. seu 58. sunt media pars 116.

## PROPOSITIO XI.

Problema.

*Datam lineam ita secare, vt rectangulum comprehensum sub illa & vno segmento, æquale sit quadrato alterius segmenti.*




Sit linea AB ita diuidenda, supra illam fiat quadratum AC (*per* 46. 1.) cuius diuidatur bifariam latus AD, in E; ducta linea EB; sumatur illi æqualis EF fiatque quadratum supra AF, cuius latus G H producatur in I. dico rectangulum HC, comprehensum sub BC, hoc est AB) *cum sint æquales*) & sub segmento H B æquale esse quadrato segmenti AH, nempe quadratu AG.

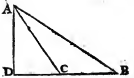
Demonstr. cum linea DA sit diuisa bifariam in E, eique adiuncta sit AF, erit rectangulum D G, comprehensum sub D F composita ex linea DA & adiuncta AF, & sub F G seu adiuncta AF (*nam sunt æquales*;) vna cum quadrato AE æquale quadrato lineæ EF, aut EB illi æqualis (*per* 6.) sed quadratum lineæ EB est æquale quadratis AB, AE, (*per* 47. 1.) igitur quadrata linearum AB, AE, æqualia sunt rectangulo DG, & quadrato A E, quod quia commune est, si vtrinque auferatur, restant rectangulum DG, & quadratum lineæ AB, seu ABCD æqualia, habent autem commune rectangulum DH, quod si vtrinque auferatur: erit quadratum AG, æquale rectangulo HC.

## PROPOSITIO XII.

Theorema.

*In triangulo obtusangulo, quadratum lateris oppositi angulo obtuso, erit æquale quadratis reliquorum laterum, & insuper duobus rectangulis comprehensis sub vno latere (in quod demissa est perpendicularis) & sub linea quæ restat vsque ad perpendicularem.*

Sit



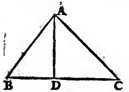

Sit rectangulum ABC cuius angulus ACB obtuſus. dieo quadratum lateris AB eſſe æquale quadratis AC, CB, & duobus rectangulis comprehenſia ſub BC, & lineâ CD, quæ reſtat vſque ad perpendieularem AD.

Demonſtr. in triangulo ABD, cuius angulus D rectus: (*per* 47. 1.) quadratum AB, eſt æquale quadratis AD, BD, & quia linea BD diviſa eſt in C (*per* 4.) erit eius quadratum æquale quadratia BC, CD, & duobus rectangulis comprehenſis ſub BC, CD, quæ omnia loco quadrati BD poni poſſunt, igitur quadratum AB, eſt æquale quadratis AD, DC, CB, & duobus rectangulis ſub BC CD comprehenſis. loco autem quadratorum AD, DC poteſt poni ſolum quadratum AC illis æquale (*per* 47. 1.) igitur quadratum AB eſt æquale quadratis AC, CB & duobus rectangulis comprehenſis ſub BC,CD.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

*In triangulo quocumque, quadratum lateris oppoſiti angulo acuto; vnà cum duobus rectangulis comprehenſis ſub illo latere in quod cadit perpendicularis & ſub linea poſita inter angulum acutum, & perpendicularem, æquale eſt quadratis reliquorum laterum.*



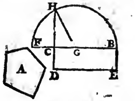

Sit triangulum ABC cuius angulus C acutus, demiſsâ perpendiculari AD dieo quadratum lateris AB oppoſiti angulo C aeuto vnà eum duobus rectangulia comprehenſis ſub BC, CD, æquale eſſe quadtatia laterum, AC, CB.

Demonſtr. quia linea BC diuiſa eſt vtcumque in D, erit (*per* 7.) quadratum totius BC, & ſegmenti DC, æquale duobus rectangulis ſub BC CD, & qoadrato lineæ BD, addatur commune AD erunt quadrata BC, DC, AD, æqualia duobus rect. ſub BC, CD; & duobus quadratis BD, AD, pro quibus duobus quadratis BD, AD poteſt poni quadratum AB illis æquale (*per* 47. 1.) ſieut loco quadratorum DC, AD, poteſt poni quadratum AC: igitur erunt quadrata BC, AC, æqualia duobus rectangulis ſub BC,DC, & quadrato AB. quod erat oſtendendum.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

*Dato rectilineo æquale quadratum conſtruere.*




Sit datum rectilineum A, cui æquale quadratum conſtruendum eſt. fiat (*per* 45. 1. parallelogrammum rectangulum æquale rectilineo A; ſitque BD, cuius ſi latera BC, CD, æqualia ſint, factum eſt quod iubetur; ſi vero ſint inæqualia ſit BC maius quam CD, producaturque linea BC, ita vt CF ſit æqualis ipſi CD. dividatua bifariam DF in G, factoque ex G vt centro intervallo BG, aut GF, ſemieireulo BHG producatur linea DC, vſque in H, dico quadratum lineæ CH ſi fieret, eſſe æquale parallelogrammo BD, & conſequenter rectilineo A. ducatur enim linea GH.

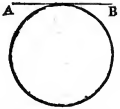
Demonſtr. quoniam linea BF diviſa eſt bifariam in G, & non bifariam in C erit (*per* 5.) quadratum dimidiæ ſeilieet GF, aut GH illi æqualis, æquale rectangulo comprehenſo ſub BC, CF, aut CD hoe eſt rectangulo BD, & quadrato GC, ſed quadrato GH, (*per* 47. 1.) æqualia ſunt quadtata GC, CH: Igitur quadrata GC, CH æqualia ſunt rectangulo BD, & quadrato GC, quod quadratum GC commune vtrique, ſi auferatur; reſtabit quadtatum CH æquale rectangulo BD; & conſequenter rectilineo A.

# EVCLIDIS ELEMENTORVM.

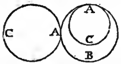
## LIBER TERTIVS.

*Definitiones.*

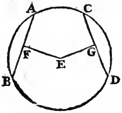
1. Æquales eirculi sunt quorum diametri, aut semidiametri sunt æquales.



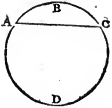

2. Linea circulum tangit, quæ eireulo occurrens, eum tamen vlterius producta non secat. vt linea A B.




3. Circuli se tangunt qui sibi mutuo occurrentes se tamen invicem non secant. tales sunt circuli AB, AG.

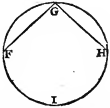



4. Lineæ in circulo æqualiter à centro distant, cum perpendiculares ad ipsas à centro ductæ, sunt æquales. vt lineæ AB, CD, nam perpendiculares E F, E G sunt æquales.




5. Segmentum circuli, est figura comprehensa peripheriâ circuli, & lineâ rectâ. vt figura ABC vel A D C.

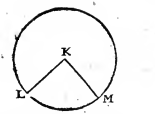
6. Angulus segmenti, est angulus mixtus quem facit peripheria, cum linea recta. vt angulus BAC, vel DAC.




7. Angulus in segmento esse dicitur, in quo lineæ cum comprehendentes continentur. vt Angulus FGH dicitur esse in segmento FGH.

8. Angulus insistere dicitur peripheriæ cui opponitur. vt angulus F G H insistit peripheriæ F I H.

9. Sectot

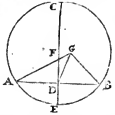



Sector est figura comprehensa duabus semidiametris & arcu inter illas intercepto. *talis est figura KLM.*

## PROPOSITIO I.

Problema.

*Dati circuli centrum reperire.*




Sit inueniendum centrum circuli ABC.ductâ lineâ AB,& diuisa bifariam in D. agatur perpendicularis DC. diuidatur linea CE bifariam in puncto F,hoc dico esse centrum circuli.

Demon. si centrum est in lineâ CE non potest esse aliud quam punctum F, alioquin omnes lineæ à centro ad peripheriam non essent æquales. sed centrum non est extra lineam CE, nam sit extra illam sitqoe punctum G,ducantur lineæ GA, GB, GD. in triangulis GDA, GDB cum latera, AD, DB sint æqualia, item DE sic communne & lineæ GA, GB (*per def. circ.*) sint æquales anguli GDA GDB (*per 8. 1.*) æqualea erunt,& consequentet recti, sed iam FDA, erat rectus; igitur anguli FDA, GDA æquales essent pars & totum quod est absurdum.

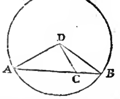
### COROLLARIA.

Ex hoc patet si in circulo vna linea aliam bifariam, & perpendiculariter secat, in ea esse centrum.

## PROPOSITIO II.

Theorema.

*Si in circuli circumferentiâ duo puncta sumantur, linea recta illa connectens tota intra circulum cadit.*



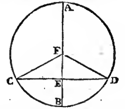

Duo puncta circumferentiæ A & B connectat linea AB, dico totam esse intra circulum. Si enim dubitetur de aliquo eius puncto vtrum sit intra circulum sit illud C. ex centro D ducantur lineæ DA,DB,DC.

Demonst. In triangulo ADB, latera DA, DB sunt æqualia igitur (*per 5. 1.*) anguli A & B sunt æquales sed (*per 16. 1.*) angulus DCB est maior angulo A, ergo & angulo B maior erit, igitur (*per 19. 1.*) latus DB oppositum maiori angulo DCB, maius erit latere DC opposito minori angulo B. igitur ex centro D vsque ad C non inuenitur peripheria. quare punctum C est intra circulum, idem de aliis punctis lineæ AB ostendi potest, tota igitur est intra circulum.

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*Si diameter lineam non per centrum ductam bifariam secet, perpendicularis ad illam erit. Si verò fuerit perpendicularis eam bifariam secat.*




Diameter AB lineam CD non transeuntem per centrum, diuidat bifariam in E. dico primò angulos FED FEC esse æquales.

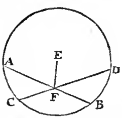
Demonst. triangula FED, FEC habent latera ED,EC,æqualia,EF est commune & bases FC, FD(*per def. cir.*)sunt æquales:igitur (*per 8.1.*)anguli FED,FEC sunt æquales & recti.

Vicissim si anguli FED,FEC,sint æquales dico lineas CE,ED esse æquales, nam cum lineæ CF, FD, sint aequales ; (*per 5. 1.*) anguli C & D sunt æquales, quare triangula FDE, FCE habent angulos C, & D, FED, FEC, æquales, & latus FE commune igitur (*per 26. 1.*) latera EC,ED æqualia erunt.

## PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Si duæ rectæ in circulo se secent extra centrum; non se mutuo bifariam secabunt.*



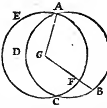

Duæ lineæ A B, C D se mutuo secent in F, qood non sit centrum: dico illas non se mutuo bifariam secare 1 & ptimò si vna per centrum transitet certum est eam non secari bifariam, si vero neutra transeat per centrum. ex centro E ducatur linea EF.

Demonstr. si linea CD bifariam secatur in F (*per 3. huius*) anguli EFD, E F C, erunt recti, si linea A B etiam bifariam secatur in F; anguli EFA, EFB recti erunt: igitur anguli EFA, EFC, ambo recti, & æquales essent, pars & totum quod est absurdum.

## PROPOSITIO V.

Theorema.

*Duo circuli se mutuo secantes, non habent idem centrum*



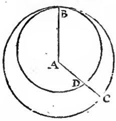

Duo circuli ABCD, A F C E se secent in A, dico illos non habere idem centrum, habeant enim idem centrum G, si fieri potest: ducantur lineæ GA, GB.

Demonstr. lineæ G A, G B, ductæ ex eodem centto, ad circumferentiam circuli ABCD essent æquales, æquales item essent GA, GF, igitur GB, GF, eidem GA æquales, inter se æquales essent; pars & totum quod est absurdum.

## PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Duo circuli interius se tangentes, non habent idem centrum.*




Sit enim si fieri potest, idem centrum A circulorum se tangentium in B. ducantur lineæ AB, AC.

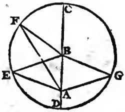
Demonstr. sequeretur lineas A C, A D. eidem A B esse æquales: ergo & inter se; pars & totum quod est absurdum.

## PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Si intra circulum ex alio puncto quàm centro, plurimæ lineæ ducantur ad circumferentiam.*

1. *Maxima erit quæ per centrum transit.*
2. *Reliqua eiusdem, erit minima.*
3. *Reliquarum ea maior est, quæ maximæ propinquior.*
4. *Duæ tantum duci possunt æquales.*




Ex puncto A, quod non sit centrum, cadant plurimæ lineæ in circumferentiam, AC AF, AE, AD, & AC quidem per centrum.

Dico primò AC esse maximam.

Demonstratio. in triangulo ABF, latera AB, BF sont maiora reliquo A F, (*per* 20. 1.) sed linea A C est æqualis lineis A B B F, [cum B F, B C sint æquales; & A B communis; igitur A C est maior quam A F. idem ostendissem de BE.

Dico secundò reliquam A D esse omnium minimam.

Demonstratio.

Demonstratio. in triangulo E A B latera EA, AB, (*per* 20. 1.) sunt maiora reliquo E B, sed BD est æqualis ipsi EB, igitur EA, AB sunt maiora quam B D, habent autem communem AB, quæ si ab vtraque auferatur, restabit EA, maior quàm AD.

Dico tertiò, AF propiorem maximæ AC, maiorem esse, quàm AE remotiorem.

Demonstr. in triangulis ABF, A B E, latus AB est commune, latera B F, B E sunt æqualia, angulus FBA maior angulo EBA, igitur (*per* 24. 1.) basis FA, maior erit basi EA.

Dico quarto, duas tantum ex puncto A duci posse æquales, fiat angulus ABG æqualis angulo ABE. ducaturque AG.

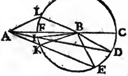
Demonstr. quia in triangulis ABE, ABG, latus A B est commune, & latera B E, B G sunt æqualia, item anguli A B E, A B G facti sunt æquales, (*per* 4. 1.) bases A B, A G, erunt æquales, neque alia duci potest æqualis lineæ EA, quia quæcumque ducatur, aut magis recederet, aut magis accederet ad maximam AC, quam AE; aut A G: ergo illis aut maior; aut minor esset.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Si ex puncto extra circulum accepto, ad eum plures rectæ ducantur.*

1. *Earum quæ in cauam peripheriam cadunt, maxima est quæ per centrum transit.*
2. *Reliquarum ea maior est quæ maximæ propior.*
3. *In conuexam peripheriam cadentium, ea minima est, quæ producta per centrum transit.*
4. *Quæ minimæ propior est, remotiore minor est.*
5. *Non plures quam duæ æquales, siue in cauam siue in conuexam peripheriam ducentur.*



Ex puncto A in concauam peripheriam C D E, cadant lineæ A C, A D, A E, dico AC per centrum B transeuntem maximam esse, ducatur enim linea BD.

Demonstr. latera AB, B D (*per* 20. 1.) sunt maiora reliquo A D, sed linea A C æqualis est ipsis AB, BD, (*cum B D, B C sint æquales*,) igitur AC maior est quàm B D. idem dicendum de AE.

Dico secundò, AD, propiorem ipsi AC maximæ, quam sit AE, ipsa AE maiorem esse. nam ducatur linea EB.

Demonstratio. in triangulis A B E, A B D, cùm latus A B sit commune, & latus B D æquale lateri B E, & angulos A B D maior, angulo ABE, erit (*per* 24. 1.) basis AD, maior basi AE.

Dico tertiò, linearum cadentium in conuexam peripheriam C I F; AF quæ producta transit per centrum minimam esse ducatur enim linea IB.

Demonstr. in triangulo ABI, latera A I, IB, latere A B sunt maiora (*per* 20. 1.) ergo ablatis lineis æqualibus B I, B F restabit F A minor quàm AI.

Dico quartò, A I, propiorem minimæ A F, quàm sit AK ipsa AK minorem esse.

Demonstratio. cum enim lineæ AI, I B, lineis A K, KB (*per* 21. 1.) sint minores; ablatis lineis æqualibus BK, BI, linea A I, restat minor lineâ AK.

Dico quintò, non plures quam duas æquales cadere in circulum, fiat enim angulus ABL, æqualis angulo ABK, & ducatur linea AL, hanc solam dico esse æqualem lineæ AK.

Demonstr. in triangulis A B L, A B K, latus AB est commune, & latera BK, BL sunt æqualia, item angulus ABL factus est æqualis angulo ABK; igitur (*per* 4. 1.) bases AK, AL, sunt æquales, nulla autem alia potest duci æqualis ipsi AK, quàm AL, quia quæcumque duceretur magis accederet ad A F, aut ab illâ magis recederet quam AL, quare minor esset aut maior quam A L atque adeo quam A K. eodem modo ostendam duas tantum duci posse æquales ad conuexam peripheriam.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

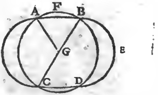
*Si ab vno intra circulum puncto, tres lineæ cadant in peripheriam æquales, illud punctum centrum est.*

Si enim illud punctum esset aliud à centro; duæ tantum lineæ æquales caderent in peripheriam (*per* 7. 3.) sed supponuntur eadere tres æquales, igitur punctum illud non est diuersum à centro.

PROPOSITIO X.

Theorema.

*Duo circuli non se secant, in pluribus quàm duobus punctis.*



Si enim fieri potest duo circuli se secent in tribus punctis A, B, C. inuento centro circuli AFBC, ducantur lineæ GA, GB, CD.

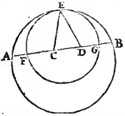
Demonstr. tres lineæ G A, GB, GC ex centro G ad peripheriam circuli AFBC doctæ sunt æquales; sed illæ tres sunt ductæ ad circumferentiam circuli ABCE, quare per præcedentem, G erit centrum illius: igitur duo circuli se secantes

secantes idem haberent centrum ( *contra propositionem* 5. 3. )

## PROPOSITIO XI.

Theorema.

*Si duo circuli se interiùs tangant, linea ducta per eorum centra transit per contactum.*



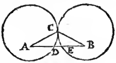

Si enim fieri poteſt linea A B per centra eorum tranſiens in contactum non cadat. ſit centrum parui circuli C.& maioris D,ſitque contactus E,ducantur lineæ CE,ED.

Demonſtr. lineæ CF , C E ſunt æquales ; igitur additâ communi CD , tota DF eſt æqualis lineis CE , CD , ſed CE ED ( *per* 20. 1. ) reliquâ ED ſunt maiores ; igitur linea DF , eſt maior quam DE , ſed quia D eſt centrum maioris circuli lineæ DE , DA ſunt æquales:igitur linea D F eſt maior quam D A ; pars quam totum quod eſt abſurdum.

## PROPOSITIO XII.

Theorema.

*Si duo circuli ſe exteriùs tangant recta centra coniungens per contactum tranſit.*



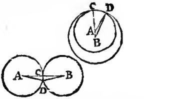

Sit enim ſi fieri poteſt recta AB coniungens duo centra A & B circulorum exteriùs ſe tangentium , quæ non tranſeat per contactum C. ducantur lineæ AC , BC.

Demonſtr. ſequeretur in triangulo ACB duo latera AC , CB reliquo A B eſſe minora ( *contra prop*. 20. 1. ) nam AC , AD ſunt æquales , ſicut BC, BE, ſed linea AB eſt maior quàm AD, BE: igitur linea AB maior eſſet quam AC, CB.

## PROPOSITIO XIII.

Theorema.

*Circuli ſe tangunt in vno tantum puncto.*




Primò ſi duo circuli ſe interiùs tangant; dico ſe tangere in vno tantum puncto , & non in toto arcu. ducatur enim per eorum centra A & B linea AB quæ in contactum C cadet. ſi dicantur ſe tangere adhuc in puncto D , ducantur lineæ AB , BD.

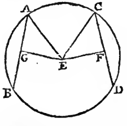
Demonſtr. lineæ AD , AC , ex eodem centro A ductæ ſunt æquales , & additâ communi AB, tota BC , eſt æqualis lineis BA , AD , ſed BD eſt minor ( *per* 20. 1. ) lineis B A, A D : igitur linea BD eſt minor quam BC,igitur linea BD non peruenit ad circumferentiam circuli maioris alioquin æqualis eſſet. Si vero circuli ſe tangant exteriùs , ſit linea AB coniungens centra A & B quæ ( *per* 12. ) tranſit per contactum C. ſi dicantur ſe tangere adhuc in puncto D ducantur lineæ AD , BD.

Demonſtr. ſequeretur lineas B D , D A eſſe æquales toti AB,quia BC BD,ſunt æquales ; ſicut AC.AD.& tamen duo latera BD,DA reliquo AB maiora eſſe debent(*per* 20.1.)

## PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*In circulo æquales rectæ,æqualiter à centro diſtant, & quæ æqualiter diſtant à centro æquales ſunt.*




Sint æquales AB. CD , ad quas ex centro ducantur perpendiculares EF , E G , dico illas eſſe æquales hoc eſt enim æqualiter diſtare à centro, ducantur lineæ EA,EC.

Demonſtr. lineæ perpendiculares EG, EF ; lineas AB , BD biſariam diuidunt ( *per* 3. ) quare cum AB , C D ſint æquales eorum dimidiæ AG, CF æquales erunt in triangulo E G A , rectangolo quadratum lineæ EA , æquale eſt quadratis linearum AG , G E ; ( *per* 47. 1. ) & pariter quadratum lineæ E C , æquale eſt quadratis linearum CF , FE ; ſed quadrata linearum æqualium E A , E C ſunt æqualia ; igitur quadrata AG , GE ; æqualia ſunt quadratis CF , FE,quare ſi ex iis auferas quadrata æqualia A G C F, [cum

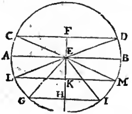
[ cum lineæ fiot æquales ] quadrata linearum GE, EF erunt æqualia & consequenter lineæ EG, EF, æquales.

Vicissim verò si lineæ EG, EF, sint æquales [ hoc est si lineæ AB, CD, æqualiter distent à centro ] dico lineas AB, CD esse æquales, nam pariter ostendam quadrata AG, GE, æqualia esse quadratis CF, FE, quare auferendo quadrata æqualia EG, EF, restant quadrata AG, CF æqualia, & consequenter lineæ GA, FC æquales, & eorum duplæ AB, CD æquales.

## PROPOSITIO XV.

Theorema.

*Linearum circulo inscriptarum maxima est diameter; cæterarum quæ centro propior, ea maior est.*



Primò dico diametrum AB esse omnium linearum in circulo inscriptarum maximam. sit enim alia quævis CD, ducantur lineæ EC, ED.

Demonstr. in triangulo CED duo latera CE, ED, reliquo CD sunt maiora (*per* 20. 1.) sed linea AB est æqualis duabus CE, ED vt patet; igitur AB maior est quam CD.

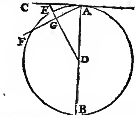
Secundò linea GI magis distet á centro quam CD, hoc est perpendicularis EH sit maior quam EF, dico CD maiorem esse. abscindatur ex EH; linea EK æqualis lineæ EF, & per K agatur perpendicularis LM. ducanturque lineæ EL, EM, EG, EI.

Demonst. in triangolis LEM, GEI, cum latera EM, EL, sint æqualia lateribus EG, EI, (*per def circ.*) & angulus LEM maior angulo GEI, erit (*per* 24. 1.) basis LM, maior basi GI, sed lineæ LM, CD, æqualiter à centro distantes ex soppositione, sunt (*per* 14.) æquales, igitur linea CD est maior quam GI.

## PROPOSTIIO XVI.

Theorema.

*Perpendicularis ad extremitatem diameter ro'a extra circulum cadit, eumque tangit: neque inter ipsam, & circulum alia recta ad contactum ducetur quin circulum secet.*



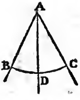
Sit diameter AB, ad qoam sit perpendicularis AC, dico primò lineam AC totam cadere extra circulum dubitetur enim de illius aliquo puncto vtrum sit iotta circulum aut in ipsa circumferentia sitque punctum E, ex centro ducatur recta DE.

Demonstr. In triangulo DAE, angulus DAE, rectus est, igitur angulus DEA acutus est alioquin tres anguli trianguli superarent duos rectos (*contra prop.* 32. 1.) quare linea DE opposita maiori angulo DAE maior erit quam DA, sed DA pertingit ad circumferentiam: ergo DE vltra circumferentiam perueniet, & punctum E extra circulum positum erit.

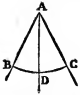
Dico secundò, nullam infra AC duci posse lineam ad contactum A quæ circulum non secet, sit enim hæc AF, quia angulus DAF est acutus, si ad eam ducatur perpendicularis, hæc cadet ad partes AF, sit igitur perpendicularis DG.

Demonstratio. quia angulos DGA rectus, maior est angulo DAF; (*per* 19. 1.) latus DA maius erit latere DG, sed DA peruenit ad circumferentiam circuli igitor DG ad illam non peruenit & punctum G inuenitur intra circulum.

*Reliqua quæ deducuntur ex hac propositione, nempe quod angulus contingentiæ compositus ex circumferentia circuli & tangente, vt angulus EAC, sit minor quocumque angulo rectilineo acuto, nam quantulumcumque accipiatur angulus CAF semper circumferentia videbitur comprehendere cum tangente angulum mixtum minorem. hæc inquam corollaria sunt fallacia vt bene notat Tacquetus; oriunturque præcisè ex eo quod loqui videamur de angulo quasi de vera specie quantitatis cum tamen sit tantum eius proprietas nempe inclinatio linearum, quæ inclinatio, etiamsi minuantur lineæ; eadem tamen manet.*



*Cum enim angulis attribuimus prædicata quæ videntur soli quantitati conuenire, vt cum dicimus vnum angulum esse maiorem, minorem, duplum, triplum, diuidi in duas tres partes, dicendum est*

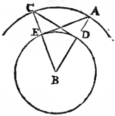



*nos non tam loqui de ipsis angulis pracisè & in se quam de illorum mensuris. hoc sensu sit angulus BAC quem volumus diuidi bifariam lineâ AD. nolumus illam inclinationem diuidi: sed intelligimus quod quicumque arcus fiet ex puncto A vt centro, diuidetur bifariam à lineâ AD. & in hoc sensu accipienda sunt reliqua qua tribui possunt angulis. Cum igitur mensura anguli contingentia non sit eadem, ac anguli rectilinei, immò nulla sit, ideo angulus contingentie incomparabilis est cum angulo rectilineo. nam in figura propositionis si ex A vt centro fierent plurimi arcus: inuenirentur arcus intercepti inter tangentem AC & circumferentiam AF, aliquando minores aliquando maiores arcubus interceptis inter lineas AC, AF; vnde concludi non potest angulum contingentia absolute minorem esse angulo rectilineo CAF. quod monere volui ne demonstrationes mathematica tricis Philosophicis & diuisibilitati partium implicentur.*

## PROPOSITIO XVII.

Problema.

*A dato puncto rectam ducere, qua datum circulum tangat.*



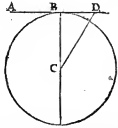

Sit punctum datum A, ex quo ad centrum circuli B ducatur linea AB. ex centro B interuallo BA, duc circulum AC. & per punctum D duc perpendicularem DC. item lineam CB secantem minorem circulum in puncto E. dico lineam AE tangere paruum circulum in E.

Demonstr. triangulum CBD, habet duo latera BD, BC, æqualia duobus lateribus AB, BE trianguli ABE, (*per def. cir.*) & angulus B iis comprehensus est communis: igitur (*per* 4. 1.) triangula sunt æqualia, & anguli CDB, AEB oppositi lateribus æqualibus CB, AB sunt æquales; sed CDB est factus rectus. igitur BEA rectus erit & EA (*per* 16.) erit tangens.

## PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

*Si linea circulum tangat, recta à centro ad contactum ducta ad eum perpendicularis est.*

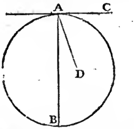



Linea AB circulum tangat in B dico lineam CB ad eam esse perpedicularem; si enim non est; ad eam ex centro C ducatur perpendicularis.

Demonstr. quia angulus CDB rectus est maior erit angulo CBD, alioquin tres anguli maiores essent duobus rectis (*contr pr.* 32. 1.) igitur (*per* 19. 1.) linea CB opposita maiori angulo CDB, maior esset linea CD; quod est absurdum cum CD extra circulum cadat.

## PROPOSITIO XIX.

*Perpendicularis ad tangentem, in puncto contactus ducta, per centrum transit.*




Sit linea AB perpendicularis, ad tangentem AC, ducta per punctum contactus A. dico in AB esse centrum circuli. Sit enim si fieri potest centrum D extra illam; ducatur linea DA.

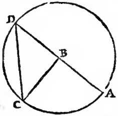
Demonstr. (*per* 18.) linea DA est perpendicularis ad tangentem: igitur angulus DAC rectus erit, sed BAC iam est rectus, igitur anguli BAC, DAC æquales essent; pars & totum quod est absurdum.

PROPO

PROPOSITIO XX.

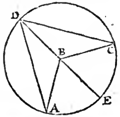
Theorema.

*Angulus ad centrum est duplus anguli ad peripheriam; si eidem arcui insistant.*



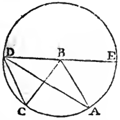

Sint anguli ABC, ADC eidem areui AC insistentes: dico angulum ABC in centro B positum, esse duplum anguli D in peripheria.triplex casus esse potest in primo latera AB, AD, coincidunt.

Demonstr. in triangulo BDC latere DB producto in A, [*per* 32. 1.] angulus externus ABC æqualis est duobus internis D & C qui cum sint æquales [*per* 5. 1.] nam lineæ BD, BC, sunt æquales: angulus ABC erit duplus anguli D.




In secundo casu latera non coincidunt, docatur linea DBE.

Demonstr. per partem præcedentem, angulus ABE est duplus anguli ADB, item angulus EBC anguli BDC, ergo totus ABC est duplus totius ADC



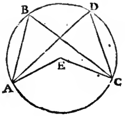

In tertio casu latera se secant, ducatur linea DBE.

Demonstr. per primam partem totus angulus FBC est duplus anguli EDC, & EBA anguli EDA, qui si auferantur ex suis totis, restabit reliquus ABC, reliqui ADC duplus.

PROPOSITIO XXI.

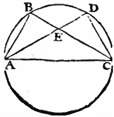
Theorema.

*In circulo qui in eodem segmento sunt anguli, sunt æquales & qui eidem arcui insistunt, etiam sunt æquales.*




Sint primo duo anguli ABC, ADC, in eodem segmento ABDC quod superet semicirculum: dico illos esse æquales, ducantur, enim ad centrum circuli E lineæ AE, CE.

Demonstr. anguli B & D in peripheria sunt vterque dimidia pars anguli E ad centrum [*per* 20.] ergo sunt inter se æquales.




Secundo sint anguli ABC, ADC in eodem segmento circuli ABDC, quod non superet semicirculum, dico illos adhuc esse æquales.

Demonstr. omnes anguli trianguli BEA sunt æquales omnibus angulis trianguli DEC, hoc est duobus rectis [*per* 32. 1.] sed anguli BEA, DEC, ad verticem oppositi [*per* 15.1.] sunt æquales: ergo reliqui duo ABE, BAE, simul sunt æquales reliquis duobus CDE, DCE; sed [*per primam partem huius*] anguli BAE, DCE, in eodem segmento BACD superante semicirculum, sunt æquales; ergo reliqui ABC CDE sunt æquales.

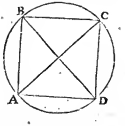
Vides angulos ABC, ACD, in eodem segmento ABDC existentes, insistere eidem arcui AC, ideoque patet angulos eidem arcui insistentes esse æquales.

PROPOSI

## PROPOSITIO XXII.

Theorema.

*Quadrilaterorum circulo inscriptorum oppositi anguli duobus rectis sunt aequales.*



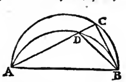

Sit quadrilaterum ABCD circulo inscriptum, dico angulos A & C oppositos, duobus rectis esse æquales. ducantur enim lineæ AC, BD.

Demonstr. trianguli ABD omnes anguli sunt æquales duobus rectis [*per* 31. 1.] igitur si loco ABD ponas ACD illi æqualem [*per* 21.] cum eidem arcui AB insistant; & loco ADB; ponas ACB illi æqualem; cum eidem arcui A B insistant, angulus A, cum angulis ACD & ACB hoc est cum angulo totali C duobus rectis æqualis erit.

## PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

*Super eâdem rectâ; constituta ad easdem partes duo segmenta circulorum similia, æqualia sunt.*



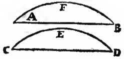

Super rectâ AB; dico ad easdem partes constituta duo segmenta similia, hoc est quæ contineant angulos æquales æqualia esse, sint enim si fieri potest ita constituta, ACB & ADB, dico illa congruere, si enim non congruunt ducatur linea AC vtrumque secans in C & D, & ducantur lineæ BD, BC.

Demonstr. patet angulum ADB externum, maiorem esse angulo C interno [*per* 21. 1.] igitur non continent angulos æquales: ergo non sunt similia segmenta: contra suppositionem.

## PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

*Super æqualibus rectis similia circulorum segmenta sunt æqualia.*



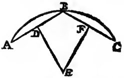

Sint super lineis AB, CD æqualibus, constituta duo segmenta circulorum AFB, CED, similia; dico illa esse æqualia.

Demonstr. intelligatur enim linea CD superponi lineæ A B quia illi æqualis est congruet, tunc segmentum CED congruet cum segmento CEF, alioquin super eâdem lineâ AB, essent constituta duo segmenta similia, & inæqualia contra [*prop.* 33.]

## PROPOSITIO XXV.

Problema.

*Dato arcu circuli totum circulum describere.*



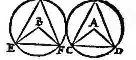

Sit datus arcus ABC perficique debeat circulus invento scilicet eius centro. in arcu dato sumo tria puncta A, B, C & duco lineas AB, BC, quibus divisis bifariam in D, & F; duco perpendiculares DE, EF, dico punctum E intersectionis, esse centrum circuli ABC.

Demonstr. cum enim ducta sit linea AB, divisa bifariam in D, & ducta perpendicularis AE, in eâ AE est centrum circuli [*per corollarium primæ huius*] est etiam in linea EF; quare debet esse in puncto E intersectionis.

## PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

*In circulis æqualibus æquales anguli, sive ad centra, sive ad peripheriam æqualibus arcubus insistunt.*




Sint anguli æquales A & B ad centra in circulis æqualibus: dico arcus CD & EF quibus insistunt esse æquales. Licet hæc propositio sit ipsamet definitio angulorum æqualium, vt diximus initio, nihilominus ita ostenditur, ducantur lineæ C D, E F.

Demonstr. cum triangula C A D, E B F habeant

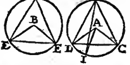
beant duo latera C A , A D , æqualia duobus EB , BF , propter æqualitatem circulorum , & angulus A sit æqualis angulo B lineæ CD & EF sunt æquales : factis autem angulis ad peripheriam G & H eum sint dimidia pars angulorum A & B æqualium , inter se æquales erunt, igitur segmenta C G D E H F sunt similia, sunt etiam supra lineas C D , E F æquales: igitur ( *per 25.* ) æqualia sunt : igitur si ex circulis æqualibus auferas segmenta CGD E H F æqualia , reliqui arcus CD , EF æquales erunt.

Vides etiam angulos G & H ad peripheriam æquales insistere arcubus CD, & EF æqualibus.

## PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

*In circulis æqualibus, anguli insistentes peripheriis æqualibus æquales sunt, sive ad centra sive ad peripheriam constituantur.*




Sint anguli A & B insistentes peripheriis æqualibus CD , EF : dico illos esse æquales , si enim hoc non est: sit A maior fiatque CAI æqualis angulo B.

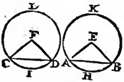
Demonstr, quia anguli C A I & B sunt æquales,erunt(*per 26.*)arcus CI & EF æquales : igitur CD,EF non erant æquales.

Pariter ad peripheriam positis arcubus C D EF æqualibus , si angulus G esset maior angulo H ; facto angulo CGI æquali ipsi H , sequeretur per 26.arcus CI,EF esse æquales.

## PROPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

*In circulis æqualibus , æquales recta æquales arcus auferunt & relinquunt.*




In circulis æqualibus sint lineæ AB , C D æquales:dico arcus AHB,CID, esse æquales , & consequenter AKB CLD ducantur enim ad centra E & F,lineæ AE BE,CF,DF.

Demonstratio. triangula AEB. CDF , habent latera AE , EB ; CF , FD æqualia propter æqualitatem circulorum, supponuntur etiam bases AB , C D æquales ; ergo (*per 8. 1.*) anguli E & F æquales sunt , & (*per 28.*) arcus A H B, CID , quibus insistunt sunt æquales, qui ablati ex circulis æqualibus relinquunt peripherias AKB,CLD,æquales.

## PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

*In circulis æqualibus , æquales periberias , æquales recta subtendunt.*

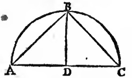
Dico si in circulis æqualibus arcus AHB CID sint æquales rectas AB CD esse æquales.

Demonstr. cum arcus AHB , CID sint æquales , erunt (*per 27.*) anguli E & F æquales , & quia in triangulis AEB , C F D latera A E, E B, sunt æqualia lateribus F C , F D , & anguli E & F sunt æquales, erunt (*per 4. 1.*) bases A B, CD æquales.

## PROPOSITIO XXX.

Problema.

*Datum arcum bifariam secare.*



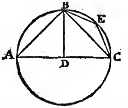

Sit data circumferentia ABC diuidenda æqualiter. due lineam A C quam diuides bifariam in D , ducesque perpendicularem DB , dico arcum ABC diuisum esse bifariam in B ; ducantur enim lineæ AB , BC.

Demonstratio. triangula ADB, C D B habent latera AD,DC æqualia, [ cum AC diuisa sit bifariam in D ] latus D B commune , & angulos BDA , BDC rectos & æquales : igitur (*per 4. 1.*) bases AB B C sunt æquales & [*per 28. 3.*] arcus AB BC sunt æquales.

## PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

*Angulus in semicirculo rectus est, in segmento superante semicirculum acutus : in segmento verò minore obtusus.*




Sit angulus ABC in semicirculo,dico illum esse rectum,ducatur ex centro D linea DB.

Demonstratio. in triangulo ADB eum latera AD, BD sint æqualia; erunt (*per* 5. 1.) anguli D A B, & D B A æquales, pariter erunt anguli D C B, & D B C æquales: igitur angulus totalis B erit æqualis duobus angulis A & C. sed in triangulo A B C tres anguli nempe A, B, & C, sunt duobus rectis æquales, (*per* 32. 1.) igitur angulus B est media pars duorum rectorum, & reliqui A & C simul, sunt alia media pars igitur est rectus.

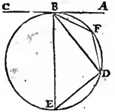
Secundò, dico angulum E existentem in segmento B E C minori esse obtusum, cum enim in quadrilatero A B E C anguli oppositi A & E æquivaleant duobus rectis (*per* 22. 3.) & angulus A sit minor recto, angulus E erit maior recto.

Tertiò, patet angulum A in segmento maiori BAC esse acutum.

PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

*Si linea circulum tangat, & à contactu ducatur alia circulum secans, anguli quos faciet cum tangente, æquales erunt iis qui in alternis segmentis fiunt.*




Sit linea AC, circulum tangens in puncto B, à quo ducatur linea BD circulum secans, dico angulum A B D, esse æqualem angulo B E D qui fit in segmento alterno D E B, & angulum D B C esse æqualem angulo BFD.

Et primo quidem si linea BD per centrum transiret perpendicularis esset (*per* 18.) faceretque angulos rectos, cum tangente: anguli item qui fierent in segmentis quæ essent semicirculi forent etiam recti (*per* 31.) igitur constaret propositio. Sed non transeat per centrum ducaturque linea B E per centrum, & iungatur linea DE.

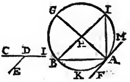
Demonstratio, linea BE (*per* 18.) perpendicularis est ad lineam A C, quare anguli A BE EBC sunt duo recti, sed tres anguli trianguli B D E æquivalent duobus rectis (*per* 32. 1.) igitur tres anguli trianguli B D E sunt æquales duobus EBC, EBA, ex quibus si auferas angulum E B C rectum & angulum B D E in semicirculo item rectum (*per* 31.) restabunt anguli E, & DBE simul uni recto æquales, & consequenter angulo A B E; sed angulus A B E est æqualis duobus D B E A B D, omnibus scilicet suis partibus; igitur anguli D B E, A B D, æquales sunt angulis D B E & E, ergo sublato communi DBE, remanet angulus A B D æqualis angulo E.

Secundò, quia anguli ABD, & D B C sunt æquales duobus rectis (*per* 15. 1.) & in quadrilatero BEDF, anguli E, & F (*per* 21.) æquales sunt duobus rectis; erunt anguli ABD, & DBC, æquales angulis E & F, ex quibus si auferas angulos ostensos æquales ABD, & E; restabunt anguli F & DBC æquales.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

*Super datâ rectâ segmentum circuli describere capiens angulum, dato æqualem.*




Sit data recta A B super quam describendum sit segmentum circuli capiens angulum æqualem angulo CDE, si angulus datus esset rectus super A B describendus esset semicirculus qui caperet angulum rectum (*per* 31) si vero angulus datus ut C D E non sit rectus; fiat angulus BAF æqualis angulo C D E & lineæ A F in puncto A excitetur perpendicularis AG, & in puncto B fiat angulus ABH æqualis angulo HAB, dico. Si ex H intervallo H A fiat circulus & illum transire per B, & segmentum A G B capere angulum I æqualem angulo CDE.

Demonstr. primò quia anguli H A B H B A facti sunt æquales; (*per* 6. 1.) lineæ HA, HB, sunt æquales; igitur circulus descriptus ad intervallum HA transit etiam per punctum B. Secondò, quia linea AF est perpendicularis ad lineam HA, transeuntem per centrum H, (*per* 16.) erit tangens circuli: & angulus F A B æqualis erit angulo I, in alterno segmento existenti (*per præcedentem*) sed angulus F A B factus est æqualis angulo C D E: igitur angulus I quem capit segmentum B G H est æqualis angulo CDE.

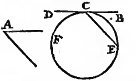
Si autem daretur angulus L D E obtusus eodem modo operandum esset quasi pro angulo CDE acuto: nam angulus qui fieret in segmento AKB esset æqualis angulo M A B, cui æqualis est angulus LDE.

PROPOSI

## PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

*Ex dato circulo auferre segmentum capiens angulum dato angulo aequalem.*



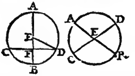

Si angulus datus esset rectus, ductâ diametro duo semicirculi caperent angulos rectos.

Si vero datetur angulus A non rectus ducatur ( *per* 17. ) circulum tangens B C D, fiatque angulus B C E aequalis angulo A. segmentum alternum E F C capiet angulum aequalem angulo BCE ( *per* 32. ) & consequenter angulo A.

## PROPOSITIO XXXV.

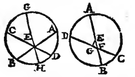
Theorema.

*Si in circulo duae rectae se secuerint: erit rectangulum comprehensum sub segmentis vnius, aequale rectangulo sub segmentis alterius comprehenso.*




Plurimi sunt casus istius propositionis primo duae lineae AB, CD, se secent in centro E. quandoquidem AE, EB, quae sunt segmenta vnius, sunt aequalia segmentis alterius CE, ED, clarum est rectangulum comprehensum sub AE EB, segmentis vnius, esse aequale rectangulo comprehenso sub CE, ED, segmentis alterius.

Secundò AB transeat per centrum E, diuidatque lineam CD bifariam in F, & ( *per* 3. ) ad angulos rectos, dico rectangulum comprehensum sub AF, FB aequale esse rectangulo comprehenso sub CF, FD, seu quadrato FD cum CF, FD, sint aequales, ducatur linea ED.




Demonstr. quia linea AB diuisa est bifariam in E, & non bifariam in F, erit ( *per* 5. 2.) rectangulum comprehensum sub A F, F B, cum quadrato EF, aequale quadrato lineae E B, aut illi aequali ED; sed quadratum ED quia angulus F rectus est ( *per* 47. 1. ) aequale est quadratis F D, E F, igitur rectangulum comprehensum sub AF, FB cum quadrato FE, aequale est quadratis FD, E F; auferatur commune quadratum FE; restat rectangulum comprehensum sub AF FB, aequale esse quadrato F D. quod erat ostendendum.

Tertiò, linea A B per centrum E transiens, secet inaequaliter lineam D C in puncto F, dico rectangulum sub AF FB, aequale esse rectangulo sub DF, F C, ex centro E ducatur ad CD perpendicularis EG, eam diuidens bifariam ( *per* 3. ) ducaturque linea CE, quae hic omissa est.

Demonstr. si rectangulum sub A F, F B, vnà cum quadrato F E est aequale quadrato E C, & pariter rectangulum sub DF, FD, vnà cum quadrato FE est aequale quadrato C E, erit rectangulum sub AF, FB, aequale rectangulo sub DF, FC. probatur autem haec ita se habere & de primo quidem cum linea A B diuisa sit bifariam in E & non bifariam in F, erit ( *per* 5. 2. ) rectangulum sub A F, F B, vnà cum quadrato FE aequale quadrato E B, aut illi aequali E C. probatur de secundò seu de rectangulo sub D F, FC, cum enim linea C D diuisa sit bifariam in G, & non bifariam in F erit rectangulum sub DF, FC, vna cum quadrato F G, aequale quadrato G C quibus si vtrinque addas quadratum EG, erit rectangulum sub DF F C, vna cum quadratis F G, G F, aut loco illorum cum quadrato EF, quod illis aequale est, ( *per* 47. 1.) propter angulum rectum G, aequale quadratis CG, G E, aut quadrato C E, quod illis aequale est, igitur rectangulum sub D F, FC, vnà cum quadrato FE aequale est quadrato E C, igitur rectangula sub AF, FB, & sub DF, FC sunt aequalia.

Quartò, si neutra C B, C D, transeat per centrum E ostendo tamen rectangula sub A F, FB. & sub CF, F D esse aequalia, ducatur per centrum E linea FE. de est F.

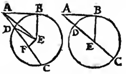
Demonstr. quia lineae G H, & C D se secant & GH per centrum transit; erunt rectangula sub GF, FH, & sub C F, F D aequalia ( *per partem tertiam huius* ) pariter erunt, rectangula sub GF, FH & sub AF, FB aequalia: igitur rectangula sub AF, FB, & sub C F FD sunt inter se aequalia.

## PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

*Si ab aliquo extra circulum puncto duae lineae ducantur vna circulum tangens alia circulum secans, erit quadratum tangentis aequale rectangulo comprehenso sub tota secante, & exteriori lineâ.*

Ex puncto A ducatur AB tangens circulum B C D, & A C secans quae primo transeat per centrum E. dico quadratum lineae A B aequale esse rectangulo comprehenso sub AC, A D. ducatur linea BE.




Demonſtr. quia linea C D diuiſa eſt bifariam in E, eique addita DA, erit (*per* 6 2.) rectangulum ſub A C, A D vnà cum quadrato rectæ E D, aut E B, æquale quadrato rectæ A E, ſed etiam quadratum rectæ A B, vna cum quadrato rectæ BE (*per* 47. 1.) eſt æquale quadrato AE, cum angulus B ſit rectus (*per* 16.) igitur quadratum A B eſt æquale, rectangulo ſub AC, AD.

Secundò, ſecans A C, non tranſeat per centrum E, ducantur lineæ A E, E D, & perpendicularis EF diuidens (*per* 3.) lineam DC bifariam, dico quadratum A B eſſe æquale rectangulo ſub AC, AD.

Demonſtr. quia linea C D diuiſa eſt bifariam in F, eique addita AD, erit (*per* 6. 2.) rectangulum ſub A C, A D vna cum quadrato F D, æquale quadrato A F, vtrique addatur quadratum EF erit igitur rectangulum ſub A C, A D, vna cum quadratis F D, E F, aut loco illorum vna cum ſolo quadrato E D, aut EB (*quod per* 47. 1) illis æquale eſt, æquale quadratis AE, FE, aut loco illorum quadrato EA illi æquali (*per* 47. 1) ſed pariter quadratum A B vna cum quadrato B E, (*per* 47. 1.) æquale eſt quadrato EA, igitur quadratum EA, eſt æquale rectangulo ſub AC, AD.

## COROLLARIVM I.

Sequitur ſi plures ab eodem puncto A ducerentur ſecantes, fore vt omnia rectangula comprehenſa ſub ſecantibus & exterioribus lineis eſſent inter ſe æqualia, eſſent enim ſingula æqualia quadrato tangentis.

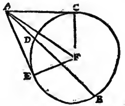
## COROLLARIVM II.

Sequitur ſecundò, ſi duæ ducantur ab eodem exteriori puncto, tangentes illas eſſe æquales.

## PROPOSITIO XXXVII.

### Theorema.

*Si rectangulum comprehenſum ſub ſecante, & exteriori lineæ æquale fuerit quadrato lineæ in circulum incidentis, hæc erit tangens.*



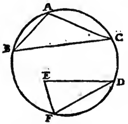

Sit ex puncto A ducta ſecans A B & alia A C incidens in circulum, ita vt rectangulum comprehenſum ſub AB, AD æquale ſit quadrato rectæ AC. dico AC eſſe tangentem; ex puncto A ex alia parte ducatur tangens AE, (*per* 17.) iunganturque lineæ FC, FE, FA.

Demonſtr. rectangulum comprehenſum ſub AB, A D (*per* 36.) æquale eſt quadrato rectæ AE, ſed ſupponitur æquale quadrato rectæ AC, igitur quadrata AC, A E ſunt æqualia, & conſequenter lineæ AC, AE. igitur triangula AFE, A F C, habent omnia latera æqualia, igitur (*per* 8. 1.) omnes angulos habent æquales, ſed quia AE eſt tangens (*per* 18.) angulus E eſt rectus; igitur angulus C rectus etiam erit, (*&* *per* 16.) linea AC tangens erit.

# EVCLIDIS ELEMENTORVM.

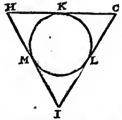
## LIBER QVARTVS.

*Definitiones.*



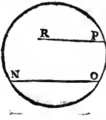

1. Figura rectilinea in circulo inſcribi & circulus figuræ circumſcribi dicitur; cum ſinguli figuræ anguli in circuli peripheria fuerint.

*Vt triangulum ABC inſcriptum eſt circulo, non DEF, & circulus triangulo ABC circumſcriptus eſt.*




2. Figura rectilinea circulo circumſcripta eſt; & circulus figuræ inſcriptus, cum ſingula figuræ latera circulum tangunt.

*Vt triangulum GHI, cuius latera tangunt circulum in punctis K, L, M, dicitur circumſcriptum circulo, & circulus inſcriptus triangulo.*



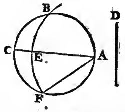

3. Linea circulo aptari aut accommodari dicitur, cuius extrema ſunt in circuli peripheria.

*Vt linea NO, non autem P R.*

### PROPOSITIO I.

Problema.

*Circulo rectam datam, diametro non maiorem accommodare.*



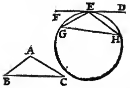

In circulo ABC ſit accommodanda linea D, ex AC abſcinde lineam AE, æqualem lineæ D; & ex A vt centro, intervallo AE; fiat circulus BEF, ſecans priorem in F, ducatur AF. dico lineam AF accommodatam in circulo, eſſe æqualem lineæ D,

Demonſtr. lineæ AE, AF (*per def. circ.*) ſunt æquales: ſed AE facta erat æqualis lineæ D, igitur linea AF eſt æqualis lineæ D.

### PROPOSITIO II.

Problema.

*In circulo triangulum inſcribere, dato triangulo æquiangulum.*




Sit in circulo inſcribendum triangulum cuius ſinguli anguli ſint æquales ſingulis angulis, trianguli ABC. ducatur (*per 16. 3.*) linea FED tangens circulum in puncto E. fiatque angulus FEG

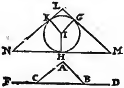
æqualis angulo C, itē angulus DEH æqualis angulo B, ducatur linea GH, & factū est quod iubetur.

Demonstr. angulus H est æqualis angulo FEG (*per* 32. 3.) sed FEG, factus est æqualis angulo C, igitur anguli H & C sunt æquales, pariter angulus G est æqualis angulo B, & consequenter cum cuiuscumque trianguli tres anguli sint duobus rectis æquales (*per* 32. 1.) reliqui A & GEH æquales erunt.

## PROPOSITIO III.

Problema.

*Circulo triangulum circumscribere dato triangulo æquiangulum.*



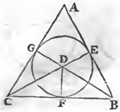
Sit datum triangulum ABC cui æquiangulum circumscribendum sit circulo. producatur latus BC in D & F, fiatque angulus GIH, æqualis angulo DBA; item angulus HIK æqualis angulo FCA, ducantur in punctis G, H, K, trea tangentes LM, MN, LN, quæ necessariò convenient, nam si duceretur linea GH, anguli MGH, MHI, minores essent duobus rectis MGI, MHI, igitur HM, GM, (*per* 31. 1.) convenient, ita ostendam alias convenire, fiet igitur triangulum, quod dico esse æquiangulum triangulo ABC.

Demonstr. omnes anguli quadrilateri MGIH, æquivalent 4. rectis, potest enim in duo triangula dividi, sed anguli G, & H sunt recti, ergo reliqui M & GIH æquales sunt duobus rectis, sed etiam anguli DBA, ABC æquales sunt duobus rectis, igitur anguli DBA, ABC æquales sunt duobus GIH & M, sed GIH factus est æqualis angulo DBA, ergo reliqui M & ABC sunt æquales. eodem modo ostendam angulum N æqualem esse angulo ACB. igitur cum tres anguli trianguli duobus tantum rectis sint æquales: reliqui L & A æquales erunt; & triangula æquiangula.

## PROPOSITIO IV.

Problema.

*Triangulo circulum inscribere.*



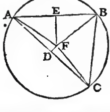
Sit inscribendus circulus triangulo ABC. Dividantur bifariam anguli B, & C [*per* 9. 1.] & ex puncto D, concursus linearum, duc lineas DE, DF, DG. perpendiculares ad singula latera, quas dico esse æquales & ita circulum descriptum ex D intervallo DE, transire per puncta F, E, G; & singula latera tangere.

Demonstr. in triangulis DEB, DFB, cum anguli E & F sint æquales, sicut DBE, DBF [cum angulus B sit divisus bifariam] & latus DB sit commune, erunt [*per* 26 1.] reliqua latera æqualia, ita lineæ DE, DF æquales erunt; eodem modo sunt DF, DG æquales. igitur poterit describi ex D circulus per E, F, G; & cum anguli E, F, G, sint recti; lineæ AB, BC, CA sunt tangentes, igitur triangulo inscriptus est circulus.

## PROPOSITIO V.

Problema.

*Triangulo circulum circumscribere.*



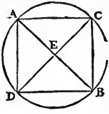
Sit circulus circumscribendus triangolo ABC. Dividantur bifariam latera AB, AC, in D, & E, ducantur que perpendiculares ED, DF. concurrentes in puncto F: dico lineas FA, FB, FC, æquales esse, ideóque circulum ex F vt centro describi posse qui transeat per A, B, C.

Demonstr. in triangolis FEA, FEB, latera EA EB sunt æqualia [quia AB divisa est bifariam] latus EF est commune, anguli FEA, FEB, sunt facti recti, igitur æquales; quare [*per* 4. 1.] bases FB, FA sunt æquales. ita lineæ FB, FC æquales erunt vt bases triangulorum ADF, CDF.

## PROPOSITIO VI.

Problema.

*Circulo quadratum inscribere.*



In dato circulo duc duas diametros AB, CD se secantes ad angulos rectos in centro E, ducantur item

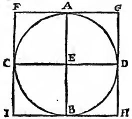
item lineæ AC, AD, DB, BC. dico factum esse quadratum.

Demonstr. in triangulis AEC, CEB cum latera AE, EB sint æqualia [*per def. circ.*] & latus EC commune, & anguli AEC, CEB recti, æquales; (*per* 4. 1.) bases A C, C B, æquales erunt; idem ostendam de aliis lateribus. Deinde in triangulo AEC angulus AEC est rectus, igitur reliqui duo E A C, E C A sunt æquales vni recto, sunt autem æquales inter se (*per* 5. 1.) quia latera AE, E C sunt æqualia: igitur quilibet est semirectus. ita semirectus est angulus E C B, quare totus angulus C compositus ex duobus semirectis rectus est; ita ostendam reliquos B, D, A esse rectos.

## PROPOSITIO VII.

Problema.

*Circa circulum quadratum describere.*



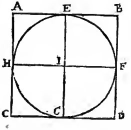
Ductis pariter duabus diametris AB, CD inuicem perpendicularibus, per puncta A, B, C, D ducantur tangentes FG, GH, HI, IF. dico factum esse quadratum circa circulum.

Demonstr. in quadrilatero AD lineæ AE, GD sunt parallelæ [*per* 31. 1.] propter angulos rectos E & D, item parallelæ sunt DE GA, quare opposita DG, EA, DE, AG [*per* 34. 1.] sunt æquales, & quia DE, EA, [*per def. circ.*] sunt æquales, omnes inter se æquales erunt. Item anguli E & G oppositi [*per* 34. 1.] æquales erunt; sed E rectus est: igitur G rectus erit. ita ostendam reliquos H, I, F, rectos esse. & lineas BH, AG eidem ED æquales esse, & inter se; quare singula latera FG, GH, HI, IF composita ex dimidiis æqualibus, æqualia esse. igitur F G H I est quadratum.

## PROPOSITIO VIII.

Problema.

*Quadrato circulum inscribere.*



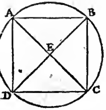
Diuidantur bifariam latera AB BD, DC, AC, in punctis E, F, G, H, ducantur lineæ EG, HF. se inter secantes in puncto I. dico. lineas I E, IF, IG, IH esse æquales & perpendiculares ad singula latera; ideoque ex puncto I descriptum circulum interuallo IE, transire per F, G, H. & singula latera eum tangere.

Demonstr. quia lineæ BD, EG coniungunt lineas EB, BD parallelas, & æquales cum sint dimidiæ laterum æqualium, erunt EG, BD parallelæ; [*per* 34. 1.] anguli D & E erunt æquales. Sed D rectus est igitur E rectus erit. ita ostendam angulos in punctis F, G, H rectus esse. quare cum lineæ BD EG sint parallelæ, & pariter parallelæ sint AB, HF, erit parallelogrammum EF; cuius lineæ EB, BF sunt æquales ex suppositione, quare reliquæ IE, IF, illis oppositæ æquales erunt [*per* 34. 1.] ita ostendam IF, I G æquales esse: sunt igitur 4. IE, IF, IG, IH æquales. ergo describi potest circulus per E, F, G, H, & propter angulos rectos in punctis E, F, G, H, latera AB, BD, DC, AC, illum tangent.

## PROPOSITIO IX.

Problema.

*Circa quadratum circulum describere.*



Ducantur diametri AC, BD, dico ex E descriptum circulum interuallo E A transire per puncta B, C, D, hoc est lineas EA, EB, EC, ED æquales esse.

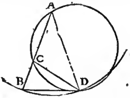
Demonstr. in triangulo D A B, cuius angulus D A B rectus est, reliqui duo æquiualent vni recto Sunt autem æquales [*per* 5. 1.] quia latera A B, A D sunt æqualia: igitur angulus A B E semirectus est eodem modo ostendam angulum E A B semirectum esse, igitur [*per* 6. 1.] lineæ EA, EB, sunt æquales. ita lineæ EB, EC, EA, ED, ostenduntur æquales.

PROPOSI

## PROPOSITIO X.

Probleema.

*Triangulum Isosceles construere cuius vterque angulus ad basin, sit duplus reliqui.*



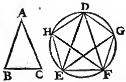

Secetur recta A B (*per* 11. 2.) ita vt rectangulum sub A B, C B, æquale sit quadrato rectæ A C. Ex A vt centro intervallo A B circulum describe in quo aptetur recta BD, æqualis lineæ A C; ducantur item lineæ A D C D dico trianguli ABD vtrumque angulum A B D, A D B duplum esse anguli A. circa triangulum A C D circulus describatur.

Demonstr. quia rectangulum sub A B, BC æquale est quadrato rectæ A C, aut D B illi æqualis; linea D B (*per* 37. 3.) tanget minorem circulum ideóque (*per* 32. 3.) erunt anguli B D C, & A æquales. quibus si addas angulum communem A D C, erunt duo A D C, C D B, seu totus A D B æqualis duobus A & A D C sed externus DCB (*per* 32. 1.) est æqualis duobus internis A, & A B C, igitur angulus D C B est æqualis angulo D: sed angulus D est æqualis [*per* 6. 1] angulo B. cum latera AD, AB, [*per def. circ.*] sint æqualia; ergo angulus D C B & B sunt æquales, & [*per* 6. 1.] latera D C, D B sunt æqualia; sed D B factum fuerat æquale lineæ A C, igitur lineæ AC, CD sunt æquales & [*per* 5.] anguli A, & ADC sunt æquales: sed angulo A, est etiam æqualis CDB, igitur tres anguli A, ADC, & CDB sunt æquales, igitur totus angulus D est duplus anguli A, sicut etiam angulus B.

## PROPOSITIO XI.

Problema.

*In dato circulo pentagonum æquilaterum & æquiangulum inscribere.*




Fiat per præcedentem, triangulum ABC, cuius anguli B, & C, sint dupli anguli A. & in dato circulo inscribatur triangulum DEF, æquiangulum triangulo A B C [*per* 2.] cuius anguli E, & F dividantur bifariam lineis EG, FH, [*per* 9. 1.] vltimo ducantur lineæ DG. GF, EH, HD. dico factum esse pentagonum DGFEH, æquilaterum & æquiangulum.

Demonstr. anguli DEG, GEF vt media pars anguli totalis DEF. sunt æquales angulo EDF, sicut etiam anguli DEH.HFE:quare [*per* 26.3.] quinque arcus D G, G F, F E, EH, HD sunt æquales. est igitur æquilaterum pentagonum. quia autem patet segmenta HG, DF, esse æqualia anguli H D G, D G F sunt æquales [*per* 27. 3.] ita omnes alij anguli probantur esse æquales: quare pentagonum erit etiam æquiangulum.

## PROPOSITIO XII.

Problema.

*Circulo pentagonum æquilaterum, & æquiangulum circumscribere.*




In dato circulo per præcedentem inscribatur pentagonum A B C D E æquilaterum, & æquiangulum. Et in punctis A, B, C, D, E ducantur [*per* 16. 3.] tangentes F G, G H, HI, I K, K F. dico factum esse quod iubetur. nam ex centro L, ducantur lineæ L A, L G, L B, L H, L C.

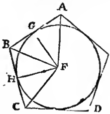
Demonstr. lineæ G A, G B ex eodem puncto G tangentes circulum [*per cor.* 36. 3.] sunt æquales; quare [*per* 8. 1.] triangula ALG, GLB, sibi mutuo congruunt. & anguli A L G, B L G sunt quilibet media pars anguli ALB, ita ostendam angulum B L H esse mediam partem anguli B L C, qui æqualis est angulo A L B, [*per* 27. 3.] cum lineæ A B, B C sint æquales: igitur anguli G L B, B L H sunt æquales; sunt etiam anguli L B H, L B G recti æquales, & latus L B commune triangulis G L B, B L H. quare [*per* 26.1.] lineæ GB, B H æquales sunt, ita ostendam lineas F A, A G æquales esse quare latera F G, G H æqualia sunt. Eadem methodo ostendam reliqua latera esse æqualia. igitur est æquilaterum pentagonum: & quia ostendimus angulos L G B, L H B esse æquales qui sunt quilibet media pars angulorum G & H erunt anguli G & H æquales. ita etiam æquiangulum erit pentagonum.

PROPOSI

PROPOSITIO XIII.

Problema.

*Dato pentagono æquilatero, & æquiangulo circulum inscribere.*



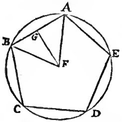

Pentagoni regularis A B C D E duos quoslibet angulos A, & B [ *per* 9. 1. ] divide bifariam lineis A F, B F; ductâque perpendiculari F G describatur circulus ex centro F intervallo F G, dico illum tangere singula latera pentagoni A B C D E. hoc est perpendiculares FG, FH, & aliàs esse æquales.

Demonstr. in triangulis AFG, BFG, cum anguli FAG, FBG sint quilibet media pars angulorum æqualium A & B erunt inter se æquales: anguli etiam in puncto G recti sunt & consequenter æquales, latus autem FG est commune igitur lineæ AG, GB, ( *per* 26. 1. ) sunt æquales; sicut BH, HC, & quia latera AB, BC sunt æqualia eorum dimidia GB, BH sunt æqualia. quadratum autem lineæ FB ( *per* 47. 1. ) est æquale, & quadratis GB, FG, sicut etiam quadratis BH, HF, igitur quadrata GB, FG, sunt æqualia quadratis BH, HF; ex quibus si auferas æqualia quadrata GB, BH, restabunt quadrata HF, FG æqualia: igitur lineæ FH, FG sunt æquales. ita ostendam reliquas perpendiculares, ductas ex puncto F, esse æquales; & consequenter circulum transire per eatum extrema.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

*Circa datum pentagonum æquilaterum & æquiangulum circulum describere.*



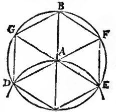

Pentagoni regularis A B C D E duo quilibet anguli A & B bifariam dividantur [ *per* 9. 1. ] lineis AF, BF, dico si ex puncto F intervallo FA describatur circulus illum transire per puncta B, C, D, E, hoc est lineas AF, FB, & cæteras esse æquales, ducatur enim perpendicularis FG, quæ sicut prius diuidet bifariam lineam AB: triangula igitur FGB FGA habentia latus FG commune, latera AG, GB, æqualia, & angulos in puncto G æquales bases FA, FB æquales habebunt ( *per* 4. 1. ) ita si ducerentur FC, FD, FE, ostenderentur æquales.

Coroll. Ex quibus facile in data figura regulari, diuisis eius angulis circulum inscribes aut eidem circumscribes, item si possis circulo figuram regularem inscribere ductis tangentibus figuram similem facile circumscribere poteris.

PROPOSITIO XV.

Problema.

*Exagonum æquiangulum, & æquilaterum dato circulo inscribere.*




Ducatur per centrum A, diameter BAC & ex C vt centro interuallo C A describatur circulus DAE; ductisque lineis DAF, EAG, coniungantur rectæ CD, CE, CF, BF, BG, DG. dico factum esse quod iubetur.

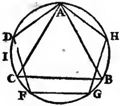
Demonstr. Primò triangulum A C E est æquilaterum, sicut & ACD, igitur quilibet angulorum vt CAE est tertia pars duorum rectorum, sicut & DAC; tres autem anguli D A C, CAE, EAF ( *per* 16. 1. ) sunt æquales duobus rectis: sublatis igitur angulis DAC, C A E duabus tertiis duorum rectorum restat angulus EAF, tertia pars duorum rectorum, & consequenter aliis æqualis; quare tres rectæ D C, CE, EF, sunt æquales, & quia anguli D A G G A B, D A F prioribus oppositi sunt ad verticem, ( *per* 15. 1. ) iis erunt æquales; & consequenter ( *per* 27. 3. ) lineæ DG, G B, B F æquales erunt prioribus, est igitur æquilaterum exagonum, eius autem quilibet angulus componitur ex duabus tertiis duorum rectorum, igitur & æquiangulum est.

Coroll. Ex eo patet latus exagoni æquale esse semidiametro.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

*Pentedecagonum æquilaterum, & æquiangulum describere in dato circulo.*




In dato circulo [*per* 2.] inscribatur triangulum æquilaterum A B C, & [*per* 11.] pentagonum regolare A D F G H. diuidatur D C bifariam in I. dico si ducantur lineæ DI, IC, CF illas esse tria latera pentedecagoni. Et si in reliquis arcubus pentagoni tres lineæ illis æqoales aptentur perfectum esse pentedecagonum.

Demonstr. quia linea A C est latus trianguli æquilateri arcus A B C erit 3. pars totius circuli. igitur si circulus sit dividendus in 15. partes arcus A D C continebit ex iis quinque, & arcus AD continet ex iis tres, neenon arcus DF alias tres; igitor in arcu D C snot duæ; & si arcus DC bifariam dividatur habebimus tres arcus DI, IC, CF, pro tribus partibus pentedecagoni & lineas subtensas pto tribus lateribus penredecagoni.

# EVCLIDIS ELEMENTORVM.

## LIBER QVINTVS.

### *Definitiones.*

6 E
A——B
C 4 D

*Pars est minor magnitudo, comparata cum maiore: vt linea C D 4. pedum, dicitur pars linea AB 6. pedum: licet C D verè non sit in ipsa linea A B, sufficit enim ad hoc, vt linea CD dicatur pars linea AB, lineam AE, aqualem linea CD, contineri in linea AB.*

*Parti respondet totum, estque maior quantitas comparata cum minori, siue eam contineat verè, siue non: modo contineat quantitatem minori aqualem.*

*Diuiditur autem pars genericè hoc modo sumpta, in partem aliquotam, & aliquantam.*

1. Pars aliquota (*quam solam hic definiuit Euclides*) est magnirudo, magnitudinis, mioor maioris; cum minor metitur maiorem. *Seu est minor magnitudo comparata cum maiore, quam aliquoties repetita pracisè adaquat: vt linea duorum pedum, est pars aliquota linea 6 pedum.*

2. Multiplex est magnirudo magnirudinis, maior minoris, eum minot nictitur maiorem. *Seu est maior quantitas comparata cum minori; à qua aliquoties repetita precisè adaquatur. vt linea 6.pedum est multiplex linea duorum pedum; est enim eius tripla.*

*Pars aliquanta est minor quantitas, comparata cum maiore, quam aliquoties repetita non adaquat pracise; vt linea 4. pedum, est pars aliquanta linea 6. pedum.*

6. 2. 3. 1.
A B C D

*Sint dua quantitates quarum vna suam consequentem toties contineat, quoties alia suam item consequentem continet: dicuntur aquè multiplices; vt si A sit tripla ipsius B, & C sit etiam tripla ipsius D; dicuntur A, & C, aque multiplices ipsarum B, & D.*

3. Ratio est duatum eiusdem generis, magnitudinom mutua quædao secundùm quaotitatem habitudo. *Dixi eiusdē generis, nā ita habet Euclides.*

4. Rationem dicũtur habete magnitudines, quæ multiplicatæ, se mutuo superate possũt. *Ad hoc autem requiritur vt sint eiusdem generis ita linea rationē nullam habet, cum quadrato, quia quantumlibet multiplicetur linea, quadratum tamen nunquam superabit.*

*Quandoquidem ratio est species relationis necessariò duos terminos requirit quorum primus (qui à Philosophis vocaretur fundamentum) dicitur à Mathematicis antecedens: terminus verò dicitur consequens. vt rationis qua est A, ad B: A dicitur antecedens, & B consequens. rationis verò qua est B, ad A, B dicitur antecedens; & A consequens.*

*Diuiditur ratio in rationem rationalem, & rationem irrationalem. ratio rationalis est inter quantitates qua communem habent mensuram, vt inter lineam 4 pedum & lineam 6. pedum, habent enim lineam duorum pedum pro communi mensura.*

*Ratio irrationalis est inter duas magnitudines incommensurabiles, id est qua nullam habent communem mensuram; vt ratio qua est lateris quadrati ad diametrum eiusdem: nulla enim potest assignari quantumuis parua linea, qua vtramque lineam pracisè*

*cisè metiatur. ideoque hæc ratio numeris exprimi non potest.*

*In eâdem ratione erunt 4. magnitudines, hoc est, eamdem rationem habebit prima, ad secundam; quam habet tertia, ad quartam; quando habebunt similem relationem, secundum quantitatem. quid sit autem habere similem relationem non ita facile explicatur, & in eo intelligendo tanta difficultas huius libri posita est. nam Euclides non dedit definitionem similitudinis rationum, quæ illius naturam explicaret: sed tantùm assignauit aliquod signum quo possemus dignoscere, vtrum 4. quantitates in eadem essent ratione. quod quidem signum licèt sit infallibile. non tamen ita clarum est, vt locum axiomatis obtinere possit. immo ferè nulla est propositio, in toto libro quæ illo clarior non sit; ideoque quæ potiori iure tanquam axioma proponi non possit. quod dedit ocasionem aliquibus eas simpliciter proponendi, sine vllâ probatione, existimarunt enim eas probè explicatas nullâ demonstratione indigere: quod quidem licet de aliquibus negari non possit, de omnibus tamen non ausim asserere ideoque mediam quandam viam inire tentabo, & relicto longo æque multiplicium circuitu, obscuriores saltem demonstrare, quod quidem præstitissent alij si necessarium iudicassent.*

5. Vult igitur Euclides 4. magnitudines in eadem esse ratione quoties auctis eadem multiplicatione primâ & tertiâ (*quæ sunt antecedentes*) auctis etiam, aliâ quacumque multiplicatione, secundâ & quartâ (*id est consequentibus*) semper euenit; vt si multiplex primæ, est maius multiplice secundæ; multiplex tertiæ, sit etiam maius, multiplice quartæ; & si est æquale, aliud sit etiam æquale; & si est minus, sit etiam minus.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A, | B, | C, | D, |
| 2. | 4. | 3. | 6. |
| 8. | 8. | 12. | 12. |
| E, | F, | G, | H |

*Vt sint 4. magnitudines A, B. C D, sumantur autem æque multiplices primæ A: & tertiæ C; sintque E, & G; item sumantur æque multiplices secundæ B, & quartæ D, sintque F & H; si quoties E, est maius, quàm F, toties G est maius quàm H; & quoties E, est æquale ipsi F, G est etiam æquale ipsi H; & quoties E, est minus quam F: G sit etiam minus quam H; ita vt hoc non tantùm semel accidat. sed in omni multiplicatione eo modo factâ id semper eueniat: tunc eadem est ratio A, ad B; quæ est C, ad D.*

*Debuerat autem probare Euclides hoc esse verum. id est quoties æque multiplicia vel vnâ excedunt, vel vna deficiunt, vel vnâ æqualia sunt toties 4. magnitudines in eadem ratione esse. quod quidem præstaremus si propositiones huius libri, sine illo signo probari non possent clariùs. Quare vt meliùs intelligatur, quid sit 4. magnitudines proportionales esse licèt possit dici, quoties prima est simile totum, vel similis pars secundæ ac tertia quartæ, id est quoties prima secundam, æqualiter continet. aut in eâ continetur; ac tertia quartam, id tamen non conuenit rationi æqualitatis: quare vt definitionem generalem assignemus; sciendum est quid sit similis pars aliquota.*

*Similes partes aliquotæ duorum totorum, sunt quarum vna toties in suo toto continetur, quoties alia in suo. vt binarius numeri senarij est similis pars, ac ternarius nouenarij, quia toties binarius in senario; quoties ternarius, in nouenario continetur quo posito.*

A, B, C, D,

*Prima, ad secundam eandem rationem habebit; ac tertia, ad quartam. Si prima toties continet, secundæ partes aliquotas quascumque; quoties tertia quartæ similes partes aliquotas continet. vt si magnitudo A toties continet magnitudinis B partes centesimas, millesimas, centies millesimas, & quascumque alias aliquotas; quoties C, continet magnitudinis D partes centesimas, millesimas centies millesimas & quascumque alias aliquotas similes; ita vt nulla sit pars magnitudinis B, quæ pluries contineatur in magnitudine A, quam similis pars aliquota ipsius D contineatur in C licèt in irrationalibus restet semper aliqua quantitas, tunc est A ad B vt C ad D. hæc proprietas est generalis conuenitque tam proportionibus æqualitatis, quam inæqualitatis, rationalibus quam irrationalibus, assignatúrque à R.P. Tacquet licèt ea non vtatur in demonstrationibus huius libri.*

6. *Maiorem autem rationem habebit prima ad secundam. quam tertia, ad quartam: quoties prima aliquam partem aliquotam secundæ, pluries continebit; quam tertia contineat similem partem aliquotam quartæ. vt* 101. *ad* 10. *maiorem rationem habet quam* 200. *ad* 20, *quia* 101. *continet centies, & semel decimam partem numeri* 10. *&* 200. *centies tantùm continet binarium, quæ est decima pars numeri* 20.

*Antequam vlteriùs progrediamur, demonstranda nobis est hæc definitio, duoque probanda, Primum est quod si fuerit eadem ratio primæ ad secundam, ac tertiæ ad quartam, id quod propositi accidet. secundum quod vbicumque hæc proprietas inuenietur, quatuor quantitates proportionales erunt. & viciss m quoties dicuntur quatuor quantitates non esse proportionales, toties ostendere possit huiusmodi proprietatem abesse.*

A, B, C, D,

*Quod ad primum attinet, nempe si fuerit A ad B vt C, ad D, quod A contineat partes aliquotas magnitudinis B, quoties C continet similes partes aliquotas magnitudinis D. hoc inquam punctum manifestum mihi videtur, si enim A continet, centies & semel decimam partem magnitudinis B, & C contineat tantum centies partem decimam magnitudinis D; magnitudo A erit maius totum respectu magnitudinis B, quam C respectu magnitudinis D, quare non eodem modò comparabitur, nec consequenter eandem relationem habebit, seu rationem, quæ sunt omnes voces synonima.*




*Secundum verò punctum ita probatur, nempe fore ut magnitudines non sint proportionales, si hæc desit proprietas, nam si AB, toties continet partes aliquotas magnitudinis CD quoties E, cõtinet similes partes aliquotas magnitudinis F dico eandem esse rationẽ AB ad CD ac E ad F si enim non sit eadẽ ratio, supponamus quantitatem AB, esse nimis magnam, quam requiratur, ut habeat eandem rationem ad CD, quã habet E ad F: abscindatur ille excessus ita ut AG ad CD eadem rationem habeat, ac E ad F. tum dividatur CD bifariam in puncto H, pariter HD, bifariam in I, & ID bifariam in K. si hoc modo semper fiat diuisio, tandem occurret quantitas minor quàm GB. sit hæc KD. quæ est pars aliquota lineæ CD, utpute nata, ex diuisione per medium. erit enim vel medietas, vel quadrans, vel octaua, vel decima sexta, &c. cum ergo eadem sit ratio lineæ AG ad CD, quæ lineæ E ad F. toties AG continebit KD partem aliquotam quantitatis CD, quoties E continet similem partem aliquotam quantitatis F, & cum GB maior quam KD, eam saltem semel contineat, AB pluries continebit KD, partem aliquotam ipsius CD, ac E continet similem partem aliquotam quantitatis F. quod est contra suppositionem, ergo si A maiorem rationem habet ad CD quàm E, ad F; A pluries continebit aliquam partem aliquotam quantitatis CD, quàm E contineat similem partem aliquotam quantitatis F.*

7. Quæ sunt in eadem ratione magnitudines proportionales vocentur.

8. Nam analogia, seu proportio est rationum similitudo.

9. Proportio in tribus nimitùm terminis consistit. *Hæc est ut sit proportio seu similitudo rationum. debent esse duæ rationes; qualibet autem ratio cùm sit relatio debet habere duos terminos: ideoque in duabus rationibus deberent esse 4. termini. ut cum dicitur ita est A ad B, sicut C, ad D: nisi unus bis repetatur ut cum dicimus ita est A ad B; sicut B, ad C.*

10. Magnitudines continuè proportionales sunt illæ quarum quæ mediæ sunt bis sumuntur, semel ut antecedentes, & semel ut consequentes *ut si sit A ad B, ut B ad C, & ita C ad D.*

A, B, C, D
1. 6. 12. 24.

11. Tunc autem dicitur A ad C, habere duplicatam rationem illius quàm habet A ad B, & A ad D habere triplicatam rationem illius quæ est A & B.

12. Magnitudines dicuntur homologæ antecedentes antecedentibus, & consequentes consequentibus *Ut si prima ad secundam, eandem rationem habet, ac tertia ad quartam, prima & secunda dicuntur homologæ. sicut secunda & quarta.*

*Sequentes definitiones sunt modi argumentandi, ad quorum præcipue probationem institutus est hic liber.*

A, B, C, D
4. 2. 6. 3

13. Alterna, seu permutata ratio; est comparatio antecedentium cum antecedentibus, & consequentium, cum consequentibus; *ut si ex eo quod sit A, ad B; ut C, ad D; ego concludam ergo ita est A, ad C, sicut B, ad D. modo tamen sint eiusdem generis. nam si A, & B essent lineæ, & C, & D quadrata, ratio argumentandi non valeret, quia linea non potest habere rationẽ ad quadratũ vide prop. 16.*

14. Conversa ratio est quando consequens instar antecedentis sumitur *Ut si ex eo quod sit A ad B sicut C ad D, ego concludam; ergo est B, ad A. sicut D. ad C. vide propositionis 16. Coroll.*

15. Compositio rationis, est cum antecedens, & consequens instar unius sumptum ad consequens comparatur. Ut si ex eo quod sit A, ad B sicut C, ad D concludam ergo est AB, ad B id est 6. ad 2; sicut CD ad D id est sicut 9. ad 3. vide propos. 18.

16. Divisio rationis est comparatio excessus antecedentis, supra consequens. ad ipsum consequens. *ut si ex eo quod sit AB, ad B ut CD, ad D concludam: ergo est A, ad B; ut C, ad D. vide propos. 17.*

17. Conversio rationis est cum antecedens, ad differentiam terminorum, velut ad consequens comparatur. *ut si ex eo quod sit AB ad B, ut CD, ad D concludam: ergo est AB, ad A; sicut CD, ad C vide propos. 18. Coroll.*

A. B. C. D.
E. F. G. H.

18. Propositio ex quo. est comparatio magnitudinum extremarum subtrahendo intermedias. *ut si ex eo quod sit ut A ad B ita E ad F, & ut B ad C, ita F ad G; & ut C ad D; ita G, ad H; ego concludam ergo. ita est A ad D, sicut E ad H.*

19. Propositio ex æquo ordinata, est cum eodem ordine comparantur quantitates in utraque serie. *ut in alio exemplo. vide prop. 22.*

A. B. E.
F. C. D.

20. Propositio ex æquo perturbata est cùm non eodem ordine comparantur quantitates in utraque serie. *at si ex eò quod sit ut A ad B, ita C, ad D: & ut B ad E; ita F, ad C, ego concludam; ergo est A, ad E: sicut F ad D vide prop. 23.*

A. B. C. D.
9. 3. 6. 2.

*Hic subijcio omnes modos argumentandi quia est ut A, ad B; ita C, ad D.*

*Alterna ratio.*
*Ergo est ut A, ad C, ita B, ad D.*
*Controuersa ratio.*
*Ergo est ut B ad A: ita D, ad C;*
*Compositio rationis.*
*Ergo erit ut AB, ad B; ita CD, ad D,*
*Diuisio rationis.* 12 3 8 2
*Ergo ita erit 6. ad 3. ut 4. ad 2.*
*Conuersio rationis.*
*Ergo erit 9. ad 6. ut 6. ad 4.*

| *Ex æquo ordinata.* | | *Ex æquo perturbata.* | |
|---|---|---|---|
| 12. 6. 3. | 8. 4. 2. | 12. 6. 2. | 24. 8. 4. |
| 12 *ad* 3. *ut* | 8. *ad* 2. | 12. 2. | 24. 4. |

*Hic liber continet propositiones Euclidis 25. quibus accesserunt alia 10. iam apud Mathematicos receptæ. 6. priores tantùm sunt usui, ut reliquæ probentur, per æque multiplices; quam methodum, quia non sequimur eas reliquimus immutato tamen reliquarum propositionum ordine, ne in citationibus*

*tionibus communibus sit aliquid difficultatis omnes propositiones sunt Theoremata.*

Petitio.

*Datis tribus quantitatibus A, B, C petitur concedi dari posse quartam quantitatem D, ad quam C, eamdem rationem habeat, quam habet A ad B.*

## PROPOSITIO VII.

*Æquales ad eandem magnitudinem eandem habent rationem; & eadem ad æquales.*

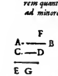
8.
A.C 4.
B.
8.

Sint magnitudines A, & B æquales, dico illas ad eandem magnitudinem C; habere eaodem rationem, si enim A non haberet eandem rationem ad C, quàm B, ad C; ergo A (*per def 5.*) aliquam partem aliquotam magoitudinis C, pluries continebit;quam B, illam contineat: ergo A maior erit coótra suppositionem.

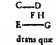
Secundò dico magnitudinem C, eandem habere ratiocem, ad magnitudines A, & B æquales, nisi enim haberet eandem rationem ad vtramque: ad alterutram verbi gratia ad A, magnitudo C, haberet maiorem rationem, quàm ad B ergo [ *per def.6.* ] aliquam partem aliquotam ipsius A verbi gratia quadrantem pluries contineret, quàm quadtantem magnitudinis B, ergo quadrans magnitudinis A minor esset, qoadrante magnitudinis B: quare & tota A minor esset, totá B.coótra suppositionem.

## PROPOSITIO VIII.

*Maior ad eandem magnitudinem, maiorem habet rationem; quam minor: & eadem ad maiorem quantitatem, minorem habet rationem,quam ad minorem.*




Sit AB maior quantitas, & C D minor. sitque tertia E, dico AB ad E, maioreo rationem habere;quàm C D habeat ad eandem E abscindatur A F æqualis magnitudini C D, tunc AF, & C D eandem rationem habebunt ad E [ *per 7.* ] intelligatur autem dinidi magnitudo E, per medium, & istud medium, iterum bifatiam, & sic deineeps taodem fit aliqua pars aliquota E G, ipsios E, quæ minor erit quàm F B & quia A F, & C D eandem habent tationem ad magnitudinem E, [ *per def.5.* ] toties eius pars aliquota E G, continebitur in AF, ae in CD, sed contioetur adhue semel in FB,cum EG minor sit quàm FB, igitur EG pars aliquota ipsius E,pluries continetur in AB,quàm In CD.quare[*per def.*16. AB maiorem habet rationem ad E,quam CD, ad E.




Dieo seeuodò, eandem magnitodinem E, ad maiorem AB, habere minorem proportionem, quàm ad minorem C D. sumatur enim quæeumque pars aliquota ipsius C D vt quadrans quæ aoferatur ex E quantum fieri potest inneniaturque in E, verbi gratià quinqnies, si nihil relinquat sed eam metiatur, certom est quod quia quadrans maioris AB maior est, quadrante ipsius CD inueniri non poterit qoinquies io ipsâ E; quare E quinquies quadrantem ipsius C D contineret & non contineret quiuquies quadrantem lineæ AB: qnare [*per def. 6.*] maiorem haberet rationem ad C D; quàm ad AB. Si vero quadrans ipsius C D quinquies sumptus in ipsà E, relinqnat F G, certum est quod qnadrans ipsius AB qui maior est quinquies sumptus, aot nihil relinquet;aut minùs relinquet.relinquat igitur HG, diuidaturque quadrans ipsius CD bifariam, & rursus bifariam donec aliqua eius pars aliquota, sit minor quam F H. sit hæc pars quadrans quadrantis; seu 16. pars ipsius C D. quia io EF erant quinque quadrantes ipsius CD io ea erunt quinquies quatuor partes 16. hoc est 10. 16. ipsius C D & quia in E H sunt 5. quadrantes ipsius AB in FH, erunt 10. partes 16. ipsius AB; & quia FH, maior est vnâ 16. ipsius CD suntque in EF 20. in EH erunt 21. partes 16. ipsius CD, & 20. tantum ipsius AB quot autem erunt 16. ipsius A B. in reliquâ H G, saltem totidem erunt partes 16. ipsius C D, eùm minores sint 16. ipsius AB. igitur tota E G pluries continet 16. partes minoris C D, quàm maioris A B. igitur [*per defin. 5.*) E G maiorem habet rationem, ad minorem C D, quàm ad maiorem AB.

## PROPOSITIO IX.

*Quæ ad eandem magnitudinem habent eandem rationem, illa æquales sunt: & ad quas eadem habet eandem rationem.*

A, B, C.

Sint magnitudines A, & B; quæ ad C, habeant eandem rationem: dico A, & B esse æquales.

Demoostr. si enim non sint æquales, alterutra ponatur maior, sitque A; ergo [*per* 8.] maior A, ad eandem C, maiorem haberet rationem,quàm B,minor contra suppositionem.

Secundò, si magnitudo C, ad A, & B; eandem habeat rationem: dico A, & B esse æquales.

Demonstr. Si enim non sunt æquales, sit A maior quàm B, ergo C ad maiorem A, minorem habet rationem, quàm ad B (*per* 8.) quod tamen est contra suppositionem,

## PROPOSITIO X.

*Quæ maiorem habet rationem ad eandem, ea maior est; & ad quam eadem habet maiorem rationem, ea minor est.*

A, B C

Magnitudo A, habeat maiorem rationem, ad C,quàm B habeat, ad eandem C;dico A maiorem esse quàm B.

Demoostr. si enim A non sit maior qnàm B, aut esset æqualis, & tunc (*per* 8.) A, & B eandem haberent rationem ad C, contra suppositionem: aot A esset minor, & tunc[*per 9.*] B haberet maiorem rationem ad C, quam habeat A ad eandem C,contra supposit.

Secundò,si C habet minorem rationem ad, A quàm ad B,dico A maiorem,esse quàm B.

Demonstr. si enim non esset maior; aut esset æqualis & tunc (*per* 8.) C ad æquales A, & B haberet eandem rationem contra suppositionem: vel A esset minor, & tunc (*per* 9.) C ad A minorem, maiorem rationem haberet, quam ad B. item contra suppositionem.

## PROPOSITIO XI.

*Quæ eidem, eadem sunt rationes inter se sunt eadem.*

A.B. C.D. E.F. 4.2. 8.4. 6.3. Sit ratio A, ad B; vt ratio C, ad D, sit etiam ratio E, ad F; vt ratio C, ad D: dico esse A, ad B; sicut E, ad F.

Demonstr. quia A eandem rationem habet, ad B; quam habet C, ad D, (*per def.* 5.) toties A continebit quascumque partes aliquotas ipsius B; quoties C continet similes partes aliquotas magnitudinis D; sed quoties C quascumque partes aliquotas ipsius D continet, toties (*per eandem* 5. *def.*) E continet, similes partes aliquotas ipsius F; igitur quoties A continet partes magnitudinis B, toties E continet similes partes magnitudinis F. ergo (*per* 5. *def.*) eadem est ratio A, ad B, quæ E, ad F.

## PROPOSITIO XII.

*Si fuerint quotcumque magnitudines proportionales; erit vt vna antecedentium ad vnam consequentium; ita omnes antecedentes, ad omnes consequentes.*

3. 9. A. B. C. D. 2. 6. Sit A, ad B; vt C, ad D. dico ita esse A, & C simul; ad B, & D simul; vt A sola, ad B solam.

Demonstr. quia A habet eandem rationem ad B; quàm C ad D; A continebit toties quascumque partes aliquotas magnitudinis B, quoties C continet similes partes magnitudinis D. ponamus A cootinere ter vnam decimam quintam partem ipsius A, C pariter continebit vnam decimam quintam ipsius D. Sed vna 15. ipsius B, iuncta vni 15. ipsius D, facit vnam 15. ipsarum B, & D simul sumptarum: igitur in magnitudinibus A, & B simul, sunt tres 15. ipsarum B, & D; quare A & C simul, toties continent vnam 15. magnitudinum B & D, quoties A sola continet vnam 15. ipsius B. quod probaui de vna 15. idem probabo de quibuslibet aliis partibus aliquotis: quare (*per def.* 5.) erit A, ad B; sicut A, & C simul; ad B, & D simul.

## PROPOSITIO XIII.

*Si duæ rationes æquales inter se fuerint: quarum vna maior fuerit aliquâ tertiâ & alia æqualium eâdem tertiâ maior erit.*

A, B, C, D, E, F, Sit ratio A, ad B, æqualis rationi C, ad D, ratio autem C, ad D, sit maior ratione E, ad F, dico rationem magnitudinis A ad B: maiorem esse ratione magnitudinis E, ad F.

Demonstr. cum enim C ad D maiorem rationem habeat quam E ad F, C plures continebit aliquam partem aliquotam ipsius D, quam E contineat similem partem magnitudinis F, sed quia est vt C ad D, ita A ad B, A toties continebit similem partem aliquotam magnitudinis B, quoties C continet similem partem ipsius D, (*per def.* 5.) ergo A plures continebit aliquam partem aliquotam magnitudinis B, quàm E contineat similem partem magnitudinis F: quare (*per def.* 5.) maior erit ratio A ad B, quam E, ad F.

## PROPOSITIO XIV.

*Si prima ad secundam, eandem habuerit rationem quam tertia ad quartam: & prima maior, æqualis aut minor fuerit tertiâ, secunda quoque quartâ maior, æqualis, aut minor erit.*

6. 3. 4. 2. A B, C, D, Sit A ad B, sicut C, ad D. dico primò, si A maior sit quam C. B quoque quam D maior erit.

Demonstr. quia A maior est, quàm C, (*per* 9) erit maior ratio A, ad B, quàm C, ad eandem B, sed vt A, ad B, ita C, ad D. quare (*per* 13.) minor erit ratio C ad B, quàm C ad D quare (*per* 10.) B quàm D maior erit.

Dico secundò, si A sit æqualis ipsi C, B fore æqualem ipsi D.

Demonstr. cum enim A, & C sint æquales, (*per* 8. eadem erit ratio A ad B, & C ad B, sed vt A, ad B, ita C, ad D, igitur (*per* 11.) ita erit, C, ad B. & C ad D quare (*per* 9.) B, & D æquales erunt.

Dico tertiò, si A minor sit quam C; B quoque minorem esse quàm D.

Demonstr. quia enim A minor est quàm C, (*per* 8.) erit maior ratio C, ad B, quàm A, ad B, sed vt A ad B, ita C ad D, igitur maior erit ratio C ad B, quàm C ad D, quare (*per* 10.) B minor erit quam D.

## PROPOSITIO XV.

*Æque multiplices in eâdem sunt ratione, ac magnitudines quarum sunt multiplices.*

G. 2. K. 3 F. 2. I. 3 E. 2. H. 3 6. 2. 3. 9 C A B D Sint duæ quantitates A, & B, quarum C, & D sint æque multiplices: hoc est C toties contineat magnitudinem A, quoties D contineat ipsam B: dico ita esse C, ad D, sicut A, ad B. intelligatur C diuidi in partes E, F, G, æquales ipsi A, quod fieri potest cum sit illius multiplex, diuidatur pariter D in partes H, I, K, ipsi B æquales, tot erunt in D partes magnitudini B æquales, quot sunt in C, partes magnitudini A æquales, cum sint æque multiplices.

Demonstr. erit E ad H, sicut A, ad B, cùm sint æquales, ita erit F, ad I, sicut A ad B, pariter ita erit G ad K, vt A, ad B, igitur (*per* 11.) ita erunt omnes E, F, G, seu C, ad omnes H, I, K, seu D, sicut A, ad B.

COROLLA

## COROLLARIVM.

*Totidem partes aliquota duorum totorum, in eâdem ſunt ratione, ac tota Oſtendimus in ſuperiori propoſitione, ita eſſe E, ad H, ſicut A ad B, & pariter F, ad I, ſicut A, ad B, quare* [ per 11.) *licebit concludere, ita ſunt E, F, ſimul ſeu duo trientes magnitudinis C, ad H, I duo trientes magnitudinis D, ſicut A, ad B, ſed oſtendimus etiam ita eſſe C, ad D, ſicut A, ad B, igitur duo trientes magnitudinis C, ſe habent ad duos trientes magnitudinis D, ſicut tota C, ad totam D.*

## PROPOSITIO XVI.

*Si 4. magnitudines proportionales fuerint, & eiuſdem rationis: etiam alternatim proportionales erunt.*

12. 8. 9. 6.
A. B C. D

Sit A, ad B, vt C, ad D, ſintque magnitudines eiuſdem rationis, hoc eſt, vel omnes lineæ, vel omnes ſuperficies, vel omnes ſolidæ. Dico ita eſſe A, ad C, ſicut B, ad D.

Demonſtr. ſi enim hoc ita non eſt, ſit maior ratio A. ad C, quàm B, ad D: quare (*per def. 6.*) A pluries continebit aliquam partem aliquotam magnitudinis C, quàm B contineat ſimilem partem aliquotam ipſius D. ponatur A continere quater trientem magnitudinis C; & B ter tantùm continere trientem magnitudinis D. intelligatur A diuidi in quatuor quadrantes, ſicut & B quanduquidem tota A, ſeu quatuor eius quadrantes, continent quater trientem magnitudinis C, ſinguli quadrantes vnum trientem continebunt, ſi enim ſinguli vnum non continerent, in duobus triens non eſſet bis, nec in quatuor quater. qoia verò quatuor quadrantes ipſius B, ſeu tota B, non continet quater trientem magnitudinis D; nec ſinguli quadrantes vnum quadrantem continebunt, quare tres quadrantes magoitudiois A, tres trientes ipſius C ſaltem continebunt; hoc eſt non erunt minores ipsâ C; tres autem quadrantes magnitudinis B, non continebunt tres trientes ipſius D, ſeu illâ erunt minores, aliunde tamen qoia [*per ſuperius coroll.*] tres quadrantes magnitudinis A, ſe habent ad tres quadrantes magnitudinis B, vt tota A, ad totam B; & vt tota A, ad totam B, ita C ad D, erunt, vt tres quadrantes magnitudinis A, ad tres quadrantes magnitudinis B; ita C, ad D; quare [*per* 14.] ſi tres qoadrantes magnitudinis A, non minores ſunt tertiâ C, tres quadrantes magnitudinis B, non minores erunt magnitudinis D, quod tamen oſtenſum eſt eſſe falſum, non igitur A, haber maiorem ratiunem ad C, quàm B ad D: neque B, ad D, maiorem habet rationem, quàm A, ad C, propter eandem rationem: igitur æqualem habent.

## LEMMA.

*Si prima ad ſecundam fuerit; vt tertia ad quartam; etiam quælibet pars aliquota primæ, ad ſecundam erit; vt ſimilis pars aliquota tertia, ad quartam.*

16. 3. 32. 6.
A. B. C D.
E. F.
4. 8.

Sit A, ad B; vt C, ad D. dico quamcumque partem aliqootam E, magnitudinis A verbi gratia quadrantem; ita eſſe ad B, ſicot quadrans, F ipſius C, eſt ad D.

Demonſtr. ſi enim boc ita non eſt, ſit maior ratio E, ad B; quàm F, ad D, igitur [*per 6. defi*] E aliquam partem ipſius B pluries continebit quàm F contineat ſimilem partem ipſius D. E contineat quater trientem ipſius B; & F ter tantum contineat trientem ipſius D, ſi fieri poteſt. igitur magnitudo E bis ſumpta octies continebit trientem ipſius B, & F bis ſumpta non contineret octies trientem ipſius D. & E quater ſumpta, ſeu A contineret decies ſexies trientem ipſius B, & F quater ſumpta, ſeu C, non contineret decies ſexies trientem ipſius D, igitur [*per 6. def.*] non eſſet A, ad B, ſicut C ad D; contra ſuppoſitionem, ſequitur eodem modo, etiam ita eſſe duos quadrantes ipſius A ad B, ſicut duos ipſius C. ad D.

## COROLLARIVM.

*Quod in Euclide eſt poſt 4. propoſitionem. Conuerſa ratio, ſi prima ad ſecundam fuerit vt tertia ad quartam: erit ſecunda ad primam vt quarta ad tertiam.*

4. 8. 6. 12.
A.B. C.D.
E. F.
$\frac{1}{}$
1. 1 $\frac{}{2}$.

Si ſit A, ad B: ſicut C, ad D: dico conuertendo ita eſſe B, ad A: ſicut D, ad C, nam [*per ſuperiorem*] erit A, ad C, ſicut B ad D. [*per eandem*] erit vt B ad A, ita D ad C.

*Quia tamen hic modus argumentandi ſupponit 4. quantitates eſſe einſdem rationis, licet hoc coroll. ſit vniuerſale, demonſtrari debet alio modo*

Sit igitur A, ad B: vt C ad D. dico ita eſſe B, ad A: vt D ad C. ſit enim ſi fieri poteſt maior ratio B, ad A, quàm D ad C quare [*per def. 6.*[ B pluries continebit aliquam partem aliquotam ipſius A, quàm D ipſius C. B contineat octies quadrantem E, ipſius A: & D tantum ſeptics contineat quadrantem F, ipſius C; ſi fieri poteſt, quia A eſt ad B, vt C ad D; etiam (*per Lemma ſuperius*) quæcumque pars aliquota ipſius A, vt quadrans E, erit ad B, vt F quadrans ipſius C ad D, & (*per idem Lemma*) ita erit quadrans E octies ſumptus ad B, vt totidem quadrantes F, ad D. hoc tamen falſum eſſet niſi eſſet B ad A, ſicut D ad C nam 8. quadrantes E, non ſuperarent ipſam B cum quadrans E octies contineatur in B, & 8. qoadrantes F, lineæ C, ſuperarent lineam D, cum in D quadrans F ſepties tantùm contineatur: igitur B ad A non habet maiorem rationem, qnàm [illegible] ad C.

## PROPOSITIO XVII.

Diuiſio rationis.

*Si compoſita magnitudines proportionales fuerint; & diuiſa proportionales erunt.*

B 3. 6. D
A 5. 10. C

Sit AB, ad B: ſicut CD, ad D; dico ita eſſe diuidendo A, ad B: ſicut C, ad D.

Demonſtr.

Demonſtr. quia eſt AB ad B : ſicut CD ad D: AB ( *per def.* 5. ) toties continebit quaſcumque partes aliquotas magnitudinis B , quoties C D, continet ſimiles partes ipſius D ponamus in AB eſſe 8.trientes magnitudinis B , totidem in C D erunt trientes magnitudinis D. anferendo ipſam B auferuntur tres ipſius trientes & totidem trientes magnitudinis D , dum aufertur ipſa D. igitur reſtabunt quinque trientes in A , ipſius B; & in C ipſius D. & quod dixi de trientibus de aliis quibuſcumque partibus aliquoris oſtendi poteſt , igitur ( *per def.* 5. ) ita eſt A ad B , ſicut C ad D.

## PROPOSITIO XVIII.

Compoſitio rationis.

*Si diuiſa magnitudines proportionales fuerint ; & compoſita proportionales erunt.*

B 3. 6. D
A.5. 10. C.

Sit A , ad B : vt C . ad D : dico componendo ita eſſe AB , ad B : vt CD, ad D.

Dem.quia eſt A ad B vt C,ad D toties A continet quaſcumque partes aliquotas . ipſius B : quoties C continet ſimiles ipſius D. B autem toties continet eaſdem partes aliqootas ſuas; quoties D ſuas ſimiles continet:qnare ſi vtrinque addantor partibus in A & C contentis : tot erunt partes aliquotæ magnitudinis B , in AB : quot ſunt ſimiles partes magnitudinis D. in CD:quare (*per def.* 5.)erit AB ad B:vt CD ad C.

## COROLLARIVM.

Conuerſio rationis.

*Ex his demonſtrari poteſt conuerſio rationis.*

B 3. 6. D
A 5. 10. C

*Sit vt AB , ad B , ita CD , ad D. dico ita eſſe A B ad A ſicut CD ad C.*

*Demonſtratio. quia eſt A B ad B , vt C D ad D , erit diuidendo* ( per 17. ) *vt A ad B : ita C, ad D & conuertendo* ( per cor.16. ) *vt B , ad A, ita D ad C. & componendo* ( per 18. ) *vt AB ad A;ita CD, ad C.*

## PROPOSITIO XIX.

*Si fuerit vt tota, ad totam : ita ablata ad ablatam, & reliqua ad reliquam erit , vt tota ad totam.*

B 4. a. D
A.1a. 6.C

Sit vt A B ad CD , ita B ad D. dico ita eſſe reliquam A ad C , vt AB ad CD.

Demonſtr. quia eſt vt AB ad CD , ita B ad D: erit permutaodo ( *per* 16. ) vt AB ad B, ita CD, ad D , & ( *per cor.* 18 )per conuerſionem rationis vt AB ad A,ita CD ad C , & rurſus permutando vt AB,ad CD,ita A,ad C.

## PROPOS. XX. & XXI.

In hoc modo.

*Argumentandi non ſunt neceſſaria continenturque in 22. & 23.*

## PROPOSITIO XXII.

Ordinata ratio.

*Si ſint quotcumque magnitudines , & alia totidem, quæ bina & bina in eadem ordinatâ ratione ſumantur ex æquo extrema in eadem ratione erunt.*

12. 6. 1. 6. 3. 1.
A, B, C. D, E, F

Sint tres magnitudines A, B , C , & aliæ totidem D, E, F binæ in eâdem ratione ordinatâ. hoc eſt ſit A ad B:vt D,ad E,& B ad C,vt E,ad F;dico eſſe extremas in eadem ratione, hoc eſt vt A ad C ita D ad F.

Demonſtr. ſi hoc non ita ſit : ponatur eſſe maior ratio A , ad C , quam D , ad F; igitur (*per def.*6.) A continebit pluries aliquam partem aliquotam ipſius C , quam D , ipſius F : ſit hæc pars dimidia ita vt A contineat 12. partes dimidias ipſius C, & D tantum 11. partes dimidias ipſius F , ſi fieri poteſt , & quia eſt vt B ad C. ita E ad F , B tot continebit partes dimidias magnitudinis C, quot E continet dimidias magnitudinis F , ſint vtrobique 6. quare A continens 12. dimidias ipſius C maiorem habebit rationem ad B , continentem 6. dimidias eiuſdem C, quam D continens tantùm 11. dimidias magnitudinis F : ad E continentem 6. dimidias eiuſdem F : quod eſt contra ſuppoſitionem;igitur eſt A ad C : vt D ad F.

## PROPOSITIO XXIII.

Perturbata ratio.

*Si ſint tres magnitudines , & alia totidem in eâdem ratione perturbatâ ; etiam extrema in eâdem ratione erunt.*

A B.C ; D.E.F.G
12.6.3. 8. 4.2.1.

Sint tres magnitodines A, B , C : & aliæ totidem D, E, F , in eâdem ratione perturbatâ:hoc eſt ſit A ad B:vt E ad F,& B ad C,vt D ad E.dico ita eſſe A ad C,vt D ad F.

Demonſtr. addatur quantitas G , ita vt ſit vt B ad C ; ita F ad G. quia igitur eſt vt A ad B, ita E ad F : & vt B ad C:ita F ad G;erit(*per* 22. ] vt A ad C,ita E ad G.rurſus quia eſt vt B ad C, ita D ad E,& F ad G,eadem erit ratio[*per* 11.] D ad E,quæ F ad G,& permutando[*per* 16.]vt D ad F: ita E ad G , ſed vt E ad G,oſtendimus ita eſſe A ad C igitur vt A ad C ita erit D ad F.

PROPO

## PROPOSITIO XXIV.

*Si prima ad secundam habeat eandem rationem, ut tertia ad quartam: sit autem quinta ad secundam ut 6. ad quartam: erit prima cum quinta ad secundam, ut tertia cum sexta ad quartam.*

E F
4. 6.
6. 2. 9. 3.
A. B. C. D

Sit A ad B, vt C, ad D, & E, ad B vt F, ad D: dico totam AE ad B, ita esse; vt totam CF ad D.

Demonstr. quia est E ad B, vt F ad D: erit conuertendo vt B ad E, ita D ad F, quia igitur est vt A ad B, ita C ad D, vt B, ad E, ita D, ad F, erit [*per* 22.] vt A, ad E: ita C, ad F. & componendo [*per* 18.] vt AE, ad E, ita CF ad F: quare cum sit vt A E ad E ita CF ad F: & vt E ad B, ita F ad D: erit ex æquo (*per* 22.) vt AE, ad B: ita CF ad D.

## PROPOSITIO XXV.

*Si 4. magnitudines proportionales fuerint maxima, & minima reliquis duabus maiores erunt.*

B D.
8. 6.
4. 3. 4. 3
A. C. E. F

Sint magnitudines AB, CD, E, & F proportionales: sitque A B maxima, F minima. dico duas AB, & F reliquis duabus maiores esse.

Demon. quia est AB ad CD, vt E ad F, & AB est maior quam E, CD etiam maior erit quam F (*per* 14.) quare ex CD abscindatur C, æqualis ipsi F, & ex AB, abscindatur A, æqualis ipsi E; erit igitur vt AB, ad CD; ita A ad C & (*per* 19.) ita erit reliqua B, ad D, vt tota AB ad CD, sed AB maior supponitur quam CD, igitur B maior erit quam D quia autem A & E sunt æquales, si illis addantur F, & C item æquales, erunt A, & F simul; æquales ipsis E & C simul sumptis. quare si primis addatur B, maior, & posterioribus D minor, erunt AB & F maiores ipsis C D & E: quod erat ostendendum.

*Reliquæ 9. propositiones huius libri, non sunt Euclidis, quia tamen a plerisque authoribus citantur quasi essent Euclidis. ideo illas non prætermisimus.*

## PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

*Si prima ad secundam maiorem rationem habeat; quam tertia ad quartam: habebit conuertendo quarta ad tertiam maiorem rationem: quam secunda ad primam.*

9. 4. 6. 3.
A, B, C. D.
E
8.

Sit maior ratio A ad B, quam C, ad D. dico conuertendo maiorem D, ad C esse rationem; quam B ad A. ponatur enim esse E ad B, sicut C ad D.

Demonstr. quia A ad B habet maiorem rationem quàm C ad D, vt autem C ad D: ita E ad B: maior quoque erit ratio A ad B, quàm E ad B, & (*per* 10.) A maior est quam E. quia autem est E, ad B. sicut C, ad D: conuertendo (*per cor.* 10.) erit B ad E, sicut D, ad C, sed B habet minorem rationem ad maiorem A, quam ad minorem E (*per* 8.) igitur maior est ratio D ad C, quam B ad A.

## PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

*Si prima ad secundam maiorem rationem habeat, quã tertia ad quartam, permutando prima ad tertiam maiorem rationem habebit; quàm secunda ad quartã.*

9. 4. 6. 3.
A, B, C, D
E.
8.

Habeat A ad B, maiorem rationem quam C ad D: dico permutando maiorem rationem esse, A ad C, quam B ad D, sit enim vt C ad D, ita E ad B.

Demon. erit rursus maior ratio A ad B: quàm E ad B, & [*per* 10.] A maior erit quam E: cum igitur A sit maior quam E, erit maior ratio A ad C quam E ad C. & quia est E ad B vt C ad D, erit permutando vt E ad C ita B ad D [*per* 16.] igitur erit maior ratio A ad C quam B ad D.

## PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

*Si prima ad secundam maiorem rationem habeat quam tertia ad quartam: prima quoque cum secunda ad secundam maiorem rationem habebit, quam tertia cum quarta ad quartam.*

9. 4. 6. 3.
A, B, C, D
E.
8.

Sit maior ratio A ad B, quàm C ad D: dico maiorem esse rationem AB ad B, quàm CD ad D, sit enim vt C ad D, ita E ad B.

Demonstr. quia est maior ratio A ad B, quàm E ad B: E minor, erit quàm A [*per* 10.] & additá communi B, AB maior erit quam EB. quia autem est vt E, ad B, ita C ad D erit componendo [*per* 18.] vt EB ad B, ita CD, ad D, & quia AB maior est, quàm EB: erit [*per* 7.] maior ratio AB, ad B: quàm EB, ad B: igitur maior est ratio AB ad B, quàm CD, ad D.

## PROPOSITIO XXIX.

*Si prima cum secunda ad secundam maiorem rationem habeat quam, tertia cum quarta ad quartam: etiam diuidendo prima ad secundam maiorem rationem habebit, quam tertia ad quartam.*

9. 4. 6. 3.
A. B. C. D.
E.
8.

Habeat A B maiorem rationem ad B, quàm C D, ad D: dico A ad B, maiorem rationem habere quam C ad D. sit enim vt CD, ad D, ita EB ad B.

Demonstr. maior erit ratio A B ad B, quàm EB ad B: & [*per* 10.] AB maior erit, quam E B, & auferendo communem B, A maior erit, quàm E, quia autem est vt EB ad B, ita CD ad D, erit diuidendo [*per* 17.] vt C ad D, ita E ad B. sed quia A maior est quàm E, erit [*per* 8.] maior ratio A ad B: quàm E ad B: ergo maior erit ratio A ad B: quàm C ad D.

## PROPOSITIO XXX.

*Si prima cum secunda ad secundam, maiorem rationem habeat quam tertia cum quartâ ad quartam: habebit per conuersionem rationis prima cum secundâ ad primam; minorem rationem, quam tertia cum quartâ ad tertiam.*

9. 4. 6. 3.
A. B. C. D.

Sit maior ratio AB, ad B, quàm CD ad D. dico minorem esse rationem AB ad A, quàm CD ad C.

Demonstr. quia est maior ratio AB ad B, quàm CD ad D, erit (*per* 29.) maior ratio A ad B quàm C ad D, ergo conuertendo (*per* 26.) maior erit ratio D, ad C, quàm B, ad A: & (*per* 28.) componendo maior erit ratio C D, ad C quàm AB ad A.

## PROPOSITIO XXXI.

*Si sint tres magnitudines quæ in maiori sint ratione quàm aliæ tres: prima priorum maiorem rationem habebit ad tertiam, quam prima posteriorum ad suam tertiam.*

16. 10. 3. | 9. 6. 2.
A. B. C. | D. E. F.

Sit maior ratio A, ad B, quam D, ad E: item sit maior ratio B, ad C, quàm E, ad F: dico maiorem esse rationem A ad C, quam D ad F.

Demonstr. quia est maior ratio A ad B, quàm D ad E erit permutando (*per* 27.) maior ratio A ad D, quàm B, ad E: & quia est maior ratio B, ad C, quàm E, ad F, maior quoque ratio erit B, ad E quàm C, ad F. ergo multo maior est ratio A ad D quàm C, ad F, igitur permutando (*per* 27.) erit, maior ratio A, ad C, quam D, ad E.

## PROPOSITIO XXXII.

*Si sint tres magnitudines in maiori ratione quam aliæ tres in perturbatâ ratione illis respondentes: erit ex æquo maior ratio primæ priorum ad tertiam: quam primæ posteriorum ad suam tertiam.*

B F
12. 3.
13. 6. 2. 4. 1. 1.
A, C, E : H, I, K,

Sit maior ratio A, ad C, quàm I ad K, item sit maior ratio C ad E quàm H ad I. dico maiorem esse rationem A, ad E: quàm H, ad K.

Demonstr. sit enim B quæ eandem rationem habeat ad C, quàm habet I ad K, & quia A ad C, habet maiorem rationem quam I ad K, A, ad C, maiorem rationem habebit quam B, ad I: quare (*per* 10.) A maior erit quam B, sit etiam vt H, ad I, ita C ad F, & quia C ad E habet maiorem rationem quam H ad I, maior erit ratio C ad E, quàm C ad F. vnde (*per* 10) F maior erit, quàm E. quia autem est vt B, ad C, ita I ad K. & vt C ad F ita H ad I, erit (*per* 23.) vt B ad F, ita H ad K; sed A maior quàm B, maiorem habet rationem ad F; quàm B [*per* 8.] igitur est maior ratio, A ad F; quàm H, ad K, & quia E, minor est quàm F: [*per* 8.] multo maior erit ratio A ad E, quam A ad F; igitur maior est ratio A ad E, quàm H: ad K.

## PROPOSITIO XXXIII.

*Si sit maior ratio totius ad totum, quam ablati ad ablatum, erit reliqui ad reliquum maior ratio quam totius ad totum.*

13. 4. 6. 2
A. B. C. D

Sit maior ratio totius A B, ad totam CD, quàm ablatæ B, ad ablatam D. dico maiorem esse rationem reliquæ A, ad reliquam C, quàm totius AB, ad totam CD.

Demonstr. quia maior est ratio A B ad C D, quam B, ad D: erit conuertendo [*per* 26] maior ratio AB ad B quam CD ad D, & [*per* 30.] per conuersionem rationis minor erit ratio A B ad A, quàm CD ad C, & rursus conuertendo [*per* 26.] minor erit ratio AB ad CD, quàm A ad C.

## PROPOSITIO XXXIV.

*Si sint quotcumque magnitudines, & aliæ totidem; sitque maior ratio primæ priorum, ad primam posteriorum; quam secundæ priorum, ad secundam posteriorum & hæc maior quam ratio tertiæ priorum, ad tertiam posteriorum, & ita deinceps: maior erit ratio omnium simul priorum, ad omnes simul posteriores, quam omnium priorum relictâ primâ, ad omnes simul posteriores relictâ primâ; minor tamen quam sit ratio primæ priorum ad primam posteriorum, maior denique quam sit ratio vltimæ priorum ad vltimam posteriorum.*

12. 8. 4. 4. 3. 2.
A, B, C, E, F, G,

Sit maior ratio A ad E quam B ad F, & hæc maior quam C ad G, & ita consequenter si essent plures. Dico primo, rationem omnium antecedentium A, B, C, ad omnes consequentes E, F, G, maiorem esse ratione vltimæ antecedentium ad vltimam consequentium scilicet C ad G.

Demonstratio. cum sit maior ratio A, ad E, quàm B ad F, erit permutando [*per* 26.] maior ratio A, ad B; quàm E ad F; & [*per* 28.] componendo est maior ratio A B ad B, quam EF ad F, & permutando [*per* 26.] maior erit ratio AB ad EF; quàm B ad E; sed ratio C, ad G, est adhuc minor ratione B, ad F; igitur ratio AB ad FE maior est ratione C ad G; & componendo [*per* 28.] maior est ratio A B C ad EFG, quàm C ad G. quod est primum.

Dico secundò, rationem omnium priorum ad omnes posteriores, scilicet ABC ad EFG; maiorem esse, ratione omnium priorum relictâ primâ, ad omnes posteriores relictâ primâ, scilicet ratione BC ad FG.

12. 8. 4. 4. 3. 2.
A, B. C, E, F, G.

Demonstr. quia est maior ratio A ad E, quàm B ad F; erit permutando maior ratio A ad B, quàm E ad F; & componendo, maior ratio AB ad F; quàm EF, ad F: & permutando maior ratio AB ad EF, quàm B, ad F: quia igitur maior est ratio totius AB ad totam EF, quàm ablatæ B: ad ablatam F: maior erit ratio reliquæ A, ad reliquam E, quàm totius AB ad totam EF: & per eandem rationem; maior erit ratio B, ad F, quàm BC, ad FG; multo ergo maior est ratio A ad E: quàm B C ad F G; & permutando maior

maior est ratio A ad BC ; quàm E , ad F G : & componendo maior erit ratio A B C , ad E F G, quàm BC , ad FG : quod est secundo loco propositum.

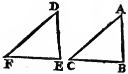
Dicò tertiò , maiorem esse rationem A, ad E : primæ scilicet priorum , ad primam posteriorum , quàm omnium priorum ad omnes posteriores , id est quam ratio ABC ad EFG.

Demon quia maior est ratio vt ostendimus totius ABC,ad totam EFG,quàm ablatæ B C , ad ablatam FG,erit(*per* 33. ) maior ratio reliquæ A, ad reliquam E:quàm totiua ABC ad totam EFG: quod erat demonstrandum.

# EVCLIDIS ELEMENTORVM.

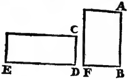
## LIBER SEXTVS.

### *Definitiones.*



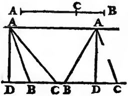

Prima , similes figuræ rectilineæ sunt , quæ & angulos singulos singulis æqualea habent : & latera citca æquales angulos proportionalia. *Vt triangula ABC , DEF , erunt similia si angulus A fuerit angulo D æqualis, & angulus B, angulo E, & consequenter angulus C , angulo E. sitque vt AB , ad BC : ita DE ad EF : & vt EF, ad FD: ita BC ,ad CA,*

Secunda , reciprocæ figuræ sunt illæ quæ ita se habent vt in vtrâque & antecedentes termini rationum fuerint & consequentes. *Hoc est tunc figuræ sunt reciprocæ cum in vna figura est antecedens proportionis cuius consequens est in alia : in quâ est antecedens alterius proportionis cuius consequens est in prima : vel dum comparatio desinit in figurâ , in quâ inceperat. vt in duobus parallelogrammis , si esset vt AB , ad CD : ita D E , ad BF:ea essent reciproca.*




Tertia,linea secta est extremâ,ac mediâ ratione, eom eadem est ratio totius lineæ , ad maiua segmentum,quæ est maiotis segmenti ad mious.*Vt si linea AB,ita secetur in C,vt sit eadem ratio AB,ad AC:quæ est AC,ad CB.*






Quarta,altitudo figuræ est linea perpendicularis à vertice figuræ ad basin ducta.*Vt in triangulis ABC linea AD. siue cadat intra figuram siue extra, triangula autem , & parallelogramma eandem habentia altitudinem , inter easdem parallelas collocari possunt, vt bases BC , collocentur in eadem linea, si altitudines seu perpendicu'ares A D , A D sint æquales cum propter duos angulos rectos in punctis D , D. sint parallelæ, linea BC, A A , illas coniungentes* ( per 33. 1.) *parallelæ erunt , pariter triangula ABD , ABC quorum bases B D , BC sunt in eadem linea B C , & habent eundem verticem sunt inter easdem parallelas & habent eandem altitudinem AD.*

Quinta , ratio ex rationibus componi dicitur, cum rationum quantitatea inter se multiplicatæ aliquam rationem effecerint.

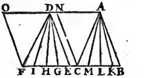
*Sciendum est quamcumque rationem , seu proportionem vnius quantitatis , ad aliam habere suum nomen quod nomen sumitur ab aliquo numero significante quomodo se habeat antecedens ad consequens , nam ita se habet vt numerus à quo sumitur denominatio se habet , ad vnitatem , quod intelligendum est de proportionibus rationalibus , nam in irrationalibus maior est difficultas , ita si proponantur duæ magnitudines , vna duodecim pedum , alia 6. pedum , dicimus rationem primæ , ad secundam ; esse duplam ita vt a binario sumatur nomen indicans , quod prima sit ad secundam, vt binarius ad vnitatem quod si proponeretur pro prima 4. & pro secunda . 12. diceremus esse proportionem subtriplam,ita vt triens esset denomina-*

*er rationis*, 4. *ad* 12. *indicans* 4. *ad* 12. *ita se habere vt triens ad vnitatem*, *quando autem sunt plurima continuo quantitates verbi gratia tres* 12. 6. 2. *denominator rationis* 12. *ad* 6. *qua est dupla*, *est binarius* : *denominator rationis* 6. *ad* 2. *qua est tripla est ternarius*, *si velis habere denominatorem rationis* 12. *ad* 2. *multiplica denominatores rationum* 12. *ad* 6. & 6. *ad* 2. *id est binarium per ternarium*, & *fient* 6. *ratio igitur* 12. *ad* 2. *est sextupla*, *qua componi dicitur ex rationibus* 12. *ad* 6. & 6. *ad* 2. *id est ex dupla*, & *tripla quia eius denominator fit ex multiplicatione denominatorum scilicet binarij* & *ternarij*. *est enim proportio sextupla*, *bis tripla*, *quando igitur dicimus rationem componi ex aliis rationibus*, *nihil intelligimus aliud*, *quam denominatorem illius*, *fieri per multiplicationem denominatorum aliarum rationum*.

## PROPOSITIO I.

Theorema.

*Triangula & parallelogramma quorum eadem fuerit altitudo se habent vt bases.*



Sint duo triangula ABC, DEF quorum altitudo sit eadem. Dico primo, eandem esse rationem trianguli ABC, ad triangulum DEF, quæ est basis BC, ad basin, EF.

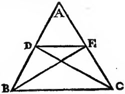
Demonstr. intelligatur basis EF diuisa in quotcumque partes æquales verbi gratia in 4. & ex puncto D ducantur lineæ DG, DH, DI, & linea BC quadrantem lineæ EF contineat ter. sintque lineæ CM, ML, LK, quæ sint singulæ æquales lineis EG, GH, HI, IF. ducanturque lineæ AK. AL, AM, triangula DEG, DGH, DHI, DIF. singula sunt æqualia (*per* 38.1.) quia sunt supra bases æquales, & in eisdem parallelis: igitur sunt quadrantes trianguli DEF: & quia triangula ABC, DEF habent altitudines æquales (*per def.* 4 (etiam in iisdem parallelis erunt. & triangula AKL, ALM, AMC, habentia bases æquales eum triangulis EDG, EGH, DHI, DIF. illis æqualia erunt. ergo quot erunt quadrantes lineæ EF, in linea BC, tot erunt quadrantes trianguli DEF, in triangulo ABC, & quod ostendi de quadrantibus, potest etiam ostendi de quibuslibet partibus aliquotis: igitur (*per def* 5. 5.) vt basis BC, ad basin EF, ita triangulum ABC, ad triangulum DEF.

Quia veto parallelogramma ABCN, DEFO sunt dupla triangulorum ABC, DEF. (*per* 41.1.) se habebunt vt triangula, (*per* 5.5.) sed triangula sunt vt bases; igitur parallelogramma ABCN, DEFO inter easdem parallelas, seu eandem habentia altitudinem se habent vt bases.

## PROPOSITIO II.

Theorema.

*Si in triangulo ducatur linea vni lateri parallela hæc secabit latera proportionaliter. quod si linea duo trianguli latera fecet proportionaliter, hæc erit alteri lateri parallela.*



Sit in triangulo ABC, ducta linea DE, lateri BC parallela. dico latera AB, AC secta esse in D, & E proportionaliter : hoc est ita esse AD, ad DB vt AE, ad EC. ducantur lineæ BE, DC.

Demonstr. triangula DBE, DEC eandem basin DE habentia, & inter easdem parallelas DE, BC, (*per* 38. 1.) æqualia sunt. igitur (*per* 7.5.) ita erit triangulum ADE ad DBE, sicut ad DEC, sed vt triangulum ADE ad DBE, ita basis AD, ad basin DB (*per* 1.) [*cum eamdem habeant verticem*, & *consequenter vna eademque esset vtrique altitudo quam ostenderet perpendicularis que posset duci ex puncto E ad lineam A B*] & vt triangulum ADE, ad triangulum DEC, ita basis AE ad basin EC. igitur vt linea AD ad lineam DB, ita linea AE, ad lineam EC.

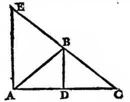
Secundò, si sit vt AD, ad DB, ita AE, ad EC, dico lineam DF esse parallelam lineæ BC.

Demonstr. est enim sicut priùs vt AE, ad EC, ita triangulum ADE ad triangulum DEC, & vt AD ad DB, ita idem ADE ad DBE, igitur idem triangulum ADE eandem habet rationem ad DBE, & DEC, quare (*per* 9.5.) triangula DBE DEC sunt æqualia, quæ cum eandem basin DE habeant (*per* 39.1.) erunt inter easdem parallelas DE, BC.

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*Si linea angulum trianguli bifariam diuidens, basin secet, eam in segmenta reliquis lateribus proportionalia diuidet. Si verò linea angulum diuidens secuerit basin in segmenta reliquis lateribus proportionalia, eum bifariam diuidet.*



Trianguli angulus ABC, diuidatur bifariam linea BD. dico esse vt AB, ad BC, ita AD, ad DC.

DC, producatur linea BC, ita vt BE, sit æqualis lineæ AB, ducaturque linea AE.

Demonstr. angulus A B C externus respectu trianguli AEB est æqualis angulis A E B, BAE; (*per* 32. 1.) qui cum sint æquales (*per* 5. 1.) quilibet eorum erit media pars anguli ABC, sed etiam anguli ABD, D B C sunt eiusdem anguli ABC media pars cum sit diuisus bifariam: ergo angulus ABD est æqualis angulo BAE, qui cum sint alterni; lineæ AE, BD erunt parallelæ (*per* 28. 1.) & (*per* 2. 6.) erit vt EB aut AB illi æqualis ad BC, ita AD ad DC, quod erat demonstrandum.

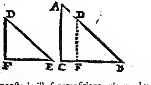
Secundò, linea BD diuidat basin A C, in segmenta AD, DC, proportionalia lateribus AB, BC, hoe est sit vt AD ad DC, ita AB ad BC, dico angulum ABC diuisum esse bifariam, factâ eâdem constructione; quia lineæ A B, E B sunt æquales, erit vt EB ad B C, ita A D ad D C, igitur (*per* 2. 6.) lineæ A E, D B sunt parallelæ, & consequenter (*per* 30. 1.) anguli EAB, A B D æquales erunt. est autem totus ABC, (*per* 32. 1.) æqualis duobus angulis internis B A E, B E A, qui æquales sunt (*per* 5. 1.) ergo reliquus DBC est æqualis angulo E. sunt igitur anguli A B D, D B C æquales, ergo diuisus est angulus A B C bifariam.

## PROPOSITIO IV.

### Theorema.

*Triangula æquiangula habent latera circa equales angulos proportionalia; & opposita æqualibus angulis homologa.*

Sint duo triangula ABC, D F E æquiangula, id est angulus, B sit æqualis angulo E, & angulus A, angulo D, & angulus C, angulo F. Intelligatur angulus E superponi angulo B æquali, coœgruent.



Demonstr. in illa superpositione quia angulus F externus supponitur æqualis angulo C opposito; erunt (*per* 29. 1.) lineæ AC, DF, parallelæ, ergo erit vt BD ad D A; ita BF, ad F C; & componendo per conuersionem rationis (*per corol.* 18. 5.) erit vt BA, ad BD, ita BC, ad B F, & permutando (*per* 16. 5.) erit vt A B, ad BC; ita DB ad FB. eodem modo, applicando angulum F supra C sibi æqualem ostenderem ita esse AC, ad CB, sicut DF ad FE. vides autem latus AB, quod est antecedens in ratione A B ad BC, opponi angolo C. & latus DE, quod est antecedens in ratione DE, ad E F opponi angulo F æquali angulo C. quod est esse homologa.

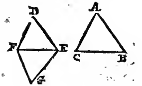
## COROLLARIUM.

Ex hoc patet quod si ducatur in triangulo vt in ABC linea D F, parallela lateri A C; fiunt duo triangula A B C D B F, æquiangula, & similia.

## PROPOSITIO V.

### Theorema.

*Si triangula habeant latera proportionalia, erunt æquiangula; & anguli oppositi lateribus homologis, erunt æquales.*



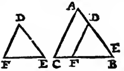
Sit in triangulis ABC; DEF, vt A B ad BC ita DE, ad EF, vt BC, ad AC; ita EF, ad DF. dico angulos A & D, B & E, C & F esse æquales, fiat angulus FEG, æqualis angulo B, & angulus EFG æqualis angulo C; reliquus G reliquo A æqualis erit. quia omnis trianguli tres anguli æquiualent duobus rectis (*per* 32. 1.) & ita triangula ABC, EFG, sunt æquiangula.

Demonstratio. quia triangula A B C, E F G, sunt æquiangula erit (*per* 4.) vt EF ad EG, ita BC, ad AB, sed vt B C ad A B, ita supponitur EF ad ED, igitur ita est EF ad E D vt E F ad EG: igitur (*per* 7. 5.) ED & EG sunt æquales. ita F G & F D erunt æquales. quia autem utraque DEF, EFG habent omnia latera æqualia (*per* 8. 1.) sibi inuicem coœgruent, & singulos angulos habebunt æquales ita angolus D angulo G erit æqualis, sed angulus G, erat æqualis angulo A, igitur anguli A & D erunt æquales; ita reliqui anguli B & E, C & F æquales erunt.

## PROPOSITIO VI.

### Theorema.

*Si duo triangula vnum angulum æqualem habeant; circa quem latera sint proportionalia: æquiangula erunt triangula.*




Triangula ABC, DEF habeant angulos B, & E æquales, sitque vt AB, ad BC; ita DE ad EF. dico triangula ABC, DEF, esse æquiangula. intelligatur enim anguls E, superponi angulo B; quia æquales sunt, congruent.

Demonstr. quia ita est AB, ad BC, vt DE, ad EF, erit permutando (*per* 17. 5.) vt A B ad DE ita BC ad EF, & diuidendo (*per* 18. 5. vt AD ad DE; ita CF, ad FE, igitur (*per* 2.) D F, AC, sunt parallelæ, & anguli F & C, D & A oppositi ad easdem partes (*per* 29. 1.) æquales erunt igitur æquiangula sunt triangula ABC, DEF.

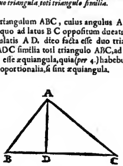
## PROPOSITIO VII.

Relinquatur.

## PROPOSITIO VIII.

*In triangulo rectangulo perpendicularis ducta ab angulo recto, ad latus oppositum diuidit triangulum in duo triangula toti triangulo similia.*

Sit triangulum ABC, cuius angulus A sit rectus à quo ad latus B C oppositum ducatur perpendicularis A D. dico facta esse duo triangula ABD, ADC similia toti triangulo ABC, ad quod, sufficit esse æquiangula, quia (*per* 4.) habebunt latera proportionalia, si sint æquiangula.




Demon. enim triangula ABC, ABD, habeant angulos BAC, BDA rectos æquales, & angulum B communem reliqui B A D & C æquales erunt (*per* 32. 1.) & erunt æquiangula, eodem modo triangula ABD, ADC, toti ABC æquiangula, inter se æquiangula erunt.

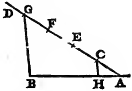
## COROLLARIVM.

Ex eo sequitur lineam A D esse mediam proportionalem inter lineas B D, D C, nam quia triangula ADB, ADC sunt æquiangula, erit vt BD latus oppositum angulo BAD, ad A D latus oppositum angulo B, ita AD quod opponitur angulo C æquali ipsi BAD, ad DC latus oppositum angulo DAC æquali angulo B.

## PROPOSITIO IX.

Problema.

*A data recta imperatam partem auferre.*



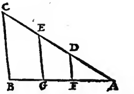

Ex linea AB sit auferenda 4. pars ducatur linea AD infinita componens angulum A, in qua abscindantur 4. lineæ æquales AC, CE, EF, FG; ducaturque linea BG, & illi parallela C H, dico lineam AH esse quartam partem lineæ A B.

Demonstr. quia linea C H est parallela lateri GB, erit [*per* 4.] vt AC ad CG, ita AH, ad HB, & componendo [*per* 18.] vt AG, ad A C; ita A B ad AH sed AG continet quater lineam AC, igitur AH est quarta pars lineæ AB.

## PROPOSITIO X.

Problema.

*Datam lineam ita secare, vt alia recta secta fuerit.*




Sit linea AB ita secanda vt recta AC secta fuerit, ducatur recta BC, & illi parallelæ EG, DF: dico factum esse quod requiritur.

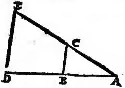
Demonstr. cum enim lateri EG ducta sit parallela DF, ita erit [*per* 4.] A D ad DE, vt AF ad FG, hoc primum: & componendo vt D E, ad FG, ita AE, ad AG, & quia lateri BC ducta est parallela EG, erit etiam vt AE, ad EC, ita FG, ad GB, ergo ex æquo [*per* 22. 5.] erit vt DE, ad EC ita FG, ad GB.

PROPO

## PROPOSITIO XI.

Problema.

*Duabus datis rectis lineis tertiam proportionalem inuenire.*



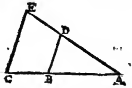

Sint datæ duæ rectæ A B, A C quibus inuenienda est tertia proportionalis, ita disponantur vt angulum efficiant:abscindatur linea BD,æqualis ipsi AC, ductæque lineæ BC fiat parallela DE,secans AC productam in puncto E,dico CE esse tertiam proportionalem.

Demonstratio. cum enim linea C B, sit parallela lateri DE erit (*per* 4.) vt A B, ad B D, ita AC ad CE, & cum BD, & AC sint æquales; ita erit AB ad AC, sicut AC ad CE. quod erat ostendendum.

## PROPOSITIO XII.

Problema.

*Tribus datis lineis quartam proportionalem inuenire.*



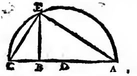

Sint tres lineæ AB, B C, A D, quarum A D angulum faciat. iis quærenda sit quarta proportionalis. ducatur linea DB, & illi parallela CE, occurrens lineæ AD productæ in E.dico DE esse quartam proportionalem.

Demonstr. cum enim lateri EC, linea DB sit parallela: erit vt ABad BC, ita AD ad DE, ergo DE est quarta proportionalis.

## PROPOSITIO XIII.

Problema.

*Duabus lineis mediam proportionalem inuenire.*



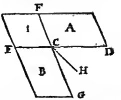

Sint datæ AB, BC: quibus quærenda est media proportionalis, tota AC secetur bifariam in D,& ex D vt centro fiat semicirculus interuallo DA, ducaturque B E perpendicularis. Dico ita esse AB, ad BE, vt BE, ad BC. ducantur lineæ AE, CE.

Demonstr. angulus AEC in semicirculo (*per* 31. 3.) rectus est & (*per coroll.* 8.) perpendicularis BE media est proportionalis inter A B, BC, quod faciendum erat.

## PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*Parallelogramma æqualia, & æquiangula habent latera circa angulos æquales, reciproca:& parallelogramma quorum circa æquales angulos latera reciprocantur, sunt æqualia.*




Parallelogramma A & B sint æquiangula & habeant latera circa angulos C æquales reciproca hoc est ita sit DC,ad CE,sicut GC ad CF, dico, A & B esse æqualia.

Demonstr. anguli C ita coniungantur, vt lineæ DCE faciant vnam lineam;tunc lineæ FCG etiam vnam lineam efficient; nam si FC producta non caderet supra CG,cadat in H, igitur anguli oppositi HCE, DCF (*per* 15. 1.) æquales essent contra suppositionem; cum anguli G & D supponantur æquales,perficiatur igitur parallelogrammum.

Demonstr. quia A & B sunt æqualia: erit vt A ad I, ita B ad I, (*per* 7. 5.) sed (*per* 1.) vt A ad I, ita basis DC, ad basin CE; & vt B, ad I; ita basis GC ad basin CF,igitur vt D C ad C E, ita GC,ad CF.quod est primum.

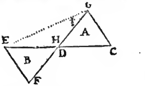
In eadem constructione si latera reciprocentur, hoc est sit vt DC, ad CE; ita GC,ad CF; dico A & B æqualia esse.nam (*per* 1.) vt DC ad CE, ita A ad I, & vt GC,ad CF,ita B ad I ergo vt A ad I,ita B ad I; quare (*per* 9. 5.) A, & B æqualia sunt.

PROPOSI

## PROPOSITIO XV.

Theorema.

*Æqualia triangula, & vnum angulum æqualem habentia, habent reciproca latera circa angulum æqualem. Et triangula quorum reciproca sunt latera circa angulum æqualem, æqualia sunt.*




Sint triangula A & B æqualia, quorum anguli in puncto D sint æquales. dico latera circa æquales angulos, esse reciproca. hoc est ita esse CD ad DE, sicut DF, ad DG. coniungantur anguli æquales, ita vt sint oppositi, & sicut prius CDE, erit vna linea, & GDF alia. ducaturque linea GE.

Demonstr. quia triangula A, & B sunt æqualia, ita erit (*per 7. 5.*) A ad H, vt B ad H, sed quia A & H habent eundem verticem, G; (*per 1.*) erit vt A, ad H; ita basis CD, ad basin DE: & quia B & H eundem habent verticem E; erit (*per eundem*) vt B ad H, ita basis DF ad DG, igitur est CD, ad DE; sicut DF, ad DG.

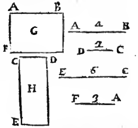
Secundò, in eadem suppositione, dico si latera reciprocentur hoc est si sit CD ad DE, vt DF, ad DG, triangula A & B esse æqualia.

Demonstr. cum enim sit vt CD, ad DE, ita DF, ad DG, & sicut basis CD, ad basin DE, (*per 1.*) ita sit A ad H, & sicut DF, ad DG, ita sit B ad H, ita erit A ad H, sicut B ad H, igitur (*per 9. 5.*) triangula A & B sunt æqualia.

## PROPOSITIO XVI.

Theorema.

*Si quatuor lineæ proportionales fuerint; rectangulum contentum, sub extremis: æquale est rectangulo contento sub mediis. Et vicissim si rectangula, sub extremis; & sub mediis æqualia sint lineæ proportionales erunt.*




Sit vt AB, ad CD, ita CE, ad AF, & ex AB, AF extremis fiat rectangulum G, item ex CD, CE mediis fiat rectangulum H. dico G & H esse æqualia.

Demonstr. cum enim rectangula G & H sint æquiangula, & latera sint reciproca nempe vt AB ad CD, ita CE ad AF, (*per 14.*) G & H æqualia erunt.

Secundò, si G & H æqualia sint (*per eandem*) erit vt AB ad CD; ita CE ad AF.

### COROLLARIUM.

*Ex hac propositione demonstratur regula trium in quâ datis tribus numeris, quæritur quartus proportionalis. si enim dentur tres numeri AB 4, CD 2, CE, 6, AF, 3; qui vltimus ignoretur. multiplico 6. per 2. fit 12. rectangulum H. quod cum sit æquale ipsi G, habetur rectangulum G, estque etiam 12, cuius latus AB, est 4. diuido 12, per 4. & prouenit aliud latus AF, quod est 3.*

## PROPOSITIO XVII.

Theorema.

*Si tres lineæ proportionales fuerint; erit rectangulum sub extremis; æquale quadrato mediæ. Et vicissim si quadratum mediæ, & rectangulum sub extremis sint æqualia; tres lineæ proportionales erunt.*




Sit AB ad DE, sicut DE, ad BC. dico si ex AB, & BC extremis fiat rectangulum illud esse æquale quadrato lineæ DE. sumatur linea DE bis.

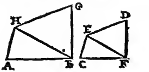
Demonstr quia ita est AB prima ad secundam DE; vt secunda DE, ad BC. (*per 16.*) rectangula sub AB, BC, & sub DE, DE sunt æqualia: sed rectangulum sub DE, DE est eius quadratum. igitur rectangulum sub AB, BC extremis, æquale est quadrato mediæ DE.

Vicissim si rectangulum sub extremis. æquale sit quadrato mediæ erit (*per 16.*) vt AB, ad DE ita DE ad BC, quod est eas lineas proportionales esse.

## PROPOSITIO XVIII.

Problema.

*Super datâ rectâ describere dato rectilineo simile similiterque positum rectilineum.*




Sit data recta AB, super quam describendum est rectilineum simile rectilineo CD. dividatur CD in triangula, ductâ scilicet lineâ FE: & supra lineam AB fiant duo anguli ABH, & A æquales angulis CFE, & C; quare (*per 32. 1.*) triangula ABH, CFE æquiangula sunt. item fiant anguli HBG, BHG, æquales angulis EFD, FED, sunt etiam triangula HBG, EFD æquiangula. dico rectilineum AG simile esse rectilineo CD.

Demonstr. cum triangula partialia vtriusque polygoni

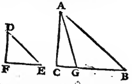
polygoni fint æquiangula, patet tota polygooa esse æquiangula.

Deinde quia triangula ABH, CFE funt æquiangula; erit (*per* 4. 6.) vt H A, ad A B, ita E C ad CF; & vt AB ad BH, ita C F ad F E; item quia triangula HBG; E F D funt æqoiangula ita erit HB, ad BG. vt EF ad FD. ergo (*per* 22 5.) erit ex æquo vt A B, ad B G; ita C F, ad F D. & ita de teliquis lateribus: igitot duo polygooa habent & angulos æquales, & latera circa illos proportionalia: ergo per [*def.* 1.) funt fimilia.

## PROPOSITIO XIX.

Theorema.

*Triangula fimilia funt in duplicatâ ratione laterum homologorum.*




Sint triangula ABC, DEF, fimilia. id eſt fint æquiangula. dico triangulum A B C, ad D E F habere tationem duplicatam illius quæ eſt baſis BC ad baſio EF. hoc eſt fi BC, eſſet dupla ipſiua E F. ttiangulum A B C eſſet bis duplum triaoguli DEF. ratio eſt fi triangulum ABC eſſet æqualis altitudinis eum ttiangulo DEF, cum baſis BC fit dopla baſis EF; triangulum ABC eſſet duplom ttianguli DEF, quia vero duplo altius eſt, erit duplo duplum. fiat igitut vt BC ad EF, ita EF ad CG (*per* 11.) dico A B C ad D E F habere tationem duplicatam tationis BC ad EF, hoc eſt eſſe vt B C ad CG & hoc eſt habere rationem duplicatam (*per* 8. *def.*)

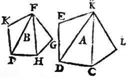
Demonſtr. quia angulus C eſt æqualis angulo F ex ſuppoſitione, & eſt vt BC, ad EF, ita EF, ad C G; vt autem B C ad E F, eum triangula fint æquiangula (*per* 4.) ita fit A C ad D F. ita igitur eſt AC ad DF, ficur EF ad CG, igitut triangula ACG DFE, habent citca angulos æquales C & F latera reciproca: (*ergo per* 15.) funt æqualia. Sed ita eſt ttiangulom A B C ad ttiangulum ACG habens eundem verticem A (*per* 1.) vt baſis BC. ad baſin CG, igitur triangulum ABC, ad triangulum D E F; etir vt B C ad C G, quod erat oſteodendum.

## PROPOSITIO XX.

Theorema.

*Similia Polygona in totidem fimilia triangula homologa totis diuiduntur Et pol, ona fimilia duplicatam habent rationem laterum homolegorum.*






Sint polygona fimilia A & B, dico ea diuidi poſſe in totidem triangula fimilia. quæ fint fimiles partes ſuorum tototum. ducantut enim lineæ CK, KD, HF, FI.

Demonſtr. quia polygona A & B funt fimilia (*per* 8. *def.*) anguli L & G etunt æquales, eritque vt KL, ad LC, ita FG ad GH, quare (*per* 6.) triangula K L C, F G H æquiangula erunt. ita oſtendam triangula KCD, & FKI eſſe etiam æqoiangula. & quia totus angolus C, erat æqualis angulo H, & totos D toti I (*per eandem def.* 8.) & anguli L C K, G H F funt æquales; item KDE, & FBK. cum triangula fint oſteoſa æquiangula. eruot anguli KCD, KDC, angulis FHI, FIH æquales, & triangulum KCD æquiaogulum triangulo FHI. igitur omnia triangula funt fingula fingulis fimilia.

Dico ſecundo, ea eſſe totis ptopottionalia, hoc eſt vt tota polygona funt intet ſe, ita ttiangula fibi reſpondentia.

Demonſtr. quia polygona funt fimilia, ita etit LC, ad C D ficut GH, ad HI; & permutando (*per* 16. 5.) ratio LC ad GH, eadem etit ac CD ad HI. ſed triangulum KLC, ad triangulum FGB fimile; eſt in duplicatâ tatione latetis L C ad latus GH, & ttiangulum K C D etiam in duplicata ratione latetis C D ad H I. igitur ttiangulum KLC, ad ttiangulum FGH, erit vt K C D ad F H I, & ita oſtendam etiam eſſe KED ad FKI. quate (*per* 12. 5.) ita erunt omnia ttiangula polygoni A, ad polygonum B, ficut vnum ex ttiangulis, ad ttiangulum fibi reſpondens.

## COROLLARIVM.

*Ex eo ſequitur quacunque rectilinea fimilia, ſe habere in ratione duplicatâ laterum homologorum: nam ſe habent vt triangulum ad triangulum fibi fimile quæ* (per 19.) *funt in ratione duplicatâ laterum homologorum.*

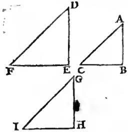
Secuodò, fi tres lineæ fint contiouè proportionales; erit vt ptima ad tertiam; ita quæcumque figura tectilinea ſupra primam deſcripta, ad figuram fimilem ſupra ſecundam deſetiptam, fic enim etit in ratione duplieatâ latetum homologorum.

## PROPOSITIO XXI.

Theorema.

*Rectilinea eidem fimilia inter ſe fimilia funt.*

Sint rectilinea ABC, DEF, eidem rectilineo GHI fimilia: dico ea inter ſe fimilia eſſe.

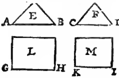



Demonstr. anguli A & D, eidem G sunt æqualia: quare inter se æqualia sunt, & ita de aliis, & quia est (*per def* 8.) vt GH ad HI, ita AB ad BC & etiam DE ad EF, ita erit AB ad BC, sicut DE ad EF & ita de aliis lateribus: quare rectilinea ABC, DEF (*per def*. 8 (similia sunt.

## PROPOSITIO XXII.

Theorema.

*Si quatuor lineæ proportionales sint, polygona similia supra illas descripta erunt proportionalia. Vicissim si polygona similia supra quatuor lineas descripta sint proportionalia, lineæ proportionales erunt.*




Sit vt AB ad CD ita GH, ad KI. dico si supra AB, & CD sint descripta polygona similia E & F; & supra GH KI alia similia L, & M; esse vt E ad F, ita L ad M.

Demonstr. E ad F (*per coroll.* 1.) est in duplicata ratione, rationis AB ad CD sed eadem est ratio GH ad KI, ac ratio AB ad CD, igitur E ad F est in duplicata ratione rationis GH, ad KI, sed etiam L ad M, est in duplicata ratione rationis GH ad KI. igitur est vt E, ad F; ita L, ad M.

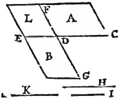
Dico secundò, si sit vt E ad F, ita L ad M. ita etiam esse AB ad CD; vt GH ad KI.

Demonstr. Cum enim ratio E ad F (*per coroll.* 1.) sit duplicata rationis AB ad CD, & ratio E ad F, sit eadem ac ratio L ad M, ratio L ad M duplicata erit rationis AB ad CD. sed etiam ratio L ad M (*per coroll.* 1.) est duplicata rationis GH, ad KI: igitur rationes AB, ad CD; & GH ad KI sunt eædem.

## PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

*Parallelogramma æquiangula rationem habent: ex laterum rationibus compositam.*



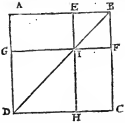

Sint parallelogramma A & B æquiangula, dico rationem A ad B componi ex ratione CD ad DE, & ratione DF ad DG: hoc est si fiat vt CD ad DE, ita H ad I & vt FD ad DG ita I ad K. ita esse A ad B vt H ad K. coniungantur enim parallelogramma prope angulos æquales, ita vt CDE, FDG componant rectas lineas.

Demonstr. quia (*per* 1.) est vt CD ad DE, ita A ad L, vt autem CD ad DE, ita est H ad I, ita erit A ad L sicut H ad I; & quia etiam (*per* 1.) ita est L ad B, sicut basis FD ad DG, vt autem FD; ad DG; ita est I ad K. erunt tres quantitates A, L, B, & aliæ tres H, I, K, ita vt sit vt A ad L, ita H ad I, & vt L ad B; ita I ad K, igitur ex æquo (*per* 22. 5.) erit vt H ad K, ita A ad B. ratio autem H ad K componitur ex ratione H ad I hoc est CD ad DE, & ratione I ad K, hoc est FD ad DG: igitur ratio A ad B componitur ex rationibus CD ad DE, & DF ad DG.

## PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

*In omni parallelogrammo parallelogramma quæ sunt circa diametrum, & toti, & inter se sunt similia.*




In parallelogrammo AC sint circa diametrum BD parallelogramma EF, GH; dico ea & toti & consequenter inter se esse similia.

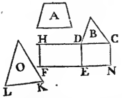
Demonstr. Parallelogramma EF, & AC, angulum B communem habent & propter parallelas HE, DA, anguli BEI & A externus & internus (*per* 29. 1.) sunt æquales; igitur sunt æquiangula. Deinde in triangolo BAD, cum linea EH sit parallela lateri AD erunt (*per coroll.* 4.) triangula BEI, BAD æquiangula & (*per* 4.) erit vt BE ad EI, ita AB, ad AD; igitur latera parallelogrammorum, AC, EF sunt proportionalia, alia etiam latera eodem modo se habent, cum [*per* 34. 1.] opposita latera sint æqualia, igitur AC; & EF sunt

ſunt ſimilia. eodem modo oſtendam AC, & GH eſſe ſimilia: ergo EF, & GH ſunt ſimilia.

## PROPOSITIO XXV.

Problema.

*Conſtituere rectilineum æquale dato, & alteri ſimile.*



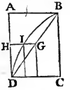

Sit conſtituendum rectilineum æquale dato, A; & ſimile ipſi B. ſupra CD, fac (*per* 34. 1.) parallelogrammum CE, æquale rectilineo B, & ſupra DE in dato angulo N fiat parallelogrammum DF, æquale ipſi A. hoc eſt ita vt angulus DEF ſit æqualis ipſi N. ſic enim CDH, erit vna linea. inter lineas CD, DH, quæratur (*per* 13.) media proportionalis; ſitque KL, ſupra quam (*per* 18.) fiat rectilineum O, ſimile ipſi B. dico O eſſe æquale rectilineo A.

Demonſtratio. quia KL eſt media proportionalis inter CD & DH, erit vt CD, ad KL, ita KL ad DH, & (*per corol.* 2. 20.) erit polygonum ſupra primam CD, quod eſt B, ad polygonum ſimile ſupra ſecundam KL, deſcriptum quod eſt O, vt prima CD, ad tertiam, ſed vt CD, ad DH (*per* 1.) ita eſt CE, ad DF. igitur vt B ad O, ita eſt CE ad DF, ſed CE, eſt æquale rectilineo B, & DF, ipſi A, igitur vt B ad O, ita B ad A. quare (*per* 9. 5.) A & O æqualia ſunt. Sed O factum eſt ſimile ipſi B igitur O eſt æquale rectilineo A, & ſimile rectilineo B.

## PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

*Si intra parallelogrammum, aliud minus, & ſimile conſtituatur, communem angulum cum illo habens: diameter maioris, tranſit per angulos minoris.*




Sit parallelogrammum AC, intra quod ſit aliud ſimile DG. communem habens angulum D. dico diametrum DB. tranſire per G angulum minoris.

Demonſtr. ſi enim non tranſit per G tranſeat per I, ita vt ſit diameter DIB. ducatur linea per I, parallela lineæ HD, fiatque parallelogrammum DI quod (*per* 24.) erit ſimile toti, vnde erit vt IH ad HD, ita AB ad AD, ſed vt AB ad AD ita ſupponitur HG ad HD, cum GD ſupponatur ſimile toti AC, igitur erit vt IH ad HD, ita GH ad eandem HD, quare (*per* 9. 5.) GH, IH eſſent æquales. non igitur tranſit DB per aliud punctum quam per G.

## PROP. XXVII. XXVIII. XXIX.

Relinquuntur.

## PROPOSITIO XX.X.

*Datam lineam extremâ, ac mediâ ratione ſecare.*



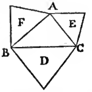

Sit ſecanda recta AB ita vt tota AB, ad maius ſegmentum AC, eandem rationem habeat, ac maius ſegmentum AC, ad minus CB ita ſecetur (*per* 11. 2.) vt rectangulum ſub tota AB, & minori ſegmento CB æquale ſit quadrato ſegmenti AC dico factum eſſe quod iubetur.

Demonſtr. quia rectangulum ſub AB, CB, æquale eſt quadrato rectæ AC, ita erit (*per* 17.) AB, ad AC, ſicut AC, ad CB quod faciendum erat.

## PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

*In triangulis rectangulis rectilineum quoduis ſupra baſim deſcriptum, æquale eſt rectilineis ſimilibus ſupra latera deſcriptis.*




Sit triangulum ABC cuius angulus BAC, ſit rectus. dico rectilineum quoduis D ſupra baſin BC deſcriptum, æquale eſſe, duobus rectilineis ſimilibus E & F deſcriptis ſupra latera AB, AC.

Demonſtr. rectilinea F, E, D, ſimilia: ſunt (*per* 20.) in duplicata ratione laterum BC, AC, AB. ſi autem loco illorum ſupra eadem latera deſcriberentur quadrata; eſſent etiam (*per eandem*) in duplicatâ ratione eorundem laterum: igitur rectilinea D, E, F; ſe habent vt quadrata. Sed quadratum baſis BC, *per* 47. 1.) eſſet æquale quadratis laterum BA, AC, igitur rectilineum D eſt æquale rectilineis E, & F ſimul ſumptis.

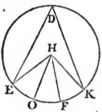
PROPOSITIO XXXII.

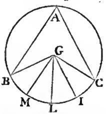
Relinquatur.

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

*In circulis æqualibus, anguli siue ad centra, siue ad peripheriam constituti eandem habent rationem, ac arcus quibus insistunt, sectores item eandem habent rationem.*




Sint æquales circuli A B C, D E F, in quibus sint anguli ad centra, B G C, E H K, dico ita esse arcum BC, ad arcum E K, sicut angulus B G C, ad angulum E H K, nam sint arcus E O, O F, F K, quæcumque partes aliquotæ arcus E K, sint verbi gratia tertiæ. ductis lineis H F, H O, quia arcus E O, O F, F K sunt æquales anguli E H O, O H F, F H K [*per* 27. 3.] sunt æquales; atque adeo qualibet tertia pars arcus E H K, ponamus arcum FK, quater inveniri in arcu BC, ita vt IC, LI, ML, B M, sint æquales arcui F K ductisque lineis G I, G L, G M, fient quatuor anguli B G M, M G L, L G I, I G C æquales angulo FHK; ergo quoties in arcu BC inuenitur arcus FK, tertia pars arcus EK, toties in angulo BGC, invenitur angulus FHK; tertia para anguli EHK, & quod dixi de tertiis partibus idem ostendi potest de quibuslibet aliis partibus aliquotis: igitur (*per* 5. *def.* 5.) vt arcus B C, ad arcum E K, ita angulus BGC, ad angulum EHK. idem dicendum de angulis A, & D, qui cum sint mediæ partes angulorum BGC, EHK [*per* 20. 3.] eandem cum ipsis rationem habebunt.

Idem dicendum de sectoribus A G C, E H K nam sectores I G C, F H K æquales sunt, eum enim ductis rectis IC, FK, quæ ductæ non sunt; in triangulis rectilineis IGC, FHK, latera propter æqualitatem circulorum sint æqualia, & anguli IGC, FHK sint æquales, erunt [*per* 4. 1.] triangula æqualia, & bases I C, F K æquales erunt, quæ ex circulis æqualibus [*per* 24. 3.] æqualia segmenta auferunt quæ addita triangulis æqualibus faciunt sectores I G C, F G K æquales; idem probabo de aliis paruis sectoribus, quare sector totalis B G C, toties tertiam partem sectoris EHK continebit, quoties arcus BC continet tertiam partem arcus EK. quare sectores & arcus [*per* 5. *def.* 5.] in eadem ratione erunt. Idem intelligendum de sectoribus, angulis, & arcubus eiusdem circuli,

EVCLI

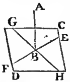
# EVCLIDIS ELEMENTORVM.

## LIBER VNDECIMVS.

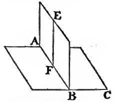
### *Definitiones.*

1. Solidum est quantitas longitudinem, latititudinem, & crassitiem habens.

2. Solidi autem extrema sunt superficies.

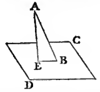



3. Linea dicitur ad planum recta, quæ est perpendicularis ad omnes lineas ductas in prædicto plano, & eam tangentes. *Vt linea AB dicitur recta ad planum CD, si ad omnes lineas ductas in plano C D per punctum B, quales sunt EF, GH fuerit perpendicularis ita vt anguli ABE, ABF, ABG, ABH, &c. sint recti.*

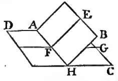



4. Planum ad planum rectum est, cum lineæ in vno plano ductæ perpendiculares communi planorum sectioni, ad alterum planum sunt rectæ.

*Communem planorum sectionem vocamus lineam existentem in vtroque plano qualis est AB, quæ est tam in plano AC, quam in plano AE. Si igitur linea EF ducta in plano A E & perpendicularis ad communem sectionem AB; si erit recta ad planum AC; planum AE, ad planum AC, rectum est.*




5. Si linea A B non fuerit recta ad planum CD, & ex eius puncto sublimi A ducatur AE ad planum C D recta; ducatur item linea BE; angulus ABE est inclinatio lineæ AB, cum plano CD.




6. Plani ad planum inclinatio, est angulus acutus, quem comprehendunt duæ lineæ in vtroque plano ductæ, & perpendiculares ad communem eorum sectionem. *Vt plani AB ad planum C D inclinatio est angulus acutus EFG, quem comprehendunt lineæ EF, FG vtraque perpendicularis in suo plano, ad communem sectionem AH.*

7. Planum ad planum, similiter inclinatum est cum anguli inclinationum fuerint æquales.

8. Plana parallela sunt ea, quæ quantumvis producantur ex omni parte, æquali semper intervallo vbique distant.

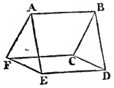
9. Similes solidæ figuræ sunt, quæ totidem planis similibus continentur. *Vt duo cubi hæc tamen definitio non conuenit sphæris. tales autem figuræ angulos solidos æquales habent.*

10. Æquales & similes solidæ figuræ, sunt, quæ similibus planis, multitudine, & magnitudine æqualibus continentur. nam si animo concipiantur se penetrare neutra aliam excedet cum angulos & latera æqualia habeant.




Angulus solidus est plurium quam duarum linearum in diversis planis existentium mutua inclinatio. *Vt inclinatio quam habent tres lineæ A B, A C A D in diuersis planis existentes.*

12. Pyramis est figura solida, quæ triangulis continetur: quorum bases sunt in eodem plano; vertex vero communis. *Vt figura ABCD.*



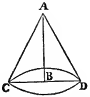

Priſma eſt figura ſolida, cuius adverſa duo plana æqualia, ſimilia, & parallela ſunt, alia verò parallelogramma. *Poſſunt autem parallela latera eſſe quæcumque polygona; vt in figura ABCDEF.*

12. Sphæra eſt figura ſolida, vnicâ ſuperficie contenta, ad quam ab vno puncto intra figuram poſito ductæ lineæ ſunt æquales. *Alij ſphæram definiunt per circumuolutionem ſemicirculi, circa diametrum quieſcentem.*

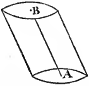
15. Axis eſt quieſcens illa linea, circa quam ſemicirculus convertitur,

16. Centrum ſphæræ, eſt idem, ac centrum ſemicirculi. *Intellige illius ſemicirculi; cuius circumuolutione, generatur ſphæra.*

17. Diameter eſt quæcumque linea, per centrum ſphæræ tranſiens: & in eius ſuperficie vtrinque terminata.




19. Si ex puncto ſublimi, linea, circumferentiam circuli decurrat, conum deſcribet. *Vt ſi linea AC manens immobilis in puncto A, decurrat circumferentiam circuli C D. deſcribit conum, cuius vertex eſt punctum A in ſublimi poſitum;* baſis ſubiectus circulus. Axis linea ducta à vertice ad centrum baſis.




20. Si circa duos circulos parallelos moueatur linea, ita vt ſit ſemper parallela lineæ connectenti centra circulorum; deſcribet cylindrum. Linea circulorum centra connectens dicitur axis vt AB.

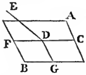
21. Similes coni, & cylindri (ſi recti ſiot voco autem rectos cum axis eſt perpendicularis ad baſin) ſunt quorum axes, & diametri baſium ſunt proportionales.

In inclinatis verò addendum eſt; vt axes ſint ad baſes ſimiliter inclinati.

## PROPOSITIO I.

Theorema.

*Rectæ lineæ pars aliqua non eſt in aliquo plano, alia vero in ſublimi.*



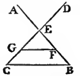

Sit in plano A B, alicuius lineæ rectæ pars CD, dico reliquam partem eiuſdem lineæ non eſſe extra illud planum, qualis eſt DE.

Demonſtr. certum eſt in plano AB, eſſe aliquam lineam DF quæ in directum iaceat cum lineâ CD; (nam poſſemus ducta linea DG, duos angulos CDG, GDF, facere duobus rectis æquales, & tunc (*per* 14. 1) DF vnam lineam efficeret cum CD. quod tamen fieri non poſſet. nam duæ rectæ ED, FD, idem haberent ſegmentum commune CD, (*contra* 10. *pronunciatum.*

## PROPOSITIO II.

Theorema.

*Si duæ rectæ ſe mutuo ſecent, in eodem ſunt plano, & omne triangulum in eodem eſt plano;*




Duæ rectæ AB, CD ſe mutuo ſecent in puncto E & adiunctâ lineâ BC, fiat triangulum EBC. dico totum triangulum E B C, & totas lineas AB, BC in eodem eſſe plano.

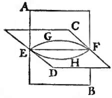
Demonſtr. Si enim fieri poteſt pars B F G C trianguli EBC, in vno ſit plano, & alia EFG, in alio. igitur linearum EB, FC, pars vna EF, EG in vno erit plano; alia FB, GC erit in alio (*contra* 1. *huius*) & conſequenter lineæ AB, CD quæ in eodem plano trianguli EBC exiſtunt, totæ ſunt in eodem plano.

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*Si duo plana ſe mutuò ſecent communis eorum ſectio eſt linea recta.*

Plana



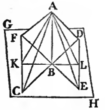

Plana AB, CD, se mutuo secent; sitque eorum communis sectio linea E F. dico eam esse lineam rectam.

Demonstr. si enim EF non est linea recta. ducatur in plano AB, à puncto E ad F linea recta EGF, & in plano CD linea recta EHF, quæ non coincident, alioquin illæ ad vtrumque planum pertinerent, essentque communis eorum sectio, tunc igitur duæ lineæ rectæ EHF, EGF spatium clauderent; quod est (*contra* 12.*pronunciatum*.)

PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Si linea fuerit duabus lineis se mutuo secantibus;ad rectos angul s, etiam plano per ipsas ducto ad rectos angulos erit.*



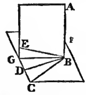

Sit linea A B perpendicularis duabus lineis CD. EF, se mutuò secantibus in B ita vt anguli ABC, ABD, ABE, A B F recti sint (*quod satis figura plana exhibere non potest*) dico lineam AB, rectam esse ad planum G H in quo sunt lineæ CD EF,hoc est si ducatur quæcumq; linea KBL, lineam AB esse perpendicularem ad lineam KL. abscindantur 4.lineæ BC,BD,BE,BF æquales,ducanturque lineæ AC, AD, AE, AF,CF,DE.

Demonstr. in triangulis ABC, ABD, ABE, ABF, quia latus A B commune est, & latera BC, BD, BE, BF sunt facta æqualia & anguli in puncto B sunt recti & ideo æquales; erunt [*per* 4.1.] bases AC. AD, AE, AF æquales. quia autem triangula CBF, EBD, duo latera BC. BF, BE, BD, habent æqualia, & angulos CBF, E B D. oppositos ad verticem [ *per* 15.1.] æquales; bases CF, ED, æquales erunt [ *per* 4.1 ] item anguli BED, BFC. in triangulis KBF, EBL,quia anguli KBF, EBL ad verticem sunt æquales, & anguli BEL, BFK ostensi sunt æquales, & latera FB, BE sunt æqualia, latera EL, KF; LB, KB; æqualia erunt. rursus quia triangula ACF, AED habent latera AC, AF, AE, AD, æqualia, & bases CF, DE æquales;anguloa omnes habebunt æquales, [ *per* 8. 1. ] eruntque anguli AED, AFC æquales. quia verò in triangulis AEL, AFK, latera AE, AF, item EL, FK sunt æqualia; & anguli AFL, AFK ostensi sunt æquales; bases AK, AL (*per* 4.1 ) æquales erunt. tandem triangula ABK, ABL quorum latus AB commune est, & latera BK BL ostensa sunt æqualia, item bases AL, AK; habebunt angulos ABK, ABL æquales, atque adeo rectos quod ostendendum erat.

PROPOSITIO V.

Theorema.

*Si recta linea perpendicularis sit ad tres lineas in eodem puncto se intersecantes, illa sunt in eodem plano.*



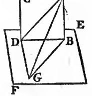

Sit linea A B perpendicularis, ad tres lineas, BC, BD, BE, se intersecantes in puncto B dico illas in eodem esse plano.

Demonstr. intelligatur planum A G in quo sunt lineæ A B, B E esse ductum. item planum FC in quo sunt lineæ BD, BC, dico lineam BE esse communem sectionem planorum A G, F C, atque adeo eam esse in plano FC.si enim non est communis sectio. Sit BG communis sectio. quia linea AB est perpendicularis ad lineas BC,BD,perpendicularis erit(*per* 4.)ad planum FC,& consequenter ad lineam BG, igitur angulus ABG rectus est,sed iam angulus ABE rectus est;igitur anguli ABG, ABE in eodem plano existentes essent æquales:pars & totum quod est absurdum.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Duæ lineæ ad idem planum rectæ, inter se sunt parallelæ.*




Sint lineæ AB, CD, ad idem planum E F,rectæ dico illas esse parallelas. ducta linea BD;(*per def.* 3.) anguli ABD, CDB sunt recti; quare si lineæ AB, CD probentur in eodem esse plano (*per* 29. 1.) erunt parallelæ. quod ita fiet. ducatur ad lineam BD perpendicularis DG, æqualis lineæ AB, iunganturque lineæ AG, AD.

Demonstr. In triangulis A B D, B D G, latus BD, est

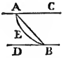
BD, est commune latera AB, DG sunt facta æqualia; anguli ABD, BDG sunt recti & æquales: igitur (*per* 4. 1.) bases AG, AD sunt æquales. In triangulis ABG, ADG, latera AB, DG, item BG, AD sunt æqualia, & basis AG communis, Igitur (*per* 8. 1.) anguli ABG, ADG sunt æquales; sed ABG [*per def.* 3.] rectus est; igitur ADG, rectus erit: sed GDB iam rectus factus est, & GDC item, quia linea CD est recta ad planum EF. igitur recta GD est perpendicularis ad tres lineas CD AB, BD, quæ [*per* 5.] in eodem plano erunt, sed linea AB est in eodem plano in quo existunt AD, BD, [*per* 2.] igitur AB, CD in eodem sunt plano.

## PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Linea quæ duo puncta parallelarum coniungit, in eodem cum ipsis est plano.*

Linea AB, coniungat duo puncta A, & B; parallelarum AC, DB. dico lineam AB existere in eodem plano in quo existunt lineæ AC, DB.



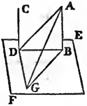

Demonstr. In eo plano ducatur recta linea à puncto A ad B, quæ nisi coincidat cum AB fit AEB: duæ rectæ AEB AB spatium clauderent (*contra pron.* 12.) igitur linea AB; est in eodem plano.

## PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Si parallelarum altera, sit perpendicularis ad planum quodpiam; & alia ad idem perpendicularis erit.*

Sint parallelæ AB, CD, quarum AB sit recta ad planum EF, dico & CD ad idem esse rectam. ducatur in plano EF linea DG perpendicularis ad lineam BD & æqualis lineæ AB. iunganturque lineæ AD, AG, BG.

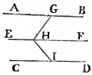



Demonstr. primo lineæ AB, CD in eodem sunt plano, cum sint parallelæ; & anguli BAD, CDB sunt recti; lineæ etiam BD, AD, in eodem sunt plano in quo lineæ AB, CD. In triangulis autem ABD, BDG, latera AB, GD, sunt æqualia, BD communis, & angulus ABG rectus (*per def.* 3.) & BDG factus est rectus, igitur anguli sunt æquales; quare (*per* 4. 1.) bases BG, AD, æquales sunt totius in triangulis ABG, ADG latera AB, DG, AD, BG sunt æqualia, & basis AG communis: igitur (*per* 8. 1.) anguli ABG, ADG sunt æquales, sed ABG rectus est, cum linea AB, sit recta ad planum EF; igitur angulus GDA rectus est, quare linea GD recta est ad planum in quo sunt lineæ AD, BD [*per def.* 3.] & [*per* 5.] angulus GDC rectus erit, quare cum anguli CDB CDG recti sint: linea CD, recta erit ad planum EF.

## PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Quæ eidem lineæ sunt parallelæ; licet non in eodem cum illa plano, inter se sunt parallelæ.*



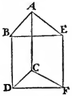

Sint lineæ AB, CD eidem lineæ EF parallelæ, licet non in eodem cum illa plano. dico lineas AB, CD esse parallelas. ducatur in plano linearum AB, EF; linea GH perpendicularis, & in plano linearum EF, CD ducatur perpendicularis HI.

Demonstr. linea EH. perpendiculares ad lineas HI, & GH [*per* 4.] recta est ad planum per illas ductum. ergo [*per* 8.] lineæ AG, & CI ipsi parallelæ ad idem planum rectæ erunt: quare [*per* 5.] AB CD, inter se parallelæ sunt.

## PROPOSITIO X.

Theorema.

*Si duæ rectæ concurrentes, sint parallelæ duabus aliis, licet non in eodem plano, æqualem angulum comprehendent.*




Sit linea AB, parallela lineæ CD, & AE, ipsi CF, licet non in eodem plano: dico angulos BAE, DCF esse æquales, abscindantur lineæ AB.

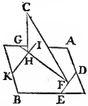
AB, CD; AE, CF æquales; ducanturque lineæ BD, AC, EF, BE, DF.

Demon. cum lineæ AB, CD, fint æquales, & parallelæ, lineæ BD, AC [*per* 33. 1.] æquales erunt &,parallelæ. ita parallelæ erunt lineæ AC, EF; &[*per* 9.]lineæ BD, EF parallelæ erunt, & æquales; & lineæ BE, DF eas connectentes parallelæ erunt,& æquales. In triangulis verò BAE, DCF, enim latera AB, CD; AE, CF, facta fint æqualia; & basis BE, basi DF; [*per* 8.1.] anguli BAE, DCF æquales erunt.

## PROPOSITIO XI.

Theorema.

*Ad datum planum perpendicularem ducere ex puncto extra illud dato*



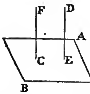

Sit planum AB, ad quod ex puncto C ducenda est perpendicularis,ducatur linea DE vtcumque,ad quam ex puncto C duc perpendicularem CF; per F ad DE duc perpendicularem FG; ad quam ex C duc perpendicularem CH, dico CH esse rectam ad planum AB. ducatur linea KI parallela lineæ DE.

Demonstr. linea EF est perpendicularis ad lineas CF & FG: ergo & ad planum trianguli CFH (*per* 4) & (*per* 8.) linea KI illi parallela ad idem planum recta est, quare (*per def.* 3.) angulus KHC rectus est: igitur cum linea CI faciat angulos rectos CIF CIK cum duabus lineis se intersecantibus,recta erit ad illorum planum quod est planum AB.(*per* 4.)

## PROPOSITIO XII.

Problema.

*Ad datum planum perpendicularem ducere, per punctum in ea datum.*




Ad planum AB per punctum C ducenda fit perpendicularis,ex quocumque puncto D,ad idem planum ducatur perpendicularis DE, (*per* 11.)



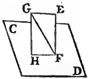
cui (*per* 30. 1.) duc parallelam CF, hanc dico esse rectam ad planum BA.

Demonstr. cum enim lineæ DE; CF sint parallelæ,& DE sit recta ad planum AB; CF quoque(*per* 8) ad idem recta erit;

## PROPOSITIO XIII.

Theorema.

*Ex eodem plani puncto duæ perpendiculares ad illud non excitabuntur. neque ex eodem puncto extra illud posito.*




Ex eodem puncto F plani DC,non excitabuntur ad illud duæ perpendiculares.

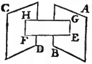
Demonstr. Sint enim si fieri potest duæ perpendiculares FE FG, sitque planum per illas ductum FG. sequeretur (*per def.* 3) angulos GFH, EFH esse rectos, & æquales pars & totum quod est absurdum.

Neque etiam ex eodem puncto G ad idem planum BC possunt duci duæ perpendiculares; sint enim ductæ si fieri potest, nempe GF, GH, ducta linea HF sequeretur in triangulo GFH angulus FHG, GFH esse rectus, (*contra* 17. 1.)

## PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*Plana ad quæ eadem linea recta est sunt parallela.*



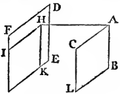

Sint plana AB, CD, sitque linea EF recta ad vtrumque.dico plana AB,CD esse parallela.ducatur linea GH,lineæ EF parallela [*per* 30.1.] iunganturque lineæ GE,HF.

Demonstr. quia lineæ CH, EF sunt parallelæ & EF ad plana AB, CD recta est [*per* 8.] linea GH ad vtrumque recta erit: igitur [*per def.* 3.] anguli FEG, HGE, GHF, EFH recti sunt, & [*per* 28. 1.] lineæ GE, HF, sunt parallelæ. igitur GEFH est parallelogrammum in quo [*per* 34.] latera opposita GH & EF sunt æqualia,igitur etiam in G & H, plana æqualiter distant; ita ostendam in quocumque alio loco æqualiter distare;igitur sunt parallela.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

*Si duæ rectæ coëuntes, sint parallelæ duabus se tangentibus, non in eodem plano; plana per ipsas ducta, sunt parallela.*



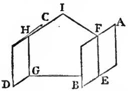

Rectæ AB, AC sint parallelæ rectis DE, DF, in alio plano existentibus. dico plana AL, DI per AB, AC; & per DE, DF ducta, esse parallela. ex puncto A ducatur (*per* 11.) linea AH recta ad planum DI. & per punctum H, (*per* 30. 1.) ducantur lineæ HI, HK parallelæ lineis. DE, DF, quæ (*per* 9.) parallelæ etiam erunt lineis AB, AC.

Demonstr. quia lineæ AC, HI, sunt parallelæ, (*per* 29. 1.) anguli AHI, HAC sunt duobus rectis æquales, sed AHI rectus est [ cum linea AH, sit recta ad planum DG. ] igitur HAC rectus est, ita ostendetur rectus esse angulus HAB. quare (*per* 4.) linea AH recta est ad planum AL, igitur recta est ad vtrumque scilicet ad plana AL, & DI: vnde (*per* 14.) sunt parallela.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

*Si duo plana parallela, eodem plano secentur communes sectiones sunt parallela.*



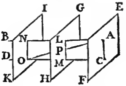

Sint duo plana parallela AB, CD, quæ secentur plano FG. dico communes sectiones FE, GH esse parallelas.

Demonstr. si enim parallelæ non sunt conueniant in puncto I, ergo si plana producantur, cum totæ lineæ (*per* 1.) sint in suis planis, conuenient plana in puncto I: ergo parallela non sunt.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

*Duæ lineæ, parallelis planis proportionaliter secantur.*



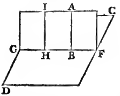

Sint lineæ AB, CD, quæ planis parallelis EF, GH, IK secentur in punctis A, C, L, M, N, O. dico illas proportionaliter secari, hoc est ita esse AL ad LN, sicut CM, ad MO. ducatur linea AO, secans planum GH in puncto P. ducantur item lineæ AC, NO. sintque communes sectiones plani trianguli ACO, & planorum EF, GH, lineæ AC, PM, quæ (*per* 16.) parallelæ erunt. parallelæ item erunt NO, LP communes sectiones planorum parallelorum GH, IK, & plani trianguli ANO.

Demonstr. quia in triangulo AOC, linea PM est parallela lateri AC, erit vt CM ad MO, ita AP ad PO. (*per* 4. 6.) pariter in triangulo ANO erit AL, ad LN sint AP ad PO; igitur est vt CM, ad MO; ita AL, ad LN. quod ostendendum erat.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

*Si linea sit ad planum recta, omnia plana per ipsam ducta ad idem planum recta sunt.*




Sit linea AB recta ad planum CD, dico omnia plana per AB ducta, hoc est in quo existet linea AB, quale est AH esse rectum ad CD; hoc est, (*per def.* 4.) lineam quamcumque IH perpendicularem ad communem sectionem planorum CD & FI, esse rectam ad planum CD.

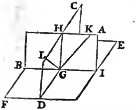
Demonstr. cum linea AB sit recta ad planum CD, (*per def.* 3.) angulus ABG rectus est: & cum linea IH sit perpendicularis ad lineam FG angulus IHB rectus erit: igitur (*per* 28. 1.) lineæ AB, IH sunt parallelæ, & cum AB sit recta ad planum CD, linea IH (*per* 8.) eidem plano recta erit.

PROPO

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

*Si duo plana se inuicem secantia; eidem sint ad rectos angulos. communis eorum sectio eidem plano recta erit.*



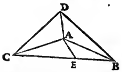

Sint plana AB, CD eidem plano EF, ad rectos angulos dico communem eorum sectionem GH, esse rectam eidem plano EF.

Demonstr. Si enim hoc non sit ita. Ducatur in plano AB per punctum G perpendicularis ad communem sectionem IB; sitque K G, & in plano C D, linea G L perpendicularis ad communem sectionem G D. quæ si non coincidant cum linea HL, duæ K G, G L perpendiculares ad communes sectiones planorum suorum rectorum ad planum EF, (*per def.* 4.) illæ ad planum EF rectæ sont. igitur ad idem punctum G duæ perpendiculares ad idem planum ducerentur, (*contra* 13.) igitur illæ perpendiculares coincideot cum linea GH. quæ propterea perpẽdicularis erit ad planum EF.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

*Ex tribus angulis plan's solidum angulum componentibus, duo quilibet reliquo sunt maiores.*



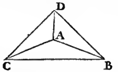

Siot tres angnli plani BAC, B A D, DAC, constituentes angulum solidum A. sitque maximos B A C. dico reliquos doos illo esse maiores, fiat angulus BAE æqualis angulo BAD, & linea AE, æqualis lineæ AD, ducanturque lineæ BEC BD, DC

Demonstr. in triangulis B A D, BAE, latus AB est commune, latus A D æquale lateri A E, & angulus BAE, angulo BAD factus est æqualis; igitur (*per* 4. 1.) bases BD, BE sunt æquales. In triangulo B D C (*per* 20. 1.) latera BD, DC, latere BC sunt maiora: quare si auferas lineas BD, BE æquales, restabit linea D C maior linea EC, quare in triangolis BAC, EAC, in quibus latus A C commune est, & latus AD æquale est lateri EA, basis autem D C est maior basi EC. (*per* 20. 1.) angulus DAC, maior erit angulo E A C. quibus si addas æquales angulos BAE BAD, erunt BAE, EAC simul seu totus BAC, minor angulis B A D, D A C. quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

*Omnes anguli componentes angulum solidum minores sunt 4. rectis.*




Sit angolus solidus A compositus ex quotlibet angulis planis. dico illos tres DAC, CAB, BAD minores esse 4. rectis. si componatur ex tribus fiat triangulum DCB.

Demonstr. In punctis B, C, D, fiunt anguli solidi quorum duo reliquo sunt maiores: vt in B, anguli ABD, ABC reliquo D B C sunt maiores (*per* 20.) sed omnes anguli trianguli DBC æquivalent duobus rectis (*per* 31. 1.) igitur 6. anguli ACD, ADC, ACB, ABC, ABD, ADB, maiores sont duobus rectis: sed omnes anguli trium triangolorum ADC, ACB, ABD æquivalent præcisè sex rectis, ex quibus si aoferas angulos ACD, ADC, ACB, ABC, ABD, ADB maiores doobus rectis. restabunt reliqui componentes angulum A minores 4. rectis.

Idem ostendetetur licet plures quàm tres anguli componerent angulum A.

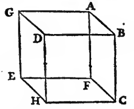
PROPOS. XXII. & XXIII.

Relinquantor.

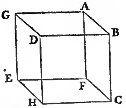
PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

*Si solidum parallelis planis contineatur; aduersa plana sunt parallelogramma similia, & æqualia.*




Sit solidum A H parallelis planis contentum; dico aduersa plana esse parallelogramma, similia & æqualia.

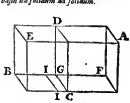



Demonstr. quia enim plana BG, C E; plano AC secantur; sectiones AB, CF, [per 16.] sunt parallelæ, pariter quia parallela plana AE, BH secantur plano AC, sectiones BC, AF sunt parallelæ: quare parallelogrammum est AC. ita ostendes DE esse parallelogrammum. anguli autem ostenduntur æquales in oppositis vt in CE, BG. cum enim A B; B D, sint parallelæ lineis CF, CH anguli ABD, F C H [per 10.] sunt æquales; ostendentur etiam latera oppositorum planorum BG, CE æqualia. nam A B est æquale lateri CF, quia AC est parallelogrammum pariter CF ipsi CH, & ita de aliis. igitur sunt similia & æqualia.

## PROPOSITIO XXV.

Theorema.

*Si solidum parallelepipedum secetur plano parallelo planis oppositis; erit quemadmodum basis ad basin ita solidum ad solidum.*




Sit solidum AB, quod secetur plano CD, parallelo planis oppositis BE AF; dico ita esse, solidum AG ad solidũ GE sicut basis CF ad basin CB.

Demonstr. sit enim baseos CB. quæcumque pars C I verbi gratia quarta, per quam si intelligeretur duci planum parallelum plano CD, fieret parallelepipedum quod esset quarta pars solidi G E, nam supra reliquas partes basis tria alia æqualia solida constitui possent æqualibus scilicet planis & similibus constantia. Si autem parallelogrammum C I quod est quarta pars baseos CD, quinquies inueniatur in basi C F; in solido A G, quinque solida inuenirentur æqualia [per def. 10.] solido, quod supra C I constitui posset, & quod ostendimus esse quartam partem solidi G E. haberent enim similia, & æqualia plana, ac illud, quod autem de quarta parte diximus de aliis omnibus partibus aliquotis ostendi potest, quare toties basis FC continet quamcumque partem aliquotam basis CB: quoties solidum AG, continet similem partem aliquotam solidi GE, igitur [per def. 5.5.] erit vt basis FC, ad basin CB; ita solidum AG, ad solidum GF.

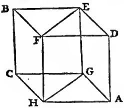
## PROPOS. XXVI. & XXVII.

Relinquantur.

## PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

*Parallelepipedum secatur bifariàm plano per diametros aduersorum planorum ducto.*



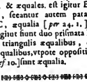

Sit parallelepipedum AB, in quo sint opposita plana AC, BD quorum diametri sint E F, GH. dico planum per EF, GH ductum diuidere solidum AB, bifariam.

Demonstr. cum DG sit parallelogrammum lineæ A D, G E, erunt parallelæ & (per 34. 1.) æquales. pariter FH; & A D sunt parallelæ, & æquales. igitur G E, F H, æquales & parallelæ vni tertiæ; æquales sunt, & [per 9.] parallelæ sunt. quare lineæ EF, & EH (per 33. 1.) & parallelæ sunt, & æquales. est igitur EH parallelogrammum, secantur autem parallelogramma D B, A C, æqualia [per 24. 1.] in triangula æqualia: igitur fiunt duo prismata BHE, AFG, constantia triangulis æqualibus, & parallelogrammis æqualibus, vtpote oppositis: igitur prismata [per def 10.] sunt æqualia.

## PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

*Parallelepipeda super eandem basin constituta, & in eadem altitudine quorum insistentes in iisdem lineis collocantur sunt æqualia.*




Super basi AB sint constituta duo parallelepipeda ABCD, ABEF, in eadem altitudine: [id est inter duo plana parallela AB, DE] & lineæ insistentes vtriusque nempe BC, BE sint in eadem linea IE. dico solida ABCD, ABEF esse æqualia.

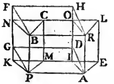
Demonstr. parallelogramma GBEH, GBCI [per 35.

(*per* 35. 1.) sunt æqualia igitur si ab iis auferas trapezium GBCH, restabunt triangula BCE, HGI æqualia; ita æqualia erunt triangula DAF, KLM: item æqualia sunt (*per* 36. 1.) parallelogramma CM, IF. æqualia etiam sunt (*per* 24) parallelogramma GF, BM, item DG, KB. quare prismata BMC, GFI, contenta æqualibus planis & æqualibus angulis vt patet æqualia sunt (*per def.* 10.) quibus si addas commune ABKH, fiunt parallelepipeda ABCD, ABEF æqualia.

## PROPOSITIO XXX.

Theorema.

*Parallelepipeda super eâdem basi, & in eâdem altitudine, licet eorum insistentes non sint in iisdem lineis: sunt æqualia.*




Supra basin AB sint constituta parallelepipeda ABCE, ABFD. in eâdem altitudine, id est inter plana parallela AB, FE; & insistentes BC. BF, non sint in eâdem lineâ constitutæ dico a shue æqualia esse. producantur lineæ FG, HD, donec secent LC, EM in punctis O. N K. I. iunctisque lineis AI, PK, BN, RO, fiat parallelepipedum ABNI.

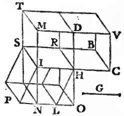
Demonstr. Parallelepipeda ABCE, ABNI, super eâdem basi AB inter plana parallela, quorum insistentes BC, BN sunt in eâdem linea LN (*per* 29.) sunt æqualia: sed parallelepipeda ABNI, ABFD, sunt in eâdem basi, in eâdem altitudine, & eorum insistentes BN, BF, sunt in eâdem linea FK. igitur sunt æqualia: ergo parallelepipeda ABCE; ABFD vni tertio ostensa æqualia esse, sunt æqualia inter se.

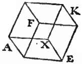
## PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

*Parallelepipeda supra æquales bases constituta, & in eâdem altitudine sunt æqualia.*

Sint parallelepipeda AK, BD, quæ sint supra bases CD, EF æquales; & in eâdem altitudine G, hoc est linea G sit distantia tam à plano CD ad sibi oppositum, quam à plano EF ad oppositum. dico illa esse æqualia Sit linea HI æqualis lineæ KF, fiatque parallelogrammum IL, æquale & simile parallelogrammo EF. perficiatur item parallelogrammum HM, denique producantur lineæ DH, MI in NO. erunt (*per* 34. 1. (parallelogramma HN, NP æqualia, cum eandem basin HI habeant, sed HP est æquale ipsi EF, cui æquale supponitur CD; igitur CD, HN æqualia erunt.




Sint autem primo lineæ insistentes CB, EX, perpendiculares ad plana CD, ED, quæ æquales erunt lineæ G, nam altitudines metimur per perpendiculares. intelligantur parallelepipeda BD, RM, OS, LS, quorum insistentes cum æquales sint lineæ CB, & eidem parallelæ vt patet ex parallelogrammis: omnia habebunt altitudinem æqualem lineæ G.

Demonstr. quia parallelepipedum CT secatur plano DR parallelo planis VB, IT; erit (*per* 25) vt basis CD ad basin HM, ita solidum BD, ad solidum HT, pariter ita erit vt basis HN, ad basin HM, ita solidum OS, ad solidum HT; sed bases CD, HN, cum sint æquales (*per* 7. 5.) eandem rationem habent ad basin HM, ergo solida BD, OS, eandem rationem habent ad solidum HT, quare (*per* 9. 5.) sunt æqualia; sed OS *per* 30.) est æquale solido LS; igitur solida LS, vel AK illi simile & æquale, & BD sunt æqualia

Si verò lineæ insistentes non essent perpendiculares. intelligatur supra vtramque basin, duo alia parallelepipeda, quorum insistentes sint perpendiculares, quæ erunt æquales altitudini G. illa autem parallelepipeda quorum insistentes sunt perpendiculares, sunt æquales inter se (*per priorem partem huius*) & quodlibet (*per* 30.) æquale est illi quod supra suam basin describitur, & in eâdem altitudine, qualia sunt AK, BD: igitur parallelepipeda AK, BD sunt æqualia.

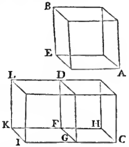
## PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

*Parallelepipeda in eâdem altitudine constituta se habent vt bases.*

Sint parallelepipeda AB, CD, eiusdem altitudinis. dico ita esse AB, ad CD. sicut basis AF, ad basin CF. fiat (*per* 45. 1.) supra lineam FG, parallelogrammum FI, æquale parallelogrammo AE habens angulum FGI æqualem angulo HCG, ita vt lineæ GI. FK, iaceant in directum cum lineis CG, HF; perficiaturque parallelepipedum CL. solida CD, GL habebunt eamdem altitudinem quia componunt vnum totale solidum, sed CD supponitur habere eandem altitudi

altitudinem cum AB:igitur GL , & AB eandem habent altitudinem.

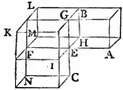



Demonſtr. parallelepipeda AB ; GL eiuſdem altitudinis ſuper æqualibus baſibus AE, GK [per 31.] ſunt æqualia , ſed CD ad GL ſe habet vt baſis CF , ad baſin GK , aut ad illi æqualem AE , igitur CD , ad AB , ſe habet , vt baſis CF, ad baſin AE.

## PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

*Similia parallelepipeda , ſunt in triplicatâ ratione laterum homologorum.*




Sint parallelepipeda A'B , CF ſimilia, hoc eſt ſingula plana vnius ſint ſimilia ſingulis planis alterius ad quod requiritur primò , vt omnes anguli ſint æquales. vnde collocari poſſunt parallelepipeda vt AE , GE , HE . lineæ vnius iaceant in directum cum lineis alterius. Secundo vt ita ſit AE , ad EH , ſicut FE ad EI , & permutando ita ſit AE ad EF , ſicut HE ad EI , & ita etiam ſit GE , ad EC ſicut AE ad EF , dico igitur AB, ad CD eſſe in triplicatâ ratione illius quæ eſt lateris AE , ad latus homologum EF. hoc eſt ſi perficiantur parallelepipeda EL , EK , oſtendam eſſe 4. quantitates continuè proportionales in proportione AE ad EF; quarum AB, ſit prima, & CD quarta.

Demonſtr. quia parallelepipeda AB. AL, ſunt eiuſdem altitudinis ſunt inter ſe , vt baſis AH , ad baſin , EM , (per 32. ) ſed baſis AH , ad baſin EM , ſe habet ( per 1.6. ) vt AE ad EF:igitur AB ad EL , ſe habet vt linea AE ad EF. pariter ſolidum EL ad ſolidum EK , eſt vt baſis HF , ad ED, ſeu (per 1.6. ( vt HE , ad EI ; id eſt vt AE ad EF , igitur EL ad EK , ſe habet vt BE ad EF. vltimo EK ad CF ſe habet vt baſis GF,ad baſin EN , hoc eſt vt linea GE ad EC , quæ ſe habet vt AE ad EF , igitur ſolidum EK ad CD ſe habet vt AE ad EF , quare ſunt 4. parallelepipeda AB , EL , EK, CD continuè proportionalia in ratione lateris AE , ad latus EF, quare ( per 11.def.5. ) AB ad CD erit in triplicatâ ratione lateris AE ad EF.

## COROLLARIVM.

Si 4.lineæ continuè proportionales fuerint vt eſt prima ad quartam , ita erit parallelepipedum ſupra primam ad parallelepipedum ſimile ſupra ſecundâ deſcriptum.ex quo vides quod problema celebre duplicationis cubi , ſolam difficultatem habeat in inventione duarum mediarum proportionalium inter duas datas lineas.

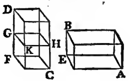
## PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

*Æqualium parallelepipedorum baſes & altitudines reciprocantur , & ea quorum baſes , & altitudines reciprocantur ſunt æqualia.*

Primò , quidem ſi æqualium parallelepipedorum baſes ſunt æquales , neceſſariò altitudines ſunt æquales : quare euidens eſt reciprocatio.

Sint duo parallelepipeda æqualia A B , CD. ſintque primò lineæ inſiſtentes EB, FD perpendiculares ad baſes , eruntque propterea vera altitudo ſolidorum.dico ita eſſe baſin A E, ad baſin C F , vt altitudo D F , ad altitudinem B E. abſcindatur ex altitudine FC, altitudo FG æqualis altitudini B E , intelligaturque per G ductum planum GH , plano C F parallelum.




Demonſtr. quia parallelepipeda AB, CG, ſunt eiuſdem altitudinis , erit ( per 32.) AB , ad CG vt baſis A E ad baſin C F ; ſed vt A B , ad CG, ita ſe habet ( per 7. 5.) C D illi æquale ad C G, igitur vt baſis A E , ad baſin C F , ita C D ad CG , ſed quia C D , ſecatur plano H G , parallelo oppoſitis : erit ( per 25.) D H ad C G , vt baſis DK : ad baſin F K , ſed vt D K , ad FK ita ( per 1. 6.) D G ad G F , igitur erit vt D H ad CG ita DG ad GF, & componendo ( per 18.5.) erit vt D C ad CG, hoc eſt vt AB , ad CG ; ita DF ad GF, aut ad EB illi æqualem. ergo , erit vt baſis AE ad baſin CF , ita altitudo DF , ad altitudinem B E.

Si verò ſint in eâdem conſtructione baſes ; & altitudines reciprocæ , dico parallelepipeda AB, CD eſſe æqualia , cum enim ita ſe habeat AB, ad CG , ſicut baſis A E , ad CF , vt autem baſis ad baſin , reciprocè ita eſt altitudo FD , ad EB aut ad FG , quare ita erit AB , ad CG, ſicut altitudo FD ad GF,ſed vt FD ad FG,ita (per 1.6.) DK ad FK . & vt DK ad FK , ita ( per 25.) HD ad CG,

ad CG, igitur ita erit AB. ad CG, ficut CD ad CG; quare (*per 9.5.*) AB, CD funt æqualia.

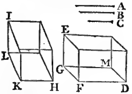
Quod fi fupra bafes AE, CF, intelligerentur duo parallelepipeda æqualia eiufdem altitudinis cum AB, CD quorum infiftentes non effent perpendiculares; illa effent (*per 30.*) æqualia folidis AB, CD quare ficut hæc æqualia, ita illa æqualia effent; ergo bafes folidorum AB & CD quæ funt communes aliis folidis reciprocantur cum altitudinibus quæ funt etiam communes, igitur parallelepipeda æqualia reciprocas habent bafes & altitudines, & è converfo fi reciprocantur bafes & altitudines æqualia funt parallelepipeda.

## PROPOSITIO XXXV.

Relinquatur vt inutilis fequenti.

## PROPOSITIO XXXVI.

*Si tres lineæ continuè proportionales fuerint, quod ex iis fit parallelepipedum æquale eft parallelepipedo facto à media, & æquiangulo priori.*



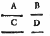

Sint tres lineæ A, B, C, continuè proportionales fitque parallelepipedum DE ex iis factum hoc eft linea DF, fit æqualis lineæ A, linea GE, lineæ B; & FG, ipfi C. fit etiam aliud parallelepipedum cuius tres lineæ HK, KL, LI fint æquales mediæ B, fitque æquiangulum priori, dico illa effe æqualia.

Demonftr. quia parallelogramma DG, HL, fupponuntur æquiangula & DF, eft æqualis ipfi A, & FG, ipfi C; HK, & KL mediæ B: erit vt DF ad KH, ita KL, ad FG, igitur cum reciproca habeant: (*per 15. 6.*) æqualia erunt: quia autem anguli folidi G & L funt æquales; fi L poneretur in G, anguli congruerent, & quia tam LI quam GE, fupponuntur æquales mediæ B, punctum I caderet in punctum E, ex quo fi intelligatur demitti perpendicularis ad planum bafium; hæc erit communis altitudo, quare folida DE, HI, habent bafes æquales, & altitudinem eandem; igitur; (*per 31.*) funt æqualia.

## PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

*Si 4. lineæ proportionales fuerint: parallelepipeda fimilia fupra illas defcripta proportionalia erunt. Si verò parallelepipeda fimilia fupra 4. lineas defcripta fint proportionalia, illæ proportionales erunt.*




Sit A ad B, vt C ad D. dico fi fuper A & B defcribantur parallelepipeda fimilia, item fuper C & D alia duo fimilia, ita effe parallelepipedum fuper A ad parallelepipedum fuper B, vt parallelepipedum fuper C, ad parallelepipedum fuper D.

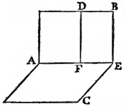
Demonftr. cum enim folidum A, ad folidum B, (*per 33.*) fit in triplicatâ ratione illius, quæ eft lineæ A ad lineam B, vt autem linea A ad B, ita C ad D; igitur folidum A ad folidum B eft in triplicatâ ratione illius quæ eft lineæ C ad lineam D, fed (*per eandem*) folidum C ad folidum D, eft etiam in triplicatâ ratione illius quæ eft lineæ C ad lineam D, igitur vt folidum A, ad folidum B, ita folidum C, ad folidum D.

E contrà fi folidum A, ad folidum B, fit vt folidum C, ad folidum D; dico ita effe lineam A, ad lineam B, ficut linea C ad lineam D. nam linea A ad lineam B [*per 33.*] eft in fubtriplicata ratione illius quæ eft folidi A ad B, aut folidi C ad D quæ eft eadem; fed linea C ad D eft etiam in fubtriplicata ratione, illius quæ eft folidi C ad D; igitur ita eft A ad B, vt C ad D.

## PROPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

*Si duo plana ad inuicem recta fuerint & à quolibet puncto vnius ad aliud perpendicularis ducatur, hæc in communem fectionem cadet.*




Plana AB, AC, fint ad inuicem recta; dico fi ex puncto D plani AB, ducatur perpendicularis ad planum AC, illam cadere in communem fectionem AE. ducatur in plano AB ex puncto D perpendicularis ad lineam AE, fitque DF.

Demonftr. linea DF perpendicularis ad communem fectionem cum plana fint recta ad inuicem (*per 4. def.*) recta eft ad planum AC, duæ autem ex puncto D duci non poffunt perpendiculares ad planum AC, (*per 13.*) igitur nulla alia duci poteft nifi hæc quæ in communem fectionem cadit.

## PROPOSITIO XXXIX.

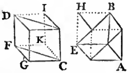
Relinquatur.

## PROPOSITIO XL.

Theorema.

*Si fuerint duo prifmata triangularia æqualis altitudinis quorum vnum bafin parallelogrammam duplam habeat bafis alterius triangularis prifmata erunt æqualia.*

Sint




Sint prifmata AB , C D triangularia quorum AB habeat bafin AE parallelogrammam, duplam bafis CFG triangularis, fint autem æqualis altitudinis.dico illa effe æqualia.intelligantur perfecta effe parallelepipeda AH,GI.

Demonftr. cum bafis A E , fit dupla trianguli CFG , & parallelogrammum GK , fit etiam duplum eiufdem [ *per* 34. 1. ] æqualia erunt parallelogramma AE , GK , quia verò parallelepipeda AH , CD , bafes AE , GK ; habent æquales , & altitudo eadem eft ; [ *per* 31. ] æqualia erunt, fed prifmata AB , C D , [ *per* 28. ] funt mediæ partes parallelepipedorum : igitur prifmata A B, CD funt æqualia.

COROLLARIVM.

Ex hac propofitione facile probari poteft quod prifmata quorum vnum planum ex parallelis fumetur pro bafi , fi fint eiufdem altitudinis fe habebunt vt bafes, & primo quidem de triangularibus conftat ; nam vides prifma CGFD, effe dimidium parallelepipedi eandem altitudinem habentis , & bafin eius CGF, effe dimidiam partem bafis parallelepipedi : ergo fi comparetur cum alio eiufdem altitudinis , ad illud ita fe habebit vt parallelepipeda, igitur hæc fe habebunt vt bafes parallelepipedorum , & confequenter vt bafes propriæ. Idem etiam probari poterit de prifmatibus. quorum bafes erunt vnum ex planis oppofitis polygonis , quia fcilicet in triangularia prifmata refolui poffunt.

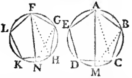
# EVCLIDIS ELEMENTORVM.

## LIBER DVODECIMVS.

### PROPOSITIO I.

Theorema.

*Polygona fimilia circulis infcripta funt vt quadrata diametrorum.*

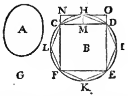



Sint polygona fimilia circulis infcripta ABCDE, FGHKL. Sintque diametri circulorum AM , FN. dico ita effe polygonum ABCDE , ad polygonum F G H K L ficut quadratum lineæ AM , ad quadratum lineæ F N. ducantur lineæ AC,BM,FH,GN.

Demonftr. quoniam polygona funt fimilia, erunt [ *per* 1. *def* 6. ] anguli B & G, æquales;eritque vt AB , ad BC ; ita FG, ad GH quare triangula ABC , FGH , [ *per* 6. 6. ] æquiangula erunt funt igitur anguli ACB. & F H G æquales. funt autem hi anguli æquales angulis M , & N [ *per* 21. 3. ] eum fint in eâdem portione.igitur anguli M , & N funt æquales. quare triangula ABM, FGN , quæ habent angulos M , & N æquales, item angulos ABM, & FGN in femicirculo [*per* 31. 3. ] rectos , & æquales , æquiangula funt. ideoque erit ( *per* 6. 6. ] vt AB , ad AM, ita GF, ad GN. & permutando , vt AB ad G F , ita AM ad G N. quare ( *per* 22. 6. ) erit polygonum fuper A B quale eft ABCDE , ad fimile polygonum F G H K L deferiptum fuper G F ; vt polygonum fuper A M , quale eft eius quadratum, ad fimile quadratum deferiptum fuper F N. ( *per* 22. 6. )

LEMMA.

*Si fit quantitas minor circulo defcribi poterit intra circulum polygonum ordinatum maius illa quantitate.*




*Sit magnitudo A minor , circulo B. dico intra circulum B , poffe defcribi polygonum ordinatum maius*

*maius magnitudine A, sit magnitudo G, id quod deest magnitudini A, ad hoc vt adæquet circulum B, inscribatur circulo B quadratum CDEF; quod si maius esset magnitudine A, factum esset quod desideratur: si verò sit minus, diuidantur arcus CD, DE, EF, FC bifariam in H, I K L, ducanturque lineæ CH, HD &c. vt fiat octogonum. quod si adhuc maius non est magnitudine A: diuidantur bifariam arcus octogoni, vt fiat polygonum sexdecim laterum: & si hoc non sufficit fiat polygonum triginta duorum laterum & ita deinceps per punctum H, ducatur tangens NO, producanturque latera FC, ED, in N, & O.*

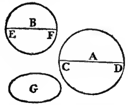
*Demonstr. quia ex circulo aufertur quadratum, quod est plusquam illius dimidium, cum sit dimidium quadrati circumscripti: & ex reliquo, id est ex segmentis DHC, CLF, FKL, EID, aufertur plusquam dimidium; scilicet triangula DHC, CLF, FKL, EID [nam triangulum DHC est dimidium parallelogrammi CDON, quod maius est segmento DHC. igitur triangulum DHC est maius, dimidio segmenti DHC; & ita de reliquis triangulis] igitur aufertur plusquam dimidium reliqui. Et pariter dum fit polygonum sexdecim laterum aufertur plusquam dimidium reliqui; & ita in aliis polygonis, tandem relinquetur minor quantitas quam G. quare illud polygonum, minus relinquet ex circulo B, quàm quantitas B, cui deest quantitas, G: vt circulum B adæquet. quare illud polygonum maius erit quantitate A.*

## PROPOSITIO II.

Theorema.

*Circuli sunt inter se, vt quadrata diametrorum.*

Sint circuli A & B, quorum diametri CD EF dico ita esse A ad B, sicut quadratum lineæ CD, ad quadratum lineæ EF.




Si hoc ita non est vnus circulus verbi gratia A, habebit maiorem rationem ad B. quàm quadratum CD, ad quadratum EF; igitur dari poterit G minor quantitas quàm A. quæ ad B eandem habebit ratione, quam quadratum CD, habet ad quadratum EF, quâ quantitate G, vt minore quam sit circulus A, potest dari (*per lemma superius*) polygonum maius intra circulum A descriptum, cui simile intelligatur descriptum intra circulum B.

Demonstr. Polygona A & B [*per* 1.) erunt, vt quadrata diametrorum, sed magnitudo G, ad circulum B, supponitur vt quadrata diametrorum; igitur ita erit polygonum A, ad polygonum B, vt magnitudo G, ad circulum B. sed polygonum A, maius est magnitudine G, igitur (*per* 14. 5.) polygonum B, id est intra circulum B descriptum, maius esset circulo B, pars toto quod est absurdum. non igitur magnitudo G, minor circulo A, potest ita esse ad circulum B, vt quadratum lineæ CD, ad quadratum lineæ EF. quare A ad B maiorem rationem non habet; quàm quadratum CD, ad quadratum EF.

COROL. I. *Circuli sunt in duplicatâ ratione diametrorum: quia quadrata, vt similes figuræ* (per 20. 6.) *sunt in duplicatâ ratione laterum homologorum: circuli autem ostensi sunt in eâdem ratione cum quadratis: igitur in duplicatâ erunt ratione diametrorum.*

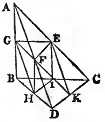
COROL. II. *Circuli sunt in eâdem ratione cum polygonis similibus, intra ipsos descriptis.*

COROLL. III. *Ex quibus vides quod si similes figura intra alias descripta, & ad illas magis, & magis accedentes; ita vt in illas quasi desinant semper inter se eandem rationem seruent: etiam figura continentes eandem rationem seruabunt, vt accidit polygonis similibus intra circulos descriptis: quia ita accedunt, ad circulum, vt in ipsum desinant, & semper seruant rationem quadratorum; circuli eandem rationem inter se habebunt.*

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*Omnis Pyramis triangularem habens basin, diuidi potest, in duo prismata æqualia; quæ simul sumpta maiora sint dimidio Pyramidis; & in duas Pyramides æquales, & similes toti.*




Sit Pyramis ABCD triangularem habens, basin BCD. dico primo in illâ inueniri posse duo prismata æqualia EBFI, EHKF, diuidantur singula latera pyramidis bifariam in punctis E, F, G, H, I, K. ducanturque lineæ EG, EF, FG, EI, FH, EK, KI, IH.

Demonstr. quoniam in triangulo ABD, est vt AF ad FD; ita AG, ad GB, cum AD, AB sint diuisæ lineâ FG, bifariam, GF, HB erunt parallelæ (*per* 2. 6.) similiter parallelæ erunt FH, GB. est igitur FGBH, parallelogrammum; ita ostendam BGEI, EFHI, esse parallelogramma. item DHIK, DFEK quia autem EG, GF, sunt parallel lineis IB, BH; erunt (*per* 15. 11.) plana per ipsas ducta nempe EGF; IBH parallela ideo prisma erit EBFI, similiter modo ostendam EHKF esse prisma. quia autem hæc duo prismata sunt eiusdem altitudi

nis, & parallelogrammum K H quod est basis vnius duplum est trianguli I B H, (*per* 41. 1) quod est basis alterius, erunt (*per* 40 11.) prismata EBFI, EHKF æqualia.

Dico secundò, inueniri etiam Pyramides æquales AEFH, ECKI nam triangulum AFG, æquale est (*per* 8. 1.) triangulo F D H, & hoc sibi oppolito E I K, vt patet propter parallelogramma; igitur triangula A F G, E I K, sunt æqualia triangula item A E G, E I C, A E F ECK, EFG, CIK, sunt æqualia; quia constant lateribus æqualibus, nempe dimidiis laterum pyramidis. igitur pyramides sunt æquales (*per def.*10. 11.)

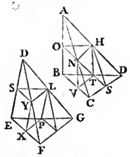
Dico tertiò, cas esse similes toti pyramidi ABCD. triangula AEG ACB quia linea E G est parallela lateri CB, (*per* 2. 6.) sunt similia; ita ostendam reliqua triangula paruæ pyramidis, esse similia triangulis maioris.

Dico quartò, prismata esse maiora dimidio pyramidis. ducantur lineæ GI, G H. fit pyramis GIHB, æqualis pyramidi A E F G. nam primo triangula EFG, IBH æqualia sunt. & cum lineæ AG, FH sint parallelæ & æquales, lineæ G H, & AF (*per* 33. 1.) æquales erunt. ita GI, & AE æquales erunt. quare triangula AEF, GIH, AEG GIB; AFG GHB (*per* 8. 1.) sunt æqualia: igitur pyramides AEFG, GIHB sunt æquales, sed prisma EBFI, maius est pyramide GIKB, igitur & pyramide AEFG maius erit, & prisma EHKF alia pyramide ECKI maius erit: igitur duo prismata simul, maiora sunt duabus pyramidibus. quare erunt plusquam dimidia pars totius pyramidis.

## PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Si duæ pyramides æqualis altitudinis, & triangularis basis, diuidantur singulæ in duo prismata æqualia, & duas pyramides, & hæ rursus diuidantur similiter. erunt omnia prismata vnius, ad omnia prismata alterius vt basis ad basin.*



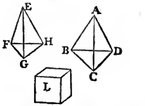

Sint duæ pyramides ABCD DEFG, æqualis altitudinis & triangularis basis, quæ diuidantur sicut prius, in duo prismata æqualia duas pyramides, & hæ rursus subdiuidantur in alia duo prismata æqualia, & duas pyramides; & ita deinceps quantùm volueris, sintque tot diuisiones in vnâ quot in aliâ, ita vt totidem generentur prismata in vtraque; dico omnia prismata vnius, se habere ad omnia prismata alterius; vt se habet basis D C B, ad basin EFG.

Demonstr. cum pyramides ABCD, D E F G sint æqualis altitudinis & prismata orta ex prima diuisione vtriusque, sint dimidiæ altitudinis, ea etiam inter se æqualis altitudinis erunt. quare cum sint dimidia para parallelepipedorum eandem basin habentium vt propos. 40. 11. ostensum est; & parallelepipeda eiusdem altitudinis (*per* 32. 11.) se habeant vt bases, prismata quoque se habebunt, vt bases, est igitur prisma B H, ad prisma EL, sicut basis T V B ad basin PXE, sed TVB, est quarta pars trianguli BCD vt patet quia parallelogrammum C T, est duplum trianguli TVB, sicut & trianguli DST, (*per* 41. 1.) item triangulum PXE, est quarta pars trianguli EFG. igitur prisma B H ad prisma E L, se habet vt basis BCD, ad basin GEF; & quia alia duo prismata CH, FL prioribus sunt æqualia: prismata ex primâ diuisione orta se habent vt bases pyramidum. pariter ea quæ fierent in pyramidibus AHNO, D L Y S se haberent vt bases HNO, LYS, quæ [cum sint æquales oppositis triangulis BVT EPX, quæ sunt quartæ partes basium totalium BCD, EFG] se habent etiam vt bases totales. quare prismata ex secunda diuisione orta se habent adhuc vt bases BCD, EFG, ita ostendam singula prismata ex quâcumque diuisione orta, se habere vt bases totales; quare omnia simul prismata vnius pyramidis, ad totidem alterius pyramidis, se habebunt (*per* 12 5.) vt basis DBC, ad basin EFG.

## PROPOSITIO V.

Theorema.

*Pyramides triangularis basis & eiusdem altitudinis se habent vt bases.*




Sint pyramides A B C D, E F G H eiusdem altitudinis, dico ita esse pyramidem ABCD, ad pyramidem EFGH, sicut basis BCD, est ad basin FGH.

Si hoc ita non est vna pyramis verbi gratiâ A B C D maiorem rationem habebit ad aliam quàm basis BCD, ad basin FGH: igitur dari poteſt aliqua quantitas L minor pyramide ABCD, quæ eandem rationem habeat ad pyramidem E F G H, quàm habet basis B C D, ad basin F G H. diuidatur pyramis A B C D in duo prismata æqualia & duas pyramides: & hæ rursus diuidantur; & ita deinceps quantum opus erit, quia duo prismata sunt plusquam dimidium

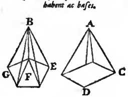
dimidium pyramidis (*per* 3.) & reliqui, id est paruarum pyramidum prismata, sint plusquam dimidium, tandem tot fient prismata in pyramide ABCD vt ea simul sumpta minus deficiant ab eâdem pyramide ABCD quam magnitudo L. atque adeo sint maiora magnitude L. totidem fiant prismata in pyramide EFGH, per totidem diuisiones.

Demonstr. prismata facta in pyramide ABCD, sunt ad prismata EFGH, vt basis BCD : ad basin FGH, sed vt BCD, ad FGH : ita supponitur magnitudo L ad pyramidem EFGH, igitur vt prismata ABCD, ad prismata EFGH, ita magnitudo L ad pyramidem EFGH, sed prismata ABCD maiora sunt magnitudine L, igitur (*per* 14.5. (prismata E F G H maiora erunt pyramide E F G H, quod est absurdum : cum in illâ contineantur, & sint illius pars igitur nulla magnitudo L minor pyramide A B C D, habebit eandem rationem ad pyramidem E F G H, quam haber basis B C D, ad basin F G H, quare neutra pyramis, ad pyramidem, maiorem rationem habet : quam basis ad basin.

## PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Pyramides quacumque aque alta, eandem rationem habent ac bases.*



Sint pyramides ACD, BEFG, æquè altæ. dico ità esse primam ad secundam, sicut basis CD, ad basin EFG. diuidantur bases in triangula.

Demonstr. quia pyramides BE, AC sunt triangulares, & æquè altæ, erit (*per* 5.) prima ad secundam, vt basis E, ad basin C. pariter ita erit B F, ad A C, sicut basis F ad basin C. quare (*per* 24. 5.) ita erit tota pyramis BEF, ad A C sicut basis EF, ad basin C. quia verò (*per* 5.) etiam est pyramis BG ad A C, sicut basis G ad basin C. (*per eandem* 24. 5.) ita erit tota pyramis BEFG, ad pyramidem AC, sicut basis EFG, ad basin C. sic ostendam, ita esse pyramidem BEFG ad pyramidem AD, sicut basis EFG, ad basin D. cum igitur sit vt pyramis A C ad pyramidem BEFG, ita basis C, ad basin EFC, item vt pyramis AD, ad pyramidem BEFG, ita basis D ad basin EFG, ita erit (*per* 24. 5.) tota pyramis ACD, ad totam BEPG, sicut basis C D, ad basin EFG.

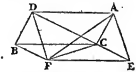
## PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Omnis pyramis, est tertia pars prismatis eandem basin, & altitudinem habentis.*



Sit primò prisma triangulare A B. dico pyramidem eandem altitudinem, & eandem cum illo basin habentem, esse tertiam eius partem, diuidantur parallelogramma ductis diametri AF, CD, CF.



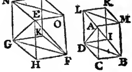
Demonstr. diuisum est prisma, in tres pyramides A C F E, CFBD D A C F. quas dico esse æquales, nam A C F E, A C F D, cum habeant bases AFE, A P D (*per* 34. 1.) æquales & eandem altitudinem lineam scilicet ductam ex communi verticem C rectam ad planum E D, erunt (*per* 5.) æquales. pariter pyramides A C F D, CDFB bases ADC, BCD æquales habent & pro altitudine lineam ductam ex communi vertice P ad planum A B. sunt etiam æquales : quare pyramis A F E C cuius eadem altitudo cum prismate, & eadem basis ACE; est tertia eius pars. Et quia omnes quæ haberent eandem basin ACE, & eandem cum illa altitudinem, essent illi æquales (*per* 5.) omnis pyramis triangula, est tertia pars prismatis eiusdem altitudinis, & basis.

Si verò prisma esset polygonum diuideretur in prismata triangularia. pyramis quæ eandem basin haberet cum prismate & eandem altitudinem, diuidi posset in totidem pyramides triangulares quarum quælibet esset tertia para prismatis sibi respondentis (*per primam partem huius*) ergo tota pyramis (*per* 12.5.) est tertia para totius prismatis.

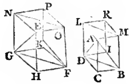
## PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Similes pyramides sunt in triplicatâ ratione laterum homologorum.*



Sint primo duæ pyramides similes triangularis basis, ABCD, EFGH. dico primam, ad secundam, habere triplicatam rationem, illius quàm habet latus AC, ad sibi homologum EH. producantur plana triangularia ABC, A C D, BDC; E P H, E G H, P G H; ita vt perficiantur 6. parallelogramma CM, CL, CI; HO, HN, HK. ductisque lineis ML, NO, perficiantur prismat




prismata MCLB OHNF. item perficiantur parallelepipeda RC, PH.

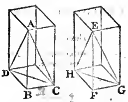
Demonstr. cum pyramides sint similes, [*per def.* 9. 11.] omnia triangula similia erunt, eritque vt AC, ad CB: ita EH, ad FH, & angulus ACB angulo EHF æqualis erit, quare parallelogramma MC, OH, similia erunt. ita similia erunt parallelogramma LC, NH; CI, HK, & illis opposita (*per* 24. 11.) sunt igitur (*per def.* 9. 11.) parallelepipeda RC, PH similia; quare (*per* 33. 11.) erunt in triplicatâ ratione laterum AC, EH, sed prismata vt eorum dimidia, & pyramides prismatum tertiæ partes sunt in eâdem ratione. igitur pyramides sunt in triplicatâ ratione laterum AC EH.

Si verò pyramides non essent triangulares, sed polygonæ diuidantur in triangulares. cum igitur singulæ triangulares se habeant ad suas correspondentes, in triplicatâ ratione laterum, erunt (*per* 12. 5.] & omnes simul, ad omnes in eadem ratione triplicata.

## PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Æquales pyramides reciprocant bases & altitudines: & quæ reciprocant bases, & altitudines æquales sunt.*




Sint primo pyramides triangulares ABCD, EFGH æquales. dico ita esse basin CBD, ad basin GFH; sicut altitudo pyramidis EFGH ad altitudinem primæ, perficiantur parallelepipeda sicut priùs.

Demonstr. parallelepipedorum bases, vt patet (*per* 34. 1.) sunt duplæ basium pyramidum, altitudines autem sunt eædem. cum autem pyramides sint æquales, & sextæ partes parallelepipedorum nempe tertiæ prismatum (*per* 7. 11.) parallelepipeda erunt æqualia, sed (*per* 34. 11.) parallelepipedorum æqualium reciprocantur bases, & altitudines; igitur bases pyramidum, quæ sunt dimidiæ basium parallelepipedorum; reciprocantur cum altitudinibus.

Secundò, si reciprocæ sint bases, & altitudines pyramidum; dico illas esse æquales. quia cùm in eàdem constructione bases parallelepipedorum sint duplæ basium pyramidum, & altitudines eædem, reciprocabuntur bases, & altitudines parallelepipedorum: quare (*per* 34. 11.) illa sunt æqualia; ergo pyramides quæ sunt illorum sextæ partes etiam æquales erunt.

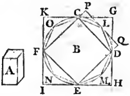
Si verò pyramides æquales, habeant bases polygonas. fiant triangula æqualia, earum basibus; quod facillimum est. nam (*per* 45. 1.) fiat parallelogrammum basibus æquale, fiatque triangulum cuius basis sit dupla basis parallelogrammi, & quod sit inter easdem parallelas. eritque [*per* 41. 1.] triangulum æquale parallelogrammo, & consequenter basi polygonæ. supra hæc triangula intelligantur pyramides eiusdem altitudinis cum pyramidibus polygonis, quæ [*per* 6.] illis æquales erunt, & inter se [*per primam partem*] triangulares bases reciprocantur cum altitudinibus; igitur bases polygonæ æquales triangularibus, reciprocantur cum altitudinibus.

## LEMMA.

*Si detur quantitas minor cylindro; intra cylindrum inscribi poterit prisma maius illa quantitate.*

*Sit quantitas A, minor cylindro, cuius basis B dico intra cylindrum inscribi posse prisma maius quantitate A.*

*Sit enim circulo B quadratum inscriptum CDEF, & circumscriptum GHIK, fiat item octogonum C L D M E N F O. productisque lateribus quadrati inscripti, in P & Q; ducatur tangens CLP, & supra hæc omnia polygona, tanquam supra bases intelligantur prismata, eiusdem altitudinis cum cylindro: quorum quod est supra quadratum circumscriptum ambit totum cylindrum.*




*Demonstr. prismata eiusdem altitudinis, se habent vt bases,* [per cor. 40. 11.] *sed quadratum inscriptum est media pars circumscripti, ergo prisma illius, est media pars circumscripti: sed circumscriptum maius est cylindro; igitur prisma quadrati inscripti est, plusquam media pars cylindri. facto autem octogono & prismate supra illud. dico auferri ex cylindro, plusquam mediam partem reliqui nam triangulum DLC. est media pars rectanguli DCPQ; igitur prisma supra triangulum D L D descriptum* [per cor. 40. 11.] *est media pars prismatis descripti supra rectangulum DCPQ: igitur idem prisma trianguli DLC est plusquam dimidium, partis cylindri descripta supra segmentum D L C. & ita de reliquis segmentis. ita ostendam facto polygono, sexdecim laterum auferri cylindro plusquam dimidium reliqui, cum igitur ex cylindro dum auferitur prisma,* quod

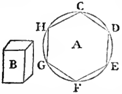
*quod est supra quadratum ; aufertur plusquàm media pars ; & dum aufertur prisma octogoni aufertur plusquam dimidium , reliqui , & ita deinceps tandem relinquetur quantitas minor eâ , qua cylindrus superat quantitatem A , quare dabitur aliquod prisma intra cylindrum B quod minus superabitur à cylindro B , quàm quantitas A, atque adeò maius erit quantitate A.*

*Idem de pyramidibus inscriptis cono ostendi posset, & eodem modo.*

## PROPOSITIO X.

Theorema.

*Omnis conus est tertia pars cylindri , eandem cum ipso basin , & altitudinem habentis.*




Si supra circulum A sit conus, & cylindrus eiusdem altitudinis, dico cylindrum esse triplum coni.

Si enim cylindrus maiorem rationem habeat ad conum quam triplam, dari posset aliqua quantitas B cylindro minor ; quæ ad conum haberet rationem triplam. sit hæc quantitas B inscriptis autem circulo polygonis & factis prismatibus intra cylindrum , tandem poterit dari prisma intra cylindrum maius quantitate B , ( *per lemma superius* ) sit illius prismatis basis polygonum CDEFG , supra quod fiat intra conum pyramis, quæ consequenter erit eiusdem altitudinis eum cono , cylindro & prismate. prisma erit triplum pyramidis : sed quantitas B est tripla coni , igitur eadem est ratio prismatis ad pyramidem quæ quantitatis B ad conum. Sed prisma est maius quantitate B, igitur(*per* 14. 5.) pyramis maior erit cono, pars toto cum intra conum tota contineatur. hoc autem absurdum est.

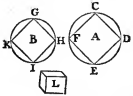
Si diceretur conus habere maiorem rationem ad cylindrum quam subtriplicatam idem argumentum fieret, & eâdem methodo.

## PROPOSITIO XI.

Theorema.

*Cylindri , & coni , eiusdem altitudinis inter se sunt vt bases.*

Sint duo cylindri , vel duo coni eiusdem altitudinis supra circulos A & B dico ita esse cylindrum A ad cylindrum B vt circulus A ad circulum B. nam si hoc ita non esset alteruter cylindrorum vt A , maiorem rationem habebit , ad B quàm basis ad basin : Igitur possibilis erit quantitas L minor cylindro A , quæ ad cylindrum B eandem rationem habeat , ac basis A ad basin B. quare ( *per lemma superius* ) potest inscribi intra cylindrum A prisma aliquod maius quantitate L , sit prisma cuius basis CDEF , inscribaturque circulo B simile polygonum CHIK , & intelligatur inscriptum cylindro B , prisma supra basin GHIK.



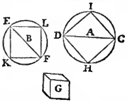

Demonstr. Ita est prisma supra CDEF, ad prisma supra GHIK sicut bases ( *per cor.* 40. 11.) seu polygona ; polygona autem similia se habent vt circuli ( *per corol.* 2. ) igitur ita est prisma A ad prisma B , sicut basis A ad basin B , sed vt basis A ad basin B , ita quantitas L ad cylindrum B, Igitur vt prisma A , ad prisma B ita quantitas L ad cylindrum B ; sed prisma A maius est quantitate L. igitur ( *per* 14. 5 ) prisma B maius est cylindro B , quod est absurdum cum in eo contineatur & sit eius pars : igitur cylindri sunt vt bases.

Cum autem cylindri sint tripli conorum , habebunt etiam coni eiusdem altitudinis eandem rationem , ac bases.

## PROPOSITIO XII.

Theorema.

*Similes cylindri , & coni sunt in triplicatâ ratione diametrorum suarum basium.*




Sint duo coni similes quorum bases circuli A , & B. dico conum A ad conum B, esse in triplicata ratione diametri CD, ad EF.

Si enim hoc ita non esset , alteruter maiorem haberet rationem. sit maior ratio coni A ad B quàm triplicata rationis C D , ad EF ; igitur dabitur aliqua magnitudo G minor quàm conus A quæ ad conum B habebit rationem triplicatam rationis C D ad E F. quare [ *per lemmà superius*] inscribi poterit aliqua pyramis intra conum A maior quantitate G , sit illa cuius basis CHDI. Inscribatur circulo B polygonum EKFL simile priori ; supra quod intelligatur pyramis similis priori , quæ eandem habebit altitudinem ac conus B , nam coni similes habent diametros & altitudines proportionales , [ *per def.* 21. 11.]

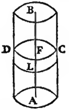
vt autem diametet CD ad EF, ita latus CH ad latus EK, ( *vt ostendimus prop.*t. ) igitur vt CH ad EK, ita altitudo coni A, ad altitudinem coni B; sed altitudo pyramidis inscriptæ cono A, eadem est, cum altitudine coni A: igitur ita est altitudo pyramidis A, ad altitudinem cooi B sicut CH ad EK, sed vt CH ad EK, ita altitudo pyramidis A ad altitudinem pyramidis similis supra E K L F descriptæ, igitur altitudo pyramidis A eodem modo se habet ad altitodinem coni B & pyramidis cuius basis EKFL ( *per* 75.) altitudines coni, & pyramidis, sunt æquales. supra eandem basin EKFL cono B inscribatur pyramis, quæ cum eadem habeat altitudinem & basin cum priori illi erit æqualis ( *per* 6. ) Sed prior similis pyramidi A, ( *per* 8. ) erat in triplicatâ ratione lateris K F ad C H, aut diametri EF ad CD; igitur hæc pyramis inscripta cono B, erit ad inscriptam cono A, in triplicatâ ratione diametri EF, ad CD; sed conus B ad magnitudinem G erat etiam in triplicatâ ratione diametri EF ad CD, igitur vt pyramis B ad pyramidem A; ita conus B ad magnitudinem G, & conuertendo vt pyramis A ad pyramidem B, ita magnitudo G ad conum B, sed pyramis A maior est magnitudioe G, igitur pyramis B hoc est inscripta cono B ( *per* 14. 5. maior esset cono B pars toto quod absurdum est.

Quia verò cylindri sunt tripli conorum: eandem rationem habebunt ac coni; igitur etiam ipsi erunt in triplicata ratione diametrorum suarum basium.

## PROPOSITIO XIII.

### Theorema.

*Si cylindrus secetur plano basibus parallelo; ita erunt inter se segmenta cylindri, ac segmenta axis.*



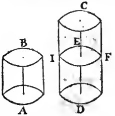

Cyliodrus AB secetur plano C D, parallelo basibus A, & B. dico ita esse cylindri segmentum AF, ad segmentum FB; sicut est linea AF, ad FB. Sit enim lineæ AF, quæcumque pars aliquota L F, sitque verbi gratiâ qoarta pars, per quàm intelligatur duci plaoum basibus parallelum.

Demonstr. Quooiam LF est quarta pars lineæ A F, in reliquâ A L, inuenientur tres partes lineæ LF æquales; per quas si ducerentur plana basibos parallela fierent tria segmenta cylindri æqualia sagmento LF ( *per* 11. ) cum æquales habeant bases, & æquales altitudioes, igitur segmentom L F, tam est quarta pars cylindri AF, quam linea LF, lineæ AF, ponamus in linea FB bis inueniri lineam LF, & duci planum parallelum basibus. in segmento F B inuenireotur saltem duo cylindri æquales cylindro L F; igitur quoties in lineâ F B, continetur quarta pars lineæ AF, toties in cylindri segmento F B, continetur quarta pars cylindri AF; & quod de quartâ parte ostendi, de quacumque parte aliquota ostendi potest; igitur ita est ( *per def.* 5. 5. ) linea FB, ad AF, sicut cylindri segmentum FB, ad segmentum AF.

## PROPOSITIO XIV.

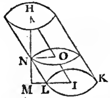
### Theorema.

*Cylindri, & coni quorum bases sunt æquales: se habent vt altitudines.*




Sint primò doo cylindri recti A B, C D quorum bases siot æquales, dico ita esse cylindrum AB, ad cylindrum CD, sicut altitudo AB, ad altitudinem CD. Ex maiori altitudine abscindatur altitudo DE, æqualis altitudini AB; intelligaturque duci planum FI, basibus parallelum.

Demonstr. cylindri AB, ED, ( *per* 11. ) sunt æquales, sed cylindrus CD, ( *per* 13. ) se habet ad cylindrum ED, sicut axis CD, ad axin E D, aut AB illi æqualem; [ nam in cylindris rectis axes, & altitudines eædem sont: ] igitur erit cylindrus C D, ad cylindrum A B, sicut altitudo CD ad altitudinem AB.




At verò si cylindri non essent recti quale est HI, demittatur à puncto H perpendicularis HM, ad planum KL, quæ erit altitodo cyliodri, ducaturque linea IM, quia planum trianguli HIM secat duo plana NO LK parallela ( *per* 16. 1.) sectiones NO. IM parallelæ sunt: quare ( *per* 5. 6. ) ita erit HO, ad O I. sectiones axis, ac HN ad NM, sectiones altitudinis, igitur optime sectiones axis pro altitodinibus assumi possunt, quod etiam notandum est in prop. 15.

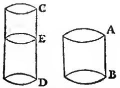
Quia autem coni sunt tertiæ partes cylindrorum

dtorum ( *per* 10 ) ita se habebunt. sicut cylindri; igitur coni quorum bases sunt æquales, ita se habent vt altitudines.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

*Æquales cylindri, & coni reciprocant bases, & altitudines. Et qui reciprocant bases, & altitudines illi sunt æquales.*




Sint duo cylindri æquales AB, C D; dico ita esse basin B ad basin D sicut est altitudo CD, ad altitudinem A B. Ex maiori altitudine C D, abscindatur altitudo D E, æqualis altitudini A B.

Demonstr. quia cylindri A B, D E sunt eiusdem altitudinis: ita erit ( *per* 11. ) cylindrus AB ad cylindrum DE sicut basis B ad basin D: sed sicut AB ad DE, ita cylindrus CD, æqualis ipsi AB, ad ED. ( *per* 7. 5. ) & vt CD, ad DE; ita altitudo CD, ad DE, aut illi æqualem A B. igitur vt basis B ad basin D; ita altitudo CD, ad altitudinem AB.

Dico secundò. Si sit vt basis B ad basin D, ita altitudo CD ad altitudinem A B; cylindros AB, CD, esse æquales. in eadem suppositione, vt basis B, ad basin D, ita cylindrus AB ad cylindrum DE eiusdem altitudinis ( *per* 11. ) sed vt B ad D, ita altitudo CD ad altitudinem AB, aut DE illi æqualem, igitur ita est AB, ad DE, sicut altitudo CD, ad DE. sed vt altitudo C D, ad altitudinem D E, ita est ( *per* 13. ) cyliodrus CD ad DE, igitur ita est cylindrus AB, ad DE, sicut cylindrus CD, ad DE; quare ( *per* 9. 5.) cylindri AB, CD sunt æquales.

Idem intelligendum de conis quia sunt tertiæ partes cylindrorum.

PROPOS. XVI. & XVII.

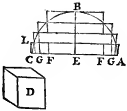
Relinquantur.

*Quia ista propositiones sunt difficilima, adhibenturque tantùm propter* 18. *quam aliâ methodo facilius cum P. Tacqueto ostendere possumus ideo illas relinquimus, & loco illarum duo lemmata substituimus.*

LEMMA I.

*Si detur quantitas minor sphærâ; tot cylindri sphæra inscribi poterunt, vt omnes simul sumpti illâ quantitate maiores sint.*

*Sit sphara cuius maximus semicirculus A B C: deturque quantitas D, spherà minor. dico tot sphara inscribi posse cylindros. vt omnes simul sumpti maiores sint quantitate D. semidiameter E B in quot volueris partes aquales diuidatur per quas agantur parallela, linea AC, fiantque parallelogramma inscripta, productis autem lateribus fiant parallelogramma circumscripta circulo quorum numerus inscriptorum numerum superabit vnitate: vt patet ex figurâ.*



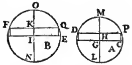

*Demonstr. parallelogramma circumscripta circulo, superant inscripta, parallelogrammis per qua transit circulus, qua simul sumpta aqualia sunt parallelogrammo A L. si intelligatur volui semicirculus diametro B E immotà permanente; singula parallelogramma describent cylindros, tam inscriptos quam circumscriptos spharà, excessus autem cylindrorum circumscriptorum spharâ, supra inscriptos omnes simul sumpti aquales sunt cylindro descripto à rectangulo A L; sed sphara minus excedit cylindros inscriptos, quàm circumscripti eosdem inscriptos superent, cum intra circumscriptos contineatur. igitur excessus quo sphara superat cylindros inscriptos minor est cylindro descripto à parallelogrammo A L, quo autem in plures partes diuiditur semidiameter E B, eo minor est cylindrus parallelogrammi A L, cum eius altitudo minor sit, igitur ita paruus esse potest cylindrus A L. vt excessus sphara supra cylindros inscriptos; minor sit quàm id quo sphara superat quantitatem D; quare ita subdiuidi potest semidiameter E B vt cylindri inscripti simul sumpti, maiores sint* media parte quantitatis D, quod dixi de vno hemisphærio, de alio intelligi etiam potest; igitur potest ita diuidi tota diameter, vt cylindri inscripti in tota sphæra simul sumpti maiores sint quantitate D.

LEMMA II.

*Similes cylindri in duabus sphæris inscripti, habent rationem diametrorum triplicatam.*

In duabus sphæris A & B sint duo cylindri recti, similes, producti ex circumuolutione similium rectangulorum CD, E F, circa immotas diametros LM, N O. dico cylindrum rectanguli CD, esse ad cylindrum rectanguli EF, in ratione triplicata diametri L M, ad diametrum NO.

Demonstr.

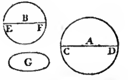



Demonstr. cum rectangula CD, EF, sint similia ita erit (*per def. 5.*) PD ad PC, aut HG illi æqualem; sicut QF ad KI, & consequenter ita erit PH, ad HG sicut QK ad KI, quare si intelligantur duci lineæ PG, QI, (*quæ in figura non sunt ductæ*) triangula PHG QKI (*per 6.*) proportionalia erunt, eritque vt PH ad PG, aut GM, ita QK ad QI, aut IO illi æquales & consequenter erit PD dupla ipsius PH, ad GM, sicut QF ad IO, vel sicut LM ad NO, (*per 5.*) sed cylindri generati circumuolutione rectangulorum PD, EF, habent pro diametris basium lineas PD, QF; quare (*per 12.*) habent rationem triplicatam illius quam habent lineæ PD, QF, igitur habebunt rationem triplicatam illius quam habent lineæ LM, NO, quæ sunt diametri sphærarum. quod si tot in vna sphærâ inscriberentur, quot in aliâ, cum singuli ad suos correspondentes habeant rationem triplicatam diametrorum sphærarum, omnes simul, ad omnes simul (*per 12. 5.*) rationem habebunt triplicatam illius quam habent sphærarum diametri.

## PROPOSITIO XVIII.

### Theorema.

*Sphæræ habent rationem diametrorum triplicatam.*




Sint sphæræ A & B quarum diametri CD, EF; dico A ad B esse in ratione triplicata rationis, quæ est CD, ad EF.

Demonstr. si enim hoc ita non est, alterutra sphærarum verbi gratia A maiorem rationem habeat ad B quam triplicatam rationis CD ad EF, igitur possibilis est quantitas G minor sphærâ A quæ ad B habeat rationem triplicatam rationis CD ad EF. quia igitur G minor est sphærâ A: poterunt (*ex lemmate primo*) per subdiuisionem diametri, tot inscribi cylindri sphæræ A, vt illi omnes simul sumpti maiores sint magnitudine G, intelligantur totidem, & similes inscripti sphæræ B. Cylindri A ad cylindros B (*per lemma 2.*) habebunt rationem triplicatam rationis CD ad EF; sed quantitas G, ad sphæram B habet etiam rationem triplicatam rationis CD ad EF, igitur ita erunt cylindri A, ad cylindros B, sicut quantitas G ad sphæram B; sed cylindri A maiores sunt quantitate G, igitur (*per 14. 5.*) cylindri B maiores essent sphæra B, quod est absurdum nam sunt illius partes & in ea continentur: cum sint inscripti.

*Corollarium. sphæræ sunt inter se vt cubi suarum diametrorum: cum enim cubi sint parallelepipeda similia, habebunt rationem laterum triplicatam* (per 33. 11.) *sed sphæræ habent etiam rationem diametrorum triplicatam* (*per præcedentem*) *ergo sphæræ sunt inter se, vt cubi diametrorum.*

TAACTA

# TRACTATVS II.

# ARITHMETICA.

*QVAMVIS innumeri vulgò circumferantur libri Arithmetici, elementares regulas explicantes; quia tamen vt plurimùm demonſtrationibus carent ſolaſque continent praxes ſatis intricatas, maléque explicatas; vt huic incommodo obuiam irem, & ne noſtro operi, pars alioquin vtiliſsima deeſſet; Arithmetices principia omnia, perſpicuitate quàm potero maximâ explicanda, & demonſtranda ſuſcipio. Libros quatuor continebit hic tractatus. Primus erit de Regulis elementaribus. Secundus de Fractionibus. Tertius de Extractione radicum, quadratæ, & cubicæ. cætera vt ad algebram pertinentia hic non attingo. Quartus erit de calculari Arithmetica, & diuinatoria. Tyro initiò ſolum primum librum addiſcat, & extractionem radicis quadratæ. Secundum librum, dum prouectior erit euoluet.*

---

## LIBER PRIMVS.

## *DE REGVLIS ELEMENTARIBVS.*

### AXIOMA PRIMVM.

*Denarius numerus decem vnitatibus æqualis eſt,*
*Centenarius numerus centum vnitatibus*
*Millenarius mille vnitatibus, & ita conſequenter.*

Hoc axioma quod ferè identicum eſt; ideóque nonnulli nugatorium videretur, demonſtrationibus noſtris inutile non erit; iiſque lucem aliquam affundet. Supponamus autem denarium poſſe vnico charactere deſignari, volo vt quocumque modo ſignificetur, ſit tamen æqualis decem vnitatibus, ſeparatim ſignificatis ſeu ſeparatis characteribus, quod enim vnico, aut pluribus characteribus ſcribatur, eius naturam non mutat; vt autem meliùs vis iſtius principij penetretur, [tyronibus enim loquimur] fictum aliquod exemplum mihi comminiſci liceat, ſupponamus principem diuerſæ ſpeciei monetam cudere, quarum prima ſeu infima ſit ærea, voceturque aſſis, ſecunda ſit argentea decem aſſibus æquivalens, voceturque ſemifrancus; tertia ſit aurea centum aſſibus æquivalens, voceturque nummus; quarta ſit aurea, mille aſſibus æqualis dicaturque duplio, dico quod ſicut perinde eſſet in vulgari æſtimatione in marſupio ſemifrancum ac decem aſſes, nummum ac centum aſſes, duplionem ac mille aſſes, ita etiam perinde ſit in chartâ notare duplionem, ac mille aſſes, duos ſemifrancos, ac viginti aſſes, ſi peculiares notas haberemus ad notandum ſemifrancum, nummum & ſemifrancum.

### AXIOMA II.

Novem tantum ſunt Arithmetici characteres, 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. aliquid ſignificantes, qui characteres pro diverſitate locorum, in quibus ponuntur; modò ſignificant vnum, duos, 3. 4. 5. aſſes, modò totidem nummos, dupliones aliaſque ſpecies, ſemper decuplò maiores; quæ poſſunt excogitari; hoc eſt nota 5. verbi gratiâ nonnumquam ſignificat quinque aſſes, aliquando quinque ſemifrancos, aliàs totidem nummos, aut dupliones; quæ omnia ex inſtituto pendent, nec aliâ probatione indigent.

### AXIOMA III.

Sedes vltima, quæ nempe maximè vergit ad dexteram reſpicientis; eſt propria aſſium ſeu vnitatum ſimplicium; penultima erit decadum, ſeu ſemifrancorum; antepenultima erit centenariorum, ſeu nummorum; proantepenultima millenariorum; quinta decem millium, ſexta centum millium, ſeptima millemillium, ſeu vt vulgò vocant millionum, vt in appoſito exemplo, A.

A. 4 5 8 5 7 8 2.

cyphra 2. quæ eſt in vltima ſede ſignificat duas vnitates, ſeu duos quaſi aſſes; cyphra, 8. quæ in penultimâ, ſignificat octo decades, ſeu octoginta vnitates, hoc eſt octo quaſi ſemifrancos, character, qui in antepenultimâ ſede, indicat ſeptem nummos, quorum quilibet centum aſſes continet: ideóque dicit ſeptingentos aſſes; cyphra 5. in proantepenultima ſignificat quinque dupliones; hoc eſt quinque millia vnitatum, &c.

## AXIOMA IV.

Duo characteres in vna sede ne scribantur.

Sensus huius axiomatis est, quòd in vltima, verbi gratia, sede, quæ vnitatum propria est, non liceat nisi vnicum characterem apponere; idem dicendum est de reliquis sedibus, si enim inscriberentur duo characteres fierent duæ sedes, nec diuinare quis posset, vtrumque characterem ad eamdem sedem pertinere; vndè maximus numerus, qui in qualibet sede inueniri potest; est nouenarius, hoc est in sede vnitatum, non possunt esse plures quàm nouem vnitates; nec in sede semi-francorum, seu decadum plures, quàm nouem decades, seu semifranci. Ratio est, quia decem vnitates vnam decadem efficiunt, quare in casu quò decem vnitates inuenirentur, nihil in sede vnitatum notandum esset, sed vnitas sola in sede decadum, pariter cum decem decades centenarium efficiant; si inuenirentur decem decades, hæ notandæ non essent in sede decadum, sed tantùm vnitas in sede centenariorum. idem dicendum erit de reliquis sedibus.

## AXIOMA V.

Nulla sedes anteriorem habens vacua sit, sed aut habeat aliquem ex supradictis characteribus aut saltem characterem expletiuum o. Ratio est, quia si sedes illa vacaret, numerus anterior ad illam pertinere videretur, vnde ordo sedium turbaretur; vt si sint quatuor centenaria, decades nullæ, cum quinque vnitatibus; debet poni in secunda sede, seu decadum cyphra expletiua, o. hoc modo, 405. si enim poneretur 45. cyphra 4. quæ significare debebat centenaria; decadea tantùm indicaret; hoc est sedes tertia incipiendo ab vltima inciperet esse secunda.

## PROPOSITIO I.

*Datum numerum notis Arithmeticis designatum appellare.*

A. Sir numerus A, quotcumque cyphris notatus vocibus appellandus, & exprimendus.

213: 875. 469.

Primò per Axioma tertium, certum est sedem vltimam seu 9 pertinere ad vnitates: penultimam nempe 6. ad decades, antepenultimam 4. centenaria indicare; quare more arabico legendum esset, nouem vnitates, sex decades seu sexaginta; quadringenta; quinque millia, septuaginta millia, octingenta millia, tres milliones, decem milliones, ducenti milliones: Arabes enim litteras ab Hebræis acceperunt, & à dextra incipiunt; nostrô autem more ita dicendum est; bis mille, tredecim milliones, octingenta septuaginta quinque millia; quadringenta, sexaginta nouem vnitates.

Quare nonnulli memoriæ causa post ternas quascumque cyphras incipiendo ab vltima, punctum appununt, vltimaque trias denominationem habet, ab vnitatibus, penultima à millibus, tertia à millionibus, vt in hoc exemplo Ducenti tredecim milliones, octingenta septuaginta quinque millia, quadringenta sexaginta nouem vnitates.

Quoties numerus plurium est, quàm nouem characterum; defectu vocum, difficile est illum appellare, immò hæc vox millio latina non est, quare vt vocibus latinis numerum quemcumque exprimamus, notantur pariter puncta post singulos ternos characteres, quibus apponuntur ordine characteres Arithmetici, sed ordine retrogrado 1. 2. 3. 4. vt punctum 4. significat quater repetendam esse vocem hanc millium semel in casu nominatiuo, & ter aduerbialiter, vt in hoc exéplo, quadringenta duodecim millia millies, millies millies; quingenta quadraginta tria millia millies millies, ducenta nonaginta octo millia millies, septingenta quinquaginta quatuor millia, nonaginta septem.

411. 543. 298. 754. 097.

4 3 2 1

Alij voces fingunt post millionem, billionem, trillionem, quatrilionem, quinquilionem hoc est appositis post singulas triades characterum incipiendo ab vltima, punctis, vltima trias, ad vnitatea pertinebit, penultima ad millia, antepenultima ad milliones, proantepenultima ad billiones, vt in apposito exemplo, quadringenti duodecim trilliones, quingenti quadraginta tres billiones, ducenti nonaginta octo milliones, septingenta quinquaginta quatuor millia nonaginta septem.

Hæc autem nulla demonstratione indigent, cùm pendeant ex instituto, nempe quòd cyphræ in sede anteriori decuplo augeant suum valorem.

## PROPOSITIO II.

### Problema II.

*Quemcumque numerum notis Arithmeticis designare.*

Singula membra ex quibus constat appellatus numerus, in suis sedibus scribo, quæ autem sedea vacuæ erunt, notam o. habeant, & perfectum erit problema.

Sit hoc exemplum propositum centum & quatuor milliones, viginti quinque millia, centum viginti. Fiant tria interualla notatis aliquibus punctis; quia nempe milliones, millia & vnitates habemus; vltimum interuallum tres sedes habés vnitatum, decadum, & centenariorum. Penultimum item tres; millium, decadum millium, & centenariorum millium, Antepenultimum, millionum, decadum millionum, & centenariorum millionum. Incipiamus ergo ab vltimo interuallo, more Arabico, habet autem centum viginti, & nullam vnitatem; idéoque in sede vnitatum quæ est vltima apponatur cyphra o. ponam ergo, 120. in penultimo membro sunt tantum centum viginti quinque millia, sine vllo centenario millium, sedes ergo centenariorum millium habeat cyphram expletiuam o. in tertio interuallo nempe centum & quatuor milliones, quia nulla fit mentio decadum millionum, secunda sedes habeat notam expletiuam o. & perfectum erit problema.

104. 025. 120.

Demonstratio quælibet sedes sui significatiuam habet cyphram & nulla est vacua, quæ non

non habeat , ſaltem cyphtam eapletiuam O: Igitur benè exptesſus eſt appellatus numerus. in hac autem cautione , nempe vt nulla ſedea vacna ſit , totum negotium conſiſtit ; addiſcaot igitur diligentet tytones modum noiandi , aut legendi , vnum membrum triom ſedium , ea eo coim , additis taotum vocibus millium , millionum cætera enumerabuntur,

Memoriæ item mandent otdines ſedium , incipiendo ab vltima , voitates , decades , centenaria, millia , decades millium , centenaria millium, milliones , decades millionum , eentenaria millionum , billiones , &c.

## PROPOSITIO III.

### Problema. III.

*Additio numerorum integrorum.*

Additio numetotum iotegtotum , eſt plurium numerorum in vnam ſummam coilectio , hoc eſt methodus conficiendi voicum oumerum ea pluribus ; qui numerus omnibus bis ſimul ſumptis ſit æqualis. eaemplô patebit definitio , Impetator habet fundibularios 2340. ieuis armaturæ pedites 5800. gtauis armaturæ 2300. haſtatos 4315. cquites lanceatos 1253. cataphratos 13200. quæritur quod capitibus conſtet exeteitus , alia caempla tyronibus proponuntut , vt meliùs teneant ſtatum quæſtionis.

Ptæceptum ptimum , ſubſetibe numeros oumeris , ita vt vnitates voitatibus , decades decadibus , centenaria centenariis immineant.

| | L.G.H.I.K. |
|---|---|
| A. | 2 3 4 0. |
| B. | 5 8 0 0. |
| C. | 2 5 0 0. |
| D. | 4 3 1 5. |
| E. | 1 2 5 3. |
| F. | 1 3 2 0 0. |
| M. | 2 9 4 0 8. |

Secuodum , in vnum collige quidquid io eadem ſede inuenitur incipiendo ab vltima.

Tertium , ſi quod in vna ſede colligitur , denarium oumerum non eacedat ſubſeribatur.

Quartum ſi quod collectum eſt, in vna ſede nouenarium, aut nouenarium ſupra decadem, aut ſupra duas , ttes , quatuor decades ſupetauit , eaceſſus ſubſcribatur, decades pro ſede anteriori teſetuentur , hoc eſt ; ſi id quod eollectum eſt duabua cyphris ſeribendum eſt, vltima ſcribatur , ptima teſeroetur pro ſede snteriori.

. Sint dati numeti A , B , C, D, E, F , qui ita ſcribantur vt vnitates vnitatibus teſpondeant, cætetæque ſedes ſuis cotteſpondentibus; vt quia numetus F continet quinque cyphtas alij tantùm quatuor , iſte exceſſus in anteriora reiiciatur.

Collige numeros ſedis K. qui quia nouenarium non excedunt ; 5. enim & 3. efficiunt 8. ſubſcribatur lineolæ eharactet 8.

Colligantut nnmeri ſedis I, dieaturque 4. & 1. ſunt 5. & 5. ſunt 10. qui numerus cum excedat nouenarium , hoc eſt duobus eharacteribus ſit exprimendus , ſeribatut vitimus character O, & aeſetuetur primus I.

Collige numeros ſedis H additâ vnitate reſeruata , vnum & tria ſunt 4. & 8. ſiuot 12. & 5. ſunt 17. & 3. ſunt 20. & duo binarij ſunt 24. cum hic numerus ſcribatut duobus characteribus , ſcribetur vltimus , 4. reſeruabitur primus 2. addendus oumeris ſedis G. efficiet autem cum illis 19. ſeribatur vltima cyphta 9. reſeruetur prima quæ addi debet eyphræ 1. ſedis L , efficietque cum ilia binarium, quare Imperatot propoſitus habet eaetcitum conſtantem militibus 29408. dico etgo numerum M æqualem eſſe omnibus numeris A. B. C. D. E. F. ſimul ſumptis.

Demonſtratio oumerus M , eſt æqualis prædictis numeris , ſi tot præcisè contineat vnitates , decades , centenaria , quot prædicti numeri ſimul ſumpti ; ſed tot continet vnitates, decades &c. nam oumetus M. ſub vnitatibus eontinet 8. quot ſunt in prædictis numetis in ſede vnitatum, nempe 5. & tria quæ æquantur numeto octonatio. pariter in ptopoſitis numeris ſunt decem decades , pro quibus numetus M addit in ſede centenatiorum vnum centenatium ; ciatum eſt autem vnum centenarium æquati deeem deeadibus; paritet ſunt in propoſitis numeris ſub littera H, centenaria viginti ttia , erat autem iam vnum ex decadibus collectum : ſunt igitut viginti quatuor centenaria : hoe eſt bis mille , & quatuot centenaria. ponit autem numerus M. quatuor millenaria, & in ſequentem ſedem duo teſeruat; colliguntur ſub iittera G. ſeptemdecim millenaria io numero M. cum dnobus teſeruatis efficiunt nouemdecim millia , ſeribuntur nouemdecim millia & reſetuatut vna decas millium , quæ additur alteti decadi , vt fiat duplea deeas millium; igitur nihil eſt in prædictis numeris , quod non ſit in numero M. quod erat demonſtrandum.

Hic apponam nonnulla eaeiopla vt videat tyto vtilitam opetationis.

| | | |
|---|---|---|
| Metcator debet vni | 36453. | 2324. |
| aiteri | 13644. | 3241. |
| Et ita conſequenter | 7833. | 4234. |
| | 6452. | 3242. |
| | 8752. | 2423. |
| Quætitur quantum | 6886. | 2434. |
| debeat. | 90000. | 4324. |
| | | 22223. |

Dominos aliquis ſeptem habet villas ex quarum prima tedirus anuuos percipit nummorum 2324. ex ſecunda 3242. &c. quæritur ſumma reditoum annuorum.

Quæſtor reeepit ea variis diuerſas nummorum ſummas , quætitur quid illæ ſummæ efficiaot.

| | | |
|---|---|---|
| 2040. | 40307. | 200. |
| 3050. | 23040. | 300. |
| 4010. | 7205. | 400. |
| 6010. | 10010. | 800. |
| 7030. | 304. | 1700. |
| 22160. | 30000. | |
| | 52032. | |
| | 6200. | |
| | 169106. | |

| | |
|---|---|
| A. | 2 3 2. |
| B. | 3 2 1. |
| C. | 1 3 2. |
| D. | 4 2 3. |
| E. | 1 1 0 8. |
| F. | 2 3 1. |
| G. | 3 1 2. |
| H. | 2 2 1. |
| I. | 1 2 1. |
| K. | 8 8 5. |
| L. | 5 3 2. |
| M. | 2 3 4. |
| N. | 8 9 4. |
| O. | 7 8 1. |
| P. | 2 4 4 1. |
| E | 1 1 0 8. |
| K. | 8 8 5. |
| P. | 2 4 4 1. |
| | 4 4 3 4. |

Quoties longiores sunt additiones & periculum est erroris; diuidantur in ternas & quaternas, tum summæ ex illis collectæ in vnam summam colligantur.

## PROPOSITIO IV.

### Problema. I V.

*Examen additionis*

Quia fieri potest vt logista superiores praxes, & notationes non obseruet exactè, aut in colligendis singularum sedium numeris nonnumquam allucinetur, præcipuè dum longiores sunt, ideò aliqua examina explicanda sunt, quibus suum errorem detegere possit.

Primum examen erit, si eamdem additionem repetas, sed mutato paulisper ordine, vt si in collectione numerorum eiusdem sedis, ab imo sursum processeris, in examine à summo deorsum progrediaris, vt si in vltimo exemplo dixisti 8. & 5. sunt 13. & vnum sunt 14. in hoc examine dicas vnum & quinque sunt 6. & 8. fuor 14.

| | |
|---|---|
| A. | 8 9 1 0. |
| B. | 6 5 4. |
| C. | 1 2 3. |
| D. | 9 6 8 7. |
| C. | 1 2 3. |
| E. | 9 5 6 4. |
| B. | 6 5 4. |
| A. | 8 9 1 0. |

Secundum examen fiat, per substractionem, vt si secundùm praxim superioris propositionis in vnam summam D, collegeris, tres numeros A, B, C, tum ex summa D, subtraxeris numerum C. fietque residuum D. ex quo pariter si numerum B. subtraxeris, debet nisi erratum fuerit reliqui numerus A.

Demonstratio. numerus D. æqualis est omnibus suis partibus A, B, C, simul sumptis, quare si ab eo auferas partem C, & iterum ex residuo partem B necessariò relinqui debet numerus A.

Alia examina adhuc intelligi non possunt, nisi tradita substractione, examen autem per abiectionem nouenarij indiget sequenti Theoremate.

## PROPOSITIO V.

### Theorema I.

*Si ex numero quocumque nouenarius detrahatur quantùm potest: idem numerus relinquetur, qui residuus esset, detracto nouenario, ex numero qui fieret, si omnes characteres eiusdem numeri colligerentur in vnum quasi omnes ad vnitatem pertinerent.*

Sit numerus quicumqoe A, ex quo subtrahatur nouenarius quantùm potest, nempe ter; sitque residua vnitas, tum addantur characteres 8. & 2. quasi ambo ad vnitates pertineant, ita vt fiat numerus 10. ex quò detrahatur nouenarius, dico fore vt pariter relinquatur vnitas, quod assero in omni omninò numero euenire.

A. 2 8.

Demonstratio pendet ex institutione cyphrarũ, quæ sont in anterioribus sedibus continent decies similes cyphras in sequenti sede positas, vt cyphra 3. in penultimâ sede, decies continet 3. in vltimâ sede positam, hoc est eam continet nouies & semel, ergo abiectis nouenariis relinquitur eadem cyphra 3. ergo cyphra in penultima sede posita abiectis nouenariis significat vnitates quæ relinquuntur ex numero quem significat abiectis nouenariis; vt 40. abiectis nouenariis, 4. vnitates habet, 50. quinque, 60. 6. 70. 7. 80. 8. 90. nihil.

Pariter cyphræ antepenultimæ sedis, continent similes cyphras vltimæ sedis centies, hoc est nonagies nouies & semel, ergo abiectis nouenariis relinquuntur tot vnitates quot ipsæ significarent, si essent in vltima sede, hoc est 700. continet septenarium centies, seu nonagies nouies & semel, nonagies autem & nouies septem sunt nouenarij, quibus abiectis relinquitur semel septem. idem dico de cyphris proantepenultimæ sedis, quæ millies continent cyphras vltimæ, hoc est nongenties nonagies nouies & semel, seu abiectis nouenariis semel: ergo vera est propositio posita.

## COROLLARIVM I.

Si ex numero totali 4 5 8 1. primò ex quatuor millibus auferas nouenarium quantum potest, relinquuntur quatuor, si ex quingentis 5. ex octoginta, octo; quare addantur figuræ 4 5 8 1. quasi essent simplices digiti, hoc est quasi omnes in vltima sede versarentur, fient 18. ex quo numero si auferatur nouenarius, nihil relinquitur: quare ex numerò 4 5 8 1. abiectis nouenariis nihil relinquitur.

## COROLLARIVM II.

Si duos characteres simul addideris v g 7. & 8. ita vt 15 fiant: dico si addas 1. & 5. & fiant 6 hunc numerum relinqui ex 15. abiecto nouenario. nam ex numero 10. abiecto nouenario relinquitur vnum, & 5. fiunt 6.

PROPO

## PROPOSITIO VI.

*Examen additionis per abiectionem nouenarij.*

Abjice ex cyphris, tam numeri ex addirione geniti, quàm ex numeris colligendis nouenariom, quantùm potest, si vtrinque idem numerus relinquitur, signum est satis certum nullum errorem in additionem irrepsisse. quod si idem numerus non relinquatur necessariò erratum est.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A | 4 8 5 7. | | |
| B | 3 1 7. | | |
| C. | 7 1. | E. | 7. |
| D. | 5 2 4 5. | F. | 7. |

Sint numeri addendi A, B, C, collectus autem ex additione sit D. aufer primò ex eo nouenarium quantùm potest, & incipe à quacúmque parte; dicito 5. & 4. sunt nouem hunc numerum abiice, relinquuntúrque 2. & 5. hoc est 7. quos notabis in littera F.

Idem præsta in numeris addendis, & incipe verbi gratia, à numero A; & dicito 4. & 8. sunt 12. abiecto nouenario restanr tria, tria & 5. sunt 8. & 7. sunt 15. abiectò nouenariò restant 6. sex & tria numeri B. fiunt 9. quem numerum abiice, vnum & 7. fiunt octo, octo & vnum numeri C, fiunt nouem; quem numerum abiice restant 7. qui numerus notandus est in E; cum ergo numeri E & F æquales sint, assero non esse erratum.

Demonstr. non est erratum si sit æqualitas, inter numeros A. B. C. simul sumptos, & numerum D. si autem sit æqualitas idem numerus restare debet, nam si ab æqualibus æqualia demas quæ remanent sunt æqualia, idem autem numerus restat ex numeris methodo tradita, qui restat si cyphræ suum valorem retinerent per præcedentem, ergo idem numerus restare debet quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VII.

Problema. VI.

*Additio numerorum denominatorum.*

Quamvis hæc regula ad fractiones pertineat, videatúrque diuisione indigere, quia tamen hæc diuisio sine artificio, mente fieri potest, hanc prætermittendam non censui. Numeri denominati sunt numeri affecti aliqua voce indicante materiam cui applicantur, vt si addendi essent nummi, franci, asses, denarij, quæ additio apud mercatores communis est, vel si addendi sint dies, horæ, minuta prima, minuta secunda, quæ additio communis est astronomis, vel addenda millenaria, passus, pedes, palmi, digiti, &c.

Si additio fiat in materia vnius tantùm speciei verbi gratia dum nummi nummis adduntur, nihilque aliud in regula proponitur, est additio communis. Si verò nummi nummis, franci francis addendi sunt, numquam in sede posteriori ponendus est numerus, qui adæquet valorem anterioris, vt si proponantur nummi, franci, asses, denarij, sunt autem tres franci in nummo, viginti asses in franco, duodecim denarij in asse, in sede francorum nunquam plures duobus ponantur; si enim tres occurrant ex his fiat nummus. In sede assium numquam plures sint quàm 19. asses; quoties enim erunt viginti asses, tot francos notabis.

Idem dicito in aliis exemplis.

Vt signa, gradus, minuta, minuta, secunda.

In sede minutorum secundorum nunquam ponitur numerus superans 59. si enim sit numerus 60. fit vnum minutum primum, sexaginta minuta prima gradum efficiunt, 30. gradus vnum signum quæ omnia pendent ex instituto, sicut in cyphra communi, in sedibus posterioribus nunquam ponitur numerus maior nouenario, quia decem vnitates decadem efficiunt, decem decades centenarium.

| | Nummi. | franci. | asses. | denarij. |
|---|---|---|---|---|
| A. | 30. | 2. | 16. | 10. |
| B. | 17. | 1. | 19. | 8. |
| C, | 4. | 2. | 7. | 11. |
| D. | 53. | 1. | 4. | 5. |

Scribantur numeri addendi singuli sub titulo suo, vt vides in numeris A, B, C, quorum primus A, significat nummos 30. francos 2. asses 16. denarios 10. & Ita de cæteris.

Adde simul numeros sedium posteriorum, & quoties fiet numerus cuius valor adæquet vnitatem sedis anterioris, tot vnitates reserua pro sede anteriori, quod in exemplo patebit, adde simul denarios, fiuntque 29 hoc est bis 12. & quinque, scribe quinque reserua bis 12. denarios seu duos asses; collige asses additis tamen duobus reseruatis fiuntque 44. hoc est duo franci cum quatuor assibus, scribantur quatuor asses, reseruentur duo franci, colligantur franci additis duobus reseruatis fiuntque septem, seu duo nummi & vnus francus qui scribatur, reseruentur duo, qui additi reliquis nummis efficiunt 53.

E. 51. 5. 41. 29.

Demonstratio supponatur numerus E fieri ex additione simplici numerorum A, B, C, neglecta illa cautione quæ verat in sedibos posterioribus poni numerum cuius valor adæquet vnitatem anterioris sedis; cum ergo numerus E procedat secundùm methodum additionis communis; æqualis erit numeris A, B, C, sed numerus E, æqualis est in valore numero D. nam perindè est in vltima sede scribere denarios 29. aut in eadem scribere 5. reseruando scilicet duos asses pro anteriori, nam duo asses viginti quatuor denariis adæquantur, idem dicito de aliis sedibus, igitor est æqualitas inter numerum E, & D, ergo erit etiam æqualitas inter numerum D, & numeros A, B, C, quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VIII.

Problema. VII.

*Subtractio.*

Subtractio est inuentio excessus, quò maior numerus minorum superat.

Primò subscribatur minor numerus maiori, ita vt vnitates vnitatibus, decades decadibus, respondeant, ductâ lineolâ aufer vnitates numeri subtrahendi, ex vnitatibus numeri superioris

ſcribaturque reliquum infra lineolam, idem fiat in decadibus & centenariis, & abſoluta erit regula.

A. 8 7 5 3.
B. 6 3 1.
D. 8 1 2 2.

Exemplum ſit numerus B ſubtrahendus ex numero A. aufer primò vnitatem vltimam numeri B ex ternatio numeri A. relinquuntur duo ſubſcribenda, ſi ex quinque numeri A auferantur tria, relinquuntur duo, ſi ex ſeptem auferas 6. relinquitur vnum, ſi ex octo nihil auferas relinquuntur octo; dico numerum D, eſſe exceſſum numeri A. ſupra numerum B. hoc eſt B, & D, ſimul eſſe æquales numero A.

Demonſtratio tot ſunt in numeris B, & D, vnitates, decades, centenaria, quot in numero A, nam ſubducendo vnitatem ex ternario, ſcribitur binarius; nempe numerus qui cum numero 1. adæquet ternarium; igitur 1. & 2. numerorum B & D. adæquant vltimam cyphram numeri A. idem dicito de reliquis: igitur inuenitur æqualitas quod erat demonſtrandum, atque hæc, dum ſingulæ cyphræ numeri ſubducendi, non ſuperant cyphras ſibi reſpondentes numeri ſuperioris.

Dum verò cyphra inferioris numeri ſuperat ſibi reſpondentem ſuperioris, ita vt ex ea ſubduci non poſſit, cyphræ ſuperiori addatur decas, & anterior ſedes minuatur vnitate, exemplum.

7
4 8 4. A. Debebat aliquis nummos
2 3 6. B. quorum perſoluit iam
2 4 8. C. quæritur quantùm debeat, ſubſcribantur numeri more conſueto; tum ductâ lineola ſubduc numerum 6. ex 4. quod cum fieri non poſſit, intellige ex numero decadum qui eſt 8. acceptam eſſe decadem, quæ addita 4. vnitatibus efficit quatuordecim ſubtrahas 6. ex quatuordecim reſtant octo ſubſcribenda, ſed memento iam ablatam eſſe decadem ex numero 8. ſuperiori, quare non ampliùs ſubtrahas tria ex octo, ſed ex 7. reſtabuntque 4. deinque ſubtrahe 2. ex 4. reſtabuntque 2.

Notandum autem perindè eſſe ſiue minuatur vnitate numerus ſuperior 8. ſiue augeatur vnitate numerus inferior 3. idem enim ſequetur numerus, ſiue tria ex ſeptem ſubduceas, ſiue quatuor ex octo, vnde plurimi quoties denarium mutuantur, augent vnitate numerum inferiorem ſequentem.

Demonſtratio oſtendam pariter vt ſupra numeros B & C, æquales eſſe numero A, atque adeò numerum C. eſſe exceſſum numeri A ſupra numerum B, cæteræ difficultates in variis exemplis apparebunt. exercitus conſtabat militibus: occiſi ſunt in pugna quæritur quot reſtent. Ita loqueris qui ex 6. nihil aufert reſtant 6. pariter qui ex nouem nihil ſubtrahit, reſtant 9. ex quinque ſubdue tria reſtant 2. ex 4. ſubdue nihil reſtant 4. ex tribus vnum, reſtant duo.

3 4 5 9 6.
1 0 3 0 0.
2 4 2 9 6.

5 4 3 4 2. Mercator frumenti habebat modia
2 4 2 4 2. quorum iam vendidit
3 0 1 0 0. quæritur quot reſtent.

Ita operaberis, qui ex duobus duo ſubducit reſtat 0. ſcribendum, pariter qui ex 4. ſubducit 4. reſtat 0. ſubſcribendum, qui ex 3. ſubtrahit 1. reliquam habet vnitatem, qui ex 4. quatuor aufert relinquitur 0. ex quinque, duo, reſtant tria.

7 0 0.
4 0 0.
3 0 0.

Si auferas 0. ex 0. relinquitur 0. & iterum, 0, ex 0; relinquitur 0, ex 7. quatuor, reſtant 3. ratio cur ablato 0. ex 0. relinquitor 0. ideò tantùm quia ſedes vacua eſſe non debet.

6 0 0 0 8. B.
2 4 8 6 9. H.
3 5 1 3 9.

Auferendus ſit numerus H. ex numero B, quia ſubduci non poteſt 9. ex 8. ſubducatur ex 18. reſtabitque nouenarius ſubſcribendus, ſed memento te mutuatum eſſe decadem; ideóque aut minuendam ſuperiorem cyphram aut augendam inferiorem additò memoriæ cauſa punctō, ſubdue igitur 7. non ex 0. quod fieri non poteſt, ſed ex 10. reſtabuntque tria, pariter memento te mutuatum eſſe decadem, ideò auge vnitate numerum 8. & ſubtrahe nouenarium ex 10. reſtabitque vnitas.

Quoties numerus aliquis ſubtrahendus eſt ex pluribus; illi plures numeri in vnam ſummam colligantur.

## PROPOSITIO IX.

### Problema VIII.

*Subductionis examina.*

A. 1 6 3 8.
B. 1 4 2 1.
C. 2 1 7.
D. 1 6 3 8.

Certum eſt ex ſuperioribus, quod ſi facta eſt bona ſubtractio in qua ſcilicèt numerus B, ſubductus eſt ex numero A, & ſit reliquus C. quod numeri B, & C, æquales eſſe debeant numero A. ideòque eadem examina quæ ſupra dedimus pro additione, hic etiam locum habent.

Primum examen erit per abiectionem nouenarij; hoc eſt abiecto nouenario, ex numero A, quantum abiici poteſt, idem numerus relinqui debet abiecto nouenario, ex numeris B & C.

Secundum examen erit per additionem; nempe ſi numeros B & C ſimul addas debet reſtitui numerus A.

Tertium per ſubductionem procedet, cum enim numeri B & C, æquales eſſe debeant numero A, ſi ſubduceas numerum C. ex numero A. debet relinqui numerus B.

## PROPOSITIO X.

### Problema IX.

*Subtractio numerorum denominatorum.*

| | Dies, | hora, | min. | ſec. |
|---|---|---|---|---|
| A. | 40. | 21. | 32. | 40. |
| B. | 31. | 19. | 36. | 22. |
| C. | 9. | 1. | 56. | 18. |

Diſponantur ambo numeri ſinguli in ſuis ſedibus, ſubtrahe inferiorem ex ſuperiori, eiuſdem denominationis ſi fieri poteſt, quod ſi ſuperior minor ſit ita vt ſubtractio fieri non poſſit, mutuanda eſt vnitas ex anteriori, quæ diuidenda eſt in tot vnitates poſterioris numeri quot ipſa continet; ſint propoſiti dies, horæ, minuta prima, & minuta ſecunda. dies autem æqualis eſt horis 24. hora minutis primis 60. minutum primum minutis ſecundis 60. ſit ergo numerus B. ſubducendus ex numero A, ſubtrahe 22. ex 40. more ſolito, reſtabitque 18. ſubtrahe 36. ex 32. quod fieri non poteſt, quare ita procedes, ſubtrahe 6. ex 2. non potes ex 12. reſtant 6. augenduſque eſt numerus 3. vnitate; ita vt fiant 4. aufer 4. ex tribus non potes, aſſume vnam horam ex numero 21. quæ cum minutis ſexaginta æquivaleat, non ampliùs quatuor numeri inferioris ſubtrahis, ex triginta minutis, ſed ex nonaginta; reſtabuntque quinquaginta ſubſcribenda, augeatur numerus 9. vnitate ſecundum præceptum ſuperioris propoſitionis, ſubduceſque 20. ex 21. reſtabit vnitas, denique 31. ſubduces ex 40. reſtabunt 9.

Demonſtratio, oſtendere debeo numeros B, & C, æquales eſſe numero A, nempe tot eſſe dies, horas, minuta prima & ſecunda, in B & C, quot in numero A, exponatur enim numerus D. quem dico æqualem eſſe numero A, eò quòd minuta 96. horam vnam efficiant Cum minutis 36. ſed numeri B, & C æquales ſunt numero D,

| | Horæ | dies | mi. | 30. |
|---|---|---|---|---|
| D. | 40. | 20. | 96. | 40. |

nam in ſingulis ſedibus quæſiuimus numerum, qui cum ſibi correſpondente numeri B adæquaret correſpondentem in numero D: ergo B & C æquales ſunt numero D, ergo & numero A.

Examen huius ſubtractionis multiplex eſſe poteſt: primum erit ſi numeros B. & C ſimul addas, inueniaſque numerum A.

Secundum ſi numerum C ſubtrahas ex numero A relinqui debet numerus B.

Alia examina non ſunt huius loci.

## PROPOSITIO XI.

### Theorema.

*Quid ſit multiplicatio.*

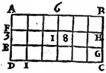
Multiplicatio numeri per numerum, eſt inueſtigatio numeri, qui toties contineat numerum multiplicandum, quot ſunt vnitates in multiplicante vt ſi numerus A multiplicandus ſit, per B, quærimus numerum C. in quo toties ſit numerus A, quot ſunt vnitates in numero B. quæ multiplicatio eſt virtualis additio, quærimus enim quis numerus colligeretur ex numero A quater poſito hoc modo.

| | |
|---|---|
| A. | 12. |
| B. | 4. |
| C. | 48. |

12.
12.
12.
12.

48.

Ex quo ſequitur, in multiplicatione, quæri numerum, ad quem numerus multiplicandus, eandem habeat rationem, quam habet vnitas, ad numerum multiplicantem, quæritur enim numerus C, qui toties contineat numerum A, quoties B continet vnitatem; erit ergo, vt vnitas ad B, ita A ad C. Qui ſolam arithmeticam quærit cætera relinquere poteſt. Diximus iam alias in ſecundo libro Elementorum Euclidis, per multiplicationem generari ſuperficiem àliquam, & idem eſſe vnum numerum per alium multiplicare, ac ex duabus lineis rectangulum conſtituere. verbi gratiâ, ex lineis AB, AD. exprimimus autem in rectangulis tantùm duas lineas, quia cum aduerſæ lineæ ſint æquales nempe AB, CD, ſicut & AD, BC: ſufficienter exprimitur rectangulum, ſi duplicem eius dimenſionem exprimamus, nempe longitudinem, & latitudinem.




Producetur autem rectangulum A C, ſi A B perpendiculariter ſemper inſiſtens, lineæ A D; percurrat totam AD, vnde dicitur vna linea duci in aliam. Clarum autem eſt idem rectangulum produci, ſiue linea A B percurrat lineam AD. ſiue linea AD percurrat lineam A B; nam dum linea AB perpendiculariter inſiſtens mouetur ſuper AD, deſcribit lineam B C parallelam lineæ AD, ſeu æquali ſemper interuallô diſtantem à lineâ A D: ergo rectangulum illud definietur lineâ BC parallelâ ipſi AD. ſed AD eſt perpendicularis ad AB; ergo & BC eidem AB perpendicularis erit. dum autem A D perpendiculariter ſemper inſiſtens ipſi A B peruenerit in B, cadet ſupra BC alioquin mutaret ſuum ſitum perpendicularem, contra ſuppoſitionem: ergo ſiue AB percurrat ipſam A D, ſiue A D percurrat ipſam AB idem ſemper parallelogrammum rectangulum generatur.

Idem in numeris accidit. ſint enim duo numeri AB, A D ſiue dicatur ter ſex; ſiue dicatur ſexties tria idem numerus 18. producetur.

Vt autem meliùs hoc intelligatur. quoties vnum numerum per alium multiplicamus; vtrumque non per modum vnius lineæ intelligimus, ſed quaſi per modum alicuius rectanguli conſtantis, tot paruis quadratis, quot ſunt in eo vnitates; vt verbi gratiâ, numerus 6. intelligitur per modum rectanguli D G conſtantis 6 paruis quadratis. ideoque dum numerum D C, multiplicamus per numerum CB. quærimus quot eſſent parua

parua quadrata ſi rectangulum D G toties ſumeretur, quot ſunt vnitates in numero CB. ex quo fit vt dum vnum multiplicamus per alium perinde ſit, ac ſi tot ordines ſex quadratorum conſtitueremus, quot ſunt vnitates in C B. clarum eſt autem, quod ſi tres ordines ſex quadratorum, hoc modo conſtituamus, ſex etiam erunt ordines trium quadratorum, nam ſingula quadrata rectanguli debent in ſuperioribus ordinibus, habere ſibi correſpondentia; ergo tot poterunt eſſe ordines trium quadratorum, quot ſunt vnitates in numero AB. Vnde rurſus ſequitur, quòd ſiue numerus AB multiplicet numerum AD, ſiue AD multiplicet numerū AB, idem ſemper numerus 18. inueniatur. quòd vlteriùs oſtenditur: numerus B multiplicet numerum C, & producatur numerus D; dico quòd ſi numerus C, multiplicet numerum B; ita vt producatur numerus E, quod numeri E & D æquales erunt. nam cum (*per deſin. hanc*) in multiplicatione numeri C per B, quæratur numerus qui toties contineat ipsū C, quoties numerus B, continet vnitatem A; ita erit A ad B, ſicut C, ad D, ergo alternando ita erit A, ad C, ſicut B ad D; quare ſi quæratur numerus E, qui toties contineat ipſum B, quoties C continet ipſum A; erit vt A, ad C, ita B ad E, ergo erit B, ad D ſicut B eſt ad E, ergo E & D ſunt æquales (*per 7. 5.*) quod erat demonſtrandum.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. | B. | C. | D. |
| 1. | 3. | 5. | 15. |
| C. | B. | E. | |
| 5. | 3. | 15. | |

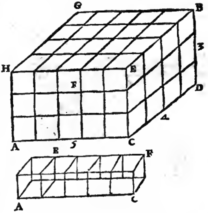
Ex hoc ſequitur, quod in multiplicatione perinde ſit quicumque dicatur multiplicans aut multiplicandus. idemque ſit dicere ter quinque & quinquies tria.

Quotieſcumque aliquis numerus eſt aut ſolus; aut in additione, quaſi linearis ſpectatur, ſicut ergo licet nobis quamcumque lineam rectam quantùm voluerimus, producere; aut ab eà reſecare partem quamcumque, ita etiam per additionem numerum numero addimus in longitudinem; & à numero numerum abſcindimus per ſubtractionem, nullam concipiendo, in eo numero, latitudinem. quoties autem numerum per numerum multiplicamus, vt eum exhibere poſſimus ſub ſpecie alicuius rectanguli; numerum multiplicandum concipere debemus per modum rectanguli, conſtantis tot paruis quadratis, quot continet vnitates. quæ conſideratio libera eſt, hoc eſt fuit licitum mathematicis ſuos numeros in ordinem quem volunt digerere. Fateor enim quòd poterat intelligi multiplicatio numeri per modum productionis lineæ ita vt bis ter, quater, quinquies, centies repeteretur. voluerunt tamen aliter conſiderare; quia ex ea conſideratione mirabiles oriuntur proprietates, ita vt quæ figuris exhibent, etiam in numeris faciliùs oſtendant.

Ex eà conſideratione oritur, quòd quoties vnus numeros, alium multiplicat; qui oritur numerus planus vocetur, hoc eſt imaginando eos numeros cum aliquà latitudine, vt dixi oriatur aliqua area, tot continens quadrata, quot ſunt vnitates in numero producto, vt in figura priùs propoſita, oritur rectangulum AC continens 18. parua quadrata. vnde quoties numerum vnum per alium multiplicamus, poſſumus productum conſiderare per modum rectanguli, & tunc ille planus erit, & numeri illum producentes, dicentur eius latera.

Ex hac conſideratione bene intelligi poteſt, quo ſenſu dicatur aliquis numerus quadratus. cum enim duo numeri æquales, ſe invicem multiplicauerint, fit rectangulum cuius longitudo æqualis eſt latitudini. tale autem rectangulum quadratum eſt, ideoque numerus quadratus erit; vt ſi tria per tria multiplices producitur numerus nouenarius, qui quadratus eſt, & latus eius ſeu ternarius, vocatur etiam radix quadrata.

Similis eſt conſideratio numeri ſub ratione ſolidi alicuius; tunc autem primus numerus intelligi debet tanquam parallelepipedum rectangulum. numerus igitur ſolidus eſt ille, qui producitur ex multiplicatione trium numerorum. ſenſus eſt quod quoties tres numeri ſe inuicem multiplicant, liceat conſiderare numerum productum tanquam aliquod ſolidum. ſeu quod idem eſt, licet ordinare omnes vnitates in modum ſolidi alicuius, ita vt numeri illi ſe invicem multiplicantes eius latera dici poſſint. vt ſi ſit numerus AC. nempe 5. CD 4. & DB tria. multiplica AC 5. per CD 4. & fient 20. quæ multiplica per tria fientque 60. debet autem primus numerus A C intelligi, per modum parallelepipedi conſtantis, quinque paruis cubis. & per triplicem illam multiplicationem, exurgit numerus 60. quot nempe conſtaret cubis vniùs pedis, illud ſolidum rectangulum cuius vnum latus eſſet quinque, aliud 4. aliud trium pedum.




Producitur autem illud ſolidum, ſi rectangulum vnum verbi g. AE inſiſtendo ad rectos, baſi AD, intelligatur ferri ſupra lineam C D ita vt ſemper linea AC, ſit perpendicularis ad CD. & quia generatur idem ſolidum ſiue ſuperficies AE feratur in ſuperficiem D G ſiue ſuperficies C B feratur in A G, ſiue baſis A D aſcendat in E G.

ideò

ideò siue hæc duplex multiplicario hoc modo instiruatur, hoc est numerus 5. per 3. multiplicetur, & fiat 15. quasi superficies AE & iterum illa moltiplicetur per 4. hoc ast intelligatut ferri in DG. siue hoc modo, vt iocipiamus à multiplicatione 4. per tria, & fiat superficies C B, seu 12. quæ iterum multiplicetur per 5. hoc est feratur in A G, siue multiplicemus 5. per 4. & fiat rectaogulum AD nempè 20. quod multiplicetur iterum per tria hoc est ascendat in EB. idem solidum 60. generatur.

| | | |
|---|---|---|
| A. | B. | C. |
| 3. | 4. | 5. |
| E. | G. | F. |
| 12. | 15. | 20. |
| H. | I. | K. |
| 60. | 60. | 60. |

Quod alio modo ostendemus supponando quod quoties idem numarus, alios duos multiplicat producti eandem habeant inter se rarionem, ac illi duo: vt numerus B multiplicet A, & C. producti eandem habebunt rationem, quia quater A, & quater C eandem habent rationem ac A, & C; cum (*per* 15. 5.) A & C productorum sint partas aliquotæ similes, nempe quadraotes, quæ candem habebunt rationem ac tota quibus positis.

Sint numeri A, B, C quomodocumque mulriplicandi; dico euodem numerum prodirurum, & ptimò A & B multiplicent se inuicem, & producatur E, qui multiplicetur per C, fiatque H. item B & C. in se duaantur & fiat F qui multiplicetut per A, fiatque K item A & C in sa ducantur, & fiat G. qui multiplicetur per B fiatqua. I dico H. I, K esse æquales.

Demonstratio B multiplicans A, & C facit E, & F ergo ita est A ad C, Sicut E ad F. ergo rectangulom sub A primo & F vltimo quod fit multiplicando F pet A. oempe K, est æquale rectangulo sub C & E, quod fit mulriplicando C per E, nempe H. pariter quia C multiplicando A. & B. facit G, & F; ita erit A ad B, sicut G ad F, ergo rectangulum sub primo A & vltimo F, nempe K, æquale erit rectangulo sub B, & G, oempe rectangulo I. Si tres numeri æquales multiplicentur qui producetur numetus aubus erit, aum enim tres numeri se inuicem multiplicantes; sint latera illius solidi rectaoguli, solidum aotem rectangulum iateribus omnibus æqualibus constans, vocatur cubus. numarus etiam eodem modo productus aubus erit. Et latus eius vocabitur radix cubica.

Quamvis in bono sensu liceat fingere omnem numarum quasi quadratum, & quasi cubum, illi ramen propriè vocantur quadrati, qui producuntur ex aliquo oumero per seipsum multiplicato vt oumeti propositi. Quorum radices

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| | 4. | 9. | 16. | 25. | 36. | 49. |
| Sunt | | | | | | |
| | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. |

quadratæ sunt numeri integri alij intermedij non vocantur proprie quadrati. Licèt aliquando fingantur quasi quadrati. Et eorum radix quadrata extrahatur. non habebitur autem præcisa. Quia præcisa in numeris exhiberi non potest. Si enim daretur linea tot continens mensuras certas, quot quadratum v. g. 18. contines vnitates, licèt possit assignari linea auius quadratum contineat octodecim pedes quadratos, hæc tamen erit incommensurabilis cum linea vnius pedis; aut octodecim pedum; atque adeò numeris exprimi non poterit, supposito, quòd alia numeris exprimatur, & in eo sensu numeri nullum habent oumerum pro radice; licèt verè si, non hoc modò abstractè, sed in subiectâ materiâ exhiberentur quadrata; daretur & assignaretur eorom latus, seu radix quadrata.



Idem intelligendum est de numeris non cubicis sunt autem isti cubi 8. 27. 64. 125. 216. & alij.

Nam bis duo sunt quatuor, bis quatuor sunt 8. patitet 27. 64. 125. 216. sunt numeri cubi alij omnes intermedij integri; non sunt cubi in strictâ significatione, hoc est quorum præcisa radix cubica seu latus, possit assignari.

## PROPOSITIO XII.

*Digitum per digitum multiplicare.*

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. | 10. |
| 2. | 4. | 6. | 8. | 10. | 12. | 14. | 16. | 18. | 20. |
| 3. | 6. | 9. | 12. | 15. | 18. | 21. | 24. | 27. | 30. |
| 4. | 8. | 12. | 16. | 20. | 24. | 28. | 32. | 36. | 40. |
| 5. | 10. | 15. | 20. | 25. | 30. | 35. | 40. | 45. | 50. |
| 6. | 12. | 18. | 24. | 30. | 36. | 42. | 48. | 54. | 60. |
| 7. | 14. | 21. | 28. | 35. | 42. | 49. | 56. | 63. | 70. |
| 8. | 16. | 24. | 32. | 40. | 48. | 56. | 64. | 72. | 80. |
| 9. | 18. | 27. | 36. | 45. | 54. | 63. | 72. | 81. | 90. |

Totum artificium multiplicationis, in eô positum est, vt ex multiplicatione singulorum characterum, per singulos characteres, quasi essent simplices digiti, erumpat multiplicatio torius numeri per totum numerum. Ideòque necessariò tanquam fundamantum, præmittenda fuit methodus multiplicandi digitum, per digirum; hoc est multiplicandi numerum vnico ahararactere coostantem per alium numerum vnicô item charactere constantem, verbi gratia, inquirendi quis numerua exurgat. Si 7. pet tria multiplicentur, seu ter septem quid producant 21.

Prima methodus erit ope tabulæ Pythagoricæ, quam etiam memotiter scire debent. Tyrones. constat autem lineis nouem quarum prima incipit ab vnitata. 2. à binario. 3. à teroario, & ita deineeps vsque ad nouenarium. Prima crescit semper vnitate. 2. binario. 3. ternario & ita deincaps & hoc modo absoluitur tota rabula.

Vsus tabulæ talis est. minorem nometum quem aduerbialiter proferre debes, quære in primo ordine perpendiculari. Secundum in prima linea, Communis concursus dabit numerum quæsitum. dentur hi duo numeri, Multipliaaodi 3. per 8. seu quot sint ter octo. Quæro in ptimo ordine perpendiculari tria, iam habeo quod io linea ternariorum debeat inueniri oumerus quæsitus, tum in linea superiori quæro 8. & in communi aoocursu inuenio 24. igitur ter 8. sunt 24.

Demonstratio cùm per constructionem, tertia

M linea

linea ſemper creſcat ternario, in octaua ſede dabit octo ternarios, octo autem ternarij aut tres octonarij idem ſunt; vt oſtendimus; igitur communis concurſus dat nomerum quæſitom. Vt autem Tyrones ea poſſint memoriter addiſcere; volui illud hic deſcribere eo modo quo pronunciari deber.

Bis duo ſunt quatuor. Bis tria ſunt ſex. Bia quatuor ſunt octo. Bis quinque ſunt decem; Bis ſex ſunt duodecim. Bis ſeptem ſunt quatuordecim. Bis octo ſunt ſexdecim. Bis nouem ſunt octodecim.

Ter tria ſunt nouem. Ter quatuor ſunt duodecim. Ter, qoiuque, ſunt qoindecim; Ter, ſex, ſont octodecim. Ter ſeptem viginti vnum. Ter octo viginti quatuor. Ter nouem ſuut viginti ſeptem.

Quater quatoot, ſunt ſexdecim. Quater quinque, viginti; Quater, ſex, viginti qoatuor; Quater, ſeptem, viginti octo. Quatet octo, triginta duo. Quater nouem ſuot triginta ſex.

Quinquies quinque ſunt viginti quinqne; quinquies ſex triginta. Quinquies ſeptem triginta quinque. Qoinquies octo quadragiota. Quinqoies nouem, quadraginta quinque.

Sexies ſex, triginta ſex. Sexies ſeptem, quadraginta duo. ſexies octo qoadraginta octo. Sexies nouem quinquaginta quatuor.

Septies Septem quadraginta nouem. Septies octo, quinquagiuta ſex. Septies nouem, ſexagiuta tria.

Octies octo, ſexaginta quatuor. Octies nonem ſeptuagiuta duo. Nouies nouem, octoginta vnum.

Viderentur deeſſe aliqua, vt nouies tria. Nouies quatuor ſed ſecundùm regulam priùa traditam inuerte & dicito ter nouem. Quater nouem: & ita quotiea maior numetus ponitur aduerbialiter, incipio à minori.

Quia præcipuæ difficultates ſunt citca characteres maiores. Circa nouenariom hæc teregula obſeruari poterit. Quoties nouem multiplicatur, per quemcumque digitum, producetur numerus decadicus illius digiti; minus illo digito. Hoe eſt bis nouem ſunt 20. minua duobus. Hoc eſt octodecim. Ter, nouem, ſoot triginta minùs tribus. Quater nouem, 40. minùs quatuor, & ita de reliquis, Ratio clara eſt, quia à ſingulis decadibus nouenarios deficit vnitate. Igitur tot vnitates detrahendæ, ſunt, quot ſunt decades.

Pariter ſi octo multiplicanda ſint pet quemcumque digitum, fiet numerus decadieus illi digito reſpondena, detracto bis illo digito. Vt ter, octo, ſunt ttiginta minua 6. quater octo ſunt quadraginta minus octo, & ita de reliquis. Ratio eadem quæ ſuperior.

Alij tradunt methodos multiplicandi digitum pet digitum, per differentiam eorum à numero denario. Sed opus eſt vt Tytones tabulam Pythagoricam diligenter addiſcant. nec aliis immorentur.

PROPOSITIO XIII.

Problema.

*Numerum quemcumque per alium quemcumque multiplicare.*

| | |
|---|---|
| A. | 4 5 8 3. |
| B. | 5 2 3. |
| C. | 1 3 7 4 9. |
| D. | 9 1 6 6. |
| E. | 4 5 8 3. |
| C. | 5 6 3 7 0 9. |

Sit numerus A per nomerum B multiplicandua. Primò ita diſponantur, vt digiti, digitis; decadea decadibus; reſpondeant; & numerus minor ſupponatur maiori, 20. per vltimam figuram numeri B, multiplica ſingulas figuras numeri A; ita tamen, vt ſi illud quod per multiplicationea ſingulas productum fuerit, non ſuperet nouenarium ſcribatur; ſi verò ſoperet, ſcribatur vltima cyphra alia verò ſeruetur. Hoe modo ter tria ſunt 9. quia non ſuperat denarium ſcribuntur nouem. Deinde dico, ter octo ſunt 24. ſcribo 4. & reſeroo duo. Ter quinque ſuut 15. com duobua qnæ reſeruaram; fiunt ſeprendecim ſcribo 7. & reſeruo vnum. Ter quatuor ſunt 12. cum vno priùs reſeruato ſunt 13. quæ ſcribo atque hic numerus 13749. eſt ille qui producitur ex multiplieatione numeri A per tria. Tertiò multiplico totum uumerum A, pet penultimam figuram numeri B, nempe per 2. eodem modo, niſi quòd, numerus D productus retrahatur in anteriora vnà ſede. Hoc modo bis tria ſunt 6. ſcribantur 6. ſub ſerie deeadum. Bis octo ſuut 16. ſcribo 6. reſeruo vnum. Bis quinqoe ſunt 10. & vnum ſunt 11. ſcribo 1. reſeruo vnum. Bis, quatuor; ſunt 8. & vnum reſeruatum ſune 9. Quartò multiplico eundem numerum A pee antepenultimam cyphram numeri B, rettahendo numerum E productum vna ſede.

Quintò ſimul addo numeros C, D, E prodoctos, ita vt fiat numerus F, dico numetum F eſſe qoæſitum nempe numerum F, toties continere nometum A, quod ſunt vnitates in numero B. ſeu eum continete centies vigeſies & ter.

Demonſtratio 10. ſi numerus A multiplicaretur per vltimam cyphram numeri B tantùm, produceretor numeros C. nam dicere ter 4583. idem eſt ac ſi hi tres numeri ſimul adderentur, ſed ſi tres numeri ſimul adderentut, produceretur numerus C, eaſdem enim cautionea adbibuimus, in hac multiplicatione, quæ in ſimpliei additione obſeruantur; nempe vt quoties in vna ſede ſeſuliat numerus nouenarium ſuperaos vltimus eius ſcribatur character; reſeruetur prior in ſedem anteriorem: ergo uumerus C tot continet vnitatea quot numerus A ter ſumptus.

| |
|---|
| 4 5 8 3. |
| 4 5 8 3. |
| 4 5 8 3. |
| 1 3 7 4 9. |

Secundò numeros D ortus ex multiplicatione numeri A, per penultimum characterem numeri B nempe 2. qui 2. ſignificat viginti; eſt enim in ſede decadum tot continet vnitates quot numetus A vigeſies ſumptus. nam cum

diximus

diximus bis tria sunt 6. & posuimus 6. sub sede decadum, idem est ac si dixissemus vigesies tria, seu 60. sunt enim 6. decades. Pariter dum diximus bis 8. sunt sexdecim, idem præstitimus, ac si dixissemus vigesies octo decades. Sunt centum sexaginta decades seu 1600. scripsimus autem 6. in tertia sede quia pertinet ad centenarios numeros, & ita deinceps in reliquis, ideóque per simplicem retractionem in anteriorem sedem, idem præstitimus ac si numerum A per viginti multiplicauissemus: igitur numerus D continet tot vnitates, quot numerus A vigesies sumptus; intelligendo tamen quod vltima cyphra numeri D sit decadum.

Idem probatem de numero E, qui tot continet vnitates quot numerus A centies sumptus. Intelligendo tamen cyphram vltimam numeri E pertinere ad centenarios numeros. Igitur tres numeri C D E, tot continent vnitates quot numerus A centies vigesies & ter sumptus. Sed numerus F genitus ex additione numerorum C,D,E, atque adeò illis simul sumptis æqualis tot continet vnitates, quot numerus A centies vigesies & ter sumptus quod erat faciendum.

### COROLLARIVM I.

Numerus quilibet per decem multiplicatur si illi addatur in fine o. ostendimus enim quod per simplicem retractionem in anteriorem sedem, idem præstamus multiplicando, per digitum, ac si multiplicaremus per numerum decadicum ei respondentem; sed si multiplicaretur per vnitatem, non mutaretur ille numerus & per additionem numeri o in fine; retrahitur in anteriorem sedem; ergo multiplicatur per 10. vel singulæ cyphræ, in sede anteriori decuplò augent valorem suum; sed per additionem cyphræ o. in fine; singulæ sunt in anteriori sede. Huc est quæ erat vltima fit penultima, & ita de reliquis; igitur fit multiplicatio per denarium numerum; si duo o addantur, fit multiplicatio per 100. si etia o per mille.

### COROLLARIVM II.

Pariter si numerus habens in fine vnum duo tria, quatuor o, decutietur, per deletionem vnius o, diuiditur per denarium numerum, hoc est restat tantum decima eius pars, priùs enim singuli characteres decuplò maiorem habebant significationem.

### COROLLARIVM III.

Si numero bis sumpto, addatur o. idem est ac si multiplicatus fuisset per 20. si ter sumpto idem est ac si multiplicaretur per 30. & ita deinceps. Si bis sumpto adderentur duo o idem est ac si multiplicaretur per 200.

### COROLLARIVM IV.

Si numerum decurtes vltimâ cyphrâ quæ sit o, & residui accipias dimidium, idem est ac si ealis numerus diuisus esset per 20. & ita de reliquis.

### COROLLAR. V.

Ex hac multiplicandi numeri per numerum methodo, facilè praxin Neperi rabdo Logicam concipies, qui nempe ope prismatum quadangularium multiplicationem, & diuisionem absoluit. Quæ praxis vt intelligatur præpono aliam non absimilem potius vt intelligatur, Neperiana quàm vllius compendij causa, nisi forsitan, in maximis operationibus ad subleuandum tædium.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. | 4583. | 1. | 4583. | A. |
| B. | 764. | 2. | 9166. | D. |
| | | 3. | 13749. | E. |
| F. | 18332. | 4. | 18332. | F. |
| | | 5. | 22915. | G. |
| H. 2 | 7498. | 6. | 27498. | H. |
| K. 3 | 2081. | 7. | 32081. | K. |
| | | 8. | 36664. | |
| | 3501412. | 9. | 41247. | |

Ita autem habet, sint A & B numeri multiplicandi. paretur tabella verbi gratia sit numerus A multiplicandus primò scribatur, & è regione illius ponatur 1. duplicetur & è regione ponatur 2. triplicetur & è regione ponatur 3. & ita deinceps vsque ad nouenarium hæc autem multiplicatio per solam additionem fieri potest, si enim numerum A numero A addas, producitur numerus D, illius duplus. Si numero D addas numerum A, exurgit numerus E illius triplus, si numero E addas numerum A fiet numerus F & ita deinceps, quâ paratâ tabellâ ita vtcris. Sit numerus A multiplicandus per numerum B, primò quia multiplicari debet per vltimū characterem 4. excerpe numerum F, cui præfigitur character 4. deinde quia eundem numerum A multiplicare debes per penultimam cyphram numeri B nempe per 6. excerpe numerum H. tandem quia idem numerus A per 7. multiplicandus est. Scribe numerum K cætera vt in multiplicatione perficies.

Tota difficultas est in paranda tabella, qua semel parata nullam habet difficultatem multiplicatio, quæ non fit in simplici additione. Vnde excogitauit Neperus tabulam aliquam quæ esset idonea omnibus numeris multiplicandis. Vult igitur ea quacumque materia solida verbi gratia ex aurichalco, ligno, imo & ex assiuri seu compactâ chartâ parari plura rectangula longiuscula, quæ nouem quadrata contineant, quorum singula scribendis saltem duabus cyphris idonea sint. Vult autem haberi plura huiusmodi verbi gratia triginta; in vtraque facie notata, eo qui sequitur modo.

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | 9 |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| /2 | /4 | /6 | /8 | 1/0 | 1/2 | 1/4 | 1/6 | 1/8 |
| /3 | /6 | /9 | 1/2 | 1/5 | 1/8 | 2/1 | 2/4 | 2/7 |
| /4 | /8 | 1/2 | 1/6 | 2/0 | 2/4 | 2/8 | 3/2 | 3/6 |
| /5 | 1/0 | 1/5 | 2/0 | 2/5 | 3/0 | 3/5 | 4/0 | 4/5 |
| /6 | 1/2 | 1/8 | 2/4 | 3/0 | 3/6 | 4/2 | 4/8 | 5/4 |
| /7 | 1/4 | 2/1 | 2/8 | 3/5 | 4/2 | 4/9 | 5/6 | 6/3 |
| /8 | 1/6 | 2/4 | 3/2 | 4/0 | 4/8 | 5/6 | 6/4 | 7/2 |
| /9 | 1/8 | 2/7 | 3/6 | 4/5 | 5/4 | 6/3 | 7/2 | 8/1 |

| 1 | 4 | 3 | 5 | 2 |
|---|---|---|---|---|
| 2 | /8 | /6 | 1/0 | /4 |
| 3 | 1/2 | /9 | 1/5 | /6 |
| 4 | 1/6 | 1/2 | 2/0 | /8 |
| 5 | 2/0 | 1/5 | 2/5 | 1/0 |
| 6 | 2/4 | 1/8 | 3/0 | 1/2 |
| 7 | 2/8 | 2/1 | 3/5 | 1/4 |
| 8 | 3/2 | 2/4 | 4/0 | 1/6 |
| 9 | 3/6 | 2/7 | 4/5 | 1/8 |

In rectangulis illis oblongis, scribe tabellam pythagoricam, quoties autem in eodem quadrato sunt duæ cyphræ hæ separentur ductâ diametro: si vnica fuerit scribatur infra diametrum relictô triangulo supra diametrum vacuo vsus autem talis est.

| | |
|---|---|
| A. | 4 3 5 2. |
| B | 4 5 3. |
| | 1 3 0 5 6. |
| | 2 1 7 6 0. |
| | 1 7 4 0 8. |
| | 1 9 7 1 4 5 6. |

Sit numerus A multiplicandus per numerum B. ita dispone tua rectangula, vt in fronte referant numerum A. & paratam habebis tabulam numeri A & quia numerus A, multiplicari debet per vltimam cyphram numeri B quæ est 3. tertia linea scribenda est non simpliciter sed addendi sunt characteres quando est vous in superiori triangulo quadrati, & alius in inferiori præcedenti. quod in exemplo clarum erit. In tertiâ igitur lineâ : vltima cyphra est 6. scribatur hæc, & quia in triangulo supra diametrum nihil est scribatur sequens character 5. deinde quia in superiori triangulo est 1, & in inferiori est 9. adde simul & fiunt 10. scribe 0. & retine 1. vnum & duo sunt tria scribe tria. deinde 1. ad habendum numerum qui oritur ex multiplicatione numeri A per penultimam cyphram numeri B, nempe per 5. excerpe quintam lineam & primo scribe 0. deinde adde 1. superioris trianguli, cum 5. inferioris antecedentis quadrati, quæ enim ita sunt dispositæ notæ ad eandem sedem pertinent, & fiunt 6. pariter adde 2. & 5. & fiunt 7. deinde 1. & 0. ad multiplicandum numerum A per 4. excerpenda est quarta linea eâdem methodo, reliqua fiunt vt in praxi communi, voluimus haberi plusquam nouem huiusmodi rectangula quia aliquando numerus totalis semel, bis, aut pluries eandem cyphram repetit. vt si talis numerus esset multiplicandus 45444. & alius quilibet, vnde in vtraque facie rectangula notanda sunt; ita vt ille qui incipit à nouenario, in facie aduersa incipiat à binario. hic demonstratione opus non est cum, res sit satis per se nota.

## PROPOSITIO XIV.

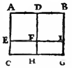
*Multiplicationem examinare.*

| | |
|---|---|
| A. | 2 4 1. |
| B. | 1 4 3. |
| | 7 2 3. |
| | 9 6 4. |
| | 2 4 1. |
| D. | 3 4 4 6 3. |
| B. | 1 4 3. |
| A. | 2 4 1. |
| | 1 4 3. |
| | 5 7 2. |
| | 2 8 6. |
| D. | 3 4 4 6 3. |

Primus multiplicationis examinandæ modus erit, si qui fuit multiplicans transeat in multiplicandum, vt si numerum A multiplicaueris per numerum B, factusque fuerit numerus D. si rursus numerum B, per numerum A, multiplicaueris vt in secundo exemplo idemque numerus D productus fuerit, erit signum licèt non infallibile te benè fuisse operatum.

Saltem si fuerit diuersitas certum est in alterutrâ operatione fuisse erratum, nam propositione 13. ostendimus eundem numerum prodire quicumque sit multiplicans, aut multiplicandus.

## LEMMA.




Si duo rectanguli latera sint diuisa vtcumque: erit rectangulum illud æquale, rectangulis quæ sub singulis segmentis vnius, & singulis alterius comprehenduntur.

Sint rectanguli latera AB, AC, diuisa vtcumque in D & F dico rectangulum totum AG æquale esse 4. rectangulis, quorum primum comprehenditur sub AD, vnius & AE, alteriùs, item alteri comprehenso sub A D, & E C item duobus aliis comprehensis sub D B & AE, item sub

ſub DB, & EC. nam rectangulum AB, eſt æquale omnibus ſuis partibus ſimul ſumptis illæ autem ſunt rectangula AF, CF, BF, FB ſed AF comprehenditur ſub AD, AE, CF autem ſub EF ſeu AD, & EC; BF; ſub DB DF ſeu AE; denique FB; ſub FI ſeu DB, & FH ſeu EC: ergo rectangulum totum, æquale eſt rectangulis comprehenſis ſub ſingulis ſegmentis vnius lateris, & ſub ſingulis ſegmentis alterius.

## PROPOSITIO XV.

Theorema.

*Si numerus, per mutuam multiplicationem aliorum duorum producatur, idem numerus relinquetur, abiectis nouenariis, ex producto, qui relinquitur abiectis nouenariis, ex eo qui producetur per multiplicationem reliqui, ex iiſdem numeris, ſubducto prius ex iis nouenario quoties poteſt.*

K.

B. 4 3 3. E. 1.

C. 3 5 4. F. 3 G. 3.

L. I. 3.

A. 1 5 3 2 8 2. H. 3.

Sit numerus A productus ex multiplicatione numerorum B, C. dico ſi ex A auferatur nouenarius quantùm poteſt, & reliquus ſit H; item ſi ex numeris B, & C auferatur nouenarius, ita vt relinquantur E & F qui multiplicati in ſe inuicem producant G, ex quo auferatur nouenarius & reliquus ſit I, dico numeros H & I eſſe æquales.

Demonſtr. numerus A, eſt rectangulum cuius latera ſunt B, & C. diuiſa per reiectionem nouenariorum in partes, quas vocamus K, & E item L, & F, ita vt K contineat nouenarios omnes numeri B, & E ſit reliquum, & L nouenarios numeri C, & F ſit reliquum. per lemma ſuperius rectangulum A, eſt æquale rectangulis ſub KL, KF, LE, FE: igitur toties inuenitur nouenarius in rectangulis ſub E, F ſub KF, & ſub EL; quoties in numero A, & idem numerus relinquetur: ſed ſubductis nouenariis ex rectangulis K, L, K, F, EL, nihil relinquitur cum ea rectangula metiatur nouenarius L nam numeri K, & L ſunt nouenarij, ergo ſubductô nouenariô ex numero G, ſi tamen poteſt ſubduci reliquus I æqualis erit, reſiduo H numeri A, poſtquam ablati ſunt nouenarij quod erat demonſtrandum.

### COROLLARIVM.

*Examen multiplicationis per reiectionem nouenariorum.*

B. 3 5 4.

C. 8 3.

H. 1 0 6 2.

K 2 8 3 2.

A. 2 9 3 8 2.

6 G

E 2 X 3 F

6 D

Sit numerus A, productus ex multiplicatione numerorum B, C, ſitque examinandum an fuerit bona operatio, ſubduc ex numero A, nouenarium quoties poteſt, & reſtet 6. ſcribe 6. vt vides in infima parte D. ſubduc nouenarium ex C. ſitque 2. reſiduus, qui ſcribatur in E, item reſiduus ex B ſit 3. ſcribendus in F. multiplica F per E; & ex producto aufer nouenarium, ſi reſiduus G; ſit æqualis numero D ſignum eſt bonam eſſe operationem. demonſtratio patet, nempe ſi illæ duæ cyphræ non eſſent æquales erratum eſſe.

Vt autem error detegatur, quia poteſt error eſſe, vel in linea H; hoc eſt quod malè multiplicatus ſit numerus B per vltimam cyphram numeri C nempe 3. vel in linea K, hoc eſt quòd perperàm multiplicatus ſit idem numerus B, per primam cyphram numeri C nempe per 8 eâdem methodo id examinabis, huc modo: aufer ex numero B nouenarium, quantùm fieri poteſt relinquitur 3, hanc cyphram multiplica per vltimam cyphram numeri C; producitur 9. abiecto nouenario nihil relinquitur: dico quod ſi ex linea H, abiiciatur nouenarius: ſi erratum non eſt, nihil relinquetur. pariter examinabis lineam K, multiplicando 3. reliquum numeri B, abiectis nouenariis, per 8. numeri B, fiuntque 24. hoc eſt 6. dico in linea K abiectis nouenariis relinquendum numerum 6. ſi autem error nullus ſit in ſingulis multiplicationibus neceſſariò erit in additione.

## PROPOSITIO XVI.

*Varia multiplicationis exempla.*

Vt addiſcant Tyrones diuerſos multiplicationis vſus, neque enim ſolis mercatoribus, ſed etiam imperatoribus, & ducibus vtilis eſt, varia eius proferam exempla.

A. 5 8 6 4.

B. 4 0 6 5.

H. 2 9 3 2 0.

K. 3 5 1 8 4.

N. 0 0 0 0.

L. 2 3 4 5 6.

C. 2 3 8 3 7 1 6 0.

G 3

E 6 X 5 F

3 D

Sit agmen militum in cuius fronte milites 5864. in latere quolibet 4065. quæritur numerus militum in tali agmine comprehenſorum.

Multiplica primò numerum A per 5. vltimam

 ſcilicet

fcllieet cyphram nomeri B fietque numerus H. tum moltiplicabis eundem numerum A per B penultimam cyphram oumeri B, fietque numeros K retrahendus vna fede in anteriora; tertiò multiplicetur idem numerus A per o fierque numerus N pariter retrahendus. Denique multiplicetur numerus A per 4. nempe per primum characterem numeri B, fietque numerus L pariter retrahendus vnà fede addantur fimul numeri H, K, N, L, fierqne C nometus militum talc agmen componentium, è quo ablatis nouenatiis reftat nomerus D. pariter ablatis nouenatiis ex B reftar E, & ea A ablatis nouenatiis reftar F multiplica E per F & ea producto aufer nouenarium; reliuquitur numerus G qui cum fir æqualis numero D benè proceffiffe operationem concludendum eft.

8 o o.
6.
4 8. o o.

Sunt aliqoa compendia in diuerfis eaemplis quæ regulam non variant. vr fi fcire velis pretium octingentarum vluarum olofierici, cuius vlna venit nummis 6. multiplica 8. per 6. & producto 48. adde fuas cyphras oo. Ratio clara eft quia per numerum 6. multiplieandi effent fiogulæ cyphræ o. vt nempe 48. fuam fedem obtineret.

A. 3 o o.
B. 2 o o.
C. 6 o o o o.

Aliud eaemplum fit. A multiplicandum per B, multiplica ptimam cyphram numeri A per primam numeri B; fientque 6. cui addes cyphras o, tam numeri multiplicantis, quam numeri multiplicati. Ratio eft quia fi a. multiplicaret 300. fierent 600. fed ceoinplo debet fieri maior nomerus, eò quod 200. fit numerus centuplus numeti a.

D. 2 3 4 6.
E. 8 o o.
F. 1 8 7 6 8 o o.

Alia exempla fimilia, fieri poffunt vt fi numerum D per E multiplices. multiplica numerum D, per 8. primam cyphram numeri E producetur numerus 18768. cui poft pones duo o.

Dum nometus multiplicandus eft per 10. ipfi addatur vnum o, fi per 100. duo oo addantur, per 1000. tria ooo.

Piftolæ 3.4 5.
1 1.
3 4 5.
Faciunt 3 4 5.
Francos 3 7 9 5.

Per multiplicationem maiores monetæ fpecies, ad minores reducemus, exemplum. nommos auteos in francos: multiplicando eorum oumerum per 11.

Franci 4 5 a.
a
Affes 9 0 4 0.

Francos in affes reducemus fi numerum duplicemus, & producto addamus o.

3 6 5. dies
2 4.
1 4 6 0.
6 7 0.
8 1 6 0. horæ
6 0.
4 8 9 6 0 0.
6 0.
2 9 4 6 6 0 0 0. minura

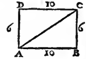
Ira fciemus quor fint horæ in anno fi 365. dies multiplices per 24.

So'â etiam multiplicatione omnes fuperficies metimur v. gratiâ fit longitudo vnius cubiculi pedum 35. & latitudo 25.

3 5.
2 5.
1 7 5.
7 0.
8 7 5.

Si multiplicamus vnum oumetum per alium, eaurger atea eubiculi pedum quadratorum 875.

Si velimus fcire quot neceffarij fint, lateres vr toram cubieuli aream tegaor cognofcere debemus quor lateres in longum difponi poffint; qoor item in larum, fi vnum numerum per alium multiplicemus, exurger numerus laterum neceffatiorum ad pauimentum. idem dicito de regulis.

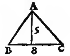



Parallelogrammum rectaogulum, vt diaimus metimur fi vnum latus DC 10. per aliud AD 6. multiplicamus.

Omne triangulum rectangulum metimur fi vnum latus compreheodens angulum rectum, per alitud latus mulriplieemus: producti dimidium erit atea trianguli, vt fi rrianguli A B C aream volomus cognofcere, AB 10. per 6. multiplicamus, fiuntque 60. cuius dimidium 30. eft area trianguli, quia nempe hâc multiplicatione, exurgit area totius rectanguli ABCD, cuius dimidium eft triangulum ABC.

Hac methodo metieris omnes muros, vt qooties latomis merces numeranda eft, priùs metiri debemus quot fint octopedæ quadratæ, hoc eft quot fint qoadtata, quorum longitudo feu latus fit octopedum, longitudo muri per altitudinem multiplicanda eft, productus enim erit numerus quadratarum octopedarum.

Si oecurrant triangula rectangula vt A B C. longitudinem A B, per dimidiatam altitudinem BC multiplica, & productum exhibebit aream trianguli ABC.




In triangolis quibufcumque, fi ab angulo quocumque ad oppofitam bafin ducas perpendiculatem; area eius comprehendetur fub dimidiata

diatâ basi & perpendiculari, quare si dimidiatam basin multiplices per perpendicularem eaurget area trianguli, vt si dicas in hoc eaemplo quater quinque fiunt 20. alia necessaria ad mensurationem, non sunt huius loci cum peculiarem sibi vendicent tractatum hæc tamen notasse nun piguit.

## PROPOSITIO XVII.

### Problema.

*Examen additionis numerorum denominatorum.*

Diximus supra intelligi non posse examen additionis numerorum denominatorum nisi traditâ multiplicatione, ideoque locus est, vt illud explicemus. tradam autem primò praxin deinde demonstrationem.

| | Dies | horæ | min. | secund. |
|---|---|---|---|---|
| A. | 32. | 19. | 43. | 8. |
| B. | 14. | 8. | 9. | 53. |
| D. | 47. | 3. | 53. | 1. |

Sint numeri A & B addendi, sit etiam numerus D. productus per additionem propriam numerorum denominatorum. Primum ea 47. primo intervallo dictum numeri D. auferatur 9. quantùm fieri potest, restat 2. illud 2. multiplicetur, per denominatorem horarum, id est 24. sed priùs ab illo denominatore aufer 9. si fieri potest, restant 6. multiplica igitur 6. per 2. fiunt 12. aufer 9. relinquuntur 3. addenda tribus, seu secundo membro numeri D. illa 6. multiplica per numerum 60. denominatorum minutorum decurtatum tamen omnibus nouenariis, id est per 6. fiuntque 36. ex quo abiecto nouenario nihil relinquitur ideoque abiectis nouenariis ea numero D relinquitur vnitas.

Secundò eâdem methodo abiice nouenarium ea numeris A, & B addendis: id est ex primo membro dictum numerorum A, & B si abiiciatur nouenarius relinquitur I multiplica per 24. denominatorem horarum, abiectis prius nouenariis, id est 6. fiunt 6. quæ si addas secundo membro horarum seu 19. & 8. & abiicias nouenarium relinquetur 6. quem numerum multiplica per 60. decurtatum nouenariis, id est per 6. fiunt 36. & abiectis nouenariis nihil relinquitur; ex tertio membro minutorum aufer nouenarium relinquuntur 7. quæ multiplica per 60. numerum minutorum secundorum decurtatum nouenario, seu per 6. fiunt 48. seu abiectis nouenariis 3. quæ 3. adde vltimo membro secundorum, & abiice nouenarium relinquitur vnitas, vt in numero D. ostendere debeo benè processisse operationem.

Demonstratio dico quod si numeri A, & B conuerterentur in minuta secunda & pariter, quod si numerus D conuerteretur in minuta secunda; quod relinqueretur vtrobique vnitas abiectis nouenariis hoc est dico idem esse abiicere nouenarium ex numeru D; methodô traditâ, ac si numerus D esset in minuta secunda conuersus, & ea producto auferretur nouenarius numerus & hoc ostendo in breuiori exemplo sit numerus

| | Dies | horæ |
|---|---|---|
| A. | 147. | 19. |

horas 24.

| B. | D. | E. |
|---|---|---|
| 3547. | 3528. | 19. |

C I.

A. dico quod si 147. multiplicaretur per 24. & illi adderetur 19. ita vt fieret numerus B ex quo abiectis nouenariis relinqueretur vnitas, quod si ex numero A auferatur nouenarius, & reliquum nempe 3. per 24. seu abiectis nouenariis per 6. multiplicetur, ita vt fiant 18. seu abiectis nouenariis nihil relinquitur (si autem aliquid relinqueretur illud addendum esset sequenti membro) & ea reliquo abiiciendus nouenarius quod relinquitur erit pariter vnitas. Sit numerus D ortus ea multiplicatione 147. per 24. ideoque numeri D, & E sint æquales, numero B: ergo (*per propositionem quintam huius*) idem relinquitur numerus ex B abiectis nouenariis, qui ex D & E: sed idem relinquitur ex D, & E qui relictus fuit ea toto A methodo tradita, nam (*per 15. huius*) idem numerus relinquetur si ex D auferatur nouenarius, ac si ex 147. & 24 auferantur nouenarij, & reliqui nempe 3. & 6. multiplicentur. & ea producto auferatur nouenarius id autem quod relinquitur ex numero D addendum erat numero E, nempe 19. vt subducatur nouenarius, ergo etiam id quod relinquetur per nostram methodum addi debet numero horarum. ergo idem numerus abiectis nouenariis per nostram methodum relinquetur qui relictus esset ex numer B. quod erat demonstrandum.

Quod autem ostendi in his membris; ostendi potest in reliquis; atque adeò cùm numeri A, & B prioris figuræ, æquales esse debeant numero D; tot debent esse minuta secunda in numero D, si reduceretur in talia minuta, quot in numeris A & B, vnde si ea summa vtrâque abiiciatur nouenarius, debet idem numerus relinqui vtrobique.

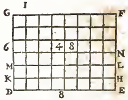
## PROPOSITIO XVIII.

*Quid sit diuisio.*

Diuisio numeri diuidendi per numerum diuisorem, est inuestigatio numeri qui indicat quoties numerus diuisor inuenitur in diuidendo, vnde vocabitur quotiens. indicabit autem per vnitates suas, ideoque tot continebit vnitates, quoties diuisor in diuidendo inuenitur, quare numerus quotiens, seu qui quæritur, toties vnitatem continet, quoties diuidendus continet diuisorem atque adeò est eadem ratio quotientis, ad vnitatem; quæ est diuidendi ad diuisorem. sit numerus A, diuidendus per B, quæritur numerus C, qui indicet, quoties numerus B diuisor inuenitur in numero A. seu qui toties vnitatem contineat, quoties numerus A continet numerum B. vel etiam quærimus numerum qui multiplicando numerum B, producat numerum A. & sub hac consideratione vltimâ, quia diximus superiùs

| | |
|---|---|
| A. | 48. |
| B. | 8. |
| C. | 6. |

quoties




quoties numerus alium multiplicat, quòd productus considerari possit sicut numerus planus, seu quasi rectangulum tot constans quadratulis quot continet vnitates numerua A, diuisor seu numerus DE, intelligitur proprie per modum rectanguli DH, cuius omnia quadratula sint in vnum ordinem digesta. quæritur ergo quotnam, in rectangulo DF 48.quadratulorum;inueniantur ordines quadratulorum, æquales rectangulo DH; quot autem fiunt ordines, tot erunt quadratula in rectangulo DI; quot autem sunt quadrata in rectangulo DI, tot linea DG continebit partes æquales; igitur per diuisionem cognitâ areâ rectanguli DF, & vno latere nempe DE innotescit aliud latus DG, & est illud quod quæritur.

Ex quo fit vt sæpè hæc diuisio numeri, per numerum vocetur ab aliquibus applicatio numeri, ad numerum; nam vt sciatur quot vicibus, inueniatur rectangulum D H in rectangulo DF illi applicari intelligitur;primo in HD deinde in KL, M N &c. donec exhauriatur rectangulum FD.

Quod si numerus diuidendus intelligeretur per modum solidi: numerus etiam diuidens intelligi deberet ad modum alicuius solidi, quæ omnia indicare volui vt discant Tyrones numeros quantitati continuæ aptare.

## PROPOSITIO XIX.

Problema.

*Numerum quemcumque maiorem, per minorem diuidere.*

1 2 2 3
A 5 8 8 7 0
B 1 4 5 (406
C 1 4 5
D 1 4 5

Sit numerus A maior,diuidendus per numerũ B.

Præceptum Primum subscribatur diuisor B, numero diuidendo A;ita tamen vt diuisor B,non sit maior membro, cui primò applicatur vt hic vides nam 145.non est maior quam 588.

Secundum præceptum est, vt quæramus quoties numerus diuisor 145. inueniatur in membro 588. cui applicatur, quod si iam fœlicis imaginationis essemus, vt vnico intuitu id præstare possemus. compendiosior esset operatio,vt dum vnicâ tantùm cyphrâ diuisor constat; id facilè possumus: quia autem id primò non possumus, per attentationem id experimur; quæramus ergo quoties vnitas quæ est prima cyphra diuisoris,inuenitur in 5. inuenio esse quinquies, antequam scribam 5. in diuisore, experiri debeo mente, an si multiplicauero 145. per 5. non fiat numerus maior quam 188. dico ergo si multiplico vnitatem numeri B per 5. fiunt 5. quæ si subtrahas ex quinario numeri A nihil relinquitur, multiplica cyphram 4. numeri B per 5. fiunt 20. quæ subduci non possum ex 8. quare signum est, te nimis magnam cyphram posuisse in quotiente. experire an 4. meliùs procedant. multiplica vnitatem numeri B per 4. fiunt 4 quæ si subducas ex quinque restat vnitas, tum multiplica 4. numeri B, per cyphram 4. inueniam fiuntque 16. quæ subtrahi possunt ex 18. quare iam tutò scribere potes 4.in quotiente. Præceptum Tertium debea multiplicare totum numerum B, per 4. & productum subtrahere ex primo membro numeri A. nempe ex 588. quia tamen nimis operosum esset, tot cyphras scribere, eâdem opera, & multiplicabis numerum B, & productum subtrahes ex 588. hoc modo multiplica primam cyphra 1. per 4. fiuntque 4. quæ si subtrahas ex 5. restat vnum, dele vnum numeri B, & 5. numeri A; & scribe vnitatem reliquam. Cum multiplicabis secundam cyphram numeri B seu 4. per 4. fiuntque 16. quæ subtrahes ex 18. numeri A, restabuntque duo, dele 4. numeri B, & 18. numeri A, scribeque quod relinquitur nempe 2. denique multiplica vltimum characterem numeri B, per 4. fientque 20. quæ subduces ex 28. restabuntque 8. si benè operatus es,numerus relictus ex prima parte numeri A; nempe ex 588. debet esse minor numeri B,si enim maior esset, prima cyphra quotientis nimis parua esset.

Præceptum quartum. promoue diuisorem vno gradu versus dextram; vt expendas quoties inuenitur in 87. quia autem 145. maior est quàm 87.ideo in quotiente ponenda est cyphra o quæ significat 145.non inueniri in 87. deleatur igitur diuisor 145. secundo loco positus. promoueaturque vlteriùs, & quia sic vnitas numeri D,subiacet numero 8.quære quoties vnitas inueniatur in 8. certum est inueniri octies, sed si notarentur octo in quotiente, multiplicando vnitatem per 8. fierent 8. quibus ablatis ex 8. nihil relinqueretur, & dum eadem cyphra quotientis nempe 8. multiplicaret 4. diuisoria, fierent 32. quæ subduci non possent ex 7. vnde cyphra quotientis minor esse debet, si poneretur 7. adhuc,idem sequeretur inconueniens.

Quare antequam scribatur 6. in quotiente experire an benè procedat. si multiplices 1. diuisoris per 6. fient 6. quæ si subtrahas ex 8. restant duo; tum si per eundem 6. multiplices 4. secundam cyphram diuisoris fient 24.quæ si subtrahas ex 27. restant 3. denique si multiplices per 6. vltimam cyphram diuisoris 5.fient 30.quæ adæquant id quod relinquitur in numero A.

Quare ponere potes 6. tum multiplicare debes 145. per 6. & productum auferre ex 870. quod eâdem operâ præstabis, multiplica igitur 1. per 6. fient 6. quæ si auferas ex 8. restant 2. scribenda; deletis 1. & 8. multiplica 4. per 6. fiunt 24. quæ si auferas ex 27. restant tria scribenda, & dele 2.7. & 4. denique multiplica 5. per 6.fient 30. quæ si subtrahas ex 30.nihil relinquetur.

Demonstratio. per diuisionem quærimus quotientem

tientem, qui ostendat qooties diuisor, inuenitur in diuidendo; seu qui multiplicando diuisorem producat diuidendum: sed hac methodô id præstamus, nam iubemor inuenire primam cyphram quotientis, quæ quia duas sequentes habere debet, pertioet ad centenaria, & multiplicando numerum B producat numetum minorem primô membrô diuidendi, nempe 588. non tamen ita vt relinquatur numerus maior, quam 145. qui numerus productus ex 4. per 145. quia cyphra 4. illum prodncens pettinet ad centenaria, post se debet intelligi habere duo o. hoc est si scriberetur relinqueret adhuc duas cyphras vacuas. Hoc enim idem est. Hic autem numerus productus ex multiplicatione 145. per 4. quamvis non scribatur, subintelligitur & verè aufertor ex 588.

Iubemur exinde promouere divisorem vno gradu; ita vt eius vltima, respondeat penultimæ dividendi. Cum enim divisor non ampliùs per centenaria multiplicari debeat. Sed per decades, eius vltima esse debet sub decadibus. Sed hôc modo, collocatus divisor, neque semel invenitur in membro dividendi sibi competente. Ideo notator o, tantùm vt expleatur sedes, nempe vt prior cyphra suum valorem centenariorum obtineat.

Denique promovetur divisor, vt multiplicetur per vnitates, qoærimúsque numerum qui multiplicando numerum 145. faciat 870. vel proximè minorem; invenimúsque esse 6. quare prima figura quotientis, quæ est 400. multiplicando 145. efficit 58000. secunda quæ est o. nihil efficit. vltima quæ est 6. multiplicando 145. efficit 870. quæ addita numero 58000. numerum 58870. prodocit, qood efficiendum erat.

## PROPOSITIO XX.

*Aliæ praxes diuisionis.*

Quamvis omnes praxes in idem recidant, & æquivalenter, sint eædem, in specie tamen aliquam habent diversitatem: inter eas illæ commodiores censendæ sunt, quæ paucioribus characteribus vtuntur.

Omnes divisionis praxes primò, in hoc conveniunt quod eodem modô applicent, aut applicatum intelligunt divisorem numero dividendo: hoc est ita vt membrum dividendi cui applicatur divisor, eôdem divisore minus non sit.

Secundò omnes eodē modo per attentationē in mente factam quærunt singolas quotiētis cyphras.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. | 8 9 4 5 0. | B. | 4 3 2. |
| D. | 8 6 4. | | |
| E. | 3 0 5 0. | | |
| F. | 3 0 2 4. | C. | 2 0 7. |
| G. | 2 6. | | |

Proponam igitur praxin quæ satis ostendit totum artificium. Sit ergo numerus A dividendus, numerus B divisor qui subintelligatur applicari dividendo, ita vt primus character 4. primo 8. respondeat, secundus 3. secundo 9. tertius 2. tertio 4. sub quo notetur punctum. Quæratur prima cyphra quotientis per attentationem, eô modô quô diximus, quæ sit 2. per hanc cyphram 2. multiplica divisorem 432. fiatque D 864. quem ita scribes subdividendo A, vt vltimos character respondeat puncto notato. Hunc numerum D subtrahe ex membro 894. restabunt 30. huic numero 30. addes cyphram sequentem numeri A nempe 5.

Intellige divisorem B applicatum numero 305. ita vt vltima eius cyphra respondeat notæ 5. & quære quoties divisor 432. inveniatur in numero 305. certum est non inveniri, quare nota o in quotiente.

Numero 305. adde o desumptum ex numero A. & intellige diuisorem B applicatum numero 3050. ita vt vltima eius cyphra 2. respondeat vltimæ numeri 3050. inueniesque per attentationem esse septies, scribe 7. in quotiente, multiplicabisque diuisorem B, per 7. & productum F scribes sub numero 3050. & ab eo subtrahes relinquetur 26. dico ergo numerum C, esse quotientem & relinqui 26.

Ex quibus vides in singulis membris, primò applicandum esse diuisorem membro diuidendi sibi competenti.

Secundò quærendum characterem quotientis per attentationem, tertiò per characterem inuentum; multiplicandum esse diuisorem.

Quartò productum subtrahendum esse, ex membro diuidendi proposito, ita tamen vt id quod relinquitur minus sit diuisore.

Tertia praxis numerum genitum ex multiplicatione diuisoris, per cyphram quotientis non scribit, sed multiplicando subducit ex membro diuidendi sibi competente.

Compendium & vtilitas huius praxis in eo consistit; quòd paucissimas scribat cyphras, nihilque deleat, huius exemplum hic apponam.

Sit diuidendus A, diuisor B, quæritur quotiens C. scribatur diuisor infra dividendum, relicto spatio intermedio, ad operationem. scribatur etiam quotiens infra diuisorem.

| | |
|---|---|
| A. | 8 4 5. 6 7. |
| | 1 9 7 6. |
| | 3 2 7. |
| | 3. |
| B. | 3 2 4. |
| C. | 2 6 1. |

Intelligatur applicari diuisor B membro sibi competenti, vt in hoc exemplo, vltima eius cyphra respondet tertiæ dividendi 5. sub qua notetur punctum.

Tum more consueto per attentationem, quære primam cyphram quotientis, quæ sit 2. per hanc multiplicandus est divisor, & productus subtrahendos ex 845. sed id vnâ eâdemque operâ facile perficies. Dic ergo bis quatuor sunt octo, quæ subtrahi non possunt ex 5. subtrahantur ex 15. restant 7. scribenda sub 5. & memento te retinere vnum, eo quod processeris vltra decadem dicito bis duo sunt quatuor, & vnitas retenta efficiunt quinque, quæ subtrahi non possunt ex 4. subtrahantur ex 14. restant 9. scribenda sub 4, dividendi; & memento te retinere vnum. Bis tria sunt 6. & vnum retentum sunt septem, quæ si auferas ex 8. restat vnum subscribendum. Adde numero relicto 197. cyphram 6. sequentem in dividendo: iā quærere debes quoties divisor 324. inveniatur in 1976. deprehendo per attentationem inveniri sexies, scribe 6. in quotiente, & per cyphram 6. multiplico divisorem incipiendo ab vltima & dicendo sexies 4. sunt 24. quæ auferri non possunt neque ex 6. neque ex 16. sed ex 26. & restant duo scribenda, & quia subtractio

facta est ex viginti,retine duo; feaies duo funt 12. & duo retenta, funt 14. quæ auferri non poſſunt ex 7. auferantur ea 17. reſtant tria ſubſcribenda, & retine vnum: ſexies tria ſunt octodecim, & vnum retentum ſunt 19. quæ ſi auferantur ex 19. nihil reſtat. Adde cyphram 7. diuidendi numero 32. & quæro quoties 324. in 327. inuenio ſemel. ſcribe 1. in quotiente. Multiplicando diviſorem per vnum factâ ſubſtractione reſtabunt tris.

Notandum primò, in ſingulis membris id quod relinquitur minus eſſe debere, diviſore, ſi enim maius, aut æquale eſſet, diviſor adhuc ſemel in diuidendo inveniretur, atque adeò nimis parvus aſſumptus eſſet quotiens.

Notandum 2. Id quod relinquitur factâ diviſione, minus ſemper eſſe diviſore. Illudque eſſe numeratorem fractionis cuius diviſor ſit denominator vt in exemplo ſuperiori fiet fractio $\frac{3}{324}$

Illud autem quod relinquitur debet reduci in minutiores partes vt ſciatur quantùm competat quotienti. Quod vt meliùs intelligatur ſupponantur 84567. nummi dividendi, ſeu diſtribuendi trecentis hominibus, certum eſt per regulam ſuperiorem cuilibet competere nummos 261, & reſtare tres nummos; qui vt diſtribui poſſint trecentis viginti quatuor hominibus; debent mutari in francos fientque novem franci. Sed neque adhuc diſtribui poſſunt 324 hominibus. Quare ex francis fiunt aſſes multiplicatione per 20. fientque 180. aſſes. Sed adhuc ſic diſtribui non poſſunt tot hominibus.fiant ergo denarij multiplicatione per 12. fientque 2160. denarij. Inſtituatur ergo diviſio numeri 2160.per diuiſorem 324. quotiens erit 6. & reſtabunt adhuc 216. denarij non diſtributi, ex quibus ſi fiat moneta adhuc minor, vlterior diſtributio fieri poterit.

Vt autem meliùs intelligatur vſus diuiſionis, varia exempla proferam quæ Tyronibus proponi poterunt.

Sunt 4. mercatores qui ſocietatem inierunt,lucrum autem fuit 900. quæritur quantùm cuilibet competat inuenio 225.

Imperator milites habet 35294. quos diſtribuere debet in ſeptem agmina æqualia. Quæritur quot militibus conſtet vnum agmen. inuenio 5042.

A. 3 5 2 9 4.
2 9.
1 4.
D. 7.
C. 5 0 4 2.

hominibus 8000. diſtribuendi ſint 400000. quæritur quot nummi vnicuique eveniant invenio 50.

Emit aliquis equos 432. deditque nummos 13824. ſinguli equi væ nient nummis 32.

Quoties numerus aliquis dividendus eſt per 10. 100. 1000. toties eius vltima cyphra, vel duæ vel tres delendæ ſunt. Et ſi 8460. per 10. erit quotiens 846. Si in fine habeat cyphras ſignificatiuas illæ cum quotiente fractionem efficient vt ſi numerus 43567. per 100. ſit dividendus erit quotiens 435. $\frac{67}{100}$

## PROPOSITIO XXI.

### Problema.

*Reductio minorum ſpecierum monetæ ad maiores.*

Si minores ſpecies monetæ, ad maiores reduci debeant, dividendus eſt numerus inferioris monetæ, per numerum ſignificantem quoties minor in maiori continetur. Sit exemplum primum. Librarum Turonenſium 411.vis ſcire quot nummos efficiant divide numerum propoſitum per tria, quotiens 137. erit numerus nummorum.

Si ex libris nummos aureos velis efficere, numerus propoſitus per 11. dividatur. Vt ex aſſibus francos efficias reſervatâ vltimâ cyphrâ reliqui ſume dimidium; ſit exempli cauſa numerus aſſium 5834. reſervatâ vltimâ cyphrâ 4. numeri reliqui ſume dimidium fiunt 291. reſtatque 1. hoc eſt 10. aſſes. Cum 4. primo ablatis fiunt 14. & ita de reliquis.

Notandum item datâ parallelogrammi rectanguli area; & vno latere; per diviſionem aliud latus innoteſcere vt iam dixi.

Diviſio examinatur, eo modo quo multiplicatio ſolùm haberi debet ratio reſidui, quoties diviſione facta aliquid relinquitur in dividendo. Sit ergo vt ſupra dividendus numerus A 35294. per 60. fit quotiens 588. & relinquitur 14. ex numero A aufer novenarium, quantùm fieri poteſt reſtant 5. ſcribenda in D. ex diviſore, ablato novenario ſi fieri poteſt reſtant 6. ex quotiente reſtant 3. ſcribenda in E, & F. multiplica 6. per 3. fiunt 18. adde quæ reſtant nempe 14. fiunt 32 à quibus ſi auferas novenarium reſtant 5. ſcribenda in G; quia numeri D & G æquales ſunt; bona fuit operatio.

A. 3 5 2 9 4.
4 9 4.
1 4.
B. 6 0.
C. 5 8 8.

5 G
E 6 X 3 F
5 D

## PROPOSITIO XXII.

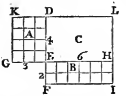
### Theorema.

*Si 4. numeri proportionales fuerint, numerus productus, ex multiplicatione primi, & vltimi, æqualis eſt numero producto, ex multiplicatione, ſecundi, & tertij.*

Vocamus numeros proportionales cum primus, ad ſecundum, eandem rationem habet, ac tertius ad quartum, quid autem hoc ſit explicuimus ſatis fusè, initiô libri quinti elementorum Euclidis. Hæc etiam propoſitio eſt 16. ſexti libri Elementorum Euclidis.

Revocandum autem eſt, id quod initio multiplicationis diximus nempe per multiplicationem produci rectangulum aliquod, cuius numeri multiplicantes ſint latera, numerus verò productus ſit area.

Sint




Sint igitur quatuor numeri 3. 6. a. 4. proportionales repræsentari per lineas. Sitque numerus A, seu rectangulum quod producitur ex multiplicatiooe, primi 3. per vltimum 4. pariter sit rectãgulum B quod oriatur ex multiplicatione secundi numeri 6. per tertium 2. dico rectangulum A nempe 12. æquale esse rectangulo B. iungantur enim rectaogula, ita vt GEH, & FED fiot rectæ lineæ, perficiatúrque rectangulum, C productis lioeis KD, IH, dooec eoocurrant in L.

Demonstr. (*per* 1. 6.) ita est rectangulum A, ad C; sicut G E, ad E H; seu 3. ad 6. sed vt 3. ad 6. ita supponitur 2. ad 4. seu FE, ad DE: ergo A ad C. se habet vt FE, ad ED; sed vt FE ad ED; ita (*per* 1. 6.) B ad C: ergo vt A ad C, ita B ad idem C. ergo (*per* 9. 5.) A, & B sunt æqualia quod erat demonstrandum.

Eôdem modô demonstrabimus, quod si A & B sint æquales erit vt C E, ad E H, ita FE ad ED.

## PROPOSITIO XXIII.

Problema.

*Tribus datis numeris quartum proportionalem inuenire.*

A. B. C. D.
3. 6. 5. 10.

Sint tres numeri dati A, B, C, quæritur quartus proportionalis. Hoc est quæritur quartus numerus D ad quem tertius C eandem rationem habeat, quam habet, primus A, ad secundum B. multiplica secundum B. per tertium C, & productum diuide per A; quotiens diuisionis, erit numerus D. quæsitus.

Demonstratio (*per superiorem*) numerus productus ex multiplicatione B per C æqualis est numero producto, ex multiplicatione A, per D, sed moltiplicando B, per C, habetur talis numerus: ergo per eam multiplicatiooem habetur numerus qui producetetur ex multiplicatione numeri A per D, nempe eogoscitur eios area; sed (*per* 17. *huius*) si cognita area, per vnum latus nempe A diuidatur, diuisionis quotiens, erit aliud latus, ergo per primum A, diuidatur numerus productus ex multiplicatione secundi per tertium, quotiens diuisionis, erit quartus qui quæritur.

A. B. C. D.
3. 6. 5. 10.
F. 1. E. 2.

Aliu modo idem problema absoluemus secundum per primum diuide, & quotientem per tertium multiplica, productus erit qui quæritur. Sint numeri A, B, C, quibus quæritur quartus proportionalis D diuide B, secundum per primum A erit quotiens E. dico quod si multiplicetur C, per E, producitur numerus D.

Demonstratio. cùm enim diuiditur B, per A, sitque quotiens E, quot erunt vnitates in E toties A continetur in B. hoc est ita est vnitas, F, ad E, vt A ad B seu vt C ad D, quare rectangulum sub F & D æquale est rectangulo sub E & C, rectaogulum autem sub F vnitate, & D est ipsum D, nam vnitas multiplicando quemcumque numerum nihil immutat, sed eundem numerum facit: ergo numerus D, est idem ac productus ex multiplicatione B per C.

Aliû item modô primum diuide per secundum & tertium per quotientem quartus erit numerus qui quæritur. Licèt iste modus possit habere locum, etiam quando primus minor est secundô cùm eius demonstratio sit vniuersalis nihilominus potest maximè adhiberi quando secundus minor est primô.

A. B. C. D.
6. 3. 10. 5.
E. 2. F. 1.

Sint ergo tres numeri dati A, B, C, quæritur quartus D igootus. Diuidatur primus A per secundum B, fiatque quotiens E, per quem diuidatur tertius C. dico quotientem istius vltimæ diuisionis esse numerum D, seu quartum proportionalem.

Demonstratio cum B diuidit A, quotiens est E; erit vt A, ad B; ita E ad vnitatem, vt autem A, ad B; ita C ad D: ergo vt E ad vnitatem, ita C ad D, ergo rectangulum sub vnitate & C, æquale est rectangulo sub E & D. quare cognitô rectangulô nempe numero C cum enim vnitas numerum multiplicat nihil immutat vt habeatur illius latus D debet fieri diuisio per aliud latus E. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXIIII.

Problema.

*Duobus datis numeris tertium continuè proportionalem inuenire.*

A. B. B. C.
2. 4. 4. 8.

Sint duo numeri dati A, & B. quæritur Tertius continuè proportionalis, hoc est quæritur numerus ad quem B eandem rationem habeat, quam A habet ad B. ponatur bis numerus B, fiatque vt A ad B, ita B ad C. Hoc est multiplicetur B per B, seu per seipsum, & productus dividatur per A. & quotiens divisionis, erit C. qui quæritur.

Demonstratio eadem est quæ in superiori propositione.

Notandum quotiescumque dati numeri habent

aliqoam demonſtrationem adiunctam; tunc vt regula ſine errore fiat, debent, vel primus & tertius eádem denominatione affiei, tunc autem ſecundus & quartus eâdem etiam afficientur, vel duo primi. Nempe primus & ſecundus eàdem deoominatione afficiuntur, & tunc tertius & quartus eádem etiam denominatione afficiantur. Vt ſi ita enuneietur. Si 4. hominibus dantur 5. nummi, 7. hominibus quid dabitur. vides autem primum, & tertium eiuſdem eſſe denominationis, ſicut etiam 2. & quartum vel ſi quæras vt ſe habent 4. homines ad 7. ita ſe habebunt 5. nummi ad 8. cum $\frac{3}{4}$. ex quo fit vt in quæſtione tres numeri diuerſæ denominationis proponi non debeant. Vt 4. palmi ad quinque pedes. Ita 10. vlnæ ad digitos, quia licet numeri in abſtracto poſt operationem factam ſint proportionales. in concreto tamen propter variam illam, & incognitam denominationem manerent non proportionales, ſaltē quantitates ſignificatæ.

## PROPOSITIO XXIV.

*Variæ quæſtiones.*

Vt meliùs intelligant Tyrones modum vtendi numeris, addiſcantque ſenſim methodum regulas inueniendi, proponendas hac propoſitione varias quæſtiones cenſui.

Si quatuor homines expendunt 24. nummos intra 12. dies, quot expendent 20. homines intra dies 30.

Duobus modis ſolui poteſt hæc regula. Primò duplici regulá trium. hoc modo.

Si 4. homines expendunt 24 nummos, quot expendent 20. ſubintellectò, in vtroque caſu, eodem duodecim dierum tempore; quare multiplicando 24. per 20. prouenient 480. quæ ſi diuidas per 4. inuenies 120.

Ruſus dicees ſi 12. dies dant expenſas 120. nummorum: quas expenſas dabunt dies 30. multiplica 120. per 30. prouenient 3600. quæ ſi diuidas per 12. quotiens erit 300. numerus ſcilicet quæſitus.

Alio modo ſolui poteſt hæc qoæſtio 4. homines intra 12. dies, multiplica 12. per 4. habebis 48. expenſas diurnas. Pariter 20. homines intra 30. dies, multipliea 30. per 20. fient 600 fiat ſimplex regula trium ſi 48. expenſæ diurnæ ad 24. nummos aſcendunt, quid dabunt 600. inueniesque pariter 300. nummos.

Opus erit regula proportionum inuerſa in aliquibus exemplis, quale eſt illud. Si 4. homines intra 12. dies expendunt nummos 24. intra quot dies 20. homines expendent 300 nummos. Multiplica pariter 12. per 4. vt habeas numerum expenſarum diurnarum nempe 48. ſi 24. nummi dant expenſas 48. quot dabunt expenſas diurnas 300. nummi, ſecundum hanc propoſitionem fiat regula trium communis multiplicando 48. per 300. fient 14400. quæ ſi diuidas per 24. quotiens erit 600. numerus expenſarum diurnarum, quem numerum ſi diuidas per 20. homines, qui ſingulis diebus 20. expenſas diurnas faciunt, quotiens nempe 30. erit numerus dierum quæſitus.

8. Homines ſingulis menſibus ſinguli expendunt ſex nummos; quot iidem expendent intra 4. annos. vnus vno menſe expendit 6. nummos intra 4. annos hoc eſt 48. menſes quot expendet. fiat ſimplex multiplicatio 48. per 6. producentur 288. nummorum expenſæ vnius hominis pro 4. annis. fiat alia regula trium, ſi vnus homo expendit nummos 288. octo homines quot expendent. opus eſt ſolâ multiplicatione numeri 288. per 8. fient 2304.

Poterat aliter ordinari hæc regula ſi vnus homo in menſem expendit 6 nummos, quot 8. expendent eodem tempore invenióque 48. rurſus ſi octo homines intra menſem expendunt 48. nummos quot expendent intra 48. menſes. Multiplica 48. per 48. ſimilitérque fient 2304. pro 200. libris mercium auehendis per 100. leucas dantur nummi 4. quid dabitur pro 100. libris transferendis per 40 leucas.

Multiplica 200. libras per 100. vt fiant 20000. nempe numerus librarum tranſlatarum. per vnam leucam. pariter multiplica 400. per 100. fiunt 40000. libræ per vnam leucam, tum inſtituatur regula trium ſi 2000. dant 4. nummos, 40000. dabunt nummos 8.

Aliquis nummos 10. lucratus eſt 4. nummos tribus menſibus, quod tempus requiritur, vt 100. nummis, lucretur 1000. nummos. Primò multiplica tres menſes per 10. fiunt triginta nummi menſtrui 4. nummi lucri exigunt 30. nummos menſtruos. 2000. nummi lucri quid requirent, invenióqe multiplicando 2000. per 30. fieri 60000. & diuidendo per 4. quotientem eſſe 5000. habeo autem 100. nummos per quos ſi diuido 5000. quotiens erit 50. quæ iterum ſi divido per 12. habeo annos 12. & 6. menſes.

Singulis militibus dantur 4 nummi ſingulis menſibus, quid dabitur militibus 13000. nouem menſibus. multiplica 13000. per nouem menſes fient 117000. quæ iterum multiplica per 4. fient 468 000.

12. Meſſores, 20. iugera metunt novem diebus, intra quod tempus 30. meſſores 45. iugera metent 1. multiplica 12. per 9. vt fiant operæ diurnæ 108. tum dices 20. iugera dant operas 108. 45. iugera quot exigent, provenientque 243. quæ ſi diuidas per 30. meſſores provenient octo dies & $\frac{1}{10}$ ſeu $\frac{1}{10}$.

Margarita Emitur, quæ denuò venditor nummis 200. ita tamen vt iactura ſit decem pro 100. quæritur quanti fuerit empta initio.

Fiat vt 90. ad 100. ita 200. ad 4 222 $\frac{2}{90}$.

Nam ſi empta eſſet 100. nummis, & vendita 90. eſſet iactura decem pro 100.

Mercator pannum emit, illumque vendit nummis 3600. quæritur quanti emerit, ſi tamen emiſſet tribus nummis minus, lucrum fuiſſet decem pro centum fiat vt 110. ad 100. ita 3600. ad 3272 $\frac{8}{11}$. quibus ſi addas tria fient $\frac{8}{11}$.

Mercator emit in Indiis 50000. libras piperis, fuitque pretium 10000. nummi, portorium autem pependit in luſitania 500. nummos. Pro naulo 300. Portorium in Italia 200. vectoribus dedit mille nummos.

Quanti debet vendere ſingulas libras, vt lucretur duos aſſes in ſingolas.

pretium

| | |
|---|---|
| pretium | 10000. |
| Lusi portorium. | 300. |
| naulus | 500. |
| Italicum port. | 200. |
| vectoribus | 1000. |
| Fient A. | 12000. |
| | 60. |
| B. | 720000. |
| | 220000. |
| | 2000. |
| | 50000. |

$14\frac{2}{5}$

Primo quæcumque soluta sunt in vnam summam coalescant, qualis est summa A, quæ in asses conuertatur multiplicando per 60. fietque summa B quæ diuidatur per 50000. quotiens erit $14\frac{2}{5}$. quibus si addas duos asses fient. $16\frac{2}{5}$.

## PROPOSITIO XXV.

### Problema.

*Datis tribus numeris inuenire quartum qui ita se habeat ad primum, vt secundus ad tertium.*

A. B. C. D.
4. 6. 3. 8.

Sint tres numeri A, B, C. quæritur D quartus qui ita se habeat ad primum A, sicut secundus B, ad tertium C. multiplicentur duo priores A, B, & productus diuidatur per tertium C. sit diuisoris quotiens D; dico D ita se habere ad A, sicut B se habet ad C.

Demonstratio cum enim rectangulum sub A, B, æquale sit rectangulo sub D, C, si D statuatur primus numerus; & C vltimus (*per prop. 19. huius*) erit vt D ad A, ita B, ad C. quod erat demonstrandum.

Atque hæc est quam vocant communiter regulam proportionum euersam: quæ tunc adhiberi debet, cum inuenitur iam aliqua æqualitas, quod in exemplis potiùs patebit, quam vocibus præcipue abstractis explicari possit. Cursor aliquis certum, & determinatum iter conficit intra 8. dies, singulis diebus conficiendo 24. leucas, vt idem spatium perficiat intra 6. dies quot leucas conficere debet. In quo vides, quod vtrobique sit idem iter conficiendum, multiplicãdo autem A per B habetur totum iter. quod si diuidatur per 6. dies habetur illud quod singulis diebus conficiendum est.

A. B. C. D.
Dies mill. dies millaria.
8. 24. 6. 32.

Aliud signum euersæ illius regulæ erit, quoties eò maior est numerus quæsitus, quò minor est ille qui ponitur in quæstione, vt 20. homines intra 10. dies perficiunt aliquod opus, quot requirerentur vt idem opus perficerent, intra sex dies, in quo vides; quod quò pauciorea erunt dies, eò plures requirentur homines, ideò multiplicabis primum, per secundum, vt habeas numerum operarum diurnarum, quem numerum diuides per dies, vt habeas numerum hominum.

## PROPOSITIO XXVI.

### Problema.

*Vsus varij Regulæ proportionum.*

Quamuis ea quæ diximus supra videantur sufficere, ad intelligentiam regulæ proportionum, ad faciliorem tamen eius vsum; putaui nonnulla hic eius exempla esse adhibenda.

Intra 4. menses expenduntur nummi 400. quot expendentur intra 12. vides autem eandem debere esse rationem numerorum 400. ad nummos quæsitos, quæ est 4. mensium ad 12. Itá ergo operabetis.

Disponantur. numeri.

menses. nummi. menses. nummi.
4. 400. 12. 1200.

12.
800.
400.
4800.
44.

Multiplica numerum 400. per 12. productum deuide per 4. prodibit numerus 1200. quæsitus.

Si proponatur hæc quæstio. pro 15. nummis habeo tres vlnas panni alicuius; quot nummi requirentur vt habeam 20. vlnas. ita debet proponi quæstio 3. vlnæ væneunt 15. nummis 20. vlnæ quot nummos exigent.

3. 15. 20. 100.

15.
100.
20.
300.

Multiplica 15. per 20. productum 300. diuide per primum 3. quotiens 100. erit numerus quæsitus. Si intra 4. menses expenduntur 243. nummi, quot expendentur intra 4. annos, debeot priùs mutari anni in menses, vt fiat eadem denominatio mensium, sunt autem 4. anni menses 48.

4. menses. nummi. 243. menses 48. nummi 2916.

48.
1944.
972.
11664.
3624.
4.

Eôdem modô operabetis quoties plures sunt denominationes, hoc est si 4. menses dant nummos 243. quot dabunt 4. anni & menses 6. ponendum enim est 54. menses pro 4. annis & 6. mensibus, alia similia exempla innumera fieri possunt, modò nullæ ponantur fractiones; docebo enim sequenti parte, quomodo versandæ sint fractiones.

*Exempla regulæ trium Euersæ.*

Cum ſextarios frumenti vænit libris turonenſibus ſexdecim. pro 12. aſſibus habentur ſex libræ panis, quot libræ dabuntur pro 12. aſſibus dum ſextarius venditur libris turoneoſibus 14. ita diſponantur numeri.

Libræ Tur. libræ panis. libræ Tur. 12.
16. 6. 14.
6.

96.
14

12.

Tum multiplica primum per ſecundum, & productum diuide per ternum; quartus qui proueniet erit is qui quæritur.

Demonſtratio. eſt, quia in hac regulâ quò maior eſt primus numerus eò minor eſt is qui quæritur, hoc eſt eâ proportione, qua 14. ſuperantur à 16. eâdem numerus quæſitus ſuperat 6. vnde debet fieri vt 14. ad 16. ita 6. ad numerum quæſitum, quod fiet iuxta principia poſita, ſi 16. per 6. multiplices, & productum diuidas per 14.

Congius vini vænit libris turonenſibus 44 & cotylæ octo aſſibus 24. quot cotylæ habebuntur pro iiſdem 24. aſſibus, dum congius venditur libris 14. animaduertis autem pro 24. aſſibus plures haberi cotylas, ſi congius minori pretio vendatur. ita diſponantur numeri.

Libræ 44. Cotylæ. libræ $25\frac{2}{14}$

8. 8. 14.

352.
72.
2.
14.

Requiruntur ad exercitum vno die dolia 32 quorum ſingula continent Cotylas 360. quot requirentur pro eodem exercitu dolia continentia cotylas 240.

Cotylæ. dolia. cotylæ. dolia.
360. 32. 240. 48.

Si multiplices dolia 32. per cotylas 360. efficies numerum cotylarum requiſitarum; quem numerum diuides per 240. In duobus prioribus exemplis ſi modica fieret mutatio, eadem ratio adhiberi poſſet. ponamus enim dum ſextarius frumenti vænit 16. francis haberi 6. libras panis pro franco: per multiplicationem habetur numerus librarum panis quæ ſunt in ſextario. detractâ mercede piſtoris. qui numerus diuiſus per francos 14. oſtendit quot libræ competant ſingulis francis, vt autem ſe habet francus ad francum, ita 12. aſſes ad 12. aſſes.

Ex Panno cuius latitudo duorum palmorum, requiruntur palmi 36. vt certam ſupellectilem efficias; quæritur quot palmi ſint neceſſarij ad eandem ſupellectilem perficiendam, ſi latitudo panni fuerit trium palmorum; ſi multiplices 36. per duos palmos efficies 72. numerum palmorum quadratorum requiſitorum ad propoſitam ſupellectilem, quem numerum ſi diuidas per tria habebitur longitudo panni nempe 26.

Die horas 12. habente, veredarius certum iter conficit intra dies 10. quot requirentur dies, Cum ſol ſupra horizontem per 16. horas manebit. Si multiplices 12. per 10. efficies 120. numerum horarum, quibus veredarius tale iter emetiri poteſt, ſi ergo talem numerum 120. diuidas per 16. habebis dies $7.\frac{8}{16}$ ſeu $\frac{1}{2}$

Imperator obſeſſus cum militibus 7000. victum habet ad alendos milites, pro 4. menſibus, dando ſingulis victum 14. aſſium, ſed ſperare, non poteſt auxilium niſi poſt ſeptem menſes; eadem autem ratio, quæ eſt 4. menſium ad 7. menſes eadem eſt 4. dierum ad 7. dies, ſi autem haberet tantum, ad dandum militibus per 4. dies, 14. aſſes; multiplicando 14. per 4. haberetur ſtipendium vnius militis pro 4. diebus nempe 56. quæ ſi diuidas per 7. fient 8. aſſes, quamuis autem non vnus miles, ſed 7000. perinde tamen, ſicut enim multiplicantur 14 aſſes per 7000, multiplicantur etiam 8. aſſes per eundem numerum.

## PROPOSITIO XXVII.

Problema.

*Datis diuerſæ denominationis numeris, quartum Proportionalem inuenire.*

Aliquando accidit vt plures, quàm tres numeri proponantur, quibus alius proportionalis quærendus eſt; cum tamen regula hæc aurea, ſeu proportionum non plures quàm tres admittat, ideò vel in duas regulas proportionum operatio diuidenda eſt, vel numeri illi plures ad tres reuocandi ſunt. Sit exemplum illud propoſitum, operarij 25. intra 6. dies abſoluunt foſſam longam 100. paſſus, quàm longam abſoluerent operarij 30. ſpatiò 8. dierum.

Ex duobus primis numeris fac vnum numerum per multiplicationem 25. operarij intra 6 dies, multiplica 25. per 6. vt habeas laborem diurnum 150. operariorum, idem præſta in correſpondentibus; & totam regulam ad tres terminos reuocaueris hoc modo.

Si 150. operæ diurnæ, dant foſſam longam 100 paſſus, operæ 240. quàm longam efficient inuenies 160. paſſus, vel hoc modo partire operationem.

Si operarij 25. dant paſſus 100. operarij 30. dabunt paſſus 120. ſi nempe idem ſit numerus dierum 6 ideoque rurſus dicendum eſt.

Si 6. dies, dant paſſus 120. quid dabunt dies 8. & inuenio 160.

Demonſtrationem hic apponere ſuperuacaneum puto cum rem ita ſe habere ſit ſatis notum per ſe.

Poteſt fieri vt in diuerſis huius regulæ exemplis, inueniantur variæ difficultates, ideò volui varia hic apponere exempla. Sit igitur iſtud primum 20. aurei, ſpatio trium annorum dant lucrum 8. aureorum, 30, aurei ſpatio 4. annorum quod lucrum dabunt. vtroque modo ſolui poteſt quæſtio. 1. ſi multiplices 20. aureos, per tres annos fiantque 60. aurei annui; pariter multiplices 30. aureos per 4. annos fiantque 120.

aurei

aurei annui.hoe modo regulam instituo 60. dant 8.120.dabont 16.vel hoc modo.

20. Autei, dant 8. aureos; quid dabunt 30. aurei, si eodem tempore nempe per 3. annos referant lucrum, inueniesque 12. denuo dices si 3. anni dant 12. quid dabunt 4. & inuenies 16.

Aliquando autem in vna ex his regulis proportionum, opus est Inuersa regula trium. vt aorei 4000. militibus 300. debentur in stipendium mensibus 4 quætitur qoot mensium stipendinm sint nummi 6000. militibos 100.

Si dicas aurei 4000. dant stipendium militibus 300. aurei 6000. quot militibus dabunt stipendium, si militent eodem tempore nempe 4. mensibus, inuenioque milites 450. vnde rursus dico.

Si summa 6000. sufficit stipendio 4. mensium pro 450. quot mensium stipendium, erit pro militibus 200. in quo vides, quò plures erunt milites eò mensibus pauecioribus sufficiet, ideoque euersa regulà trium opus est, nempe vt multiplices 450. per 4 faciasque numerum stipendiorum menstruorum, quæ diuides per 200. inueniesque 9.menses.

Alio item modo poterat solui qœstio.si enim multiplices 300. milites per 4. menses habebis menstruorum stipendiorum numerum, quæ in 4000. aureis inueniunmr. vnde per regulam auream,dices si 4000. aurei dant 1200.quot dabunt 6000. habebisque 1800. quem numerum si diuidas per 200. milites; prouenient 9. menses.

## PROPOSITIO XXVIII.

### Problema.

*Regula societatis, seu datum numerum secare in partes,qua datam seruent proportionem*

Sint tres qnorum primus eontulerit anteos 6. alius 10. alius 12. peractâ autem negotiatione inuenitur lucrum aureorum 60. quæritor quantùm debeat qnilibet accipere seu diuidendus est numerus 60. in tres partes quæ ita se habeant vt 6. 10. 12. nam quilibet debet habere luerum secundùm proportionem sortis: ita vt se habeat lucrum, ad lucrum; sicut se habet, sors, ad sortem.

Addantur simul illi nnmeri, secundùm quorum proportionem diuidendos est numerus 60. nempe sortes seu 6.10.12.fientque 28.

```
6. 28. 6. 60. A. 12. 24.
10. 28.             ----
12.                 28.
                    ----
                    12.
------28. 10. B. 21.----
28.                 28.
                    10.
                    ----
28. 12.  60. C. 25. 28.
```

Fiat triplex regula aurea, in prima dicatur vt 28. ad 6. ita 60. ad A in secũda vt 28. ad 10. ita 60.ad B. vt 28. ad 12. ita 60.ad C. dico A, B, C, esse partes numeri 60. eandem habentes rationem quam habent 6. 10. 12. & adæquantes ipsnm 60. Cum enim sit vt 28. ad 6. ita 60. ad A erit inuertendo vt 6. ad 28. ita A, ad 60. quia igitur est vt 6. ad 28. & 28. ad 10. Ita A ad 60. & 60. ad B erit ex æquo ordinatè vt 6.ad 10.Ita A,ad B, ostendam pariter ita se habere 10 ad 12.sicut B ad C.iam ostendere debeo A,B,C, simul adæquare numerum 60.cum nnmeri 6. 10. 12. & A, B, C, sint proportionales (*per 12. 5. Euclidis*) erunt omnes antecedentes, ad omnes consequentes, vt 6. ad A, sed vt 6. ad A. ita 28. ad 60. ex eonstructione: igitur ita 6. 10. 12. simol ad A, B, C, simul, vt 28. ad 60. & alternando vt 6. 10. 12. simul ad 28. ita A, B, C, ad 60. sed 6. 10. 12. sunt æquales ipsi 28. ex eonstructiooe; eum sit facta eorum summa;ergo & A,B,C, æquales sunt ipsi 60. quod erat demonstrandum.

Quod si nùmeris principalibus, adhæreant alij numeri minùs principales multiplicandi sunt numeri principales, per minùs principales, extera vt in præeedenti regulà fiant. Res in exemplis clara erit. aliquando accidit vt non tantùm vnius rei habenda sit ratio, sed duarum, veibi gratiâ sint iidem qui easdem sortes in communem societatem eontulerint, sed diuersum sit tempus, vt qui 6. nummos contulit; eos reliquerit in eommuni societate per 6. menses, alius qui 10. per 8. menses, qui 12. per 4. menses, multiplica 6. nummos, per 6. menses, eruntque 36. nummi menstrui. pariter 10. per 8. fient octoginta nummi menstrui. denique 12. per 4. menses, fientque 48. diuidendum erit lucrum in partes quæ habeant rationem, quam habent illi tres numeri 36.80.48.

## PROPOSITIO XXIX.

### Theorema.

*Notanda pro Regulâ societatis.*

Primò eandem praxin obseruari pro damno ac pro lucro, hoc est, quod luerom voiuscuiusque societarij, se habere debet ad luerum alterius, sicut se habent summæ Collatæ.

| | |
|---|---|
| Vnus contulit merces nummis. | 200. |
| Secundus contulit. | 400. |
| Tertius. | 600. |
| Quartus. | 800. |

Pensatis autem omnibus exurgit summa 2000.

damnum numerorum 400. quantum damnum quisque pati debeat.

Fiat vt 2000. ad 400. ita

| | | |
|---|---|---|
| 200. | ad | 40. |
| 400. | ad | 80. |
| 600. | ad | 120. |
| 800. | ad | 160. |
| 2000. | | 400. |

Examen huius regulæ erit si addantur omnia damna simul, fiatque summa æqualis damno proposito.

Societas mercatorum emit 2000.vlnas alicuius panni,nummis 500. fiat vt 2000.ad 500.

Primus

| | |
|---|---|
| Primus accipit | 200. ad 50. |
| Secundus | 300. ad 75. |
| Tertius | 400. ad 100. |
| Quartus | 500. ad 125. |
| Quintus | 600. ad 150. |
| | 500. |

Quæritur quantum quisque soluere debeat, fiat vt 2000. ad 500. ita 200. ad 50. ita 300. ad 75. ita 400. ad 100. &c.

Aliis innumeris exemplis accommodari potest regula societatis, neque enim solis mercatoribus conuenit, nam in regula societatis partimur, lucrum damnum, pretium, in partes quæ datam rationem habeant, ideoque in aliis quam plurimis rebus vsurpari potest.

Vt si proponantur 7. Pistrina quorum primum singulis diebus sextarium molere possit, secundum duos, tertius tres, quartus quatuor, quintus quinque, sextus sex, septimus septem. quidam habet sextarios 600. quos his septem pistrinis distribuere debet, vt eodem tempore suum opus perficiant, clarum autem est quod quando primus vnum habebit, secundus debeat habere duos, tertius tres, ideoque fiat summa competens.

| | |
|---|---|
| Nempe 28. & dicas | 1. |
| | 2. |
| | 3. |
| | 4. |
| | 5. |
| | 6. |
| | 7. |
| | Summa 28. |

Vt 28. ad 600. ita

| | | |
|---|---|---|
| Vt 28. ad 600. ita | 1. ad | $21.\frac{3.}{7.}$ |
| | 2. ad | $42.\frac{6.}{7.}$ |
| | 3. | $64.\frac{2.}{7.}$ |
| | 4. | $85.\frac{5}{7}$ |
| | 5. | $107.\frac{1.}{7.}$ |
| | 6. | $128.\frac{4.}{7.}$ |
| | 7. | 150. |
| | | 600. |

*Exempla societatis diuersorum temporum.*

Mercatores quatuor lucrati sunt francos 240. Primusque dedit 60. nummos pro 4. mensibus. Secundus 120. nummos pro 5. mensibus. Tertius 180. nummos pro 6. mensibus. Quartus 180. nummos pro 7. mensibus.

Quæritur quantum lucrum quisque habere debeat. multiplica nummos per menses vt habeas nummos menstruos.

Primus 240. nummos menstruos.
Secundus 600.
Tertius 1080.
Quartus 1260.

Summa 3180.

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| Fiat vt 3180. Ad 240. ita | 240. ad | 18. | $\frac{36}{3160}$ |
| | 120. ad | 9. | $\frac{82.}{3180}$ |
| | 1080. | 50. | $\frac{200}{3180}$ |
| | 1260. | 98. | $\frac{760}{3180}$ |

Sunt 20. duces, & 24. vexilliferi, quibus ita distribuendi sunt 2752. nummi: vt dum dux habet 10. nummos, vexillifer habeat 6. nummos, quæritur quantum quilibet habere debeat. multiplica numerum ducum, seu 20. per nummos quos accipere debent, nempe per 10. fiunt 200. multiplica numerum vexilliferorum seu 24. per nummos quos quilibet accipere debet, fiuntque 144. adde illas summas 200. & 144. fiunt 344. dic ergo vt 344. ad 2752. ita 10. ad 80.
ita 6. ad 48.

Habebitur quid competat vnicuique duci nempe 80. nummi, quid vnicuique vexillifero nempe 48.

Sicut ex sortibus deducimus lucra, ita nonnunquam ex lucris sortes concludimus.

Tres mercatores societarij, lucrantur mille nummos.

Primus posuerat 300. nummos decem mensibus.
Secundus posuit nummos 700. ignoratur tempus.
Tertius 800. cuius etiam tempus ignoratur.
Primus habuit lucrum nummorum 500.

Secundus 300. tertius 200. quæritur tempus quo sors secundi, & tertij in societate remanserunt, multiplica sortem primi nempe 300. per 10. menses, fiunt nummi menstrui 3000. tum ita dices; si lucrum 500. nummorum, prouenit ex sorte 3000. lucrum secundi nempe 300. proueniet à 1800. quæ si diuidatur per sortem eiusdem, nempe 700. exurgent menses duo $\frac{4}{7}$ eodem modo habebis tempus tertij, esse mensem cum dimidio.

Tres mercatores in societatem contulerunt nummos 1420. lucrum fuit nummorum 190. primus habuit lucrum 120. secundus 40. primo quæritur lucrum tertij, quod fit subtrahendo 120. & 40. ex 190. restat 30. sors vnicuiusque habebitur si fiat vt lucrum totale 190. ad sortem communem 1520. ita lucrum vniuscuiusque, ad suam sortem.

## PROPOSITIO XXX.

### Problema.

*Regula alligationis.*

Per alligationem intelligimus, definitionem pretij alicuius medij inter res diuersi pretij permixtas

mixtas inter se, quæ quidem diuersimodè inter se permisceri possunt. nam potest esse permixtio vt tantumdem ex vtràque ponatur, vel plùs vnius quàm alterius.

Proponatur famosissimum illud exemplum Archimedicum, in quo aurifex coronam Hieronis regis adulterauit, ponatur aurifex recepisse à rege 15. libras auri purissimi, cuius pretium erat 24. & admiscuisse 5. libras cuius pretium esset tantum 8. quæritur cuius valoris sit quælibet libra huius auri mixti. multiplicentur singulæ materiæ per suum pretium. hoc est 15. per 24. & 5. per 8. habebisque pretium 15. librarum esse 360. & 5. librarum esse 8. hæc pretia simul adde: fient 400. pretium nempe tàm 15. librarum, quàm 5. quod pretium si diuidas per 20. habebis pro quotiente 20. pretium vnius libræ ita mixtæ.

| | |
|---|---|
| 2 4. | 8. |
| 1 5. | 5. |
| 3 6 0. | 4 0. |
| adde | 4 0. |
| 4 0 0. | |
| 2 0. | diuide |
| 2 0. | |

Hic puto alia opus non esse demonstratione. cum enim 400. sit pretium totius massæ 20. librarum si diuidatur tale pretium, per 20. habebitur pretium vnius libræ.

In aliis exemplis manifestior fiet tota regula: sint duo vini genera, quorum aliquæ mensuræ permisceantur; quæritur commune pretium, nempe pretium vnius mensuræ vini,

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| Mensuræ. | 3. | pret. | 4. | assium. | 1 2. |
| Mensuræ. | 5. | | 3. | assium. | 1 5. |
| Summa | 8. | commune. | | | |
| Mensurarum. | | pretium. | | | 2 7. |

$3. \frac{3}{8}.$

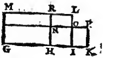
ita permixti, sint igitur mensuræ 3. vini cuius mensura valeat 4. asses. & quinque mensuræ vini cuius pretium sit 3. assium multiplica vtrobique mensuras per suum pretium exurget 12. & 15. quæ simul adde vt fiat 27. pretium totius illius vini quod si diuidas per summam mensurarum clarum est, quòd $3\frac{3}{8}$ erit pretium cuiuslibet mensuræ.

Neque est maior difficultas in miscendis pluribus, quàm duabus materiis.

Alia para eiusdem regulæ est, datô pretiô aliquô mediô, ita duas aut tres materias miscere vt eô pretiô vendi debeant. sint duæ species quarum vna vendatur 7. assibus, alia duobus, debent autem sic misceri viginti mensuræ, vt sic mixtarum quælibet valeat 4. asses. sit numerus E 3. differentia inter maius pretium, & mediocre; item D differentia inter minus, & mediocre, primò si tot mensuras melioris vini sumas quot sunt vnitates in D, & tot mensuras, infimi quot sunt vnitates in E, easque misceas erit pretium cuiuslibet æquale ipsi B. hoc est si D & E, simul addantur fiantque F, quod F multiplicando A, & simul E multiplicando C, seu quod 5. mensuræ F; pretij medij B, tantum

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. | 7. | D. | 2. |
| B. | 4. | F. | 5. |
| C. | 2. | E. | 3. |

valeant quantum valeant duæ D pretij A, & 3. E, infimi pretij C.




Demonstratio. sit pretium A representatum lineâ G K, pretium medium B, representatum lineâ GI, & infimum C, representatum linea GH, sitque HK aggregatum, ex differentiis GI, IK, seu numerus F. sitque rectangulum GL comprehensum sub GI. & GM. æquali ipsi HK, hoc est F. multiplicet ipsum B, sitque IO æqualis ipsi HI. dico quod rectangulum GL, æquale sit, rectangulis GP, & MN quorum G P comprehenditur sub maximâ lineâ G K, & linea P K, seu IO aut HI differentiâ minoris à mediocri (hoc est si D multiplicet A) rectangulum autem M N comprehenditur sub M R, hoc est; G H, & N R, quæ est æqualis ipsi I K. (nam HK & HR sunt factæ æquales, item HI, & H N. ergo & reliquæ N R & IK.) quod rectangulum repræsentat numerum productum ex multiplicatione C per E. nam rectangula, I P, N L sunt æqualia; ostendimus enim I K, & N R esse æquales; item IO, & N O. quare additis rectangulis G O, & M N, fiet rectangulum G L, æquale rectangulis G P; M N; seu quod idem est si F multiplicet B, eundem numerum producet, ac si D multiplicet A, & E multiplicet C. ergo benè hôc modo mixtum vinum erit pretij medij, sed locô quinque requiruntur 20. mensuræ, fac igitur vt F 5. ad D 2. ita 20. ad quartum prouenient 8. mensuræ vini A, & 12. vini C. quod vltimum per se patet.

Si verò tres, aut 4. materiæ diuersi pretij ita sint miscendæ in certâ mensurâ, vt quælibet sit medij alicuius pretij, duas quaslibet alligabis modô traditô, & iterum vnam illarum cū aliâ, & ita deinceps

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| | | A. | 2 0. | E. | 2. | G. | 6. |
| D. | 1 8. | B. | 1 6. | F. | 2. | | |
| | | C. | 1 2. | H. | 2. | | |

Proponatur exemplum vas aureum conflandum est, ex tribus auri generibus quorum vnum sit pretij 20. secundum pretij 16. tertium pretij 12. debeat autem esse medij alicuius pretij nempe 18. & pendere libras 14.

Alligabis primò vt traditum est duo auri genera A & B. inueniesq; vtriusq; libras duas, alliga deinde A & C. quia 18. inter vtrūq; inuenitur: inueniesque esse ponendas adhuc libras 6 auri A, & duas auri C. dico ergo, si misceas 8. libras auri A, duas auri B. & totidem auri C. fiet materia totalis cuius singulæ libræ erunt pretij 18.

Demonstratio. in prima alligatione A cum B, certum est fieri materiam constantem 4. libris, cuius singulæ libræ sint pretij 18. pariter in secunda alligatione fit materia 8. librarum cuius singulæ mensuræ etiam sunt pretij 18. sed dum materia, quæcumque, miscetur cū alia materia

materiâ eiusdem pretij, totum quod exurgit est etiam eiusdem speciei pretij, ergo si misceantur 8. libræ auri A, cum duabus auri B, & duabus aori C. fiet totum 12. librarum cuius quælibet est pretij 18. sed loco 12. librarum requiruntur 14. adhibeatur ergo regula societatis. Si 12. libræ exigunt 8. ex auro A; quot requirunt 14. inveniesque esse adhibendas 9⅓. & ita de reliquis.

Qood diximus de pretio, intelligi potest de quôlibet aliô effectu, quod per modum pretij intelligemus. vt si ponderemos aquam quam expellent ex vase plenô diversa metalla, alligabimus ea in voam massam, tanti ponderis, ita vt quælibet illius massæ libra tantam determinatè aqoam expellat; idem dicendum est de pondere quod metallum amittit dum aquæ immergitor: ita de aliis effectibus buiusmodi, qui loco pretij ponantur.

## PROPOSITIO XXXI.

Problema.

*Ex falso ad arbitrium assumptô eruere verum.*

Hæc est regola quam communiter vocant falsi, & quæ algebræ occasionem dedit, in qua quidem aliquid assumitur, tanquam verum ex quo deinde eruitur numerus ille, qui quæritur. Tribus præceptis tota regula absolvitur. Primum est vt eum numerum ponas pro quæsito, qui tibi videbitur aptus. Secundum, vt examines an verè ille sit qui quæritur. Tertium vt adhibeas regulam proportionis, seu regulam societatis. In exemplo res clara erit. Sit oumerus 100. dividendus in tres partes quarum prima sit tripla secundæ, secunda dupla tertiæ. Supponatur illa minima pars esse 2. (incipio autem potiùs à minimâ, quàm ab aliis ad vitandas fractiones, quæ semper quantum fieri potest vitandæ sunt) secunda erit 6. Tertia eri 12.

Secundum præceptum vide ao illæ tres partes 2. 6. 12. efficiant 100. si enim efficerent 100. solutum esset problema, hoc autem experiri potes illas addendo. Per additionem earum exurgunt tantum 20.

Tertium præceptum fiat regula societatis. hôc modô si 20. dat 2. pro prima parte, quid dabunt 100. invenioque 10. dico peractum esse problema. Nempe 100. dividi in 10. 30. 60. quarum partium 60. est dupla 30. & 30. est tripla ipsius 10.

Demonstratio primò partes 2. 6. 12. assumptæ sunt quæ habeant eam conditionem, quam exigit problema. Secundò per additionem eæ sunt inventæ æquales numero 20. Tertiò per regulam triom factum est, vt 20. ad 2. ita 100. ad 10. & ita de reliqois. Ergo vt 20. ad 2. 6. 12. simul ita 100. ad 10. 30. 60. simul, sed 20. æqualis est partibus 2. 6. 12. ita etiam 100. ipsis 10. 30. 60. simul erit æqualis.

Proponatur aliod. Sit eo lapideus, qoi si ex ocolis aquam profundat intra 10. horas. Sobiectum receptaculum implet; si ex auribos intra 5. horas. Si ore intra 20. horas, intra quod horas implebit, si aqoam profundat simul oculis, auribus, & ore. Sopponamus intra horam, aut potiùs per horam, aqoam ex omnibus partibos profluere. Igitur replebit ore vnam partem vigesimam, auribus vnam quintam, & oculis decimam quæ vt ad eumdem denominatorem reducantur vna quinta æquantur duabus decimis, seu 4. vigesimis vna decima duabus vigesimis. Sunt igitur $\frac{4}{20}$ $\frac{2}{20}$ $\frac{1}{20}$ quæ simul addantur faciunt $\frac{7}{20}$

Sed debuerant esse $\frac{20}{20}$ vt tota cupa impleretur. Quare instituatur regula trium si 7. nempe vigesimæ dant horam, seu 60. minuta quid dabunt 20 exurgentque horæ duæ cum minutis 51.

Alia exempla buiusmodi fieri possunt. Aliquia pecuniæ seu summæ quam habebat partem dimidiam in ludo perdidit. Quartam egenis erogavit, quæ ipsi reliqua est sunt nummi 10. quæritur quid habuerit.

Vel aliud pecuniæ suæ mediam partem ludô amisit, reliqui qoartam partem dedit egenis, residuos habet 10. nummos.

Ad demonstrationem huius propositionis debent assumi aliqua, quæ ne, non demonstrata remaneant nonnulla præmittam Lemmata.

### LEMMA I.

*Si tres numeri aliis tribus proportionales fuerint eorum differentia proportionales erunt.*

| | | | | |
|---|---|---|---|---|
| A. | B. | C. | G. | H. |
| 6. | 4. | 3. | 2. | 1. |
| D. | E. | F. | L. | K. |
| 12. | 8. | 6. | 4. | 2. |

Sint tres numeri A, B, C, tribus D, E, F proportionales, sitque differentia inter A & B, numerus G. nempe excessus quô A superat B, pariter H sit excessus quô B superat C. L sit differentia inter D & E. & K differentia, ioter E & F dico ita esse G ad H sicut, L, ad K.

Demonstrat, quia ita est A ad B sicut D ad E: erit permutando vt A ad D; ita B, ad E; supponatur auferri B ab A, reliquum erit G, sicut si auferatur E ex D relinquitor L; quia ergo, ita est totum A ad totum D sicut ablatum B, ad ablatum E, ita erit (*per* 15.5.) reliquum G ad reliquum L; vt totum A, ad totum D, vel etiam vt ablatum B ad ablatum E; ita ostendam esse H ad K vt C ad F. igitur ita erit G ad L, sicut H ad K. nempe vt B ad E, ergo & permutando erit G ad H, vt L, ad K quod erat demonstrandum.

### LEMMA II.

*Si duobus numeris idem numerus addatur, aut ab illis idem numerus auferatur differentia productorum, aut residuorum eadem erunt quæ priorũ numerorũ.*

Sint numeri A, & B, quorum differentia sit C illis autem addatur numerus D, ita vt fiant numeri E, & F. dico eorum eamdem esse differentiam G. item si à numeris A & B idem numerus D. subtrahatur; ita vt restent numeri. H & K. dico illorum eandem esse differentiam L.

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| A. 8. | B. 6. | C. 2. | | | |
| | D. 4. | | | | |
| E. 12. | F. 10. | G. 6. | | | |
| H, 4. | K. 2. | L. 2. | | | |

Demonstr. numerus E, continens numeros D, & A; continet numerũ B. & insuper excessum num. A. supra numerũ B. nẽpe C. numerus autem F continet numeros B & D; ergo numerus E superat tantùm numerũ F, numerô C.

Idem

Idem ostendere possumus in numeris H & K quibus si addas eundem numerum D fiunt numeri A & B.

LEMMA III.

*Si numeri tres, per eundem multiplicentur, aut per eundem dividantur; productorum differentiæ; erunt proportionales differentiis numerorum.*

A. 4. B. 6. C. 8. E. 2. F. 4.

D. 2.

G. 8. H. 12. K. 16. L. 4. M. 8.

N. 2. O. 3. P. 4. R. 1. S. 2.

Sint tres numeri A, B, C, ita vt differentia inter A, & B sit E, differentia inter A, & C sit F. multiplicentur tres numeri A, B, C, per numerum D, fiantque tres numeri G, H, K, ita vt differentia inter G & H sit L & inter G, & K, sit M. dico ita esse E ad F, sicut L ad M.

Demonstratio cum numerus idem D, multiplicat A, B, & C, fiunt tres numeri G, H, K, æque multiplices ipsorum A, B, C: ergo & proportionales (*per* 15. *&*.) ergo (*per primum Lemma*) differentiæ eorum proportionales erunt.

Pariter dum idem numerus D dividit numeros A, B, C. quotientes N, O, P, sunt numerorum A, B, C, eædem partes aliquotæ. ergo & (*per eandem* 15.) proportionales erunt. ergo (*per primum Lemma*) differentiæ eorum proportionales erunt.

COROLLARIVM.

Ex hoc sequitur quòd errores positionum, eamdem habeant rationem, ac errores numerorum ex ipsis positionibus genitorum, voco errorem positionis falsæ, differentiam inter numerum falsum assumptum, & numerum qui assumi debuerat. Errorem autem genitorum, differentiam numerorum, qui ex talibus positionibus oriuntur, ab eo qui oriri debuerat. Ratio autem est quia in omni operatione quatuor tantùm, interveniunt regulæ, nempe additio, subtractio, divisio, multiplicatio. Hoc est vel idem numerus in vtraque positione additur, vel subtrahitur ab ipsis positionibus, vel per eundem numerum multiplicantur positiones. Primæ regulæ nempe additio, & subtractio, easdem relinquunt differentias, multiplicatio, & divisio faciunt differentias proportionales; ergo semper differentiæ genitorum proportionales erunt differentiis positionum. sed hoc meliùs intelligetur ex sequentibus.

LEMMA IV.

*Si quatuor numeri, arithmeticè proportionales fuerint aggregatum ex primo, & vltimo; æquale erit aggregato ex duabus mediis, & vicissim. Si aggregatum ex duobus mediis æquale fuerit. Aggregato ex primo, & vltimo; illi quatuor numeri arithmeticè proportionales erunt.* Voco arithmetice proportionales numeros qui ita se habent vt primus superet secundum, aut ab eo superetur eodem prorsus excessu, quo tertius superat quartum, aut ab eo superatur.

A. 4. B. 6. C. 10. D. 12.

E. 4. G. 10.

F. 2. H. 2.

Sint 4. numeri A, B, C, D, arithmeticè proportionales, hoc est B eodem excessu superet A, quò D superat C. dico A, & D simul æquales esse B & C simul.

Demonstratio B dividatur in E, ipsi A æqualem, & excessum F, ita vt E, F sint ipsi B æquales. pariter D dividatur in G ipsi C æqualem, & H excessum, ita vt F, & H sint æquales ipsi D. si numero A, ex vna parte; & numero E ex alia addas ipsi A numerum G, & numero E ipsum C. fient A & G, ipsis E & C æquales; addantur deinde ipsi A, & G excessus H, ipsis autem E & C excessus B, F fient A, & G, H, seu A & D, ipsis E, F, seu B & C æquales quod erat demonstrandum.

E conversò si A, & D sint æquales, ipsis B, & C. dico illos numeros A, B, C, D esse arithmeticè proportionales. Sit enim pariter excessus ipsius B, supra A, numerus F, & excessus numeri D, supra C, numerus H. dico F & H esse æquales. Cum enim additis A & C, ex vna parte, & ex alia E & C sit æqualitas. Si F & H essent inæquales, addit ex vna parte F & ex alia ipso H, fierent A, G, H, seu A, D inæquales ipsis E, F, C, seu ipsi B, C contra suppositionem.

LEMMA V.

*Si duo numeri eundem multiplicent, & productus minor, à maiori subtrahatur, relinquitur numerus æqualis producto, multiplicatione, eiusdem numeri, per differentiam multiplicantium.*

A. 4. K. 3.

B. 3. C. 5. G. 2.

E. 12. F. 20.

H. 8. L. 12. M. 8.

Sit numerus A, multiplicatus per B. & C. ita vt fiant numeri E, & F, subtrahatur E minor, à maiori F: ita vt relinquatur H. differentia autem inter B & C, sit G dico numerum H, æqualem esse producto ex G in A. intelligatur numerus C, dividi in K ipsi B æqualem & differentiam G.

Demonstratio, numerus A multiplicans K & G; producat L, & M; L & M æquales erunt ipsi F producto ex A in C. (*per primam* 2. *Euclid.*) sed E; & H æquales sunt ipsi F. Cum subtractô E ab F relinquatur H. igitur E & H, æquales sunt ipsis L & M. sed E, æqualis est, ipsi L. Cum B & K sint æquales: ergo H, & M æquales sunt, quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

*Ex duobus suppositis falsis verum eruere.*

A. 100. B. 60.

R. 2800. G. 48. S. x800.
H. 36.
K. 720. C. 12. D. 24.

Minus X Minus

E. 80. F. 60.

M. 1200.

N. 20. P. 60.

Sit oumerus A dividendus, ita vt prima para sit dupla secundæ, hæc tripla tertiæ quæritur prima illa pats. Quæ licèt sit B 60. incognita tamen supponitur.

Sit prima positio C. hoc est assumam illum numerum, seu primam partem esse C quam examino. Illius media pars est 6. & tertia pats ipsius C, est 2. jam 12. 6. 2. efficiunt 20. cum tamen efficere deberent 100. igitur genitus deficit à vero; numerô E 80.

Sit alia positio D. quæ si examinetur tota operatio producetur 40. cum 100. produci debuisset. Igitur error est numerus F 60. est autem vtrobique defectus, quod notandum est.

Multiplica decussatim errores genitorum nempe E, & F, per ipsas positiones C & D ita vt fiant numeri K & L. subdue minorem K à maiori L. quia errores sunt similes; nempe vterque per defectum (nam si essent diversi generis, nempe vnus error per defectum alius per excessum addendi essent) pariter subdue errorem F ex errore E relinquitur N, dico si dividas numerum M per N quotientem P esse veram positionem seu esse primam illam partem, numeri R.

Demonstratio, sint G & H licèt ignorentur errores positionum, seu differentiæ positionum assumptarum, à numero B qui assumi debuerat. (*Ex corollario 3. Lemmatis*) erunt isti errores positionum nempe G & H, proportionales erroribus genitorum nempe ipsis E, & F, hoc est G, ad H; ita E, ad F. (*Ergo per 19. huius*) Idem numerus producetur si primus G multiplicet quartum F. qui producitur ex multiplicatione secundi H per quartum F hic numerus sit 2800. qui scribatur bis, nempe in R, & S. quia numeri C, G, sunt æquales numero B. & numerus F producendo vtrumque facit R, & K (*per primam 2. Euclid.*) numeri R & K simul æquales sunt, illis qui producerentur, ex multiplicatione numeri B per F pariter

A. 100. B. 60.

R. 2800. G. 48. H. 36. S. 2800.

K. 7x0. C. 12. D. 24. L. 3920.

Minus X Minus

Errores E. 80. F. 60.

genitorum.

M. 1200.

N. 20. P. 60.

S, & L simul æquales sunt, illi qui fieret ex multiplicatione B, per E. Quare si subtrabantur R, K, ex S. L. idem fiet, ac si productus ex B per F. subtraheretur, à producto ex B per E. sed si subtrahantur, R, K, ex S, L, cum R & S. sint æquales idem relinquitur, ac si subtraheretur K, ab L nempe relinquitur M. cum igitur duo numeri E, & F multiplicando eundem B, fecerint duos, quorum vnus ab alio subtrahitur, id quod relinquitur nempe M, per 5 Lemma est æquale producto, ex multiplicatione numeri B; per differentiam numerorum E, & F. nempe N. ergo divisione numeri M, per N idem numerus B restituitur quod erat demonstrandum.

Probatus est primus casus in quo vtrobique.

A. 100. B. 60.

R. 120. G. [illegible] H. 12. S. 120

K. 1320. C. 66. D. 72. L. 720

Plus X Plus

Errores E. 10. F. 20.

genitorum

M. 600.

N. 10.

P. 60.

Peccatum fuerat per defectum: nunc probandus est casus ille, in quo in vtráque positione peccatum est per excessum.

Ponatur ergo Prima positio esse C. 66. & examine facto, locô 100. invenitur 110. igitur est error E 10. per excessum.

Ponatur secunda positio, esse D, & examine facto, invenitur produci 120. cum 100. tantùm produci debuerant. est ergo error F. 20. per excessum.

Multiplica decussatim errores E, & F per ipsas positiones C, D, fiantque K & L, subdue minorem, ex maiori nempe L; ex K, ita vt reliquuus sit M. sitque N. differentia inter errores E, & F. divide M per N. sitque quotiens P. dico P esse æqualem, numero B ignoto.

Demonstrat. sint G & H licèt ignorentur errores positionum nempe G, quantùm C superat B & pariter H excessus ipsius D supra B. erunt (*per coroll. Lemmatis tertij,*) Errores positionum nempe G & H erroribus genitorum nempe ipsis E & F proportionales. hoc est vt G ad E; ita H, ad F. ergo (*per 19. huius*) productus ex G primo, in F quartum, æqualis est producto ex H secundo, in E tertium. Sit ille numerus 120. scribendus in R & S. quia numerus C continet numerum B, & insuper numerum G. si per eundem numerum F multiplicetur C, & B. (*per 5. Lemma*) & subtrahatur productus ex F in B, ex producto ex F in C, relinquetur R, productus ex F, in differentiam G hoc est numerus K, æqualis est numero R, & producto ex F, in B. pariter numerus L productus ex E in D, æqualis est numero S, producto ex E in H, & producto

ex

ex E, in B. quare si subtrahatur L, ex K, idem numerus M relinquetur, ac si S productus ex E, in B; subtraheretur ex R, & ex producto ex F in B & quia R & S sunt æquales, idem fit ac, si productus ex E in B, subtrahèretur ex producto ex F, in B. quare (*per 5. lemma*) numerus M est æqualis producto, ex B in differentiam numerorum E, & F, quæ est N. quare si M diuiditur per N quotiens erit numerus æqualis ipsi B. quod erat demonstrandum.

A. 1 0 0. B. 6 0.
R. 4 8 o. G. 4 8. H. 6. S. 4 8 o.
K. 1 2 o. C. 1 2. D. 66. L. [illegible]8 o.

Minus X Plus

Errores Genitorom. E. 8 o. F. 1 o.
N. 9 o. M. [illegible]00.
P. 6 o.

Restat vltimus casus in quo erratur in vnâ positione per defectum; in alia per excessum. sit idem numerus A, diuidendus in tres partes, quorum prima sit dupla secundæ, & secunda tripla tertiæ, sitque illa prima pars numerus B ignoratus. Prima positio sit C & examine factô generetur numerus 20. cum tamen numerus 100. produci debuisset; est ergo 80. error producti, per defectum. sit secunda positio 66. examine factô inuenitur 110. pro ipso 100. est ergo 10. error producti excedens.

Multiplica alternatim positiones C, & D, per errores genitorum E & F. producaturque K, & L, adde minorem K, maiori L quia errores sunt diuersi generis. fiatque M. adde pariter errores E, & F fiatque N, diuide M per N, sitque quotiens P. dico numerum P æqualem esse numero B.

Demonstratio. sint G & H errores positionum hoc est sit G, excessus quô B superat ipsum C. seu sint C & G ipsi B æquales, & H sit excessus quô P superat B. hoc est sint B.H, ipsi D æquales, erunt autem isti errores positionum, erroribus genitorum proportionales, (*per coroll 31. lemmatis*) hoc est ita erit G ad E; sicut H ad F & consequenter (*per 19. huius*) erit genitus, ex multiplicatione primi G, per quartum F. æqualis genito ex H in E; sit illud 480. qui scribatur in R & S. cum autem C & G æquentur ipsi B, & F multiplicando ipsos C, & G fecerit R, K. erunt R, K. simul æquales producto ex F, in B. quia autem D maior est, quàm B. ita vt B & H sint æquales numero D. si intelligator E multiplicare D, H, B. numerus L ortus, ex multiplicatione D per E, continebit ortum ex multiplicatione ipsius B per E, & H. per E quar enumeri K.L, additi æquales sunt producto ex B per E; & producto ex B, per F seu producto ex B per E, F (*per primam secundi Euclid.*) igitur si addantur K & L fiatque M, addantur item E, F fiatque N, diuidatur M per N quotiens erit æqualis numero B quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXXIV.

*Alius modus regulæ falsi duplicis positionis.*

A. 1 0 0. B. 6 0.
H. 4 8. K. 3 6.
C. 1 2. L. 1 2. D. 24.

Minus X Minus

E. 8 0. F. 6 0.
G. 2 0.
6. 2 0. L. 1 2. E. 8 0 M. 4 8.
6. 2 0 L. 1 2. F. 6 0. N. 3 6.

Alius tradi potest modus inueniendi verum ex duobus falsis. in quo quidem multa sunt similia. primò quidem ponuntur duæ positiones ad libitum, examinantur, & notantur errores genitorum notis consuetis plùs, minùs.

Sit idem exemplum numerus nempe A diuidendus in tres partes, quarum prima sit duplæ secundæ. Secunda tripla tertiæ, supponatur illa prima pars, numeri A quæ est B, sed ignoratur; esse C factôque examine inuenitur, produci tantùm 20. cum produci deboisset 100. sit error geniti E. pariter alia positio sit 54. & error F. differentia errorum genitorum sit G. errores positionum sint H & K. ignoti quidem, si enim cognoscatur error verbi gratiâ H, ille additus numero C, daret numerum B. sit duarum positionum differentia L, quæratur tribus numeris G, L, & vni ex erroribus genitorum verbi gratia E, quartus numerus proportionalis M. hunc dico esse æqualem errori H. positionis C. ex qua natus est error geniti E. vel si assumptus fuisset pro tertio numero error geniti F quartus esset error K. quare si hic error positionis addatur in hoc casu in quo erratum est pee defectum suæ positionis, habebitur numerus B quæsitus.

Demonstratio. (*per coroll. lemmatis 3.*) duo errores genitorum nempe E, F proportionales sunt duobus erroribus positionum nempe H, K. Secundò quia error H, & positio C, eundem numerum faciunt nempe B. quem faciunt D & error K. quatuor numeri H, K, D, C arithmeticè proportionales sunt (*per lemma quartum*) ergo erit eadem differentia priorum, & posteriorum; ergo L, quæ est differentia positionum C D. est etiam differentia errorum HK quia ita est E ad F, sicot H ad K. & excessus E, supra F est, G, sicut excessus H, supra K, est L. per conuersionem rationis ita erit E, ad excessum G; sicut H, ad L: & conuertendo sicut G ad F, ita L ad H, sed ita factus est L ad M ergo M, & H æquales sunt: pariter quia est vt E, ad F, ita H, ad K; & excessua E, supra F, est G, sicut excessus H, supra K, est L, erit vt F, ad G; ita K, ad L; ergo & conuertendo, vt G, ad F; ita L, ad K: sed ita erat L, ad N; igitur N, & K æquales sunt: ergo addendo N ipsi erroti D, habebitur numerus B. quod erat faciendum.

Si peccatum foret per excessum vtrobique; ita etiam ratiocinatemur; suppositis omnibus

A. 1 0 0. B. 6 0.
H. 6. K. 1 2.
L. 6.
C. 6 6. D. 7 2.

Plus Plus

E. 1 0. F. 2 0.
G. 1 0.
G. 1 0. L. 6. E. 1 0. M. 6.
G. 1 0. L. 6. F. 2 0. N. 1 2.

iiſdem erroribus E, F, & erroribus H, K, proportionalibus. ſecundò quia auferendo eundem numerum B ex poſitionibus C, D, reſtant errores H, & K, (*per lemma ſecundum*) erit eadem differentia priorum, & poſteriorum; nempe L. eadem valet regula trium quæ priùs niſi quod numeri M,& N æquales erroribus auferendi ſunt à poſitionibus.

A. 1 0 0. B. 6 0.
H. 4 8. K. 6.
L. 5 4.
C. 1 2. D. 6 6.

Minus Plus

E. 8 0. F. 1 0.
G. 9 0.
G. 9 0. E. 8 0. L. 5 4. M. 4 8.
G. 9 0. F. 1 0. L. 5 4. N. 6.

Si denique in vna poſitione erratum ſit, per defectum; in alia per exceſſum, patiter errores E, F, erroribus H, K proportionales ſunt. ſecundò ſi auferatur C, ex D, relinquitur L, ergo C, & L ſunt æquales ipſi D; D autem eſt æqualis ipſis B, & K, & B eſt æqualis ipſis C, & H. igitur C, & L æquales erunt ipſis C, H, K, ablatô autem vtrinque C, reſtabunt H, K. ſimul æquales ipſi L. ſed L eſt differentia poſitionum, ergo idem L erit aggregatum errorum H, K. quia autem eſt vt H, ad K; ita E, ad F; erit componendo vt E, F, ſeu G, ad E, ita H, K; ſeu L, ad H, aut vt EF, ſeu G, ad F, ita H, K, ſeu L, ad K. vnde ſi fiat regula trium numeri M, N, erunt errores poſitionum quorum M qui fuit per defectum addi debet ſuæ poſitioni C; vt B inueniatur: N verò qui fuit per exceſſum ſubtrahi debet à ſua poſitione D, vt habeatur idem numerus B.

COROLLARIVM I.

Ex hac vltimâ praxi poterimus difficultatem huius regulæ minuere cum enim vnitas diuidendo aut multiplicando aliquem numerum, eundem relinquat, ſi terminus aliquis regulæ proportionis ſit vnitas, vitabimus, aut multiplicationem,aut diuiſionem, quod vt præſtemus, ſecunda [illegible]io fiat aut maior, aut minor primâ poſitione, ſolâ vnitate, quod in exemplo manifeſtum erit.

A. 1 0 0. B. 6 0.
H 1.
C. 1 2. D. 1 3.
E. 8 0. F. 7 $8\frac{1}{3}$.

G. $1\frac{2}{3}$

Fiat vt.
G. $1.\frac{2}{3}$ ad H. 1. ita F. 7 $8.\frac{1}{3}$. L. 4 7.
G. $1.\frac{2}{3}$ H. 1. E. 8 0. M. 4 8.

Proponatur idem numerus A, diuidendus, in tres partes, quarum prima ſit dupla ſecundæ: & hæc tripla tertiæ. ſit prima poſitio C 12. & examine facto error inueniatur E, per defectum, fiat ſecunda poſitio D, vnitate maior, inuenieturque error $78\frac{1}{3}$ ſit differentia errorum genitorum G. & differentia poſitionum H, nempe vnitas, debet fieri vt G ad H, ita error F, ad L; qui erit error poſitionis D, qui additus eidem poſitioni D dabit numerum B. vel per alium errorem fiat vt G. ad H, ita E, ad M, M erit error poſitionis C, qui illi additus dabit pariter numerum B quæſitum, vitatur autem multiplicatio.

COROLLARIVM II.

*Si poſitiones differant denario vitatur item multiplicatio quæ fiet additô 0.*

ARITME

# ARITHMETICÆ
## de numeris fractis.

### LIBER SECVNDVS.

DEfinitio prima numerus fractus ille est, qui constat aliquot particulis, in quas diuisa est vnitas, sicut enim vnitas per sui multiplicationem, est parens omnium numerorum integrorum; ita etiam per sui diuisionem generat omnem minutiam, supponatur ergo vnitas diuisa in quotcumque particulas, & ex iis particulis assumptas esse aliquot: id quod assumptum fuerit minutia dicitur, ex quô fit, vt necessarium sit ad minutiam exprimendam; primò significare in quot particulas diuisa sit vnitas, deinde quot huiusmodi particulæ vnitatis assomptæ sint, vnde duplici charactere, quamlibet minutiam exprimimus, quorum inferior dicitur denominator, ideò quia significat, in quot particulas diuisa sit vnitas: & dat denominationem particulis assumptis; nempe an sint decimæ, vigesimæ, trigesimæ. Secundus numerus qui supra lineolam scribitur dicitur numerator quia indicat quot, huiusmodi particulæ assumptæ sint. vt $\frac{2}{3}$ $\frac{3}{4}$ $\frac{8}{20}$ duo trientes, tres quadrantes, octo vigesimæ. vides autem denominationem, trientis, quadrantis, vigesimæ partis sumi ab inferiori charactere, numerum verò talium partium exprimi superiori charactere, numerus inferior seu denominator pro ipsâ vnitate ponitur, hoc est vnitatem diuisam exhibet. character superior, exhibet partes aliquot istius vnitatis, omnes igitur denominatores; eamdem vnitatem significant, sed modò diuisam in plures, modò in pauciores partes, numeratores autem indicant quot vnitatis ita diuisæ, partes fractio sibi vendicet.

Fieri autem potest vt denominator sit æqualis numeratori, vel illô minor, vel illô maior. si sit æqualis fractio illa significat & æquiualet vnitati. verbi gratia $\frac{3}{3}$ $\frac{4}{4}$ tres trientes, quatuor quadrantes, significat enim vnitatem diuisam esse in tres partes, & ex huiusmodi partibus tres acceptas esse. hoc est omnes, igitur totam vnitatem quæ æqualis est tribus illis partibus. ita quatuor quadrantes, nam partes in quas diuiditur vnitas; sunt partes aliquotæ, nempe quæ aliquoties repetitæ vnitatem præcisè metiuntur. si denominator sit minor numeratore, fractio maior erit vnitate, vt $\frac{5}{4}$ $\frac{8}{3}$ quinque quadrantes, octo trientes, cùm enim denominator repræsentet vnitatem diuisam, numerus maior denominatore maior erit vnitate.

Denique denominator est maior numeratore, in propriè dictâ fractione, quæ propterea significat aliquid minus vnitate, vt $\frac{1}{2}$ vna media pars. $\frac{2}{3}$ duo trientes & ita deinceps.

Ex hoc sequitur, quod in omni omninò minutiâ exhibeatur, quam rationem habeat numerus fractus, ad vnitatem. Cùm enim denominator sit ipsa vnitas, & numerator exhibeat, quot huiusmodi partes aliquotæ acceptæ sint, exhibebit etiam habitudinem, quam habet minutia, ad vnitatem. vnde omnis omninò numerus ad modum fractionis exhiberi potest; si nempe ipse fiat numerator, & vnitas fiat denominator. vt 100. ita exhiberi potest $\frac{100}{1}$ seu centum vnitates. immo dicere possumus virtualiter id semper fieri & subintelligi omnis enim numerus exhibet quot vnitates contineat. dum enim dicimus 100, intelligimus centum vnitates, & non centum medietates, aut centum trientes, nisi hoc exprimatur.

Vnde quidquid dicitur de fractionibus, de rationibus etiam consequenter demonstratur, vt si rationes addere, subtrahere, multiplicare diuidere velis: fractiones adde, subtrahe, multiplica, diuide quarum numerator ad denominatorem prædictas rationes habeat, & peractum erit negotium. quare clarum est omnem fractionem ad vnitatem (hoc est ad totum cuius est fractio) eandem habere rationem quam habet numerator, ad denominatorem.

### PROPOSITIO I.

#### Theorema.

*Fractiones quarum numeratores eandem habent rationem ad suos denominatores æquales sunt.*

A $\frac{2}{4}$ B $\frac{1}{2}$

Sint duæ, aut plures fractiones A, & B, quarum numeratores eandem habeant rationem ad suum denominatorem, dico illas esse æquales.

Demonstratio in omni fractione (*per* 1. *defin.*) denominator est vnitas; & numerator ipse numerus fractus; ergo quotiescumque numerator habet eandem rationem, ad suum denominatorem, numerus fractus eandem habet rationem, ad vnitatem, sed (*per* 7. 5. *Euclid.*) quæ ad idem eandem habent rationem sunt æqualia, ergo fractiones in quibus numerator, ad denominatorem,

totem , eandem habet rationem ſunt æquales.

## PROPOSITIO II.

Theorema.

*Fractiones eundem habentes denominatorem , eam rationem habent inter ſe , quam numeratores.*

A. 5 C. 3
B. 50 D. 10

Sint duæ fractiooes AB , CD eundem habentes denominatorem B , D. dico eam eſſe rationem fractionis AB , ad fractionem CD ; quæ eſt numeratoris A, ad nomerarorem C.

Demonſtratio. ita ſe habet fractio AB, ad vnitatem ; ſicut A ad B , ſeu D , ita ſe habet vnitas ad fractionem CD , vt D , ad C. ergo ex æquo ita eſt fractio AB ad fractionem CD , vt A ad C quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*Fractiones eundem habentes numeratorem ſe habent reciprocè vt denominatores.*

A. 5 C. 5
B. 10. D. 15.

Sint doæ fractiones AB, CD. condem habentes numerationem A , & C. dico ita eſſe AB , ad CD , ſicut denominatot B ad denomioatorem D,& hoc voeatur reciprocè.

Demonſtratio. eſt AB ad vnitatem vt A ad B. eſt autem vnitas ad CD , vt D ad C, ſeu ad A. ergo ex æquô perturbatè ita eſt AB ad CD ; ſicut B , ad D , quod erat oſtendeodom.

## PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Fractio qualibet , eandem rationem habet , ad numerum abſolutum , æqualem ſuo numeratori ; quam vnitas ad numerum abſolutum denominatori æqualem.*

A. 2
B. 3.

Sit fractio AB. dico ita eſſe fractionem AB ad numerum abſolotum ſeu integrum 2. æqualem nomeratori A, ſieut ſe haber vnitas ad numerum integrum 3. æqualem denominatori B.hoc eſt quod ſicur vnitas eſt tertia pars numeri 3. qood fractio $\frac{2}{3}$ ſit tertia pars numeri 2. hoc eſt quod ſex trientes faciant duas vnitates.

Demonſtratio. fractio AB , eſt ad voitatem vt 2. ad 3. ergo alternando erit fractio AB ad 2. vt vnitas ad 3.quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO V.

*Si duarum minutiarum numeratores , per denominatores decuſſatim multiplicentur : producti eandem rationem habebunt,quam ipſa fractiones.*

A. 2 C. 3
B. 3. D. 4.

E. 8 F. 9
G. 12. H. 12.

Sint duæ fractiones AB, CD, multiplicetur autem numerator primæ nempe A,per denominatorem ſecuodæ nempe D , fiatque E ; item numerator ſecundæ nempe C. per denomioatorem primæ nempe B. multiplicetor & fiat F. dico ita ſe habere fractionem AB,ad CD,ſicut E,ad F.

Demonſtratio. multiplicentor denominatores B , D , fiatque numerus 12. qui ſubſcribatur in G & H , ita vt fiant mioutiæ EG , FH, numerus D , multiplicaos numerum B prodoxit G, & multiplicando ipſom A fecit 8. ergo G ipſius B æquè moltiplex eſt ac E ipſius A , ergo (*per 15. 5. Euclidis*) eadem eſt ratio A ad B , quæ E, ad G , qoare (*per primam huius*) EG , & AB ſunt æquales minutiæ ; pariter oſteodam CD , FH. eſſe æquales minutias. ſed illæ habent eundem denominatorem G , H. ergo (*per 2. huius*) ſe habebunt , vt numeratores E , F quod erat demonſtrandum.

### COROLLARIVM I.

Animadoertere potes hic , modum reducendi duas fractiones , ad eundem dcoominatorem , ſi nemqe deeuſſatin numeratores multiplices , per denominatores ; babebis autem denominatorem, ſi denominatores inter ſe multiplices.

### COROLLARIVM II.

Sequitur , quòd ſi per decuſſatam multiplicationem numeratorum , per denominatores , numerus æqualis producatur æquales erunt minotiæ.

## PROPOSITIO VI.

Problema.

*Minutiam , Minutiæ , ad ſimplicem minutiam ipſi æqualem Reucoare.*

Explicatur. Non tantùm dantur minutiæ ipſius vnitatis , hoc eſt non tantùm vnitas diuiditur in plures partes aliquotas, quarum aliquot ſumantur , & ita fiat fractio ; ſed etiam aliquando ipſæmet minutiæ,in partes aliquotas diuiduntur , quarum aliquot aſſomantur ad generandam minutiam , minutiæ : ita ſi dentur tres quadrantes duarum quintarum, quæritur ; illi duo quadrantes duarum quintarom partium , quænam ſunt partes vnius vnitatis , ſeu quomodo ſe habent ad vniratem , quod in exemplô concretô meliùs patebit , paſſus geometricus ſit quaſi vnitas, hoc eſt nomeri abſoluti ſopponant pro paſſibus geometricis, paſſos autem geometricus contineat pedes quinque , ſinguli autem pedes contineant palmos , 4. quæritor tres quadrantes duarum quintarum voius paſſus geomitrici,quomodo

modo ſe habent ad paſſum geometricum; huc eſt ſi tres numeri cunſtituantur quurum primus, ſit quaſi pes geumetricus, qui ſe habeat ad ſecundum vt 5. ad 2. ſecuudus ſe habeat, ad tettium, vt 4. ad tria quumodo primus ſe habebit, ad vlumum, in exemplô noſtrô cum paſſus geometricus, contineat quinque pedes, duæ quintæ ſunt duu pedes, duo autem pedes ſunt 8. palmi, quare tres quadtantes octu palmotum ſunt 6. palmi, paſſus autem continens 5. pedes continet quater quinque palmos; igitur hæc fractiu ſe habet ad vnitatem, ſeu ad paſſum, vt 6. ad 20. quod in exemplu iſto attulimus, in quo iſtæ partes aliquotæ videntur, iam admitti, in aliis omnibus facere poſſumus; quia licet mihi diuidere vnitatem, in quurcumque partes voluetu. Iam ad problema veniamus.

A. 2. C. 3 E. 6 G. 8
B. 5 D. 4 F. 20 H. 20.

Sit data fractio fractionis, nempe C D, ſis fractio ipſius A B, multiplica vtriuſque denominatores inter ſe nempe B D, & fiat denominator F, multiplica item numeratores A, C. fiatque numeratur E. dicu fractionem C D. ita ſe habere ad vnitatem vt E ad F, vt autem E ad F. ita fractiu E F. intellecta vt ſimplex, ad vnitatem, ideoque dico, E, F, vt ſimplicem æqualem eſſe C D intellectæ, prout eſt fractiu, fractionis.

A. 2 C. 3 E. 6 G. 8 K. 20.
B. 5. D. 4. F. 20. H. 20. L. 20.

Denominator fractiunis fractiunis CD, nempe D multiplicando A faciat G & multiplicando iterum B, faciat H; erunt igitur CD & F, H æquales, addatur fractio K, L, æqualis vnitati, huc eſt cuius denominator, & numeratur ſint æquales inter ſe, & numetis F, & H.

Demonſtratiu. cùm A multiplicandu C fecerit E, & multiplicando D fecerit G, erit (*per 15. quinti Euclid*) E ad G, vt C, ad D. vt autem C, ad D, ita fractio CD, ad ſuum tutum, nempe ad AB, vt autem AB ad vnitatem ita A, ad B, & cum D multiplicando A & B fecerit G, & H. ſeu K. erit vt A ad B; ita G, ad K; & vt AB, ad vnitatem; ita G, ad K igitur ſunt tres numeri aliis tribus cuntinuè propottiunales nẽpe fractio CD, fractio AB, vnitas & ex aliâ parte E, G, K: igitur ex æquû; erit, vt fractio fractiunis nempe CD, ad vnitatẽ ita E, ad K vt autem E ad K; ita fractiu E F. ſimplex ad vnitatem KL, cum eundem habeant denominatorem, igitur CD, & E F ſumpta pro ſimplici fractione eodem modo ſe habent ad vnitatem, ergu ſunt æquales: quud erat uſtendendum.

Definitiu ſecunda numerus primus ille eſt quem ſola vnitas metiri puteſt.

Numetus verò compoſitus ille eſt quem aliquis alius numerus. præter vnitatem metiri puteſt. per (metiri) autem intelligimus, vt menſura aliquutiea repetita præciſè adæquet tutum. quare facilè intelligetur vtraque definitiu. ſi dicatur numerus ille eſſe primus cuius nullus numerus integer præter vnitatem eſt pars aliquuta, vt numerus 3. 5. nam binarius nou eſt pars aliquuta ternarij, eum binarius ſemel tantùm ſumptus non adæquet, ternarium; his autem ſumptus illum ſuperet. numerus compoſitus ille erit, qui præter vnitatem habet alium numetum qui ſit eius pars aliquuta, vt 4. cuius binarius eſt media pars, 6. cuius ternarius eſt media pars, & binarius tertia. ſunt igitur compuſiti.

Definitiu 3. numeri inter ſe primi, ſuns illi qui nullum integrum numerum, habent pro cummuni menſurâ, præter vnitatem. hoc eſt numeri illi ſunt inter ſe primi, ſi nullus inueniri poſſit integer numerus præter vnitatem, qui vtrumque metiatur.

Compuſiti verò numeri ſunt illi, quus integer aliquis numetus præter vnitatem metitur tanquam communis menſura. vt numeri 12. & 9. quus sernarius numetus metitur. quæ definitio ſatis per ſe patet.

Primò umnis numerus par cum alio pari, comparatus. compuſitus eſt, quia binarius vtrumque metitur.

Secundò ſi duurum numerorum maiur, eſt primus, illi inter ſe ſunt primi. quia maiur minurem metiri non poteſt, nec habet vllam menſuram, ergu neque habebit communem, licèt autem minor ſit primus, fieri tamen poterit vt ſint compuſiti, nempe vt minor maiurem metiatur.

## AXIOMA I.

Numerus metiens duos numerus, metitur & aggregatum ex iis numeris. quòd per ſe patet, ſi benè intelligatur quid ſit, metiri.

## AXIOMA II.

Numerus qui metitur numerum, & partem eius ablatam, metitur & reliquam, aut illi æqualis eſt. ſi enim nec metiretur reliquam, nec illi æqualis eſſet, aliquuties repetirus nun adæquaret totum, ſed illa pars reſidua eſſet, atque adeò nun metiretur totum euntra ſuppoſitiunem.

## PROPOSITIO VII.

### Problema.

*Expendere, an duo numeri ſint primi inter ſe, & maximam eorum communem menſuram reperire.*

| | |
|---|---|
| A. | 1 5 2 4. |
| B. | 7 3 8. |
| C. | 4 8. |
| D. | 3 8. |
| E. | 3 2. |
| F. | 6. |
| G. | |

Sint duo numeri A, maior, B minur. examinaudi; an ſint primi, an cumpoſiti. diuidatur maiur A per minorem B, & notetur id quod relinquitur factâ diuiſiune, nullâ habitâ ratiunu quotientis. ſit illud C; per C, diuidatur B; & nutetur id quod relinquitur poſt diuiſionem; ſitque illud D, diuidatur C per D, quòd ſi diuiſione factâ relinquatur E, per illud diuidatur D. donec tandem inueniatur diuiſor qui diuidat exactè præcedentem, ſi ille diuiſor eſt vnitas, ita vt nullus anteà uccurrerit; dico quòd numeri ſunt inter ſe primi, ſi verò occurrerit alius numerus, dicu illus eſſe compoſitus & maximã illutũ menſutam, eſſe illum diuiſorẽ.

Demonſtratio. quia F metitur E, E autem metitur numerum D, decurtatum numerô ipſi F æquali, quare numetum D, hôc modô imminutum metietur numerus F, ſed numerus F metietur & ſeipſum, igitur numetus F metitur tutum D,

ſed D metitur numerum C imminutum parte æquali ipſi E, ergo eundem C ita imminutum metietur F, ſed etiam ipſum E metietur F, igitur totum C metietur. & ita de reliquis oſtendo autem F, eſſe maximam numerorum A, & B menſuram, ſi enim non eſt, ſit alius numerus G talis communis menſura, quia ergo G metitur totum A, & ablatum B, aut illius multiplicem, metietur & reliquum C, oſtendam autem numerum G metiri ipſum F: ergo maior non eſſet numero F.

## PROPOSITIO VIII.

### Problema.

*Fractionem ad minimos terminos reuocare.*

Demonſtrauimus ſupra propoſitione primâ, fractiones illas eſſe æquales, quarum numeratores, ad ſuos denominatores eandem habentes rationem, quia autem quò termini erunt minores, eò meliùs concipitur habitudo quam habet vnus terminus, ad alium, ideo meliùs eſt exhibere eam rationem numeratoris, ad denominatorem, ſeu fractionis ad vnitatem ſub minimis terminis.

Inueſtiga per præcedentem maximam terminorum, ſeu numeratoris, & denominatoris, menſuram; & vtrumque per talem menſuram diuide, quotientes erunt termini minimi ſub quibus exhiberi poſſit eadem fractio.

Sit fractio AB reuocanda ad minimos terminos. quære numerorum A, & B maximam menſuram,

A. $\frac{30}{}$ 15. D. $\frac{2.}{}$
B. 75 C. E. 5.

ſitque C, per quam diuides numeros A, & B. ita vt ſint quotientes D, & E; dico fractionem D, E æqualem eſſe fractioni AB, & ſub minoribus terminis exhiberi non poſſe.

Demonſtratio. numeri A, & B, per eundem C diuiſi, dant quotientes D & E, ergo eadem eſt ratio D, ad E, quæ A ad B, ergo (*per primam*) fractio DE, æqualis eſt fractioni AB.

Secundò oſtendo numeros D, & E eſſe minimos in eàdem ratione. Primò enim ſunt primi numeri, nam alioquin haberent communem menſuram ſit illa F, & quia F metitur D, & E metietur etiam A, & B quos ipſi D & E metiuntur, & quia F minor eſt quam D, & E, pluries inuenietur in A, & B quàm ipſi D & E; ergo per maiorem numerum, quàm C, metietur A, & B; ergo dabitur aliqua menſura numerorum A, & B, maior quàm C contra ſuppoſitionem.

A. $\frac{30}{}$ C. 15. D. $\frac{2.}{}$
B. 75. E. 5.

Quod ſi D, & E ſint primi; erunt etiam minimi eandem rationem habentium vt demonſtr. Euclides 23. libri 7.

Si verò accidat fractionis primò propoſitæ terminos eſſe inter ſe primos. Iam hæc fractio eſt in minimis terminis, neque vlteriùs aliquid tentandum eſt.

Alia etiam praxis adhiberi poteſt. ſume medietatem, tertiam partem quadrantem, tàm denominatoris, quàm numeratoris, minutia, erit reductâ ad minorem, vnde ſi inueniatur o in fine vtriuſque tam denominatoris quam numeratoris reiiciantur, quia tunc accipitur decima pars vtriuſq.

## PROPOSITIO IX.

*Minutiam ad integros reuocare.*

Accidere poteſt vt ex collectione minutiarum aliquid exurgat vnitate maius, in quô caſu, neceſſarium eſt, vt minutia, ad integros reuocetur. quod facilè fiet, ſi numeratorem, per denominatorem diuidas, quotiens erit numerus integer.

Si hæc minutia $\frac{52}{1}$ quæ ad integros reuocanda ſit diuide 52. per 3. quotiens erit 17. relinqueturque vnitas. dico 17 $\frac{1}{3}$ æquari minutiæ $\frac{52}{3}$.

Demonſtratio. cùm denominator 3. oſtendat in tali hypotheſi quamlibet vnitatem diuiſam eſſe in tres partes, & 52. trientes eſſe in numero propoſito. quoties ternarius in 52. inuenietur, toties in eo erit vnitas; inuenitur autem decies ſepties, & relinquitur vna pars indiuiſa; igitur 17 $\frac{1}{1}$ æquabuntur minutiæ $\frac{12}{3}$

Hâc regulâ Aſſes in francos, francos in nummos facilè reducemus, ſint propoſiti 2916. denarij reducendi in aſſes, eſt autem denarius duodecima pars aſſis, diuido 2916. per 12. quotiens 243. exhibebit numerum aſſium.

Sint reducendi 489. Aſſes in nummos argenteos, hunc numerum diuide per 60. quotiens 81. erit numerus nummorum, reſtantque 3. aſſes.

## PROPOSITIO X.

*Numerum integrum ad minutiam reducere.*

Multiplicetur numerus integer per denominatorem fractionis, fietque numerator. ſit numerus 20. reducendus in fractionem cuius denominatur ſit 5. multiplica 20. per 5. fientque $\frac{100}{5}$.

Si numero integro adhæreret fractio facilè adderetur. vt ſi proponatur numerus 20 $\frac{1}{5}$ reducendus ad minutiam, cuius denominator ſit 5. poſt multiplicationem numeri 20. per 5. ita vt fiant 100. addere debeo 1. ita vt fiat minutia $\frac{101}{5}$

Demonſtr. cum in hâc hypotheſi, quælibet vnitas intelligatur diuiſa in quinque partes, multiplicando numerum propoſitum per quinque, ſcietur quot in eo ſint quintæ partes, quibus addendæ ſunt illæ 1.

Hâc praxi quamlibet ſpeciem maioris monetæ, ad minorem ſpeciem reuocabimus, vt ex nummis aſſes, ex aſſibus denarios, &c.

Sint propoſiti nummi 245 n. hos ad aſſes reuocare volo, multiplico prædictum numerum per 60. fient 147000. numerus aſſium qui continentur in nummis 2450. ſi multiplices iterum 147000. per 12. habebis 1764000. numerum denariorum, qui in eôdem numerô continentur.

Hâc item methodô quoties valor monetæ ſuperioris, continebit plures inferiores fiet etiam facilè reductio, proponantur nummi 1434. ſitque valor vnius nummi trium librarum, 5. aſſium & denariorum 8. tet ſeribatur numerus 1434.

Multiplicetúrque

| | | |
|---|---|---|
| 1434. | 1434. | 1434. |
| 3. | 5. | 8. |
| 4302. | 717n. | 11472. |
| 406. | 956. | 67. |
| | | 72. |
| | | 0. (956. |
| 47n8. | 8126. | 52. |
| | 06. (406. | |
| | 20. | |

Multipliceturqoe pet 3.5.& 8. habebisque libras 4302. asses 7170. denarios 11472. ex denariis diuisione per 12. fac asses, quotiens erit 956. qui oomerus addi debet assibus fieotqoe asses 8126. & diuisione per 20. fient libræ 406. & relinquentur 6. asses, hic humerus 406. addstur numeto libtatum 4302 inuenies in oummis 1434. ita vt valor cuiuslibet, sit trium librarum, assium quinque & denariorũ octo, libras 4708. & 6 asses.

Ex his regulis facilè dedocenius methodum omnium computorum sit ptopositum exemplum, volo scire qoot sint franei in 234. nommis quorum quilibet asses 65. cootinet. & in 324. ducatis quorum quilibet continet asses 58. & in 460. teltoribus quorum quilibet 19. asses habet.]

| | | |
|---|---|---|
| 234. | 324. | 460. |
| 65. | 58. | 19. |
| 1170. | 2592. | 4140. |
| 1404. | 1620. | 460. |
| 15210. | 18792. | 8740. |
| 18792. | | |
| 8740. | | |
| 42742. | | |
| 2. (2137. | | |

Inuenio in nummis esse asses 15210. in ducatis esse 18792. in testonibus esse 8740. hi numeri simol addsntur fient 42742. quem nnmetum si diuidas per 20. fient franci 2137. cum duobus assibus.

## PROPOSITIO XI.

Problema.

*Duas aut plures minutias immo & integros cum minutias, ad eandem denominationem reducere.*

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{A.\ 3.}{B.\ 4}$ | $\frac{C.\ 4.}{D.\ 3.}$ | $\frac{E.\ 2.}{C.\ 5.}$ |
| $\frac{H.\ 53}{K.\ 20}$ | $\frac{L.\ 16}{M.\ 20.}$ | |
| $\frac{N.\ 45}{P.\ 60}$ | $\frac{R.\ 48}{P.\ 60}$ | $\frac{S.\ 40}{P.\ 60}$ |

Primò si duæ fractiones reuocandæ sint, ad eandem deoominationem, id præstabis pee quintam, vt constat ex eius corollarin.

Si verò sint tres nempe AB, CD, EF, so. reuocentur AB, CD, ad euodem denominatotem (*per coroll. 5.*) fiantque HK, LM; tum multiplica per denominatorem F, tertiæ fractionis denominatores K, M; vt fiant noui denominatores P. P. item per cundem F, multiplica numeratotes H, L. fiant noui numeratores N, R. denique per denominatorem K, M multiplica terminos fractionis E, F. fiatque S,P. dico fractiones NP, RP, SP eiosdem denominationis esse æquales ipsis AB, CD, EF.



Demonstratio. pimò sunt eiusdem denominationis quia tres denominatores P,P,P, sunt generati multiplicatione K,M æqualiom, pet F. sunt etiam æquales ipsis AB.CD,EF. Ptimò enim HK, LM, æqusles sunt ipsis AB, CD, & cùm NP, RP, ptoducantur multiplicstione terminotom H, K, L, M, per eundem numerum F, etunt NP, RP, ipsis HK, LM & consequenter ipsis AB, CD æquales. patiter quia idem denominator M. multiplicando EF producit S.P. [eadem erit ratio S ad P; quæ E, ad F; igitut (*per primam*) fractio SP æqualis est fractioni EF.

Quòd si integri, ad eandem deoominationem sint reducendi eum minutiis, ex iis fiat minutia subsctiptâ voitate, hoc modô $\frac{100}{1}$ hoc est centum vnirares, tum tedueaotur ad eandem denominatiooem.

## PROPOSITIO XII.

*Assignare minutiam cuiuscunque integri.*

Qnia in terminis abstractis sæpè difficilis est sensus propositionis. facilis in exemplo, ideo, illam in exemplo propono aliquis iniunxit murum extruendum inuenit autem $\frac{11}{12}$ vnius octopedæ qusdtstæ; octopedæ autem ptetium est frsncorum 18. quætimus igitur $\frac{11}{12}$ octodecim francotom.

Id per regulsm trium efficitor, hoc modo. si octopeda seu 12. duodecimæ dant frsncos 18. quid dabunt 11. duodecimæ moltiplica 8. per 11. fient 198. quæ si dioidas per 12. quotiens erit $16\frac{6}{12}$ seu $\frac{1}{2}$.

## PROPOSITIO XIII.

Problema.

*Additio fractionum.*

| | | |
|---|---|---|
| $\frac{A.\ 3.}{B.\ 4.}$ | $\frac{C.\ 2.}{D.\ 3.}$ | $\frac{E.\ 2.}{F.\ 5.}$ |
| $\frac{G.\ 45}{H.\ 60.}$ | $\frac{K.\ 40}{H.\ 60.}$ | $\frac{L.\ 24}{H.\ 60}$ |
| | $\frac{M.\ 109}{H.\ 60.}$ | $\frac{I.\ 49}{60.}$ |

Sint duæ, aut plures minutiæ addendæ, sint ttes fractiones AB, CD, EF, addendæ (*per præcedentem*) reducantur ad eundem denominatorem, sintque illis æquales GH, KH, LH, addsntur nometstores G.H.L, fiatque M, illis simul sumptis æqoalis. subscribatur illi, idem denominator H, dico fractionem MH tribus fractionibus AB, CD, EF, æqualem esse.

P 2 Demonstratio,

Demonſtratio, cùm minutia G H, ad vnitatem ſe habeat vt G, ad H, & pariter K H, ad vnitatem ſicut K ad H, & L H ad vnitatem vt L, ad H tres illæ fractiones, ſimul ſumptæ, ad vnitatem ſe habebunt vt G, H, L, ſimul hoc eſt M, ad H. Sed ita etiam ſe habet ad vnitatem fractio M H ſicut M ad H, igitur fractio M H æqualis eſt tribus fractionibus GH, KH, LH. Sed illæ æquales ſunt fractionibus AB, CD, EF; igitur fractio MH iiſdem æqualis erit quod erat demonſtrandum.

Si verò hanc fractionem reducere velis ad vnitates; dividatur eius numerator per denominatorem, videbiſque, quoties in ea fractione inveniatur vnitas; quotieos enim erit numerus vnitatum; & reliquum erit adhuc numerator fractionis eundem denominatorem habentis. Ratio clara eſt, ex definitione fractionis, cum enim denominator ſit ipſa vnitas diviſa in partes; per diviſionem invenitur quoties vnitas eſt in fractione. Reliquum etiam erit numerator fractionis, eundem denominatorem habentis: vt in hoc exemplo ſi dividatur 109. per 60. inuenies pro quotiente $1. \frac{49}{60}$

Quòd ſi numeros integros, minutiis addere velles; & ex iis totalem minutiam componere; ex integro formanda eſſet minutia ſubſcribendo vnitatem; quæ ſe haberet eôdem modô ac fractio.

PROPOSITIO XIV.

Problema.

*Fractionem minorem, ex maiori ſubtrahere.*

A. $\frac{5}{6}$ B. C. $\frac{3}{4}$ D.

E. $\frac{20}{24}$ F. G. $\frac{18}{24}$ H.

K. $\frac{2}{24}$ L. M. $\frac{1.}{21}$ N.

Sit ex fractione maiori A B, ſubducenda minor C D. Primò redue huiuſmodi fractiones ad eundem denominatorẽ. Sitque fractio E F, æqualis, fractioni A B, quæ habeat eundem denominatorem F, ac fractio GH quæ ſit æqualis fractioni C D. tum numeratorem G, aufer ex numeratore E relinquatur; numerator K cui tribuatur denominator idem. Dico factum eſſe quod quæritur. Hoc eſt fractionem K L ſupereſſe ſubtractâ fractione GH, ab EF, hoc eſt CD ab A B, ſeu quod idem eſt dico fractiones KL, & GH eſſe æquales fractioni E F.

Demonſtratio cum, ita ſit fractio GH, ad vnitatem, vt G ad H; ſeu ad L, pariter ita ſit fractio K L ad vnitatem vt K, ad L ita erunt fractiones G H, K L ſimul vt G & K ſimul ad L, ſeu ad F illi æqualem. Sed vt G K ad L ita E ipſis GK, æqualis ad F, & vt E ad F ita fractio E F ad vnitatem; ergo ita eſt EF ad vnitatem vt fractiones GH, KL ad vnitatem, ergo (*per 7. 5. Eucl.*) fractiones GK, KL, ſunt fractioni E F æquales, quod erat demonſtrandum: quòd ſi plurimæ fractiones ab vnica ſubducendæ eſſent, priùs colligantur in vnam fractionem, antequam fiat ſubtractio.

A. 12. C. $\frac{4}{5}$ D.

11. E. $\frac{5}{5}$ F. 11 $\frac{1}{5}$

Denique ſi ex numero integro ſubducenda eſſet fractio, ex vnica vnitate numeri A, fac fractionem aliquam eiuſdem denominationis cum ea quæ ſubducenda eſt, in qua vt priùs dictum idem eſt denominator, & numerator ita in hoc exemplo ſi ex 12. ſubtrahas fractionem $\frac{4}{5}$ reſtabunt 11 $\frac{1}{5}$.

PROPOSITIO XV.

*Additio & ſubtractio fractionum fractionum, ex fractionibus fractionum.*

Quoties fractiones fractionum, ex fractionibus fractionum ſubtrahendæ ſunt. primæ fractiones fractionum in vnam ſummam addantur. Addantur item fractiones, fractionum, a quibus ſubtractio fieri debet vt ſi ſubtrahere debeas, à $\frac{2}{3}$ ex $\frac{3}{4}$ $\frac{1}{2}$ ex $\frac{1}{4}$.

Addantur primæ ſimul fiet $\frac{6}{12}$ item ſecundæ $\frac{3}{8}$ tum ad eundem denominatorem reducantur fiet denominator 96. prima ergo erit $\frac{48}{96}$ ſecunda $\frac{36}{96}$ aufer 36. ex 48. reſtat $\frac{12}{96}$ ſi ad minimos numeros revocentur fiet $\frac{1}{8}$.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

*Minutiam, per minutiam multiplicare.*

A. $\frac{5}{6}$ B. C. $\frac{3}{4}$ D. E. $\frac{15}{4}$ F.

G. 18.

Sit minutia A B. multiplicanda per minutiam C D, multiplica numeratores A, & C fiatque numerator E, multiplica denominatores B, D, fiatque denominator F, dico fractionem EF, eſſe numerum productum ex multiplicatione fractionis A B per fractionem CD. hoc eſt ſicut diximus cum de multiplicatione ſimplici, quæritur vt vnitas ſe habeat ad AB, ſicut C D ad FE. numerus C multiplicando B faciat G.

Demonſtratio vt vnitas, ad A B; ita B, ad A (*per definitionem fractionis*) & quia C multiplicando B, & A, fecit G & E, ita etiam erit G ad E; ſi fiat autem fractio G F hæc erit æqualis fractioni CD, cum idem numerus B multiplicando C & D fecerit G & F, ergo G F, ita ſe habebit ad E F, ſicut C D ad EF, ſed ita ſe habet ad E F vt G ad E, (*per ſecundam huius*) cum eundem denominatorem habeant; igitur C D. ſe habebit ad E F; vt G ad E; ergo ita eſt vnitas ad A B; ſicut CD, ad EF; quod erat demonſtrandum. In quo vides idem eſſe minutias minutiæ reducere ad ſimplicem minutiam ac minutiam multiplicare.

Aliô modô faciliori. Cum multiplicare volumus AB, per D, quærimus quid fiat tres quadrantes quinque ſextarum, ergo volumus minutiā

minutiæ

minutiæ reuocare ad ſimplicem minutiam, ſed hoc fit per multiplicationem numeratorum, & denomioatorum; ergo eôdem modô fiet multiplicatio minutiæ per mioutiam, nempe multiplicando tum denominatores; tum numeratores inter ſe.

A. 4 B. 3 D. 12.
1 C. 5 E. 5.

Si numerus integer per minutiam multiplicandus eſſet, verbi gratiâ numerus A. per minutiam BC, numero A ſubſcribatur vnitas, vt fiat minutia, tum multiplica numeratores A & B, tùm denominatores vt fiat minutia DE.

Si integer cui adhæret fractio, per fractionem multiplicandus ſit, verbi gratia A cui adhæret fractio BC,

A. 4. B. 2. E. 3. G. 12 K. 6.
D. 1. C. 3. F. 5. H. 5. L. 15.

O. 14. M. 42.
P. 3. N. 15.

multiplicandus ſit per fractionem EF, vel multiplica per EF, ſeorſim A, & BC, ita vt fiant GH, KL, quas fractiones addea, fietque fractio MN. vel primò colliges fractiones AD BC, fiatque vnica fractio OP, illis æqualis; quæ multiplicetur per EF. fietque eadem fractio MN.

## PROPOSITIO XVII.

*Multiplicatio fractionum fractionum, per fractiones, fractionum.*

Conuerte ad ſimplicea fractiones, fractiones fractionum; item alias fractiones fractionum, ita vt fiant duæ fractiones ſimplices, tum fiat multiplicatio per præcedentem.

## PROPOSITIO XVIII.

Problema.

*Minutiam per minutiam diuidere.*

A. 6. C. 3. G. 18. E. 24
B. 20 D. 4. F. 60.

Sit minutia AB diuidenda per minutiam CD. multiplica diuidendæ fractionis numeratorem, per denominatorem D diuiſoris, & habebitur numerator E, item multiplica denominatorem B fractionis B, per numeratorem C diuiſoris, & habebis F denominatorem, dico fractionem EF eſſe quotientem diuiſionis, per quam diuiſa eſt fractio AB, per CD hoc eſt vt diximus in explicatione diuiſionis, ita eſt AB, ad EF, ſicut CD, ad vnitatem. C enim numeratot multiplicando A faciat G.

Demonſtratio. quia C multiplicando A & B facit G, & F; erit fractio GF æqualis ipſi AB, ergo ita ſe habebit GF ad EF, ſicut AB ad EF, vt autem ſe habet GF ad EF, ita G ad E, cum eundem habeant denominatorem F igitur ita ſe habet AB, ad EF ſicut G ad E. quia autem A multiplicando ipſum C, fecit G. & multiplicando ipſum D fecit E, ita erit C, ad D; vt G, ad E; ſed vt C ad D, ita CD ad vnitatem; ergo vt G ad E, ſeu vt AB ad EF, ita CD ad vnitatem quod erat demonſtrandum. ergo EF eſt verus quotieus diuiſionis, AB per CD.

## COROLLARIVM. I.

Vt diuidatur CD per AB; fractio EF inuertenda eſt, & quotiens erit fractio FE. ratio clara eſt cum enim ad diuidendam AB per CD, denominator D multiplicet numeratorem A, vt faciat numeratorem E, & numerator C multiplicet denominatorem B minutiæ diuidendæ, vt fiat denominator F quotientis, è contrà vt AB diuidat CD. debet denominator B, multiplicare numeratorem C. vt fiat numerator F, & numerator A multiplicare denomioatorem D vt fiat denominator E. ideò debet inuerti fractio EF, ita vt fiat fractio FE.

## PROPOSITIO XIX.

*Alius modus reducendi minutias ad eamdem denominationem.*

Quia plerumque accidit vt reducendo minutias, ad eamdem denominationem, producantur minutiæ, non ſub minimis terminis conceptæ; atque adeò ſæpe opus ſit reductione illâ tædij plenâ, proponam aliquas praxes, quibus minutiæ ſub minimis terminis oriuntur, proponantur duæ mioutiæ AB, CD reducendæ ad eandem denominationem, quæratur maxima communia menſura denominatorum B, & D, hæc erit G. per hanc diuide denominatorea; fient quotientes E, & F. multiplica terminoa minutiarum per alternos quotos,

A. 13 C. 7.
B. 16. D. 12.

E. 4. G. 4. F. 3.

H. 39 L. 28.
K. 48. M. 48.

hoc eſt multiplica terminos minutiæ AB, per quotientem F, & terminos minutiæ CD, per quotientem E, fiet minutiæ HK, LM, æquales prioribus, & reductæ ad eandem denominationem.

Demonſtratio. cum idem numerus G diuidat numeros B & D, erit E ad F, vt B ad D, quare ſi B ponatur primus numerus, D ſecundus, E tertius F quartus idem producetur numerus ex B in F, qui ex E in D. cum igitur E multiplicet C & D faciatque L & M, erunt fractiones CD, LM æquales, pariter cum F multiplicet A & B. faciatque huiuſmodi multiplicatione numeros HK, erunt fractiones AB, HK, æquales. qua reductione facta poterit fieri additio, & ſubtractio in numeratoribus, cætera fiant eôdem modô quô diximus ſupra.

## PROPOSITIO XX.

*Multiplicatio fractionum.*

E. 1. G. 5.

A. 9. C. 20. 180. 5
B. 16. D. 27. 432. 12.

H. 4. F. 3.

P 5

Antequam inſtituatur multiplicatio fractionum, reducantur termini heterogenei ad minimos, hoc eſt numerator vnius fractionis, cum denominatore

natore alterios, vt propositis fractionibus AB, CD, reduceantor ad minimos terminos A & D. inuentâ communi mensurâ, quæ est ipsum A, seipsum metiens & metiens numerum D si fiat diuisio vtriusque pet hanc communem mensuram, fieor quotientes E & F quære item maximam communem mensuram, numerorum C & B. hæc est 4. per quam si vtrumque diuidas fient quotientes H, & G, multiplica E per G fiet 5. multiplica H per F fiet 12. eritque fractio $\frac{5}{12}$ quâ dico esse æqualem fractioni $\frac{180}{432}$ quæ oritur methodô communi, multiplicando B per D, & A per C. nam eum eadem communis mensurâ diuiserir A & D feceritque E & G, ita erit A ad D, sicut E ad F. est etiam B ad C sicut H ad F, est antem 5. ad 12. in composita ratione E ad F & H ad G. & pariter 180. ad 432. est in composita ratione A ad D, & B ad C. ergo ita est 5. ad 12. sicot 180. ad 432. ergo erunt fractiones æquales quod erat ostendendum, ergo multiplicauimus fractionem ita tamen, vt termini essent minimi in sua ratione, eum oriatur ex multiplicatione minimorum in sua ratione.

## PROPOSITIO XXI.

*Diuisio fractiones per fractionem.*

Ad dioisionem fractionis pet fractionem peragendam, ita vt qootiens proueniat sub minimis terminis, debent priùs reducí ad mioimos, termini homologi, hoc est duo numeratores diuidi, per maximam commonem mensuram & pariter denominatores.

| | | |
|---|---|---|
| 3. | 5. | |
| $\frac{9}{16.}$ | $\frac{15}{28.}$ | ( $\frac{20.}{21.}$ |
| 4. | 7. | |

Proponatur fractio $\frac{9}{16}$ diuideoda pes fractionem $\frac{15}{28}$ duorom numeratorum quæratur maxima communis mensura quæ erit 3. per hanc diuide 9. & 15. eruntque quoti 3. & 5. communis mensura denominatorum 16. & 28. est 4. per quam si vtrumque diuidas fient quotientes 4. & 7. vt habeas denominatorem multiplica 7. quotum denominatoris diuisoris pes 3. quorum numeratoris diuidendæ producetur 21. & vt habeas numeratorem multiplica 5. qootum numesatoris diuisoris, pes 4. quotum denominatoris diuidendi fietque 20. habebis ergo quotientem $\frac{20}{21}$ hæc operatio probatur sicut superior ostendendo eandem esse rationem 20. ad 21. quæ est. terminorum fractioois ortæ ex diuisione communi.

## PROPOSITIO XXII.

*Varia exempla diuisionis, numerorum integrorum, per fractiones, vel Vicissim.*

Si diuidendus sit integer per fractionem, vel vicissim fractio, pet integrum: subscribatur integro fractio, ita vt ex integro fiat fractio. octo homines emerunt $\frac{4}{5}$ vnius prædij, eoios pretium erat 400. franeorum, quæritur pretium, quod quilibet dare debet, & quam partem prædij debeat obtinere.

Diuidenda est fractio $\frac{4}{1}$ in octo seu per $\frac{8}{1}$ multiplica numeratorem 4. pes 1. denominatorem diuisoris fit 4 numerator quotieotis, item multiplica 5. denominatorem diuidendi, per 8 numeratorem diuisoris, fietque 40. denominator quot. quotiens ergo erit $\frac{4}{40}$ seu $\frac{1}{10}$ qoilibet ergo habet decimam partem prædij, & soluere debet decimam partem numeri 400. hoc est 40.

Sit diuidenda fractio $\frac{2}{3}$ per 4. & $\frac{4}{5}$ fiat fractio $\frac{24}{5}$ tum multiplica 5. per 2. fiet 10. numerator, multiplica 24. per 3. fiet 72. deoomioator. habes ergo $\frac{10}{72}$.

Integer eum fractione nempe 6 $\frac{1}{2}$ per fractionem $\frac{1}{4}$ sit diuideodus, primò fiat vnica fractio ex 6 $\frac{1}{2}$ nempe multiplica 13. per 4. fiet 52. numerator fractionis, tum multiplica 2. deoominatorem diuidendi, per numerarorem diuisoris fiet 2. deoominator quotientis, erit ergo fractio $\frac{52}{2}$.

Reliqua exempla facilè ex his intelliguntur, nempe si fractio fractionis, diuidenda sit per fractionem fractionis, aut per integrum, cui adhæreat fractio; fractio fractionis, ad simplicem fractionem reuocaoda est, sicut & integer, cui adhæret fractio.

## PROPOSITIO XXIII.

Problema.

*Aliò modò minutiam, per minutiam diuidere.*

Sit mioutia AB, diuidenda pet CD. diuide numeratorem A per numeratorem C, vt fiat numerator E, diuide item denominatorem B pee denominatorem D, vt fias denominator F, dico fractionem EF esse quotientem illius diuisionis.

Demonstratio. si multiplicanda esset minutia EF, per CD multiplicarentur denominatores inter se, vt fieret denominator B, tum numeratores vt fieret numerator A; ergo vt diuidatur fractio AB per fractionem CD adhibenda est contraria diuisio.

Alia demoostratio pet diuisionem quærimoa numerom, qui toties contineat vnitatem, aut ita se habeat ad vnitatem, sicut numerus diuideodus, ad diuisorem, hoc est debet ita se habese fractio EF ad vnitatem seu E ad F; sicut AB ad CD. numeratot C multiplicando denominatorem F. faciat G 15. quoniam F multiplicando C, & D produxit G, & B; erit fractio GB, æqualis fractioni CD, igitur AB se habebit, ad GB, sicut se habet ad CD, se habet autem ad GB, vt A, ad G, cùm eundem denominatorem B habeaur; igitur AB ad CD ita se habet, vt A ad G. quia autem C multiplicando E, produxit A, & multiplicando F produxit G, ita erit A ad G; vt E, ad F, seu fractio EF ad vnitatem; igitur ita erit AB ad CD vt EF ad vnitatem quod erat demonstrandum.

Hic tamen modus non debet adhiberi nisi quando occurrerit quod rarum erit, vt diuisoris termini nempe numerator, & denominator exactè

exactè metiantur terminus fractionis diuidendæ, alioquin adhærebit fractioni genitæ fractio fractionis, quæ cum maiori difficultate ad communem minutiam reducetur.

Notanda autem sunt aliqua, primum est quod multiplicatio numeri per fractionem, sit potiùs divisio, quàm multiplicatio quod explicabimus primò, in numerò aliquò integrò.

A. $24 \frac{}{1}$ B. $\frac{2}{3}$ C D. 16.

Sit integer numerus A multiplicandus per fractionem B C quærimus quid faciant duæ tertiæ partes numeri 24. si igitur numerum A dividas per C 3. &quotientem multiplices per numeratorem B habebitur numerus D. qui quæritur. Quod aliò modò fieri potest si nempe numerum A, reducas ad minutiam, subscriptâ vnitate, & multiplices denominatores inter se, idem producetur numerator C & multiplices numeratorem A per numeratorem B. fietque 48. qui numerus divisus per 3. dat numerum D. quòd verò id quæramus ostendo. Nam volumus per multiplicationem invenire numerum; qui ita se habeat ad multiplicantem; sicut multiplicatus ad vnitatem. verbi gratia, volo multiplicare 4. per 6. hoc est quæro numerum, qui toties contineat 6. quod sunt vnitates in 4. itaque fiunt 4. numeri proportionales 1. 4. 6. 24. in superiori exemplo idem præstamus 1. $\frac{2}{3}$ 24. 16. hoc est vt se habet vnitas ad duas tertias, ita 24. ad 16.

Quod si dividendus esset numerus 24. per $\frac{2}{3}$ quærimus, vt sicut se habet dividendus, ad divisorem; ita se habeat quotiens ad vnitatem; vel permutando, vt se habeat dividendus ad quotientem; sicut divisor ad vnitatem. Divisor est $\frac{2}{3}$ quæ fractio se habet ad vnitatem, vt 2. ad 3. quærimus ergo numerum ad quem se habeat 24. vt 2. ad 3. erit. Ille 36. quod mirum videtur vt nempe per divisionem maior numerus producatur, quàm sit ipse divisus, & per multiplicationem minor numerus producatur.

Quod tamen mirū videri non debet. Nam primò in divisione quò minor est divisor, eò maior est quotiens, vt si sit dividendus numerus 24. per 4. divisor erit 6. si per 8. divisor erit 3. sed si numerus divideretur per vnitatem produceretur, numerus ipsi dividendo æqualis; ergo si dividatur per numerum minorem vnitate, quotiens maior erit numero dividendo.

Praxis igitur talis erit, sit dividenda fractio $\frac{2}{3}$ per fractionem $\frac{3}{4}$ multiplica 2. numeratorem minutiæ dividendæ, per 4. denominatorem divisionis; fient octo; nempe numerator quotientis. Secundò multiplica denominatorem 3. dividendæ fractionis, per numeratorem 3. divisoris, fitque 9. denominator fractionis: igitur si dividas $\frac{2}{3}$ per $\frac{3}{4}$ exurgit $\frac{8}{9}$.

## PROPOSITIO XXIV.

*Regula proportionis cum fractionibus.*

Regula proportionis, seu vt vocant regula trium cum fractionibus tòdem modò fit, ac regula trium in numeris integris, hoc est; secundus numerus, per tertium multiplicetur, & productus per primum dividitur. Sola difficultas oritur ex fractionibus, quæ invicem multiplicari debent. Quæ omnia in exemplis meliùs innotescent.

Si $\frac{3}{4}$ vnius vlnæ valent $\frac{11}{12}$ vnius nummi, quod nam erit pretium competens tribus quadrantibus nempe $\frac{3}{4}$ multiplica $\frac{11}{12}$ per $\frac{3}{4}$ fientque $\frac{33}{48}$ qui dividendus est per $\frac{3}{4}$ fiunt $\frac{132}{48}$ seu nummi 2 $\frac{36}{48}$ seu $\frac{3}{4}$

Eædem ferè cautiones adhibendæ sunt quæ in superioribus regulis sunt adhibitæ; nempe si integri cum fractis adiunguntur.

Si $\frac{1}{}$ vnius vlnæ valet nummus 4. quod erit pretium $\frac{3}{4}$ supponatur vnitas cyphræ 4. fiatque $\frac{4}{1}$ multiplica $\frac{3}{4}$ per $\frac{4}{1}$ fiet $\frac{12}{4}$ quæ dividi debent per $\frac{1}{5}$ fient $\frac{60}{4}$ seu 15. nummi.

Potest item aliter fieri, fractiones quæ ad invicem referuntur verbi gratia, in hoc exemplo $\frac{1}{5}$ vnius vlnæ & $\frac{3}{4}$ vnius vlnæ ad eundem denominatorem reducantur. Fient $\frac{4}{20}$ $\frac{15}{20}$ fiat ergo regula trium si 4. subintelligendo vigesimæ, dant 4. nummos, quid dabunt 15. subintellige, vigesimæ quotiens erit 15. nummi.

Si 4. vlnæ & $\frac{8}{3}$ dant nummos 4 $\frac{2}{1}$ quid dabunt 5. vlnæ $\frac{1}{2}$ reducantur omnia ad simplices fractiones nempe $\frac{14}{3}$ $\frac{12}{5}$ $\frac{11}{2}$ multiplica duos vltimos fient $\frac{144}{10}$ divide per $\frac{14}{3}$ fient $\frac{712}{140}$ seu 5 $\frac{12}{140}$ seu 5 $\frac{8}{35}$

Si detur regula trium cum francis, assibus, denariis, tres numeri ad vnum reducantur.

Si 8. vlnæ cum $\frac{2}{3}$ valent francos 10. asses 15. denarios 8. quot valent 36. vlnæ cum $\frac{3}{4}$ fieri potest multiplicatio in hunc modum omnes numeri reducantur ad fractiones simplices. Nempe 8. cum $\frac{2}{3}$ $\frac{26}{3}$; 36. $\frac{3}{4}$ $\frac{147}{4}$ fiant ex 10. francis, assibus 15. denariis 8. simplices denarij. Multiplica 10. per 20. & adde 15. fient 215. asses; multiplica 215. per 12. & adde 8. fient 2588. cui subscribe 1. vt fiat $\frac{2588}{1}$ multiplica $\frac{2588}{1}$ per $\frac{147}{4}$ fient $\frac{380436}{4}$ quam summam divide per $\frac{26}{3}$ fient $\frac{1141308}{104}$ seu 10976. $\frac{4}{104}$ numerus denariorum, qui dividatur per 12. fient asses 914. & relinquuntur 8. denarij, si hanc summam dividas per 20. fient 45. franci; relinquuntur 14. asses; denarij 8 $\frac{4}{104}$

Posset molliri hæc regula variis modis.

Reducantur duæ fractiones vlnarum ad eandem denominationem nempe $\frac{26}{3}$ $\frac{147}{4}$ fiet denominator 12. & fractiones erunt $\frac{104}{12}$ $\frac{441}{12}$ dic ergo si 104. dant franc. 10. asses 15. den 8. quid dabunt 441.

Ex franeis 10. fiant asses 200. quibus addes 15. fient 215. asses; quos iterum mutabis in denarios, addendo 8. fientque denarij 2588. dic ergo si 104. dant 2588. quid dabunt 441. multiplica 2588. per 441. fient. 1141308. qui numerus si dividatur per 104. fient denarij

decimæ, ac quingentæ millesimæ Quare cyphra o. non apponitur partibus decimalibus vltimò loco. quia in tali casu inutiliter adhiberetur.

Partes igitur decimales adhærent numeris iotegris, & ab iis distinguuntur lineâ separatrice, quæ nunqnam abesse debet, quia autem partes decrescunt eô modô quô numeri, non variabitur operatio etiamsi adiunctæ sint partes decimales. quare hæc decimalium partium computatio longe facilior censetur quam sexagenaria, quâ nonnulli io astronomicis vtuntur.

## PROPOSITIO XXVI.

*Additio numerorum quibus adhærent partes decimales.*

4 7 9 4 [5 3 6  
5 8 4 [5  
9 4 7 [0 8  
4 7 2 0 [7 4 3 9  
4 8 [5  
1 0 0 9 4 [8 5 9 9

Vt clarior euadat vsus partiom decimalium, appono exemplum additionis.

Sint plurimi numeri integri, quibus adhæreant. partes decimales, ita disponantur, vt vnitates, seu digiti integrorum sibi respoodeant, & defectos, si quis est in numeris integris sit ad sinistram, defectus autem si quis est in partibus decimalibus sit ad dexteram. fiat additio communi methodo, & quia in vltima sede est tantum 9. illud scribatur. in penultima sede iuvenitur 6. & 3. scribe 9 in antepenoltima invenitur 8. 4. & 3. quæ efficiunt 15, scribo 5. & retine 1. pro antecedenti, in qua iovenitur 5. 7. 3. 2. cum vnitate retenta efficiuot 18. scribo 8. partes decimas, retinendo vnitatem, eo quod decem partes decimæ vnitatem io integro efficiant. perficiatur tota additio more consuetò in quo vides opos ooo esse, vlla reductione ad eandem denominationem.

## PROPOSITIO XXVII.

*Subtractio numerorum quibus adhærent partes decimales.*

A. 3 7 9 4 [2 3 6.  
B. 9 4 7 [0 8.  
C. 2 8 4 7 [1 5 6.

Proponator numeros A, è quo subducendus est numerus B, vterque habeat adhærentes. partes decimales. Ita pariter disponantur, vt digiti digitis respondeaot. Incipe ab vltima nota, & ex 6. aofer nihil, restant 6. ex 5. superioris, subtrahe 8. restant 5. & retine 1. quod subtrahes ex 2. restabit 1. perficies subtractionem vt solet in numeris integris, & perfecta erit operatio.

D. 4 8 9 [0 5.  
E. 2 4 3 [4 8 7 6.  
F. 2 4 5 [5 6 2 4.

Pariter si subtrahendus sit numerus E ex D. partium decadicarum ita subtractionem institues. Si 6. ex o. subtrahas potes enim subintelligere doo o. in numero superiori nam 5. partes centesimæ suot idem ac quingentæ partes. pàttes decies millesimæ, quare subintellectia illis duobus o o. in numero soperiori facile perficietur subtractio.



## PROPOSITIO XXVIII.

*Multiplicatio numerorum quibus adhærent partes decimales.*

Maior est difficultas in multiplicatione partium decimalium, vt nempe habeatur locus conueniens singulorum characterum producti. Quæ difficultas vt intelligatur suppooo primò in multiplicatione, singulos characteres multiplicati, duci in singulos characteres multiplicandi. Suppono item quod si digitus multiplicantis ducatur io digitos multiplicandi, efficiet digitos, si in decades efficiet decades, si in partes decimales efficiet partes decimales, si in partes centesimas efficiet partes centesimas, si in millesimas millesimas. Quare si numerus partibus seu fractione carens, alium numerom, cui adhæret fractio multiplicauerit, tot erunt sedes partium decimalium in facto quod eraot in multiplicantu.

F. 4 5 2 [3 2.  
G. 3 6 2.  
9 0 4 6 4.  
2 7 1 3 9 2.  
1 3 5 6 9 6.  
H. 1 6 3 7 3 9 [8 4.

Vt si numerus F habens duas sedes partium, multiplicetor per numerum G, cui nullæ adhærent partes, in producto H, tot erunt sedes partium, quot erant in F.

Ratio est qoia digitus ductus in partes centesimas producit partes centesimas, ductus in decimas producit decimas.

Ergo tot eroor sedes partium decadicarum in producto quot erant in vno moltiplicante.

K. 3 6 2 [4 2 1.  
L. 1 2 [0 1.  
3 6 2 4 2 1.  
0 0 0 0 0.  
6 2 4 8 4 2.  
3 6 2 4 2 1.  
M. 4 2 5 2 [6 7 6 2 1.

Secondò sit moltiplicandus numerus K habens tres sedes partium: per numerum L, duas habentem sedes partium, dico in producto M debere esse quinque sedes partiom.

Ratio est quia si numerus L, nullas haberet partes; productus haberet tres sedes partium, sed habet doas, quæ multiplicando partes non nisi partes efficere possunt.

Si oumerus solas partes habens, ducatur in alium: regula generalis est quod in producto solo tot sint partium sedes, quot sunt in duobus multiplicantibus simul sumptis.

Q PROPOSI

## PROPOSITIO XXIX.

*Divisio numerorum quibus adhærent partes decadicæ.*

Primum axioma erit, vt numerus dividendus, totidem saltem partium sedes habeat quot divisor. si autem non habeat illi adiungi poterunt tot cyphræ expletivæ o, quot necessariæ sunt. vt si numerus A, dividendus sit per numerum B subintelligi debet in numero A, vna cyphra o, ratio est quia in applicatione numeri B ad numerum A debet tandem digitus seu vnitates numeri B inueniri sub vnitatibus numeri A, quod fieri non posset nisi subintelligeretur in numero A vnum o.

A. 4 5. [ 7 6.
B. 1 5. [ 2 5 1. ( 3.

Ex hoc sequitur numerum minorem dividi posse per maiorem modo minori dividendo, tot cyphræ o addantur quot sunt necessariæ vt si numerus 32. per 160. sit dividendus subintelligatur addita cyphra o numero D, sed quae ad partes decimales pertineat fiat, divisio more consueto erit quotiens F 2. sed quia tot sunt sedes partium decimalium, in dividendo, quot sunt in quotiente, & divisore simul sumptis, & nullæ sunt partes decimales in divisore E, cum tamen subintelligatur vna, in dividendo, quotiens F significabit partem decadicam seu $\frac{2}{10}$ est ergo 32. quinta pars numeri E. Secundum axioma erit tot esse sedes partium decimalium in solo dividendo quot in divisore, & quotiente simul sumptis, vt suprà in multiplicatione vidimus, ex quo facile constituemus, quot sint sedes partium in quotiente, quæ tamē est præcipua difficultas divisionis partium, nam cæteroquin divisio partium, à divisione integrorum non differt si numerus G dividendus sit per numerum H fiat divisio methodo communi: inuenieturque divisor K, & quia in dividendo sunt duæ sedes partium decimalium, debent totidem esse in divisore H, & quotiente K, quare cum vna sedes inveniatur in divisore H, vna erit in quotiente K.

D. 3 2. [ o.
E. 1 6 o. [ 2.
F.

G. 7 6 o. [ 4 3.
H. 2 2. [ 3.
K. ( 3 4. [ 1.

## PROPOSITIO XXX.

*Minutiam quamcumque ad minutiam decadicam revocare.*

Sit proposita minutia A, revocanda ad decadicam: eius numeratori adde vnum aut duo o. aut plura si sit opus, numeratorem sic auctum divide per denominatorem 4. donec, vel divisio fiat quæ nihil relinquat, & quotiens huius divisionis nempe $\frac{75}{100}$ exhibebit minutiam decadicam, quam requiris.

A. $\frac{3}{4}$ 3 0 0. $\frac{300}{4}$ $\frac{75}{100}$
C. $\frac{1}{3}$ 1 0 0 0. ( 3 3 3

Demonstratio. illæ minutiæ sunt æquales in quibus, eadem est ratio numeratoris ad denominatorem, & iam suprà sæpe diximus, sed per praxin nostram id præstamus, instituimus enim regulam proportionum, & dicimus si denominator 4. dat numeratorem 3. denominator 10. vel 100. vel 1000. quem numeratorem exhibebit. regula autem proportionum iubet, vt secundum numerum ducamus in tertium, & productum dividamus per primum.

Dixi in regula donec, divisio nihil relinquat. si enim voluissem revocare hanc minutiam ad denominatorem 10. non potuissem, eo quod 10. non habeat quadrantem, sed deueniendum est ad numerum 100. qui habet quadrantem.

Aliquando accidit vt reductio præcisa fieri non possit, vt si fractio C reducenda sit ad decadicam nunquam præcisa inuenietur. quia tamen vlterius progredi possumus in ordine ad vsum, possumus tam magnam sumere, vt defectus ille sit insensibilis, eôdem artificiô in vulgarem minutiam datæ denominationis, decadicam convertes institutâ scilicèt regulâ proportionum.

Integrum in minuta decadica cuiuscumque denominationis convertes additis cyphris o vt si numerum 34. in partes centesimas convertere velis ita scribes 34 [ oo minutiam minoris denominationis in minutiam maioris denominationis convertes additis pariter cyphris o vt [ 2 1. centesimas convertes in millesimas addito o [ 210. pariter delendo aliquas cyphras minutiam decadicam maioris denominationis reduces in minutias minoris denominationis.

## PROPOSITIO XXXI.

*Numeros denominatos ad minutias decadicas revocare.*

Proponantur plures numeri dies 25. horæ 6. min. 8. sec. 30. revocanda ad simplicem numerum horæ autem in dies sunt 24. minuta in die 1440. secunda 86400. quare hæ fractiones sunt $\frac{6}{24}$ $\frac{8}{1440}$ $\frac{30}{86400}$. quæ reduci possunt singulæ. primò dividatur 600. per 24. habebis pro prima $\frac{25}{100}$ divide 80000. per 1440. quotiens erit $\frac{00555}{10000}$ vltimo divide 30. per 386400. quotiens erit $\frac{000037}{100000}$ adde omnia ista fient partes 255537. seu dies 25. [ 255537.

Præcipuus vsus istarum fractionum est propter logarithmos, nam istæ fractiones eumdem habent logarithmum cum integris, exceptâ characteristicâ, & quod logarithmos fractionum sit defectiuus, vt numeri 436 logarithmus est 2.6394865. & numeri 43600. log. est 4.6394865. & numeri 4 [ 36. log est 0.6394865. fractionis o [ 00436. logarithmus est -3.6394865.

# ARITHMETICÆ LIBER TERTIVS

## de extractione Radicum.

### DEFINITIO I.

POteſtas, aut potentia alicuius numeri, eſt quicumque numerus qui ex eo ſemel, aut pluries in ſe ducto generatur. ipſe verò prior numerus dicitur eius radix, aut latus.

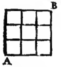
A. 5. B. 25. C. 125.

Sit numerus A, qui per ſeipſum multiplicetur fiatque quadratum eius B, quod quadratum per eundem numerum A multiplicetur, fiatque C. & ita deinceps, numeri B, C & reliqui. dicentur potentiæ & poteſtates numeri A. numerus autem A dicetur eorum radix. & latus.

Ratio harum appellationum eſt, quod numeri B & C, ſint id quod numerus A poteſt producere, & quaſi effectus, & menſura potentiæ eiuſdem numeri A. dicitur autem numerus A radix, quia illi omnes numeri conſtituunt aliquam ſeriem numerorum geometricè continuè proportionalium, cum enim fiant illæ potentiæ, ex continuâ multiplicatione numerorum productorum, per ipſam radicem, fit vt eandem ſemper rationem habeant vt cum B. fiat per multiplicationem ipſius A. per ſeipſum, B erit quintuplus ipſius A, & C quintuplus numeri B, & ita conſequẽter, cuius proportionis denominatio petitur ab ipſo A, ita vt quam rationem habet numerus A ad vnitatem, eam habeat B, ad A; & C ad B. quare A eſt radix illius proportionis. dicitur autem idem numerus, latus; quia vt iam diximus, licet nobis concipere numeros, ad modum quantitatis continuæ; cum ergo numerus ſeipſum multiplicat, producitur rectangulum æqualium laterum, cuius ipſe numerus, eſt latus, idem dicendum eſt in cubo.

### DEFINITIO II.

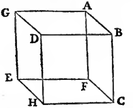
Quadratus numerus eſt ille, qui oritur ex multiplicatione numeri alicuius per ſcipſum, vt nouenarius eſt numerus quadratus, quia oritur ex multiplicatione numeri ternarij, per ſeipſum. quia ille numerus concipi poteſt ad modum quadrati AB diuiſi in nouem quadratula.




Licèt autem in ſtrictâ acceptione. ille tantùm numerus ſit quadratus, qui ex multiplicatione oritur numeri per ſeipſum, nihilominus ſæpe licet nobis imaginari quemcumque numerum, ad modum quadrati & eius radicem inueſtigare, quæ licèt non ſit numerus integer, poterit tamen dari numerus fractus, qui quàm proximè accedat ad eius radicem. ita numerum 12. imaginabimur tanquam quadratum, & quæremus quænam ſit eius radix quadrata, quæ quidem nec erit 3. nec 4. ſed aliquid intermedium, quam etiamſi exactè numeris exprimere non poſſimus; poterimus tamen ad illam propiùs accedere.

### DEFINITIO III.

Numerus cubus, eſt numerus productus ex multiplicatione quadrati per radicem. quæ definitio ex ſuperiùs dictis iam ſatis intelligitur, nam




ſi radix AB produxit per ſui multiplicationem quadratum ABDG quod iterum intelligatur multiplicari per eandem radicem, ita vt AF ſit æqualis ipſi AB producetur cubus. vt ſi AB conſtet tribus vnitatibus quadratum AD erit nouem quadratulorum & cubus AH conſtabit 27. paruis cubis.

Licèt nullam aliam ſpeciem quantitatis continuæ habeamus, nihilominus non tantùm radix per ſeipſam multiplicari poteſt, vt fiat quadratum, & quadratum per eandem radicem, vt fiat cubus ſed etiam cubus per eandem radicem, & genitus adhuc per eandem radicem, atque ita deinceps in infinitum, qui omnes numeri ſunt poteſtates eiuſdem radicis, ſortiunturque varia nomina prout opus fuit pluries repetere multiplicationem, vt produceretur talis numerus.

Vt autem faciliùs poſſimus ſingulis poteſtatibus ſua nomina tribuere, animaduertendum eſt quantùm à radice diſtent; hoc eſt quot opus ſit multiplicationibus, ad hue vt producantur. vnde illis ſubiicimus characteres numerales ordinarios, qui exponentes dicuntur, quia exponunt quantùm quilibet numerus in ſua ſerie diſtet à radice quod vt intelligatur ponatur radix 2. per continuam multiplicationem produxiſſe ſuum quadratum cubum cæteraſque poteſtates.

A. 1. 2. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. 512.

2. 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.

Cui radici 2. si præponatur vnitas;erunt numeri continuò dupli, supponatur radici vnitas, quadrato 4. binarius; cubo 8. ternarius. & ita deinceps, illi numeri qui subiiciuntur denominationis causâ potestatibus, dicuntur exponentes, quia exponunt quænam sint illæ potestates, quibus subiiciuntur. tales autem exponentes vel sunt numeri primi, vel sunt numeri compositi; si sint numeri primi, potestates quibus subiiciuntur, dicuntur numeri surde solidi, vel supersolidi non quod careant radice, sed quia sunt supra solidum, hoc est plures, quam tres dimensiones habēt. hoc est; opus est pluribus multiplicationibus quā requirantur, ad solidum efformandum, ideóque excipiendæ sunt duæ primæ potestates nempe quadratum & cubus, aliæ verò potestates in quas incidunt exponentes, qui sunt numeri primi, vocantur supersolidi, ita vt ille cuius exponens est 5. dicatur primus supersolidus, cuius exponens, est 7. supersolidus Secundus. cuius 11. erit exponens supersolidus Tertius & ita deinceps.

Illæ verò potestates quarum exponentes sunt numeri compositi, habent denominationem compositam, ad quam inueniendam quæratur minimus numerus primus, per quem diuidi possit eius exponens, & fiat continua diuisio donec quotiens sit etiam numerus primus. habebit illa potestas compositam denominationem ex omnibus, denominationibus illorum numerorum, qui sunt quotientes in illis diuisionibus quod exemplis patebit.

Proponatur potestas cuius exponens sit numerus 4. qui componitur ex 2. diuidatur 4. per 2. quotiens erit etiam 2. quia binarius multiplicando seipsum facit 4. denominatio competens binario (nempe denominatio quadrati, nam binarius est exponens quadrati) repetita dabit denominationem competentem illi potestati, & dicetur quadrato-quadratum, potestas cuius denominator 6. dicetur quadrato cubus. quia exponens 6. fit per multiplicationem binarij, & ternarij qui sunt exponentes cubi, & quadrati; sit potestas cuius exponens 8. diuidatur 8. per 2. fiunt 4. diuidatur 4. iterum per duo fiunt 2. igitur 8. componitur ex binario ter sumpto. igitur potestas cuius 8. exponens est, quadrato quadrato-quadratum, dicetur potestas cuius exponens 9. est cubo-cubus, cuius exponens 10. est supersolidi primi quadratum. potestas cuius exponens 12. est quadrato quadrato-cubus, quia ad producendum 12. opus est 2. 2. 3. hoc est vt 2. multiplicent duo fiantque 4. quæ multiplicentur per tria.

Ratio autem est, quia verbi gratia in potestate cuius exponens 4. & quam vocabimus quadrato quadratum, licèt opus sit vt radix quater multiplicetur, vt generet potestatem 4. nempe in vnitatem, vt seipsam generet. Secundò in seipsam vt producat quadratum, deinde in quadratum vt producat cubum. Tertiò in cubum vt producat quartam potestatem: eadem potestas producetur aliâ viâ, si nempe quadratum seipsum, multiplicet faciatque suum quadratum, nempe quadrato quadratum.

Ostendimus enim cùm de multiplicatione, tres, aut plures numeros seipsos inuicem multiplicantes, eundem numerum producere; quomodocumque instituatur illa multiplicatio; sed ad producendam quartam potestatem quatuor multiplicationes adhibendæ, sunt. Prima vnitatis vt generet radicem, secunda radicis per seipsam, vt generet quadratum. Tertia quadrati vt generet cubū. Quarta cubi vt generet quartam potestatem; sed multiplicando quadratum, per seipsum idem est, ac si multiplicarem quadratum per radicem, deinde productum per radicem, cum in productione ipsius quadrati, iam interueniat multiplicatio vna per radicem; igitur eadem producetur potestas multiplicando quadratum, per quadratum, quæ ducendo quadratum in radicem, & productum multiplicando per radicem, quod etiam verum est respectu omnium, quorum exponentes sunt compositi.

Ex quo sequitur, quòd potestatis compositæ non tantùm nomina sunt reciproca, hoc est dici potest quadrato cubus, vel cubo quadratum, sed etiam perinde, sit vel incipere ab extractione radicis cubicæ, & postea ab eâ extrahere radicem quadratam vel incipere ab extractione radicis quadratæ, tum ab ea extrahere radicem cubicam. cùm enim ostenderim quando fit multiplicatio plurium numerorum eundem numerum generari, quôcumque ordine fiat multiplicatio. cum diuisio contraria multiplicationi, restituat eum primum numerum à quo inceperunt, multiplicationes, sequitur quòd in extractione radicum (quæ extractio, est species diuisionis) quôcumque ordine extrahantur radices, idem tamen quotiens inueniatur.

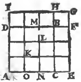
Quærimus autem in totâ hac parte, vt potestate quâlibet datâ, inueniatur primus numerus progressionis geometricæ denominatiuus, vt si in progressione geometricâ superiùs propositâ; daretur potestas cuius exponens 6. nempe quadrato cubus 64. quæritur initium progressionis geometricæ nempe binarius, qui est radix totius illius progressionis: incipiemus autem à radice quadrata, nempe vt quæratur ille numerus datô eius quadratô. extractio autem radicis quadratæ est inuestigatio numeri qui seipsum multiplicando datum numerum producat præmittemus autem aliqua Theoremata.

## PROPOSITIO I.

### Theorema I.

*Si ad quadratum numerum eius radix duplicata addatur, simul cum vnitate; fiet quadratus proximè maior.*

Sit




Sit quadratum AB cuius radix quadtata AC, vel AD; dico quòd si radix quadtata AC duplicatx ipsi quadrato AB addxtur, & insuper vnitas, quòd fiet quadrxtum proximè maius; hue est quadratum radicis vnitate maioris, quàm sit AC. sumatur enim hæc radix AE, petficiaturque eius quadtatum AG, producanturque CB, D B in H & F, ostendam quòd in quadrato AG præter numetum quadrxtulotum quæ eontinet AB, adhuc inueniuntut bis quot sunt vnitates in AC, & insuper vnum.

Demonstratio (*per 4. 2. Eucl.*) quix linea AE diuisa est in C. erit quadratum linex AE, æquale quadratis lineatum AC, CE, CE xutem est vnitas, & rectangulo bis sub A C, C E, sed rcctangulum sub AC, CE, tut continet quadtxtula quot sunt vnitates in AC, cum multiplicetur AC, tantum per vnitatem C E; igitut quadratum AE continet tot quadratula, quot sunt in AB, & insuper bia quot sunt vnitxtes in AC, nempe rectangula CF, DH, & insuper vnum BG, nempe quadratum vnitaris, quod erat ostendendum.

## PROPOSITIO II.

Theorema.

*Si à numerô quadrato duplicatam eius radicem auferas minus tamen vnitate; quadratum numerum proxime minorem habebis.*

Sit quadratus numerus AG, cuius radix quadrata seu latus AE; dieo, quòd si à tali quadrato AG auferas duplicatam radicem A E, minùs tamen vnitate, hoc est si radix sit 4. & duplicxtx sit octo, xuferas txntum 7. restabit quadratus numerus proximè minor; seu quadtxtus numerus radicis, quam AE superxt vnitate.

Demonstratio. quadratum A G supetat quadrarum AB Gnomone DGC, sed Gnomon DGC. habet tot quadratula, quot sunt in linea AE bia sumptâ, vno excepto, ergu si tot auferas vnitares quot sunt in radice AE bis sumptâ, minùs tamen vnô, habebis sequentem minorem quadratum numeruu A B. quod erat demonsttandum.

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*Numerus quadratus, ex tot imparibus numeris constat, ab vnitate incipientibus quot eius radix vnitates continet.*

Sit quadratus numerus AG cuius rxdix contineat 4. vnitares: dico quadraium A G, æqualem esse quatuor primis numeris impxribus 1.3.5.7. simul sumptis.

Demoustr. vt ex quadrato vnitatis nempe AK, fiat quadratum binarij, nempe AL, debet duplicari radix, & addi insuper vnitas nempe xddi ternarius, vt ex quadrato A L binarij fiat quadratum ternatij, debet duplieari binarius, & addi vnitas; & hoc est addi quinarius: patiret vt fiat quadratum AB debet insuper addi ternarius duplicatus cum vnitate: igitur quadratus numerus AG continebit tot numeros impares, quot radix eius quadrata eontinet vnitates.

## PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Omnis numerus integer carens radice integrâ, caret & fractâ.*

Sit numerus A inter duos proximos quadrxtos B & K positus. dico illum carere radice integrâ, & fractâ, quod autem inter duos numeros quadratos eadant aliqui numeri faeile constat, Cùm enim datô quadratô verbi gratiâ

A. 6. B. 4. K. 9.

C. $2\frac{1}{3}$ D. $\frac{7}{3}$ E. $\frac{49}{9}$

G. 3. F. 9.

AL (*in figurâ superiori*) ad habendum quadratum proximum, seu radicis vnitate maioris, debeat duplicari radix, & addi vnitas, si addatur numerus minor, duplicatâ radiee, fiet numerua minor quadrato radicis vnitare mxioris, sit ralis numerus assumptus A M. certum est illum non esse quadratum radicis AN euius quadrato sunt additæ duæ vnitates. neque etiam erit quadratua sequentia radicis A C, quia non est addita duplicata radix: ergo restat vt talis numerus non habeat radicem integram. probo autem nullam habere fractam radicem, hoc est nullam pattem xliquotam, xut rxdicum AN, AC, aut etiam assumptæ vnitatis AO. immò neque integrum cum partibus quibuscumque posse esse radicem præcisam illius AM. seu 6.

Demonstratio. sit enim si fieri potest numerus C, integet cum fractione radix quadrata numeri A reducatur ad simplicem fractionem DG quæ per seipsam multiplieata faeiat E F. igitur EF est ipsius quadrxtum, cum autem supponatur C. seu DG esse radix numeri A, etunt A, & EF æquales. reducatur EF ad integros (quod fit si F diuidat E) vt autem exurgat per hanc diuisionem numerua A integet, debet F metiri E. sed E est quadrxtum nempe radicis D, & F est quadratum radieis. G (ostendit xut Eucl. propos. 14. 1. 8. quod quoties quadtatus numerus metitur alium quadtatum, quod etiam rxdix ptioris metitut radieem posterioris, vt quia quadtatus numerus 4. metitur quadratum 16. radix eius 2. metietur rxdicem 4.) igitut G metietut D. sed quoties denominator metitur numeratorem fractio æquxlia est integro; ergo frxctio DG esset æquxlis integro, ergo numerus C non potest esse numerua integer eum fractione, sed integer quod est contrx suppositionem. ergo numerus A non hxbet radicem fractam.

Hoc etiam de cubicâ probari potest.

Notandum autem quid intelligamus dum dicimus numerum 6. non habere vllam radicem quadratam quæ numeris exprimi possit. primò certum est quod si detur rectangulum AM, poterit fieri quadratum illi æquale cuius radix quadrata linearis assignabitur: sed illa exprimi non poterit numeris in eâ suppositione in quâ rectangulum AM 6. vnitatibus expressimus. hoc est si assignetur linea quæ sit radix quadrata, quadrati æqualis rectangulo AM, hæc linea erit incommensurabilis cum linea AO, quæ tanquam prima vnitas assumpta est in hâc hypothesi, ita vt illam lineam non possint metiri, quæcumque partes aliquotæ, ipsius AO. & in eo sensu intelligendæ sunt omnes illæ demonstrationes, & propositiones algebraicæ nempe quòd aliqui numeri habeant radices surdas, quæ audiri & nominari non possint nempe, quæ per numerus exprimi non possint manendo in eâdem hypothesi, in quâ communis aliqua mensura, nempe eadem vnitas, aut partes eius aliquotæ suppositæ sunt. nam vt dixi si quilibet numerus exprimi potest rectangulo si inter eius latera quæratur media proportionalis, hæc erit radix quadrati æqualis dicto rectangulo, sed illa non poterit habere communem mensuram, cum lateribus prioris rectanguli, neque quadratum eius poterit habere communem mensuram planam, cum priori rectangulo, hoc est si rectangulum, in quadratula diuisum sit, hæc quadratula non poterunt exactè metiri illud quadratum.

## PROPOSITIO V.

### Theorema.

*Quadratus numerus constans duabus cyphris, radicem habet vnicâ constantem cyphrâ, qui tribus & quatuor, habet radicem duabus constantem, qui quinque & 6 tribus constantem.*

Certum est numerum 9. maximum esse vnicâ figura expressorum; certum est item numerum 9. multiplicando seipsum, non facere nouem decades. sed aliquid minus; nouem autem decades ex institutione cyphrarum, & earum significatione, possunt exprimi per cyphras, quæ pertineant ad penultimam sedem, quadratum verò numeri 10. quæ est prima radix duabus, constans figuris exprimi non potest duabus cyphris. vetuimus enim vt in aliquâ sede verbi gratiâ decadum, plures quàm nouem decades proponerentur: ergo quodcumque quadratum duabus cyphris constans; habet radicem vnicâ constantem cyphrâ.

Numerus 99. est maximus qui duabus cyphris exprimi possit. sed ille per seipsum productus facit numerum minorem centum centenariis, centum autem centenaria seu decies mille, est primus numerus qui exprimi debet quinque cyphris: ergo quadratum maximæ radicis quæ exprimi possit duabus cyphris; exprimi potest quatuor cyphris.

Pariter 999. est maximus numerus qui exprimi possit tribus cyphris, cuius quadratum minus est quam mille millia· mille autem millia est numerus primus qui exprimi debeat septem cyphris; igitur quadratum maximi numeri qui constet tantum tribus cyphris, exprimi potest sex cyphris. Sed post 9. 99. 999. sequuntur immediatè 10. 100. 1000. quorum quadrata exprimuntur tribus. quinque 7. cyphris igitur si quadratum vnicâ, vel duabus cyphris constet eius radix vnicam cyphram habebit, si tribus vel quatuor eius radix duas habebit. & ita deinceps quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VI.

### Theorema.

*Si cubus tres tantùm, aut pauciores figuras contineat radix eius cubica vnicam continebit, si quatuor quinque sex, radix duas; si septem octo, nouem radix tres.*

Demonstratio. cubus cuius radix cubica est 10. prima constans duabus figuris est 1000. primus numerus constans quatuor figuris. ergo si cubus pauciores contineat figuras quam quatuor, radix cubica pauciores continebit figuras quam duas, ergo vnam.

Pariter radix cubica 100. prima constans tribus figuris habet cubum 1000000. qui est primus numerus constans 7. figuris, ergo si cubus pauciores contineat nempe 4. sex, quinque & quatuor, radix constabit duabus, atque ita deinceps.

## PROPOSITIO VII.

### Problema.

*Numeri quadrati radicem quadratam inuenire.*

```
      1 x.
      5 4.
        5.
A.  4 1 2 1 6 4.
      .   .   .
      6.        ( 6 4 2.
      1 2 4.
        1 2 8 x.   B.
```

Sit numerus A quadratus, cuius radix quadrata quæritur.

Primò sub vltimâ cyphrâ notetur punctum, deinde sub antepenultimâ, & ita deinceps, quot autem erunt puncta tot erunt figuræ numerales in quadrata radice (*per 4. huius*) vt in hôc exemplô erunt tres; quæ sunt inueniendæ sigillatim methodô ferè quâ in diuisione vsi sumus.

Secundò membri per primum punctum ad sinistram designati, quære radicem quod facile erit cum nulla debeat haberi ratio cæterorum membrorum, sit autem facilè memoriâ tenere, quadrata nouem cyphrarum, numeralium; nempe vnitas habet pro quadrato vnitatem. binarius

Radices. 1 2 3 4 5 6 7 8 9.

1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81.

quaternarium vt in appositô exemplô, numeri 41. maxima radix est 6. hæc scribatur tanquam quotiens,

quotiens, ſcribatur item ſub primô punctô tanquam diuiſor, tum multiplica 6. per 6. vt fiant 36. quem numerum ſubtrahes ex 41. relinquuntur 5.

Tertiò prima figura quotientis inuenta nempe 6. duplicetur, fiatque 12: numerus 12. ſcribatur tanquam diuiſor, ſed ita tamen vt eius vltima non attingat ſecundum punctum. examina quoties 12. in 52. inuenitur, inuenieſque 4. qui numerus 4. ſcribi debet tàm in quotiente, quam in diuiſore, multiplicetur 124. per 4. & productus ſubtrahatur ex 521. relinquetur 25.

Quartò iterum duplicentur inuentæ duæ figuræ quotientis, nempe 64. vt fiat 128. qui numerus ita ſcribatur ſub reliquô numerô diuidendô; vt non attingat vltimam cyphram 4. punctô notatam, & quære vt in diuiſione quoties inuenitur 128. in 256. inuenieſque 2. ſcribe 2. tàm in quotiente, quàm in diuiſore, ita vt totus diuiſor illius membri ſit 1282. quare 1282. multiplicetur per 2. & productus auferatur ex reliquo diuidendi, nempe ex 2564. ſi nihil reſtat, numerus propoſitus erat quadratus, dico inuentum quotientem B, eſſe radicem quadratam numeri A. hoc eſt B multiplicatum per ſeipſum producere numerum A.

A. 4 1 2 1 6 4.

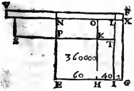
B. 4 1 0 0 0 0.

C. 2 1 0 0.

D. 6 4.

Demonſtrat. primò quidem per ſubſcriptionem punctorum ſub numero A illum quaſi diuidimus in aliqua membra nempe B, C, D; ipſi æqualia. & cum 6. conſtet cyphris numerus A; eius radix conſtabit tribus (*per propoſitionem quartam huius*) quærimus autem primò radicem maximam numeri 41. ſubintellectis cyphris 0000. pariter eius radici 6. ſubintelligimus duas cyphras, quaſi eſſet 600. nam eum valorem obtinebit cum addantur ipſi duæ aliæ figuræ. quod ſi 6. productus per 6. non producit 41. ſed tantum numerum quadratum minorem 36. productus per 600. non producet 410000. ſed numerum 360000. pariter ſi 7. productus per 7. producit pluſquam 41. & 700. productus per 700. numerum maiorem producet quam 410000. quare prima cyphra debet eſſe 6. & non 7.

Supponatur ergo numerus primo propoſitus eſſe quadratum EF cuius radix quadrata quæritur nempe EG, & quia ſcimus eam radicem ſeu latus EG, conſtare tribus figuris numeralibus ſupponatur prima ignota eſſe linea EH. ſecunda eſſe HI, tertia IG.




Quærimus ergo radicem quadratam maximam numeri 41. ſeu 410000. quam inuenimus eſſe 6. ſeu 600. quia illi addentur duæ figuræ, iuſſimus illam multiplicari per ſeipſam, vt fieret eius quadratū 36. aut 360000. quod voluimus auferri ex 41. ſeu 410000 vt relinqueretur 50000. igitur formauimus quadratū EK 360000. quod ablatū ex EF relinquit Gnomonē HFP nempe 5216.

Tertiò 6. prima figura inuenta ſeu linea EH duplicatur. vt habeatur tota linea SK erit enim totum rectangulum SL æquale Gnomoni PLH, illius autem rectanguli non tota longitudo ST cognoſcitur. quæ ſi cognoſceretur, per diuiſionem ſimplicem cognoſceretur eius latitudo TL, ſeu KT, aut HI. nam cognoſcitur area nempe membrum ſecundum relictum factâ ſubtractione primi quadrati EK. ideoque Gnomon PLH, ſeu rectangulum SL ſupponitur eſſe 52100. vides ergo rationem cur duplicetur figura 6. ſeu 600. inventa, vt fiat 12. ſeu 1200. divide ergo 52100. per 1200. ſeu 521. per 12. hoc eſt SL per SK. ita tamen vt quotiens LT, addatur ipſi SK, vt fiat tota ST. invenio per eam diviſionem LT eſſe 4. ſeu 40. perfectâ autem diuiſione relinquitur 25. quæ pertinent ad tertium membrum.

Quartò iterum propter eandem rationem iubemus duplicari duas cyphras radicis, nempe 64. ſeu 640. vt habeatur NL bis, ſeu VL; rectangulum autem VF æquale eſt, Gnomoni NFI; quæritur autem latitudo XF, aut LX. ſeu IG, & ſupponitur Gnomon NFI, ſeu rectangulom VF, eſſe reliquum numeri propoſiti nempe 2564. qui numerus dividi debet per VX, cum tamen ſciatur tantum VL, nempe bis 64. ſeu 128. quare quotiens FX, addi debebit ipſi VL, vt fiat VX totus diviſor; inuenitur autem 2. pro linea FX; quare totus diviſor VX erit 1282.

Igitur 642. erit linea EG latus quadrati EF, ſeu radix quadrata numeri A primò propoſiti.

Praxes diviſionis traditæ ſuperiùs, cum de diviſione; poſſunt extractioni radicis quadratæ adhiberi; vt nempe evitetur multiplicitas cypharum ſcribendarum, aut delendarum. ideoque, Secunda methodus diviſionis quæ præ cæteris arridet hic adhiberi poteſt.

Pariter illa omnia examina quæ diuiſioni adhibentur hic etiam valent, ſive per multiplicationem, ſive per abiectionem novenarij, ſola diverſitas quæ hic reperitur eſt, quod diviſor & quotiens ſint idem. nam radix quadrata alicuius numeri, eſt numerus qui ſeipſum multiplicans producit numerum propoſitum.

## PROPOSITIO VIII.

### Problema.

*Numeri non quadrati, radicem propinquiorem vera inveſtigare.*

Demonſtravimus propoſitione 4. numerum non quadratum, ſeu carentem radice integrâ, carere & fractâ, poſſumus tamen ad veram magis, ac magis accedere. ita vt ſæpè error ita ſit exiguus, vt ferè evaneſcat; quærimus ergo numerum qui per ſeipſum multiplicatus producat quàm proximè datum numerum.

Detur igitur numerus A. cuius methodô præcedenti ſit inuenta radix quadrata B relinquatur autem totâ operatione peractâ numerus D: duplicetur radix inuenta B, ita vt fiat numerus C denominator fractionis, cuius numerator ſit numerus D relictus. dico numerum B, cum fractione DC, eſſe radicem numeri A iuſtô maiorem;

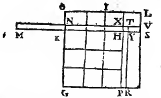
rem quòd si denominatori fractionis addatur vnitas, ita vt fiat fractio EF, dico numerum B vnà cum fractione E F, esse radicem numeri A iustâ minorem.

A. 11. D. 2.

B. 3. D. $\frac{2}{}$
C. $6.$

B. 3. E. $\frac{2}{}$
F. $7.$

Demonstratio. sit numerus A representatus per quadratum GH, & duo quadratula KI. hoc est formavimus ex numero A, primò quadratum G H, novem vnitatum, cuius radix quadrata B 3. & KI erit numerus D residuus. si radix quadrata B duplicetur & addatur quadrato GH, simul cum vnitate; fiet quadratum GL proxime maius nempe 16 hoc est cuius radix vnitate superaret radicem inventam. igitur vt augeatur quadratum duplicatâ radice & vnitate, necessaria est vnitas in radice. vt augeatur quadratum numero D residuo seu duabus vnitatibus vt fiat 11. quasi regulam trium instituimus. licèt omninò regula trium rem non absolvat, neque enim radices, ad sua quadrata eandem habent rationem, sed dum radices non multum differunt error non erit magnus. id autem præstamus factâ fractione cuius numerator est E, & denominator F. nam hæc fractio se habet, ad vnitatem vt 2. ad 7. nempe vt numerator ad denominatorem, supponatur ergo vnitas KO divisa esse in N, ita vt KN, sit duæ septimæ lineæ KO, hoc enim exhibet fractio $\frac{2}{7}$ intelligatur KM esse æqualia ipsi KH, aut HP, eritque MH, radix B duplicata, cui addita est HS vnitas. clarum etiam est quod rectangulum MN sit æquale rectangulo HR, atque adeò rectangulum M T sit æquale gnomoni MTP. sed rectangulum M T linea K N adiecta radici addit quadrato GH; sed rectangulum M T minus est, rectangulo KI, hoc est numero D residuo, cum enim vt M S. seu 7. ad O I. seu 2. ita O K ad MK erit rectangulum M V æquale rectangulo KI (*per 16. 6. Eucl.*) ergo O I maius est quam MT, seu gnomon KTP: ergo fractio K N nimis parua sumpta fuerat. neque enim radix GN habet quadratum GT æquale numero A, sed deficit ab eô rectangulo TS.




Iam verò sit alia fractio D C, hoc est K N quæ sit duæ sextæ lineæ K O. assero Gnomonem KTP additum superare numerum D seu rectangulum KI. cum enim sit vt M H seu 6. ad OI 2. ita OK, ad KN, (*per 16. 6*) erunt rectangula MX KI æqualia, sed Gnomon K T P maius est rectangulo MX, addit enim insuper quadratum HT, igitur quadratum totum G T, quod fit ex radice GH, hoc est radice $3\frac{2}{6}$ superat numerum A: quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO IX.

### Theorema.

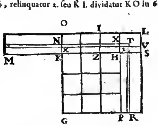
*Si numerus relictus maior est radice, aut illi æqualis, radix minor verâ exactior est, si minor sit, radice, radix maior verâ exactior erit, quàm minor verâ.*

Sit primò numerus D æqualis radici, supponatur enim numerus A fuisse 12. ita vt relinquatur 3. post extractionem numeri nouenarij seu quadrati. dico quod si addatur fractio $\frac{3}{6}$ hæc minùs exacta erit quam $\frac{3}{7}$.

Demonstratio. cum enim in fractione $\frac{3}{6}$ numerator sit media pars denominatoris, in superiori figurâ linea NK erit media pars lineæ KO, & consequenter KY media pars lineæ HS: igitur YS, erit etiam æqualis lineæ H Y, sed rectangulum YV non habet altitudinem æqualem ipsi N K nam tres septimæ sunt minores, quàm tres sextæ; igitur rectangulum YV, quô quadratum radicis minoris verâ, superatur à numero A propositô, minus erit quàm, quadratum HT quô quadratum radicis maioris verâ, superat numerum propositum.

Multò magis si numerus relictus superaret radicem verbi gratiâ, si esset 4. nam facta fractio $\frac{4}{6}$ superaret mediam partem vnitatis atque adeò adhuc tunc quadratum HT multo magis superaret rectangulum YV.

Quod si numerus relictus D minor esset radice primò inuentâ, verbi gratia supponatur primus numerus esse 11. ita vt quadrato GH seu 9. ablatô, relinquatur 2. seu K I. dividatur K O in 6. partes, accipiatur KN duarum partium, & per N ductâ parallelâ ipsi K H, cæterisque vt priùs erit primò rectangulum MX, æquale rectangulo KI, cum enim sit vt M H, nempe 6. ad KZ nempe 2. ita KO quæ diuisa est in 6. partes ad NK, quæ est duarum. erit (*per 16. 6.*) rectangulum sub primâ MH, & quarta K N, nempe rectangulum MX, æquale rectangulo KI: sed dum additur fractio $\frac{2}{6}$ radici 3. fit quadratum GT. & additur priori quadrato Gnomon KTP, qui superat rectangulum M X, quadrato H T: igitur radix aucta fractione $\frac{2}{6}$ paulò maiorem numerum producit. iterum dividatur KO in 7. partes



tes accipianturque duæ nempe KX. ducaturque XV. erir patiter rectangulum M V. æquale rectangulu K I. sed addendo fractionem $\frac{2}{7}$ nempe K X ipsi radici, additur quadratu priùs inuentu nempe 9. Gnumon M Y P qui minor est, quam rectangulum M V. & deficit ab eo, rectangulũ YS. sed rectangulum SY maius est quadrato HT, ergu constar propusirum.

## PROPOSITIO X.

Theutema.

*Quadratus quadratum multiplicans quadratum producit, cuius radix est numerus productus ex multiplicatione radicum.*

A. 4. B. 9. C. 36.
D. 2. E. 3. F. 6.

Sit numerus quadratus A, cuius radix D. qui multiplicet numerum quadratum B, cuius radix E, & produeat numerum C. dico si multiplicentut D, & E, ita vr fiar F, quud numerus F multiplicatus per seipsum prudueer C.

Demonstrario. quia numerus D multiplicandu; & seipsum & numerum E, producit A & F, etit (*per* 17. 5.) vr A, ad F; ita D, & E. & quia E multiplicans & seipsum & numerum D, facit B, & F; ita erir B, ad F; vr F, ad D; & permutandu vr F, ad B; ira D, ad E; sed vt D, ad E; ita iam erat A, ad F; igitur ita est A, ad F; vr F, ad B; igitùr (*per* 17. 6.) rectangulum sub A, & B; seu numerus C, æqualis est quadrato medij, nempe numeri F; quud erat demunstrandum.

## PROPOSITIO XI.

*Si quadratus numerus quadratum metiatur. illum metietur per quadratum numerum; cuius radix habebitur si radix diuisi, per diuidentis radicem diuidatur.*

In eôdem exemplu quadratus numerus C, diuidatur per quadrarum numerum B, & quoriens fir numerus A, diu numerum A, esse quadrarum, euius radix D habebitur; si radix numeri C diuisi, nempe F, diuidatur per radicem E, numeri diuidentis.

A. 4. B. 9. C. 36.
D. 2. E. 3. F. 6.

Demonstrariu. cum numerus C; sit quadratum numeri F; & uriatur ex multiplicatione numeri B, per A; erit vt A, ad F; ita F ad B. & cum E, multiplicando D, faciat F, & multiplicando seipsum faciat B; erir vt F, ad B; ita D, ad E; igitur ita est D, ad E; sicut A ad F; si ergu D, mulriplicet seipsum, & numerum E, fiet numerus qui se habebit ad F, vt A ad F ergo fier numerus æqualis numero A; sed numerus urtus ex mulriplicatione numeri D per seipsum quadrarus est; igitur numerus A, quadrarus est; cuius radix D; est quotiens diuisionis in qua numerus F, per E diuisus est, quod erat demunstrandum.



## COROLLARIVM.

Si numerus quadratus numerum nun quadratũ mulriplicet. numerũ non quadratũ producet.

Si enim numerum quadratum produceret, diuidendu hunc numerum quadratum productum; per quadratum produeentem. quutiens esset ille alius numerus qui per præcedentem quadratus esset contra suppositionem.

## PROPOSITIO XII.

Theorema.

*Fractionis quadratus numerus, est fractio cuius numerator est quadratus numeratoris & denominator quadratus denominatoris.*

A. 3 C. 3 E. 9
B. 5 D. 5 F. 25

Sit fractiu AB; dico si multiplicetur A, per seipsum fiatque E quadratus numerus numeratoris A, item B multiplicetur per seipsum, fiatque F: dico inquam, quòd quadratum fractiunis AB, erit fractiu EF ut enim fractio CD æqualis ipsi AB; si multiplicerur AB per CD idem erit ac si AB, per seipsam multiplicaretur: sed si A B multiplieetur per CD, vt vidimus debeur multiplicari denominatores, inter se, item & numeratures; igitur EF erit quadratum, ipsius AB. pariter vt quæratur radix fractiunis; quærenda est radix, tàm denominatoris, quam numeraturis, nam tunc fier radix, cuius quadrarus numerus erit prior propositus quæ umnia per se patenr.

## PROPOSITIO XIII.

Problema.

*Numeri non quadrati, radicem exactiorem quantum libuerit constituere.*

A. 32.
B. 36.
C. 1152.
D. 33.
E. 6.
F. 5. G. $\frac{3}{6}$
H. 6

Sit numerus quicumque A, nun quadrarus; cuius quæritur radix quadrata, semper exactiur; hunc mulriplica per numerum quemcumque quadratum B, oriarurque numerus C, cuius eruatur radix quadrata D neglectâ fractiune, si quæ illi adhærer. hæc radix quadrara D, diuidatur per E radicem numeri B, exurger numerus F cum fractione GH. dico hunc numerum esse radicem verâ quidem minorem, quâ aliam propiurem inueniemus, si numerum A per alium quadrarum maiorem numero B multiplicauerimus.

A. $\frac{32}{1}$ K. B. 36. C. $\frac{1152}{36}$ D. D. $\frac{33}{6}$ E. F. 5. G. $\frac{3}{6}$ H.

Demonstr. numerus A intelligatur per mudum fractiunis subscriptâ illi vnitate K mulriplicerur per numerum B, tàm denuminaror, quàm numerarur illius, fier fractiu CD æqualis fractioni AK, quia (*per* 6. 5. *Eucl.*) C ad B eandem rarionem haber, ac A ad K. extrahatur radix tam numerat C quàm denominaroris D. etirque (*per prop decimam huius*) fractio D E radix fractionis CD: ergu & fractionis AK, illi æqualis; ergo & numeri A.

vt autem reducatur ad integrum numerum dividatur numerator D, per denominatorem E, fietque radix numerus F, cum fractione GH. quod erat ostendendum.

Numeri aotem aptissimi ad id facilè præstandum, sunt numeri quadrati decadici, quarum radices sunt etiam decadicæ vt 100. cuius radix est 10. vel 10000. cuius radix est 100 nam ad multiplicandum numerum addendi sunt duo 00. vel quatuor 0000. vel sex 000000. & ex radice inventa auferuntur tot vltimæ figuræ quot sunt in radice quadrata. Proponatur idem numerus A, hunc multiplica per B. quot fit facile additis quatuor 0000. vt fiat numerus C, ex quo si extrahas radicem quadratam hæc erit D. radix autem numeri B est E: divide D per E, quod fiet assumptis duabus vltimis figuris nempe 70. pro numeratore quia radix E bis continet 0, vel quia addidisti duos binarios figuræ 0. post numerum A fietque F, cum fractione G H quæ est semper minor verà: sed quò maior fuerit numerus productus, eò erit exactior.

A. 32.
B. 10000.
C. 320000.
D. 570.
E. 100.
F. 5. G. 70 / H. 100.

## PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*Fractio potest esse numerus quadratus & terminis non quadratis constare.*

A. 4 / B. 9 C. 3. D. 12 / E. 27.

Sit fractio A B quæ sit quadrata & cõstet terminis quadratis A & B. dico posse dari aliam illi æqualem, & consequenter quæ quadrata sit, cuius tamen nec numerator, nec denominator sint quadrati. numerus enim quicumque C non quadratus multiplicet numeros quadratos A, & B. producantúrque numeri D & E. fractio DE vt patet æqualis est fractioni AB, sed (*per Coroll.9. huius*) numeri D & E non erunt quadrati. ergo dari poterit fractio quadrata cuius termini quadrati non erunt quod erat ostendendum.

Ex quò sequitur, quod ex fractione DE, his terminis concepta erui non possit radix quadrata præcisa cum tamen præcisam habeat.

## PROPOSITIO XV.

Problema.

*Expendere an fractio quadrata sit, licèt terminis quadratis non constet.*

A. 25 / B. 27 C. 324. D. 18.

Sit fractio AB terminis non quadratis expressa, expendere debemus, an sit quadrata. duc A, in B, ita vt fiat C. ex quò si erui possit radix quadrata præcisa D: dico fractionem AB esse quadratam.

Demonstr. cum A, multiplicando B producat C, & pariter C producatur ex multiplicatione radicis D per seipsam; erit (*per 16.6.Eucl.*) vt A ad D ita D, ad B. ergo sunt continuè proportionales A, D, B. igitur (*per 20.8.Eucl*) A & B erunt plani similes. plani autem similes (*per 26.l.8.Eucl.*) eam habent rationem quam aliqui quadrati numeri, ergo dantur aliqui quadrati numeri, qui eandem habent rationem quæ est A ad B; ergo illi quadrati constituent fractionem æqualem fractioni AB, ergo fractio AB exprimi potest numeris quadratis.

E. 6 / F. 15 H. 90. G. 9.

Detur autem alia fractio EF, & ducendo E in F producatur numerus H, cuius radix G, non sit præcisa. Dico fractionem EF terminis quadratis exprimi non posse.

Demonstr. si enim fractio EF quadrata esset, & terminis quadratis exprimi posset. haberet E ad F eandem rationem ac quadrati numeri (*per 26. 8.Eucl.*) & (*per 8, eiusdem*) caderet inter E, F numerus medius proportionalis. cuius quadratus æqualis esset numero H, ergo numerus H haberet radicem quadratam contra suppositionem.

## PROPOSITIO XVI.

Problema.

*Quadratæ fractionis terminos, ad quadratos reuocare.*

A. 12 / B. 27. C. 4 / D. 9.

Sit fractio quadrata AB, terminis non quadratis expressa, hæc sit reuocanda ad terminos quadratos, seu exprimenda quadratis. revocetur ad minimos terminos C D. dico illos quadratos esse.

Demonstr. cum AB sit fractio quadrata (*per 13. huius*) inter A & B cadet medius proportionalis, & erunt plani similes Sed C & D eandem rationem habent ac A, ad B, ergo & ipsi erunt plani similes, & inter eos cadet medius proportionalis. cum ergo numeri C, D, minimi sint in eadem ratione, seu numeri primi, & inter eos cadat medius proportionalis: ergo (*per Coroll 1. prop. 2 lib. 8. Eucl.*) C & D quadrati erunt, quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XVII.

Problema.

*Radicem quadratam ex fractione quadrata educere.*

Fractio quadrata si terminis quadratis non exprimitur (*per precedentem*) ad terminos quadratos revocetur. ex quibus singulis, si eruatur radix quadrata. fiet fractio quæ dictæ fractionis radix erit præcisa.

## PROPOSITIO XVIII.

Problema.

*Fractionis non quadratæ, radicem quadratam eruere.*

Sit

A. $\frac{15}{24}$ B. C. 3. D. $\frac{6}{7}$ E. L. $\frac{27}{7}$ N. P. $\frac{246}{63}$ Q.

F. 4. G. $\frac{8}{9}$ H. M. $\frac{44}{9}$ O. R. $\frac{303}{63}$ S.

T. $\frac{246}{308}$ V.

Sit fractio A B, quam constet non esse quadratam (*ex propos. 13.*) sitque eruenda illius radix quadrata. numerorum A, & B eruantur radices, quibus etiam addantur fractiones ita vt C cum fractione DE, sit radix numeri A; & F cum fractione GH, sit radix numeri B. numerus C cum DE simul addantur; sicut E & GH: fiatque fractio L N æqualis numero C & fractioni DE; sicut fractio MO sit æqualis numero F, & fractioni GH; tum fractiones LN, MO ad communem denominatorem reducantur. Sintque PQ, RS. abiiciatur communis denominator, & numerator fractionis pertinentis ad numerum A fiat numerator, & numerator fractionis RS pertinentis ad numerum B fiat denominator: fiatque fractio TV hæc erit radix fractionis AB.

Demonstratio numerus C cum fractione EF, seu fractio LN, aut PQ sunt radix numeri A; sicut RS est radix numeri B. se habent autem istæ fractiones eódem constantes denominatore, vt numeratores: fractiones item sunt æquales quorum termini eandem rationem habent; ergo ponendo numeratores vnum. vice denominatoris aliom vice numeratoris eadem exurget fractio, ac si ipsæ fractiooes positæ essent: igitur fra..io TV ita composita, est radix fractionis AB.

A. $\frac{15}{24}$ B. C. 100. D. $\frac{1500}{2400}$ E. F. $\frac{38}{48}$ G.

Alius modus facilior sit fractio A B illius tam denominator, quam oumerator per eundem numerum præcipuè vero decadicum multiplicentur verbi gratia per numerum C; ita vt fiat alia fractio æqualis, longè maioribus terminis constans. Eruaturque tàm radix numeri D, quàm numeri E nullâ habitâ ratione adhærentis fractioois. Sitque F; radix numeri D; & G radix numeri E. dico fractionem FG esse radicem fractionis AB.

Demoostratio fractio FG est radix fractionis DE (*per propos. 10. huius*) sed fractio ED est æqualis ipsi AB; igitur fractio FG erit radix fractionis AB. quod erat ostendendum.

# DE RADICE CVBICA.

## PROPOSITIO XIX.

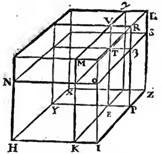
Theorema.

*Si numerus in partes secetur Cubus totius æqualis est, cubis partium, & parallelepipedo quod toto numero, & eius partibus continetur ter sumpto.*



A. 8. B. 6. C. 2.
D. 512. E. 216. F. 8. G. 96.

Sit numerus A, divisus in duas partes B, & C. dico cubum numeri A, nempe D. hoc est A multiplicetur per seipsum fiatque 64. qui numerus multiplicetur per A, fiatqoe cubus D, dico inquam hunc cubùm, æqualem esse cubis partium B, & D, & parallelepipedo comprehensó sub A, B, C: hoc est si A per B multiplicetur. & productus per C multiplicetur fiet figura solida constans 6. parallelogrammis; quorum opposita plana parallela sunt. Dico igitur numerum D æqualem esse numeris E, F, & nomero G ter sumpto, seu triplicato.




Cuius propositionis demonstratio ex figura geometrica pendet, & ex iis quæ diximus per duplicem multiplicatiooem produci figuram solidam.

Supponatur numerus A esse linea H I, divisa in K, ita vt H K sit 6. partium & K I duarum. fiat cubus lineæ H I, sitque H L. ex K educatur perpendicularis KM. sit NH ipsi HK æqualis: eritque vt patet quadratum KN, sicue M O. sit item IP. ipsi H K, aut NH, æqualis, ducatur perpendicularis P R. intelligantur per N O M K, P R duci plana parallela, suis oppositis; quorum sectiones (*per 16. 11.*) eruot sectionibus adversorom planotom parallele.

Demonstratio cubus H L cuius latus est linea H I, æqualis est omnibus suis partibus simul sumptis: sed omnes eius partes sunt solida corpora primum H T, quod probo esse cubum lateris HK; comprehenditur enim 6. quadratis nempe NK, NY, NT, & oppositis. Secundum corpus solidum SV, quod dico esse cubum lateris K I: cum enim linea IZ, æqualis sit (*ex definitione cubi*) ipsi HI, & IP ipsi HK, erit reliqua P Z ipsi KI æqualis; est autem 35. ipsi PZ æqualis: ergo & æqualis ipsi KI. quare demonstrabo plana comprehendentia solidum SV esse quadrata. Tertium erit corpus KS, cuius longitudo IZ æqualis est ipsi HI, nempe toti lineæ. Latitudo est ipsa K I, altitudo est IO æqualis ipsi HK; idem probabo de solido N R. idem de solido YV quæ omoia sunt parallelepipeda, duximus enim plana parallela. Igitur cubus totius HI, æqualis est cubis partium HK KI. & parallelepipedo sub tota H I, & partibus HK KI comprehenso, ter sumpto quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XX.

Theorema.

*Si numerus in duas partes secetur: erit cubus totius, æqualis cubis partium; & sex parallelepipedis, quorum tria comprehenduntur, sub prima parte bis, & sub secunda semel, tria item alia comprehenduntur sub secundâ parte bis, & sub primâ semel.*

Sit linea HI repræsentans numerum quemcumque divisum in partes HK, KI; dico cubum lineæ HI, æqualem esse, cubis partium HK KI, & sex parallelepipedis, quorum tria comprehendotur bis sub primâ parte HK, & semel sub secunda KI. hoc est latitudinem, & longitudinem habent æqualem lineæ HK; & altitudinem æqualem lineæ KI. & tria aliâ longitudinem, & altitudinem æqualem habent lineæ KI, & altitudinem æqualem lineæ HK.

Demonstratio. quodlibet parallelepipedum comprehensum sub tota, & partibus; verbi gratiâ parallelepipedum KS, æquale est duobus parallelepipedis K 3. ES quorum K 3. habet duas dimensiones, nempe IP, IO. æquales lineæ HK, aliam verò ipsam KI. aliud autem nempe E S habet duas dimensiones E P, P Z æquales ipsi KI, aliam verò nempe P 3 æqualem ipsi HK sed cubus HL. (*per præcedentem*) continet præter cubos partium HK KL; tria parallelepipeda contenta sub totâ, & partibus; ergo præter cubos partium continebit 6 parallelepipeda qualia descripsimus, quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXI.

Theorema.

*Si alicui cubo addatur ter ipsa radix, & ter quadratum radicis cum vnitate, producetur cubus proximè maior.*

Sit in figura superiori cubus HT 8. cuius radix HK 2. dico si illi cubo addas ter ipsam radicem seu 6. & ter quadratum radicis, nempe 12. & insuper vnitatem, fiet 27. cubus proximè maior, hoc est cubus cuius radix superabit radicem HK vnitate. supponatur enim HI, esse illius radix. HK continebit duas vnitates, & KI vnam vnitatem.

Demonstratio. (*per præcedentem*) cubus HL, radicis HI, est æqualis cubo HT, nempe segmenti HK, & cubo segmenti KI, nempe vnitatis (cum cubus vnitatis sit vnitas) & tribus parallelepipedis contentis sub parte HK bis, & sub KI, hoc est quadrato lineæ H K, nam si HK per seipsum multiplicetur fit eius quadratum, quod si multiplicetur per vnitatem nihil additur, & insuper tribus parallelepipedis contentis sub linea KI bis, & sub linea HK. multiplicatio autem quæ fit per vnitatem K I nihil immotat: ergo est sola multiplicatio lineæ H K per H I, ergo singula illa parallelepipeda sunt æqualia ipsi lineæ HK: ergo si cubo HT, addatur ter ipsa radix, & ter quadratum radicis & vnitas, habebitur cubus proximè maior quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXII.

Theorema.

*Ex dato numero cubo, radicem cubicam extrahere.*

A. 3 4 3 2 8 1 2 5

C. 2 5.  B.

D. 7 3 2 8.  3.

Sit datus numerus A. ex quo extrahenda est radix cubica. vltimæ figuræ numeri A subscribatur punctum, deinde relictis duabus sedibus, proantepenultimæ aliud punctum subscribatur & ita deinceps, vt vides relictis inter duo puncta duabus sedibus non notatis. quot erunt puncta, tot erunt in radice characteres, vt radix cubica numeri A habebit tres tantum figuras (*vt demonstrauimus prop. 3.*

Primò quæratur radix cubica maximi cubi in primo membro numeri A contenti; nempe in 34 ad quod exequendum opus est memoria tenere cubos novem numerorum.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| Radices. | 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | 6. | 7. | 8. | 9. |
| Cubi | 1. | 8. | 27. | 64. | 125. | 216. | 343. | 512. | 729. |

Maximus numerus in 34. contentus est 27. cuius radix cubica est 3. scribatur hæc in quotiente B eiusque cubus 27. subtrahatur ex primo membro 34. reliquus fiet numerus 7. qui simul cum tribus notis sequentibus componit secundum membrum. ad inueniendam secundam figuram quotientis. habendus est divisor modo sequenti.

Secundò radicis Iam inventæ nempe 3. fiat quadratum 9. quod tripletur fietque 27. hic numerus erit divisor secundi membri. ille igitur subscribatur & vt apte collocetur intelligatur cyphra 3. non esse tantum 3. sed 30. cuius quadratum erit 900 & triplum quadrati 2700. igitur vltima cyphra nempe 0. collocetur sub puncto.

D. 7 3 2 8.

E. 2 7 0 0. (B. 3 2.

L. 5 7 6 8.

M. 1 5 6 0.  F. 9 2.

2.

H. 1 8 4.

E. 2 7 0 0.

K. 2 8 8 4.

2.

L. 5 7 6 8.

Tertiò quære quoties numerus E inueniatur in numero D more consueto: memento tamen numerum E non esse totum divisorem; sed illi debere addi alios numeros qui orientur ex ipsa quotientis figurâ quæ quæritur, ideoque per attentationem res perficienda est: in quô tota huius operationis difficultas posita est. attentemus igitur, an si ponatur binarius res benè succedat.

Quartò radicem iam priùs inventam nempe 3. seu 30. triplica fietque 90. cui addes hanc figuram 2. ita vt fiat numerus 92.

Quintò multiplica hunc numerum F per figuram

ram vltimô locô inventam nempe 2. fietque numerus H.

Sextò addatur numerus H numero, E, nempe tribus quadratis radicis B fietque numerus K.

Septimò hunc numerum K, iterum multiplica per binarium vltimo inventum; fietque numerus L. quem ſubtrahes ex numero D & reliquus numerus erit M. qui pertinebit ad ſequens membrum appoſitis ipſi reliquis figuris.

Notandum tamen 1. quod numerus L debet poſſe ſubduci ex numero D, ſi enim illum ſuperaret, quotiens iuſtô maior ſumptus fuiſſet. ſecundò numerus M reliquus non debet eſſe maior triplô radicis inventæ 32. & triplô quadrato eiuſdem, vt in hôc exemplô, radicis 32 quadratum, eſt 1024. triplicatum erit 3072. tripla radix eſt 96 aggregatum autem eſt 3120. qui numerus non ſuperatur à numerô M; ergo benè operati ſumus. ſi enim numerus M triplum radicis & triplum quadratum ſuperaret, radix nimis parua ſumpta fuiſſet.

| | | | |
|---|---|---|---|
| L. | 1560125. | | |
| E, | 307200. | B. | 325. |
| | | B. | 320. |
| F. | 960. | C. | 102400. |
| G. | 965. | | 3. |
| | 5. | E. | 307200. |
| K. | 4825. | K. | 4825. |
| | | H. | 312025. |
| | | Mult. | 5. |
| | | M. | 1560125. |

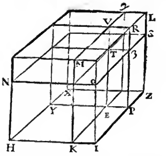
Reſtat ergo vltima cyphra eruẽda ex L. vltimò ſcilicet membro. radici B cubicæ, addidi 0. quia verè talis eſt, imò illud 0, mutandum erit in aliam figuram, quadratum illius erit C, quod triplicandum eſt, fietque numerus E ille numerus eſt diviſor, itaque ſcribendus, vt vltima cyphra illius reſpondeat, vltimæ numeri L dividendi.

Inquiratur quoties tria inveniuntur in 15. inveniuntur quinquies experiamur an quinquies benè ſuccedant.

Primò fiat triplum radicis prioris nempe 320. eritque F, huic adde 5. fietque 965. hunc numerum multiplica per 5. figuram vltimò inventam, fiet numerus K; hunc adde numero E, fiet numerus H, hunc iterum multiplica per 5. fiet numerus M, hunc ſubtrahe ex numero L. ſi nihil relinquatur numerus primò propoſitus cubus eſt. cuius radix eſt B nempe 321. reſtat oſtendendum radicem B in ſe ductam bis, generare cubum A ſeu numerum primò propoſitum.

Demonſtratio. primum præceptum iubet interpungi numerum propoſitum vt in totidem membra dividatur, quod præceptum iam probatum eſt ſupra. probabimus autem hic bene eductam eſſe radicem cubicam duorum primorum membrorum & quod de illis probabimus de reliquis etiam probatum intellige.

Cum ergo certi ſimus numeri 34328. radicem cubicam conſtare duabus figuris, quarum prima ad primum membrum 34. ſeu 34000. pertinet; ſecunda ad numerum 328. intelligitur cubus HL, diviſus in plures partes, eô modô quô dicemus & primò quidem ſit linea H I diviſa in duas partes ſicut radix conſtat duabus cyphris. quæritur Primo HK. contendo eam be-




nè eſſe inventam, ſi quæratur radix cubica, cubi maximi qui in 34. invenitur. licèt enim 34. habeat adhuc tres figuras ſibi additas, ita vt ſit 34000. ſi tamen inveniatur radix cubica numeri 34. cui addatur poſtea vna cyphra, perinde erit, quia pro tribus additis ipſi cubo; vnica tantum addi debet radici, iuxta ea quæ iam ſupra probavimus.

Invenitur autem HK eſſe 3. ſeu 30. alia verò invenietur 2. igitur HI diviſa eſt in 30. & 2.

Quia autem totus cubus HL, eſt æqualis cubo partium HK & KI, & 6 parallelepipedis quorum tria comprehenduntur ſub quadrato partis HK, & linea KI, & alia tria ſub quadrato ſegmenti K I & linea H K. ideò primò cubum ſegmenti HK, nempe 27. ſeu 27000. ſubducimus, à toto numero; ita vt reliqua corpora ſint æqualia numero 7328. reſtat inquirenda ſecunda cyphra nempe KI. quæ multiplicando tria quadrata lineæ HK, per eam, item multiplicando lineam HK, per tria quadrata lineæ KI, & aſſumendo cubum KI. ea inquam omnia non debent ſuperare reliquum numerum 7328. nec etiam ita ſuperari ab eô numero, vt linea KI maior aſſumi potuerit.

Vnde primò quia maxima corpora quæ relinquuntur, ſubductô cubô partis HK, ſunt parallelepipeda contenta ſub quadrato ſegmenti HK, & lineâ KI. ideo quadratus radicem HK, & quadratum eius triplicamus. numerumque productum E nempe 2700. facimus diviſorem, vt poſſimus iudicare quanta ſit linea KI. monuimus autem numerum E, non eſſe diviſorem integrum, quia præter tria parallelepipeda contenta ſub quadrato lineæ HK, & ſub KI. ſunt etiam alia tria, & cubus.

Quare vt habeantur alia tria parallelepipeda contenta ſub linea HK, nempe radice iam inventâ, & ſub quadrato K I, iubemus radicem triplicare, poſtea verò deberet hæc radix triplicata, multiplicari bis per lineam K I, quia nempe tria hæc parallelepipeda continentur ſub radice HK & quadrato lineæ K I. vt autem eâdem operâ habeatur cubus lineæ KI, debet etiam KI multiplicari bis, per ſeipſam, quod vt eâdem operâ fiat, addimus radici triplicatæ ipſam lineam KI, & aggregatum multiplicamus ſemel per lineam KI, exurgitque numerus H, qui adhuc ſemel multiplicandus eſſet, quia autem tria quadrata radicis inventæ, etiam ſemel multiplicari debent vt illæ duæ multiplicationes in vnam coaleſcant; primò addatur numerus H, nume-

 ro E,

ro E, aggregatum nempe nomerus K multiplicetur per lineam K I, habebitur numerus L æqualis ſex illis parallelepipedis, & cubo, partis K I.

Monuimus autem. Primò vt numerus L non ſuperet reſiduum numerum nempe D, haberetur enim vt patet radix cubica numeri maioris quam ſit HL.

Secundò monuimus, quòd reſiduus numerus M, factâ illa ſubductione non ſuperet triplum quadratum radicis inuentæ 32. & ipſam ter ſumptam. ſi enim illam ſuperaret vnitate, inuenietur (*per* 13. *huius*) in numerô H L cubus alius maior cuius radix ſuperaret priorem vnitate, ideóque nimis parua aſſumpta fuiſſet illa vltima figura.

## PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

*Radicem cubicam examinare.*

A. 4 3 2 8 2. (B. 35
C. 4 0 7.
D. 4 2 8 7 5.
E. 4 3 2 8 2.

Sit numerus A, cuius radix cubica inuenta ſit B factis autem operationibus reliquos numerus ſit C. fiat cubus radicis B ſitque numerus D, cui addatur numerus C, fiatque E; ſi E eſt æqualis nomero A radix B eſt radix cubica, maximi numeri in numero A contenti, modò tamen numerus C non ſuperet triplam radicem B, & triplum quadratom eius; quadratum autem radicis B eſt 1225.

Demonſtratio. ſcipsâ patebit, debet enim, ſi benè operati ſumus B eſſe radix cubica cubi maximi in A contenti, & C eſſe reſiduum, B eſt radix numeri D, eſt autem maximus ſi C non ſuperat tria quadrata &c. C eſt etiam verum reſiduum, ſi additum oumero D reſtituit numerum A.

## ALIVD EXAMEN.

A. 4 3 2 8 2. D. 1.
B. 3 5. E. 8. F. 1.
C. 4 0 7. G. 8.

Ex numero A abiiciatur novenarius & reliquus ſit numerus D. ex radice B abſiciatur novenarius reliquus ſit E, qui in ſe multiplicatus dat 64. ex quo aufer novenarium relinquitur F qui iterum multiplicatus per E, dat G, ex G & C auferatur novenarius: datur iterum D nempe 1. igitur benè operati ſumus.

Demonſtratio. auferendo novenarium ex radice B, & reliquum nempe E multiplicando per ſeipſum; ita vt ex productô auferatur novenarius, idem relinquitur numerus nempe F, qui relinqueretur, ex quadrato radicis; vt oſtendimus in multiplicatione, multiplicando autem talem numerum F, iterum per 8. reſiduum radicis ablatô novenario, idem relinquitur, qui relinqueretur ex cubô ablatis novenariis, cum autem numerus A, debeat eſſe æqualis cubo, & numero C. debet idem relinqui numerus abiectis novenariis ex numero A. qui relinquitus & ex cubo D & ex numero C. hoc eſt ex G & C.

## PROPOSITIO XXIV.

Problema.

*Numeri non cubici exactiorem radicem inuenire.*

A. 4 3 2 8 2.
B. 3 5.
C. 4 2 8 7 5.
D. 4 0 7.
E. 1 2 2 5.
B. 3 5.
F. 1 2 6 0.
3.
D. 4 0 7.
G. 4 7 8 1.

Sit numerus A non cubicus: ſitque radix maximi cubi in eo contenti B. ſit autem C, maximus cubus in numero A contentus, reliquus autem numerus ſit D. ſit radicis quadratum numerus E, cui adde radicem B, fiatque numerus F. hunc triplica, & genito adde vnitatem, vt fiat numerus G dico ſi fiat fractio cuius numerator ſit numerus relictus, D, & denominator numerus G, dico hanc fractionem cum radice B, conſtituere radicem numeri maioris quam C. & minoris quam A, atque adeo eſſe radicem minorem verâ.

Demonſtr. ſi numerus D reliquus factâ extractione, eſſet æqualis tribus quadratis radicis B, & radici ter ſumptæ & inſuper vnitatem contineret, hoc eſt æqualis eſſet numero G; radici B vnitas addi poſſet (*per tertiam huius*) quod ſi eſſet eadem ratio radicum, & cuborum inſtitueremus regulam trium, diceremuſque ſi 4781. ſeu numerus G additus numero C auget radicem vnitate, numerus D qui tantum additur, quantùm augebit, exurgetque fractio, quæ ad vnitem eam rationem haber, quam D habet ad G hoc eſt fractio DG, quare ita eſt numerus G, ad D, ſicut vnitas ad fractionem DG, ſed maior eſt ratio cuborum, quàm radicum, cum cuborum ratio ſit triplicata rationis radicum; ergo minor eſt ratio vnitatis ad veram radicem, quàm ad DG, ergo vera radix maior eſt quàm DG. hic ſumpſi exceſſus cuborum pro ipſis cubis, & exceſſus radicum, pro ipſis radicibus cum habeant eandem rationem.

## PROPOSITIO XXV.

Problema.

*Fractionis radicem cubicam inueſtigare.*

A. 27 C. 3
B. 64 D. 4

Sit fractio AB, hæc autem vel cubica erit, vel non cubica; ſi primò cubica ſit; nec tamen cubicis terminis exprimatur ad minimos terminos reuocetur, tunc (*per prop.* 2. 8. *Eucl.*) cubicis terminis exprimetur.

Sit igitur fractio data AB; numeratoris A radix cubica ſit C, & denominatoris B radix ſit D. dico fractionem CD eſſe radicem cubicam fractionis AB.

Demonſtratio CD eſſe radicem cubicam fractionis A B; eſt radicem C D cubicè multiplicatam, producere fractionem AB; ſed ad hoc requiritur vt tàm denominator, quàm numerator per ſeipſos cubicè multiplicentur, quod ſit in noſtro caſu, cum A ſit cubus ipſius C; & B, ipſius D: ergo C D eſt radix cubica

bica fractinnis A B. quod erat demonstrandum.

Si verò fractio proposita non esset cubica, tam denominatoris quam numeratoris extrahatur radix, quàm fieri potest exacta, quod si exurgant fractiones, illæ ad simplices reuocentur; vt docuimus suo loco. & habebitur fractionis etiam non cubicæ radix cubica.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

*Numeri non cubici, radicem propiorem verâ in infinitum inuenire.*

A. 40. C. 40000 D. 34
B. 1000. B. 1000. E. 10
A. 40
F. 1

Sit numerus A non cubicus, cuius quæritur radix cubica exactior. hunc multiplica per quêcumque numerum cubicum, aptissimi autem sunt decadici, & quò maior fuerit hic cubus, assumptus, eò præcisior erit operatio. assumatur ergo numerus B, per quem multiplicabis numerum A, fiat numerus C, cuius extrahatur radix cubica, sitque D. radix autem cubica numeri B assumpti sit E, dico radicem numeri A esse fractionem DE (subscribatur enim numero C numerus B fiatque fractio CB

Demonstr. fractio DE, est radix numeri CB. (minor tamen verâ, quia numero D adhærere deberet fractio quæ neglecta est) sed numerus A æqualis est fractioni C B nam si numero A subscriberetur vnitas F, fieret fractio AF æqualis numero A, sed B multiplicans A fecit numerum C, & multiplicans vnitatem fecit seipsum, seu numerum B. ergo est vt A, ad F, ita C ad B; ergo fractiones AF, C B sunt æquales; sed A F æqualis est, numero A; ergo & CB. ergo est DE radix cubica numeri A.

PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

*Cubus numerus tot continet numeros Arithmeticæ progressionis, quot radix eius continet vnitates. medius autem numerus erit quadratum radicis; si cubus impar fuerit. si verò fuerit par quadratum radicis bis ponatur.*

A. 27.
B. 3.
C. 8. D. 9. E. 10.

Sit cubus A cuius radix B, tribus vnitatibus constet; dico numerum A æqualem esse, tribus numeris progressionis vulgaris, Arithmeticæ sibi immediatis, quorum quadratum radicis sit numerus medius qui semel sumatur, quia cubus est impar, hoc est 8.9.10. sunt æquales numero A. 27.

Demonstratio: cubus generatur ex multiplicatione quadrati D per radicem B, ergo quot sunt vnitates in B toties quadratum D, continetur in numero A: C autem, & E simul sunt dupli ipsius D, est enim proprietas progressionis Arithmeticæ, vt duo extremi numeri simul æquales sint medio, bis sumpto; ergo numerus A æqualis erit numeris C,D,E.

F. 64.
G. 4.
K. 13. H 16. 16 L. 17.

Si verò numerus cubus, F, sit par, quadratum radicis par erit, immò & radix, vt facilè ostendi potest, ex Eucl. cum numerus impar imparem multiplicando, imparem generet. sit igitur quadratum H, qui si bis sumatur; pro duabus vnitatibus radicis, & quot erunt binarii in radice, tot sumantur bini numeri progressionis Arithmeticæ, illi etiam erunt dupli ipsius quadrati: ergo erunt simul æquales numero F, qui toties continet quadratum H, quot sunt vnitates in radice G.

COROLLARIVM I.

Sequitur quòd si sumantur tot numeri progressionis Arithmeticæ vulgaris, æqualiter à quadrato remoti, quot sunt vnitates in radice idem habebitur cubus.

COROLLARIVM II.

Quod demonstraui de cubo respectu quadrati, & numerorum progressionis Arithmeticæ vulgaris; ipsi vicinorum, probari potest de quadrato respectu radicis, hoc est numerum quadratum imparem componi, ex tot numeris progressionis Arithmeticæ, quot eius radix vnitates continet; ita tamen vt radix sit medius. sit numerus quadratus 9. cuius radix 3. dico 2. 3. 4 esse æquales ipsi 9. quia tres sunt vnitates in radice, ipsa radix ponetur pro vna, & alij duo numeri pro reliquis duabus vnitatibus; quantum enim 2. deficit à ternario, tantùm quaternarius superat eundem ternarium.

Si verò numerus quadratus fuerit par, vel bis sumatur quadratus vel omninò relinquatur, vt verbi gratià numerus, cuius radix quadrata 4. dico 3.4.4.5. simul æquales esse numero 16. vel 2.3. 5.6. relicto intermedio 4.

COROLLARIVM III.

Idem probari potest de quacumque potestate, respectu antecedentis, vt quia quadrato quadratus, sit producendo cubum; per radicem; tot continebit numeros progressionis Arithmeticæ vulgaris quot sunt vnitates in radice, quorum cubus medius erit vel semel sumptus, si fuerit numerus impar, vel bis sumptus aut omissus si fuerit par.

COROLLARIVM IV.

Quæ doctrina vt sit vniuersalius quoties numerus numerum multiplicat. productus tot numeros vulgaris progressionis Arithmeticæ continet; quot sunt vnitates in multiplicante; ita vt multiplicatus, sit medius vt si 4. multiplicet 5. dico numerum productum nempe 20 æqualem esse 4 numeris vulgaris progressionis Arithmeticæ, ita vt numerus 5 sit medius, bisque sumatur aut omittatur quoties alius ast par.

par.dico ergo quòd 4.5.5.6.æquales sint numero 10.pariter 3.4.6.7.

### PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

*Numeri impares progressionis Arithmetica vulgaris; ita concurrunt ad generationem cuborum, vt primo cubo, primus assignetur secundo secundus, & tertius tertio, quartus, quintus, sextus & ita consequenter.*

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| A. | B. | C. | D | E. | | |
| 1. | 2. | 3. | 4. | 5. | | |
| E. | F. | G. | H. | I. | | |
| 1. | 8. | 27. | 64. | 125. | | |
| K. | L. | M. | N. | O. | P. | Q. |
| 1. | 3. | 5. | 7. | 9. | 11. | 13. |

Sit series numerorum progressionis Arithmeticæ, supponanturque illi numeri esse radices. Supponatur item E F G H I esse series cuborum respondentinm radicibus.

Denique sit series numerorum imparium progressionis Arithmeticæ vulgaris K L M N O P Q. dico primum cubum, esse æqualem primo numero impari K. secundum F, esse æqualem duobus sequentibus numeris LM. tertium G sib vendicare tres N, O, P: quartum D æqualem esse quatuot consequentibus QRST, & ita de cæteris tot scilicet quot sunt vnitates in radice.

Demonstratio. vel cubus est par, vel impar hoc est erit par si radix par, fuerit, erit impar, si radix impar fuerit; si cubus sit impar, tot continebit numeros progressionis Arithmeticæ communis, quot radix eius continebit vnitates, sen qaotus ipse fuerit, per præcedeutem propositionem, sed totidem numeri impares, modò quadratum fuerit numetus medius, illis æquales sunt.

Ergo cubus tot continebit impares numeros, quotus ipse fuerit; quorum quadratum radicis erit medius numerus: sed quadratus ille numerus tot continet impares incipiendo ab vnitate, quot eius radix contines vnitares ergo &c. Extractiones radicum, aliarum potestatum dabuntur suò locô. Atque hæc de Aritbmetica sufficiant abstrusiora dicemus deo dante, in Algebra.

# ARITHMETICÆ

## LIBER QVARTVS

## Arithmetica calculatoria, & diuinatoria.

*Calculatoria Arithmetica differt à vulgari, quòd calculis, aut metallicis nummis pro characteribus, vtatur, in principiis autem omninò conuenit. censetur in multis ad vsum communem magis accommodata, eò quòd sensibilibus notis rudiorum imaginationi meliùs seruiat, ideoque in pluribus galliæ prouinciis à mercatoribus adhibeatur. hanc igitur vt pote facilem paucis propositionibus complector.*

### PROPOSITIO I.

*Numeratio calculatoria.*

Dispositio numerorum, aut potiùs calculorum, in hac Arithmeticæ specie, non à dextra ad sinistram; sed ab imo sursum procedit, ita vt numeri inferiores minores sint: superiores decuplum obseruent valoris augmentum quare eædem vigent regulæ vulgaris Arithmeticæ, nempe ne in vna sede nnmerus nouenario maior scribatur, aut potiùs notetur. quare non plures quàm nouem calculi in vna sede ponantur.

Qnia tamen videbatur incommodum tot calcnlos in vna sede statuere, quamlibet sedem in duas partimur, quarum vna 4. tantum calculos continere potest. alia vnicum, sed quinque calculis æquiualentem.

Nonnulli communiter vnam lineam, & vnum nteruallum cuilibet sedi assignant, ita vt calculus qui quinario æquiualet non in eadem linea cum reliquis iaceat.

Sedes igitur eòdem ordine procednnt, ac in Arithmetica communi, nempe digiti, seu vnitates sunt infimæ, exinde sequuntur ascendendo, decades tum centenaria, millia, decades millium, centenaria millium; milliones volunt autem plerique vt sedes vna, lineam & interuallum vnum sibi vendicet.

Ducantur ergo 7. lineæ vt in figura vides, è quarum regione appones characteres 1. 10. 100. 1000. 10000. 100000. 1000000. & interuallis appones characteres 5. 50. 500. 5000. 50000. 500000. 5000000.

Secundum hanc methodum hæc regula obseruatur quod in lineis quatuor tantum calculi apponi possint, in interuallis vnicum, sed qui valeat quinque. sic enim in vna sede, constante linea & superposito interuallo nouem tantum ponuntur, æquiualenter nempe vnus in interuallo, seu quinque æquiualenter & 4. in linea, valor

valor autem primi intervalli eſt 5. ſecundi 50. tertij 500. quarti 5000. &c.

| | | | |
|---|---|---|---|
| Milliones | { 5 0 0 0 0 0 0. | | o. |
| | { 1 0 0 0 0 0 0. | | —o o. |
| Centenaria millium. | { 5 0 0 0 0 0. | | o. |
| | { 1 0 0 0 0 0. | | —o o o. |
| Decades millium. | { 5 0 0 0 0. | | o. |
| | { 1 0 0 0 0. | | —o o o o. |
| Millia. | { 5 0 0 0. | | |
| | { 1 0 0 0. | | —o o o o. |
| Centenaria | { 5 0 0. | | o. |
| | { 1 0 0. | | —o. |
| Decades. | { 5 0. | | |
| | { 1 0. | | —o o o. |
| Vnitates. | { 5. | | o. |
| | { 1. | | —o. |

Secundum hanc methodum proponatur numerus 7 6 9 4 6 3 6. notandus ſeu calculis deſignandus: incipe ab infimo. Habes in vltima ſede 6. quia in linea ponere potes tantum 4. qui non ſufficerent depone calculum in intervallo cuius valor erit 5. & vnum in linea cuius valor eſt 1. ſic enim poſueris 6. in ſecunda ſede habemus 3. apponatur tres calculi è regione lineæ & intervallum ſit vacuum: eo quod numerus 3. non perveniat ad quinarium. In tertia ſede habemus 6. quare vt prius collocetur vnus calculus in linea, alius in intervallo. In quarta ſede ſeu millium habemus 4. qui numerus cum ad quinarium non perveniat depono 4. calculos in linea, In quinta ſede habemus 9. notanda vnô quinariô in intervallo & quatuor calculis in linea. In ſexta habemus 8. notanda vnô calculô in intervallô & tribus in linea. In ſeptima ſede habemus 7. depone calculum vnum in intervallo & duos in linea.

Ex quibus colliges poſſe tam intervalla, quam lineas eſſe vacuas, cum hæc numerandi methodus cyphra explatiua o: careat.

Hæc diviſio linearum, & intervallorum in abaco, ſeu menſa notari debet eaque ſemper ſubintelligi, quoties hac utendum eſt methodô.

Hæc methodus licèt ſatis commonis non arridet, eò quòd diſtinctio linearum & intervallorum confuſionem pariat, ita vt ſæpe intervallum pro linea, linea pro intervallo accipi poſſit, præcipue ſi linea aut intervallum vacet. Quare multi conſultiùs, quinarios calculos in eadem cum reliquis linea teponunt. Sic enim pauciores fiunt ordines meliuſque ſedes internoſcuntur & hanc methodum deinceps vſurpabimus.

| | Quinatij | |
|---|---|---|
| Milliones. | — | o o o o. |
| Cent. Millium. | —o | o. |
| Decades mill. | —o | o o o. |
| Millia. | — | o o o. |
| Centenar. | — | o o o o. |
| Decades. | —o. | |
| Digiti. | —o | o. |

Proponatur numerus 4 6 8 3 4 5 6. notandus intelligantur ductæ 7. lineæ nulla habita ratione intervallorum, ſed quinarij calculi cum opus erit ponantur primi & ſeparati, in propoſito exemplo in vltima ſede digitorum habemus 6. pone vnum in columna quinariorum, & vnum ſeparatim. Sic enim primus quinque ſignificat & cum alio efficit 6.

In ſecunda ſede decadum, habes 5. appone calculum in columna quinariorum. In tertia ſede centenariorum habes 4. depone quatuor calculus in linea centenariorum. In quarta ſede millium habes 3. repone tres calculos. In quinta ſede, decadum millium, habes 8. repone tres & vnum quinarium, In ſexta ſede habes ſex, repone quinarium, & vnum. Denique in ſede millionum repone quatuor calculos.

Totum ergo diſcrimen à communi Arithmetica in eo poſitum eſt Quòd Arithmetica communis vtatur characteribus diverſis, hæc ſimilibus: deinde vulgaris Arithmetica poſſit aſcendere vſque ad novenarium in eadem ſede, hæc quoties ad quinatium aſcenditur reponit vnum quinarium cæteroſque etiam notat.

## PROPOSITIO II.

*Additio ſimplex.*

Additionem ſimplicem voco, collectionem plurimorum numerorum in vnam ſummam: quæ ita calculis peragitur. Numeri addendi è regione ſibi reſpondeant in abaco ita vt vnitates vnitatibus, decades decadibus, centenaria centenariis reſpondeant: In columnis ſcilicet ſeparatis. Tum in tertiam columnam colligantur, in qua vnam ſummam conſtituant.

| | C. | D. | E. |
|---|---|---|---|
| | — | | |
| 1 0 0. | —o. | — oooo. | — o |
| 1 0. | —o o o. | o. | ooo |
| 1. | —o o o o. | o oooo. | o o. |
| | 5 7 8. | 4 5 8. | 1 0 3 6. |

Sint duo numeri C; & D colligendi in vnam ſummam nempe 5 7 8. 4 5 8. notentur calculis in C, & D per præcedentem, ita

vt digiti, digitis, decades, decadibus respondeant. In infima ſede vnitatum, in numeris C & D, habes 6. calculos ſimplices & duos quinarios, quæ omnia efficiunt 16. ooτa 6. in numero E, nempe quinarium, & ſimplicem calculum, retines autem duos quinarios, ſeu vnam decadem quam ſi reponas cum cæteris decadibus numerorum C & D, fient 13. decades, repone 3. in numero E, & retines duos quinarios, ſeu vnum centenarium. Collige centenaria numerorum C & D, quibus vnum retentum adiicies fiunt 10. nihil pones in ſede centenariorum, vnumque repones in millibus. Habes igitur ſummam.

Non diſſimili ratione in aliis exemplis operaberis, in quibus ſe exercebit Tyro antequam vlterius progrediatur. Meminerit tantum duos calculos quinariorum efficere vnum ſedis ſuperioris.

## PROPOSITIO III.

### *Subtractio ſimplex.*

Subtractio vnius numeri ab alio Eſt Inventio exceſſus, quò maior ſuperat minorem, vt explicuimus ſuò locò: hæc ſubtractio vt ritè calculis perficiatur, ſupponit tres columnas, vnam in qua notetur, ſeu calculis exhibeatur numerus maior, à quo ſcilicet debet fieri ſubtractio, ſecundam in qua exhibeatur numerus ſubtrahendus; tertiam in qua exhibeatur differentia, ſeu exceſſus maioris numeri ſupra minorem.

| F. | G. | H. |
| --- | --- | --- |
| o. | | |
| o o o. | o o. | o o. |
| o o o. | o o o o. | o o o o o. |
| o. | o o. | o o o. |
| 1 3 7 5. | 6 8 2. | 6 9 3. |

Sit ſubtrahendus numerus G ex numero F incipe ab vltima ſede, & ſubtrahe duos calculos ex quinario, reſtant tres reponendi in Infima ſede numeri H. tum ſubtrahe tres calculos, decadum numeri G ex duobus numeri F, ſeu melius 8. numeri G ex 7. id non potes ſumendus eſt calculus centenariorum numeri F, qui æquivalet decem decadibus, ſi igitur ſubtrahas 8. decades numeri G ex decem decadibus remanebunt 2. cum 7. decadibus numeri F fiunt novem notandæ in numero H. ſubtrahe 6. centenaria numeri G, non iam ex tribus centenariis numeri F, cum iam vnum acceperimus: ſed ex duobus quod cum non poſſit; accipe calculum millium numeri F, qui cum valeat 10. ſubtrahes 6. centenaria, ex 12. remanent 6. notanda in numero H.

Verum examen ſubtractionis eſt additio. Quare, ſi addendo numeros G & H, denuò fiat numerus F, proba fuerit ſubtractio.

## PROPOSITIO IV.

### *Multiplicatio.*

Multiplicatio eòdem ferè modò calculis inſtituitur, ac in Arithmetica vulgari. Hoc eſt ſi multiplicator vnicò charactere ſcribatur, vnicâ operatione opus erit: ſi duabus duæ. Debet enim totus multiplicandus, duci in ſingulas notas numeri multiplicatoris.

| K | L | M |
| --- | --- | --- |
| o. | | o. |
| o o o. | | o o. |
| o o o o. | | o o o. |
| o o. | o o o. | o o o o. |
| 5 7 4 6. | 3. | 5 2 3 8. |

Sint ergo tres columnæ prima in qua multiplicandus exhibeatur. Secunda multiplicatorem repræſentet. Tertia quæ productum. Sit igitur K multiplicandus, L multiplicator vnius characteris. M ſit columna deſtinata producto.

Primò multiplica vel 6. numeri K per multiplicatorem 3. vel ſi velis primum calculum per 3. fiunt 3. notandi in M. tum multiplica quinarium numeri K per 3. fiunt 3. quinarij, quorum duo ſufficientes ad decadem reſervabuntur, & notabitur alter in M. multiplica 4. decades numeri K per multiplicatorem 3. fiunt 12. quibus addes decadem reſervatam, fientque tredecim notabis 3. in M; reſervabis centenarium. Multiplica duo centenaria ſeparata numeri K, per multiplicatorem 3. fiunt 6. & vnum retentum incipio ſcribere 7. in M. ponendo duos calculos ſed retine adhuc quinarium, multiplica quinarium centenariorum numeri K per 3. fiunt 3. quinarij, quibus addes 1. retentum fiunt 4. ſeu duæ decades retinendæ. Denique multiplica vnum calculum millium numeri K, per multiplicatorem 3. fiunt 3. cum duobus retentis fiunt quinque; depone vnum quinarium in M. atque ita habebis productum 5238.

Quando multiplicator conſtat pluribus characteribus, totidem ſunt operationes faciendæ, atque propterea nonnulli totidem parant columnas pro ſingulis productis, quorum praxin hic apponemus, vt viam ad aliam meliorem ſternamus.

Sit numerus N multiplicandus per numerum P conſtantem duobus characteribus, multiplica primò numerum N per duos inferiores calculos numeri P vt fecimus ſuprà, fiatque numerus R.

Secunda

| N | P | R | S | T |
|---|---|---|---|---|
| oo | | | n oo | n oo |
| ooo | | o oo | o ou | oooo |
| o | ooo | o | oooo | o |
| n ooo | oo | o o | | n o |
| 2358 | 3 2. | 716 | 70740 | 70456 |

Secundo multiplicandus est idem numerus N, per 3. nempe primum characterem numeri P. qui cum sint in linea decadum, productus S inchuandus erit à secunda linea, seu lineâ decadum. multiplica igitur tres inferiores calculos numeri N per 3. fiunt 9. inchoa notare 9. in numero S nempe in linea decadum ponendo quatuor calculos, & retinendo quinarium tum multiplica primum quinarium numeri N, per 3. fiunt tres quinarij qui cum vno retento efficiunt quatuor quinarios, seu duo centenaria retinenda. & quia in decadibus numeri N, nulli sunt calculi simplices, possunt reponi duo centenaria retenta. Tertio multiplica quinarium decadum numeri N per 3. fiunt tres quinarij, notandus vnus in S. retinendi duo, qui constituunt vnum millenarium. multiplica tria centenaria numeri N per tria fiunt 9. cum vno fiunt decem nihil scribe in sede millenariorum numeri S. sed retine vnum. denique multiplica duo milienaria numeri N per 3. fiunt 6. cum vno retento efficiunt 7. decades millium notandæ in S. fietque numerus 70740.

Addantur numeri R & S eô modô quô notati sunt habebisque numerum T.

Notandum igitur quoties ex multiplicatione quinarij, oritur binarius aut plures binarij, pro singulis binariis, reservandam vnitatem pro sede superiori.

Notandum secundò non esse opus duas aut três columnas constituere, etiam quando multiplicator constat duobus characteribus nec faciendã summam sed eâdem operâ, quâ producitur secundus productus, eâdẽ addi posse primo producto, quod vt clariùs fiat, proponatur numerus A, multiplicandus per numerũ B constãtem duabus sedibus.

| A. | B. | C. | D. |
|---|---|---|---|
| oooo | | ooo | o |
| o ooo | | ooou | ooo |
| o ooou | oo | oo | o o |
| ooo | o oo | o | o |
| | | o | n |
| | | | o |
| 4893 | 2 7 | 34251 | 132111 |

Supponatur ergo numerus C esse productus ex ductu numeri A in 7. sedem scilicèt inferiorẽ numeri B tum multipl. num. A per duas decades num. B. & dices bis tria sunt 6. seu 6. decades, quæ addendæ sunt quinq; decadibus num. C. ita vt fiant vndecim decades. nota 1. decadem in num. D, & retine vnum centenar. Exinde dices bis novẽ sunt 18. & vnum retentum fiunt, 19. & duo cent. num. C fiunt 21. pone vnum cent. in num. D & retineo 2. Exindè multiplico 8. cent. num. A, per duo, fiunt 16. & duo quæ retinent. sunt 18. & quatuor millenaria num C efficiunt 22. pono duo millenaria in num. D, & retineo 2. deniq; multiplico 4. milia num. A, per duo fiunt 8. cum duobus retentis sunt 10. cum tribus decadibus millium numeri C sunt 13. scribe tria in sede decadum millium numer. C & vnum in centenariis millium eiusdem num. C.

### PROPOSITIO V.

*Divisio.*

Difficilior paulò videtur hæc regula dum calculis proceditur, quam dum calamo, & characteribus: habet tamen id commodi, quòd vnâ operatione factâ meliùs apparet quid relinquatur. tota praxis in exemplo manifesta fiet.

| A. | B. | C. | D. |
|---|---|---|---|
| o | | | |
| oo | | | |
| o ooo | o o | o o | |
| ooo | | o | oo |
| oo | o ouo | ou | u |
| 12832 | 608 | 652 | 21 |

Proponitur numerus A, 12838. dividendus per numerum B 608. vterque numerus exhibeatur calculis in A & B, intelligaturque divisor B applicari dividendo A, & quia primus character divisoris B est 6. non poterit applicari primo, seu supremo membro numeri A, sed tantum secundo; quod notabis appositô digitô huic secundo mẽb: num. A, & tunc infimum memb. divisoris B respõdere intelligetur penultimo dividendi, seu 8. divisoris, respondebit num. 3. dividẽdi quô ita notato: Examina quoties primum membrum divisoris, inveniatur in duobus supremis dividendi seu in 12. invenio 2. pro quotiẽte; per quẽ num multiplicãdus est divisor B, & productus subtrahẽdus ex dividen. A, quod vnâ eâdemq; opera præstari potest, multiplica igitur infim. memb. divisoris seu 8 per 2. fiunt 16. quæ suber. non potes ex penult. memb. sed neq; ex 13, sed tantum ex 23. duo igitur calculi antepenultimi memb. assumendi sunt & resolvendi in decad. vt fiant 23. si ergo 16. subtrahas ex 23. rest. 7. scribe 7. reposui eos in num. C memento tamen antepenultimum divisoris imminutã esse duobus calculis. Rursus multiplica primũ mẽbr. divisoris, seu 6 per 2. fiunt 12. subt 12. ex duobus primis mẽb. dividendi seu ex 12. nihil relinquitur, rest. igitur in dividendo 652. vt vides in col. tertia. rursus intellige applicari divisorem divid. apponendo digitũ sequenti membro dividendi. inquire quot. divisor 608. inveniatur in 652. invenies semel nota calculum in quotiente D; cum ergo hæc vnitas multipl. divisorem nihil immutet, subtrab. est simpliciter divisor B, ex num. C; subtractione factâ relinquitur 44. quare quotiens erit 21. restantque 44. indivisa, quæ in minutiores monetas reducenda sunt, verbi gratiâ si sint franci, reducendi erunt in assea 880. vt institui possit divisio per 608. Totum ergo artificium divisionis consistit in applicatione divisoris, & non quærendo quoties divisor subtrahi possit ex dividendo: quæ subtractio commodiùs fieri potest calculis, quàm characterib. posset enim perfici per attentat. subtrahẽdo semel, atque iterum, donec id quod relinquitur minus sit divisore. Idem præstand. in secunda applic. quæ omnis calc. ipsis meliùs expl. pos. quam longô verb. circ. neq; enim in chat. possum calcul.

ponere & resumere quod tamen hanc regulam faciliat.

## PROPOSITIO VI.

*Additio numerorum denominatorum.*

Vocamus numeros denominatos, vt explicui in Arithmetica communi, numeros addictos rebus diversis, seu diversæ speciei, vt si franci, francis; asses assibus denarij, denariis addendi sint, singuli autem franci in 20. asses, singuli asses in 12. denarios dividuntur.

Hæc additio inchoatur ab inferiori moneta; vt in nostro casu, primo ex denariis asses conficimus quos aliis assibus addimus; tum ex assibus francos conflamus, addimusque aliis francis, sint addendi 523. franci, 13. asses, denarij 10. fraocis 352. assibus 18. denariis 8.

| | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| Franci | o<br>oo | ooo<br>o | o ooo<br>o oo |
| Asses | ooo<br>o | oo<br>o | o o<br>o |
| Denarij | o<br>o | 1 ooo<br>o ooo | oooo<br>o o |

Incipe à denariis adde denarios 10. & 8. fiunt 18. seu assis, cum 6. denariis; pone 6. in columna C. & retine assem. Adde quinque asses numeri A, cum octo numeri B, & asse retentò fiunt 14. pone 4. asses columna in C & retine 1, seu 10. & cum aliis duabus decadibus, efficiunt 30. asses seu vnum francum, & 10. asses; scribe 10. asses in columna C & retine francum denique adde francos numerorum A, & B; cum francoretento fiunt 876. franci asses 14. denarij 6.

## PROPOSITIO VII.

*Subtractio numerorum denominatorum.*

| | D. | E. | F. |
|---|---|---|---|
| Franci | o<br>ooo | ooo<br>o | o<br>o oo |
| Asses | o ooo | o<br>oo | o<br>o |
| Denarij | o oo | o<br>o | o ooo |

Proponatur numetus E, subtrahendus ex numero D nempe 35. franci, 16. asses, 11. denarij; ex francis 18. assibus 8. deuariis 7. Incipe ab infimo ordine seu denariorum, & quia subtrahere non potes 11. denarios ex 7. intellige desumptum esse, vnum assem ex numero D, & esse resolutum in 12. denarios, subtrahe 11. ex 12. restat vnus, cum 7. numeri C. restant octo denarij norandi in col. F.

Secundò subtrahe 16. asses ex 8. quod cum fieri non possit, assume ex ordine superiori numeri C calculum resoluendum in 20. asses, ex quibus si subtrahas 16. restant 4. cum septem assibus numeri D restant enim tantum 7. eo quod vnus fuerit resolutus.

Denique subtrahe 35. francos ex 52. restant enim tantum 52. reliqui erunt 17. In hunc modum perficies similes subtractiones.

Cum regulæ omnes ad quatuor elementares reducantur, facilè ex dictis methodum versandi calculos colliges.

# ARITHMETICA

## Diuinatoria.

### PROBLEMA I.

*Numerum ab alio cogitatum diuinare.*

Iube vt numerus cogitatus triplicetur, & productus diuidatur bifariam si possit: si verò diuidi non possit sine fractione, hunc vnitate, auctum diuide bifariam, eiusque semissin rursus triplica, & pete quoties nouenarius in hoc vltimo producto inueniatur, dico si pro singulis nouenariis ponas binarium, inuenies numerum cogitatum.

Si numerus primo productus per 3. diuidi non possit bifariam, illi addetur vnitas, vt diuidatur, sit verbi gratia cogitatus numerus 5. qui multiplicatus per 3. producat 15. & addendo vnitatem fiat 16. diuidatur bifariam fiet 8. multiplicetur per 3. producetur 24 in quo bis inuenitur nomerus 9. pro singulis vicibus assume 2. fient 4. cui propter additam prius vnitatem addes etiam vnitatem.

Cogitetur vnitas quæ multiplicata per 3. efficit 3. diuidatur bifariam, priùs addita vnitate, fit 2. triplica exurget 6. in quo numero non inuenitur novenarius quare exhibebis solam vnitatem additam ad diuisionem faciendam.

Demonstratio, duplici multiplicatione per tria, idem facis, ac si multiplicares per novenarium, ergo si solæ essent hæ multiplicationes, tot deberent esse nouenarij, quot sunt in numero cogitato vnitates, sed diuidisti per binarium ergo debes habere mediam tantum partem numeri cogitati, ergo si numerum novenariorum multiplices per duo, habebis numerum cogitatum.

Quando vero numerus est impar verbi gratia 5. primò triplicas habesque 15. dividis bifariam habere deberes $7\frac{1}{2}$ multiplica iterum per tria proveniet $22\frac{1}{2}$ media pars uovenariorum quæ fierent si 5. multiplicaretur per 9. fierent enim 45. & media pars est $22\frac{1}{2}$ si divideres $22\frac{1}{2}$ per 9. habetes quotientem $1\frac{1}{2}$ quem numerum si multiplices per binarium fiet 5. qoia tamen volumus vitare fractiones pro $7\frac{1}{2}$ assumimus 8. & triplicamus

mus rurſus fitque 24. numerus paulo maior quam oporteat non tamen tantus qui proveniret ſi primus numerus eſſet 6 quare ſufficit neglectis fractionibus addere vnitatem.

## PROBLEMA II.

*Aliter numerum cogitatum invenire.*

Ex dictis ſuperiori propoſitione facilè viam aperiemus, aliis praxibus loco multiplicantium 3. & 3. aſſumantur 4. & 3. quæ efficiunt 12. hoc modo numerum cogitatum multiplica per 4. tum divide bifariam, & multiplica per 3. tum exquire quoties inveniatur 12. dico numerum illum multiplicatum per 2. exhibere numerum quæſitum.

Sit cogitatus numerus 6. qui quadruplicetur fit 24. divide bifariam fiet 12. multiplica per 3. producentur 36. quære quoties inveniatur 12. erit ter; duplica hunc numerum habebis inventum ſeu 6.

Ratio eadem eſt quia hôc modô exurgit dimidius numerum duodecadum, qui ſunt in tali numero propter diviſionem per 2.

Quod ſi incipiamus multiplicationem per 3. fiatque numerus impar, ſi nempe cogitatus fuerit numerus impar adde producto vnitatem, vt dividi poſſit; tum multiplica per 4. vt ſi cogitatus fuerit numerus 5. multiplica per 3. producentur 15. adde vnum vt dividi poſſit, & divide per 2. fiet 8. multiplica per 4. producentur 32. quære quoties duodenarius inveniatur in hoc vltimo producto, pro ſingulis vicibus ſume binarium fient 4. cui addes vnitatem quæ adiecta fuerat ad diviſionem peragendam: habebiſque 5. numerum cogitatum eò recidunt omnes ferè praxes quæ communiter à multis afferuntur.

## PROBLEMA III.

*Varij modi divinandi numerum ab alio cogitatum.*

Primò Numerus cogitatus triplicetur, productus dividatur bifariam; ſi par fuerit, ſi impar addatur vnitas vt diviſio peragi poſſit. hæc medietas iterum triplicetur, dividaturque bifariam, additâ vnitate ſi diviſio aliter fieri nequit. quære quoties inveniatur novenarius in reliquo, & pro ſingulis aſſume quaternarium, additâ tamen vnitate, ſi in prima diviſione adiecta eſt, vel duabus ſi in ſecunda, & ſi in vtraque adiecta eſt tribus vnitatibus, vt ſi cogitatus fuerit numerus 6. multiplicando per tria producitur 18. dividendo bifariam fit numerus 9. multiplicando per tria fiunt 27. dividendo bifariam additâ vnitate fiunt 14. in quo novenarius invenitur ſemel; aſſume 4. & adde duo; eò quòd addita ſit vnitas in ſecunda diviſione.

Ratio eſt quòd duplici multiplicatione per 3. æquivalenter multiplicetur numerus cogitatus per 9. & duplici diviſione per 2. dividitur per 4. ergo benè pro ſingulis novenariis quaternarium aſſumis.

Secundò numerus cogitatus duplicetur, tum productus multiplicetur per 5. & iterum multiplicetur per 10. ſi manifeſtetur tibi hic numerus, erit centuplus producti, nam multiplica hos numeros 2. 5. 10. prodibunt 100. quare ſi quilibet multiplicetur per 2. 5. 10. perinde eſt ac ſi multiplicaretur per 100. ex quo alium modum inveniemus.

Tertiò numerum cogitatum duplica, huic duplicato adde 5. tum multiplica ſummam per 5. tum adde 10. & ſummam multiplica per 10. ſi manifeſtetur tibi productus & ex eo auferas 350. & numerus relictus erit centuplus cogitati.

Ratio eſt quod ſi numerum cogitatum duplicares, tum multiplicares per 5. & per 10. fieret numerus centuplus cogitati per præcedens punctum, ſed primò addis 5. quem numerum multiplicas per 5. fiunt 25. huic addis 10. fiunt 35. multiplicas per 10. producitur numerus 350. ergo producitur numerus centuplus producti, auctus numerô 350.

Quartò multiplicetur numerus cogitatus per quemcumque numerum, dividaturque per alium, & iterum multiplicetur, & dividatur per quoſcúq; alios, ad arbitrium; ſed eôdem tempore, tu ſecretò aſſume aliquem numerum alium quem pariter multiplicabis, & divides per eoſdem numeros; in fine tamen iube vt vltimum numerum dividat per numerum cogitatum, tu pariter divide tuum vltimum numerum per numerum primò aſſumptum, eundem quotientem habebis ac alius, huic ergo iube addi numerum cogitatum, & ſummam tibi manifeſtari à quâ eumdem quotientem ſubtrahes, habebiſque numerum cogitatum.

Sit numerus cogitatus 5. qui multiplicetur per 4. producitur 20. dividatur bifariam fient 10. multiplicetur per 6. productus erit 60. dividatur per 4. relinquetur 15. tu ſimiliter aſſume ad libitum numerum 4. quem multiplica per 4. divide per 2. multiplica per 6. divide per 4. & habebis 12. Iube vt dividat relictum 15. per cogitatum ſeu per 5. quotiens erit 3. tu ſimiliter divide 12. per numerum aſſumptum 4. idem erit quotiens 3. tibi cognitus, quare ſi tibi manifeſtetur ſumma ex numero cogitato, & tali quotiente nempe 8. ſubtrahendo hunc quotientem 3. habebis numerum cogitatum 5.

Quintò poteris numerum divinare nihil petendo hoc eſt ſi ſupra numerum aſſumptum eaſdem operationes peragas, ac ille ſupra numerum cogitatum, tum vt ſupra imperes vt reliquum dividat per numerum cogitatum; tu pariter dividas tuum reliquum per numerum aſſumptum, cum eumdem habeas quotientem eum exhibere poteris, & divinare nihil petendo.

Sextò numerus cogitatus multiplicetur per 4. & producto adde quemcumque numerum verbi gratiâ 15. omnia divide per 3. dico quod ſi dividas multiplicatorem 4. per diviſorem 3. ſitque quotiens 1 $\frac{1}{3}$ ſi iubeas ex reliquo auferri ſemel numerum cogitatum; cum triente; relinquetur numerus 5. quem divinabis ſi dividas numerum additum 15. per 3. cogitaverit aliquis numerum 5. iubeo illum quadruplicari producitur 20. cui addo 12. ſunt 32. iubeo ſummam dividi per 2 erit quotiens 16. divido multiplicatorem 4.

per 2. quotiens erit 1. quare ſubtrahe ex quotiente 16. bis numerum cogitatum, relinquetur idem numerus 6. qui relinquitur, dividendo numerum additum per primum diviſorem 2. quare hunc numerum divinabis nihil petendo. Ratio huius praxis fundatur ex parte in prima ſecundi nam numerus 32 coaleſcit ex numero 20. & numero addito 12. qui dividatur per 2. quotiens erit 6. ſi igitur ſummam 32. dividas per 2. habebis mediam partem numeri 20. ſeu numerum cogitatum bis ſumptum, & mediam partem numeri 12. ſeu 6. quare ſi 4. auferas, bis numerum cogitatum, relinquetur idem numerus 6.

Hæc praxis variari poteſt, aſſumptis aliis numeris.

## PROBLEMA IV.

*Ex duobus numeris pari, & impari divinare quem duo elegerint.*

Proponantur duo numeri 8. & 7. par & impar ſeligendi à Petro & Paulo. divinandum eſt quem ſelegerit Petrus an parem aut imparem. aſſumantur duo alij numeri quorum vnus ſit par, alter ſit impar verbi gratiâ 2. & 3. iube vt Petrus multiplicet ſuum numerum per 2. & Paulus ſuum per 3. ſi ſomma productorum eſt par; numerus 2. imparem multiplicavit, & numerus 3. parem, ſic enim vtrobique naſcitur numerus par, ſi ſumma fuerit impar, impar 3. imparem multiplicavit. quare vt ſcias an ſumma ſit impar; iube vt dividatur bifariam ſi nequit adde vnitatem, & alias operationes facito inutiles certò tamen cognoſces eum eſſe imparem.

Idem præſtari poteſt in duobus numeris paribus quorum vnus fuerit pariter par alter pariter impar.

## PROBLEMA V.

*Plures numeros cogitatos denario minores divinare.*

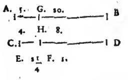
Multiplicetur primus numerus per 2. producto adde 5. ſummam multiplica per 5. & producto adde 10. huic adde ſecundum numerum, & ſummam multiplica per 10. tum adde tertium numerum & multiplica per 10. & adde numerum quartum & ita conſequenter ſi plures fuerint. dicatur tibi ſumma ex qua ſubtrahes 35. ſi duo ſint numeri, 350. ſi tres. 3500. ſi quatuor &c. tum character digitorum exhibebit vltimum cyphra decadum penultimum, centenariorum ante penultimum. ſint cogitati 3. 5. 8. 2. primum 3. multiplico per 2 fit 6. cui addo 5. fit ſumma 11. quam ſummam multiplico per 10. producitur 55. cui addo 10. fit 65. huic addo ſecundum numerum 5. fit 70. multiplico per 10 producitur 700. addo tertium nummerum 8 fit 708 multiplico per 10. erit 7080. addo quartum numerum ſeu 2. fiet 7082. quia ſunt quatuor numeri, ſubtraho 3500. reſtabit 3582, nempe numeri propoſiti 3. 5. 8. 2. Ratio clara eſt ſi enim ponatur primus numerus 3. qui per 10. multiplicetur, & addatur ſecundus & ita conſequenter. clarum eſt quod ordine diſponentur numeri propoſiti. prima autem operatio multiplicat per 2. & per 5. ſeu per 10. ſed inſerit numerum 5. poſt primam multiplicationem, vt nempe lateat artificium cætera ſunt facilia.

## PROBLEMA VI.

*Si duo accipiant certos numeros calculorum divinare quot vnus habeat.*

Petrus & Paulus accipiant quilibet numerum calculorum qui certam rationem habeant. Petrus accipiat 15 Paulus 12. eſt autem ratio 15. ad 12. vt $1\frac{1}{4}$ ad 1. eſtque $1\frac{1}{4}$ denominator huiuſmodi proportionis det Paulus Petro quemcumque numerum calculorum, qui habeat quadrantem verbi gratia 8. tum Petrus reddat Paulo numerum calculorum, qui ad eos quos habet Paulus rationem habeat quam habet $1\frac{1}{4}$ ad 1. divinabis hôc modô quot calculos habeat Petrus. denominatori proportionis adde 1. vt fiat $2\frac{1}{4}$ primum numerum quem Paulus dedit Petro, nempe 8. multiplica par $2\frac{1}{4}$ fient 18. dico Petrum habere 18. calculos.

Sit numerus calculorum à Petro acceptorum 15. numerus calculorum à Paulo ſumptorum ſit 12. proportio ſit $1\frac{1}{4}$ ad 1. tranſlatis à Paulo ad Petrum 8. reſtant Paulo 4. Petrus autem habet 23. tum ſi reddantur Paulo calculi 5. ſecundum denominationem proportionis 1 ad $1\frac{1}{4}$ hoc eſt vt ſit eadem ratio reliqui 4. ad numerum qui addetur, quæ eſt 1. ad $1\frac{1}{4}$ hoc eſt 4. ad 5. reſtabunt Petro 18. quem numerum ita invenies ad $1\frac{1}{4}$ adde 1. vt fiant $2\frac{1}{4}$ per hunc numerum multiplica primum numerum 8. quem Paulus dedit Petro.




Sint AB, CD, numeri calculorum. AB eorum quos accepit Petrus, & CD illorum quos accepit Paulus, ſi ſe habeant vt E ad F, ſit HD numerus calculorum quos Paulus dat Petro ſitque vt E ad F, hoc eſt vt AB ad CD, ita AG, ad CH, ita erit reliquum GB ad HD vt E ad F, & vt F ad E & F ſimul ita HD ad ſummam GB, HD; quare multiplicando HD per E & F, & dividendo per F, quæ diviſio per vnitatem nihil immutat: habebimus ſummam GB, HD, quam habet Petrus quod erat demonſtrandum.

PROBLE

## PROBLEMA VII.

*Si duo, certos numeros calculorum accipiant: diuinare quos quisque acceperit,*

Quia per præcedentem cognovisti numerum calculorum, quos habet Petros si Petas quam proporrionem habeat hic nomerus ad eum quem habet Paolus, per regulam ttium iooteſcet hic numerus,atque adeò, & tota ſumma, & per regreſſum qoantum quiſqoe àcceperit.

## PROBLEMA VIII.

*Quot ſint puncta, in vna chartula Luſoria diuinare.*

Suppono omnes Luſorias chartolas eſſe numero 52. volo autem vt vnitas æquivaleat vnitati & ſingulæ perſonæ denatio æquivaleant. ex quo ſequitur numerum punctorum omnium chartulatum, habere denarium pro communi menſura, ſeligat alius ſibi chartulam, quam oon oſtendar, tu exinde puncta primæ chartulæ addes punctis ſecundæ, & ſummam addes punctis tertiæ, reiectô denatiô quoties occorret, quot ſumma celeritate fieri poteſt, numerus vltimus, erit is qui quærirur oempe puoctorum detractæ chartulæ.

## PROBLEMA IX.

*Chartularum in plures ordines digeſtarum, diuinare quam quis cogitauerit.*

Diſponantut in quatuot aot quinque ordines, quotcumque chartulæ luſoriæ verbi gratiâ ſint 25. digeſtæ in 5. otdines, & intertoga io quo ordine inveniatur chartula cogitata, ſupponatur eſſe in tertio ordioe collige chartulas, ſecundum alios otdines, ita vt ſingulæ tertij otdinis,fiant ſingulæ rertiæ in ſuo ordine, hoe eſt fiat alia diſpoſitio in qua.

| | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| A. | B. | C. | D. | E. | A. | F. | L. | Q. | X. |
| F. | G. | H. | I. | K. | B. | G. | M. | R. | Y. |
| L. | M. | N. | O. | P. | C. | H. | N. | S. | Z. |
| Q. | R. | S. | T. | V. | D. | I. | O. | T. | 2. |
| X. | Y. | Z. | 2. | 3. | E. | K. | P. | V. | 3. |

Fiant alij ordioes vt verbi gratiâ, ſi primus otdo ſit ABCDE. Secuodus FGHIK, &c. In ſecundâ diſpoſitiooe; ſit primus AFLQX;ſecundus B G M R Y &c. dico quod ſi rurſus interroges ordinem in quo inveoitur chartula cogitata, dico (inquam) eſſe tettiam ſui ordinis,nam tertius otdo primæ diſpoſitionis, ita in ſecunda digeritur, vt eius chartulæ obtineaot tettiam ſedem in ſingulis ordinibus, totum artificium poſitum eſt in eo vt fiat appoſitè hæc otdinum tranſmutatio.

## PROBLEMA X.

*Divinare chartulam quam quis cogitaverit.*

Oſteode alieni ordioe chartulas; & iube vt cogitet vnam, & ſimul mente retineat numerom illius, nempe an ſit prima, ſecuoda, terria; tu etiam eertum numetum chartolarum & numera. verbi gratiâ, numera trginta chartulas in quarum ſcilicèt maſſa invenitur chartula cogitata, eaſque ita diſpooe ordine retrogradô, hoc eſt vt vltima ſit prima, penultima ſecunda, interroga numerom chartulæ cogitatæ ſuppooamus eſſe ſeptimam, hunc oomerum aſſigoabis vltimæ dieeſqoe ſeptima, oumetabiſque ordine retrogrado, trigeſima erit chartula cogitata, ponamus exempli gratia numerom breviorem, ſint chartulæ ABCDEFGHI BA novem numero & aliquis cogitaverit tertiam ſeu C. dico ſi ponas ſopra t. tertiam, & H fiat quarta, & numeres ad nonam vſqoe novenatius cadet ſupra C.ſi enim addas BA in fine, erit oumerus AI, numero AC retrogrado æqualis,ſed numerus AC retrogradus faeit chartulam I tertiam: ergo numerando hôc modô, numerus oovenarius chattolam cogitatam exhibebit.

## PROBLEMA XI.

*Ex pluribus chartulis in orbem diſpoſitis, divinare quam quis cogitaverit.*

A
K B
I C
H D
G E
F

Sint 10. chartulæ, aut quæcumqoe aliæ tes in orbem diſpoſitæ, ſitque A prima; B ſecunda; C. tertia, aliquis cogitet quamcumque verbi gratiâ E quintam, vidimus ſoperiori propoſitione, qoòd ſi ab vltima K iocipiat eui addicat numerum charrulæ cogitatæ nempe dicat K quinta, I ſexta, H ſeprima, G octaua, F oona decima erit E, chartula cogitata: ergo ſi incipiat nometare ab A, erit addenda vnitas, ſi incipiat à B, erit procedendum ad numerum 12. ſi à C vſque ad 13. addendo ſcilicèt numaro chartulæ à qua incipiendum eſt denarium numerum.

Poteſt artificium holus ptoblematis occultari; ſi nempe iubeas inehoari numetationem à quocumque volueris/addaſque oumero duas aut tres vnitates ſic enim non finietur numeratio in ipſa chattula cogitata, ſed in alia diſtante doobus, aut tribus gradibus ab ea, ideoque regrediendo totidem gradibus, chartulam cogitatam inveoies.

## PROBLEMA XII.

*De diſpoſitione chriſtianorum, & Turcarum vt ſedes novenari in Turcam ſemper incurrant.*

Ita ſolet proponi hæc quæſtio 15. chriſtiani & 15. Turcæ in eâdem navi ioveniuntur; ingruente procellâ, exooeraoda eſt oavis, ſortitione

ne autem id peragendum est, navarchus qui christianus supponitur, omnes in orbem disponit, eâ conditione vt novenarius quique pereat. quæritur dispositio apta, vt primi pereant omnes Turcæ nullô christianô pereunte. Id communiter efficitur hoc versu.

*Populeam virgam mater regina ten.bat.*

In quo versu attendendus est tantum ordo vocalium, vt (*po*) significat inchoandum à 4. christianis (*pu*) indicat 5. Turcas addendos, cum vocalis u sit quinta in ordine vocalium, exinde duo christiani, vnus Turca, tres christiani.

Methodus autem id præstandi in aliis quibuscumque numeris nulla datur alia nisi attentatio, nempe vt assumptis quotcumque calculis incipias numerationem, notesque eos in quibus numerus propositus verbi gratia novenarius, aut alius quilibet ceciderit, tum notatô ordine facilè memoriæ causâ similis versus excogitandus erit.

## PROBLEMA XIII.

*Propositis tribus rebus, & tribus hominibus diuinare quam quilibet acceperit.*

Sint tres homines Primus, Secundus, Tertius. sume 24. nummos, seu calculos; & da vnum primo; duos secundo, tres tertio, relictisque reliquis octodecim supra mensam, permitte vt ex tribus rebus propositis nempe A, E, I. quilibet vnam sibi vendicet. tum iube vt qui accepit A tot nummos accipiat quot ei dedisti initiô, qui accepit B duplum accipiat sibi initio collatæ pecuniæ, & qui accepit C. quadruplum accipiat, tum reliquum nummorum cognosces. restabit autem 1. vel 2. vel 3. vel 5 vel 6. vel 7. nunquam 4. nec plures: communiter hic versus traditur.

*Par fer Cesar Iadis devint si grand prince.*

Sex constans vocibus prima tribuitur primo casui in quo restat vnus calculus. secunda secundo, in quo restant 2. Tertia tertio in quo restant tria. In quâlibet voce duæ sunt syllabæ prima primæ personæ, secunda secundæ convenit. vocalis autem significat rem. si ergo restat 1. vteris primâ voce (*par fer*) & dices primum hominem qui nempe habuit vnum calculum accepisse A seu primam rem. & secundum accepisse E. secundam, si restant duo calculi vtere secundâ voce nempe (*Cesar*) & dices primum hominem accepisse E. & secundum A. si restant 3. vtere tertiâ voce (*Iadis*) & dices primum hominem accepisse A, & secundum accepisse tertiam rem propter illud I.

Hæc problemata quamvis vulgatia, & alias proposita à Domino Bachet Demeseriac nolui ommittere, ne scilicet mathematicus noster huiusmodi ludicrorum esset penitus ignarus.

TRACTA

# TRACTATVS III.
# THEODOSII ELEMENTA SPHÆRICA.

PRÆCIPVA corpora, quæ sunt considerationis Mathematicæ Sphærica sunt ideoque non immeritò, Sphæricorum Elementa hic inserimus, ex quibus scilicèt præcipuæ cœlestium orbium proprietates demonstrantur hæc à Theodosio, concinnata sunt erudito Mathematico, qui tempore Pompeij magni, aut Tripoli in Africa, aut in Phœnicia floruit, Tyrones primò & secundò libro contenti sint; Tertium suô tempore resument.

## LIBER PRIMVS.

### DEFINITIONES.

1. Sphæra est figura solida, vnicâ superficie comprehensa, ad quam omnes lineæ ab vno, intra Sphæram posito punctô ductæ sunt, æquales.

2. Centrum Sphæræ est huiusmodi punctum.

3. Axis Sphæræ est linea recta, per centrum Sphæræ ducta, ad superficiem eius vtrinque terminata, & circa quam quiescentem Sphæra intelligitur circumuolui.

4. Poli Sphæræ sunt extrema puncta illius axis.

5. Poli alicuius circuli in sphærâ descripti, est punctum in Sphæræ superficie positum à quô lineæ omnes, ad prædicti circuli circumferentiam ductæ, sunt æquales.

6. Circuli in Sphærâ æqualiter distant à centro, cùm lineæ perpendiculares ab eô, ad eorum plana ductæ, sunt æquales.

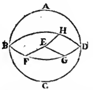
### PROPOSITIO I.

Theorema.

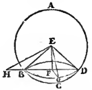
*Si Sphæra planô quomodocumque secetur communis sectio, Sphæra, & illius plani est circulus.*

Sit Sphæra ABCD, quæ secetur planô BGDH, dico BGD quæ est communis sectio Sphæræ, & illius plani, esse circulum. primò enim supponatur centrum Sphæræ E, esse in eo plano secante, ducantur lineæ FE, EG, EH.

Demonstratio. lineæ EG, EH, EF, & quæcumque aliæ sunt æquales (*per 1. defin. huius*) ergo (*per def. circuli*) BGDH est circulus.




Secundò planum BGD secans Sphæram, non transeat per centrum E. dico tamen figuram BGD communem sectionem Sphæræ, & plani propositi, esse circulum. Ex centro E in planum propositum cadat perpendicularis, hæc autem cadet intra Sphæram. nam si posset cadere extra Sphæram hæc sit EH. attingens planum in punctô H. ducatur linea HFD, secans Sphæræ superficiem in punctis B & D, ducantur item lineæ EB, ED, quæ (*per def. Sphæræ*) sunt æquales, diuidatur bifariam linea BD in punctô F, & ducatur EF, cum triangula EBF, EDF. habeant omnia latera æqualia, erunt (*per 7. 1.*) anguli ad F æquales, & recti, ergo rectus non est angulus EHB, ergo EH, & quæcumque alia extra Sphæram cadens, perpendicularis non erit ad planum BGD, quare illa cadet intra Sphæram, sit ergo EF ductisque lineis BF FG FD, connectantur EB, GE, ED.




Demonſtr. quadrata linearum EF, FB æqualia ſunt quadrato EB, & quadrata linearum EF FG, quadrato EG, denique quadrata linearum EF, FD, quadrato lineæ ED,(*per 47.1.*) ſed quadrata E B, E G, E D æqualia ſunt cum lineæ ſint æquales. ergo quadrata E F, F B, æqualia ſunt quadratis EF, FG & quadratis EF, FD; & ſubductô communi quadratô EF, quadrata FB, FG, FD, æqualia erunt. & conſequenter lineæ. quod probabo de quibuſcumque aliis: igitur (*per def. circuli*) BGD circulus erit.

COROLLARIVM I.

Idem eſt centrum Sphæræ, & circuli, in cuius plano centrum Sphæræ inuenit. oſtendimus enim punctum F, eſſe centrum circuli FGH.

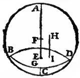
COROLLARIVM II.

Perpendicularis ducta à centro Sphæræ, ad planum quod non tranſit per illud, cadit in centrum circuli, qui eſt communis ſectio plani & Sphæræ.

PROPOSITIO II.

Problema.

*Centrum Sphæræ reperire.*




Proponatur Sphæra A B C D, cuius centrum quæritur, ſecetur Sphæra plano quôcumqœ, cuius communis ſectio ſit circulus BGD, quæratur eius centrum E (*per 1.3. Eucl.*) & per illud excitetur perpendicularis EA, (*per 12.11.*) diuidenda bifariam in F, dico F eſſe centrum Sphæræ.

Dem. ſi circulus BGD tranſiret per centrum Sphæræ eius centrum, eſſet punctum E, & ductâ perpendiculari diuiſa bifariam, punctum F coincideret cum puncto E, (*per def. Sphæræ*) ſi verò circulus BGD non ſit in eodem plano, in quo eſt centrum, dico in perpendiculari EA eſſe centrum Sphæræ non enim poteſt eſſe extra illam lineam, quale eſt punctum H, alioquio ex H ad planum BGD, ductâ perpendiculari HI, punctum I, eſſet centrum circuli BGD, (*per ſecundum coroll.*) cùm tamen centrum eius priùs inuentum, ſit punctum E. non poteſt autem centrum Sphæræ eſſe niſi in medio illius lineæ AC, (*per deſin Sphæræ.*

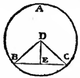
COROLLARIVM.

In perpendiculari, per centrum minoris circuli ductâ, eſt centrum Sphæræ.

PROPOSITIO III.

Theorema.

*Sphæra planum in vno tantùm puncto tangit.*




Sphæra ABC tangat planum, à quo non ſecatur: dico planum à Sphæra in vno tantùm puncto tangi. ſi enim fieri poteſt ſupponamus planum illud tangi in duobus punctis B & C. ducatur linea BC, diuidaturque bifariam in E, tum ducantur lineæ BD, DE, DC.

Demonſtr. cum triangula DBE, D C E omnia latera habeant æqualia, angulos in puncto E, æquales habebunt (*per 7.1. Eucl.*) & conſequenter rectos, eritque latus DC (*per 18.1. Eucl.*) maius latere DE; ergo punctum E, erit intra Sphæram. tota autem linea BC, coniungens duo puncta eiuſdem plani quod ſupponitur tangere Sphæram, erit tota in eodem plano tangente, (*per 1. 11.*) ergo planum quod tangit circumferentiam Sphæræ in duobus punctis B & C. habet aliqua puncta intra Sphæram, quod eſt contra ſuppoſitionem: igitur ſi Sphæram non ſecat, eam non attinget in duobus punctis: ſed in vno tantum.

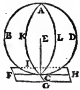
COROLLARIVM.

Linea Recta coniungens duo puncta ſuperficiei, intra Sphæram cadit, & omnia eius puncta, nam ductâ lineâ DE, vel fient duo recti, & ſic vim habebit eadem demonſtratio, vel fiet vnus acutus, & alius obtuſus, ponamus angulum DEC eſſe obtuſum, erit (*per 18.1.*) latus DC, maius latere DE, atque adeo punctum E, erit intra Sphæram, quod de quôcumque aliô punctô intra B & C poſito oſtendi poteſt.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Linea ducta à centro Sphæræ ad contactum plani, & Sphæræ; ad illud recta eſt.*




A puncto E, centrô Sphæræ ABCD, ducatur linea

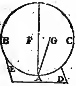
linea ad punctum C contactus Sphæræ, & plani FGH, dico lineam CE; rectam esse ad illud planum. Intelligantur in Sphærâ, duo plana per lineam EC ducta; hoc est linea EC sit communis sectio planorum ABCD AKCL, quorum item cōmunes sectiones cum plano tangente sint FH, GI.

Demonstr. Plana ABCD, AKCL, efficiunt in Sphæra circulos (*per 1. huius*) & cum in iis sit linea CE, & consequenter punctum E, illud erit centrū circulorum (*per primum corol.*) & linea FCH tanget circulum A B C D, nullum enim punctum habet commune cum circulo, nisi punctū C, alioquin planum FGHI, in quo hæc linea ducta est, Sphæram secaret: sit item à centro eiusdem circuli ducta linea EC, erit (*per 18. 3. Eucl.*) linea EC, perpendicularis ad F H: eōdem modô ostendam eam esse perpendicularem ad GI; quare (*per 4. 11.*) erit linea EC, recta ad planum FGHI.

PROPOSITIO V.

Theorema.

*Perpendicularis ad planum tangens, per contactum ducta per centrum Sphæræ transit.*




Per punctum contactus A, erigatur A F, recta ad planum tangens E D; dico in linea A F esse centrum Sphæræ. Si enim non sit in linea AF, assignetur centrum G, ducaturque linea GA.

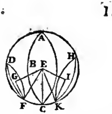
Dem. linea GA, (*per 4. huius*) recta est ad planum ED, ergo (*per 13. 11.*) linea AF, recta non est ad planum E D; quod est contra suppositionem. ergo G, non est centrum; nec inveniri poterit nisi in linea AF.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Circuli in Sphæra, per eius centrum transeuntes sunt maximi. Et vicissim in maximis est centrum Sphæræ. Qui æqualiter à centro distant, æquales sunt & remotiores à centro minores sunt.*

Sit circulus A B C in cuius plano inueniatur punctum E centrum Sphæræ. Sint & alij quicumque D F, K H; in quorum planis non inveniatur centrum Sphæræ: dico primò circulum ABC maiorem esse circulis K H, D F. ex centro E, ducantur lineæ E G, E I, ad plana circulorum rectæ, (*quæ per corol. 2. 1. huius*) in eorum centra cadent, ducantur lineæ G F, I K, E F, EK, EC.




Demonstr. Linea EC est semidiameter circuli AC, cum E sit eius centrum, sed hæc æqualis est lineis EF, EK, quæ maiores sunt (*per 18. 1.*) lineis GF, IK, semidiametris circulorum, cum anguli G & I sint recti. igitur semidiameter circuli AC, maior est semidiametris GF, IK, & consequenter circulus AC maior est.

Dico secundò quod si circulus AC, sit maximus, centrum Sphæræ est in eius plano; si enim non est in eius plano, circulus quicumque per centrum transiens eo maior erit. ergo non erit maximus.

Dico tertiò. Quod si circuli DF, KH æqualiter à centro distent, hoc est si lineæ EI, EG sint æquales, circuli DF, KH æquales erunt.

Demonstr. cum quadrata linearum E G, GF, æqualia sint quadrato lineæ E F, & quadrata linearum EI, IK æqualia quadrato lineæ EK (*per 47. 1.*) sunt autem quadrata E F, E K æqualia, ergô quadrata EG, GF, æqualia sunt quadratis EI IK, & subductis æqualibus quadratis linearum E G E I, restabunt quadrata GF IK æqualia, & consequenter lineæ G F, I K; quæ cum sint semidiametri circulorum, circuli æquales erunt.

Dico quartò. Si circuli æquales sint, distantias GE, IE æquales esse.

Dem. ostendam enim vt priùs quadrata EG, GF æqualia esse quadratis EI, I K, & cum circuli æquales sint, radij GF, I K æquales erunt, & eorum quadrata æqualia, quibus subductis, restabunt quadrata G E, EI, æqualia; & lineæ E G, EI quæ sunt distantiæ æquales erunt.

Dico quintò. Si circulus DF, magis distet à centro, quàm circulus KH, eô minor erit.

Dem. ostendam enim quadrata linearum EG GF, æqualia esse quadratis linearum E I, I K; quare si auferatur quadratum maius E G, & ab alio aggregato, quadratum minus E I, restable quadratum minus lineæ GF, & ex alia parte quadratum maius lineæ I K, quare radius I K, maior erit, radio GF, & consequenter circulus KH, maior erit circulo DF.

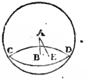
COROLLARIVM.

Omnes circuli maximi, seu per centrum Sphæræ transeuntes æquales sunt, quia ostendimus eorum radium, esse radium Sphæræ.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Linea ducta à centro Sphæra, ad centrum circuli, ad illius planum recta est.*



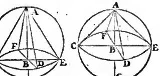

Linea AB ducatur à centro Sphæræ A, ad centrum B, circuli CD; dico AB rectam esse ad planum CD; si enim non est perpendicularis ad planum CD; ducatur AE perpendicularis ad idem planum.

Demonstr. (*per coroll primæ huius*) punctum E, esset centrum circuli CD quod est contra suppositionem, punctum enim B, supponitur esse centrum eiusdem circuli.

## PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Perpendicularis ducta à centro Sphæræ, ad planum circuli; transit per eius polos.*




Linea AB, sit recta ad planum circuli CDEF, & transeat per centrum Sphæræ, siue illud coincidat cum puncto B, siue non: dico lineam AB productam transire per polos circuli CDEF. hoc est lineas AC, AE, AD, AF æquales esse.

Demonstr. cum linea AB per centrum Sphæræ transeat, & sit perpendicularis ad eius planum, vel punctum B erit centrum Sphæræ, & circuli CDEF, vel (*per cor.1. huius*) transit per centrum circuli CDEF. quare in omni casu punctum B erit centrum circuli CDEF. ex quo fit, cùm triangula ABE, ABD, ABC, ABF, habeant angulos in puncto B rectos & consequenter æquales, & lineas BC, BD, BE, BF æquales, & AB communem, erunt (*per* 4. 1.) bases AC, AD, AE, AF, æquales & per defin.4. punctum A erit polus, quod erat demonstrandum. Idem probabitur de alio polo.

## PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Perpendicularis à polo alicuius circuli ad planum eius ducta; per centrum eius & alterum polum transit.*

In eadem figurâ linea AB ducta sit, ex puncto A, polô circuli CDEF, perpendiculariter ad eius planum. dico punctum B esse centrum eius,& transire per alium polum.

Demonstr. cum A sit polus circuli CDEG, erunt (*per def.6.*) arcus AC. AD AE, AF æquales, & consequenter lineæ iis subtensæ æquales erunt. aliunde cum AB recta sit, omnes anguli in puncto B recti erunt, & (*per 47.Eucl.*) erunt quadrata ex AC, AD, AE, AF, æqualia quadratis AB BC;AB,BD AB BE, AB, BF. cum autem prædicta quadrata sint æqualia inter se, AB AD, AB, BC, & reliqua bina & bina æqualia inter se erunt, & dempto communi AB. erunt quadrata linearum BC, BD BE æqualia; ergo lineæ erunt æquales & B centrum circuli; & (*per præcedentem*) linea AB producta per alium polum G eiusdem circuli transit.

### COROLLARIVM.

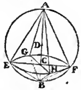
Hæc eadem linea AB (*per 2. coroll 1.*) transit per centrum Sphæræ.

## PROPOSITIO X.

Theorema.

*Linea per polos alicuius circuli ducta, recta est ad planum eius, transitque per centra circuli, & Sphæræ.*

Linea AB per polos A & B, circuli EHFG transeat, dico primò illam rectam esse ad planum EHFG. ducatur per punctum C, lineæ FE, GH, coniunganturque lineæ AE, AH, AF AG; item lineæ BE,BH,BF BG.




Demonstr. triangula AEB, AHB, AFB, AGB, habent singula latera æqualia, nempe AB commune AE, AH, AF, AG æqualia inter se, sicut BE, BH, BF, BG, (*per def.* 6.) ergo anguli BAE, BAH, BAF, BAG æquales sunt (*per* 7. 1.) & consequenter triangula EAD, HAC FAC. GAC, (*per* 4. 1.) habent bases EC, CH, CF, CG æquales: ergo punctum C, est centrum circuli, & (*per 7. huius*) AC erit perpendicularis item per præcedentem in ea erit centrum sphæræ.

## PROPOSITIO XI.

Theorema.

*In sphærâ maximi circuli se mutuò bifariam secant.*

In



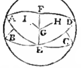

In ſphæra A B C D ſint duo maximi circuli AECF, BEDF, dico illos circulos ſe mutuò bifariam ſecare. Et primò quidem non poſſunt non ſe ſecare, quia in vtroque eſt centrum ſphæræ, cum ſint maximi circuli, vnde paralleli eſſe non poſſunt, ſit ergo centrum ſphæræ G, per quod ab interſectione E, ducatur linea recta EG, dico illam in aliam interſectionem F incidere, & arcus EDF, FBE; ECF EAF eſſe ſemicirculos.

Demonſtr. centrum ſphæræ G, eſt in vtriuſque circuli plano, immò & (*per coroll. 1. huius*) eſt centrum vtriuſque circuli, ſed punctum E, eſt in vtroque plano, ergo linea EG, eſt ſectio communis vtriuſque plani, ergo quantumlibet producatur, erit in vtriuſque circuli plano, & conſequenter punctum F, commune erit vtrique plano. Cum ergo EF per centrum vtriuſque circuli tranſeat, erit vtriuſque diameter, & bifariam vtrumque circulum ſecabit.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

*Circuli in ſphærâ, qui ſe mutuò bifariam ſecant ſunt maximi.*




In ſphæra ABCD circuli BEDF AECF, ſe mutuò bifariam ſecent, in punctis E, & F; dico illos eſſe maximos; ſeu in eorum plano eſſe centrum ſphæræ, ducatur enim EF, quæ ſecetur bifariam in G, dico punctum G, eſſe centrum ſphæræ.

Demonſtr. oſtendo primò punctum G, eſſe centrum vtriuſque circuli: cum enim FDE, FBE, ſint ſemicirculi; EF erit diameter circuli BEDF, in cuius medio erit centrum. Idem dico de circulo AECF. Quod ſi G non eſt centrum ſphæræ. Ducatur per punctum G, linea GI, recta ad planum BEDF, & GH quæ ſit recta ad planum circuli AECF, in vtraque erit centrum ſphæræ (*per 10. huius*) ergo adhuc ſequitur, quod punctum G erit centrum ſphæræ quia illæ lineæ conveniunt tantùm in puncto G.

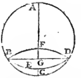
*Multi mirabilem hunc modum argumentandi exiſtimant, quò ſcilicet ex eo quod punctum G, dicatur non eſſe centrum ſphæræ, concluditur illud eſſe centrum ſphæræ.*

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

*In ſphæra maximus circulus, alium ſecans ad rectos angulos; biſariam illum ſecat, & per polos eius tranſit.*

Circulus maximus A B C D, circulum BED, ſecet ad rectos angulos, hoc eſt planum circuli ABCD, ſit rectum ad planum circuli BED, & linea BD, ſit communis vtriuſque ſectio, dico lineam BD, eſſe diametrum circuli BED, ſit centrum ſphæræ F, à quo ad lineam BD, ducatur perpendicularis FG, quæ vtrinque producatur.




Demonſtr. cum centrum ſphæræ F, ſit in plano circuli maximi A B C D (*per 6. huius*) Item punctum G, in eodem ſit plano, cum linea BGD ſit communis vtriuſque plani ſectio; tota linea FG, erit in plano circuli ABCD quod ſupponitur eſſe rectum ad planum BED, eſt item FG perpendicularis ad communem ſectionem BD; quare (*per 4. def. 11.*) linea FG erit recta ad planum BED & (*per 9. huius*) punctum G, erit centrum circuli BED, & BD diameter, & arcus BED, BFD ſemicirculi. Denique (*per 8. huius*) puncta A & C ſunt poli circuli BED.

Hæc propoſitio vim ſuam obtinet, ſiue BED, ſit maximus circulus ſiue non.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*Circulus maximus, non maximum biſariam ſecans, ad rectos angulos eum ſecat.*

In eâdem figurâ, circulus maximus ABCD, circulum minorem BED bifariam ſecet in punctis B & D. dico planum ABCD, eſſe rectum ad planum B E D. ducatur linea BD, quæ erit diameter circuli BED, & in ea erit centrum illius G. ex centro ſphæræ F, ducatur linea FG, vtrinque producenda.

Demonſtr. centrum ſphæræ F eſt in plano circuli maximi ABCD, ſicut & punctum G cum ſit in communi ſectione vtriuſque plani; ergo tota FG, eſt in plano circuli ABCD; ſed (*per 7. huius*) linea GF eſt recta ad planum BED; ergo (*per 18. 11.*) planum ABCD eſt rectum ad planum BED.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

*Si maximus in Sphæra circulus, per polos alterius transierit eum bifariam, & ad rectos angulos secabit.*

Maximus circulus ABCD, transeat per polos A, & C circuli BED; dico quod bifariam illum secabit in punctis B, & D, & ad angulos rectos ducatur linea AC connectens duos polos, secans planum BED in puncto G.

Dem. Quoniam linea A C, per polos A & C ducitur, erit (*per 10. huius*) recta ad planum BED; & (*per 18. 11.*) planum A B C D per illam ductum rectum erit ad planum BED. quod erat Primum.

Item (*per eandem 10.*) linea AC transit per centrum circuli BEDH, ergo centrum eius G, erit in communi sectione, & linea BGD erit diameter secans bifariam circulum BEDH, in punctis B & D. quod erat secundum.

Hæc propositio habet suam vim, etiamsi vterque circulus sit maximus.

COROLLARIVM I.

Si circulus maximus per alterius maximi polos transierit, vicissim secundus per polos primi transit, si enim primus transit per polos secundi erit ad eum rectus (*per præcedentem*) & vicissim secundus erit rectus ad primum, & (*per 13.*) per polos eius transit.

COROLLARIVM II.

In Sphærà circulus, per vtrumque polum alterius circuli transiens; maximus est; quia linea à polo ad polum ducta transit per centrum Sphæræ (*per 10. huius*) sed illa tota est in plano circuli per vtrumque polum transeuntis; ergo centrum Sphæræ inuenitur in eius plano, & (*per 6. huius*) circulus ille maximus est.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

*Linea ducta à polo circuli maximi, ad eius circumferentiam, æqualis est lateri quadrati inscripti maximo circulo.*




Linea DC ducta sit à puncto D, polo circuli maximi ABCG ad eius circumferentiam. dico lineam D C esse æqualem lateri quadrati inscribendi in quocumque circulo maximo illius Sphæræ.

Sit enim alter polus illius circuli, punctum E, transeatque per vtrumque circulus AECD, ducatur linea D E, secans planum circuli A B C G, in puncto F, ducatur item linea A F C.

Dem. linea DE, (*per 10. huius*) recta est ad planum A B C, ergo (*per def. 3. 11.*) angulus DFC rectus est, & F est centrum circuli ABCG, qui cum sit maximus punctum F erit centrum Sphæræ. Idem punctum F, est etiam centrum circuli AECD, cum sit maximus (*per cor 1. præcedentis*) quare cum in circulo maximo AECD fiot ductæ duæ diametri AC, D E, perpendiculares ad inuicem erit linea DC, (*per 4. 4. Eucl*) latus quadrati in ipso inscribendi.

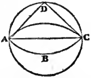
COROLLARIVM.

Circulus maximus distat à suis polis quadrante circuli, eum enim anguli ad F, sint recti, erunt æquales; quare arcus AD, DC, CE, EA æquales eruot; ergo quadrantes.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

*Circulus in Sphæra distans à suo polo lineà æquali lateri, quadrati inscribendi in maximo circulo, maximus est.*




Circulus A B C, distet à suo polo D, linea AD, quæ sit æqualis lateri quadrati inscribendi in maximo Sphæræ circulo. dico circulum ABC maximum esse. Intelligatur per centrum Sphæræ & per lineam AD describi circulus, ADC qui (*per 6. huius*) maximus erit. secans circulum ABC, in A & C. ducantur lineæ AC, DC.

Demonstr. AD est latus quadrati inscribendi in circulo ADC, cui D C est æqualis (*per def. poli*) ergo AD, D C sunt quadrantes, & ADC semicirculus; igitur AC erit diameter maximi circuli, & in ea centrum circuli, quod etiam centrum est Sphæræ, sed linea A C, est etiam in plano circuli ABC; ergo in plano circuli ABC est centrum Sphæræ. & (*per 6. huius*) circulus ABC erit maximus.

COROLLARIVM.

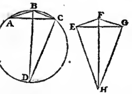
Circulus distans à suo polo quadrante circuli maximus est. quia distat lineà æquali lateri quadrati inscribendi in maximo circulo.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

*Lineam æqualem diametro circuli in Sphæra dati inuenire.*

Istud




Istud problema inutile non est, quia non possumus per centrum circuli in Sphæra dati, lineam rectam ducere.

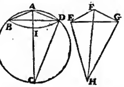
Proponatur circulus ABC, in cuius circumferentiâ, tria puncta notentur A, B, & C. fiat triangulum EFG, ita vt eius latera singula æqualia sint, lateribus trianguli A B C, & ad latera EF, FG, ducantur perpendiculares E H, G H, tum ducatur linea FH, hanc dico esse æqualem diametro circuli A B C. intelligatur ducta hæc diameter BD & ductæ lineæ CD, AD.

Demonstratio. anguli BAD BCD in semicirculo recti sunt, (*per* 22. 3.) sicut & anguli FEH, FGH, vnde si intelligatur triangulum ABC superponi triangulo EFG, omninò quadrabit, & cum anguli BCD, F G H, sint recti lineæ GH, CD congruent, sicut & lineæ AD EH; ergo & lineæ BD,FH,congruent & æquales erunt.

## PROPOSITIO XIX.

Problema.

*Lineam æqualem diametro datæ Sphæræ assignare.*



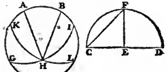

Proponatur Sphæra ABCD; quæritur linea æqualis eius diametro. Ex A vt polo interuallo quocumque describatur circulus B I D, cuius diametro B D (*per præcedentem*) inueniatur linea æqualis EG, fiat triangulum EFG, cuius latus EG æquale sit diametro circuli BID: latera autem EF, FG æqualia lineæ A B, ad cuius interuallum descriptus est circulus ex polo A. tum ad latera F G, E F, ducantur perpendiculares GH, FH, conuenientes in puncto H, tum ducatur linea FH; dico eam esse æqualem diametro Sphæræ. intelligatur per polum A transire maximus circulus B A D, ducatur per centrum Sphæræ, quod etiam est centrum circuli BAD diameter A C, ducantur item lineæ A B, A D BC, DC:

Demonstr.ostendam sicut priùs angulos ADC, ABC in semicirculo rectos esse (*per* 2 t.3.) vnde cum triangulum EFG, sit triangulo BAD æquilaterum cum eo congruet, & in eâ superpositione cum anguli ADC, FGH recti sint, congruent lineæ DC, GH; sicut E H, B C; ergò & lineæ A C, FH congruent, & consequenter æquales erunt.

## PROPOSITIO XX.

Problema.

*Per duo qualibet puncta, in superficie Sphæræ assignata circulum maximum describere.*




Assignentur duo puncta A, & B in superficie Sphæræ, per quæ ducendus est circulus maximus: h beatur Sphæræ diameter quæ sit C D, (*per præcedentem*) & diuidatur bifariam in E, ducaturque perpendicularis E F, æqualis semidiametro, tum ducatur linea CF, hæc erit latus quadrati inscribendi in maximo Sphæræ circulo, vt patet si fiat semicirculus CFD.

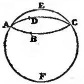
Interuallô CF, ex puncto A: describatur circulus G H I, & ex puncto B, eôdem Interuallô circulus KHL, qui duo circuli se intersecent in puncto H. denique ex puncto H vt polô, interuallô H A, aut H B, describatur circulus, qui transibit per vtrumque punctum A & B, & maximus erit, intelligantur duci duæ lineæ AH, BH.

Dem. cum ex A vt polò, descriptus sit circulus GHI, interuallô CF; linea AH æqualis erit, lineæ C F; idem dico de BH, quare puncta A & B æqualiter distant à polo H, vnde circulus descriptus ex H interuallo HA, transit per B & cum circulus A B, distet à suo polo, lineâ æquali, lateri inscribendi in maximo Sphæræ circulo maximus erit.

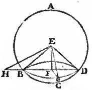
## PROPOSITIO XXI.

Problema.

*Cuiuslibet circuli Sphæræ polum reperire.*



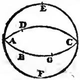

Proponatur Primò circulus ABC non maximus cuius polus quæritur, determinentur vtcumque duo puncta B & D. diuidanturque arcus B A D, B C D bifariam in punctis A & C, tum per A & C describatur maximus circulus. AECF,




AECF. (*per præcedentem*) denique areus AEC, AFC diuidantur bifariam in punctis E & F, quæ dico esse polos cireuli ABCD.

Demonstr. si areubus æqualibus A B, AD, addas æquales areus BC, DC, erunt areus ABC, ADC æquales, quare circulus ABCD, bifariam diuiditur in punctis A & C. à circulo maximo AECF, quare (*per* 14.) circulus AECF, per polos transit, vnde puncta E, & F, æqualiter distantia à circulo ABCD, erunt eius poli.

Proponatur secundò circulus maximus ABCD, cuius quæruntur poli. assumptis pariter in eo duobus punctis B & D, diuisisque bifariam arcubus BAD, BCD, erunt areus A B C, ADC æquales, & semicirculi, diuidatur semicirculus AGC, bifariam in G, ita vt A G sit quadrans. tum ex G vt polô interuallô GA circulus describatur AECF; diuisis denique bifariam arcubus AEC, AFC, in E & F; dico puncta E & F esse polos.

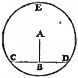



Demonstratio. circulus AECF descriptus ex polo G, intervallô quadrantis GA (*per coroll* 17.) maximus est, & quia circulus maximus ABCD, per polum eius G transit; ipse vicissim transit per polos circuli ABCD, (*per coroll.* 15.) quare poli erunt puncta E & F æqualiter distantia à punctis A & C.

## PROPOSITIO XXII.

### Theorema.

*Si linea ex centro Sphæra ducta, aliam non per centrum ductam bifariam diuidat; perpendicularis ad eam erit. Et vicissim si ad eam perpendicularis fuerit, bifariam eam diuidet.*




Recta AB per A centrum Sphæræ ducta, bifariam diuidat lineam C D, non per centrum ductam: Dico AB esse perpendicularem ad CD.

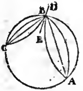
Ducatur enim planum per rectas A B, C D quod in Sphæra faciet circulum maximum CED, cum centrum Sphæræ nempe punctum A in eo inueniatur.

Demonstratio. In circulo CED, recta AB, lineam CD bifariam secat: ergo (*per* 3. 3. *Eucl.*) ad eam perpendicularis erit: pariter (*per eandem*) si ad eam perpendicularis fuerit, bifariam eam diuidet.

# THEODOSII SPHÆRICORVM,

## LIBER SECVNDVS

### Definitio vnica.



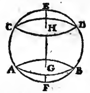

Circuli in Sphærâ ſe mutuò tangere dicontur quando communis ſectio planorum, vtrumque circulum tetigerit.

*Vt ſi ſint circuli AB BC quorum plana producta habeant communem ſectionem DE, qua vtrumque circulum tangat; hoc eſt anguli ABD, ABE, CBD, CBE, ſint recti: circuli ſe mutuò tangere dicentur.*

### PROPOSITIO I.

Theorema.

*In Sphæra paralleli circuli, eoſdem polos habent.*




Proponantur in Sphærâ paralleli circuli AB, CD. hoc eſt plana eorum ſint parallela; dico illorom circulorum eoſdem eſſe polos.

Sint enim circuli AB, poli E, & F. aſſero eoſdem eſſe polos circuli CD. ducatur linea EF.

Demonſtr. Linea EF, ducta per polos circuli AB, recta eſt ad illius planum, & tranſit per centrum Sphæræ (*per 10. 1. huius*) ergo (*per 14. 11.*) erit etiam recta ad planum CD; & cum tranſeat per centrum Sphæræ (*vt vidimus*) tranſit per polos circuli CD (*per 8. 1. huius*) ergo puncta E, & F ſunt poli circuli CD.

### PROPOSITIO II.

Theorema.

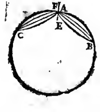
*Circuli eoſdem polos habentes ſunt paralleli.*

Circuli AB, CD; habeant eoſdem polos E, & F. dico illos eſſe parallelos, hoc eſt eorum plana eſſe parallela.

Demonſtr. Linea EF. recta eſt ad vtrioſque circuli planum, (*per 10. 1. huius*) ergo (*per 14. 11.*) plana circulorom ſunt parallela.

### PROPOSITIO III.

*Si in Sphæra duo circuli ſibi mutuò occurrunt, in eodem puncto, circuli maximi per polos eorum tranſeuntis, illi ſe mutuò tangent.*



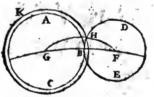

Circuli AB, AC, ſibi occurrant. In puncto A; circumferentiæ maximi circuli ABC, per polos vtriuſque tranſeuntis: dico circulos AB, AC ſe mutuò tangere in puncto A. hoc eſt ſi linea EF ſit communis ſectio planorum AB, AC, dico eam perpendicularem eſſe; ad diametros AB, AC,

Dem. circulus maximus ABC ſupponitur tranſire per polos circulorum AB, AC, ergo (*per 10. 1. huius*) illos bifariam, & ad rectos angulos ſecat. ergo lineæ AB, AC communes ſectiones circulorum AB, AC, & circuli ABC ſunt eorum diametri; & (*per 19. 11.*) linea EF communis ſectio planorum AB, AC recta erit ad planum circuli ABC, quare (*per 3. def. 11.*) linea EF perpendicularis erit; ad diametros AB; AC, & (*per def. huius*) circuli AB, AC ſe tangunt in puncto A.

## PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Si in Sphæra duo circuli se tangant, maximus circulus per eorum polos transiens, transit quoque per contactum.*



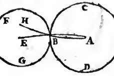

Circuli ABC DBE se tangant in puncto B. Et maximus circulus GF transeat, per eorum polos G & F. dico eum circulum transire per punctum B. nam si dicatur non transire per contactum B, sed secare circulum BED, in puncto H ex polo G, per punctum H describatur circulus HK. qui necessariò secabit circulum BHD, cum ad maius interuallum describatur quàm ABC.

Dem. duo circuli DHE, KH, secant circumferentiam circuli maximi transeuntis per eorum polos G & F, ergo (per 4. huius) se mutuò tangent in puncto H, quod est absurdum, cum se mutuò secent: ergo quicumque circulus maximus transit per polos, transit etiam per contactum.

## PROPOSITIO V.

Theorema.

*Si duo circuli in Sphæra se tangant; maximus circulus per polos vnius, & per contactum descriptus; per polos alterius transit.*



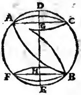

Maximus circulus A B, descriptus sit per polum A circuli C B D & per contactum B, dico eum transire per polum E circuli FBG. Si enim non transit qualis est ABH, sit alius circulus maximus transiens per polos A & E.

Demonstr. circulus maximus A E, per polos circulorum se tangentium descriptus transit etiã per contactum B (per 4.) ergo duo circuli maximi ABH, ABE se secant in B & A, & cum bifariam se secent (per 10. 1. huius) erit vterque arcus AD semicirculus, quod est absurdum cum duo poli semicirculo distent.

## PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Maximus circulus aliquem circulum tangens; tangit & alterum æqualem, & parallelum.*




Maximus circulus AB, tangat circulum AC in puncto A sintque poli circuli AC puncta D, & E, per quæ, & per contactum A, transeat maximus circulus ADBE; ea polo E, interuallo EB describatur circulus BF, dico circulum BF & esse parallelũ circulo AC & tangere circulum AB in puncto B, denique esse æqualem circulo AC. ducantur lineæ AC, BF, quæ erunt diametri circulorum, eò quòd (per 15. 1. huius) bifariam diuidantur, à circulo maximo ADBE, per polos eorum transeunte.

Demonstr. primò circuli AC, BF eosdem polos habentes sunt paralleli (per 1.)

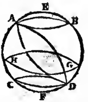
Secundò circulus maximus ACB, transit per polos circuli AC, & per contactum A, ergo transit per polos circuli AB, (per 5.) eum ergo idem circulus ACB, transeat per polos circulorum AB, BF, sibi occurrentium in puncto B, (per 3.) circuli AB BF se tangent.

Tertiò cum circuli maximi AB, ACB se bifariam secent (per 11. 1.) erit arcus ADB semicirculus: sed etiam DCE semicirculus est; igitur ablatò communi arcu DCB, erunt arcus AD, BE æquales, eruntque etiam arcus dupli nempe ADC, BEF æquales, & (per 29.3.) lineæ AC, BF, æquales erunt, ergo & circuli quorum sunt diametri,

Coroll. Sequitur puncta contactuum A & B esse opposita per diametrum hoc est distare semicirculô.

## PROPOSITIO VII.

*Si sint in Sphæra duo circuli æquales, & paralleli, maximus circulus vnum tangens, & alterum tanget.*




Sint duo circuli AB, CD paralleli, & æquales, & circulus maximus AD, tangat circulum AB, dico

dico eũ tangere circulũ CD si enim ideo non tangit circulum C D, quia illi non occurrit, secet circulum maximum ABD in puncto G, per quod ex polo F describatur circulus GH, sequeretur quod circulus G H esset æqualis circulo AB, & consequenter æqualis circulo C D; quod tamen fieri non potest cum arcus G FH, sit maior arcu DFE, igitur circulus tangens A D in B, attinget circulum CD, cum autem maximus circulus AEDF, transeat per polos, tum circulorum AB, CD, quam circuli A D, circuli AD, CD, se mutuo taugent.

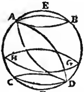
COROLLARIVM.

Plures quàm duo circuli paralleli, & æquales in Sphæra esse non possunt, quia nec supra nec infra CD duci potest circulus parallelus, & æqualis circulo AB.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Si maximus circulus ad alium obliquus sit; ille tanget duos circulos, æquales inter se; & prædicto circulo parallelos.*




Circulus maximus AD, sit obliquus ad circulum GH; hoc est neque ad illum rectus sit, neque illum tangat. dico circulum A D, tangere duos circulos AB, CD inter se æquales, & parallelos circulo HG. circulus maximus AGDH, transeat per polos circulorum AB, CD, sintque puncta E, & F poli circuli HG, tum ex E intervallô EA, & ex F intervallô FD describantur circuli AB,CD.

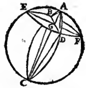
Demonstr. erunt puncta E & F poli circulorum AB, CD, cum circulus A B C transeat per polos circulorum AB, C D, G H (*per 3. huius*) circulus AD, tangit circulos AB, CD, qui (*per 6.*) erunt inter se æquales & cum eosdem polos habeant, ac circulus G H, illi etiam paralleli erunt. (*per 2.*)

PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Si duo circuli in Sphæra se mutuò secent: maximus circulus per vtriusque polos ductus, segmenta bifariam secat.*

Duo circuli A B C D, B E D F, se mutuò in Sphæra secent, & maximus circulus AECF per eorum polos transeat, dico circulum AECF, bifariam secare segmenta vtriusque circuli, nempe BAD, BCD BED, BFD.

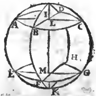



Demonstratio. cum circulus AECF transeat per polos circulorum, erit rectus ad vtriusque planum (*per 15. 1. huius*) ergo (*per 19. 11.*) communis sectio vtriusque hoc est BD recta erit ad planum circuli AECF. linea E F est diameter circuli EF; cum bifariam dividatur à circulo A E C F, per polos eius transeunte (*per 15. 1.*) ergo cum AC perpendiculariter diuidat lineam BD. bifariam illam diuidet (*per 3. 3.*) in triang. igitur BAG, GAD, cum latera GB; GD sint æqualia. & AG cõmune, & anguli in puncto G, sint recti (*per 4. 1*) erunt bases BA, AD, æquales: ergo (*per 28. 3.*) arcus AB AD, æquales erunt. eodem modô ostendam arcus BC, CD; EB, ED; FB FD, esse æquales.

PROPOSITIO X.

Theorema.

*Si per polos circulorum parallelorum describantur circuli maximi, arcus parallelorum inter eos intercepti sunt similes; & arcus maximorum inter parallelos intercepti sunt æquales.*




Sint circuli ABCD EFGH paralleli quorum (*per 1. huius*) sint iidem poli I & K, per quos ducantur duo, aut plures max. circuli IBKD, IAKC; dico arcus AB, EF, BC, FG, parallelorum esse similes; & arcus AE, BF, CG, DH. esse æquales, intelligantur lineæ BD: AC, EG FH communes sectiones parallelorum, & maximorum circulorum.

Demonstr. circuli ABC, EFG, secantur bifariam à circulo maximo I A K C per eorum polos transeunte, (*per 15. 1. huius*) igitur arcus ABC EFG sunt semicirculi, & AC, EG, diametri; ostendam pariter lineas BD. FH, esse diametros; & consequenter puncta L & M esse centra; cum autem plana ABC, EFG, sint parallela, sectiones AC, EG: B D, F H; parallelæ erunt (*per 16. 11.*) & (*per 10, 11.*) anguli ALB, EMF, erunt æquales, qui cum ambo sint in centro constituti, arcus AB, E F similes erunt (*per 22. 3.*) hoc est AB tot gradus continebit, quot arcus EF.

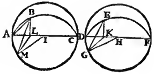
Secundò cum polus I sit polus circuli A B C, erunt

erunt ( *per def.6. huius* ) lineæ Ai. iB æquales,& cum circuli i AKC, IBKD fint æquales, erunt arcus AI, iB; æquales, similiter æquales erunt, arcus IE,IF,ex quibus si æquales Ai, BI, anferas; remanebunt AE,BF æquales.

## PROPOSITIO XI.

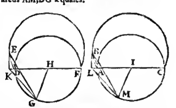
Theorema.

*Si diametris circulorum æqualium,insistant perpendiculariter duo segmenta similia & æqualia in quibus sumptis sint arcus æquales, inæquales medietati & ab iis cadant in circumferentias circulorum lineæ æquales,illæ abscindent arcus æquales.*

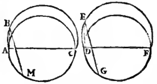



Diametris A C, D F, circulorum æqualium, insistant perpendiculariter duo segmenta æqualia ABC, DEF. sumanturque in iis segmentis arcus æquales AB, DE, qui sint minores aut maiores medietate arcuum ABC, DEF, & à punctis B, & E cadant in circumferentias circulorum duæ lineæ æquales B M, E G; dico arcus AM DG æquales esse, demittantur ex punctis B & E, duæ perpendiculares B L, E K, in plana circulorum, quæ ( *per defini*. 4. 11. ) cadent in communes sectiones, seu in diametros quibus insistunt; hæ vel intra circulum cadent, vel extra circulum, vel in ipsam circumferentiam, hi enim tantum tres casus escogitari possunt;cadant ergo primò intra circulum in puncta L, K, ducanturque lineæ L M, K G; & à centris I & H lineæ IM,HG,item AB.DE.

Demonstratio. segmenta ABC, DEF, supponuntur æqualia, & similia:arcus item AB, DE supponuntur æquales, & reliqui BC, EF,erunt æquales, quare ( *per* 29. 3. ) lineæ A B, DE; æquales erunt; & ( *per* 27. 3. ) anguli B A C, FDE, arcubus æqualibus insistentes æquales erunt; Igitur triangula ABL, DEK, quæ habent angulos K & L rectos, & angulus ABL, DEK æquales, & latera AB, DE æqualia,erunt in omni sensu æqualia ( *per* 26.1. ) pariter triangula BML, EKG cum sint rectangula in L & K; erit quadratum lateris BM, æquale quadratis BL, LM; sicut quadratum EG æquale quadratis EK, KG, ( *per* 47. 1. ) sunt autem quadrata BM, EG æqualia, cum lineæ supponantur æquales; igitur quadrata B L, LM, æqualia sunt quadratis EK, G K, à quibus si auferas quadrata æqualia B L, E K, restabunt quadrata L M, KG æqualia. Denique cum lineæ AI DH, sint diametri circulorum æqualium, æquales erunt, & subductis æqualibus A L, D K, reliquæ L I KH æquales erunt. quare cum triangula M L I, GKH, singula latera æqualia habeant, erunt ( *per* 7. 1. ) æquiangula; & anguli LiF, KHG æquales,qui cum fint in centro,erunt (*per* 26.3.) arcus AM;DG æquales.




Secundò cadant perpendiculares BL, EK, extra circulum.cum arcus AB, D E, æquales sint, vt priùs lineæ AB. DE æquales erunt & anguli C A B, F D E, æqualibus arcubus insistentes æquales erunt. quare reliqui LAB, K D E erunt æquales: & triangula L B A, K D E, vt priùs æqualia erunt in omni sensu, eôdem modô etiam ostendam in triangulis rectangulis BLM, EKG, lineas KG LM æquales esse. Denique si lineis æqualibus L A, K D, addas semidiametros AI, DH æquales; fient lineæ LI, KH æquales.quare cum triangula, LiM, KGH habeant singula latera, singulis æqualia, ( *per* 7. 1. ) erunt anguli LIM, KHG æquales, & arcus A M, D G æquales.




Tertiò perpendiculares cadant in circumferentias sintque AB,DE.

Demonstr. cum arcus AB, DE, supponantur æquales, erunt etiam lineæ A B, D E æquales. In triangulis igitur rectangulis BAM,EDG, (*per* 47. 1.) erunt quadrata BA, AM, æqualia quadrata B M; sicut quadrata D E, D G, quadrata EG; sunt autem quadrata B M, E G æqualia, cum lineæ supponantur æquales; quare; quadrata A B, A M, æqualia sunt, quadratis DE, DG, à quibus si subtrahas quadrata æqualia AB, DE, relinquentur quadrata æqualia AM, DG: erunt igitur lineæ A M, D G, æquales,& arcus pariter AM,DG in circulis æqualibus(*per* 28.3.)æquales erunt.

## PROPOSITIO XII.

*Si segmenta æqualia, & similia insistant perpendiculariter diametris circulorum æqualium, & tam in segmentis, quàm in circulis abscindantur arcus æquales, lineæ coniungentes istos arcus æquales erunt.*

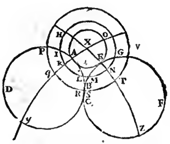
Hæc est conversa superioris, sint vt priùs segmenta similia, & æqualia quæ insistant perpendiculariter diametris circulorum æqualium sintque

sintque arcus AD, DE; sicut AM, DG æquales: dicu lineas B M, E G esse æquales, probabimus enim sicut suprà; lineas A B, D E esse æquales; vnde in vltimo casu cum triangula BAM, DEG, habeant duo latera A B, D E, item A M, D G æqualia eò quòd arcus AM, DG æquales sint, & anguli A & D æquales sint vt pote recti; bases A M, E G æquales erunt. (*per* 4. 1.) eôdem modò applicari poterit demonstratio aliis casibus.

## PROPOSITIO XIII.

Theorema.

*Si maximi circuli eundem parallelum tangant reliquos verò parallelos secent; erunt arcus maximorum inter parallelos eosdem intercepti æquales: & parallelorum arcus inter maximos intercepti, quâ parte non concurrunt similes.*




Sint maximi circuli ABCD, EBCF tangentes eundem circulum AEGH, in punctis A, & E, & secantes alios parallelos I K N O, P q T V in punctis I, L, M, O. P, R, S, V. concurrunt autem hi circuli in B, & C ita vt arcus B R C. BSC sint semicirculi, quamuis id figura non satis exprimat. ideoque arcus BEG, L P D, sint ex ea parte quà non concurrunt circuli maximi. dico quod arcus maximorum AI, AL, EM, EG, inter parallelos intercepti sunt æquales. Item dico quod arcus inter maximos interceptì quà parte non concurrunt, hoc est arcus IM, LG, PR SV esse similes, probabo autem esse similes arcus AE; per polum X & per puncta contactus A, & E, ducantur maximi circuli.

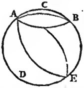
Demonstr. circuli maximi XAq, X E T, per polum X, & per puncta contactuum A & E, docti (*per* 5. *huius*) transeunt per polos circulorum maximorum ABCD, EBCF. & (*per* 15.) illos bifariam, & ad angulos rectos secant. quare semicirculi AY EZ insistunt perpendiculariter diametris circulorum ABCD, EBCF. & pariter alij semicirculi AXOY, EXHZ inchoati à contactibus, & perfecti donec denuò secent eosdem circulos ABCD, EBCF, (*quod figura plana iam satis exprimere non potest*) insistent etiam ex alia parte, perpendiculariter diametris eorumdem circulorum, quare si ducantur lineæ X G, XI, illæ æquales erunt ex defin. poli, & per præcedentem arcus EG, AI æquales erunt, pariter ostendam arcus AP, EV æquales esse; & cum (*per* 9. *huius*) arcus REV, PAS, item IAL, MEG, secentur bifariam à circulis maximis XAY XEZ, arcus IA, AL, ME, EO, item arcus PA, AS, RE, EV æquales erunt. quod erat primum.

Secundò cum arcus IAL, MEG, sint ostensi æquales, erunt eorum subtensæ æquales. quæ cum sint etiam subtensæ in circulo IKNG, erunt arcus IKL, MNG, æquales. pariter eorum dimidia MN, NG æqualia. si ergo arcui KM, ex vna parte ad dasareum MN, & ex alia parte arcum æqualem IK, erunt IM, KN æquales. sed KN (*per* 10. *huius*) est similis arcui AE, ergo & IM, eidē AE similis erit. Idem ostendere possum de LG, PR, SV. quod erat secundum.

## PROPOSITIO XIV.

Problema.

*Circulum maximum describere, qui minorem datum, in assignato puncto tangat.*



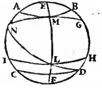

Sit minor circulus A B cuius polus C. sitque describendus circulus maximus eum tangens in puncto A. per punctum A, & polum C, describatur maximus circulus ABD (*per* 10. *huius*) sitque AD quadrans; ex D vt polô, interuallô AD, describatur circulus AE. dico illum esse maximum; & tangere circulum AB in puncto A.

Dem. circulus A E descriptus est interuallô quadrantis DA; ergo (*per* 17. 1.) maximus est. quia autem circulus ABD traosit per polos vtriusque, circuli A B, A E, (*per* 3. *huius*) se tangunt in puncto A.

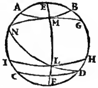
## PROPOSITIO XV.

Problema.

*Per datum punctum; inter datos circulos parallelos æquales constitutum, maximum circulum describere qui vtrumque circulum tangat.*




Sint circuli A B, C D paralleli, & æquales, poli communes E & F, & punctum G datum; describendus



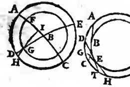

deſcribendus proponitut maximns citcnlns, tranſiens per puuctum G, & tangens vtrumque circulum AB, CD. per punctum G, & polum E deſcribatur (*per* 20 *huius*) maximus circulus EGF, ſintque GK BH quadrantes, ex polu F, interuallô FH deſcribatur parallelus H I, & ex puncto G vt pulo, interuallu GD deſcribatur maximus eirculus DLN qui neceſſariò ſecabit parallelum DI, cum, enim BH ſit quadrans, AI erit etiam quadrans, (*per* 10. *huius*) vnde BI erit quadrante maior, ergo circulus DL incipiens infra HI, debet productus cadere in N, ſupra punctum I, quare ſecabit parallelum HI; in puncto L; per punctum L, & polum E, deſcribatur circulus maximus, FLME, ſecans parallelum AB in puncto M, tum ex L vt polo interuallò LM, quod eſt quadrans, deſcribatur maximus circulus; qui (*per* 3. *huius*) eirenlum AB tanget, & (*per* 7.) alium parallelum æqualem. dico illum cireulum tranſite per puuctum G.

Demunſtratiu. cum circulus NL deſctiptus ſit ad interuallum quadrantis, punctum L diſtabit quadrante à puncto G. areus autem ML. eſt quadrans, cum ſit æqualis arcui BH, qui ſuppoſitus eſt quadrans. quate circulus deſctiptus ex L, interualiô quadrantis, ttanſit per punctum G. quamuis plurimi ſint caſus prupoſitionis hi taman non mutant demonſtrariunem.

## PROPOSITIO XVI.

### Theorema.

*Maximi circuli, ſimiles arcus parallelorum intercipientes, aut ambo per polos eorum tranſeunt; aut eundem parallelum ambo tangunt.*



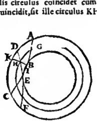

Sint duu cireuli maximi ABC, DBE, intercipientes in parallelis FG, AD arcus ſimiles FG, AD. dico Primò ſi vnus nempe AB, per polum B parallelorum tranſit, alium tranſire etiam per polum B. ſi enim B vbi concurrunt nun eſt polus ſit punctum I polus à quo ducatut circulus IGH.

Demonſtratiu. cirtuli maximi AI, HI, per polum I parallelorum tranſeunt & intercipinnt (*per* 10. *huius*) areus AH, FG, ſimiles, ſed arcus AD ſupponebatur ſimilis arcui F G; ergu etiam AH erit ſimilis arcui A D, quod eſt abſurdum.

Secundò circuli ABC, D E F intercipiant in circulis parallelis, arcus ſimiles AD BE, & circulus ABC tangat parallelum B E. dicu quod circulus DEF eundem parallelum tanget in punctu E ſi enim non tangit, ſed ſecat parallelum BE, in punctu E, ducatur circulns GEH, tangens parallelum BE, in puncto E. hic circulus non tranſit per D, aliuquin arcus, DE, GE eſſent ſemicirculi & conſequenter AB, BC eſſent ſemicirculi, vnde ABC eſſet circulus & puncta A & C coinciderent, quæ omnia ſunt contra ſuppoſitionem.

Dem. arcus AD, B E, ſunt arcus ſimiles ex ſuppoſitiune; ſed (*per* 13.) areus A G, B E ſunt etiam ſimiles; ergo arcus A D, A G ſunt etiam ſimiles; pars & tutum quod eſt abſurdum.

Tertiò circuli maximi ABC, DEF, intercipiant in parallelis arcus ſimiles AD, GH, ita vt vterque cireulus parallelos ſecet, & per pulos eorum non tranſeat, dicu quod vterque eundem parallelum minorem tangit. Et primo (*per* 8. *huius*) quia circulus AB obliquus eſt ad GH, cum per polos eius nun tranſeat; tanget duus minores ipſi parallelos, tangat BE, in puncto B, deſcribatur (*per* 15.) circulus maximus tangens circulum BE, & tranſiens, per punctum H. dico quod talis cireulus coincidet cum DEF, ſi enim non cuincidit, ſit ille circulus KHL



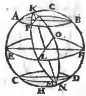

Dem. cum circuli KHI, ABC, tangant eundem circulum BE, erunt arcus AK, GH ſimiles (*per* 13. *huius*) ſed AD, GH ſupponebantur ſimiles: igitur arcus AK, AD ſimiles eſſent; pars & tutum quod eſt abſurdum: igitur, cireulus tranſiens per punctum H, & tangens parallelum BE, coincidit cum DF.

## PROPOSITIO XVII.

### Theorema.

*Circuli paralleli inter quos, & circulum maximum intercipiuntur arcus æquales maximorum circulorum; ſunt æquales. Ille autem maior eſt inter quem & maximum ipſi parallelum intercipiuntur arcus minores.*

Sit




Sint paralleli circuli AB , CD , EF ; & circulus EF ſit maximus. item arcus E C , A E , ſint æquales , dico circulos AB , DC æquales eſſe, ſupponatur primò circulus ADB per polos parallelorum tranſire , & conſequenter eos bifariam ſecare ( *per* 15. *huius* ) ſunt igitur AB, EF, CD diametri.

Demonſtr. plana parallela AB , CD , EF, (*per* 16. 11.) faciunt ſectiones AB , EF , CD parallelas , & cum arcus AE , EC ſint æquales : erunt arcus AGB , CHD æquales : & ( *per* 29. 3.) lineæ AB , CD æquales erunt : & conſequenter circuli , quorum ſunt diametri. Quod ſi arcus AE , minor eſſet arcu EC ; arcus AGB , maior eſſet arcu CHD , & linea AB , minor eſſet linea CD , & conſequenter circulus AB , minor eſſet arcu CD.

Secundò ſi circulus maximus vt KLN. non tranſeat per polos, deſcribatur circulus maximus ABDC , per polos parallelorum , & per polos circuli KLN tranſiens , qui perpendiculariter inſiſtet diametro K N. dico ergo quod ſi arcus LP , LM ſint æquales , circuli AB , CD æquales erunt.

Demonſtratio. cùm circulus ACDB , tranſeat per polos circulorum EF , & KN ; circuli EF,& KN viciſſim per eius polos tranſeunt : ( *per cor.* 15 .) quare punctum L circuli ACDB polus erit, erunt ergo L K , L N quadrantes , & ablatis æqualibus arcubus LP LM , reſtabunt MN, PK æquales , æquales etiam ſunt arcus H N , G K, quare ſi intelligantur duci lineæ GP , H,N , illæ ( *per* 12. *huius* ) æquales erunt,quæ cum ſint ductæ ex polis circulorum;illi æquales erunt.

Si verò arcus L M , minor eſſet arcu L P , reſtaret arcus PK minor quàm MN,& conſequenter linea GP minor quàm H M. & circulus AB, minor quàm CD.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

*Arcus maximorum circulorum , intercepti inter circulos parallelos æquales , & circulum maximum ipſis parallelum æquales ſunt.*

In figura ſuperiori ſint circuli AB , CD paralleli , & æquales , & EF , maximus ipſis parallelus. dico arcus AE , EC eſſe æquales , ſi enim AE eſſet maior:circulus A B minor eſſet contra ſuppoſitionem. idem dicendum eſt de arcubus PL , LM.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

*Circulus maximus parallelos minores ſecans , & per polos eorum non tranſiens , eos bifariam non ſecat, eaque parallelorum ſegmenta maiora ſunt,quæ ſpectant ad polum viciniorem.*




Circulus maximus ABC ſecans parallelos DE; FG , non tranſeat per polos eorum H , & I. dico eos non ſecari bifariam. ducatur enim per polos H & I circulus HBI

Demonſtr. circulus HBI parallelos DE FG ſecat bifariam, hoc eſt arcus PEq eſt ſemicirculus, ergo arcus KEL maior eſt ſemicirculo,ſpectat autem ad polum H. igitur ſegmentum maius KEL ſpectat polum H viciniorem.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

*Maximus circulus non tranſiens per parallelorum polos,magis inæqualiter ſecat viciniores polos.*




Circulus maximus ABCD non tranſeat per polos parallelorum LM,GO. dico quod magis inæqualiter ſecat parallelum GO,viciniorem polo E. ex polo E,ducantur circuli maximi EIB,EKD.

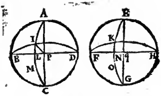
Dem. Arcus I O , B M , ( *per* 10. *huius*) ſunt ſimiles;ſient & arcus DM, KO:igitur totus arcus IOK ſimilis eſt arcui BMD:ſed arcus GOH maior eſt arcu IOK:ergo GOH maior eſt,quàm, vt ſit ſimilis arcui BMD.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

*In Sphæris æqualibus, ille circulus ad alium inclinatior erit cuius polus ab alterius polo minùs diſtabit, & æqualis polorum diſtantia , æqualem inclinationem producet.*

In




In Sphæris æqualibus ABCD, EFGH, sint circuli BID, FKH inclinati ad circulos ABCD. EFGH. dico quod si polus circuli BID minus distet à polo circuli ABCD; quàm polus circuli FKH, à polo ciruli EFGH; quod circulus BID inclinatior erit ad ABCD, hoc est angulus inclinationis planorum BID, ABCD acutior erit angulo inclinationis planorum FKH, EFGH. Ex punctis B, & F communibus interfectionibus circulorum interuallô quadrantis ducantur circuli AIC, EKG, qui maximi erunt & cum circuli ABCD, BID, transeant per polum B circuli AIC, vicissim circulus AIC per polos eorum transit (*per cor.* 15. 1. *huius*) idem dico de circulo EKG. sit igitur L polus circuli ABCD, & M polus circuli BID. N polus circuli EFG,& O circuli FKD. ex centris P & q. ducantur lineæ PI,qK.

Dem Quoniam circuli ABCD, BID transeunt per polos B, & D. circuli AIC, ad ipsum recti sunt (*per* 13. 1. *huius*) & (*per* 19. 11.) communis sectio BD ad planum AIC recta erit: & anguli DPA, DPI recti sunt; (*per* 6. *def.* 11.) angulus API est inclinatio planorum ABCD, BID. ita angulus EqK est angulus inclinationis planorum EFGH, FKH. supponitur autem ML distantia poli à polo, minor esse quàm NO;& cum MI LA sint quadrantes ablatô communi LI erunt arcus ML, AI æquales. similiter æquales erunt NO, KE. ergo arcus AI minor est arcu KE; & quia anguli API EqK, sunt ad centrum Sphæræ seu maximorum circulorum angulus API minor erit angulô EqK.

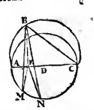
Quod si arcus LM, æqualis esset arcui NO, anguli quoque inclinationis æquales essent.

## COROLLARIVM.

Sequitur si ex intersectione maximorum circulorum quasi polô, describatur maximus circulus, quòd arcus illius interceptus inter prædictos circulos, erit mensura inclinationis circulorum vt AI est mensura inclinationis circulorum ABCD, BID. dum autem loquimur de angulo quem comprehendunt duo circuli in Sphærà. intelligimus semper angulum inclinationis planorum.

## LEMMA I.

*Si ex puncto quod circuli polus non sit, ducantur in eius circumferentiam plurimæ lineæ:ea est breuissima, quæ attingit lineam ductam per eius centrum, & per punctum in quod cadit perpendicularis.*

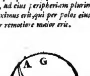



Ex puncto B, quod non sit polus circuli AMC in circomferentiam eius, cadant plurimæ lineæ BA, BM, BN, BC, ductàque perpendiculari BK linea AKDC transeat per centrum D. dico lineam BA, esse breuissimam, BC longissimam; A BN, maiorem quàm BM.

Demonstr. cum enim punctum K non sit centrum circuli AMC,alioquin punctum B esset polus; AK erit breuissima KC maxima, KN maior quam KN. (*per* 7. 3.) quare quadratum ex AK minimum erit, quadratum ex KC maximum, quadratum ex KN, maius quadrato ex KM, & additô communi quadratô BK, erunt quadrata ex BK, KC, maxima, & quadrata ex BK KA, minima, & quadrata ex BK, KN, maiora quadratis ex BK, KM, sed primis (*per* 47. 1. *Eucl.*) æquale est quadratum BC, secundis quadratum ex BA, &c. ergo quadratum ex AC maximum est, AB minimum, BN maius quam BM. & consequentes lineæ eodem modo se habent. Alij casus faciles sunt nempe si perpendicularis BK cadat in peripheriam, aut extra, adnotanda erit octaua tertij Euclidis eademque methodus adhibenda.

## LEMMA II.

*Si ex quocumque puncto, quod alicuius circuli polus non sit, ad eius peripheriam plurimi arcus ducantur;maximus erit,qui per polos eius transit, illi propinquior remotiore maior erit.*




Ex puncto A, ad peripheriam circuli BCD, arcus maximorum circulorum ducantur; nempe ABE, AD, AC. dico AGE transeuntem per polum G maximum esse;AD maiorem esse quàm AC,modo quilibet semicirculo minor sit.

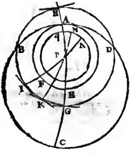
Dem. cum circulus AGE, transeat per polos circuli BCD, bifariam & perpendiculariter eum secabit: igitur BE erit diameter, & segmentum BGE perpendiculariter insistet diametro circuli BCE, & cum punctum A non sit polus, arcus BA non erit media pars segmenti BGE. quare (*per lemma præcedens*) erit linea AE si ducetur maxima, AD maior quam AC: & AB minima, igitur arcus circulorum æqualium, quos prædictæ lineæ subtendunt (*per* 28. 3.)ita se habebunt

bebunt, vt AGE sit maximus, AD maior quam AC,& AB minimus modò sint minores semicirc.

## PROPOSITIO XXII.

*Si in Sphærâ maximus circulus minorem tangat: & minorem in eodem hemisphærio secet; ita vt polus circuli tangentis sit inter vtrumque parallelum, circuli tangentes maiorem parallelum, erunt inclinati, ad primum illum circulum tangentem: illeque magis erit inclinatus, qui tanget in eo puncto, in quo minus segmentum diuiditur bifariam. ille rectissimus qui tanget parallelum in eo puncto in quo maius segmentum diuiditur bifariam; ille magis inclinabitur, qui in loco remotiore eum tanget, & poli circulorum tangentium maiorem parallelum, in eodem circulo erunt.*

Circulus ABCD tangens parallelum AF, secet parallelum HBGD descriptum in eodem hemisphærio. sitque polus E, circuli tangentis ABCD, inter vtrumque parallelum positos. sint item plurimi circuli tangentes maiorem parallelum HIK, in punctis H,I,K,G, sitque punctum H, illud in quo minus segmentum BHD diuiditur bifariam, sicut in puncto G maius segmentum BGD diuisus est bifariam. dico circulos tangentes parallelum HBGD, esse inclinatos ad circulum ABCD; item eum qui tangit in H, esse maxime inclinatum, eum verò qui tangit in puncto G esse rectissimum, & alios esse magis inclinatos qui tetigerint in puncto viciniori, puncto H & omnium prædictorum circulorum tangentium polos, esse in eodem circulo minore, quàm sit AF, ipsi tamen parallelo.



Per polum E circuli ABCD, & per contactum A, ducatur maximus circulus EA. qui (*per 5. huius*) transit per punctum P polum circuli AF, quod punctum P est etiam polus circuli HBG, quare circulus EA bifariam secat segmenta BHD, BGD. in punctis G & H.

Demonstratio. punctum E est polus circuli ABCD. igitur EA est quadrans, polus autem circuli tangentis in G, est in circulo E A verbi gratia in q, ita vt G q sit quadrans: debet ergo esse intra circulum AF; & quia arcus, à puncto K, ad polum circuli tangentis in K, est quadrans, & talis polus est in circulo transeunte per polum circuli minoris qui taogitur; sublatis arcubus æqualibus K P, G P restabunt vsque ad polos q & M arcus æquales, igitur poli circuli tangentis in K, erit in eodem circulo minore descriptô ex P taoquam polô, idem dicendum de reliquis omnibus circulis tangentibus.

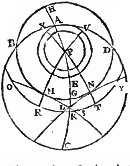


Deinde quia arcus, Eq minor est quadrante, seu E non est polus circuli qMN, si ex E ducerentur arcus vsque ad eius circumferentiam; E q esset maximus; E M maior, quàm EN. (*per lemma præcedens*) quare (*per 21. huius*) circulus tangens in H est minime inclinatus, tangens in G maxime, & prout reliqui tetigerint in puncto viciniore ipsi H, magis inclinabuntur quia poli eorum magis distabunt à polo E.

## PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

*Iisdem positis si arcus circulorum tangentium intercepti inter contactus & nodos, æquales fuerint: circuli tangentes similiter inclinati erunt.*



Sit maximus circulus ABC, cuius polus E tangens paruum circulum in A; secans illi parallelum GBHD in eôdem hemisphætiô descriptum, & pariter polus E, sit inter vtrumq; parallelum, & circuli maximi tangant parallelum GBHD in punctis M,N, secantes, circulum ABCD in O & Y quos nodos vocabimus, sintque arcus MO NY æquales. dico circulos OM, YN esse similiter inclinatos ad circulums ABCD. ducatur vt prius circulos EPA. per polos E, & P, qui transit per contactum A; ducantur item MP NP. qui (*per 5. huius*) transeunt per polos circulorum taugentium & ad angulos rectos ipsos secant. debemus ostendere arcus GN, G M æquales esse, quia hôc positô (*per præcedentem*) circuli similiter inclinati erunt.

Demonstratio. si arcus N P, M P intelligantur, produci donec NX, MV sint semicirculi, erunt insistentes diametris circulorum tangentium; nam maximi circuli se bifariam secant puoctum autem P non est polos circulorum tangentium, & supponuntur arcus æquales YN, M O; igitur (*per cor. 12.*) essent lineæ PY, PO æquales, qoare circulus descriptus ex P tanquam polô, per puoctum X O; transit

O; transit etiam per Y. & esset parallelus circulo GBH, & segmentum GBH, diuiditur bifariam in H, & BGD bifariam in G; igitur OKY. diuiditur bifariam in K, pariter circuli NP, MP cum transeant per polos circulorum tangentium, & circuli OKY, bifariam diuidunt arcus YL,KO, qui consequenter æquales erunt vnde si subtenderentur lineæ LY, SO; illæ æquales essent, sed tales lineæ subtendunt etiam arcus LTY, ORS; ergo arcus LTY, ORS, & eorum medietates TL, SR æquales sunt, & ablatô communi LS erunt arcus TS, LR æquales, sed cum arcus YK, KO essent æquales, eo quod circulus EP transeat per polum E circuli ABCD; & per polum P circuli OKY; ablatis æqualibus TY OR, item TS LR; restabunt arcus KS, KL æquales, quibus si rursus addas æquales ST, LR fient arcus TK KR æquales, & per præcedentem circuli tangentes similiter erunt inclinati.

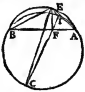
# THEODOSII SPHÆRICORVM.

## LIBER TERTIVS

### PROPOSITIO I.

Theorema.

*Si circuli segmentum insistat perpendiculariter lineæ quæ circuli diameter non sit: & à puncto quod eius dimidium non sit, in maiorem circuli circumferentiam cadant plurimæ lineæ; omnium minima est, quæ minorem arcum subtendit. crescuntque vsque ad circuli diametrum, decrescuntque donec ad eam perueniat quæ maiorem arcum subtendit.*



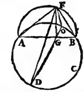

Supra lineam AB, quæ non sit diameter circuli ACB insistat perpendiculariter segmentum circuli AEB, in quo assumatur punctum E, quod eius dimidium non sit, à quo ad maiorem circumferentiam ACB cadant plurimæ lineæ: dico minimam, esse AE; maximam EC, ductam ad diametrum FC. transeuntem per punctum F, in quod cadit perpendicularis EF. crescere item lineas à puncto A vsque ad C, & decrescere à puncto C ad punctum B. Intelligatur enim circa puncta I, E, C, descriptum circuli segmentum quod insistat perpendiculariter diametro IC, cum linea FE, sit perpendicularis.

Demonstr. (*per cor. 12.*) EC maxima est, & quæ illi vicinior erit, maior erit, ergo lineæ semper decrescunt vsque ad EA, immò si vlteriùs progrederemur decrescerent vsque ad I. vt vidimus in primò lemmate ante penultimam præcedentis.

### PROPOSITIO II.

Theorema.

*Si segmentum circuli, insistat rectæ lineæ, in circulo ductæ; sitque inclinatum ex parte segmenti non maioris semicirculô, eadem accident quæ priùs.*




Segmentum AFB, insistat lineæ AB, in circulo ABC ductæ, & inclinatum sit ex parte segmenti AOB non maioris semicirculo hæc est ita vt linea FG recta ad planum ABG, cadat in minus segmentum AOB, ductâ diametrô GD; dico quod si sumatur punctum F, quod non sit dimidium arcus AFB, & cadant plurimæ lineæ in circumferentiam maiorem, nempe ACB. quod FB minima erit; FD maxima. producatur diameter DG vsque ad O intelligaturque per puncta D, F, O, ductum circuli segmentum quod insistet perpendiculariter diametrô DO, eo quod linea FG sit recta ad planum circuli ACB.

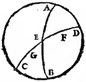
Demonstratio. (*per coroll. 1. Lemma superius*) FD maxima est, FO minima, & quæ proximior erit diametrô GD maior erit.

PROPO

PROPOSITIO III.

Theorema.

*Si duo circuli maximi se mutuò secent, & à communi sectione in vtroque, æquales arcus assumpti sint: lineæ huiusmodi arcus connectentes æquales erunt.*




Duo circuli maximi A B, C D; se mutuò secent in puncto E; abscindantorque arcus æquales EA, EB, E F, E G. dico lineas B G, A F æquales esse. ex puncto E, vt polô, interuallô maiorum arcuum E A E B, describatur circulus ACBD.

Demonstr. cùm circuli A B, C D, transeant per polum E, circuli ACBD bifariam eum secabunt, & perpendiculariter (*per 15. 1. huius*) quare perpendiculariter eius diametro insistent; eruntque ADB, ACB, DBC, DAC semicirculi, & arcus AD, C B æquales, cum ergo segmentum CD, perpendicularis insistat, diametro circuli DACB, assumptaque sint puncta G, & F, æqualiter à punctis D & C distantia, item arcus AD, CB, æquales sint: erunt (*per 12. 1. huius*) lineæ AF, BG æquales.

LEMMA.

*Si sumantur duo puncta æqualiter distantia à medio lineæ subtensæ alicui arcui; per quæ ducantur duæ parallelæ quarum vna conueniat cum perpendiculari in medio ex citatâ, altera verò non conueniat; quæ conuenit minorem arcum abscindit.*



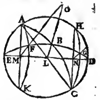

Linea AC subtendatur arcui ABC, quæ bifariam diuidatur in puncto D, sumantur autem lineæ DE DF, æquales; & ducantur duæ parallelæ EG FH, quarum vna, nempe E G conueniat eom perpendiculari D B productâ, F H autem non conueniat; dicô arcum G B. minorem esse arcu BH.

Demonstr. si ducerentur perpendiculares EK, FI, essent arcus K B B I æquales sed arcus BG minor est arcu KB, & B H maior arcu BI; igitur arcus BH, maior est arcu BG.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Si à communi intersectione circulorum maximorum in eorum altero, sumantur puncta æqualiter distantia; per quæ ducantur duo plana parallela, quæ alium circulum intersecent, in minori distantiâ a communi intersectione & horum planorum vnum conueniat cum intersectione circulorum productâ, aliud verò non conueniat; quod conuenit minorem arcum abscindit.*



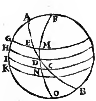

Duo maximi circuli ABC, EBD se mutuò intersecent in puncto B, in eorum altero duo arcus æquales AB, BC abscindantur, tum per puncta A, & C ducantur plana CGH, AFK, (*quæ per 1. huius*) circulos in Sphæra facient, hi duo circuli, alterum circulum EBD, secent in punctis F & G, ita tamen vt arcus BF, BG, minores sint arcubus AB, BC; vnde ex puncto B, vt polô; interuallô BA, ductus circulus non attinget puncta G & F, cum autem circuli ABC, DBE transeant per polum circuli AECD, bifariam eum secabunt, eruntque communes intersectiones AC, DE, diametri per centrum L transeuntes. Item linea L B recta est ad planum AECD. dico ergo quod si planum AFK conuenit cum LO productâ ad partes O, arcus BF, minor sit arcu BG.

Dem. cum planum AFK, supponatur conuenire cum linea LO, in puncto O; punctum O erit in plano AFK, sed etiam illud est in plano EBD, ergo punctum O erit in communi intersectione planorum, hoc est in linea M F; eum autem planum CGH non conueniat cum LO, neque N G cum ea conueniet. sunt etiam lineæ ML, LN æquales, eo quod triangula AML, LCN habeant angulos rectos ad M & N, & alternos ad L æquales, & latera AL, LC æqualia, quare (*per lemma precedens*) arcus BF minor erit arcu BG.

PROPOSITIO V.

Theorema.

*Si arcus æquales sumantur in circumferentia maximi circuli, & per punctum quod neque sit eius polus; neque sit in eius circumferentia, describatur maximus circulus ad ipsum rectus, item ex eo puncto vt polô per extremitates arcuum circuli paralleli ducantur, illi arcus inæquales abscindent in hoc vltimo circulo.*




In circumferentia maximi circuli AB, sumantur arcus æquales C D , D E , & per punctum F. quod neque sit in eius circumferentia , neque sit eius polus ducatur circulus FAB ad AB rectus. Item ex eodem puncto F , vt polo describantur paralleli EG , DH , CI , qui omnes sint in eodem hemisphærio, ita vt KN sit maximus circulus illis parallelus. dico quod iidem paralleli abscindent in eodem circulo FAB , per polum F transeunte , arcus G H , H I , inæquales, ita vt arcus HI propior circulo maximo KN,maior sit quàm HG;per punctum D medium, & per polum F ducatur circulus maximus.

Demonstr. cum duo circuli maximi A B , FO se intersecent, sumptique sint arcus æquales ED, DC , & per C & E ducta sint plana parallela, scilicet circulorum GM IC , ita vt si intelligeretur ex centro Sphæræ, duci linea per intersectionem D transiens , cum ea conueniret planum GM , non autem IC , ( *per* 4. *huius* ) arcus MD, minor erit arcu DN ; sed arcus MD æqualis est (*per* .o.a.*huius*)arcui HG;sicut DN arcui HI ergo arcus GH minor est arcu HI.

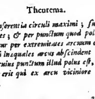
COROLLARIVM.

Ex hoc vides quare licèt sol circa solstitia percurrat æquales arcus iis quos percurrit circa æquinoctia, non tamen tanta fiat parallelorum, seu declinationis mutatio.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Si in circumferentia circuli maximi ; sumantur arcus æquales ; & per punctum quod polus eius non sit ducantur per extremitates arcuum circuli maximi , illi inæquales arcus abscindent in circulo maximo,cuius punctum illud polus est, illeque arcus maior erit qui ex arcu viciniore , ipsi polo proueniet.*



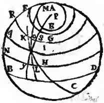

In circumferentia circuli AB sumantur arcus æquales DI , DC , & ex puncto E , quod circuli AB polus non sit , ducantur circuli maximi EIG EDF ; ECL , ita tamen vt H F , sit circulus maximus cuius E polus est , & puncta I , D, C , sint in eodem hemisphærio , dico arcum GF prouenientem ex arcu D I propiore ipsi polo E, maiorem esse arcu FL , per I , D , C ducantur paralleli IR , Dq . CP. ex polo E. & quia ( *per præcedentem* ) arcus Pq , maior est arcu qR , abscindatur arcus qS , æqualis arcui qR , ducaturque parallelus SO.

Dem. cum arcus DX , DV , ( *per* 10.2.*huius*) æquales sint , arcubus æqualibus qS , Rq. æquales erunt inter se.item, DI , & DC supponuntur æquales , quare ( *per* 3. *huius*) si ducerentur lineæ XI , VC illæ æquales essent. aliunde cum circulus maximus LE , transeat per polum paralleli SO , hic insistet perpendiculariter circulo maximo EL , est autem OL si perficeretur circumferentia maior semicirculo , cùm circulus HF sit maximus , quare ( *per* 1. *huius* ) linea VO , minor erit quam VC , ergo minor quam IX.igitur linea maior IX ex minori circulo RX , segmentum maius abscindit quam vt simile sit , segmento VO , sed ( *per* 10. 2. *huius* ) arcus IX GF. sunt similes sicut VO,& FL:ergo arcus GF maior est quàm vt similis sit arcui FL.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Si circulus maximus parallelum minorem tangat; & maiorem secet , in puncto in quo alius circulus maximus eum tangit , sumanturque in hoc circulo maximo arcus æquales in eodem hemisphærio, ducanturque paralleli : illi in primo circulo tangente arcus inæquales abscindent , & vicinior polo minor erit.*




Circulus ABC tangat circulum minorem AE, & secet circulum FG in puncto F , in quo alius circulus FIC eundem parallelum FG , tangat.sumantur in circulo FC , arcus æquales H I , I K. dico quod si per puncta K, I , H , ducantur paralleli NH , Iq RO , arcum N q , maiorem esse arcu qR , per punctum I ducatur circulus IM, tangens minorem circulum AE. item per polum P ducatur circulus IP.

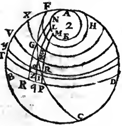
Demonstr.Ex puncto I ductus est circulus maximus I P , rectus ad plana parallelorum N H, RS , cum per eorum polum transeat. quare ( *per lemma* 11. 2. *huius* ) arcus IY minimus erit , & IL minor quam HI & I O minor quàm IK;quia autem ducti sunt duo maiores circuli F C , ML. se intersecantes in puncto I , suntque sumpti in eorum altero arcus æquales I H , I K , ductaque sunt plana parallela &c. ( *secundum propositionem* 4. ) erit arcus IO minor quam IL , sed ( *per* 11. 2. *huius*)

2. *huius* ) arcus I O, qR, item IL qN sunt æquales: ergo arcus Nq, maior est quàm qR.

## PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Iisdem positis sumptisque in circulo tangente maiorem parallelum, arcubus æqualibus; si ducantur per eorum extremitates maximi circuli tangentes minorem parallelum; illi circuli tangentes intercipient in maximo parallelorum arcus inæquales, illeque maior erit, qui ex arcu viciniore ipsi polo oritur.*

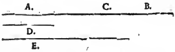



Circulus ABCD tangat minorem parallelum AE, in puncto A; & secet maiorem F H, in F. sit etiam circulus FC tangens eundem parallelum FH, in F, & in eo sumantur arcus æquales GK, KI, tum per puncta G, K, I. ducantur circuli maximi RGN, qKL PIM tangentes minorem parallelum AE, in punctis M, L; N; dico arcum qP minorem esse arcu Rq. Ducantur per puncta G, K, I, circuli paralleli GX, KV, IT, & quia (*per præcedentem*) arcus TV maior est arcu VX, abscindatur arcus VY æqualis arcui VX. eritque (*per* 13. 2. *huius*) arcus K O æqualis arcui KS.

Dem. cùm arcus KS, K O; item K G, K I æquales sint (*per* 5. *huius*) lineæ GS, O I si ducerentur æquales essent. sed O I maior est quam OR. nam segmentum paralleli RY, insistit circulo RM, & inclinatum est ex parte Y, quod patet ex eo quod si duceretur per polum 2. & per punctum R circulus maximus, ille transiret ad partes E, circumferentia etiam RP producta maior est semicirculo, cum BD sit parallelorum maximus; ideoque (*per* 2. *huius*) OR est minima, omnium cadentium ex O ad circumferentiam RP: quare OI maior etiam est, quàm OR, & consequenter GS, maior est quàm OR; Igitur GS maior ex minori parallelo XS, maiorem arcum GS abscindet, quam vt similis sit arcui OR, quem minor linea abscindit ex maiori parallelo YR. sed arcus GS similis est arcui Rq, & OR arcui Pq (*per* 13. 2. *huius*) ergo arcus Rq maior est, quàm vt similis sit arcui P q; ergo Rq maior est quàm Pq.

## LEMMA

*Datis duabus magnitudinibus inæqualibus inuenire mediam, quæ alteri cuiuscumque sit commensurabilis.*

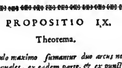



Sint datæ magnitudines A B, A C, inæquales; inueniendaque sit alia intermedia, hoc est maior quàm AC; minor quàm A B, quæ sit commensurabilis alteri D. vel magnitudo D, minor est differentiâ CB, vel non minor. si primò minor sit; multiplicetur D, ita vt fiat E proximè maior quam AC. dico quod E non erit maior quam AB, si enim maior esset quàm AB, detracta adhuc semel ipsâ D, quæ minor est quam CB, maior remaneret quam AC, ergo non fuisset proxime accepta maior quam AC. si verò D non est minor quàm CB. diuidatur D per medium, & iterum per medium, donec inueniatur aliqua eius pars aliquota minor quam CB, multiplicetur hæc pars aliquota donec fiat magnitudo proxime maior quàm AC. quæ etiam maior non erit quàm AB, alioquin detrahi adhuc posset, hæc pars aliquota, quæ supponitur minor quam BC Hæc autem magnitudo producta maior quam AC, minor quàm AB, commensurabilis est magnitudini D, cum sit composita per multiplicationem partis eius aliquotæ.

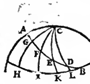
## PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Si in circulo maximo sumantur duo arcus non continui æquales, ex eadem parte, & ex puncto quod polus eius non sit, ducatur circulus maximus ad ipsum rectus, & alij circuli maiores per extremitates arcuum: Illi in parallelorum maximo, abscindent arcus inæquales; illeque maior erit, qui ex arcu viciniore ipsi polo oritur.*



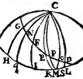

In circulo maximo A B, ex eadem parte, assumantur duo arcus non continui æquales GF, ED, & ex puncto C qui polus eius non sit, ducatur circulus maximus ad ipsum rectus CA, & per extremitates arcuum ducantur arcus maximorum circulorum, ex puncto C; nempe arcus CGH, CFI, CEK, CDL, dico arcum KL, minorem esse arcu HI. vel enim arcus intermedius FE, commensurabilis est, arcubus æqualibus CF, ED vel incommensurabilis, sit primò commensurabilis



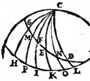

menſurabilis, diuidantur tam arcus intermedius EF, quam arcus FG, E D, in partes metientes vtrumque arcum.

Demon. oſtendemus arcus factos in circulo HB, procedendo ex L verſus H, ſemper creſcere, quare ſi KL contineat tres arcus, HI continebit tres arcus ſingulos maiores arcubus contentis in K L, quare arcus HI, maior erit quàm KL.

Si verò arcus intermedius FE ſit incommenſurabilis arcubus æqualibus GF, ED. dico adhuc arcum HI maiorem eſſe arcu, K L; neque enim minor eſſe poteſt neque æqualis. ſit enim ſi fieri poteſt minor, abſcindatur ex KL maiore, arcus KM æqualis ipſi H I, ductóque circulô MPC, inueniatur arcus EO, maior quàm E P, minor quàm ED. & commenſurabilis ipſi F E, & quia EO minor eſt quam ED qui æqualis, eſt ipſi GF, abſcindatur ex GF, arcus FN æqualis ipſi EO.




Demonſtratio. quia arcus EO, FN, æqoales ſuot, & commenſurabiles arcui intermedio FE, erit (*per primam partem huius*) arcus qI maior quam KS, quod eſt abſordum cum arcus KM poſitus fuerit æqualis arcoi HI.



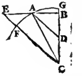

Si deniqoe poſitô EF incommenſurabili arcubus ED, GF, dicatur HI æqualis ipſi KL, diuidaotur GF, ED biſatiam, ducanturque circuli per diuiſiones.

Demonſtr. cum arcus GM, MF ſint æqoales (*per 6. huius*) erit arcus HP, maior quàm PI, ſicot etiam KO, maior quam OL & PI minor eſt, quàm dimidium arcus PK ſicut KO maior eſt quàm dimidium arcus KL, ponuntur enim arcus HI, KL æquales quare PI minor erit quam KO quod iam refutatum eſt ſecondâ parte.

Eadem methodô aliæ tres propoſitiones præcedentes probari poſſent in arcubus non continuis, quas Theodoſius, tantum demonſtrauit in arcubus continuis,

## L E M M A.

*Si ab acuto angulo trianguli rectanguli, linea ducatur ad latus oppoſitum, maior erit ratio totius lateris ad partem quæ eſt prope rectum angulum, quam anguli ad angulum.*




Sit triangulum rectangulum ABC, à cuius acuto angulo A, ducatur linea AD, ad oppoſitum latus. dico maiorem eſſe rationem lateris BC, ad ſegmentom DB, quàm anguli ADB ad angulum DAB. aut AEC ipſi æqualem. ducator CE parallela lineæ AD, & ex puncto C ut centrô, interuallô A C deſcribatur circulus GAF, qui cum latus AC, maius ſit quàm CB, propter angulum B rectum ſecabit CB vltra B, & quia EC, maior eſt quàm CA propter angulum obtuſum EAC, ſecabit CE, inter C & E, ſcilicèt in puncto F.

Demonſtr. vt angulus FCA ad angulum ACG, ita ſector FAC, ad ſectorem ACG, (*per vltimam 6.*) ſed triangulum ECA, maius eſt ſectore FCA ergo (*per* 8. 5.) maior eſt ratio trianguli ECA, ad ſectorem ACG, & adhuc moltò maior ad triangulū ACB, quam anguli ECA ad angulum ACB, & compoendo maior erit ratio totios trianguli ECB, ad triangulum ACB, quàm anguli ECB, ſeu ADB ad ACB; ſed vt triangulum ad triangulum (*per* 1., 6.) ita baſis BE ad baſin AB, & cum AD, EC ſint parallelæ, vt EB ad AB, ita (*per* 4. 6.) BC, ad BD: ergo maior erit ratio BC ad BD, quàm anguli ADB ad angolum ACD.

## PROPOSITIO X.

### Theorema.

*Si In circulo maximo ſumantur duo puncta ex eadem parte, per quæ à puncto quod polus eius non ſit ducantur maximi circuli, vſque ad parallelorum maximum; ducatur item circulus ad ipſum rectus: maior erit ratio arcuum maximi parallelorum, quàm arcuum circuli primò aſſumpti, incipiendo à circulo ad ipſum recto.*

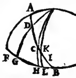
Sit maximos circulos AB in quo ſumantur duo pūcta C & D eâdem parte, tum per pūctū E quod polus eius non ſit ducatur maximus circulus EA ad ipſum rectus, ducantur item maximi circuli EDG, ECH terminati ad maximum parallelorum FB. dico eſſe maiorem rationem arcus FG, ad arcum CH, quàm arcus AD, ad arcum DC. vel enim arcus AD. DC ſunt commenſurabiles, vel incommenſurabiles. ſint primò commenſurabiles, inuentâque

ttque communi mensurâ diuidantur in I & K, ducanturque circuli EKN, EIO.




Demon cum arcus AI æqualis sit arcui IK, & FM. maior sit quàm arcus NG; maior erit ratio (*per 8.5.*) arcus FM. ad NG. quàm AI, ad IK pariter maior erit ratio MN. ad NG; quàm IK, ad KD, & ita deinceps; ergo (*per 34.5.*) maior erit ratio totius FG ad GH quàm totius AD, ad DC.

Si verò arcus AD esset incommensurabilis cum DC; dico nihilominus maiorem esse rationem arcus FG, ad GH; quàm arcus AD ad DC: si enim aliter se res habet erit ratio AD ad DC, aut æqualis rationi arcus AG, ad GH; aut maior, ostendo primò non esse maiorem rationem, sit enim si fieri potest maior ratio AD, ad DC, erit aliquis arcus maior, quam DC ad quem AD eandem rationem habebit, quàm habet FG ad GH, sit ille arcus DI, inueniaturque (*per lemma prop. 9.*) arcus DK commensurabilis cum AD, & medius inter DI, DC: ducaturque circulus maximus EKL.




Demonstr. Quoniam arcus AD, DK sunt commensurabiles, erit (*per primam partem huius propositionis*) maior ratio FG ad GL, quàm AD ad DK; sed maior est ratio (*per 8.5.*) FG ad GH; quàm FG, ad GL: ergo maior ratio FG ad GH quàm FD, ad DK, ergo multò maior erit ratio FG ad GH, quàm AD ad DI, contra id quod dictum fuerat, nempe dari posse aliquem arcum DI, maiorem arcu DC, ad quem A D eandem rationem habeat quàm FG ad GH.

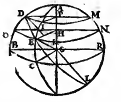
Denique sit si fieri potest eadem ratio arcus AD ad DC, quæ FG ad GH, diuidatur arcus DC bifariam in I ducaturque circulus EIK.




Dem. Quoniam arcus CI, ID sunt æquales, & continui (*per 6. huius*) erit G K maior quàm KH: ideoque GK erit maior dimidiò GH. sit GL dimidius arcus GH. maior est ratio GK ad DI, quàm GL ad DI, sed vt GL ad DI ita GH ad DC, & ex suppositione ita FG, ad AD; ergo permutando maior erit ratio G K ad FG, quàm DI ad AD, ideoque debebit dari arcus maior quam DI qui eandem rationem habeat ad AD, quam GK, ad FG; seu AD ad D I minorem habebit rationem quam FG ad GK, quod est contra id, quod est probatum secunda parte huius.

## PROPOSITIO XI.

*Si in circumferentia maximi circuli sit polus parallelorum: quorum vnum tangat alius circulus, & alium secet: ducatur item per sectionem, & per polum alius circulus, vsque ad maximum parallelorum, maior erit ratio diametri Sphæræ, ad diametrum paralleli qui tangitur, quàm circumferentia maximi parallelorum inter duos circulos per polum transeuntes intercepta, ad circumferentiam obliqui circuli inter duos parallelos interceptam.*




Sit polus A in circumferentia maximi circuli AB, sit item maximus circulus DEL, qui parallelum DM tangat in puncto D, secet vero parallelum EN, in puncto E; per quod & per polum A ducatur circulus maximus AE, dico maiorem esse rationem diametri Sphæræ BR, ad diametrum paralleli DM, quàm circumferentiæ BC, ad circumferentiam DE. AG est communis sectio circulorum AEC & AB, ideoque (*per 15. 1. huius*) transit per centra parallelorum, & recta est ad eorum plana; sunt igitur recti anguli in P, H, G. lineæ DM, ON; BR sunt diametri parallelorum, DL circuli obliqui, quia circuli maximi se bifariam secant, circulus DEL rectus est ad circulum AB, quia tangit circulum DFM in puncto D, AEC item rectus est, quare (*per 19. 11.*) linea EI communis eorum sectio, recta est ad planum AB: eruntque anguli EIH, EIG recti, ducantur lineæ HE, CG, EG: & quia in triangulo IHG angulus IHG rectus est, & consequenter latus IG, maius quàm IH; abscindatur IK æqualis lateri IH, ducatur q; linea EK.

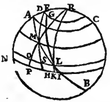
Dem. duo triangola EIH, EIK, habentia commune latus EI, & latera IK IH æqualia, & angulos in I & H rectos, (*per 5.4*) æqualia sunt, & habent angulos IHK, IKE, æquales. quia autem ab angulo E acuto, ducta est lines EK, ad latus IG, maior erit ratio totius IG, ad IK, quàm anguli IKG, seu EHI ad EGI, (*per lemma superius.*) angulus autem EHI, æqualis est angulo BGC, cum arcus iis subtensi sint similes (*per 10. 1. huius*) ergo minor est ratio anguli BGC, ad angulum BGL hunc est arcus BC, ad arcum DE (sunt enim circuli

culi æquales) quam lineæ GI ad IH:vt autem GI ad IH,ita DG radius ad DP,aut tota DL diameter Sphæræ,ad totam DM , ergo maior est ratio diametri BR,ad DM quàm arcus BC,ad arcũ DE.

PROPOSITIO XII.

Theorema.

*Si circulus maximus tangens parallelum maiorem quam sit ille,quem tangunt duo alij circuli maximi, illos secet inter parallelum maximum, & parallelum minor : maior erit ratio diametri Sphæræ , ad diametrum paralleli illius maioris qui tangitur; quàm circumferentia maximi paralleli intercepta inter duos circulos tangentes ad circumferentiam circuli obliqui ab iis pariter interceptam.*



Maximus circulus AB tangat parallelum AC, maiorem quàm sit DG , qui tangatur à maximis circulis FH,GI,circulus autem AB secet circulos FH,GI,in punctis M & L , inter parallelum DG, & parallelum maximum P I : dico maiorem esse rationem diametri Sphæræ,ad diametrum paralleli AC,quàm arcus HI,ad arcum ML,per polum R,& puncta A,M,L,describantor maximi circuli RA , RMP,RLK,& per L parallelus LO.

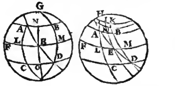
Demonstr.maior est ratio diametri Sphæræ,ad diametrum AC,quàm arcus NP, ad arcum AM, (*per* 11.*huius*)sed(*per* 10.*huius*) est maior ratio arcus NP ad PK,quam AM ad ML, & conuertendo est maior ratio NP ad AM,qoàm PK ad ML, ergo multo maior erit ratio,diametri Sphæræ, ad diametrum, AC, quam PK ad ML,sed arcus HI, minor est arcu PK , nam SL & PK sunt similes ( *per* 10. 2. *huius* ) S L & HI , sunt etiam similes ( *per* 13. 2. *huius* ) & OL maior est quàm S L, igitur & PK maior erit quàm HI.ergo multo maior erit ratio diametri Sphæræ , ad diametrum AC,quàm HI,ad ML.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

*Si duo paralleli secent eundem maximum circulum in duobus punctis vtrinque equaliter distantibus;ab intersectione maximi paralleli;& per hec tria puncta ducantur tres maximi aut per polum , aut tangentes eundem parallelum illi in maximo parallelo arcus equales intercipient.*

Paralleli AB,CD secent maximom circulum AD, in punctis A & D æqualiter distantibus.à maximo parallelo FE, hoc est sint arcus AE,ED,æquales: & per puncta A,E,D ducantor circuli maximi;aut per polum G transeuntes, aut tangentes eundem parallelum HK qui secent parallelum maximũ in punctis L,E,M,dico arcus LE,EM æquales esse.

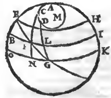


Dem.Quoniam arcus AE , ED sunt æqoales erunt (*per* 1.2.*huius*) paralleli AB CD æquales ,& (*per* 18.*eiusdem*)arcus LA,BM,BM,LC, EN, EO æquales.quare(*per* 3.*huius*)lineæ AN,OD,æquales erunt,io prima figura;& consequenter arcus OD, AN,æqoales sunt,&(*per* 10.2.*huius*)arcus OD,EM; item AN,LE,sunt similes:igitur LE,EM , sunt similes, & cum sint eiusdem circuli æquales erunt. In secunda verò figura,arcus AN,LE, item OD, EM(*per* 17.2.*huius*)sunt similes, ergo arcus EM. LE æquales sunt.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*Si circulus maximus parallelum minorem tangat ; & alius parallelum maiorem: illi intercipient in duobus aliis parallelis;arcus dissimiles:quorum ille plures gradus con.inet,qui polo conspicuo,proprior est.*



Circulus AB tangat in puncto A minorem parallelum ACD , sitque alius circulos maximus EFG,qui maiorem circulum EH tangat , sintque paralleli BF,KG.dico arcus FI,GK,esse dissimiles ita vt FI qui propior est polo conspicuo plures gradus contineat. per F , & G ducantur circuli maximi tangentes parallelum CD,ita vt semicirculi ABO , CF , non conueniant. item DLG AIK non conueniant.

Demonstr.arcus LI,GK,(*per* 13.2.*huius*)similes sunt:igitur FI plures gradus continet quam GK. vicissim BF,ON sunt similes;Igitur GO(qui vergit ad alium polum conspicuum respectu illius hemisphærij , plures gradus continet quàm BF. quod erat demonstrandum.

TRACTA

# TRACTATVS IV.

# TRIGONOMETRIA.

*TRIGONOMETRIA, seu triangulorum scientia, metiendorum triangulorum methodum docet, cognitisque aliquibus in triangulo partibus, cateras inuestigat. Sex autem tantum partes in triangulo agnoscimus, nempe tres angulos, & tria latera; quarum si tres saltem heterogenea cognoscantur: catera huius ope scientia innotescent. triangula vel rectilinea sunt, quorum nempe latera rectis lineis constant; vel Spharica quorum latera, sunt arcus maximorum circulorum, in superficie globi, seu Sphara descriptorum, quare triangulorum Sphericorum, solutionem ne attingat; ille qui primum librum Sphericorum Theodosij, & mediam saltem partem secundi non viderit; harebit enim haud dubiè in plerisque. Trigonometriam verò rectilineam, ille facilè intelliget, qui Euclidis Elementorum libros sex priores tenuerit; modò tamen Arithmeticam sciat mediocriter, & saltem in quatuor primis regulis Elementaribus versatus sit. Quàm autem vtilis sit hic tractatus, vix quisquam in mentem inducat. si enim rectilineam facillimam quidem in se spectemus, ex eâ tot geodesia, instrumenta & praxes oriuntur, vt qua alioquin abstrusa videbantur, ipso intuitu à trigonometrâ demonstrentur. si verò de Sphericâ sit questio, nullus aut in cælestibus, aut etiam in terrestribus certò pedem figere potest, qui illâ caruerit.*

*Vt ergo ad rem veniamus, hanc scientiam in sex partes, seu libros diuido. Primus Liber, sinus, tangentes & secantes inuestigabis, & canonis construendi methodum tradet quamuis autem Sphericam trigonometriam Tyro non vsque adeo perfectò conciperet praxes saltem addiscat, vsu enim & praxi sensim & plana, & facilis euadet.*

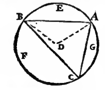
*Secundus logarithmorum originem, & naturam aperiet.*

*Tertius triangula rectilinea soluet.*

*Quartus erit Isagogicus ad triangula Spharica.*

*Quintus Spharica triangula rectangula soluet.*

*Sextus denique obliquangula.*




*Primi duo libri sunt quasi pradij parantque instrumenta, ad triangulorum omnium solutionem necessaria. alij rem ipsam absoluunt. vt autem huius communis instituti cognitio habeatur. cum omne triangulum rectilineum circulo inscribi possit; sequitur quòd eius quodlibet latus subtendat aliquem arcum circuli, vt si triangulum ABC, inscribatur circulo, cuius centrum D, latus AB subtenditur arcui AEB; & BC arcui BFC; item AC arcui AGC. quare si cognosceretur habitudo, seu ratio quam habent subtensa singula arcuum, vel inter se, vel ad diametrum, illud multùm conferret, ad cognoscenda, aut latera aut arcus, aut etiam angulos. atque hoc sufficiat vt habeatur, aliqua notitia generalis; cur ad triangulorum solutionem, requiratur cognitio subtensarum in circulo inscriptarum, quod tamen meliùs infrà patebit.*

*Quia omnis operatio trigonometrica in regulâ proportionum posita est, quam communiter vocant regulam auream, aut regulam trium, quâ nempe datis tribus numeris, quartus proportionalis reperitur; qua regula multiplicationem, & diuisionem continent, operationes in numeris longioribus difficiles, & tadij plenas; nostò laboro subleuauit Nobilis scotus Neperus, omni laude dignus, & de mathematicis disciplinis ideò benè meritus, qui substitutis aliis numeris, quos logarithmos vocat, multiplicationem in additionem; diuisionem, in subtractionem commutauit; ita vt intra hora quadrantem plura triangula soluere possimus illius methodô, quàm aliàs intra duas horas. atque hac in genere sufficiant.*

## LIBER PRIMVS.

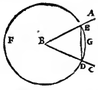
## Trigonometriæ.

### *De sinubus, tangentibus, & secantibus.*

DEFINITIO I.

Anguli rectilinei mensura est arcus, ex concursu linearum tanquam centrô, ad quodlibet interuallum descripti, inter lineas angulum comprehendentes interceptus, vt anguli ABC mensura est arcus DGE, circuli DEF descripti ex puncto B, apice ipsius anguli, tanquam centrô, qui arcus

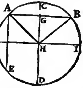
arcus DGE intercipitur inter lineas A B , C B comprehendentes angulum ABC.




Ex hoc sequitur , quòd subtensa alicuius arcus, dicatur etiam subtensa anguli eius , vt linea DE,tàm dicitur subtendere arcum EGD , quàm angulum EBD,quidquid igitur dicemus de arcubus,de angulis dictum intelligatur.

Communis est diuisio circumferentiæ circuli in 360. partes æquales. Ideoque tam benè dicimus arcum constare an. verbi gratiâ gradibus, quàm angulum.

DEFINITIO II.




Subtensa seu chorda alicuius arcus : est linea connectens extremitates illius arcus.

Vt linea AB, est subtensa arcus ACB; dicitur autem chorda metaphorâ ductâ , ex arcu quô sagittæ emittuntur.

In quo notandum est , si linea AB non transeat per centrum circuli , eam tàm subtendere arcum ACB minorem semicirculo. quam ADB maiorem communiter tamen potiùs respicitur arcus minor qui potest esse mensura alicuius anguli quam maior.

DEFINITIO III.

Subtensa residui,ad semicirculum,est linea cōnectens extremitates arcus , qui relinquitur ad semicirculum , vt si loquamur de arcu ACB sitque BAE semicirculus ; linea A E , est subtensa residui ad semicirculum.

DEFINITIO IV.

Sinus rectus alicuius arcus , aut anguli, est linea perpendicularis, ducta , ab extremitate vnius arcus ad lineam ductam à centro per aliam extremitatem.

Sit arcus CB , ducatur ex puncto B,ad lineam HC,perpendicularis BG. hæc vocatur sinus rectus arcus CB,vel anguli BHC.

Vel est dimidia subtensa arcus dupli : si enim producatur BG , ad A. & B A. diuidatur bifariam in G,(*per* 3.3.)HGerit perpendicularis, & arcus AC,CB æquales:est igitur BG dimidia subtensa arcus ACB qui duplus erit arcus BC.& AB erit subtensa illius.cuius BG dimidia,est sinus anguli BHG. ex quâ definitione sequitur, quòd cognitis subtensis cognoscentur omnes sinus.Ideoque possumus quærere subtensas , vt inueniamus sinus.

Notandum item est,quòd sicut subtensa duos, arcus subtendit , ita etiam sinus est sinus duorum arcuum , vnius quidem minoris quadrante , & alterius maioris quadrante. Ita BG. est sinus arcus C B , item arcus B D, reliqui ad semicirculum. Respectu enim vtriusque illi conuenit definitio. Ex quô fit , vt in canone, seu tabulâ sinuum , sufficiat scribere arcus , vsque ad quadrantem : seu ad nonaginta gradus. Cognitô enim sinu rectô , vnius arcus minoris quadrante , cognoscitur & sinus,reliqui ad semicirculum : hoc est sinus idem est, arcus 20. graduum , & reliqui ad semicirculum, seu arcus 160. graduum,

Notandum item ; quoties simpliciter dicimus sinum alicuius arcus , nos intelligere sinum rectum.

DEFINITIO V.

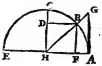
Sinus totus , est sinus rectus , quadrantis circuli; seu arcûs nonaginta graduum , qui æqualis est radio, seu semidiametro.

Vt si arcus CBI , sit quadrans circuli,linea HI, aut HC erit eius sinus rectus , quia nempè est, perpendicularis ducta ab extremitate,vnius arcus nempè C. ad lineam ductam à centro H , per aliam extremitatem.

Hic autem sinus est omnium maximus. nam arcus maiores quadrante habent sinum minorem ; est item æqualis radio seu semidiametro.

DEFINITIO VI.

Complementum alicuius arcus , aut anguli, est excessus quô exceditur à quadrante , si illô minor sit ; vel quô excedit quadrantem , si illô maior sit.




Sit arcus AB , minor quadrante ABC , BC est excessus , quô superatur à quadrante , vel si sumatur arcus ECB maior quadrante ; idem arcus CB , erit illius complementum. quia CB est excessus quô excedit quadrantem.

DEFINITIO VII.

Sinus complementi , qui ab aliquibus vocatur sinus secundus. est sinus rectus complementi alicuius arcus. vt linea DB est sinus arcus CB ; qui comparatus cum AB , aut cum ECB, est complementum illorum. vnde linea D B est sinus complementi arcus A B aut arcus ACB.

DEFINI

### DEFINITIO VIII.

Sinus versus alicuius arcus, est linea intercepta inter sinum rectum illius, est peripheriam circuli, vt arcus A B. sinus versus, est linea FA, quæ intercipitur inter sinum rectum BF, & peripheriam circuli.

Hic autem sinus versus, est residuum semidiametri; eblatô ab eo sinu complementi. vt si ex semidiametro H A, auferas lineam H F, æqualem sinui complementi, nempe lineæ DB relinquitur sinus versus.

### DEFINITIO IX.

Tangens alicuius arcus, est linea tangens circulum in extremitate illius arcus,& terminata ad lineam ex centro, per aliam extremitatem arcus ductam. vt linea AG, quæ tangit circulum in puncto A, extremitate arcus AB. & terminatur ad lineam ABG, quæ ducitur ex centro H, per aliam extremitetem B. est tangens arcus AB.

### DEFINITIO X.

Secans alicuius arcus, est linea à centrô circuli, per extremitatem illius ducta; & ad tangentem extra circulum terminata. vt linea HG. ducta à centro H, per extremitatem B, arcus A B; & terminata extra circulum, ad tangentem A G. est secans arcus A B. Dantur tangentes, & secantes complementorum.

Notandum autem, vt iam monui, non tantùm dari sinus, tangentes, secantes, arcuum: sed etiam easdem lineas vocari sinus, secantes, & tangentes angulorum, nempè angulorum quorum arcus sunt mensuræ. vt quia arcus AB, est mensura anguli B H A; linea F B dicetur sinus, A G tangens; H G secans, anguli AHB.

### SVPPOSITIO I.

Suppono ex arithmetica, datâ longitudine alicuius lineæ in numeris, posse per multiplicationem cognosci eius quadratum. si nempè multiplicetur numerus datus per seipsum.

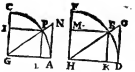
### SVPPOSITIO II.

Suppono item datâ in numeris areâ alicuius quadrati, posse per extractionem radicis quadratæ. haberi in numeris longitudinem illius lineæ, vnde dixi initiô huios tractatus; neminem trigonometriam attingere debere, qui non fuerit in arithmeticis exercitatus.

### PROPOSITIO I.

*In circulis quibuscumque eadem est ratio, radij, ad sinum rectum, sinum versum, secantem,tangentem,& subtensam arcuum similium.*






Sint circuli APC, DEF etiam inæquales, sintque arcus AP, DE, similes. dico ita esse semidiametrum GP, ad sinum rectum PL, aut sinum versum L A, tangentem A N; secantem GN, sinum complementi IP, subtensam AP. sicut radius EH, ad sinum rectum EK, sinum versum KD, sinum complementi EM, tangentem DO: secantem HO subtensam ED.

Demonstratio. arcus AP, DE supponuntur similes. igitur (*per def.* 10. 3.) anguli PGL, EHK sunt æquales. anguli autem L & K sunt recti (*per def. sinus*) ergo triangula PGL, EHK sunt æquiangula: quare (*per* 4. 6.) erit vt G P, ad PL ita HE ad EK, quod est primum pariter vt GP ad G L aut ad IP illi æqualem sinum nempè complementi: ita H E ad H K sinum, aut ad illi æqualem EM sinum pariter complementi. propter eandem æqualitatem angulorum PGA, EHD concludam triangula AGN, D HO. rectangula in D; & A (*per* 17. 3.) esse etiam æquiangula: erit igitur vt radius AG, ad tangentem A N, ita radius HD, ad tangentem DO. Et vt idem radius AG, ad secantem GN, ita radius HD. ad secantem HO. Denique triangula APG, EHD, ductis lineis AP, DE essent etiam æquiangula, cum haberent angulos AGP, DHE æquales, & reliqui duo sint æquales inter se (*per* 5. 1) cum latera GP, GA sint æqualia ex definitione circuli; sicut HD, HE: igitur (*per eandem* 4. 6.) erit vt sinus totus seu radius GA ad subtensam AP, ita radius HD, ad subtensam ED quod erat vltimò demonstrandum. De sinubus versis idem demonstratur.

Coroll. Ex hòc sequitur quod si semel habeantur rationes diametri, aut semidiametri vnius circuli, ad subtensas, sinus, secantes, & tangentes omnium arcuum, eiusdem circuli: habebitur pariter ratio quam habent diametri omnium circulorum ad subtensas sinus, tangentes, secantes suorum circulorum.

Supponitur igitur diameter diuisa in aliquot partes æquales, in quâ suppositione quæritur quot partium sint subtensæ singulorum arcuum, aut sinus, tangentes secantes.

Ptolomæus & communiter antiqui diuidebant diametrum in 120. partes æquales, ita vt semidiameter esset 60. partium; hunc autem numerum assumebant potiùs quam alium, quia plurimas continet partes aliquotas. quia tamen eâ suppositione factâ plurimæ subtensæ adiectas habebant fractiones, quæ in operationibus geometricis multùm tædij afferebant, ideò recentiores diametrum in multò plures partes diuidunt, vt si quæ in reliquis lineis fractiones inueniantur, facilè sine periculo erroris notabilis, negligi possint. communiter autem diuiditur à recentioribus diameter in 20000000. & radius in 10000000. partes æquales in

Y 2 quâ

quâ hyporhesi, quærimus quotnam partium sit sinus, secans, & tangens vniuscuiusque arcus faciliùs autem est vti sinubus, quàm subtensis, ideóque canon continebit tantùm sinus.

## PROPOSITIO II.

Problema.

*Cognitâ subtensa alicuius arcus cognoscere subtensam reliqui arcus ad semicirculum.*



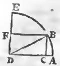

Sit cognita subtensa AB, in partibus diametri AC cognitæ (supponitur enim in omnibus istis diameter cognita.) quæritur longitudo subtensæ CB, reliqui arcus ad semicirculum. Cognita AB, cognoscitur eius quadratum per suppositionem primam. Item cognoscitur quadratum AC. Aufer quadratum AB à quadrato AC, & habebis quadratum CB, & per suppositionem secundam lineam ipsam CB.

Demonstratio. angulus A B C in semicirculo (*per* 31.3.) rectus est. ergo (*per* 47.1.) quadratum AC, æquale est quadratis A B, B C. ergo auferendo quadratum ex AB ex quadrato AC. Relinquitur quadratum ex BC.

## PROPOSITIO III.

Problema.

*Datô sinu arcus, Inuenire sinum complementi.*




Sit datus CB sinus arcus AB. quæritur FB sinus arcus BE, eius complementi.

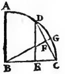
Aufer quadratum CB ex quadrato DB, nempè semidiametri, relinquitur quadratum, lineæ DC, seu FB illi æqualis.

Demonstratio. eadem est cum angulus BCD rectus sit ex definitione sinus.

## PROPOSITIO IV.

Problema.

*Datô sinu alicuius arcus, inuenire sinum arcus dupli, & dimidij.*




Cognoscatur sinus CF, quæritur sinus arcus CD dupli, nempè DE. BF est sinus complementi, aut certè illi æqualis, nam in figurâ vltimâ, linea BF est sinus complementi cui æqualis est DC. Intercepta inter centrum, & sinum rectum. fiat igitur vt sinus totus BC, seu radius ad sinum complem. BF; ita sinus arcus duplic. nempe DC, ad DE.

Demonstr. triangula BFC EDC. sunt æquiangula cum habeant angulum communem C, & angulos DEC, BFC æquales vt pote rectos; ergo erit vt BC radius, ad B F sinum complementi arcus CG, ita CD. subtensa seu dupla sinus CF, ad DE sinum arcus C D dupli ipsius CG.

### COROLLARIVM.

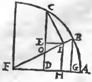
Sinus dimidij arcus est medius proportionalis inter sinum versum totius arcus, & dimidium radium. cum enim sit vt BC, ad CD; ita CF, ad CE; vt autem BC, ad CD, ita dimidius radius ad dimidiam CD, seu C F, ita erit dimidius radius, ad CF sinum dimidij arcus vt CF ad CE sinum versum totius arcus.

### COROLLARIVM.

Cognitô sinu DE, dabitur sinus arcus dimidij seu DC. nam cognito D E, datur per tertiam BE, qua ablatâ ex radio BC, restat EC. sed (*per* 47.1.) quadrata ex DE, EC æqualia sunt quadrato ex DC, ergo habetur DC cuius dimidium CF, est sinus arcus dimidij.

## PROPOSITIO V.

*Datis sinubus duorum arcuum Inuenire sinum aggregati eorum.*




Cognoscantur sinus arcuũ AB, BC, nẽpe BG, CI, supponitur enim C I perpendicularis ad FB & consequenter esse sinus arcus B C. dico cognosci posse lineam CD, quæ est sinus arcus ABC compositi ex duobus. Primò ostendo triangula EIC, FHI esse æquiangula nam in triangulis CIO, ODF, anguli ad verticem, nempe in O sunt æquales. ergo reliqui F & C æquales sunt, & cum E rectus sit, erunt triangula CEI, OFD, IEH, BFG æquiangula.

la. quare (*per* 4. 6.) ita erit radius FB, ad FI sinum complementi cognitum (*per* 3.) sicut sinus BG cognitus ad HI. rursus ita est FI ad FG; sicut CI ad EC. quare addendo ED, & EC. dabitur tota CD, quod intendebatur.

PROPOSITIO VI.

*Datis sinubus duorum arcuum Inuenire sinum differentiæ eorum.*

Sint dati sinus arcuum AB, AC, hoc est BG, CD. dico cognosci posse lineam CI. sinum differentiæ illorum arcuum. iisdem enim positis vt prius, cum datur sinus CD, datur (*per tertiam*) sinus complementi seu FD, fiat vt FG ad BG, ita FD ad DO habebitur DO & consequenter OC. fiat item vt FB ad FG, ita OC ad CI triangula enim OCI, FBG sunt æquiangula: ergo dabitur CI.

PROPOSITIO VII.

*Sinus arcuum minimorum sunt sensibiliter in eadem ratione cum arcubus.*

Sint duo arcus minimi verbi gratiâ arcus vnius minuti; & arcus triensis minuti. dico eorum arcuum sinus esse in eâdem ratione cum arcubus, non quidem exactè, sed physicè, in initio quadrantis circumferentia circuli perpendicularis est ad diametrum, & cum perpendiculari physicè coincidit; sed sinus arcuum sunt etiam perpendiculares ad diametrum, vt fert eorum definitio: ergo cum circumferentia sensibiliter coincidunt: ergo eandem physice & sensibiliter habent rationem ac arcus cuius sunt sinus.

Quia tamen aliquid deest ad perfectam æqualitatem rationis, prout maiorem requiremus præcisionem, minores arcus erunt assumendi, quare si sumendi duos arcus quorum teneatur ratio, si inueniamus eorum sinus eandem habere sensibiliter, ita vt differentia si quæ est, non adæquent vnam particulam æqualem illis in quas diuisus est radius, verbi gratia si radius assumptus est partium centies mille, si id quod deest sinui, vt sit ad alium, vt arcus, ad arcum minus est centies millesima parte radij, tutò assumere possumus in ordine ad institutum nostrum, eandem esse rationem sinus illius ad alium, sicut arcus ad arcum.

PROPOSITIO VIII.

*Si eadem quantitas duplici diuisione diuidatur erit numerus partium primæ diuisionis, ad numerum partium secundæ, vt vna pars secundæ diuisionis ad vnam partem primæ diuisionis reciprocè.*

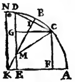
A. B. C. D. E. Numerus A diuidatur in 60, 6. 10. 15. 4. quotcumque partes numero B æquales sitque C numerus earum diuisionum, ita vt ducendo B in C. fiat A. diuidatur pariter idem A in partes numero D æquales sitque E numerus talium partium, hoc est multiplicando D per E fiat idem A dico ita esse C numerum partium primæ diuisionis, ad E numerum partium secundæ, vt pars D ad partem B. eum enim idem rectangulum comprehendatur sub C & B, quod sub E & D. si B ponatur vltima, (*per* 15. 6.) ita erit C ad E, sicut D ad B quod erat demonstrandum.

*Hæ propositiones sufficere possent absolutè, ad construendum canonem sinuum, sequentes tamen sunt necessariæ ad minuendum laborem.*

PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Differentia sinuum duorum arcuum, æqualiter à gradu sexagesimo distantium, æqualis est sinui distantiæ alterutrius à gradu sexagesimo.*




Sit arcus AB 60. graduum, sintque arcus AC, AD æqualiter distantes, ab arcu AB, hoc est tam arcus AD superet arcum AB, quàm arcus AB superat arcum AC, seu arcus BC, BD sint æquales. Ducatur CG parallela EF. DE, sit sinus arcus AD, & EC, sinus arcus AC. & quia tàm CG, EF, quàm EG, CF, sunt parallelæ propter angulos rectos ad E & F parallelogrammum erit EF CG, eruntque CF, EG æquales; (*per* 34. 1.) quare GD erit excessus quò DE sinus arcus AD, superat lineam FC sinum arcus AC. Dico illum excessum æqualē esse lineæ CI. seu sinui arcus CB. ducatur linea CM.

Demonstratio. contendo triangulum CDM esse æquilaterum, nam triangula MID, MIC, habent vnus latus MI commune, latera DI. IC, sunt æqualia, (*per* 3n. 3.) cum arcus DB. & BC sint æquales. & anguli ad I sint recti (*per* 3. 3.) erunt (*per* 4. 1.) anguli MDI, MCI, æquales & latera MD, MC æqualia; item anguli DMI, BMC æquales erunt. cum autem angulus DMB externus in parallelis NK, DE æqualis interno NKB, qui est 3n. graduum; igitur totus DMC est 60. graduū, & alij duo MDC, MCD qui æquales prnbati sunt etiam 60. gradnum, vt perficiantur duo recti. quare æquiangulum est triangulum DMC & (*per cor. quinta* 1.) æquilaterum: ergo æquales sunt CD MD. linea autem GD est dimidia pars lineæ MD. eum enim CG facta sit parallela lineæ KA, & angulus E rectus sit, ex (*definitione sinus*) anguli ad G recti sunt. Cum igitur triangula CGD, CMG, habeant duos angulos, & duo latera CD, CM æqualia, erunt (*per* 26. 1.) lineæ GD, GM æquales: ergo GD est dimidia lineæ GM, ergo æqualis lineæ CI, quæ est dimidia lineæ CD, quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

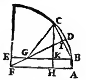
Sequitur ex hoc, quòd datis sinubus arcuum vsque ad 60. dabuntur facilè reliqui per solam additionem. sit enim datus sinus arcus

gr. 59. huic adde ſinum arcus vnius gradus efficieſque ſinum arcus 61. ſi ſinui arcus 58. addas ſinum arcus duorum graduum efficies ſinum arcus graduum 62.

## PROPOSITIO X.

Theorema.

*Si ſint duo arcus æqualiter à gradu trigeſimo diſtantes; quadratum ſinus diſtantiæ minoris ab arcu triginta graduum, eſt tertia pars quadrati differentiæ ſinuum illorum arcuum.*




Sit arcus AD, triginta graduum, ſintque arcus AB, AC, æqualiter ab illô diſtantes. hoc eſt ſint BD, DC arcus æquales. ducaturque linea BC, & linea F D. eritque BC ſicut priùs diuiſa bifariam, & ad angulus rectos. ſit CH, ſinus arcus AC, & AB ſinus arcus AB. erit CK differentia ſinuum, & BI, ſinus arcus BD, ſeu differentiæ inter arcum AB, & AD. Dico quadratum lineæ BI eſſe tertiam partem quadrati K C. iungatur linea CG.

Demonſtratio. triangulum CGB oſtendetur vt priùs eſſe æquilaterum. quare triangula CKB. G I B, quórum communis eſt angulus CBK. & anguli ad K, & I recti, & latera GB, & BC æqualia, (*per* 26. 1.) ſunt æqualia, & latera BK, BI æqualia ſunt. (*per* 47. 1.) ſed quadratum BC, quod eſt quadruplum quadrati BI, (cum BC ſit dupla ipſius BI, (eſt æquale quadratis CK, & KB ſeu BI. ergo ſi ab vtroque auferas quadratum BI, erunt tres quadrantes quadrati BC æquales quadratu K C. ergu quadratum KC eſt triplum quadrati BI quod erat demonſtrandum.

## COROLLARIVM.

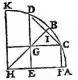
Ex huc Theoremate cognitis ſinubus arcuum ad trigeſimum gradum cognoſcentur reliqui vſque ad ſexageſimum.

## PROPOSITIO XI.

Theorema.

*Si ſint duo arcus æqualiter ab arcu graduum 45. diſtantes; erit quadratum ſinus arcus quô ab arcu 45. differunt media pars quadrati differentiæ ſinuum.*

Sit arcus AB 45. graduum; ſintque duo arcus AC, AD æqualites diſtantes ab eo; hoc eſt arcus BC, BD ſint æquales. ſintque eorum ſinus DE, FC; D E autem ſecet H B in G, ducatur GC. quæ erit parallela lineæ AH. nam cum lineæ HK, DE, ſint perpendiculares ad eandem



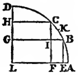

AH, & parallelæ erunt inter ſe: igitur angulus DGB externus, æqualis eſt interno KHB, qui ſemirectus eſt. triangula autem GDI, GIC, ſunt æqualia (*per* 4. *primi*) quare æquales ſunt anguli DGB, BGC. ſemirectus ergo eſt BGC, ergo etiam æqualis angulo Interno GHE. & (*per* 28. 1.) parallelæ ſunt GC, EF. parallelæ item ſunt DE, CF cum ſint perpendiculares ad eandem HA. Igitur (*per* 34. 1. æquales ſunt CF, EG; ergu GD eſt differentia ſinuum. Dico autem illius quadratum duplum eſſe quadrati DI, vel IC.

Dem. In triangulo GID, angulus in I, rectus eſt cum arcus DB, BC ſupponantur æquales. angulos DGI, eſt iam probatus ſemirectus; ergo & GDI ſemirectus erit, vt perficiantur duo recti: ergu (*per* 5. 1) latera DI, GI, ſunt æqualia, ſed (*per* 47. 1) quadratum GD eſt æquale quadratis GI, ID; ergo duplum eſt quadrati DI, quud erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XII.

Theorema.

*Aggregatum ex quadratis differentiæ ſinuum arcuum, & differentiæ ſinuum complementorum, eſt quadruplum quadrati ſinus ſemidifferentiæ arcuum.*




Sint duo arcus AB, AC. quôrum differentis CB, ſemidifferentia KB. ſint ſinus eorum BE, CF, quôrum differentia CI; ſinus complementorum CH, BG. quôrum differentia IB. dico aggregatum quadratorum CI, IB, eſſe quadruplum quadrati ſinus arcus KB.

Dem. angulus CIB eſt rectus, vt facilè colligi poteſt ex definitionibus ſinuum. ergo (*per* 47. 1.) quadratum CB æquale eſt quadratis CI, IB, ſed quadratum CB eſt quadruplum quadrati ſinus arcus KB. nam ſinus arcus KB eſt dimidia ſubtenſa arcus CB dupli. Ergo quadrata CI, IB ſunt quadrupla quadrati ſinus KB.

## PROPOSITIO XIII.

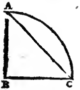
*Subtenſa arcus 60. graduum, æqualis eſt ſemidiametro.*

Demonſtr. cum totus ſemicirculus contineat gradus 360. arcus 60. erit ſexta eius pars & conſequenter eius ſubtenſa latus exagoni ſed latus

latus exagoni ex cotull. (*prop.15. l.4.*) est æquale radio seu semidiametro. ergo habetur subtensa arcus 60. & consequenter eius semissis est sinus arcus graduum 30.

## PROPOSITIO XIV.

*Quadratum subtensæ graduum 90. est duplum quadrati semidiametri.*



Sit quadrans circuli, arcus AC hoc est 90. graduum. sitque eius subtensa AC. dicu illius quadratum duplum esse quadrati semidiametri. sit centrum circuli B. ducanturque BA BC.

Demonstratiu. angulus ABC rectus est, cum mensura eius sit AC quadrans; ergu (*per* 47. 1.) quadratum AC erit æquale quadratis AB, BC, hoc est duobus quadratis semidiametri, quud est esse duplum.

## PROPOSITIO XV.

*Canonem sinuum construere.*

Supponitur sinus totus seu radius quotcumque partium, seu diuisus in partes verbi gratiâ 1000000. huic (*per* 13.) æqualis est subtensa graduum 60. & eius semissis æqualis erit sinui graduum 30. & subdiuidendu hunc arcum bifariam habebitur (*per* 4.) sinus arcus 15. gr. & subdiuidendo iterum sinum arcus 7. 30. & ita consequenter subdiuidendo habebimus istorum arcuum sinus, ita vt duodecimâ diuisione perue-

| Gr. | Mi. | Sec. | Terti. | |
|---|---|---|---|---|
| 30. | | | | |
| 15, | | | | |
| 7. | 30. | | | |
| 3. | 45. | | | |
| 1. | 52. | 30. | | |
| 0. | 56. | 15. | | |
| | 28. | 7. | 30. | |
| | 14. | 3. | 45. | |
| | 7. | 1. | 52. | 30. |
| | 3. | 30. | 56. | 15. |
| | 1. | 45. | 28. | 7. | 30. |
| | | 52. | 44. | 3. | 45. |

niamus ad sinus qui eam eandem rationem habent. ac arcus (*per* 7.) quod deprehendemus facilè inueniemus enim rationem sinus penultimi, ad vltimum esse duplam, sensibiliter sicut vnus arcus est duplus alterius.

Supponatur. Idem arcus 30. graduum diuisus in minuta, eruntque minuta in 30. gradibus 1800. per primam autem diuisiunem numerus partium erat in 2048. partes, sed sinus se habent vt arcus sensibiliter & (*per* 8. *huius*) ita est numerus partium duarum diuisiunum; vt ipsæ partes reciprucè: ergo ita erit 1800. ad 2048. vt sinus inuentus secundurum 52. 44. 3. 45. ad sinum vnius minuti.

Cugnitô sinu vnius minuti dabitur per quartam sinus duorum minutorum.

Datô sinu vnius minuti & sinu duorum (*per* 5.) sinus trium.

Datô sinu trium & vnius per eandem dabitur sinus quatuor & ita cunsequenter vsque ad 30. gradus.

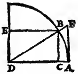
Tum (*per* 10.) vsque ad sexagesimum gradum, & per 9. vsque ad gradus 90.

*Sequuntur propositiones necessaria ad compositionem canonis tangentium, & secantium.*

## PROPOSITIO XVI.

Theorema.

*Vt sinus complementi, ad sinum arcûs; ita sinus totus, ad tangentem eiusdem arcus.*



Sit arcus A B, cuius sinus B C; tangens sinus complementi EB. aut illi æqualis DC. dico ita esse. DC, ad CB, sicut DA radius, ad DF.

Demonstr. BC (*per definit. sinuum*) est perpendicularis ad DA. Item AF est ad eandem perpendicularis. cùm sit tangens ergo (*per* 29. 1.) sunt CB, AF parallelæ. ergo in triangulo FDA. est ducta CB parallela basi: igitur (*per* 2. 6.) ita est DC, ad CB, sicut DA ad AF.

*Ex hâc solâ propositione confici potest canon tangentium, licèt simus daturi alias vtiles ad facilitatem.*

## PROPOSITIO XVII.

Theorema.

*Radius est medius proportionalis, inter sinum complementi, & secantem arcus.*

Sit in eâdem figurâ sinus complementi EB, aut illi æqualis DC, & secans DF. dico ita esse CD ad DA, vt DA, ad DF secantem.

Demoustratio. in triangulo ADF, ducta est vt ustendimus CB parallela basi AF; ergo [*per* 2. 6.] ita est D C ad D B; [aut DA illi æqualem] sicut DA, ad D F quod erat ostendendum.

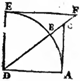
*Hâc sola propositione absolui potest canon secantium.*

PROPO

## PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

*Radius est medius proportionalis, inter tangentes arcûs, & complementi.*



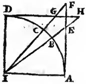

Sit arcus AB, cuius tangens AC, complementum eius sit BE, cuius tangens EF. dico ita esse tangentem AC, ad radium, sicut radius ad EF.

Demonstratio. cùm linea ED sit perpendicularis ad DA, ex constructione (supponitur enim AE esse quadrans, & consequenter ADE esse angulus rectus;) ED sit etiam perpendicularis ad EF, cum EF sit tangens; erunt DA, EF parallelæ quare (*per* 28. 1.) anguli alterni ADC, DFE sunt æquales. Item anguli A, & E sunt recti, & æquales, & triangula DEF, DAC sunt æquiangula vnde (*per* 4. 6.) erit vt tangens AC, opposita angulo D, ad AD radium, ita ED radius oppositus angulo F, (qui æqualis est angulo D) ad tangentem EF quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XIX.

Theorema.

*Tangentes arcuum, tangentibus complementorum sunt reciprocè proportionales.*




Sint arcus AB, AC. quôrum complementa BD, CD. sitque tangens arcus AB. linea AE; tangens arcus AC, sit AF; tangens complementi arcus AB, nempe BD, sit DH; & complementi AC; nempe arcus CD, sit DG. dico ita esse AE ad AF, sicut DG, ad DH. & hoc est reciprocè, nempè prima sit tangens arcus secundi. tertia sit tangens complementi arcus secundi, quarta erit tangens complementi arcus primi.

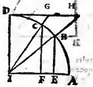
Demonstratio. radius est medius proportionalis inter tangentem arcûs AB, & tangentem complementi hoc est.

Ita est tangens EA, ad radium, vt radius: DH, igitur rectang. sub EA, DH, æquale est quadrato radij. pariter rectangulum sub AF, DG. æquatur eidem rectangulo radij: ergo rectangulum sub EA. DH æquale est rectang sub AF, DG, quare (*per* 17. 6.) ita est EA ad AF, sicut DH, ad DG. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XX.

Theorema.

*Sinus arcuum, & secantes complementorum reciprocè sunt proportionales.*




Sint arcus AB, AC, quôrum complementa BD, CD, sinus BE, CF, secantes IH. IG. dico ita esse sinum primi AB, nempè BE ad sinum secundi nempè CF. vt IG, secans complementi secundi, ad IH secantem complementi primi arcus.

Demonstratio. (*per* 17.) radius est medius proportionalis inter sinum arcus; & secantem complementi: quare vt EB, ad radium; ita radius, ad IH: ergo rectangulum sub EB, IH æquatur quadrato radij, pariter rectangulum sub CF, IG æquabitur eidem quadrato: ergo (*per* 17. 6.) erit vt EB, ad CF, ita IG, ad IH quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXI.

Theorema.

*Vt tangens arcûs; ad secantem eius, ita radius, ad secantem complementi.*

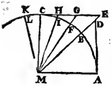
In figurâ propositionis 18. ostendimus triangula CAD, DEF esse æquiangula; igitur vt tangens AC, opposita angulo ADC. ad secantem DC oppositam angulo recto A; ita radius DE, oppositus angulo F, (qui angulo ADC est æqualis) ad DF secantem complementi, oppositam angulo recto E, quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXII.

Theorema.

*Differentia tangentium arcuum, qui simul sumpti æquales sunt quadranti, est dupla tangentis arcus, quô maior minorem superat,*

Sint




Sint duo arcus AB, BC qui simul sumpti quadranti sint æquales; sitque AD tangens minoris; & CE tangens maioris; sitque arcus BI æqualis arcui AB, & consequenter IC erit differentia arcuum, & CH erit tangens illius; sumatur item CF æqualis ipsi AB, eritque CG eius tangens, æqualis tangenti AD. dico GE, excessum tangentis CE supra CG, aut AD illi æqualem, esse duplam lineæ CH, tangentis differentiæ arcuum. sumatur arcus CL æqualis ipsi CI, sitque KC illius tangens æqualis ipsi CH, ideoque tota KH illius erit dupla. volo probare lineam GE æqualem esse lineæ KH.

Demonstratio. arcus BI, factus est æqualis arcui AB, ergo (*per* 18. 1.) anguli AMB, HMB. sunt æquales, sed AMB, & MEC alterni, sunt etiam æquales: ergo anguli E, & BMH sunt, æquales: ergo (*per* 6. 1.) lineæ MH seu MK & HE æquales sunt.

Pariter cùm arcus AB, CF sint facti æquales, si addantur vtrinque arcus CL, FB æquales; erunt arcus AF, FL æquales, & consequenter æquales erunt anguli KMG, AMG; sed AMG, MHK alterni sunt etiam æquales; ergo anguli KMG, MGK sunt æquales; ergo latera KM, MG, sunt æqualia, & æquales sunt lineæ KG, HE, & ablatâ communi HG; erunt æquales KH, GE, quod erat ostendendum.

COROLLARIVM.

Datâ tangente differentiæ duorum arcuum, qui simul sunt æquales quadranti, & tangente minoris, habebitur tangens maioris, si nempe tangenti minoris addatur dupla tangens differentiæ arcuum. Et vicissim.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

*Tangens differentiæ arcuum qui simul æquales sunt quadranti, cum tangente arcus minoris, æqualis est secanti differentiæ.*

Ostendimus enim lineam KG, compositam ex CG æquali ipsi AD, & ex KC tangente differentiæ, æqualem esse, lineæ KM, quæ est secans differentiæ.

Quare data tangente differentiæ, & tangente arcus minoris, dabitur per solam additionem, secans differentiæ arcuum.

PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

*Tangens differentiæ arcuum, qui simul æquales sunt quadranti, & secans eiusdem differentiæ æquales sunt tangenti maioris arcus.*

Ostendi enim lineas HE, HM, esse æquales, quibus si addatur CH tangens differentiæ fiet linea CE, æqualis lineis CH. MH.

# TRIGONOMETRIÆ
## LIBER SECVNDVS.
## DE LOGARITHMIS.

*OMNIS ferè solutio trianguli, ope canonis subtensarum, sinuum, tangentium, & secantium absoluitur per regulam proportionum. In quâ tribus numeris datis, quartus proportionalis inuenitur. hæc autem regula perficitur, multiplicando secundum, per tertium, & productum diuidendo per primum. numeri autem, qui inueniuntur in tabulis secantium, sinuum tangentium, vt vitentur fractiones, eamque habeant, accurationem quæ requiritur septem aut octo characteribus constant; ex quo fit vt operationes trigonometricæ multùm laboris, tedii, immò & periculi, ne in tam longis operationibus aliquid erroris irrepat contineant: vnde valdè sapienter Neperus de totâ mathesi propterea benè meritus, & nunquam satis laudandus, alios numeros, pro omnibus tangentibus aut secantibus substituit, quorum ope idem solâ additione præstamus, quod multiplicatione, idem subtractione quod aliàs diuisione efficiebamus. eos quasi exponentes numerorum cossicorum logarithmos vocat, quorum naturam, proprietates, inuentionem & vsum, toto hoc libro explicamus.*

DEFINITIO VNICA.

Logaritbmi sunt numeri proportionales arithmeticè, numeris geometricè proportionalibus applicati, seu numeri æqualibus semper differentiis se excedentes, pro numeris geometriciè proportionalibus substituti.

Sit verbi gratia series A numerorum geometricè proportionalium, quibus è regione, scribatur series numerorum æquali semper excessu se superantium, siue se superent vnitate, vt in serie B, siue binariò vt in serie C. siue ternariò vt in serie D, siue quocumque aliô excessu numeri seriierum B, C, D aut alterius cuiuscumque possunt

poſſunt eſſe Logarithmi numerôrum in ſerie A poſitôrum. ſinguli igitur numeri ſerierum arithmeticarum, ſunt Logarithmi numerorum ſibi reſpondentium in ſerie geometrica.

| A. | B. | C. | D. |
|---|---|---|---|
| 1. | 1. | 2. | 1. |
| 2. | 2. | 4. | 4. |
| 4. | 3. | 6. | 7. |
| 8. | 4. | 8. | 10. |
| 16. | 5. | 10. | 13. |
| 32. | 6. | 12. | 16. |
| 64. | 7. | 14. | 19. |
| 128. | 8. | 16. | 22. |

Vt autem iam ab ipſo initio percipias finem cuius gratiâ inuenti ſunt huiuſmodi logarithmi. ſupponamus me velle, datis tribus numeris quærere quartum numerum proportionalem. ſint dati tres numeri ſeriei A. 2. 4. 8. quibus quæritur quartus proportionalis. Regula conſueta iubet multiplicari 8. per 4. & productum nempe 32. diuidi per primum 2. quotiens ſcilicèt 16. eſt ille qui quæritur. nos aliter operabimur per logarithmos; ſi trium numerorum geometricorum 2. 4. 8. logarithmis in prima ſerie acceptis: 2. 3 4. Addamus duos vltimos 3. & 4 fientque 7. ab hoc numero 7. auferatur primus nempe 2. reſtant 5. Dico hunc numerum 5. eſſe logarithmum numeri quæſiti. Ideoque ſi tabulam inſpicias videaſque numerum geometricum in ſerie A, reſpondentem numero 5. ſeriei B, inuenies pariter 16.

Liberum eſt cuique logarithmorum, ſeriem quam voluerit adhibere; determinatis tamen logarithmis duorum numerorum; iam ampliùs liberum non eſt quoſcumque logarithmos aſſignare cæteris numeris. verbi gratiâ. poſitô quod logarithmus vnitatis ſit 1. & binarij ſit 2. neceſſariò logarithmus quaternarij erit 3. & octonarij erit 4. & ita de cæteris ſeriebus quæ applicari poſſunt.

Facillimum quidem eſſet datâ quâlibet ſerie numerorum geometricorum, aſſignare ſeriem numerorum arithmeticè proportionalium, ſeu eorum logarithmos inuenire. quia tamen in quâcumque ſerie geometricâ multi deſunt numeri intermedij, quibus in noſtris operationibus indigere poſſumus; ideò logarithmi applicati cuicumque ſeriei geometricæ, debent maximô exceſſu ſe inuicem ſuperare, vt intermediis, poſſint etiam ſui logarithmi, ſine vlla fractione aſſignari. quod vt intelligere faciliùs poſſis. ponamus ſeriem B continere logarithmos ſeriei A. cum vnitas ſit logarithmus vnitatis binarius binarij. Ternarius quaternarij hic iam deeſſet logarithmus ternarij. pariter nullus inueniretur logarithmus numerorum 5. 6. 7. item 9. 10. 11. 12. 13. 14. 15. in quô eſſet maximus defectus. nam quotieſcumque occurrerent numeri huiuſmodi, ceſſaret omnis logarithmorum vſus.

Ex quô fit vt ſi logarithmus vnitatis eſſet 0. pro logarithmo binarij poſſent accipi 1000000. & pro logarithmo quaternarij 2000000. pro logarithmo octonarij 3000000. & tunc poſſent ſuppetere aliqui logarithmi pro intermediis: ſicut enim logarithmus vnitatis ſuperatur à logarithmo binarij, hoc numerô 1000000. ita etiam logarithmus binarij ſuperatur à logarithmo quaternarij eodem exceſſu. atque ita obſeruatur definitio logarithmorum.

Notandum item poſſe logarithmos decreſcere æquali ſemper decrementô, interea dum numeri geometricè creſcunt, proportionalibus ſemper incrementis. vt ſi ſint duæ ſeries E, & F. quarum prima creſcat geometricè alia vero decreſcat arithmeticè, idem tamen habe-

| E. | F. | G. |
|---|---|---|
| 1. | 20. | 20. |
| 2. | 19. | 17. |
| 4. | 18. | 14. |
| 8. | 17. | 11. |
| 16. | 16. | 8. |
| 32. | 15. | 5 |
| 64. | 14. | 2. |
| 128. | 13. | — 1. |
| 256. | 12. | — 4. |

tur emolumentum; nempe vt per additionem, & ſubtractionem logarithmorum, idem efficiatur, quod per multiplicationem, & diuiſionem numerorum geometricorum. ſequitur autem in eâ ſerie quod cum ſeries geometricorum ſemper creſcere poſſit in infinitum, ſeries autem logarithmorum quæ decreſcit per æqualia decrementa, non poſſit decreſcere in infinitum, inueniatur tandem aliquis numerus qui habeat pro logarithmo aliquid minus quam 0 Ideoque habeat numerum deficientem. vt eidem ſeriei geometricæ E, reſpondeat ſeries arithmeticè decreſcens G, cum logarithmus numeri geometrici 64. ſit 2. & logarithmus ſequentis nempè 128. debeat decreſcere tribus vnitatibus debet logarithmus eſſe — 1. hoc eſt vna vnitas infra 0. & logarithmus numeri geometrici 256. eſſe — 4. ſeu quatuor vnitates infra 0. vt autem videas etiam eos logarithmos deficientes poſſe eſſe vtiles dentur tres numeri geometrici 2. 4. 128. quibus methodô logarithmicâ debet quæri quartus proportionalis. ſumantur datorum numerorum logarithmi 17. 14. — 1. adde duos vltimos. id eſt quatuordecim & minus vnitate fiet 13. aufer 17. ex 13. deſunt quatuor ideoque, reſtabit — 4. logarithmus numeri quæſiti.

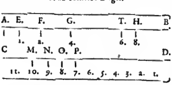
Iſti autem numeri defectiui ſunt communes in algebrâ.

Licèt hæc ſeries logarithmorum decreſcentium videatur eſſe minimè vtilis. adhibita tamen eſt à Nepero propter eximiam vtilitatem quam habet, nempe quod ſi ſtatuatur logarithmus 10000000. eſſe 0. cum in pleriſque operationibus 10000000. ſeu ſinus totus primô locô inueniatur, hoc eſt ita ſe habeat verbi gratia ſinus totus ad alium ſinum, ſicut alius ſinus ad quartum, quare deberet logarithmus ſinus totius ſubtrahi. cum autem ſit 0 nihil faciendum eſt, vnde pleraſque operationes trigonometricas ſola additione abſoluit.

Vt autem meliùs intelligatur tota geneſis iſtorum logarithmorum (eos enim alloquor qui nihil de iſtiuſmodi numeris vnquam audiuerint) paulo vberiùs explicanda erit, & primò quidem modum tradam conficiendi logarithmos quales

Neperus

Neperus edidit. Explicaturus deinde alios paulò vberiores editos ab Henrico Brigts.




Proponit ipse Neperus explicationis causa duas lineas quæ percurrantur diuersimode à duobus mobilibus. Sit igitur linea AB, quæ percurratur non quidem æquabiliter sed per incrementa certam rationem habentia. Ita vt verbi gratiâ primô tempore ( ponamus esse minutum ) percurratur AE, secundô, EF, tertiô, FG, ita tamen vt certam rationem habeant huiusmodi spatia. vt si AE, sit media pars ipsius EF, EF media pars ipsius FG, FG media pars consequentis,ita vt incipiamus numerare spatia decursa incipiendo ab A. Et si quæratur quid percursum sit primò minutò, respondeamus AE, quid duobus minutis AF, tribus AG, &c. hæc linea repræsentat numeros geometricos.

Sit item alia linea CD quæ aliô modô percurratur. Et primò quidem æqualibus temporibus æqualia spatia percurrantur,ita vt primô minutò percurratur CM; secundô MN.tertiô NO, & ita consequentet, & CM, MN, NO, OP sint æqualia. Deinde terminus à quò numerandus est ille motus, non sit C. sed D. hoc est incipiamus numerare ab extremitate. seu dicamus non id quod percursum est, sed id quod restat percurrendum verbi gratia assignandus sit numerus quatuor minutorum in vtraque lineâ, dico in linea A B esse 8. in linea C D esse 8. linea CD est linea logarithmorû.Linea AB est linea numerorum absolutorum,in quò notandum est, non tantùm numerorum geometricorum, in certa serie quæri logarithmos, sed etiam omnium intermediorum vt v. g non tantùm, possum quærere logarithmos, numerorum 4. & 8. in linea AB notatorum, sed etiam intermedij 6. cuius logarithmus erit inter 8. & 7.

Ponamus lineam A B esse sinum totum 1000000. & lineam CD fuisse item 1000000.numerando eô modô quô diximus & fuisse vtramque lineam percursam eôdem tempore licèt diuersimodè: logarithmus lineæ AB esset o. hoc est cum absolutus esset sinus totus nihil restaret percurrendum de linea CD. è contrà cum mobile esset in A atque adeò nihil numeraretur de linea AB, diceretur eius logarithmus in illa hypothesi,esse tota CD. nam in linea AB dicimus quid percursum sit;in linea CD quid percurrendum restet. Ideóque dum mobilia sunt in A & C. si quæratur quid percursum sit de linea A respondebis nihil Quid percurrendum est de linea CD; dices,tota linea CD percurrenda est. quod oritur ex arbitrio interrogantis. Pariter dum vtrumque mobile est in B & D. si quæratur quid percursum est de linea AB respondebis per numerû partium lineæ AB v g. 1000000. si quæras quid restet de linea CD dices nihil.

Quod si vlteriùs procedant mobilia. &quæras quid percurrerit primum mobile respondebis percurrisse numerum maiorem, quàm sint partes in AB. si verò quæras quid reliquum sit percurrendum, de linea CD.non tantùm nihil relinquitur, sed si adhuc longior fuisset v. g 8. partibus nihil reliqui esset.Vnde est numerus defectiuus.

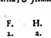
Quare sequitur quòd logarithmus semidiametri sit o. logarithmus autem lineæ longioris sit numerus minor quam o. ita omnes tangentes supra gradum 45. quæ sunt longiores radiô, seu sinu totô, habent numerum defectiuum sicut & omnes secantes. Solet autem denotari numerus defectiuus hac nota præfixa-sicut numerus abundans vel nullam notam habet, vel habet istam. † ita 4 † 2 ita enunciamus quatuor plus duo. vel quatuor, & insuper duo. si verò ita scriptum esset 4-.2 diceremus quatuor minus duobus; hæc omnia fuerunt arbitraria,poterant enim alij logarithmi assumi;sed explicare volui hos logarithmos peculiares Neperi, quôrum natura in illo authore, non sine difficultate intelligi potest. vt qui postea voluerit illum legere, & quasi in ipso fonte haurire; nihil difficultatis patiatur.

Debeo autem præmittere aliqua omnibus logarithmis communia, antequam eorum aliquam vlteriùs speciem explicem.

## PROPOSITIO I.

### Theorema.

*Si quatuor quantitates sint arithmeticè proportionales: prima & quarta simul sumptæ, æquales sunt, tertia, & secunda, item simul sumptis.*




Sint quatuor quantitates, A, B, F, C, D, H, arithmeticè proportionales. hoc est eôdem excessu se superantes. vt in appositô exemplô. secunda quantitas.BF superet primam A, eôdem prorsus excessu, quô quarta DH superat secundam C dico A,& DH simul æquales esse, quantitatibus C, & BF simul sumptis. Sit E F excessus quantitatis BF supra A, & excessus quò quantitas D H superat C; sit GH. supponuntur igitur EF,& GH,æquales.

Demonstratio si quantitati A addatur G H fient A,GH æquales ipsi BF. nam A & B E sunt æquales, cum EF sit excessus, lineæ BF supra A. Quare si æqualibus A. & B E, addantur GH, & EF æquales, ex suppositione; fient A, & GH; & BE æquales. Si iterum æquales lineas DG & C æqualibus addas, fient A; DG & GH.seu A.DH æquales lineis BF, & C. quod erat demonstrandum.

COROLL. sequitur ex hâc propositione, quòd si ex quatuor numeris arithmeticè proportionalibus, dentur tres primi, facilè innotescet quartus per additionem, & subtractionem. supponantur enim cognitæ quantitates A.BE,C.& DH esse ignota. simul addantur BE & C.cognoscitur aggregatum, ex BE, & C cui cum aggregatum ex A & DH æquale sit; cognoscitur etiam illud. Ex hoc aggregato subtrabatur A. Relinquitur D H.

PROPOSITIO II.

Theorema.

*Si tres quantitates fuerint arithmeticè proportionales. Prima, & tertia simul sumptæ, duplæ sunt quantitatis mediæ.*

Sint tres quantitates A, B, C, arithmeticè proportionales. hoc est quantitas A eôdem excessu superet quantitatem B, quô quantitas B superat quantitatem C. dico A, & C. simul, esse duplas quantitatis B. ponatur enim quantitas D æqualis ipsi B.

A. B. D. C.

Demonstratio. cum quantitas B supponatur eôdem excessu superare quantitatem C, quô quanritas A, superat B; & D facta sit æqualis ipsi B: D etiam superabit eôdem excessu quantitatem C, quô A superat quantitatem B. ergo A, B, D, C. sunt quatuot quantitates arithmetice proportionales. quare (*per præcedentem*) A, & C. simul æquales sunt, quantitatibus B, est D simul etiam sumptis. hoc est duplô ipsius B. quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

Si ex tribus numeris continue arithmeticè proportionalibus, detur primus, & secundus. dabitur etiam tertius. si nempe secundum duplicec, & ab eô sic duplicatô subtrahas primum.

PROPOSITIO III.

*Si sint quotcumque quantitates, arithmeticè continuè proportionales earum differentiæ erunt interuallis proportionales.*

| | | |
|---|---|---|
| 4. | A. | Sint quot volueris quantitates arith- |
| 5. | B. | meticè, & continuè proportionales. |
| 6. | C. | hoc est B superet quantitatem A, eô- |
| 7. | D. | dem excessu, quò C superat ipsam B; |
| 8. | E. | & quô D superat ipsam C, & E ip- |
| 9. | F. | sam D, & F ipsam E. Dico differen- |

tias esse interuallis proportionales. hoc est differentiam quâ F superat A esse quintuplam differentiæ quâ B superat ipsam A, eô quòd interuallum F supra A sit quintuplum, interualli inter B & A.

Demonstratio. quoties multiplicatur interuallum toties multiplicatur eadem differentia. sed æquè multiplicia sunt in eâdem ratione, ac quantitates, quôrum sunt multiplicia, (*per 5.5.*) ergo vt se habet interuallum ad interuallum, ita etiam differentia, ad differentiam.

PROPOSITIO IV.

*Si sint quotcumque quantitates continuè arithmeticè proportionales. excessus vltimæ supra primam diuisus per numerum interuallorum, dat differentiam quâ se excedunt inuicem.*

Sint iidem numeri A, B, C, D, E, F. continuè proportionales arithmeticè. dico quòd si excessus quô F, superat quantitatem A, diuidatur per numerum interuallorum, quæ sunt inter F, & A. dabitur differentia quô se inuicem superant.

Demonstratio. (*per præcedentem*) ita se habet interuallum, ad interuallum, sicut differentia ad differentiam; quæritur autem differentia vnius interualli. si ergo fiat vt quinque verbi gratiâ interualla, ad differentiam 10. ita vnum interuallum, ad quartum numerum. erit rectangulum sub mediis æquale rectangulo sub extremis (*per 16. 6.*) cum autem vt fiat rectangulum sub mediis debeat multiplicari 10. per vnitatem, & vnitas nihil immutat. Igitur si diuidatur differentia per numerum interuallorum quotiens erit excessus, quô numeri se inuicem superant,

PROPOSITIO V.

*Si sint quatuor numeri geometricè proportionales: Logarithmi mediorum simul sumpti, æquales sunt logarithmis extremorum.*

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. | B. | C. | D. |
| 4. | 6. | 8. | 12. |
| E. | F. | G. | H. |

Sint quatuor numeri A, B, C, D. geometricè proportionales. dico illorum Logarithmos E, F, G, H, ita se habere, vt F, G, simul sumpti, æquales sint numeris E, H, simul etiam sumptis.

Demonstratio. Logarithmi sunt numeri arithmeticè proportionales pro geometricè substituti; sed numeri arithmeticè proportionales ita se habent, vt summa mediorum æqualis sit summæ extremorum: igitur, & logarithmi ita se habebunt.

COROLLARIUM.

Si à summa mediorum auferas logarithmum primi: relinquitur logarithmus quarti.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Si sint tres numeri continuè proportionales geometricè: logarithmi extremorum sunt dupli logarithmi medij.*

Demonstratio. logarithmi (*ex defin.*) sunt numeri arithmeticè proportionales. pro geometricè substituti. sed numeri arithmeticè continuè proportionales, ita se habent, vt extremi sint dupli medij: ergo & logarithmi ita se habebunt.

COROLLARIUM.

Ex tribus numeris continuè proportionalibus, si detur logarithmus primi, & secundi dabitur logarithmus tertij. si enim duplices logarithmum secundi, & ab eô sic duplicatô, auferas logarithmum primi, restabit logarithmus tertij.

PROPOSITIO VII.

*Si duo numeri se inuicem multiplicantes, alium produxerint: erunt multiplicantium logarithmi, æquales logarithmo producti, & vnitatis.*

Sint

| D. | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| 1. | 4. | 6. | 24. |

Sint duo numeri A, & B qui se inuicem multiplicantes, producant numerum C. dico logarithmos numerorum A,& B, simul sumptos, æquales esse logarithmo numeri C, & logarithmo vnitatis. præponatur his numeris vnitas D.

Demonstratio. cum per multiplicationem numeri B per A producatur numerus C. toties numerus C continebit numerum B, quot A continet vnitates. ergo (*vt iam demonstrauimus in arithmeticis cum de multiplicatione*) ita erit vnitas D ad A, sicut B ad C. ergo (*per 4. huius*) logarithmus mediorum A, & B æqualis est logarithmis numeri C, & vnitatis.quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM II.

In illa serie logarithmorum, in qua vnitas habet logarithmum O. logarithmi multiplicatorum simul sumpti æquales sunt logarithmo producti.

## PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Logarithmus alicuius numeri duplicatus, & imminutus logarithmô vnitatis; æqualis est logarithmo quadrati eius.*

| D. | A, | B. | C. |
|---|---|---|---|
| 1. | 4. | 4. | 16. |

Sit numerus A. dico si ab eius logarithmô duplicato,auferas logarithmum vnitatis; relinquemt logarithmus eius quadrati. sit enim eius quadratum C.ponaturque numerus B,æqualis ipsi A,& præponatur vnitas D.

Demonstratio. (*per præcedentem*) logarithmi numerorum A, & B æquales sunt logarithmis D & C. sed logarithmi A, & B sunt logarithmus A. duplicatus cum A & B sint æquales,igitur logarithmus A, duplicatus;æqualis est logarithmo numeri C, & logarithmo vnitatis. ergo si à logarithmo A duplicatô, auferatur logarithmus vnitatis,relinquetur logarithmus numeri C.

## COROLLARIVM I.

Si logarithmo quadrati, addas logarithmum vnitatis,habebis duplum logarithmum radicis.

## COROLLARIVM II.

In serie in qua logarithmus vnitatis est o, logarithmus quadrati est duplus logarithmi radicis. ideóque datò logarithmò quadrati, facilè dabitur logarithmus radicis,& vicissim.

## PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Logarithmus radicis triplicatus æqualis est, logarithmo cubi,& duplo logarithmo vnitatis.*

| D. | A. | B. | C. |
|---|---|---|---|
| 1. | 4. | 16. | 64. |

Sit radix A. cubus eius C. dico logarithmum numeri A triplicatum, æqualem esse logarithmo numeri C, & logarithmo vnitatis duplicato. sit enim B, quadratus numerus ipsius A. præponatur etiam vnitas D.

Demonstratio. quoniam radix A, multiplicando quadratum B producit cubum C. erunt logarithmi A, & B simul sumpti, æquales logarithmis D & C. sed (*per præcedentem*) logarithmus B,simul cum logarithmovnitatis, est duplus logarithmi A.ergo logarithmi A & B simul cum logarithmo vnitatis æquales sunt triplo logarithmi A. sed(*per 6. huius*) logarithmi D,& C æquales, sunt logarithmis A, B, ergo logarithmi D & C. simul cum logarithmo vnitatis æquales sunt triplo logarithmi A.In hôc autem aggregatò his inuenitur logarithmus vnitatis.ergo duplus logarithmus vnitatis,cum logarithmo cubi,æquantur triplo radicis; quod erat ostendendum.

## COROLLARIVM I.

In serie in quà logarithmus vnitatis est o. cubi logarithmus est præcisè triplus logarithmi radicis. quare si habeatur tabula logarithmorum facilè eruitur radix cubica vel facile datâ radice habetur cubus.

## COROLLARIVM II.

Logarithmus tertiæ potestatis simul cum triplo logarithmo vnitatis, est quadruplus logarithmi radicis, & ita consequenter de reliquis proportionalibus ab vnitate incipientibus.

## PROPOSITIO X.

Problema.

*Si fuerint quotcumque numeri geometricè continuè proportionales,cognitô logarithmô primi, & secundi; reliquorum dare logarithmos.*

Sint numeri A, B, C, D, E, F. continuè proportionales, deturque logarithmus primi A, & secundi B, quæritur logarithmus reliquorum. subtrahe logarithmum minorem à maiori,& differentiam habebis quàm subtrahes à logarithmo B, si logarithmi decrescunt, aut addes logarithmo numeri B, si crescunt; & habebis logarithmum numeri C.

Demonstratio. numerorum geometricè proportionalium logarithmi, æquali excessu se superant:ergo si semel hunc excessum habeas, eum semper addendo,vel subtrahendo, habebis logarithmos consequentes.

Vel duplica logarithmum numeri B, & ab eô sic duplicatô aufer logarithmum numeri A, & habebis logarithmum numeri C. pariter si duplicaueris logarithmum numeri C. & ab eo sic duplicato aufer as B.habebis logarithmum D.

Demonstratio. patet ex 6. huius.

## PROPOSITIO XI.

Problema.

*Si dentur quotcumque numeri geometricè continuè proportionales; cognitô logarithmô primi, & vltimi; & numerô interuallorum assignare logarithmos reliquorum.*

Sint quotcumque numeri A, B, C, D, E, F. continuè proportionales geometrice, deturque logarithmus

logarithmus primi A & vltimi F, item sciatur numerus interuallorum, quæritur logarithmus vniuscuiusque, ex logarithmis primi, & vltimi; subtrahes maiorem a minori, & differentiam diuides per numerum interuallorum vt habeas differentiam vnius logarithmi ab aliò vicinò. quam addes, vel subtrahes, prout logarithmi crescent aut decrescent.

Demonstratio, logarithmi numerorum geometrice proportionalium continuè, sunt arithmeticè continuè proportionales. nam si A est ad B, vt B, ad C. debebit logarithmus medius æquè superare primum ac tertius medium, & ita consequenter. sed (*per 4. huius*) quando numeri sunt arithmetice continue proportionales, ita habetur differentia vniuscuiusque ab antecedente, ergo eôdem modò habebitur differentia logarithmorum.

*Præcedentes propositiones omnibus omninò logarithmis communes sunt. Iam ad logarithmos Neperi veniamus*

Supponit primò omnem errorem in logarithmis maioribus, qui ad vnitatem non perueniat, posse negligi. ex quô fit vt logarithmos sine vllis fractionibus assignet, cum tamen sæpe fractiones continere deberent. ratio est quia tunc error ille, est tam parua pars sui totius, vt euanescat. Ea quô sequitur, quòd si alicui numero, addantur quot voluerimus cyphras, error in illo addimento factus possit negligi.

Sit verbi gratia numerus 5000000. cui addamus maioris accurationis gratiâ, duas cyphras A 10000000. 00. deinde operemur quasi nullum punctum interiectum foret, sitque aliquis error in duabus vltimis cyphris, dico quod ille error negligi poterit; nam ille error perueniet tantum ad aliquas centesimas partes illius numeri. dum enim numero A 1000000. addimus duas cyphras idem est ac si eum multiplicarem per 100. ergo si post illam interpunctionem sit aliquis numerus erit tantum fractio. verbi gratiâ A 1000000. 04. idest $1000000\frac{4}{100}$ vnde per primã suppositionem negligi potest illa fractio, nempe omnibus constitutis; negligi enim non debet inter operandum; hoc est dum quis tabulam logarithmorum construit; ne hic error sæpiùs repetitus tandem aliquid notabile efficiat. quare tabulã completâ reiiciuntur omnes fractiones.

Vt autem accuratissima sit operatio possunt addi sinui toti 1000000. 0000000. septem cyphræ distinctæ interpunctione aliquâ.

Ex eò sequitur quòd sufficienter cognoscitur quantitas aliqua in ordine ad tabulam construendam, si dicatur esse minor aliquô numerô maximô, cognitò, & maior aliò numerô maximo item cognitò, vt si dicatur aliqua quantitas esse maior numero 999999. 0000004. & minor numero maximo 999999. 0000006. ita vt tota differentia sit post interpunctionem. dicetur in ordine ad tabulam nostram quæ negligit fractiones, seu quidquid post interpunctionem positum dicetur inquam) sufficienter cognosci. nam in tali casu dicerem quantitatem illam esse 999999. ita Archimedes positâ diametrô circuli 497. definiuit circumferentiam esse inter terminos 1562. 1561. hoc est maiorem 1561. minorem 1562.

Sequitur tertiò quòd, loco quantitatis ignotæ, possimus vti illius terminis ita vt eôdem modò addendi sint, subtrahendi, multiplicandi, diuidendi illius termini, ac si verè haberemus ipsam quantitatem. vt in eôdem exemplô Archimedis, si quærenda esset area alicuius circuli multiplicanda esset semidiameter per semicircumferentiam, tam maiorem verâ quam minorem verâ, exurgeretque circuli area, tam minor verà, quàm maior verà diceretur que ea area esse intra dictos terminos.

Explicueram genesin logarithmorum Neperi exemplô duorum mobilium, vnius quidem moti motu acceleratô in certa proportione, & alterius moti æquabiliter. supponit autem quòd in aliquo determinato tempore, habeant gradum velocitatis æqualem, quod forsitan si expendatur philosophicè, poterit aliquam difficultatem pati, propter incommensurabilitatem illorum motuum; id tamen planum faciam modò, & extricabo.




Sint duæ lineæ AB, CD. & supra primam moueantur mobilia proportionaliter incipiendo à punctô B, versus A; ita tamen vt non numeremus, quid mobile percurrerit, sed quid restet percurrendum vsque ad A. & hoc modò linea AB quæ supponitur esse æqualis sinui toti, seu radio decrescere intelligetur proportionaliter, ita vt eadem sit ratio AB, ad AE, quæ AE, ad AF, & AF ad AG. & consequenter ita erunt excessus BE, EF, EG vt ipsæ lineæ, sit enim linea HI æqualis lineæ AE, & HK, ipsi AF.

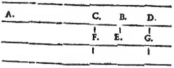
Demonstratio. quia ita est AB, ad AE; sicut AE, hoc est HI, ad HK: erit diuidendo vt AE ad EB, ita HK, ad KI; & permutando vt HK, seu AF, ad AE; ita KI, seu FE, ad EB: mobile autem secundum supra DC mouetur æquabiliter incipiendo à punctô D versus C. & eius motum numeremus à punctô D. hoc est numeremus quid fecerit atque ita crescere dicetur linea DC.

Ponamus mobile primum initiò moueri velocius, quàm mobile æquabile; ita vt quo tempore percurrit LM, MB. mobile æquabile percurrat minores lineas NO, OD. cum autem a primo mobili ponantur spatia decursa æqualibus temporibus esse proportionalia, decrescendo, tandem illa talia erunt vt minora sint lineis NO, OD & cæterisque æquales sunt inter se, & consequenter aliquando æquales erunt. ponamus igitur vt ita dicam æqualitatem inueniri in punctis B, & D. hoc est primum mobile in totâ BL moueri velociùs quàm secundum mobile in ND; at verò in reliqua BA idem primum mobile tardiùs moueri, quàm secundum mobile in DC; si enim velociùs mouetur primum mobile quàm secundum, deinde tardiùs mouetur aliquando certè incipiet motum illum, tardiorem. Incipiat ergo illum motum tardiorem in punctô B, ita

B, ita vt in totâ BA tardius moueatur quàm mobile secundum io DC; & in totâ L B velociùs moueatur quibus positis.

## PROPOSITIO XII.

*Logarithmus cuiuscumque sinus, maior est excessu radij supra illum, & minor est excessu lineæ, ad quam radius eandem rationem habet, ac sinus ille, rad radium.*




Sit radius seu finus totus AB, & alius finus quilibet A C; sit autem exeessus finus totius supra ipsum linea CB; item detur linea AD, ad quam radius A B, eandem habeat rationem, quàm habet finus A C, ad A B. & excessus illius supra AB, sit linea BD. dico logarithmum finus A C. seu id quod percurrit secundum mobile æquabiliter, interea dum primum percurrit B C. dico (inquam) illud quod sit EF, esse maius quam B C, & minus quam BD.

Demonstratio. cum tres lineæ A C, AB, AD sint proportionales, erunt etiam excessus B D, BC, & alij consequentes geometricè proportionales, vt supià ostendi: Igitur per istam suppositionem, interea dum percurruntur spatia B D, C B & alia, mobile æquabile percurrit æquales lineas FE, E G. sed ponitur æqualitas motus præcisè in ipso B, ita vt in totâ B A mobile primum, moueatur tardiùs, quàm mobile secundum: igitur eôdem tempore quô percurritur FE: primum mobile qood tardiùs moueri supponitur, percurret lineam CB, minorem. in lineà autem BD, cùm velociùs moueretur erit BD maior quàm EG, seu quàm FE, illi æqualis: ergo FE, logarithmus finus AC, maior est quàm CB, excessus radij supra ipsum, & minor quam BD, excessus lineæ proportionalis. supra radium quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XIII.

### Problema.

*Continuare centum numeros in proportione geometricâ, quæ est inter sinum totum* 10000000. *& numerum eô minorem vnitate, nempe* 9999999.

Primò maioris accurationis gratiâ, augeatur finus totus septem cyphris sitque A. secundus numerus erit B qui fit per subtractionem numeri C. numerus autem C facilè habetur nempe pars 10000000. numeri A. delendo tantùm 7. cyphras, & vt habeas partem 10000000. numeri B. dele pariter 7. cyphras ex numero B, restabitque numerus D, quem si subtrahas à numero B restabit tertius numerus E. cuius si velis partem 10000000. dele pariter septem eius vltimas cyphtas & habebis numerum F quem si auferas,

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. | 10000000. | | 0000000. |
| | | C. | 1. 0000000. |
| B. | 9999999. | | 0000000. |
| | | D. | 9999999. |
| E. | 9999998. | | 0000001. |
| | | F. | 9999998. |
| G. | 9999997. — | | 0000003. |
| | | H. | 9999997. |
| I. | 9999996. — | | 0000006. |
| | | K. | 9999996. |
| L. | 9999995. — | | 0000010. |
| | | M. | 9999995. |
| N. | 9999994. — | | 0000015. |
| | | O. | 9999994. |
| P. | 9999993. — | | 0000021. |
| | | Q. | 9999993. |
| R. | 9999992. — | | 0000027. |
| S. | 9999900. — | | 0000021. |

ex numero E, habebis numerum quartum G. cuius si velis eôdem tenore partem 10000000. dele septem vltimas figuras, & restabit numerus H quem subtrahes ex G, & habebis quintum I atq; ita de cæteris delendo semper 7. cyphras, quæ sunt post interpûctionem, alius numerus erit pars 10000000. quam subtrahes atque ita deinceps facili negotiô intra vnam horam, poteris habere centum numeros à quibus singulis abstulisti partem 10000000 seu qui se habent vt 10000000. ad 9999999. quôtum vltimus si benè operatus es erit numerus S.

## PROPOSITIO XIV.

### Problema.

*Continuare quinquaginta numeros in proportione quæ est inter* 10000000. *&* 9999900.

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. | 1000000. | | 0000000. |
| | | B. | 100. 0000000. |
| C. | 9999900. | | 0000000. |
| | | D. | 99. 9990000. |
| E. | 9999800. | | 0010000. |
| | | F. | 99. 9980000. |
| G. | 9999700. | | 0030000. |
| | Quinquagesimus. | | |
| H. | 9995001. | | 222927. |

Secunda tabula quam Neperus proponit, est quinquaginta numerorum continuè proportionalium, quorum primus sit finus totus, secundus sit 9999900. quæ ratio vt ad minores numeros reuocetur erit, ablatis vtrinque duabus cyphris vt 100000. ad numerum 99999. quod fiet periude auferendo à quolibet numero, partem 100000. nam numerus 99999. deficit tantum vnitate à numero 100000. hoc est parte 100000. quæ pars habetur delendo quinque cyphras à numero cuius partem 100000. desideras auferre. sit igitur numerus A finus totus 7. cyphris auctus, à quo auferre vis partem 100000. dele qoinque eius cyphtas, fietque numerus B pars eius 100000. quæ subtrahi debet, restabitque numerus C. qui propositus est, vt

continues

cootinues eandem propoctione n;à oumero C. pariter subtrahete debes pattem 100000. delendo eius quinque cyphtas. fietque numerus D ab eo subtrahendus. quòd verò interpunctionem vbique adhibeo hoc operationem non mutat, sed tantum distinctionem facit. igitor numerus D subtrahetur, fietqoe tertius numerus E. cuius si deleas quinque cyphras habebis eius partem 500000. nempe numerum E subtrahendum, vt habeatur quartus G, & ita deinceps vsque ad qninqoagesimum, qui erit numerus H non continuatur autem vlteriùs hæc propottio quia fractio qoæ post ioterpunctiooem ootatur, iam satis magna est.

PROPOSITIO XV.

Problema.

*Continuare numeros 21. in proportione quæ est sinus totius, ad 9995000.*

Licet vltimus numerus inuentus sit 9995001. cum adhærente fractione quæ est paulò maioe vnâ quinta parte, nihilominus ratio sinus totius 10000000. ad 9995000. non est multum dissimilis alteri. Ideoqoe facilitatis gratia pro illa assumi potest & reduci ad minores terminos ablatis vtrinque tribus cyphtis, ita vt sit ratio 10000. ad 9995. vt autem ex 10000. fiat 9995. aufertue 5. quæ est pats eius bis millesima. igitur auferre debes ex singulis partem bis millesimam. qoam habebis si primò reiicias tres cyphras sic enim

| | | |
|---|---|---|
| A. | 10000000. | 0 0 0 0 0 0 0. |
| | B. 5000. | 0 0 0 0 0 0 0. |
| C. | 9995000. | 0 0 0 0 0 0 0. |
| | D. 4997. | 5 0 0 0 0 0 0. |
| E. | 9990002. | 5 0 0 0 0 0 0. |
| | F. 4995. | 0 0 1 2 0 0 0. |
| H. | 9985007. | 4 9 8 7 5 0 0 0. |
| H. | 9900473. | 5 7 8 0 8. |

partem millesimam auferes, & reliquom diuidendo bifariam. sit igitur A sinus totus, à quo auferator pars bis millesima. hanc autem partem habebis abiiciendo tres cyphtas, & diuideodo reliquum bifariam. sit ergo hæc bis millesima pats oumetus B, subtrahendus; fietque numetus C. coius partem bis millesimam habebis; si abiectis ttibus cyphtis, reliquum diuidas bifariam, & hanc subtrabes vt habeas oumerom E, & ita coosequenter operaberis, vltimusque numerus si benè fuisti operatus, erit H 9900473. 57808. à quibus numeris semel productis potest auferri fractio adhærens.

PROPOSITIO XVI.

*Construere viginti & vnam, series numerorum in proportione simillimà illi, quæ est inter sinum totum, & vltimum superioris propositionis, quarum serierum primi numeri sint illi qui inuenti sunt in eàdem propositione.*

Numerus vltimus inueotos io superiori propositione fuit oumerus H. 9900473. sinus autem totus est A. 10000000. ratio 100. ad 99. est satis illi similis. & facilè continuabilis. suot autem io superiori propositione iouenti onmeri 21. quorum primus est numerus A seu sinus totus; secuodus numeros C. tertius E, quartus G. deoique vigesimus primus est numerus H. sit primos in prima serie numerus A. & cootinoetur illa series in proportiooe quæ est 100. ad 99. hoc est à singulis oumeris auferatur pats ceotesima.

Prima series.

| | | |
|---|---|---|
| A. | 10000000. | 0 0 0 0 0 0 0. |
| | K. 100000. | 0 0 0 0 0 0 0. |
| L. | 9900000. | 0 0 0 0 0 0 0. |
| | M. 99000. | 0 0 0 0 0 0 0. |
| N. | 9801000. | 0 0 0 0 0 0 0. |

Secuoda series.

| | | |
|---|---|---|
| C. | 9995000. | 0 0 0 0 0 0 0. |
| | O. 99950. | 0 0 0 0 0 0 0. |
| P. | 9905050. | 0 0 0 0 0 0 0. |
| | Q. 99050. | 5 0 0 0 0 0 0. |
| R. | 9806049. | 5 0 0 0 0 0. |

Tertia series.

| | | |
|---|---|---|
| E. | 9990001. | 0 0 0 0 0 0 0. |

Quarta series.

| | | |
|---|---|---|
| G. | 998500. | |

Et ita de reliquis.

Istæ omnes series in eâdem ratione procedunt oempe vt 100. ad 99. quæ proportio facillima est, cum habeaut pata centesima alicoius oumeri delendo duas eius vltimas cyphras.

Atqoe hôc modo habentur omnes numeri procedentes geometricè qoantùm sufficit ad construendom caoonem nostrum.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

*Cuiuslibet sinus exhibere terminos logarithmicos. seu numeros intra quos positus sit logarithmus sinus propositi.*

Sit sinus datus 9999999. cuius logarithmos quæritur, & quia ille haberi non potest exactè, doo termini quæruntor intra quos existat. subtrahe ex sino toto A, septem cyphtis aucto, sinum propositom B, etiam septem cypbris auctum (*& per propositionem 11, huius*) habebis minorem terminum oempè C.

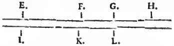
| | | |
|---|---|---|
| A. | 10000000. | 0000000. |
| B. | 9999999. | 0000000. |
| | C. 1. | 0000000. |
| | D. 1. | 0000001. |

Fiat vt B, ad A, ita ille excessus C. iam inuentus; ad quartum D. C & D erunt termioi, quorum C minor erit, logatithmo sinus propositi, & D maior eòdem erit.

Demonstratio. primò patet ex (*prop. 11.*) numerum C, esse minorem terminum. quòd verò oumerus D sit maior terminus probatur, est enim

enim excessus lineæ ad quam finus torus A, eandem rationem habet, quam habet sinus B, ad A.

Sit enim EF finus B. & EG finus totus. & consequenter FG, numerus C, sit alia linea




IL æqualis lineæ EF, & KL ipsi FG. quia factum est vt IK ad EG, seu vt B ad A, ita KL, ad GH, seu C, ad D, componendo erit vt IK, seu EF ad EG; ita IL, seu EG, ad EH, quod erat demonstrandum.

Quare cum minor terminus sit C. 10000000. & maior terminus sit DI. 0000001. differant autem tantùm vnâ parte 1000000. hæc negligi potest aut si velis exactè habere logarithmum, sume numerum inter vtrumque medium.

Coroll. 1. (*per prop. 9 huius*) habebis logarithmos omnium numerorum geometricè proportionalium inuentorum propositione 12. cum cognoscatur logarithmus primi & secundi.

Coroll. 2. cognoscentur logarithmi numerorum prop. 13. & 14. descriptorum.

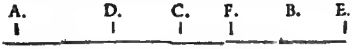
Coroll. 3. dabuntur item logarithmi numerorum in quâcumque serie contentorum propositionis 15. cùm enim detur logarithmus primi. cum primi in vnaquaque serie sint iidem qui propos. 14. describuntur, & se habeant vt sinus totus ad numerum 9900473. facilè habebitur logarithmus secundi. nam (*per prop. 5.*) logarithmus numeri 9900473. & primi in serie æquantur logarithmis secundi, & sinus totius. qui vltimus est o.

Restant aliquæ propositiones quæ ad exactiorem calculum requiruntur.

## PROPOSITIO XVIII.

### Theorema.

*Sinus totus habet maiorem rationem, ad differentiam logarithmorum duorum sinuum, quàm minor sinus, ad differentiam sinuum, & minorem quàm habeat maior sinus ad eorumdem sinuum differentiã.*




Sit sinus totus AB, sintque duo sinus AC, maior; & AD minor, quôrum differentia DC. dico logarithmorum respondentium sinubus AC AD, differentiam talem esse, vt sinus totus AB, ad eam, minorem rationem habeat, quàm maior sinus AC, ad differentiam DC, & maiorem quàm habeat sinus minor, AD, ad eamdem differentiam DC. fiat enim vt AD minor sinus, ad differentiam DC, ita sinus totus AB, ad BE; & vt AC, maior sinus ad eandem differentiam DC, ita AB ad BF.

Demonstratio. quia est vt AD, ad DC, ita AB, ad BE erit componendo vt AC, ad DC; ita AE, ad BE: sed vt AC, ad DC; ita ex constructione AB, ad BF: & per conuersionem rationis, vt AC, ad AD; ita AB, ad AF. quare logarithmi duarum primarum linearum, erunt æque



differentes, ac logarithmi duarum posteriorum: sed differentia logarithmi sinus AF, à sinu totô AB, est ipse logarithmus sinus AF. cum sinus totus logarithmum habeat o. igitur differentia logarithmorum sinuum AD, AC, est æqualis logarithmo sinus AF: sed logarithmus sinus AF (*per 11. huius*) maior est quàm FB; ergo sinus totus ad eum minorem rationem habebit, quàm idem sinus totus AB, habeat ad FB; hoc est quam AC, habeat ad DC. item logarithmus sinus AF, (*per eandem*) minor est quam BE. (sunt enim AF, AB, AE continuè proportionales vt ostendimus) ergo sinus totus, ad illum logarithmum, maiorem habebit rationem, quàm habeat idem sinus totus ad BE, hoc est quàm habeat AD, ad DC quod erat demonstrandum.

### COROLLARIVM I.

Ex hoc theoremate; cognitô alicuius sinus logarithmô; cuiuscumque alterius logarithmum proximè cognoscere poterimus. & quia in prop. 15. cognoscebatur logarithmus sinus 9900473. ex eô cognoscere poterimus logarithmum sinus 9900000. differentia inter vtrumque est 473. fiat vt maior sinus ad 473. ita sinus totus ad 479 pariter vt minor sinus 9900000. ad 473. ita sinus totus ad 477. dico differentiam logarithmi sinus 9900473. a logarithmo sinus 9900000. maiorem esse quam 477. & minorem quam 479. ideóque benè constitui potest 478.

### COROLLARIVM II.

Ex hoc theoremate habebimus logarithmos omnium numerorum intermediorũ, qui inter proportionales cadunt. nempè eorum quos tabellæ superiùs propositæ, & explicatæ non exhibebunt.

## PROPOSITIO XIX.

### Problema.

*Sinuum maiorum quam 999700. logarithmos facilè exhibere.*

Subtrahatur sinus datus, à sinu toto, & ille erit logarithmus, licèt enim logarithmus sit maior non tamen vnitate maior erit. quod potiùs ipsa operatione probatur, quam vllâ demonstratione.

## PROPOSITIO XX.

### Theorema.

*Differentia logarithmorum duorum sinuum, in proportione dupla se habentium est 6931469.22.*

Demonstratio. sinus 5000000. seu dimidij sinus totius logarithmus, iam repertus supponitur 6931469. 22. cuius differentia à logarithmo sinus totius est ipsemet logarithmus 6931469. 22. cùm sinus totus habeat pro logarithmo o. sed quilibet alij sinus in eâdem proportione debent (*per definitionem logarithmi*) habere logarithmos æquè differentes: igitur eadem erit logarithmorum differentia.

## PROPOSITIO XXI.

### Theorema.

*Omnes ſinus in proportione decupla, ſe habentes; habent logarithmos quorum differentia eſt*
2302548. 34.

Demonſtratio. (*per* 19.) logarithmus ſinus 8000000. facile inuenitur 223143.68. & (*per* 10.) inuenitur logarithmus dimidij, & rurſus dimidij; donec inueniatur logarithmus octauæ partis: nempe ſinus 1000000. logarithmus, qui erit 2302584. 34. ſinus autem totus 10000000. illius decuplus habet o. ergo differentia inter vtrumque, eſt ipſemet numerus propoſitus; cùm autem numeri in eâdem ratione ſe habentes, logarithmos habeant æquidifferentes; eadem inter illorum logarithmos erit differentia.

### COROLLARIVM I.

Differentia logarithmorum reſpondentium ſinubus in ratione centuplâ exiſtentibus, eſt dupla propoſiti numeri, & in ratione millecuplâ, eſt tripla.

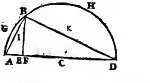
### COROLLARIVM II.

Differentia logarithmorum reſpondentium ſinubus, in ratione compoſitâ ex duplâ & decuplâ componitur ex differentiis propoſitis verbi gratiâ in proportione vigecuplâ.

## PROPOSITIO XXII.

### Theorema.

*Vt dimidium ſinus totius, ad ſinum dimidij arcus, ita ſinus complementi ipſius dimidij, ad ſinum totius arcus.*




Sit arcus AB cuius dimidium AG. dico ita eſſe dimidium ſinus totius, ad ſinum AG, ſicut ſinus complementi ipſius AG, ad ſinum arcus AB. ducatur enim linea BD, & BF perpendicularis ad AD. diuidanturque biſariam lineæ AB, BD, & AC, in C, K, I. erit IB ſinus arcus GB; aut AG; & BK ſinus complementi ipſius GB. ex definitione ſinuum. eſt enim arcus GBH media pars ſemicirculi cum AG, GB; item BH, HD ſint æquales. BF item eſt ſinus, arcus AB.

Demon. triangola ABD, BFD ſunt æquiangula, cùm angulus D, ſit communis, & angulus ABD in ſemicirculo æqualis angulo recto F. igitur ita eſt AD oppoſitum angulo recto B, ad minus latus AB, ſicut ſe habet BD, ad BF. quare & dimidium AD, nempè AC, eodem modô ſe habebit ad AB, ſicut dimidium BD, nempè BK, ad BF. & pariter dimidium AC, nempe AE, ad dimidium AB nempe BG, vt BK ad BF quod erat oſtendendum.

Coroll. 1. Ex hoc ſequitur, quòd ita erit dimidium ſinus totius ad ſinum 45. ſicut ſe habet ſinus complementi 45. nempe 45. ad ſinum arcus graduum 90. ſeu ſinum totum quare (*per* 5.) logarithmi mediorum æquales erunt logarithmis extremorum: ſed logarithmus 90. eſt o. ergo logarithmus 45. bis ſumptus æqualis eſt logarithmo dimidij ſinus totius.

Coroll. 2. Logarithmi dimidij ſinus totius, & logarithmus alicuius ſinus, æquales ſunt logarithmis ſinus dimidij arcus, & complementi illius arcus. vidimus enim, ita eſſe dimidium ſinus totius ad ſinum dimidij arcus, vt ſinus complementi illius dimidij, ad ſinum totius arcus, ſed logarithmi mediorum æquantur logarithmis extremorum: ergo conſtat quod propoſitum eſt.

Qui vellet hôc modô perſequi analogias quæ iam probatæ ſunt in libro ſuperiori, multa compendia inueniret, tam propria huic ſpeciei logarithmorum, quàm etiam communia omni ſpeciei logarithmorum.

Conſtructâ tabulâ logarithmicâ ſinuum, non erit difficile ex analogiis ſupra poſitis, conſtruere tabulam logarithmicam tangentium & ſecantium. & primò notandum eſt quòd in hac ſpecie logarithmorum in qua creſcunt logarithmi decreſcentibus numeris ſimplicibus, aut viciſſim decreſcunt logarithmi creſcentibus ſinubus, neceſſariò ſequitur; quod numerus maior ſinu toto, ſeu maior quã 10000000. habeat pro logarithmo numerum minorem, quàm o. hoc eſt numerum cui præponi debet iſta notadeberet autem logiſta accerſere ex algebra modũ addendi, aut ſubtrahendi huiuſmodi numeros ſiue cum ſimilibus poſiti ſunt, ſiue cum aliis numeris abſolutis aut notatis, huiuſmodi nota † quæ ſignificat plus breuiter, tamen dicendum ne cogatur logiſta ad alia recurrere.

1. Omnis numerus cui nullum ſignum præponitur, cenſetur habere illud † hoc eſt plus & tunc ille numerus poſitiuus eſt. ſignificatque verum numerum.

2. Omnis numerus cui præponitur hæc nota —eſt defectiuus, ſignificatque tot vnitates deficere, hoc eſt, etiam ſi huic numero adderentur tot vnitates, quot ſignificat adhuc nihil efficeretur.

Quod forſitan non ſatis facilè Tyro conciplet, id tamen explico exemplô familiari, ſolent mercatores in ſuis rationum libris duo notare, nempe ea quæ ipſis debentur ſeu credita; & quò maior eſt numerus creditorum, eò ditior eſt mercator. notentur igitur credita hoc ſigno † quia abundans eſt numerus, eſt enim ditior quò maior eſt numerus creditorum.

Ex aliâ verò parte notantur debita, nempe id quod debet, & quò maior fuerit numerus debitorum, eò pauperior erit. ita ſi nihil haberet aliud niſi debita, haberet aliquid minùs quam nihil. ſupponamus enim mercatorem, debere 100. nummos, & nihil omninò poſſideret. dico illum habere 100. nummos minùs quàm nihil. hoc eſt ſi lucaretur 100. nummos adhuc nihil haberet, nam illi 100. eſſent dandi ſuo creditori, pariter

quia

quia ex instituto voluit Neperus ; vt quò maiores essent sinus, eò decresceret eorum logarithmus. tandem ita crescunt sinus vt logarithmus sit o. quare vt semper eôdem tenore, quò crescunt sinus, aut numeri, eò fiant pauperiores debent necessariò quasi esse in ære alieno. & cum nihil illis ampliùs restet, debent contrahere debita hæc autem regulæ, additionis & subtractionis numerorum hôc modô signatorum tales sunt.

1. Si numeri eôdem signô notentur debeantque addi. fiat additio communis & maneant idem signum. vt si † 100. & † 400. addere debeas fient † 500. si — 36. & — 40. addere debeas fient — 76.

Ratio est si consulamus exemplum nostrum mercatorium. si mercatori aliquis debeat 100. & alter 400. (quod significat signum †) certè illi debebuntur 500. pariter si debeat vni 36. & alteri 40. (quod significat signum —) debebit 76.

2. Si signa fuerint eadem, & minor numerus subtrahendus sit à maiori fiat simplex subtractio vt si à † 100. auferenda sint † 60. restabunt † 40. idem est de signo — si verò maior numerus subtrahendus sit à minori. subtrahatur minor numerus à maiori & reliquus numerus afficiatur signô contrario. vt si à numero † 36. auferre debeas † 42. aufer 36. ex 42. & reliquus nempe 6. afficiatur signô contrariô — ratio est quia si mercator noster habebat 36. nummos, & amisit quadraginta, non tantùm nihil habebit ; sed debebit adhuc 4. ideoque præponitur hæc nota — pariter si debebat 20. nummos, & recepit triginta, poterit soluere debitum, & factâ solutione, illi 10. nummi supererunt, id autem significatur hâc notâ † cum † 30. subtrahere debes ex — 20. restant enim † 10.

3. Si signa fuerint contraria. & debeat fieri additio. subtrahatur minor numerus à maiori, & reliquo præponatur signum maioris. debeant addi isti numeri † 50 — 20. fiat subtractio minoris à maiori, & reliquo 30. præponatur signum maioris. † 30.

Si expendatur quid significent huiusmodi signa animaduertetur quænam sit ratio huius regulæ. sit aliquis cui debeantur † 50. nummi, sed ipse debet — 20. igitur restant ipsi † 30. alicui debentur † 50. nummi sed ipse debet — 60. igitur omnibus compensatis adhuc debet — 10.

4. Si signa fuerint dissimilia & debeat fieri subtractio. si abundans subtrahendus sit ; addatur ipse numerus, defectiuo, quasi defectiuus esset, & maneat idem signum defectiui, vt ex — 50. subtrahere debeas † 40. fiat additio, & maneat idem signum defectiuum hoc modô — 90. pariter si ex numero abundanti † 30. debeas auferre — minus 20. fiat additio cum signo † hoc modo † 50.

Ratio huius rei est cùm subtrahendus est numerus defectiuus, ex abundanti, contrarium præstare debes, ac si illum adderes, si autem illum adderes subtraheres aliquid ex abundanti. ergo addere debes aliquid abundanti. vel subtrahere vel auferre carentiam alicuius numeri, est ponere ipsum numerum. sicut auferre ipsum numerum est ponere seu addere carentiam eius.



Hæc breuiter præmitti debuerunt ne cogantur Tyrones aliunde accersere quod necessarium est ad vsum istorum logarithmorum.

## PROPOSITIO XXIII.

Problema.

*Canonem logarithmicum tangentium construere.*

Quoniam ita est sinus complementi, ad sinum alicuius arcus ; vt sinus totus, ad tangentem eiusdem arcus (*per* 21. *præcedentis*) logarithmi autem mediorum æquantur logarithmis extremorum (*per* 5. *huius*) erit logarithmus sinus complementi simul cum logarithmô tangentis, æqualis logarithmo sinus totius, & logarithmo sinus ipsius arcus. cum autem logarithmus sinus totius sit o. erunt duo logarithmi sinus complementi, & tangentis æquales logarithmo sinus arcus. quare columna media & differentia inter vtrumque sinum. quæ pro arcubus ab initio ad 45. gradum est abundans & notatur hoc signo †, pro arcubus à 45. gradu ad 90. est defectiua. ratio est quò sinus sunt maiores eò logarithmi sunt minores: sed sinus complementorum arcuum, vsque ad 45. gradum sunt maiores sinubus arcuum. ergo logarithmi eorum sunt minores ; ergo benè numerus abundans minor nempè logarithmus complementi subtrahi potest ex numero etiam abundanti maiori nempe logarithmô sinus arcus vel tangentis arcuum minorum quàm 45. graduum, sunt minores sinu toto : ergo eorum logarithmi sunt abundantes.

E contrà verò cum sinus complementorum arcuum maiorum quam 45. graduum, sint minores sinubus eorumdem arcuum habebunt logarithmos maiores, cùm autem vt habeatur logarithmus tangentis debeat subtrahi, logarithmus sinus complementi à logarithmo sinus arcus; logarithmus abundans maior à logarithmo abundanti minori. numerus qui relinquetur est defectiuus. secundùm regulam supra traditam vel tangens arcus maioris quàm 45. graduum est maior sinu toto. ergo eius logarithmus est defectiuus.

Vnde Neper in sua tabula, cum ad sinistram respicientis posuerit arcus vsque ad 45. & ad dextram arcus complementorum eadem differentia logarithmorum mutatis tantùm signis est logarithmus tangentis arcus, & logarithmus tangentis eius complementi: vnde vtrumque signum apposuit ad sinistram †, & ad dextram. —

## PROPOSITIO XXIV.

Problema.

*Canonem logarithmicum pro secantibus construere.*

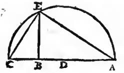
Quoniam (*per* 23. *præcedentis*) sinus totus est medius proportionalis inter sinum complementi & secantem arcus ; (*per* 6. *huius*) erit logarithmus medij bis sumptos æqualis logarithmis extremorum ; sed logarithmus medij nempe radij

est o, & his sumptus est semper o:ergo logarithmus complementi, & secantis debent simul efficere o. igitur vt fiat logarithmus secantis præponi tantùm debet logarithmo complementi signum —·

PROPOSITIO XXV.

Problema.

*Sinuum versorum logarithmos inuenire.*




Ita est diameter AC, ad subtensam CE, sicut subtensa CE, ad sinum versum BC.nam æquiangula sunt triangula AEC, EBC cum angulum C communem habeant, & angulus AEC rectus in semicirculo, æqualis sit angulo EBC.ergo ita est latus AC oppositum angulo recto in maiori triangulo, ad EC oppositum angulo A. sicut eadem EC opposita angulo recto B in minori triangulo, ad BC oppositam angulo BEC; qui æqualis est angulo A (*per* 4. 6.) ergo etiam ita erit dimidia AC, nempe radius, ad dimidiam EG, nempe sinum arcus dimidij,vt dimidia EC, ad dimidium sinum versum. igitur logarithmus medij bis sumptus æqualis est logarithmis extremorū,logarithmus sinus totius est o.igitur logarithmus sinus dimidij arcus duplicatus, est logarithmus sinus versi alicuius arcus.

PROPOSITIO XXVI.

Problema.

*Logarithmum aliquem augere numero tenus manente eodem valore.*

| | |
|---|---|
| A. 1 0 0 0 0 0 0 0. | Aliquando augeri |
| B. 1 0 0 0 0 0 0. | potest logarithmus in |
| C. 1 0 0 0 0 0. | specie tantùm, ita vt |
| D. 1 0 0 0 0. | fint aliæ cyphræ, reue- |
| E. 1 0 0 0. | ra tamen maneat idem |
| F. 1 0 0. | logarithmus, quod |
| | paradoxum inutile nō |

est. quia sæpe aliquis numerus non inuenitur in tabulis;consequenter,neque eius logarithmus qui tamen potest hàc praxi inueniri per logarithmum alterius numeri in aliquo simili.

Diximus supra logarithmum sinus totius 1000000. esse 2302584 2.34. qui numerus 1000000.est decima pars sinus totius : sinus autē totus habet pro suo logarithmo o.quare idem numerus 2302584 2. 34. erit differentia inter logarithmum numeri 1000000. & logarithmum sinus totius. sit igitur sinus totus A.decuplus numeri B cuius logarithmus sit 23025842. sit numerus C decima pars numeri B, & consequenter centesima numeri A. dico eius logarithmum esse duplum prioris nempe 46051684. 68. & logarithmum numeri D esse 69077527--02.& numeri E logarithmum esse quadruplum numeri eiusdem 23025842.34.

Ex quo sequitur quod datō logarithmō alicuius numeri, si velis logarithmum numeri decupli maioris,debeas subtrahere ex datō logarithmō numerum 23025842. vt habeas numerum centuplum, debeas subtrabere numerum 6051684. vt millecuplum debeas subtrahere 69077527. ē contrà verò vt habeas logarithmum decimæ partis debes addere numerum 23025842.& ita de reliquis.

Dicitur ergo logarithmus mutari, quò ad cyphras, & exhibere eundem numerum,si enim logarithmo alicui addam numerum verbi gratiâ 23025842. dabitur numerus decimæ eius partis, cui addendo o exhibebitur idem numerus. vnde id quod addendum est vel subtrahendum, à numero qui respondet logarithmo; adhæret ipsi logarithmo. vt sit logarithmus 23064998.cuì respondet 996092. si velim alium logarithmum eondem numerum exhibentem, ab illo subtraherem 23025842.restaretque 39152.logarithmus numeri decies maioris nempe 9960920.& ne momoria deficiat hunc logarithmum ita exhiberem 39152 — o hoc est significarem ex numero illi respondente auferendam esse cyphram. dico logarithmum 23064998. & 39152 — o eundem numerum exhibere. quod vocant aliqui eundem valorem numeralem habere.

Pariter logarithmus 25455769.sit minuendus tantùm in specie ab eo, subtrahe 23025742. fiet numerus 2415924 -- o hoc est si numero respondenti huic vltimo logarithmo, addas o fiet idem numerus qui exhibetur per primum.

Demonstratio.per se patet ex superioribus,cùm enim per additionem illorum numerorum fiat logarithmus decimæ, centesimæ, millesimæ partis numeri, modò addantur tot cyphræ restituitur idem numerus.

COROLLARIVM.

Ex iis methodum habes inueniendi numerum respondentem cuicumque logarithmo, etiam non notato in tabula. logarithmum enim datum auge, vel minue, additione vel subtractione aliquorum ex numeris præcedentibus, donec fiat aliquis logarithmus in tabula notatus, & seruatis superioribus cautionibus eundem numerum habebis, vt si quæratur numerus respondens huic logarithmo 23149721. † o. cui in tabula non satis propinquus reperitur:ab illo subducito 23025842. † o. & fiet 123879. cuis sub gradu 81.reperitur satis propinquus logarithmus; nempe 123488. cuius sinus 9876883.est numerus ipsi respondens.

Datur & alis methodus nempe quando non inuenis aliquem logarithmum in tabula : sume proximè minorem, & proximè maiorem, & vide quantùm differant, vide item quantùm differant numeri respondentes,factāque regulā proportionum habebis numerum respondentem prędicto logarithmo non tamen exactissimè.

Atque hæc de logarithmis Neperi satis.

DE

# DE LOGARITHMIS communibus.

Logarithmi communes sunt ab eodem Nepero indicati, & descripti, qui asserit, eam fore optimam speciem logarithmorum; sed vt puto nimiô labore deterritus, hanc aliis suscipiendam prouinciam reliquit. hanc autem logarithmorum construendorum methodum hic tradimus.

## PROPOSITIO XXVII.

### Problema I.

*Omnium numerorum in proportione decuplâ procedentium logarithmos assignare.*

Ad libitum supponuntur duo logarithmi dati; nempe vnitaris, qui est o. & denarij 10000000. dico si dupletur hic logarithmus. fiatque 20000000. erit logarithmus huius numeri 100. si triplicetur huius 1000. & ita deinceps quotquot numeros in proportione decuplâ continues habebuntur facilè eorum logarithmi. cum enim ita sit vnitas ad decem, sicut decem, ad 100. denarij logarithmus duplicatus æqualis erit logarithmo vnitatis, & logarithmo centenarij (*per 6. huius*) sed ex suppositione logarithmus vnitatis est o. ergo logarithmus centenarij, erit duplus logarithmi denarij. & quia reliqui procedunt in eâdem serie geometricâ continuâ: eorum logarithmi æquè differentes erunt. ergo cum habeatur differentia nempe 10000000. quâ logarithmus denarij superat logarithmum vnitatis; per additionem solam, huius differentiæ: habebuntur logarithmi totius seriei.

### COROLLARIVM.

| | |
|---|---|
| 1. | 0000000. |
| 10. | 10000000. |
| 100. | 20000000. |
| 1000. | 30000000. |
| 10000. | 40000000. |
| 100000. | 50000000. |
| 1000000. | 60000000. |
| 10000000. | 70000000. |
| 100000000. | 80000000. |
| 1000000000. | 90000000. |
| 10000000000. | 100000000. |

Logarithmi omnium numerorum inter vnitatem & denarium positorum incipiunt ab vnitate. inter denarium & centenarium incipiunt à binario. inter centenarium & millenarium, incipiunt à ternario, & ita deinceps, & hanc vocant characteristicam logarithmi.

### COROLLARIVM.

Si dentur duo numeri, quôrum vnus sit decuplus alterius, eorum logarithmorum differentia erit 10000000. vt si sint 30. & 300. cùm enim sit vt 1. ad 10. ita 30. ad 300. per definitionem logarithmorum, eorum logarithmi æquè differentes erunt, sed differentia logarithmi denarij, à logarithno vnitatis est 10000000. ergo eadem erit differentia numerorum quorum vnus sit decuplus alterius.

## PROPOSITIO XXVIII.

### Problema II.

*Inter vnitatem & denarium, quot volueris media proportionalia inuenire.*

Sint inuenienda multa proportionalia inter vnitatem, & denarium: ex denario extrahe radicem quadratam, dico illam radicē esse proportionalem inter. vnitatem & denarium, hoc est ita esse vnitatem ad hanc radicem sicut hæc radix ad denarium, si enim intelligatur vnitas multiplicare denarium, numerus productos erit denarius, cum vnitas multiplicando, & diuidendo nihil immutet. igitur rectangulum comprehensum sub vnitate, & denario, est æquale quadrato radicis illius: (*per* 17. 6.) ita ergo est vnitas ad radicem quadratam, sicut radix quadrata ad denarium. si velis inter hanc radicem & vnitatem alium numerum proportionalem, illius extrahe radicem quadratam. & ita deinceps.

In quo notandum est hæc media proportionalia non esse continua, hoc est non ita esse vnitatem ad vltimò inuentum, sicut illud vltimum, ad antepenultimum, & antepenultimum, ad proantepenultimum. sic enim illi numeri essent in proportione continuâ geometricâ sed semper vnitas ita se habet ad quemcumque ex his numeris, sicut ille se habet ad præcedentem.

### PRAXIS.

Quia difficile est tot extrahere radices ex numeris tam paruis, augeatur tam vnitas quam denarius quot volueris cyphris o. intelligendo verbi gratiâ vnitatem diuisam esse in centum partes, & pariter denarij quamcumque vnitatem esse diuisam in centum partes, fient ergo mille in denario. tunc multiplicentur mille partes denarij per centum partes vnitatis, fientque in denario 100000. partes vel si velis supponatur vnitas diuisa in mille partes. & denarius consequenter in decies mille intelligatur facta multiplicatio proueniet 10000000. ita vt numerus cyphrarum additarum denario, sit semper impar. quod necessariò debet fieri vt in extrahendâ radice quadratâ. quæratur prima cyphra radicis, nempe radix quadrata numeri 10.

Numerus autem denarius scribi potest vel vt in A vel vt in B.

A. 10. $\frac{0000000000000000000000000.}{10000000000000000000000000.}$

B. 1000000000000000000000000000000.

Primô modô ita enunciatur 10. cum nullis partibus centies millesimis &c. in secundo mille centesimæ partes. si diuisa esset vnitas tantùm in centum partes, & in hôc secundô modô reducitur totus numerus in fractionem, subintelligendo illius denominatorem.

Quod vt intelligatur in numero minori posset scribi

ſcribi denarius, hôc modô ſuppoſitâ diuiſione vnitatis in centum partes 10 $\frac{00}{100}$ decem cum nullis partibus centeſimis, vel hôc modô $\frac{1000}{100}$ mille partes centeſimæ, & ſubticendo denominatorem 100. intelligendo tamen hunc numerum non eſſe abſolutum.

Quæratur ergo inter vnitatem, ita auctam, & denarium ſimiliter auctum, medius proportionalis, prouenier numerus D. cui ſubintelligendus eſt

D. 3162277660168379332199889354.
E. 0000000000000000000000000000.

denominator E, & quia numerator maior eſt ſignificat aliquas vnitates abſolutas vt vides hic.

$3.\ \frac{162277660168379332199889354.}{1000000000000000000000000000.}$

Huius numeri D denuò extrahatur radix quadrata fiet alius numerus F.

F. 1778279410038922801197304123.

Atque ita deinceps ſi ſemper extrahas, radicem quadratam quinquageſimus ſecundus erit.

G. 100000000000000025563829864006470.

Qui poteſt ſcribi hôc modô.

H. I. $\frac{25563829864006470.}{100000000000000000000000000000000}$

Hic numerus maior eſt vnitate. & fractio habet in ſuo denominatore 15. cyphras plures quam ſint in numeratore. quod manifeſtum eſt.

## PROPOSITIO XXIX.

### Theorema.

*Si aliquis numerus minor binariô, & maior vnitate in denominatore ſua fractionis 15. cyphras habeat, antequam numerator aliquam habeat, & huius numeri radix quadrata extrahatur. dico quod numerator fractionis huius primi numeri, duplus erit numeratoris fractionis radicis ſuæ.*

Sit numerus H propoſitus vnitatem habens, & adiunctam fractionem. cuius denominator habet quindecim o antequam numerator habeat aliquem ſignificatiuum characterem. dico ſi extrahatur eius radix quadrata, quæ pariter erit maior vnitate; cum vnitas habeat pro radice vnitatem, hæc inquam radix quadrata habebit numeratorem ſuæ fractionis, qui erit mediapars numeratoris fractionis prioris numeri.

Proponatur enim numerus H ſubticendo denominatorem, vt ab eo extrahi poſſit radix quadrata.

H. 100000000000000025563829864006470.

Hic numerus multiplicari priùs debet per vnitatem ſuis cyphris auctam, quæ non immutat numerum ſed tantum in fine illi addit multoties o.

In extractione radicis quadratæ, iubemur extrahere radicem ex primo puncto, quæ erit vnitas. quæ extracta ex primo puncto nibil relinquit. hæc radix quadrata duplicatur, & ſic duplicata diuidit ſequentem cyphram & quia ſequens cyphra eſt o. ſemper quotiens erit o. donec veniatur ad aliquam cyphram ſignificatiuam, & ſemper radix interea creſcet & erit 1000000000000000. quot nempe ſunt cyphræ o. ante ſignificatiuas propoſiti numeri. duplicanda eſt radix iam inuenta quæ diuidere debet numerum reliquum L. 255638298640064700.

Et quia conſtat 15. cyphris quotiens qui addetur radici in ſingulis progreſſionibus cadet in cyphras quæ poſt operationem reiiciendæ ſunt, hoc eſt L. 255638298640064700. 00000. K. 2000000000000000r.

Si applicetur radix duplicata nempe K. ipſi L numero reſiduo, cum primus character ipſius K, ſit 2. diuidet primum characterem numeri L bifariam; addeturque ipſi radici 1. id eſt dimidia pars & licet etiam idem quotiens addatur in fine ipſius radicis duplicatæ, quia tamen reſpondet cyphris quæ poſt operationem abiici debent ille defectus pro nullo haberi debet. in ſecunda promotione radix eôdem modô applicabitur ſecundo characteri 5. eôdemque modô diuidet bifariam, intactique remanent reliqui quia cyphræ o. quæ ſunt in radice intactas relinquunt cyphras numeri ſuperioris; ergo in promotionibus ſequentibus vſque ad vltimam, ſemper binarius, qui primus eſt radicis duplicatæ: diuider numerum L, ergo radix quæ prouenier poſt quindecim cyphras o. habebit medietatem numeri L, quod erat demonſtrandum. quod accidet quoties hôc modô in aliqua fractione denominator conſtans vnitate & pluribus cyphris o. duplô plures habebit characteres quàm numerator.

## PROPOSITIO XXX.

### Problema.

*Numerorum mediorum proportionalium inter denarium, & vnitatem logarithmos aſſignare.*

Logarithmus denarij diuidatur biſariam, & habebitur logarithmus primi medij proportionalis. nempe illius qui eſt medius inter vnitatem & denarium, vocetur ille numerus A.

Demonſtratio. cum enim ita ſit vnitas ad numerum A, vt numerus A ad denarium. logarithmus medij duplicatus æqualis erit logarithmo extremorum; ſed logarithmus vnitatis eſt o. ergo logarithmus numeri A duplicatus æquabitur logarithmo denarij. & quia ſecundus numerus inuentus nempe B eſt medius inter vnitatem & A. logarithmus numeri A bifariam diuidatur; & eius pars dimidia erit logarithmus numeri B: atque ita de cæteris vſque ad quinquageſimum ſecundum.

Habeantur ergo illi omnes logarithmi cum reſpondentibus ſibi numeris: præcipuè verò logarithmi illorum numerorum vltimorum quos deſcripſimus ſuperiori propoſitione.

PROPO

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

*Cuiuſcumque numeri primi logarithmum inuenire.*

Sit numerus primus 2. cuius logarithmus quæritur primò. ex numero 2. cyphris aucto & quantùm volueris multiplicato per vnitatem totidem cyphris auctam; extrahatur, radix quadrata; & huius radicis ſimiliter multiplicatæ extrahatur radix quadrata; & ita deinceps, donec occurrat aliquis, cuius denominator 15. cyphras habeat; antequam numerator aliquam ſignificatiuam contineat. (*per* 3.) numerator fractionis erit duplus numeratoris ſuæ radicis, hoc eſt ita procedunt logarithmi ſicut numeratores iſtarum fractionum. ſint ergo fractionum numerorum vltimò inuentorum, numeratores A, & B logarithmi ignoti E, & F. & ſint duo vltimi numeri inuenti per propoſ. 3. & eorum fractionis numeratores C, D, & logarithmi cogniti G & H (*per* 4.) iſtæ omnes rationes A ad B, C ad D, E ad F, G ad H ſunt æquales, cum logarithmi maiores, ſint dupli minorum: ſicut numeratores maiorum fractionum, ſunt dupli minorum; ergo alternando erit vt A ad E ita B ad F & C ad G & D ad H. cum ergo ſit vt numerator C ad ſuum logarithmum cognitum, ita numerator A ad ſuum logarithmum E, cognoſcetur logarithmus numeri cuius A eſt numerator fractionis. quare ſi toties dupletur quoties ſunt innuenta media proportionalia inter binarium, & vnitatem tandem habebitur logarithmus binarij.

PROPOSITIO XXXII.

Problema.

*Numeri primi paulò maioris logarithmum inuenire.*

Quia tamen, cùm numeri primi quôrum quæruntur logarithmi, ſunt maiores; plures eſſent inueniendi numeri proportionales, antequam ita proximè deueniretur ad vnitatem, vt poſt vnitatem, adderetur fractio, cuius numerator duplò pauciores cyphras contineat; quàm denominator. Ita operaberis. numerum primum propoſitum multiplica per ſeipſum, & productum per ipſummet, ita vt fiat eius quadratum cubus &c. donec aliquis occurrat numerus qui incipiat per 1. & o hunc diuides per aliquem numerum cuius cognoſcitur logarithmus nempe 10. 100. 1000. 10000. &c. ſed immediatè ipſo minorem, fiet fractio vnitate maior, & binariô minor, quæ iam ſatis ad vnitatem accedet. ſi verò adhuc illius fractionis numerator non habet conditionem ſuperiùs deſcriptam; extrahantur radices, donec aliquis occurrat, habens talem conditionem. rem in eôdem binariô oſtendo, licèt ſit aptior ad maiorum numerorum inueniendos logarithmos. primò binarius multiplicetur per ſeipſum a. 4. 8. 56. 32. 128. 256. 512.1024. numerus 1024. aptus eſt. diuidatur per 1000. fietque quotiens $1\frac{24}{1000}$ inter hunc numerum, & vnitatem, quære media proportionalia, donec aliquis habeat conditionem ſupra allatam; cuius per præcedentem quæres logarithmum, quem toties duplicabis quot inueniſti proportionalia inter numerum $1\frac{24}{1000}$ & vnitatem; & ita habebis logarithmum iſtius numeri cui addes logarithmum millenarij. & (*per cor.* 6. *huius*) habebis logarithmum huius numeri, 1024. & quia iſti numeri 1. 2. 4. &c. vſque ad 1024. ſunt continue proportionales. ſciturque logarithmus extremorum, ſi differentia eorum diuidatur per numerum interuallorum (*per* 10. *huius*) habebis logarithmum reliquorum.

COROLLARIVM.

Inuentô logarithmô binarij, inueniuntur logarithmi omnium numerorũ compoſitorum ea binario, ſeipſum multiplicante, vt ſi fiat ſeries 2. a. 4. 8. 16. 32. 64. 128. 256. &c. numerorum 10. 20. 40. 80. 160. 320. &c. numerorum 5 $2\frac{1}{2}$ 5 $\frac{1}{4}$ ſi enim ſubtrahas logarithmum binarij ex logarithmo denarij, habebis logarithmum quinarij. ex quo ſi adhuc ſubtrahas logarithmum binarij habebis logarithmum iſtius numeri 5 $\frac{1}{2}$ $1\frac{1}{4}$ quod ſi adhuc auferres logarithmum binarij ex logarithmo numeri 5 $\frac{1}{4}$ quia maior eſt, fiet numerus defectiuus logarithmus huius fractionis $\frac{1}{8}$ & aliarum vt $\frac{1}{16}$ ſi adhuc auferatur logarithmus binarij.

PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

*Inuentis numerorum primorum logarithmis: Inuenire numerorum compoſitorum logarithmos.*

Sint inuenti logarithmi numerorum primorum 2. 3. 5. 7. 11. 13. 17. 19. 23. 29. 31. &c. quærendi ſunt logarithmi numerorum compoſitorum. primò ſi logarithmum binarij duples, triples, quadruples &c. habebis logarithmos totius ſeriei 2. 4. 8. 16. 32. &c. ſi eôdem modô facias pro ternario, habebis ſeriem 3. 9. 27. 81. &c. & ſeriem 5. 25. 125. & omnium numerorum, quos 2. & 3. metiuntur verbi gratiâ 6. 12. 18. 24. 36. &c. cum autem omnis numerus compoſitus oriatur ex multiplicatione numerorum primorum, quorum logarithmi ſupponuntur cogniti, ſi addas eorum logarithmos habebis logarithmos omnium compoſitorum. quod erat faciendum.

VSVS LOGARITHMORVM.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

*Dati numeri abſoluti logarithmum reperire.*

Tres aut quatuor caſus accidere poſſunt. primò ſit numerus aliquis abſolutus; minor numerô 10000.

10000. maximò tabularum. quæratur in tabulis ille numerus, inuenieturque è regione logarithmus ipsi correspondens.

Si numerus cuius quæritur logarithmus fuerit fractio, cuius tàm numerator, quam denominator non excedant 10000. quæratur vtriusque logarithmus, quod si fuerit fractio proprie dicta, in qua denominator excedat numeratorem minor logarithmus à maiori subtrahatur, & differentia erit logarithmus præpositæ fractionis, sed defectiuus ideoque huic præponi debet hæc nota —

Demonstr. primò quod defectiuus sit ostenditur, quia omnis fractio simplex minor est vnitate; ergo eius logarithmus minor est logarithmò vnitatis; in hac specie logarithmorum, qui cum sit 0. fractionis logarithmus minor erit quam 0. seu erit defectiuus. quòd etiam differentia duorum logarithmorum numeratoris, & denominatoris sit logarithmus fractionis, ostenditur. sit iste numerus propositus $\frac{13}{14}$ hæc fractio, est quotiens diuisionis in qua 13. per 14. diuideretur, vt constat ex arithmetica. si enim 13. nummi essent diuidendi inter 14. quilibet $\frac{13}{14}$ tredecim decimas quartas accipere deberet: ergo (*per 6. huius*) logarithmus diuisoris 14. & quotientis æquahuntur logarithmo diuisi nempe 13. ergo si ex logarithmo numeri 13. auferas logarithmum numeri 14 restabit logarithmus fractionis $\frac{13}{14}$ sed dum aufertur maior numerus ex minori, restat differentia eorũ cum signo — quod erat demonstrandum.

Tertiò detur numerus cui fractio adhæreat, reducatur ille numerus in fractionem totalem, vt $34\frac{2}{1}$ mutetur in $\frac{172}{5}$ & vtriusque numeri hoc est tàm numeratoris, quàm denominatoris logarithmus in tabula accipiatur, & differentia eorum erit logarithmus quæsitus.

Aliô modô sumatur logarithmus numeri 34. qui auferatur à proximè sequenti, vt habeatur quantùm crescat logarithmus, eò quòd numerus ei respondens crescat vnitate, & dices si vnitas seu $\frac{5}{5}$ augent logarithmum tot cyphris, quantùm augebunt $\frac{2}{1}$.

Qui tamen modus non est accuratus. quia non crescunt logarithmi in eâdem ratione in quâ crescunt numeri ipsis respondentes; sed minus crescit logarithmus respectu totius vnitatis, quàm crescat respectu primarum partium eiusdem numeri.

Si numerus datus cuius quæritur logarithmus sit maior numerò 10000. maximò scilicèt tabulæ. si compositus est, & sciantur qui numeri eum producant, addantur logarithmi numerorum eum producentium, & habebitur eius logarithmus, vt si numerus 36480. qui oritur ex multiplicatione numerorum 304. & 120. quæratur logarithmus vtriusque; eorum summa (*per 6. huius*) est logarithmus numeri 36480.

Quia tamen hæc operatio supponit numerum esse compositum, & cognosci numeros ipsum producentes, aliam regulam proponam vniuersaliorem. diuidatur numerus maior quam 10000. per 10. 100. 1000. 10000. donec quotiens sit minor quam 10000. si enim adhuc ille quotiens maior esset diuideretur adhuc. huius quotientis quære logarithmum quem addes logarithmo numeri 10. 100. 1000. &c. per quem facta est diuisio, quod si facta est duplex diuisio addatur bis logarithmus illius numeri, per quem facta est diuisio. vt si numeri 453507. quæratur logarithmus. diuidatur per 1000. fietque quotiens $453\frac{507}{1000}$ huius numeri adhærentem habentis fractionem, quæratur logarithmus, qui addatur logarithmo numeri 1000. & (*per 6. huius*) prodibit logarithmus numeri propositi.

Coincidit hæc methodus cum praxi traditâ ab Vlac. sit enim (inquit) propositus numerus 3567894. primò quæratur numeri 3567. log. 3. 5523031. qui auferatur ex logarithmo sequenti, $3.55242\frac{48}{1217}$ nempe numeri 356. & restabit differentia, & quia numerus 3567894. supponitur diuisus per mille, ita vt sit facta fractio decadica, hoc est fractio cuius denominator est 10. vel 100. vel 1000. &c. hôc modô $3567\frac{894}{1000}$ instituenda est regula trium. si numerus 3567. cresceret vnitate seu $\frac{1000}{1000}$ cresceret logarithmus hôc numerô 1217. sed crescit tantùm 894. partibus. quantum igitur crescet eius logarithmus multiplica 1217. per 894. fietque 1087998. quem vt diuidas per 1000. delendæ sunt tres vltimæ figuræ. ita vt restet — 1087. quem addes logarithmo inuento 3. 3523031.

Fietque logarithmus nempe huius numeri $3567\frac{894}{1000}$ sed iste numerus est tantum quotiens factæ diuisionis; huic ergo, adde logarithmum numeri 1000. qui cum sit 3. 0000000. tantum addenda est characteristica nempe 3. fietque 6. 5524118.

## COROLLARIVM.

Datus numerus $3367\frac{894}{1000}$ eundem habet logarithmum exceptâ characteristicâ ac numerus 3567894. quia est quotiens diuisionis in qua 10000. fuit diuisor. ideoque tantoperè extollunt authores decadicas fractiones quæ logarithmos non immutant, nisi penes characteristicam logarithmi, quæ reuetur ferè memoriter nam ab vnitate ad denarium est 0. à denario ad centenarium est 1. à centenario ad millenarium est 2. à millenario ad decem millia est 3.

## PROPOSITIO XXXV.

### Problema.

*Datò logarithmò numerum respondentem assignare.*

Si propositus logarithmus inuenitur in tabulis exactè, è regione inuenies numerum cuius est logarithmus.

Si verò non inuenitur exactè, sed inuenitur in tabulis logarithmus in reliquis æqualis, excepta tamen characteristica, vt si proponeretur logarithmus 2. 5513031. qui non inueniretur in tabula, sed inueniretur 3. 5523031. ita vt tota differentia sit in characteristica, numerus respondens. huic vltimo est 3567. certum est autem numerum respondentem logarithmo cuius characteristica est 2. inueniri inter 100. & 1000. vnde

vnde abiicienda est numeri inuenti vltima cyphra, & facienda fractio hôc modô $356.\frac{7}{19}$ quod si datus fuisset logarithmus 1. 5553031. abiiciendæ essent duæ cyphræ, hôc modô $35\frac{56}{19}$ si daretur 4. 5523031. qui inueniretur in tabulâ, exceptâ characteristica quæ esset 3 numero respondenti 3561. addenda esset cyphra 0. 35670.

Tertiò si logarithmus propositus nullô modô inuenitur in tabula, nec ei similis, sed datur logarithmus, cô maior, & logarithmus cô minor, sumatur pro numerô ei respondente, numerus respondens logarithmo proximè minori, & differentia inter hunc minorem & propositum fiat numerator fractionis. differentia verò inter hunc minorem, in tabula inuentum, & sequentem maiorem etiam in tabula positum, sit denominator fractionis. Sit datus logarithmus 2 5 2 1 1 9 7 6. proximè minori conuenit numerus 332. differentia inter datum logarithmum, & proxime minorem est 596 differentia autem inter minorem & maiorem est 1361. fiet $332.\frac{596}{1361}$ dico hunc numerum esse eum qui respondet prædicto logarithmo.

DEMONSTRATIO.

Patet ex superioribus nam 1361. est differentia logarithmi numeri 332, & logarithmi numeri 333. quare si differentia 1361. dat vnitatem. seu partes vnitatis 1761. differentia 596. dabit $\frac{99}{1361}$.

Ostendimus autem supra hanc fractionem non esse exactam, sed paulò maiorem. vnde quia logarithmi maiores habent minores differentias; ideò potiùs per maiores operandum est. sit ergo logarithmus datus 2 5 2 1 1 9 7 6. addatur huius characteristicæ 2. vt fiat maior logarithmus, seu illi addatur logarithmus centenarij, fietque logarithmus 4 5 2 1 1 9 7 6. proximè minor in tabulis inuentus est 4 5 2 1 1 9 0 4. numerus illi respondens est 3 3 2 0 4 3 differentia inter logarithmum inuentum minorem, & datum est 72. differentia inter hunc minorem, & proximè maiorem est 130. fiat vt 130, ad 72. ita vnitas, ad aliud, quam vnitatem augent 6. cyphris exactioris calculi gratiâ; fietque pro $\frac{72}{130}$ $\frac{553846}{1000000}$ ideoque numerus respondens logarithmo 4 5 2 1 1 9 0 4. esset 33204. $\frac{553746}{1000000}$. sed quia numerus illè nimis magnus est, diuidatur per 100. numerus 3 3 2 0 4. diuisus per 100. est $332.\frac{04}{100}$ fractio autem diuisa esset $\frac{5538}{1000000}$. neglectis illis duabus figuris. debent adui duæ illæ fractiones disponantur $\frac{5538}{1000000}$ $\frac{04}{100}$. more consuetô multiplicentur denominatores fiet 100000000. communis denominator; decussatim denominatores multiplicent numeratores. ideoque multiplicando 5538. per 100. restituetur idem denominator $\frac{553800}{100000000}$ $\frac{4000000}{100000000}$. simul addantur fractiones fiet fractio integra $\frac{4553800}{100000000}$.

Progressus ostendit rationem. quia enim logarithmus habebat cypham maiorem characteristicâ logarithmi propositi, ideò debuit minui; ergo numerus ipsi respondens diuidi. cætera sunt clara. hic vt ostenderetur progressus; volui diuidi denominatorem 553846. per 100. vnde inutilis fuit illa diuisio, hoc tamen debui indicare, vt ostenderem rationem operationis.

Sit logarithmus quicumque defectiuus 415634 cuius quæritur valor, seu quæritur numerus ei respondens; addatur ei logarithmo, quicumque logarithmus verbi gratia numeri 360, fitque ex his duobus numeris logarithmus, cuius exquiratur numerus: sit 219. dico huius primò exhibiti logarithmi, numerum esse $\frac{219}{360}$ ratio est, cum additur logarithmus numeri 360. idem est ac si numerus 360. multiplicaret talem fractionem (*per 6. huius*) & vt est vnitas ad hanc fractionem: ita 360, ad 219. ergo per ea quæ diximus in arithmeticis hæc explicatur fractio per $\frac{219}{360}$ quod erat ostendendum

Sit denique aliquis magnus logarithmus, ab eo auferatur logarithmus alicuius, ex inscriptis 10. 100 1000. 10000, vel alter eiusdem rationis, donec sit non maior vltimo tabulæ quâ vteris. huius logarithmi quæratur valor inuentus numerus multiplicetur per 10 100. 1000. &c. & habebis numerum quæsitum.

Sit inueniendus numerus logarithmi. 5 8 7 3 4 6 7 0 si ab eo detrahatur logarithmus numeri 1000. restabit logarithmus 58734670. cuius numerus quæsitus, vt supra est $747.\frac{2464}{3800}\frac{914}{3809}$ qui multiplicatus per 1000. dabit 747424.

Ratio eadem est quæ in superioribus.

PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

*Cuiuscumque numeri dati radicem quadratam, cubicam, aut cuiuscumque potestatis inuenire.*

Cuiuscumque numeri quære logarithmum (*per 31.*) quem bifariàm diuide, numerus respondens huic dimidio logarithmo, est radix quadrata. si per 3. diuisus fuisset, habuisses logarithmum radicis cubicæ. si per quartum tertiæ potestatis, habuisses logarithmum. hæc propositio per se patet.

Demonstratio supponit in serie quâcumque geometricâ ita se habere vnitatem, ad primum numerum, qui est radix cæterorum omnium, & à quo tota series suam denominationem accipit; sicut hæc radix ad quadratum; quadratus, ad cubum; cubus ad quadrato quadratum, & ita consequenter, hæc enim est natura seriei geometricæ, vt termini sint in eadem semper proportione geometrica continua. dum ergo quæritur radix quadrata, alicuius numeri; quæritur series geometrica, in qua numerus propositus, sit secundus ab vnitate. supponitur autem cognitus illius numeri logarithmus, inter quem, & logarithmum vnitatis, debet intercedere aliquis medius proportionalis arithmeticè, habetur autem logarithmus vnitatis qui est 0. qui subtractus ex logarithmo propopolito, eum relinquit intactum. quare logarithmus numeri propositi, est differentia inter hunc logarithmum; & logarithmum vnitatis. Iubet autem praxis vt logarithmus propositus diuidatur bifariam: quô factô habentur tres numeri arithmetice proportionales. nempe logarithmus vni-

tatis, media pars logarithmi propositi, & logarithmus propositus. qui est logarithmus propositi numeri. si habeantur numeri ijs respondentes, nempe vnitas, numerus intermedius, & numerus propositus, illi erunt Geometricè proportionales, ergo secundus erit radix quadrata numeri propositi.

Idem applicari potest, cubo. si enim numerus pro cubo sumatur; debent quæri duo numeri intermedij proportionales, inter vnitatem, & cubũ; cum ergo habeatur logarithmus primi numeri, & vnitatis, qui est o. bene trifariam diuidimus hunc logarithmum. sic enim habetur logarithmus primi intermedij, qui est radix cubica. & ita de aliis omnibus potestatibus intelligendum est.

## PROPOSITIO XXXVII.

*Vsus tabularum logarithmicarum respondentium arcubus quadrantis.*

Primò sciendum est tabulas communes continere 6. ordines, seu columnas. prima columna continet minuta; gradus illius notatus est, in fronte ipsius paginæ; progressusque talium minutorum fit descendendo. singulis minutis respondent in secundâ columnâ sinus proprius, in tertia tangens, in quarta secans, in quinta logarithmus sinûs. vltimâ logarithmus tangentis. logarithmus secantis non est adhibitus, quia facilè haberi potest si logarithmum sinus complementi auferas à logarithmo sinûs totius duplicatô. cum enim ita sit sinus complementi, ad sinum totum, vt sinus totus, ad secantem erunt logarithmi extremorum, æquales duplo, logarithmo medij.

Alia pagina totidem habet columnas. Prima continet minuta, gradûs in fronte paginæ notati, progressusque minutorum fit ascendendo; vt cuilibet arcui alterius paginæ suum in ista respondeat complementum. sequuntur eôdem ordine respondentes sinus, tangentes, secantes, logarithmi sinuum, logarithmi tangentium.

Inueniuntur tantùm arcus vsque ad quadrantem, quia arcus maiores quadrãte, eundem habent sinum, tangentem, & secantem, ac sua complementa ad semicirculum. tabulæ autem ita supponunt sinum totum esse partium 10000000.

Primus vsus, & præcipuus tabularum in eô consistit, vt propositô arcu, tot graduum, & minutorum; eius assignes sinum, tangentem, & sesecantem. In partibus quas sinus totus supponitur continere 10000000. quod facillimum est, si arcus continet tantùm gradus, & minuta; si enim adhuc minuta secunda haberet adiuncta talis arcus, pars proportionalis addenda esset. vt si sit sinus arcus grad. 36. 25. 34. sume differentiam inter sinum grad. 36. 25. & sinũ arcus 36. 26. innueniesque differentiam 1712. fiat regula aurea, si vnum minutũ primum seu 60. minuta secũda, dant 1712. quid dabunt 34. sec. & inuenies 970. addẽda sinui grad. 36. 25. qui est 97735326. fietque 97336229. quod intelligendum si exactissimè velis procedere, nam in plerisque operationibus ista negligi possunt. Idem intelligendum est de tangentibus & secantibus. & logarithmis.

Si velis sinum versum aufer sinum complementi à sinu toto, relinquetur sinus versus. simplex & linearis.

Si logarithmum sinûs versi requiris, quia ita est semiradius, ad sinum arcûs; vt sinus arcûs ad sinum versum arcûs dupli. ex logarithmo sinus dimidij arcûs duplicatô, aufer logarithmum sinûs relinquitur logarithmus sinus arcus versi.

Secunda pars istius vsûs consistit in eo, vt datô sinu tangente, secãte, logarithmô sinus, aut tangentis, assignetur arcus illis respondens, si sinus datus, tangens, aut secans, inueniantur in tabulis, arcus illis respondens in primâ columna, est ille qui quæritur. si verò nõ inueniatur in tabula, quæratur in tabula proximè maior, & minor. subtrahaturque minor à maiori, vt habeatur eorum differentia; tum minor à proposito etiam auferatur, vt habeatur differentia eorum: tum fiet regula aurea; si differentia maioris à minori, dat minuta secunda 60. quot dabit secunda differentia. sit datus iste sinus 97736296. in tabula proximus eô minor est 97737038. Cui respondent gradus 36. 25 & proximè maior 97735316 graduum 36. 26. differentia inter hos tabulatos est 1712. differentia inter propositum, & minorem est 970. fiat regula trium. si differentia 1712. dat secunda 60. differentia 970. dabit secunda 34 igitur arcus respondens est grad. 36. min. 25. secund. 34.

## PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

*Vsus logarithmorum.*

Vsus proprius logarithmorum consistit in eo vt propositis duobus numeris, tertium proportionalem inuenias per solam additionem, & subtractionem.

Dupletur logarithmus secundi, & ab hoc duplo auferatur logarithmus primi. restabit logarithmus numeri quæsiti quod manifestum est ex definitione logarithmorum.

Pariter datis tribus numeris quartum proportionalem inueniemus. si addamus logarithmos secundi & tertij, & à summâ eorum subtrahamus logarithmũ primi; relinquetur logarithmus quarti. dentur num. 25. 60. 120. inueniendus est quartus proportionalis 288.

## PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

*Datis tribus numeris, quartum proportionalem inuenire in ratione inuersâ.*

Logarithmi primi, & secundi simul addantur, & ab eorum summa, subtrahatur logarithmus tertij, restabitque logarithmus quarti. quod clarissimum est, ex definitione logarithmorum & praxi communi regulæ proportionis inuersæ.

## PROPOSITIO XL.

Problema.

*Datis tribus numeris quartum proportionalem inuenire in proportione duplicatâ.*

Sint dati numeri A, & B. & tertius C, cui quartus proportionalis inueniendus in proportione duplicatâ, illius quæ est 10 ad 36. logarithmus A, subtrahatur ex logarithmo B. & differentia duplata addatur logarithmo C. summa dabit logarithmum numeri quæsiti nempè. 486.

Ratio

Ratio est quia si differentia adderetur logarithmo numeri C; fieret logarithmus quarti numeri, & ita esset A, ad B, Sicut C ad quartum illum numerum; cum proportionalium æquè differentes sint logarithmi; si rursus addatur semel hæc differentia. fiet vt A ad B, ita quartus ille numerus ad quintum. sed idem factum est cum differentia duplicata addita est: ergo inuentus est quintus ad quem C, habet rationem duplicatam, illius quæ est A ad B eâdem methodo inueniemus numerum in triplicata ratione in quadruplicatâ. &c.

### PROPOSITIO XLI.

Problema.

*Inter datos numeros quotcumque medios proportionales inuenire.*

Differentia logarithmorum, datorum numerorum diuidatur bifariàm, si vnicam mediam proportionalem velis, trifariàm si duas, in quatuor partes si tres. hæc differentia addita logarithmo primi numeri, & huic adhuc addita dabit logarithmum secundi medij.

Vt inter datos numeros A, & B sint inueniendi duo medij proportionales:

A. B
8. 64. 512. 5096.

Differentia logarithmorum diuisa per 3. dat 9030000, quæ si addatur logarithmo minoris 9030899. dabit logarithmum primi medij 18061799. 64 & huic logarithmo iterum addita, dabit logarithmum: 27091699. 512. igitur inter 8. & 4096 erunt duo medij proportianales 64. 512 hoc est vt 8. ad 64, ita 64, ad 512; & 512, ad 4096.

Ratio clara est quia logarithmi illorum numerorum sunt æquedifferentes; ergo numeri sunt continuè proportionales.

# CANON

## Sinuum, Tangentium & Secantium. Item Logarihmorum Sinuum, & Tangentium.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin. | Log.Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 100000.00 | 0 | 0 | 60 | 10000000 | Infinit. | Infinit. | 10.0000000 | Infinit. |
| 1 | 29.09 | 29.09 | 100000.00 | 6.4637261 | 6.463726 | 59 | 99999.99 | 343774667. | 343774682. | 9.9999999 | 13.5362739 |
| 2 | 58.18 | 58.18 | 100000.02 | 6.7647561 | 6.764756 | 58 | 99999.98 | 171887319. | 171887348. | 9.9999999 | 13.2352438 |
| 3 | 87.27 | 87.27 | 100000.04 | 6.9408473 | 6.94084 | 57 | 99999.96 | 114591530. | 114591574. | 9.9999998 | 13.0591525 |
| 4 | 116.36 | 116.36 | 100000.07 | 7.0657860 | 7.065786 | 56 | 99999.93 | 85943630. | 85943689. | 9.9999997 | 12.9342137 |
| 5 | 145.44 | 145.44 | 100000.11 | 7.1626960 | 7.162696 | 55 | 99999.89 | 68754887. | 68754960. | 9.9999995 | 12.8373036 |
| 6 | 174.53 | 174.53 | 100000.16 | 7.2418771 | 7.241877 | 54 | 99999.85 | 57295721. | 57295809. | 9.9999993 | 12.7581222 |
| 7 | 203.62 | 203.62 | 100000.21 | 7.3088239 | 7.308824 | 53 | 99999.79 | 49110600. | 49110702. | 9.9999991 | 12.6911752 |
| 8 | 232.71 | 232.71 | 100000.27 | 7.3668157 | 7.366816 | 52 | 99999.73 | 42971757. | 42971873. | 9.9999988 | 12.6331831 |
| 9 | 261.80 | 261.80 | 100000.34 | 7.4179681 | 7.417969 | 51 | 99999.66 | 38197099. | 38197230. | 9.9999985 | 12.5820304 |
| 10 | 290.89 | 290.89 | 100000.42 | 7.4637255 | 7.463727 | 50 | 99999.58 | 34377371. | 34377516. | 9.9999982 | 12.5362727 |
| 11 | 319.98 | 319.98 | 100000.51 | 7.5051181 | 7.505120 | 49 | 99999.49 | 31252137. | 31252297. | 9.9999978 | 12.4948797 |
| 12 | 349.06 | 349.07 | 100000.61 | 7.5429063 | 7.5429091 | 48 | 99999.39 | 28647773. | 28647948. | 9.9999974 | 12.4570909 |
| 13 | 378.15 | 378.16 | 100000.72 | 7.5776684 | 7.5776715 | 47 | 99999.28 | 26444080. | 26444269. | 9.9999969 | 12.4223285 |
| 14 | 407.24 | 407.25 | 100000.83 | 7.6098530 | 7.6098566 | 46 | 99999.17 | 24555198. | 24555402. | 9.9999964 | 12.3901434 |
| 15 | 436.33 | 436.33 | 100000.95 | 7.6398160 | 7.6398201 | 45 | 99999.05 | 22918166. | 22918385. | 9.9999959 | 12.3601799 |
| 16 | 465.42 | 465.42 | 100001.08 | 7.6678445 | 7.6678492 | 44 | 99998.92 | 21485762. | 21485995. | 9.9999953 | 12.3321508 |
| 17 | 494.51 | 494.51 | 100001.22 | 7.6941733 | 7.6941786 | 43 | 99998.78 | 20221875. | 20222122. | 9.9999947 | 12.3058214 |
| 18 | 523.60 | 523.60 | 100001.37 | 7.7189966 | 7.7190026 | 42 | 99998.63 | 19098419. | 19098680. | 9.9999940 | 12.2809974 |
| 19 | 552.68 | 552.69 | 100001.53 | 7.7424775 | 7.7424841 | 41 | 99998.47 | 18093220. | 18093496. | 9.9999934 | 12.2575159 |
| 20 | 581.77 | 581.78 | 100001.70 | 7.7647537 | 7.7647610 | 40 | 99998.31 | 17188540. | 17188831. | 9.9999927 | 12.2352390 |
| 21 | 610.86 | 610.87 | 100001.87 | 7.7859427 | 7.7856508 | 39 | 99998.13 | 16370019. | 16370325. | 9.99999 9 | 12.2140492 |
| 22 | 639.95 | 639.96 | 100002.05 | 7.8061458 | 7.8061547 | 38 | 99997.95 | 15625908. | 15626228. | 9.9999911 | 12.1938453 |
| 22 | 669.04 | 669.05 | 100002.24 | 7.8254507 | 7.8254604 | 37 | 99997.76 | 14946502. | 14946837. | 9.9999903 | 12.1745396 |
| 24 | 698.13 | 698.14 | 100002.44 | 7.8439338 | 7.8439444 | 36 | 99997.56 | 14323712. | 14324061. | 9.9999894 | 12.1560556 |
| 25 | 727.21 | 727.23 | 100002.65 | 7.8616623 | 7.8616738 | 35 | 99997.36 | 13750745. | 13751108. | 9.9999885 | 12.1383262 |
| 26 | 756.30 | 756.32 | 100002.86 | 7.8786953 | 7.8787077 | 34 | 99997.14 | 13221851. | 13222229. | 9.9999876 | 12.1212923 |
| 27 | 785.39 | 785.41 | 100003.08 | 7.8950854 | 7.8950988 | 33 | 99996.92 | 12732134. | 12732526. | 9.9999866 | 12.1049012 |
| 28 | 814.48 | 814.50 | 100003.31 | 7.9108793 | 7.9108938 | 32 | 99996.68 | 12277396. | 12277803. | 9.9999856 | 12.0891062 |
| 29 | 843.57 | 843.60 | 100003.55 | 7.9261190 | 7.9261344 | 31 | 99996.44 | 11854018. | 11854440. | 9.9999845 | 12.0738656 |
| 30 | 872.65 | 872.69 | 100003.80 | 7.9408419 | 7.9408584 | 30 | 99996.19 | 11458865. | 11459301. | 9.9999835 | 12.0591416 |
| 31 | 901.74 | 901.78 | 100004.06 | 7.9550819 | 7.9550996 | 29 | 99995.93 | 11089205.1 | 11089656.0 | 9.9999823 | 12.0449004 |
| 32 | 930.83 | 930.87 | 100004.33 | 7.9688698 | 7.9688886 | 28 | 99995.66 | 10742648.4 | 10743113.8 | 9.9999812 | 12.0311114 |
| 33 | 959.92 | 959.96 | 100004.61 | 7.9822334 | 7.9822534 | 27 | 99995.39 | 10417094.5 | 10417574.5 | 9.9999800 | 12.0177466 |
| 34 | 989.00 | 989.05 | 100004.89 | 7.9951980 | 7.9952192 | 26 | 99995.11 | 10110690.2 | 10111184.8 | 9.9999788 | 12.0047808 |
| 35 | 1018.09 | 1018.14 | 100005.18 | 8.0077867 | 8.0078092 | 25 | 99994.82 | 9821794.3 | 9822303.3 | 9.9999775 | 11.9921908 |
| 36 | 1047.18 | 1047.24 | 100005.48 | 8.0200207 | 8.0200445 | 24 | 99994.52 | 9548947.5 | 9549478.1 | 9.9999762 | 11.9799555 |
| 37 | 1076.27 | 1076.33 | 100005.79 | 8.0319195 | 8.0319446 | 23 | 99994.22 | 9290848.7 | 9291386.9 | 9.9999748 | 11.9680554 |
| 38 | 1105.35 | 1105.42 | 100006.12 | 8.0435009 | 8.0435274 | 22 | 99993.89 | 9046333.6 | 9046886.3 | 9.9999735 | 11.9564726 |
| 39 | 1134.44 | 1134.51 | 100006.44 | 8.0547814 | 8.0548094 | 21 | 99993.56 | 8814357.2 | 8814924.4 | 9.9999721 | 11.9451906 |
| 40 | 1163.53 | 1163.61 | 100006.77 | 8.0657763 | 8.0658057 | 20 | 99993.23 | 8593979.1 | 8594560.9 | 9.9999706 | 11.9341943 |
| 41 | 1192.61 | 1192.70 | 100007.11 | 8.0764997 | 8.0765306 | 19 | 99992.89 | 8384350.7 | 8384947.0 | 9.9999691 | 11.9234694 |
| 42 | 1221.70 | 1221.79 | 100007.46 | 8.0869646 | 8.0869970 | 18 | 99992.54 | 8184704.1 | 8185315.0 | 9.9999676 | 11.9130030 |
| 43 | 1250.79 | 1250.88 | 100007.82 | 8.0971832 | 8.0972172 | 17 | 99992.18 | 7994343.0 | 7994968.4 | 9.9999660 | 11.9027828 |
| 44 | 1279.87 | 1279.98 | 100008.19 | 8.1071669 | 8.1072025 | 16 | 99991.81 | 7812634.2 | 7813274.2 | 9.9999644 | 11.8927975 |
| 45 | 1308.96 | 1309.07 | 100008.57 | 8.1169262 | 8.1169634 | 15 | 99991.43 | 7639000.9 | 7639655.4 | 9.9999628 | 11.8830366 |
| 46 | 1338.05 | 1338.17 | 100008.96 | 8.1264710 | 8.1265099 | 14 | 99991.04 | 7472916.5 | 7473585.6 | 9.9999611 | 11.8734901 |
| 47 | 1367.13 | 1367.26 | 100009.35 | 8.1358104 | 8.1358510 | 13 | 99990.65 | 7313899.1 | 7314582.7 | 9.9999594 | 11.8641490 |
| 48 | 1396.22 | 1396.35 | 100009.75 | 8.1449532 | 8.1449956 | 12 | 99990.25 | 7161507.0 | 7162205.2 | 9.9999577 | 11.8550044 |
| 49 | 1425.30 | 1425.45 | 100010.16 | 8.1539075 | 8.1539516 | 11 | 99989.84 | 7015334.6 | 7016047.4 | 9.9999559 | 11.8460484 |
| 50 | 1454.39 | 1454.54 | 100010.58 | 8.1626808 | 8.1627267 | 10 | 99989.42 | 6875008.7 | 6875736.0 | 9.9999541 | 11.8372733 |
| 51 | 1483.48 | 1483.64 | 100011.01 | 8.1712804 | 8.1713282 | 9 | 99988.99 | 6740185.5 | 6740927.2 | 9.9999522 | 11.8286718 |
| 52 | 1512.5[illegible] | 1512.73 | 100011.45 | 8.1797129 | 8.1797626 | 8 | 99988.55 | 6610547.3 | 6611303.6 | 9.9999503 | 11.8202374 |
| 53 | 1541.65 | 1541.83 | 100011.89 | 8.1879848 | 8.1880364 | 7 | 99988.[illegible] | 6485800.8 | 6486571.6 | 9.9999484 | 11.8119636 |
| 54 | 1570.73 | 1570.93 | 100012.34 | 8.1961020 | 8.1961556 | 6 | 99987.66 | 6365674.1 | 6366459.5 | 9.9999464 | 11.8038444 |
| 55 | 1599.82 | 1600.02 | 100012.80 | 8.2040703 | 8.2041259 | 5 | 99987.20 | 6249915.4 | 6250715.3 | 9.9999444 | 11.7958741 |
| 56 | 1628.90 | 1629.12 | 100013.27 | 8.2118949 | 8.2119526 | 4 | 99986.73 | 6138290.5 | 6139105.0 | 9.9999424 | 11.7880474 |
| 57 | 1657.99 | 1658.21 | 100013.75 | 8.2195811 | 8.2196408 | 3 | 99986.25 | 6030582.0 | 6031411.0 | 9.9999403 | 11.7803592 |
| 58 | 1687.07 | 1687.31 | 100014.24 | 8.2271335 | 8.2271953 | 2 | 99985.76 | 5926587.2 | 5927430.8 | 9.9999382 | 11.7728047 |
| 59 | 1716.16 | 1716.41 | 100014.73 | 8.2345568 | 8.2346208 | 1 | 99985.27 | 5826117.4 | 5826975.5 | 9.9999360 | 11.7653792 |
| 60 | 1745.24 | 1745.51 | 100015.23 | 8.2418553 | 8.2410215 | 0 | 99984.77 | 5728996.2 | 5729868.9 | 9.9999338 | 11.7580785 |

3745

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tan. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1745.24 | 1745.51 | 100015.23 | 8.2418553 | 8.2419215 | 60 | 99984.77 | 5728996.16 | 5729868.85 | 9.9999338 | 11.7580785 |
| 1 | 1774.32 | 1774.60 | 100015.74 | 8.2490332 | 8.2491015 | 59 | 99984.26 | 5635058.96 | 5635946.19 | 9.9999316 | 11.7508985 |
| 2 | 1803.41 | 1803.70 | 100016.26 | 8.2560943 | 8.2561649 | 58 | 99983.74 | 5544151.67 | 5545053.45 | 9.9999294 | 11.7438351 |
| 3 | 1832.49 | 1832.80 | 100016.76 | 8.2630424 | 8.2631153 | 57 | 99983.21 | 5456130.03 | 5457046.35 | 9.9999271 | 11.7368847 |
| 4 | 1861.58 | 1861.90 | 100017.33 | 8.2698810 | 8.2699563 | 56 | 99982.67 | 5370858.75 | 5371789.62 | 9.9999247 | 11.7300437 |
| 5 | 1890.66 | 1891.00 | 100017.88 | 8.2766136 | 8.2766912 | 55 | 99982.12 | 5288210.91 | 5289156.37 | 9.9999224 | 11.7233088 |
| 6 | 1919.74 | 1920.10 | 100018.43 | 8.2832434 | 8.2833234 | 54 | 99981.57 | 5202067.26 | 5209027.22 | 9.9999200 | 11.7166766 |
| 7 | 1948.83 | 1949.10 | 100018.99 | 8.2897734 | 8.2898559 | 53 | 99981.01 | 5130315.66 | 5131290.17 | 9.9999175 | 11.7101441 |
| 8 | 1977.91 | 1978.30 | 100019.56 | 8.2962067 | 8.2962917 | 52 | 99980.44 | 5054850.59 | 5055839.65 | 9.9999150 | 11.7037083 |
| 9 | 2006.99 | 2007.40 | 100020.14 | 8.3025460 | 8.3026335 | 51 | 99979.86 | 4981572.64 | 4982576.23 | 9.9999125 | 11.6973665 |
| 10 | 2036.08 | 2036.50 | 100020.73 | 8.3087941 | 8.3088842 | 50 | 99979.27 | 4910388.06 | 4911406.20 | 9.9999100 | 11.6911158 |
| 11 | 2065.16 | 2065.60 | 100021.33 | 8.3149536 | 8.3150462 | 49 | 99978.67 | 4841208.41 | 4842251.10 | 9.9999074 | 11.6849538 |
| 12 | 2094.24 | 2094.70 | 100021.94 | 8.3210269 | 8.3211221 | 48 | 99978.06 | 4773950.14 | 4774997.38 | 9.9999047 | 11.6788779 |
| 13 | 2123.32 | 2123.80 | 100022.55 | 8.3270163 | 8.3271143 | 47 | 99977.45 | 4708534.50 | 4709596.08 | 9.9999021 | 11.6728857 |
| 14 | 2152.41 | 2152.91 | 100023.17 | 8.3329243 | 8.3330249 | 46 | 99976.83 | 4644886.20 | 4645962.53 | 9.9998994 | 11.6669751 |
| 15 | 2181.49 | 2182.01 | 100023.80 | 8.3387529 | 8.3388563 | 45 | 99976.20 | 4582935.12 | 4584025.99 | 9.9998966 | 11.6611437 |
| 16 | 2210.57 | 2211.11 | 100024.44 | 8.3445043 | 8.3446105 | 44 | 99975.56 | 4522614.07 | 4523719.49 | 9.9998939 | 11.6553895 |
| 17 | 2239.65 | 2240.21 | 100025.09 | 8.3501805 | 8.3502895 | 43 | 99974.91 | 4463859.56 | 4464979.52 | 9.9998911 | 11.6497105 |
| 18 | 2268.73 | 2269.32 | 100025.75 | 8.3557835 | 8.3558953 | 42 | 99974.25 | 4406611.32 | 4407745.83 | 9.9998882 | 11.6441047 |
| 19 | 2297.81 | 2298.42 | 100026.41 | 8.3613150 | 8.3614297 | 41 | 99973.59 | 4350812.16 | 4351961.22 | 9.9998853 | 11.6385703 |
| 20 | 2326.90 | 2327.53 | 100027.08 | 8.3667769 | 8.3668945 | 40 | 99972.92 | 4295407.73 | 4297571.34 | 9.9998824 | 11.6331055 |
| 21 | 2355.98 | 2356.63 | 100027.76 | 8.3721710 | 8.3722915 | 39 | 99972.24 | 4243346.59 | 4244524.54 | 9.9998794 | 11.6277085 |
| 22 | 2385.05 | 2385.74 | 100028.45 | 8.3774988 | 8.3776223 | 38 | 99971.55 | 4191578.99 | 4192771.68 | 9.9998764 | 11.6223777 |
| 23 | 2414.14 | 2414.84 | 100029.15 | 8.3827620 | 8.3828886 | 37 | 99970.85 | 4141058.76 | 4142266.03 | 9.9998734 | 11.6171114 |
| 24 | 2443.22 | 2443.95 | 100029.86 | 8.3879622 | 8.3880918 | 36 | 99970.14 | 4091741.16 | 4092952.95 | 9.9998703 | 11.6119082 |
| 25 | 2472.30 | 2473.05 | 100030.58 | 8.3931008 | 8.3932336 | 35 | 99969.43 | 4043583.75 | 4044820.09 | 9.9998672 | 11.6057664 |
| 26 | 2501.38 | 2502.16 | 100031.30 | 8.3981793 | 8.3983152 | 34 | 99968.71 | 3996546.05 | 3997796.94 | 9.9998641 | 11.6016848 |
| 27 | 2530.46 | 2531.27 | 100032.03 | 8.4031990 | 8.4033381 | 33 | 99967.98 | 3950369.46 | 3951854.89 | 9.9998609 | 11.5966619 |
| 28 | 2559.54 | 2560.38 | 100032.77 | 8.4081614 | 8.4083037 | 32 | 99967.24 | 3905677.11 | 3906957.09 | 9.9998577 | 11.5916963 |
| 29 | 2588.52 | 2589.48 | 100033.52 | 8.4130676 | 8.4132132 | 31 | 99966.49 | 3861773.81 | 3863066.34 | 9.9998544 | 11.5867868 |
| 30 | 2617.69 | 2618.59 | 100034.28 | 8.4179190 | 8.4180679 | 30 | 99965.73 | 3818845.93 | 3820155.00 | 9.9998512 | 11.5819321 |
| 31 | 2646.77 | 2647.70 | 100035.05 | 8.4227168 | 8.4228690 | 29 | 99964.96 | 3776861.30 | 3778184.92 | 9.9998478 | 11.5771310 |
| 32 | 2675.85 | 2676.81 | 100035.82 | 8.4274621 | 8.4276176 | 28 | 99964.19 | 3735789.17 | 3737127.34 | 9.9998445 | 11.5723824 |
| 33 | 2704.93 | 2705.92 | 100036.60 | 8.4321561 | 8.4323150 | 27 | 99963.41 | 3695600.11 | 3696952.82 | 9.9998411 | 11.5676850 |
| 34 | 2734.01 | 2735.03 | 100037.39 | 8.4367999 | 8.4369622 | 26 | 99962.62 | 3656265.92 | 3657633.18 | 9.9998376 | 11.5630378 |
| 35 | 2763.09 | 2764.14 | 100038.19 | 8.4413944 | 8.4415603 | 25 | 99961.82 | 3617759.62 | 3619141.43 | 9.9998342 | 11.5584397 |
| 36 | 2792.16 | 2793.25 | 100039.00 | 8.4459409 | 8.4461103 | 24 | 99961.01 | 3580055.33 | 3581451.68 | 9.9998306 | 11.5538897 |
| 37 | 2821.24 | 2822.36 | 100039.82 | 8.4504402 | 8.4506131 | 23 | 99960.19 | 3543128.25 | 3544539.15 | 9.9998271 | 11.5493869 |
| 38 | 2850.32 | 2851.48 | 100040.65 | 8.4548934 | 8.4550699 | 22 | 99959.36 | 3506954.58 | 3508380.03 | 9.9998235 | 11.5449301 |
| 39 | 2879.40 | 2880.59 | 100041.48 | 8.4593013 | 8.4594814 | 21 | 99958.53 | 3471511.50 | 3472951.50 | 9.9998199 | 11.5405186 |
| 40 | 2908.47 | 2909.70 | 100042.32 | 8.4636649 | 8.4638486 | 20 | 99957.69 | 3436777.09 | 3438231.63 | 9.9998162 | 11.5361514 |
| 41 | 2937.55 | 2938.82 | 100043.17 | 8.4679850 | 8.4681725 | 19 | 99956.84 | 3402730.29 | 3404199.39 | 9.9998125 | 11.5318275 |
| 42 | 2966.62 | 2967.93 | 100044.03 | 8.4722626 | 8.4724538 | 18 | 99955.98 | 3369350.89 | 3370834.53 | 9.9998088 | 11.5275462 |
| 43 | 2995.70 | 2997.05 | 100044.90 | 8.4764984 | 8.4766933 | 17 | 99955.11 | 3336619.45 | 3338117.63 | 9.9998050 | 11.5233067 |
| 44 | 3024.78 | 3026.16 | 100045.78 | 8.4806932 | 8.4808920 | 16 | 99954.24 | 3304517.27 | 3306030.00 | 9.9998012 | 11.5191080 |
| 45 | 3053.85 | 3055.28 | 100046.67 | 8.4848479 | 8.4850505 | 15 | 99953.36 | 3273026.37 | 3274553.65 | 9.9997974 | 11.5149495 |
| 46 | 3082.93 | 3084.39 | 100047.56 | 8.4889632 | 8.4891696 | 14 | 99952.47 | 3242129.46 | 3243671.29 | 9.9997935 | 11.5108304 |
| 47 | 3112.00 | 3113.51 | 100048.46 | 8.4930398 | 8.4932502 | 13 | 99951.57 | 3211809.88 | 3213366.26 | 9.9997896 | 11.5067498 |
| 48 | 3141.08 | 3142.63 | 100049.37 | 8.4970784 | 8.4972928 | 12 | 99950.66 | 3182051.60 | 3183622.52 | 9.9997856 | 11.5027072 |
| 49 | 3170.15 | 3171.74 | 100050.29 | 8.5010798 | 8.5012982 | 11 | 99949.74 | 3152839.16 | 3154424.63 | 9.9997817 | 11.4987018 |
| 50 | 3199.22 | 3200.86 | 100051.22 | 8.5050447 | 8.5052671 | 10 | 99948.81 | 3124157.67 | 3125757.70 | 9.9997776 | 11.4947329 |
| 51 | 3228.30 | 3229.98 | 100052.15 | 8.5089736 | 8.5092001 | 9 | 99947.88 | 3095992.80 | 3097607.37 | 9.9997736 | 11.4907999 |
| 52 | 3257.37 | 3259.10 | 100053.09 | 8.5128673 | 8.5130978 | 8 | 99946.94 | 3068330.70 | 3069956.82 | 9.9997695 | 11.4869022 |
| 53 | 3286.44 | 3288.22 | 100054.05 | 8.5127264 | 8.5169610 | 7 | 99945.99 | 3041158.02 | 3042801.69 | 9.9997653 | 11.4830387 |
| 54 | 3315.52 | 3317.34 | 100055.01 | 8.5205514 | 8.5207902 | 6 | 99945.03 | 3014461.89 | 3016120.10 | 9.9997612 | 11.4792098 |
| 55 | 3344.59 | 3346.48 | 100055.98 | 8.5243430 | 8.5245860 | 5 | 99944.06 | 2988229.86 | 3989902.63 | 9.9997570 | 11.4754140 |
| 56 | 3373.66 | 3375.58 | 100056.96 | 8.5281017 | 8.5283490 | 4 | 99943.08 | 2962449.95 | 2964137.26 | 9.9997527 | 11.4716510 |
| 57 | 3402.73 | 3404.71 | 100057.95 | 8.5318281 | 8.5320797 | 3 | 99941.09 | 2937110.55 | 2938812.41 | 9.9997484 | 11.4679203 |
| 58 | 3431.81 | 3433.83 | 100058.94 | 8.5355228 | 8.5357787 | 2 | 99941.09 | 2912200.47 | 2913916.88 | 9.9997441 | 11.4642213 |
| 59 | 3460.88 | 3462.95 | 100059.94 | 8.5391863 | 8.5394466 | 1 | 99940.09 | 2887708.88 | 2889439.84 | 9.9997398 | 11.4605534 |
| 60 | 3489.95 | 3492.08 | 100060.95 | 8.5428192 | 8.5430838 | 0 | 99939.08 | 2863625.33 | 2865370.83 | 9.9997354 | 11.4569162 |

| Minuta | Sinus | Tang | Secant. | Log.Sin. | Log.Tang. | Minuta | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sni | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 3489.95 | 3491.08 | 100060.95 | 8.5428192 | 8.5430838 | 60 | 99939.08 | 2863625.33 | 2865370.83 | 9.9997354 | 11.4569162 |
| 1 | 3519.02 | 3521.20 | 100061.97 | 8.5464218 | 8.5466909 | 59 | 99938.06 | 2839939.69 | 2841699.74 | 9.9997309 | 11.4533091 |
| 2 | 3548.09 | 3550.33 | 100063.00 | 8.5499948 | 8.5502683 | 58 | 99937.03 | 2816642.18 | 2818416.78 | 9.9997265 | 11.4497317 |
| 3 | 3577.16 | 3579.43 | 100064.04 | 8.5535386 | 8.5538166 | 57 | 99935.99 | 2793723.33 | 2795512.48 | 9.9997220 | 11.4461834 |
| 4 | 3606.23 | 3608.58 | 100065.09 | 8.5570536 | 8.5573362 | 56 | 99934.95 | 2771173.99 | 2772977.69 | 9.9997174 | 11.4426638 |
| 5 | 3635.30 | 3637.71 | 100066.15 | 8.5605404 | 8.5608276 | 55 | 99933.90 | 2748985.28 | 2750803.53 | 9.9997128 | 11.4391724 |
| 6 | 3664.37 | 3666.83 | 100067.21 | 8.5639994 | 8.5642912 | 54 | 99932.84 | 2727148.61 | 2728981.41 | 9.9997082 | 11.4357088 |
| 7 | 3693.44 | 3695.96 | 100068.28 | 8.5674310 | 8.5677273 | 53 | 99931.77 | 2705655.68 | 2707503.03 | 9.9997036 | 11.4312725 |
| 8 | 3722.51 | 3725.09 | 100069.36 | 8.5708357 | 8.5711364 | 52 | 99930.60 | 2684498.43 | 2686360.33 | 9.9996989 | 11.4288632 |
| 9 | 3751.58 | 3754.22 | 100070.45 | 8.5742139 | 8.5745197 | 51 | 99929.69 | 2663669.04 | 2665545.49 | 9.9996942 | 11.4254803 |
| 10 | 3780.65 | 3783.33 | 100071.55 | 8.5775660 | 8.5778760 | 50 | 99928.51 | 2643159.96 | 2645050.96 | 9.9996894 | 11.4221234 |
| 11 | 3809.71 | 3812.48 | 100072.66 | 8.5808913 | 8.5812077 | 49 | 99927.40 | 2622963.84 | 2624869.39 | 9.9996846 | 11.4187923 |
| 12 | 3838.78 | 3841.61 | 100073.77 | 8.5841933 | 8.5845136 | 48 | 99926.29 | 2603073.58 | 2604993.68 | 9.9996798 | 11.4154864 |
| 13 | 3867.85 | 3870.74 | 100074.89 | 8.5874694 | 8.5877945 | 47 | 99925.17 | 2583482.27 | 2585416.92 | 9.9996749 | 11.4122055 |
| 14 | 3896.91 | 3899.88 | 100076.02 | 8.5907209 | 8.5910809 | 46 | 99924.04 | 2564183.23 | 2566132.43 | 9.9996700 | 11.4089491 |
| 15 | 3925.98 | 3929.01 | 100077.16 | 8.5939483 | 7.5942832 | 45 | 99922.90 | 2545169.96 | 2547133.71 | 9.9996650 | 11.4057168 |
| 16 | 3955.05 | 3958.14 | 100078.31 | 8.5971517 | 8.5974917 | 44 | 99921.75 | 2526436.15 | 3528414.45 | 9.9996601 | 11.4025083 |
| 17 | 3984.11 | 3987.28 | 100079.47 | 8.6003317 | 8.6006767 | 43 | 99920.60 | 2507975.68 | 2509968.55 | 9.9996550 | 11.3993233 |
| 18 | 4013.18 | 4016.41 | 100080.63 | 8.6934886 | 8.6038386 | 42 | 99919.44 | 2489782.42 | 2491790.02 | 9.9996500 | 11.3961614 |
| 19 | 4042.24 | 4045.55 | 100081.80 | 8.6066226 | 8.6069777 | 41 | 99918.27 | 2471851.10 | 2473873.14 | 9.9996449 | 11.3930223 |
| 20 | 4071.31 | 4074.69 | 100082.98 | 8.6097341 | 8.6100943 | 40 | 99917.09 | 2454175.78 | 2456212.28 | 9.9996398 | 11.3899057 |
| 21 | 4100.37 | 4103.83 | 100084.17 | 8.6128235 | 8.6131889 | 39 | 99915.90 | 2436750.95 | 2438802.00 | 9.9996346 | 11.3868111 |
| 22 | 4129.44 | 4132.96 | 100085.37 | 8.6158910 | 8.6162616 | 38 | 99914.70 | 2419571.40 | 3421637.00 | 9.9996294 | 11.3837384 |
| 23 | 4158.50 | 4162.10 | 100086.58 | 8.6189369 | 8.6193127 | 37 | 99913.49 | 2402431.99 | 2404711.14 | 9.9996242 | 11.3806873 |
| 24 | 4187.57 | 4191.24 | 100087.80 | 8.6219616 | 8.5223427 | 36 | 99912.28 | 2385927.72 | 1388022.42 | 9.9996189 | 11.3776573 |
| 25 | 4216.63 | 4220.38 | 100089.02 | 8.6249653 | 8.6253518 | 35 | 99911.06 | 2369453.72 | 2371562.97 | 9.9996136 | 11.3746482 |
| 26 | 4245.69 | 4249.52 | 100090.25 | 8.6279484 | 8.6283402 | 34 | 99909.83 | 2353205.25 | 2355329.05 | 9.9996082 | 11.3716598 |
| 27 | 4274.75 | 4278.66 | 100091.49 | 8.6309111 | 8.6313083 | 33 | 99908.59 | 2337177.72 | 2339316.07 | 9.9996028 | 11.3686917 |
| 28 | 4303.82 | 4307.81 | 100092.74 | 8.6338537 | 8.6342563 | 32 | 99907.34 | 2321366.65 | 2323519.55 | 9.9995974 | 11.3657437 |
| 29 | 4332.88 | 4336.65 | 100094.00 | 8.6367764 | 8.6371845 | 31 | 99906.08 | 2305767.67 | 2307935.13 | 9.9995919 | 11.3628155 |
| 30 | 4361.94 | 4366.09 | 100095.27 | 8.6396796 | 8.6400931 | 30 | 99904.82 | 2290376.55 | 2292558.56 | 9.9995865 | 11.3599059 |
| 31 | 4391.00 | 4395.24 | 100096.55 | 4.6425634 | 8.6429825 | 29 | 99903.55 | 2275189.16 | 2277385.72 | 9.9995809 | 11.3570175 |
| 32 | 4420.06 | 4424.38 | 100097.83 | 8.6454282 | 8.6458528 | 28 | 99902.27 | 2260201.48 | 2262412.59 | 9.9995753 | 11.3541472 |
| 33 | 4449.12 | 4453.53 | 100099.12 | 8.6482742 | 8.6487044 | 27 | 99900.98 | 2245409.59 | 2247635.25 | 9.9995697 | 11.3512956 |
| 34 | 4478.18 | 4482.68 | 100100.42 | 8.6511016 | 8.6515375 | 26 | 99899.86 | 2230809.67 | 2233049.89 | 9.9995641 | 11.3484625 |
| 35 | 4507.24 | 4511.82 | 100101.73 | 8.6539107 | 8.6543522 | 25 | 99898.37 | 2216398.02 | 2218652.98 | 9.9995584 | 11.3456478 |
| 36 | 4536.30 | 4540.97 | 100103.05 | 8.6567017 | 8.6571490 | 24 | 99897.05 | 2202171.00 | 2204440.32 | 9.9995527 | 11.3428510 |
| 37 | 4565.36 | 4570.12 | 100104.38 | 8.6594748 | 8.6599179 | 23 | 99895.73 | 2188125.10 | 2190408.97 | 9.9995469 | 11.3400728 |
| 38 | 4594.42 | 4599.27 | 100105.71 | 8.6622303 | 8.6626891 | 22 | 99894.40 | 2174256.87 | 2176555.29 | 9.9995411 | 11.3373109 |
| 39 | 4623.47 | 4628.42 | 100107.05 | 8.6649684 | 8.6654331 | 21 | 99893.06 | 2160562.96 | 2162875.93 | 9.9995353 | 11.3345669 |
| 40 | 4652.53 | 4657.57 | 100108.40 | 8.6676893 | 8.6681598 | 20 | 99891.71 | 2147040.10 | 2149367.63 | 9.9995297 | 11.3318402 |
| 41 | 4681.59 | 4686.73 | 100109.76 | 8.6703932 | 8.6708697 | 19 | 99890.35 | 2133685.11 | 2136027.19 | 9.9995236 | 11.3291303 |
| 42 | 4710.64 | 4715.88 | 100111.13 | 8.6730804 | 8.6735628 | 18 | 99888.98 | 2120494.88 | 2122851.31 | 9.9995176 | 11.3264372 |
| 43 | 4739.70 | 4745.03 | 100112.51 | 8.6757510 | 8.6762393 | 17 | 99887.61 | 2107466.37 | 2109837.55 | 9.9995116 | 11.3237607 |
| 44 | 4768.76 | 4774.19 | 100113.90 | 8.6784052 | 8.6788996 | 16 | 99886.23 | 2094596.63 | 2096982.36 | 9.9995056 | 11.3211004 |
| 45 | 4797.81 | 4803.34 | 100115.30 | 8.6810433 | 8.6815437 | 15 | 99884.84 | 2081882.76 | 2084283.05 | 9.9994996 | 11.3184563 |
| 46 | 4826.87 | 4832.50 | 100116.[illegible] | 8.6836654 | 8.6841719 | 14 | 99883.44 | 2066321.96 | 2071736.70 | 9.9994935 | 11.3138281 |
| 47 | 4855.92 | 4861.66 | 100118.11 | 8.6862718 | 8.6867844 | 13 | 9988203. | 2056911.47 | 2059340.86 | 9.9994874 | 11.3132156 |
| 48 | 4884.98 | 4890.82 | 100119.53 | 8.6888625 | 8.6893815 | 12 | 99880.61 | 2044648.61 | 2047092.55 | 9.9994812 | 11.3106187 |
| 49 | 4914.03 | 4919.97 | 100120.96 | 8.6914379 | 8.6919629 | 11 | 99879.18 | 2032530.75 | 2034989.25 | 9.9994750 | 11.3080378 |
| 50 | 4943.08 | 4949.13 | 100122.40 | 8.6939980 | 8.6945292 | 10 | 99877.75 | 2020555.35 | 2023028.40 | 9.9994688 | 11.3054708 |
| 51 | 4972.14 | 4978.29 | 100123.85 | 8.6965431 | 8.6970806 | 9 | 99876.31 | 2008719.89 | 2011207.50 | 9.9994625 | 11.3029194 |
| 52 | 5001.19 | 5007.46 | 100125.3[illegible] | 8.6990734 | 8.6996173 | 8 | 99874.86 | 1997021.95 | 1999524.11 | 9.9994562 | 11.3003828 |
| 53 | 5230.24 | 5036.62 | 100126.76 | 8.7015889 | 8.7021[illegible] | 7 | 99873.40 | 1985459.12 | 1987975.84 | 9.9994498 | 11.2938610 |
| 54 | 5059.29 | 5065.78 | 100128.23 | 8.7040899 | 8.7046465 | 6 | 99871.93 | 1974029.10 | 1976560.36 | 9.9994435 | 11.2953535 |
| 55 | 5088.35 | 5094.95 | 100129.71 | 8.7065766 | 8.7071375 | 5 | 99870.45 | 1962729.59 | 2965275.41 | 9.9994370 | 11.2928605 |
| 56 | 5117.40 | 5124.11 | 100131.[illegible] | 8.7090490 | 8.7096185 | 4 | 99868.97 | 1951558.37 | 1954118.74 | 9.9994306 | 11.2903815 |
| 57 | 5146.45 | 5153.28 | 100132.70 | 8.7115075 | 8.7120[illegible] | 3 | 99867.25 | 1940513.27 | 1943088.20 | 9.9994241 | 11.2879166 |
| 58 | 5175.50 | 5182.44 | 100134.20 | 8.7139520 | 8.7145345 | 2 | 99865.98 | 1929592.17 | 1932181.65 | 9.9994176 | 11.2854655 |
| 59 | 5204.55 | 5211.61 | 100135.72 | 8.7163829 | 8.7169719 | 1 | 99864.47 | 1918791.98 | 1921397.01 | 9.9994110 | 11.2830281 |
| 60 | 3233.60 | 5240.78 | 100137.23 | 8.7188002 | 8.71[illegible]58 | 0 | 99862.95 | 1908113.67 | 1910732.26 | 9.9994044 | 11.2806042 |

5233.60

# Grad. 3.          86. Grad.          

| Min. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tan. | Min. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5233.60 | 5240.78 | 100137.23 | 8.7188002 | 8.7193958 | 60 | 99862.95 | 1908113.67 | 1910732.26 | 9.9994041 | 11.2806048 |
| 1 | 5262.64 | 5269.95 | 100138.76 | 8.7212040 | 8.7218063 | 59 | 99861.41 | 1897552.26 | 1900185.40 | 9.9993978 | 11.2781957 |
| 2 | 5291.69 | 5299.12 | 100140.30 | 8.7235946 | 8.7241035 | 58 | 99859.89 | 1887106.80 | 1889734.50 | 9.9993911 | 11.2757965 |
| 3 | 5320.74 | 5328.29 | 100141.85 | 8.7259721 | 8.7265877 | 57 | 99858.35 | 1876775.39 | 1879437.65 | 9.9993844 | 11.2734123 |
| 4 | 5349.79 | 5557.46 | 100143.41 | 8.7283366 | 8.7289589 | 56 | 99856.80 | 1866556.18 | 1869232.99 | 9.9993776 | 11.2710411 |
| 5 | 5378.83 | 5386.63 | 100144.98 | 8.7306882 | 8.7313174 | 55 | 99855.24 | 1856447.34 | 1859138.71 | 9.9995708 | 11.2686826 |
| 6 | 5407.88 | 5415.81 | 100146.55 | 8.7330272 | 8.7356631 | 54 | 99853.67 | 1846447.09 | 1849155.01 | 9.9593640 | 11.2663369 |
| 7 | 5436.93 | 5444.98 | 100148.13 | 8.7353539 | 8.7359964 | 53 | 99852.09 | 1836553.70 | 1859274.17 | 9.9993572 | 11.2640036 |
| 8 | 5465.97 | 3474.16 | 100149.72 | 8.7376675 | 8.7383172 | 52 | 99850.50 | 1826765.44 | 1829500.48 | 9.9993503 | 11.2616828 |
| 9 | 5495.02 | 5503.33 | 100151.32 | 8.7399691 | 8.7406258 | 51 | 99848.91 | 1817080.67 | 1819830.26 | 9.9993453 | 11.2593742 |
| 10 | 5524.06 | 5532.51 | 200152.93 | 8.7422586 | 8.7415212 | 50 | 99847.31 | 1807497.74 | 1810261.88 | 9.9993364 | 11.2570778 |
| 11 | 5553.11 | 5561.69 | 100154.55 | 8.7445360 | 8.7452067 | 49 | 99845.70 | 1798015.05 | 1800795.75 | 9.9993293 | 11.1547933 |
| 12 | 5582.15 | 5590.87 | 200156.17 | 8.7468015 | 8.7474792 | 48 | 99844.08 | 1788651.04 | 1791424.29 | 9.9993223 | 11.2525208 |
| 13 | 5611.19 | 5620.05 | 100157.80 | 8.7490553 | 8.7497400 | 47 | 99842.45 | 1779344.17 | 1782151.98 | 9.9993152 | 11.2502600 |
| 14 | 5640.24 | 5649.23 | 100159.44 | 8.7512973 | 8.7519892 | 46 | 99840.81 | 1770152.94 | 1772975.31 | 9.9993081 | 11.2480108 |
| 15 | 5669.28 | 5678.41 | 100161.09 | 8.7533278 | 8.7542269 | 45 | 99839.16 | 1761055.38 | 1763892.80 | 9.9993009 | 11.2457731 |
| 16 | 5698.52 | 5707.59 | 100162.75 | 8.7557469 | 8.7564531 | 44 | 99837.51 | 1752051.55 | 1754903.03 | 9.9992938 | 11.2435469 |
| 17 | 5727.36 | 5736.78 | 100164.42 | 8.7579546 | 8.7586681 | 45 | 99835.85 | 1743158.54 | 1746004.57 | 9.9992865 | 11.2413319 |
| 18 | 5756.40 | 5765.96 | 100166.10 | 8.7601512 | 8.7608719 | 42 | 99834.18 | 1734315.46 | 1757196.05 | 9.9992793 | 11.2391281 |
| 19 | 5785.44 | 5795.15 | 100167.78 | 8.7623366 | 8.7630647 | 41 | 99832.50 | 1725580.95 | 1728476.10 | 9.9992720 | 11.2369353 |
| 20 | 5814.48 | 5824.34 | 100169.47 | 8.7645111 | 8.7652465 | 40 | 99830.81 | 1716933.69 | 1719843.40 | 9.9992646 | 11.2347553 |
| 21 | 5843.52 | 5853.52 | 100171.17 | 8.7666747 | 8.7674175 | 39 | 99829.11 | 1708372.38 | 1711296.64 | 9.9992572 | 11.2325825 |
| 22 | 5872.56 | 5882.71 | 100172.88 | 8.7688275 | 8.7695777 | 58 | 99827.41 | 1699895.74 | 1702834.56 | 9.9992498 | 11.2504223 |
| 23 | 5901.60 | 5911.90 | 100174.60 | 8.7709697 | 8.7717274 | 37 | 99825.70 | 1691502.51 | 1694455.89 | 9.9992424 | 11.2282726 |
| 24 | 5930.64 | 5941.09 | 100176.33 | 8.7731014 | 8.7738665 | 36 | 99823.98 | 1683191.48 | 1686159.41 | 9.9992349 | 11.2261335 |
| 25 | 5959.67 | 5970.29 | 100178.07 | 8.7752226 | 8.7759952 | 35 | 99822.25 | 1674961.44 | 1677943.92 | 9.9992174 | 11.2240048 |
| 26 | 5988.71 | 5999.48 | 100179.81 | 8.7773334 | 8.7781136 | 34 | 99820.51 | 1666811.20 | 1669808.25 | 9.9992198 | 11.2218864 |
| 27 | 6017.75 | 6028.67 | 100181.56 | 8.7794340 | 4.7802218 | 35 | 99818.76 | 1658739.62 | 1661751.22 | 9.9992122 | 11.2197782 |
| 28 | 6045.78 | 6057.87 | 100183.32 | 8.7815244 | 8.7823199 | 32 | 99817.01 | 1650745.55 | 1653771.71 | 9.9992046 | 11.2176801 |
| 29 | 6075.82 | 6087.06 | 100185.79 | 8.7836048 | 8.7844079 | 31 | 99815.25 | 1642827.89 | 1645868.61 | 9.9991969 | 11.2155921 |
| 30 | 6104.85 | 6116.26 | 100186.87 | 8.7856753 | 8.7864861 | 30 | 99813.48 | 1634985.55 | 1638040.82 | 9.9991892 | 11.2135139 |
| 31 | 6135.89 | 6145.46 | 100188.66 | 8.7877359 | 8.7885544 | 29 | 99811.70 | 1627217.44 | 1630287.28 | 9.9991815 | 11.2114456 |
| 32 | 6162.92 | 6174.66 | 100190.46 | 8.7897867 | 8.7906130 | 28 | 99809.91 | 1619522.53 | 1622606.93 | 9.9991737 | 11.2095870 |
| 33 | 6191.96 | 6203.86 | 100192.26 | 8.7918278 | 8.7926620 | 27 | 99808.11 | 1611899.79 | 1614998.74 | 9.9991659 | 11.2073380 |
| 34 | 6220.99 | 6253.06 | 100194.07 | 8.7958594 | 8.7947014 | 26 | 998063.0 | 1604348.19 | 1607461.70 | 9.9991580 | 11.2052986 |
| 35 | 6250.02 | 6262.26 | 200195.89 | 8.7958814 | 8.7967313 | 25 | 99804.49 | 1596866.74 | 1599994.81 | 9.9991501 | 11.2032687 |
| 36 | 6279.05 | 6291.47 | 100197.72 | 8.7978941 | 8.7987519 | 24 | 99802.67 | 1589454.48 | 1592597.12 | 9.9991422 | 11.2012481 |
| 37 | 6308.08 | 6320.67 | 100199.56 | 8.7998974 | 8.8007632 | 23 | 99800.84 | 1582110.45 | 1585267.64 | 9.9991542 | 11.1992368 |
| 38 | 6337.11 | 6349.88 | 100201.41 | 8.8018915 | 8.8027653 | 21 | 99799.00 | 1574833.71 | 1578005.45 | 9.9991261 | 11.1972347 |
| 39 | 6366.14 | 6379.08 | 100203.26 | 8.8038764 | 8.8047583 | 21 | 99797.15 | 1567623.33 | 1570809.63 | 9.9991182 | 11.1952417 |
| 40 | 6595.17 | 6408.29 | 100205.12 | 8.8058523 | 8.8067422 | 20 | 99795.29 | 1560478.41 | 1563679.27 | 9.9991101 | 11.1932578 |
| 41 | 6414.20 | 6457.50 | 100206.99 | 8.8078192 | 8.8087172 | 19 | 99793.43 | 1553398.06 | 1556613.48 | 9.9991020 | 11.1912828 |
| 42 | 6453.23 | 6466.71 | 100208.87 | 8.8097772 | 8.8106834 | 18 | 99791.56 | 1546581.41 | 1549611.39 | 9.9990938 | 11.1893166 |
| 43 | 6482.26 | 6495.92 | 100210.76 | 8.8117264 | 8.8126407 | 17 | 99789.68 | 1539427.60 | 1542672.15 | 9.9990856 | 11.1873593 |
| 44 | 6511.29 | 6525.13 | 100212.66 | 8.8136668 | 8.8145894 | 16 | 99787.79 | 1552535.80 | 1535794.90 | 9.9990774 | 11.1854106 |
| 45 | 6540.31 | 6554.35 | 100214.57 | 8.8155985 | 8.8165294 | 15 | 99785.89 | 1525705.17 | 1528978.83 | 9.9990691 | 11.1834706 |
| 46 | 6569.34 | 6585.56 | 100216.49 | 8.8175217 | 8.8184608 | 14 | 99785.98 | 1518994.90 | 1522223.12 | 9.9990608 | 11.1815392 |
| 47 | 6598.56 | 6612.78 | 100218.41 | 8.8194363 | 8.8203838 | 13 | 99782.05 | 1512224.20 | 1515526.98 | 9.9990525 | 11.1796162 |
| 48 | 6627.39 | 6641.99 | 100220.34 | 8.8213425 | 8.8222984 | 12 | 99780.14 | 1505572.27 | 1508889.61 | 9.9990441 | 11.1777016 |
| 49 | 6656.41 | 6671.21 | 100222.28 | 8.8232404 | 8.8242046 | 11 | 99778.21 | 1498978.36 | 1502310.26 | 9.9990357 | 11.1757954 |
| 50 | 6685.44 | 6700.43 | 100224.23 | 8.8251299 | 8.8261026 | 10 | 99776.27 | 1492441.70 | 1495788.16 | 9.9990273 | 11.1738974 |
| 51 | 6714.46 | 6729.65 | 100226.19 | 8.8270112 | 8.8279924 | 9 | 99774.32 | 1485961.55 | 1489322.58 | 9.9990188 | 11.1770076 |
| 52 | 6743.48 | 6758.87 | 100228.16 | 8.8288844 | 8.8298741 | 8 | 99772.36 | 1479537.18 | 1482912.77 | 9.9990103 | 11.1701259 |
| 53 | 6772.51 | 6788.09 | 100270.13 | 8.8307495 | 8.8317478 | 7 | 99770.39 | 1475167.87 | 1476558.02 | 9.9090017 | 11.1682522 |
| 54 | 6801.53 | 6817.32 | 100232.11 | 8.8326066 | 8.8336134 | 6 | 99768.42 | 1466852.92 | 1470257.63 | 9.9989931 | 11.1663866 |
| 55 | 6830.55 | 6846.54 | 100254.10 | 8.8344357 | 8.8354712 | 5 | 99766.44 | 1460591.63 | 1464010.90 | 9.9989845 | 11.1645188 |
| 56 | 6859.57 | 6875.77 | 100236.10 | 8.8362969 | 8.8573211 | 4 | 99764.45 | 1454583.32 | 1457817.15 | 9.9989758 | 11.1626789 |
| 57 | 6888.59 | 6904.99 | 100238.12 | 8.8581304 | 8.8391633 | 3 | 99762.45 | 1448227.32 | 1451676.71 | 9.9989672 | 11.1608367 |
| 58 | 6917.61 | 6934.22 | 100240.13 | 8.8399561 | 8.8409977 | 2 | 99760.44 | 1442122.97 | 1445585.92 | 9.9989584 | 11.1590023 |
| 59 | 6946.63 | 6963.45 | 100242.16 | 8.8417741 | 8.8428245 | 1 | 99758.42 | 1436069.61 | 1439547.13 | 9.9989496 | 11.1571753 |
| 60 | 6975.65 | 6992.68 | 100244.19 | 8.8435845 | 8.8446437 | 0 | 99756.40 | 1430066.63 | 1433558.70 | 9.9959408 | 11.1553563 |

6975.89

# Grad. 4. — 85. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant | Log.Sin. | Log.Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 6975.65 | 6992.68 | 100244.19 | 8.8435845 | 8.8446437 | 60 | 99756.40 | 1430066.63 | 1433558.70 | 9.9989408 | 11.1553563 |
| 1 | 7004.66 | 7021.91 | 100245.23 | 8.8453874 | 8.8464554 | 59 | 99754.37 | 1424113.37 | 1427620.01 | 9.9989319 | 11.1535446 |
| 2 | 7033.68 | 7080.63 | 100248.28 | 8.8471827 | 8.8482597 | 58 | 99752.33 | 1418209.24 | 1421730.45 | 9.9989230 | 11.1517403 |
| 3 | 7062.70 | 7051.15 | 100250.34 | 8.8489707 | 8.8500566 | 57 | 99750.28 | 1412353.63 | 1415889.59 | 9.9989141 | 11.1499434 |
| 4 | 7091.71 | 7109.61 | 100252.41 | 8.8507512 | 8.8518461 | 56 | 99748.22 | 1406545.93 | 1410096.25 | 9.9989052 | 11.1481539 |
| 5 | 7120.73 | 7138.95 | 100254.49 | 8.8525245 | 8.8536263 | 55 | 99746.15 | 1400785.56 | 1404350.45 | 9.9986962 | 11.1463717 |
| 6 | 7149.74 | 7168.09 | 100256.58 | 8.8542905 | 8.8554034 | 54 | 99744.07 | 1395071.94 | 1398651.39 | 9.9988871 | 11.1445966 |
| 7 | 7178.76 | 7197.33 | 100258.68 | 8.8560493 | 8.8571713 | 53 | 99741.99 | 1389404.51 | 1391998.52 | 9.9988780 | 11.1428287 |
| 8 | 7207.77 | 7226.57 | 100260.78 | 8.8578010 | 8.8589321 | 52 | 99739.90 | 1383782.70 | 1367391.28 | 9.9988689 | 11.1410679 |
| 9 | 7236.78 | 7255.81 | 100262.89 | 8.8595457 | 8.8606859 | 51 | 99737.80 | 1378205.98 | 1381829.12 | 9.9988598 | 11.1393141 |
| 10 | 7265.80 | 7285.05 | 100265.01 | 8.8612833 | 8.8624327 | 50 | 99735.69 | 1372673.79 | 1376311.49 | 9.9988506 | 11.1375673 |
| 11 | 7294.81 | 7314.30 | 100267.14 | 8.8630139 | 8.8641725 | 49 | 99733.57 | 1367185.60 | 1370837.67 | 9.9988414 | 11.1358275 |
| 12 | 7323.82 | 7343.54 | 100269.28 | 8.8647376 | 8.8659055 | 48 | 99731.44 | 1361740.89 | 1365407.71 | 9.9988321 | 11.1340945 |
| 13 | 7352.83 | 7372.79 | 100271.43 | 8.8664541 | 8.8676317 | 47 | 99729.31 | 1356339.15 | 1360020.54 | 9.9988228 | 11.1323683 |
| 14 | 7381.84 | 7402.03 | 100273.58 | 8.8681646 | 8.8693511 | 46 | 99727.17 | 1350979.86 | 1354675.82 | 9.9988135 | 11.1306489 |
| 15 | 7410.85 | 7431.28 | 100275.74 | 8.8698680 | 8.8710638 | 45 | 99725.02 | 1345662.53 | 1349373.06 | 9.9988041 | 11.1289362 |
| 16 | 7439.86 | 7460.53 | 100277.91 | 8.8715646 | 8.8727699 | 44 | 99722.86 | 1340386.67 | 1344112.76 | 9.9987947 | 11.1272301 |
| 17 | 7468.87 | 7489.79 | 100280.09 | 8.8732545 | 8.8744694 | 43 | 99720.69 | 1335151.79 | 1338891.44 | 9.9987853 | 11.1255306 |
| 18 | 7497.87 | 7519.04 | 100282.28 | 8.8749381 | 8.8761623 | 42 | 99718.51 | 1329957.41 | 1333711.63 | 9.9987758 | 11.1238377 |
| 19 | 7526.88 | 7548.29 | 100284.48 | 8.8766150 | 8.8778487 | 41 | 99716.32 | 1324803.07 | 1328571.86 | 9.9987663 | 11.1221513 |
| 20 | 7555.89 | 7577.55 | 100286.68 | 8.8782854 | 8.8795286 | 40 | 99714.13 | 1319688.30 | 1323471.65 | 9.9987567 | 11.1204714 |
| 21 | 7584.89 | 7606.80 | 100288.89 | 8.8799493 | 8.8812022 | 39 | 99711.93 | 1314612.66 | 1318410.57 | 9.9987471 | 11.1187978 |
| 22 | 7613.90 | 7636.06 | 100291.11 | 8.8816069 | 8.8828694 | 38 | 99709.72 | 1309575.68 | 1313388.16 | 9.9987375 | 11.1171306 |
| 23 | 7642.90 | 7665.32 | 100293.34 | 8.8832581 | 8.8845303 | 37 | 99707.50 | 1304576.93 | 1308403.98 | 9.9987278 | 11.1154697 |
| 24 | 7671.90 | 7694.58 | 100295.58 | 8.8849031 | 8.8861850 | 36 | 99705.17 | 1299615.92 | 1303457.60 | 9.9987181 | 11.1138150 |
| 25 | 7700.9 | 7723.84 | 100297.83 | 8.8865418 | 8.8878334 | 35 | 99703.03 | 1294692.40 | 1298548.58 | 9.9987084 | 11.1121666 |
| 26 | 7729.91 | 7753.11 | 100300.09 | 8.8881743 | 8.8894757 | 34 | 99700.79 | 1289805.77 | 1293676.51 | 9.9986986 | 11.1105243 |
| 27 | 7758.9 | 7782.37 | 100302.36 | 8.8898007 | 8.8911119 | 33 | 99698.54 | 1284955.66 | 1288840.97 | 9.9986888 | 11.1088881 |
| 28 | 7787.9 | 7811.64 | 100304.64 | 8.8914209 | 8.8927410 | 32 | 99696.2 | 1280141.68 | 1284041.55 | 9.9986790 | 11.1072580 |
| 29 | 7816.9 | 7840.90 | 100306.93 | 8.8930351 | 8.8943660 | 31 | 99694.01 | 1275363.41 | 1279277.86 | 9.9986691 | 11.1056340 |
| 30 | 7845.92 | 7870.17 | 100309.22 | 8.8946433 | 8.8959842 | 30 | 99691.75 | 1270620.47 | 1274549.48 | 9.9986591 | 11.1040158 |
| 31 | 7874.91 | 7899.44 | 100311.52 | 8.8962455 | 8.8975963 | 29 | 99689.41 | 1265912.46 | 1269856.04 | 9.9986492 | 11.1024037 |
| 32 | 7903.9 | 7928.71 | 100313.83 | 8.8978418 | 8.8992026 | 28 | 99687.13 | 1261239.00 | 1265197.25 | 9.9986392 | 11.1007974 |
| 33 | 7932.9 | 7957.98 | 100316.15 | 8.8994322 | 8.9008030 | 27 | 99684.80 | 1256599.71 | 1260572.42 | 9.9986292 | 11.0991970 |
| 34 | 7961.90 | 7987.26 | 100318.48 | 8.9010168 | 8.9023977 | 26 | 99682.54 | 1251994.20 | 1255981.48 | 9.9986191 | 11.0976023 |
| 35 | 7990.9 | 8016.53 | 100320.81 | 8.9025955 | 8.9039866 | 25 | 99680.22 | 1247422.12 | 1251423.97 | 9.9986090 | 11.0960134 |
| 36 | 8019.9 | 8045.81 | 100323.15 | 8.9041685 | 8.9055697 | 24 | 99677.89 | 1242883.10 | 1246899.52 | 9.9985988 | 11.0944303 |
| 37 | 8048.89 | 8075.09 | 100325.50 | 8.9057358 | 8.9071472 | 23 | 99675.55 | 1238376.79 | 1242407.77 | 9.9985886 | 11.0928528 |
| 38 | 8077.88 | 8104.37 | 100327.86 | 8.9072975 | 8.9087190 | 22 | 99673.20 | 1233902.82 | 1237948.37 | 9.9985784 | 11.0912810 |
| 39 | 8106.87 | 8133.65 | 100330.23 | 8.9088535 | 8.9102853 | 21 | 99670.85 | 1229460.85 | 1233520.97 | 9.9985682 | 11.0897147 |
| 40 | 8135.87 | 8162.93 | 100332.61 | 8.9104039 | 8.9118460 | 20 | 99668.49 | 1225050.55 | 1229125.23 | 9.9985579 | 11.0881540 |
| 41 | 8164.86 | 8192.21 | 100335.00 | 8.9119487 | 8.9134012 | 19 | 99666.12 | 1220671.56 | 1224760.82 | 9.9985475 | 11.0865988 |
| 42 | 8193.85 | 8221.50 | 100337.40 | 8.9134881 | 8.9149509 | 18 | 99663.74 | 1216323.45 | 1220427.39 | 9.9985372 | 11.0850491 |
| 43 | 8222.84 | 8250.78 | 100339.80 | 7.9150219 | 8.9164952 | 17 | 99661.35 | 1212006.22 | 1216124.62 | 9.9985268 | 11.0835048 |
| 44 | 8251.83 | 8280.07 | 100342.21 | 8.9165504 | 8.9180340 | 16 | 99658.95 | 1207719.22 | 1211852.18 | 9.9985163 | 11.0819660 |
| 45 | 8280.82 | 8309.36 | 100344.63 | 8.9180734 | 8.9195675 | 15 | 99656.55 | 1203462.23 | 1207609.76 | 9.9985058 | 11.0804325 |
| 46 | 8309.81 | 8338.65 | 100347.06 | 8.9195911 | 8.9210957 | 14 | 99654.14 | 1199234.95 | 1203397.05 | 9.9984953 | 11.0789043 |
| 47 | 8338.80 | 8367.94 | 100349.50 | 8.9211034 | 8.9226186 | 13 | 99651.72 | 1195037.05 | 1199213.73 | 9.9984848 | 11.0773814 |
| 48 | 8367.78 | 8397.23 | 100351.95 | 8.9226105 | 8.9241363 | 12 | 99649.29 | 1190868.24 | 1195059.48 | 9.9984742 | 11.0758637 |
| 49 | 8396.77 | 8426.53 | 100354.42 | 8.9241123 | 8.9256487 | 11 | 99646.85 | 1186728.21 | 1190934.02 | 9.9984636 | 11.0743513 |
| 50 | 8425.76 | 8455.83 | 100356.87 | 8.9256089 | 8.9271560 | 10 | 99644.40 | 1182616.67 | 1186837.05 | 9.9984529 | 11.0728440 |
| 51 | 8454.74 | 8485.12 | 100359.34 | 8.9271003 | 8.9286581 | 9 | 99641.94 | 1178533.31 | 1182768.27 | 9.9984422 | 11.0713419 |
| 52 | 8483.73 | 8514.42 | 100361.81 | 8.9285866 | 8.9301552 | 8 | 99639.48 | 1174477.86 | 1178727.39 | 9.9984315 | 11.0698448 |
| 53 | 8512.71 | 8543.72 | 100364.31 | 8.9300678 | 8.9316471 | 7 | 99637.01 | 1170450.03 | 1174714.12 | 9.9984207 | 11.0683529 |
| 54 | 8541.69 | 8573.02 | 100366.81 | 8.9315439 | 8.9331340 | 6 | 99634.53 | 1166449.53 | 1170728.19 | 9.9984099 | 11.0668660 |
| 55 | 8570.67 | 8602.33 | 100369.32 | 8.9330150 | 8.9346160 | 5 | 99632.04 | 1162476.08 | 1166769.32 | 9.9983990 | 11.0653840 |
| 56 | 8599.6 | 8631.63 | 100371.84 | 8.9344811 | 8.9360929 | 4 | 99629.54 | 1158529.42 | 1162837.23 | 9.9983881 | 11.0639071 |
| 57 | 8628.64 | 8660.94 | 100374.36 | 8.9359422 | 8.9375650 | 3 | 99627.03 | 1154609.27 | 1158931.65 | 9.9983772 | 11.0624350 |
| 58 | 8657.62 | 8690.25 | 100376.89 | 8.9373983 | 8.9390321 | 2 | 99624.52 | 1150715.36 | 1155012.31 | 9.9983663 | 11.0609679 |
| 59 | 8686.60 | 8719.56 | 100379.43 | 8.9388496 | 8.9404944 | 1 | 99622.00 | 1146847.43 | 1151198.96 | 9.9983553 | 11.0595056 |
| 60 | 8715.57 | 8748.87 | 100381.98 | 8.9402960 | 8.9419518 | 0 | 99619.47 | 1143005.23 | 1147371.42 | 9.9983442 | 11.0580482 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin. | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 8715.57 | 8748.87 | 100381.98 | 8.9402960 | 8.9419518 | 60 | 99619.47 | 1143005.23 | 1147371.32 | 9.9983442 | 11.0580482 |
| 1 | 8744.55 | 8778.18 | 100384.54 | 8.9417376 | 8.9434044 | 59 | 99616.93 | 1139188.49 | 1143569.16 | 9.9983332 | 11.0565956 |
| 2 | 8771.53 | 8807.49 | 100387.11 | 8.9431743 | 8.9448523 | 58 | 99614.38 | 1135396.96 | 1139792.20 | 9.9983220 | 11.0551477 |
| 3 | 8802.51 | 8836.81 | 100389.69 | 8.9446063 | 8.9462954 | 57 | 99611.52 | 1131630.40 | 1136040.21 | 9.9983109 | 11.0537046 |
| 4 | 8831.48 | 8866.12 | 100392.28 | 8.9460335 | 8.9477338 | 56 | 99609.16 | 1127888.55 | 1132312.93 | 9.9982997 | 11.0522662 |
| 5 | 8860.46 | 8895.42 | 100394.87 | 8.9474561 | 8.9491676 | 55 | 99606.69 | 1124171.17 | 1128610.13 | 9.9982885 | 11.0508324 |
| 6 | 8889.43 | 8924.76 | 100397.47 | 8.9488739 | 8.9505967 | 54 | 99604.11 | 1120478.03 | 1124931.56 | 9.9982772 | 11.0494033 |
| 7 | 8918.40 | 8954.08 | 100400.08 | 8.9502871 | 8.9520211 | 53 | 99601.52 | 1116808.88 | 1121276.99 | 9.9982660 | 11.0479789 |
| 8 | 8947.38 | 8983.41 | 100402.70 | 8.9516957 | 8.9534410 | 52 | 99598.92 | 1113163.50 | 1117646.17 | 9.9982546 | 11.0465590 |
| 9 | 8976.35 | 9012.73 | 100405.33 | 8.9530996 | 8.9548484 | 51 | 99596.31 | 1109541.64 | 1114038.92 | 9.9982433 | 11.0451436 |
| 10 | 9005.32 | 9042.06 | 100407.97 | 8.9544991 | 8.9562672 | 50 | 99593.69 | 1105943.10 | 1110454.92 | 9.9982318 | 11.0437328 |
| 11 | 9034.29 | 9071.38 | 100410.61 | 8.9558940 | 8.9576735 | 49 | 99591.07 | 1101367.63 | 1106894.03 | 9.9982104 | 11.0423265 |
| 12 | 9063.26 | 9100.71 | 100413.26 | 8.9572845 | 8.9590754 | 48 | 99588.44 | 1098815.01 | 1103355.99 | 9.9982089 | 11.0409246 |
| 13 | 9092.23 | 9130.04 | 100415.92 | 8.9586703 | 8.9504718 | 47 | 99585.80 | 1095285.04 | 1099840.59 | 9.9981974 | 11.0395272 |
| 14 | 9121.19 | 9159.38 | 100418.59 | 8.9600517 | 8.9618659 | 46 | 99583.15 | 1091777.49 | 1096347.61 | 9.9981859 | 11.0381341 |
| 15 | 9150.16 | 9188.71 | 100421.27 | 8.9614288 | 8.9632547 | 45 | 99580.49 | 1088292.14 | 1092876.64 | 9.9981743 | 11.0367455 |
| 16 | 9179.13 | 9218.04 | 100423.96 | 8.9628014 | 8.9646386 | 44 | 99577.82 | 1084828.80 | 1089428.07 | 9.9981629 | 11.0353612 |
| 17 | 9208.09 | 9247.38 | 100426.66 | 8.9641697 | 8.9660188 | 43 | 99575.15 | 1081387.24 | 1086001.39 | 9.9981510 | 11.0339812 |
| 18 | 9137.06 | 9276.72 | 100429.37 | 8.9655337 | 8.9673944 | 42 | 99572.47 | 1077967.27 | 1082595.19 | 9.9981393 | 11.0326056 |
| 19 | 9266.02 | 9306.06 | 100432.08 | 8.9668934 | 8.9687658 | 41 | 99569.78 | 1074568.68 | 1079211.68 | 9.9981275 | 11.0312342 |
| 20 | 9294.99 | 9335.40 | 100434.80 | 8.9682437 | 8.9701330 | 40 | 99567.05 | 1071191.26 | 1075840.84 | 9.9981158 | 11.0298670 |
| 21 | 9323.95 | 9364.74 | 100437.53 | 8.9695999 | 8.9714959 | 39 | 99564.37 | 1067834.84 | 1072506.99 | 9.9981040 | 11.0285041 |
| 22 | 9352.91 | 9394.09 | 100440.27 | 8.9709468 | 8.9728547 | 38 | 99561.65 | 1064499.19 | 1069185.92 | 9.9980921 | 11.0271453 |
| 23 | 9381.87 | 9423.44 | 100443.01 | 8.9722895 | 8.9742092 | 37 | 99558.92 | 1061184.14 | 1065885.45 | 9.9980802 | 11.0257908 |
| 24 | 9410.83 | 9452.78 | 100445.78 | 8.9736280 | 8.9755597 | 36 | 99556.19 | 1057889.50 | 1062605.38 | 9.9980683 | 11.0244403 |
| 25 | 9439.79 | 9482.13 | 100448.55 | 8.9749624 | 8.9769060 | 35 | 99553.45 | 1054615.07 | 1059345.53 | 9.9980563 | 11.0230940 |
| 26 | 9468.75 | 9511.48 | 100451.33 | 8.9762926 | 8.9782483 | 34 | 99550.70 | 1051360.67 | 1056105.70 | 9.9980443 | 11.0217517 |
| 27 | 9497.71 | 9540.84 | 100454.11 | 8.9776188 | 8.9795865 | 33 | 99547.94 | 1048126.11 | 1052885.72 | 9.9980323 | 11.0204135 |
| 28 | 9526.66 | 9570.19 | 100456.90 | 8.9789408 | 8.9809206 | 32 | 99545.17 | 1044911.22 | 1049685.41 | 9.9980201 | 11.0190794 |
| 29 | 9555.62 | 9599.55 | 100459.70 | 8.9802589 | 8.9822507 | 31 | 99542.40 | 1041715.81 | 1046504.58 | 9.9980081 | 11.0177493 |
| 30 | 9584.58 | 9628.90 | 100462.51 | 8.9815729 | 8.9835769 | 30 | 99539.62 | 1038539.71 | 1043343.05 | 9.9979960 | 11.0164231 |
| 31 | 9613.53 | 9658.26 | 100465.33 | 8.9828829 | 8.9848991 | 29 | 99536.83 | 1035382.74 | 1040200.66 | 9.9979838 | 11.0151009 |
| 32 | 9642.48 | 9687.63 | 100468.16 | 8.9841889 | 8.9862173 | 28 | 99534.03 | 1032244.73 | 1037077.23 | 9.9979716 | 11.0137827 |
| 33 | 9671.44 | 9716.99 | 100470.99 | 8.9854910 | 8.9875317 | 27 | 99531.22 | 1029125.58 | 1033972.59 | 9.9979593 | 11.0124683 |
| 34 | 9700.39 | 9746.35 | 100473.83 | 8.9867891 | 8.9888421 | 26 | 99528.40 | 1026024.90 | 1330886.56 | 9.9979470 | 11.0111579 |
| 35 | 9719.34 | 9775.72 | 100476.68 | 8.9880834 | 8.9901487 | 25 | 99525.57 | 1022942.76 | 1027818.99 | 9.9979347 | 11.0098513 |
| 36 | 9758.29 | 9805.09 | 100479.54 | 8.9893737 | 8.9914514 | 24 | 99522.74 | 1019878.90 | 1024769.71 | 9.9979223 | 11.0085486 |
| 37 | 9787.24 | 9834.46 | 100482.41 | 8.9906602 | 8.9927503 | 23 | 99519.90 | 1016833.16 | 1021738.55 | 9.9979099 | 11.0072497 |
| 38 | 9816.19 | 9863.83 | 100485.29 | 8.9919429 | 8.9940454 | 22 | 99517.05 | 1013805.39 | 1018725.36 | 9.9978975 | 11.0059546 |
| 39 | 9845.14 | 9893.20 | 100488.18 | 8.9932217 | 8.9953367 | 21 | 99514.19 | 1010795.42 | 1015729.98 | 9.9978850 | 11.0046633 |
| 40 | 9874.08 | 9922.57 | 100491.08 | 8.9944968 | 8.9966143 | 20 | 99511.32 | 1007803.11 | 1012752.24 | 9.9978715 | 11.0033757 |
| 41 | 9903.03 | 9951.95 | 100493.99 | 8.9957681 | 8.9979081 | 19 | 99508.44 | 1004828.28 | 1009792.00 | 9.9978599 | 15.0020918 |
| 42 | 9931.97 | 9981.33 | 100496.90 | 8.9970356 | 8.9991883 | 18 | 99505.55 | 1001870.80 | 1006849.09 | 9.9978473 | 11.0008117 |
| 43 | 9920.92 | 10010.71 | 100499.82 | 8.9982994 | 9.0004647 | 17 | 99502.66 | 998930.50 | 1003923.38 | 9.9978347 | 10.9995353 |
| 44 | 9989.86 | 10040.09 | 100502.65 | 8.9995595 | 9.0017375 | 16 | 99499.76 | 995007.24 | 1001014.70 | 9.9978220 | 10.9982625 |
| 45 | 10018.81 | 10069.47 | 100505.69 | 9.0008160 | 9.0030066 | 15 | 99495.85 | 993100.88 | 998122.91 | 9.9978093 | 10.9969934 |
| 46 | 10047.75 | 10098.85 | 100508.64 | 9.0020687 | 9.0042721 | 14 | 99493.93 | 990211.25 | 995247.87 | 9.9977966 | 10.9957279 |
| 47 | 10076.69 | 10128.24 | 100511.60 | 9.0033179 | 9.0055340 | 13 | 99490.00 | 987338.23 | 992389.43 | 9.9977838 | 10.9944660 |
| 48 | 10108.63 | 10157.63 | 100514.57 | 9.0045634 | 9.0067924 | 12 | 99488.06 | 984481.66 | 989547.44 | 9.9977710 | 10.9932076 |
| 49 | 10143.57 | 10187.02 | 100517.54 | 9.0058053 | 9.0080471 | 11 | 99485.12 | 981641.42 | 986721.76 | 9.9975582 | 10.9919529 |
| 50 | 10163.51 | 10216.41 | 100520.52 | 9.0070436 | 9.0092984 | 10 | 99482.17 | 978817.32 | 983912.27 | 9.9977493 | 10.9907016 |
| 51 | 10192.45 | 10245.80 | 100523.51 | 9.0082784 | 9.0105461 | 9 | 99479.21 | 976009.27 | 981118.80 | 9.9977323 | 10.9894539 |
| 52 | 10221.38 | 10275.20 | 100526.51 | 9.0095096 | 9.0117903 | 8 | 99476.24 | 973217.13 | 97824[illegible]4 | 9.9977194 | 10.9882097 |
| 53 | 10250.32 | 10304.60 | 100529.52 | 9.0107374 | 9.0130310 | 7 | 99473.26 | 970440.75 | 975579.44 | 9.9977074 | 10.9869690 |
| 54 | 10279.25 | 10334.00 | 100532.54 | 9.0119616 | 9.0142682 | 6 | 99470.27 | 967680.00 | 972833.27 | 9.9976933 | 10.9657318 |
| 55 | 10308.19 | 10363.40 | 100535.57 | 9.0131823 | 9.0155021 | 5 | 99467.28 | 964934.75 | 970102.60 | 9.9976803 | 10.9844979 |
| 56 | 10337.12 | 10392.80 | 100538.60 | 9.0143996 | 9.0107325 | 4 | 99464.28 | 962204.86 | 967387.30 | 9.9976672 | 10.9832675 |
| 57 | 10366.05 | 10422.20 | 100541.64 | 9.0156135 | 9.0179544 | 3 | 99461.27 | 959490.22 | 964687.24 | 9.9976540 | 10.9820406 |
| 58 | 10394.99 | 10451.60 | 100544.69 | 9.0168239 | 9.0191831 | 2 | 99458.25 | 956790.66 | 962002.29 | 9.9976408 | 10.9808169 |
| 59 | 10423.92 | 10481.01 | 100547.75 | 9.0180309 | 9.0204033 | 1 | 99455.22 | 954[illegible]66.13 | 959332.93 | 9.9976276 | 10.9795967 |
| 60 | 10452.85 | 10510.42 | 100550.81 | 9.0192346 | 9.0216202 | 0 | 99452.18 | 951436.4[illegible] | 950677.22 | 9.9976143 | 10.9783798 |

# Grad. 6.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 10452.83 | 10510.42 | 100550.82 | 9.0192346 | 9.0216201 |
| 1 | 10481.78 | 10539.83 | 100553.90 | 9.0204348 | 9.0228338 |
| 2 | 10510.70 | 10569.24 | 100556.99 | 9.0216318 | 9.0240441 |
| 3 | 10539.63 | 10598.66 | 100560.09 | 9.0228254 | 9.0252510 |
| 4 | 10568.56 | 10628.08 | 100563.20 | 9.0240157 | 9.0264548 |
| 5 | 10597.48 | 10657.50 | 100566.31 | 9.0252017 | 9.0276552 |
| 6 | 10626.41 | 10686.92 | 100569.43 | 9.0263865 | 9.0288524 |
| 7 | 10655.33 | 10716.34 | 100572.56 | 9.0275669 | 0.0300464 |
| 8 | 10684.25 | 10745.76 | 100575.70 | 9.0287442 | 9.0312373 |
| 9 | 10713.18 | 10773.19 | 100578.85 | 9.0299182 | 9.0324249 |
| 10 | 10742.10 | 10804.62 | 100582.01 | 9.0310890 | 9.0336093 |
| 11 | 10771.02 | 10834.05 | 100585.18 | 9.0322567 | 9.0347906 |
| 12 | 10799.94 | 10863.48 | 100588.35 | 9.0334212 | 9.0359688 |
| 13 | 10828.85 | 10892.91 | 100591.53 | 9.0345825 | 9.0371439 |
| 14 | 10857.77 | 10922.34 | 100594.72 | 9.0357407 | 9.0383159 |
| 15 | 10886.69 | 10951.78 | 100597.92 | 9.0368958 | 9.0394848 |
| 16 | 10915.60 | 10981.22 | 100601.13 | 9.0380477 | 9.0406506 |
| 17 | 10944.52 | 11010.66 | 100604.35 | 9.0391926 | 9.0418134 |
| 18 | 10973.43 | 11040.10 | 100607.58 | 9.0403424 | 9.0429731 |
| 19 | 11002.34 | 11069.34 | 100610.81 | 9.0414852 | 9.0441299 |
| 20 | 11031.26 | 11098.99 | 100614.05 | 9.0426249 | 9.0452836 |
| 21 | 11060.17 | 11128.44 | 100617.30 | 9.0437617 | 9.0494343 |
| 22 | 11089.08 | 11157.89 | 100620.56 | 9.0448954 | 9.0475821 |
| 23 | 11117.99 | 11187.34 | 100623.83 | 9.0460261 | 9.0487270 |
| 24 | 11146.89 | 11216.79 | 100627.11 | 9.0471538 | 9.0498689 |
| 25 | 11175.80 | 11246.25 | 100630.40 | 9.0482786 | 9.0510078 |
| 26 | 11204.71 | 11275.71 | 100633.70 | 9.0494005 | 9.0521439 |
| 27 | 11233.61 | 11305.17 | 100637.01 | 9.0505194 | 9.0532771 |
| 28 | 11262.52 | 11334.63 | 100640.32 | 9.0516354 | 9.0544074 |
| 29 | 11291.42 | 11364.09 | 100643.64 | 9.0527485 | 9.0555349 |
| 30 | 11320.32 | 11393.56 | 100642.97 | 9.0538588 | 9.0566595 |
| 31 | 11349.22 | 11423.03 | 100650.31 | 9.0549661 | 9.0577813 |
| 32 | 11378.12 | 11452.50 | 100653.66 | 9.0560706 | 9.0589002 |
| 33 | 11407.02 | 11481.97 | 100657.02 | 9.0571723 | 9.0600164 |
| 34 | 11435.92 | 11511.44 | 100660.39 | 9.0582711 | 9.0611297 |
| 35 | 11464.82 | 11540.91 | 100663.77 | 9.0593672 | 9.0622403 |
| 36 | 11493.71 | 11570.39 | 100667.15 | 9.0604604 | 9.0633482 |
| 37 | 11522.61 | 11599.87 | 100670.54 | 9.0613509 | 9.0644533 |
| 38 | 11551.51 | 11629.35 | 100673.94 | 9.0626386 | 9.0655556 |
| 39 | 11580.40 | 11658.83 | 100677.35 | 0.0637235 | 9.0666553 |
| 40 | 11609.29 | 11688.31 | 100680.77 | 9.0648057 | 9.0677522 |
| 41 | 11638.18 | 11717.80 | 100684.20 | 9.0658852 | 9.0688465 |
| 42 | 11667.07 | 11747.29 | 100687.64 | 9.0669619 | 9.0699381 |
| 43 | 11695.96 | 11776.78 | 100691.08 | 9.0680360 | 9.0710270 |
| 44 | 11724.85 | 11806.28 | 100694.53 | 9.0691074 | 9.0721133 |
| 45 | 11753.74 | 11835.78 | 100697.99 | 9.0701761 | 9.0731969 |
| 46 | 11782.63 | 11865.28 | 100701.45 | 9.0712421 | 9.0742779 |
| 47 | 11811.51 | 11894.78 | 100704.94 | 9.0723055 | 9.0753563 |
| 48 | 11840.40 | 11924.28 | 100708.43 | 9.0733663 | 9.0764321 |
| 49 | 11869.28 | 11953.78 | 100711.93 | 9.0744244 | 9.0775053 |
| 50 | 11898.16 | 11983.28 | 100715.44 | 9.0754799 | 9.0785760 |
| 51 | 11927.04 | 12012.79 | 100718.96 | 9.0765329 | 9.0796441 |
| 52 | 11955.93 | 12042.30 | 100722.48 | 9.0775832 | 9.0807096 |
| 53 | 11984.81 | 12071.81 | 100726.01 | 9.0786310 | 9.0817726 |
| 54 | 12013.68 | 12101.32 | 100729.53 | 9.0796762 | 9.0828331 |
| 55 | 12042.56 | 12130.84 | 100733.10 | 9.0807189 | 9.0838911 |
| 56 | 12071.44 | 12160.36 | 100736.66 | 9.0817590 | 9.0849466 |
| 57 | 12100.31 | 12189.88 | 100740.23 | 9.0827966 | 9.0859996 |
| 58 | 12129.19 | 12219.40 | 100743.81 | 9.0838317 | 9.0870501 |
| 59 | 12158.06 | 12248.93 | 100747.40 | 9.0848643 | 9.0880981 |
| 60 | 12186.93 | 12278.46 | 100750.99 | 9.0858945 | 9.0891438 |

# 83. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 99452.18 | 951436.45 | 956677.25 | 9.9976143 | 10.9783798 |
| 59 | 99449.14 | 948781.49 | 954036.86 | 9.9976011 | 10.9771662 |
| 58 | 99446.09 | 946141.16 | 951411.10 | 9.9975877 | 10.9759559 |
| 57 | 99443.03 | 943515.31 | 948799.84 | 9.9975743 | 10.9747490 |
| 56 | 99439.96 | 940903.84 | 946201.96 | 9.9975609 | 10.9735452 |
| 55 | 99436.88 | 938306.63 | 943620.33 | 9.9975475 | 10.9723448 |
| 54 | 99433.79 | 935723.55 | 941051.84 | 9.9975340 | 10.9711476 |
| 53 | 99430.69 | 933154.50 | 938497.38 | 9.9975205 | 10.9699531 |
| 52 | 99427.59 | 930599.36 | 935956.82 | 9.9975069 | 10.9687626 |
| 51 | 99424.48 | 928058.02 | 933430.06 | 9.9974933 | 10.9675751 |
| 50 | 99421.36 | 925530.35 | 930916.99 | 9.9974797 | 10.9663907 |
| 49 | 99418.23 | 923016.27 | 928417.49 | 9.9974660 | 10.9652094 |
| 48 | 99415.09 | 920515.64 | 925931.45 | 9.9974523 | 10.9640312 |
| 47 | 99411.94 | 918028.38 | 923458.77 | 9.9974386 | 10.9628561 |
| 46 | 99408.79 | 915554.36 | 920999.34 | 9.9974248 | 10.9616841 |
| 45 | 99405.63 | 913093.48 | 918553.05 | 9.9974110 | 10.9605152 |
| 44 | 99402.46 | 910645.64 | 916119.80 | 9.9973971 | 10.9593494 |
| 43 | 99399.28 | 908210.74 | 913699.49 | 9.9973833 | 10.9581866 |
| 42 | 99396.09 | 905788.67 | 911292.00 | 9.9973693 | 10.9570269 |
| 41 | 99392.89 | 903379.33 | 908897.25 | 9.9973554 | 10.9558701 |
| 40 | 99389.69 | 900982.61 | 906515.12 | 9.9973414 | 10.9547164 |
| 39 | 99386.48 | 898598.43 | 904145.53 | 9.9973273 | 10.9535657 |
| 38 | 99383.26 | 896226.68 | 901788.37 | 9.9973132 | 10.9524179 |
| 37 | 99380.03 | 893867.26 | 899443.54 | 9.9972991 | 10.9512730 |
| 36 | 99376.79 | 891520.08 | 897110.95 | 9.9972850 | 10.9501311 |
| 35 | 99373.54 | 889185.05 | 894790.51 | 9.9972708 | 10.9489922 |
| 34 | 99370.28 | 886862.26 | 892482.11 | 9.9972566 | 10.9478561 |
| 33 | 99367.02 | 884551.03 | 890185.67 | 9.9972423 | 10.9467229 |
| 32 | 99363.75 | 882251.86 | 887901.09 | 9.9972280 | 10.9455926 |
| 31 | 99360.47 | 879964.46 | 885628.28 | 9.9972137 | 10.9444651 |
| 30 | 99357.18 | 877688.74 | 883367.13 | 9.9971993 | 10.9433403 |
| 29 | 99353.88 | 875424.61 | 881117.61 | 9.9971849 | 10.9422187 |
| 28 | 99350.58 | 873171.98 | 878879.57 | 9.9971704 | 10.9410998 |
| 27 | 99347.27 | 870930.77 | 876652.95 | 9.9971559 | 10.9399836 |
| 26 | 99343.95 | 868700.88 | 874437.66 | 9.9971414 | 10.9388703 |
| 25 | 99340.62 | 866482.23 | 872233.61 | 9.9971268 | 10.9377597 |
| 24 | 99337.28 | 864274.75 | 870040.71 | 9.9971122 | 10.9366518 |
| 23 | 99333.93 | 862078.33 | 867858.89 | 9.9970976 | 10.9355467 |
| 22 | 99330.57 | 859891.90 | 865688.05 | 9.9970829 | 10.9344444 |
| 21 | 99327.20 | 857718.38 | 863528.12 | 9.9970682 | 19.9333447 |
| 20 | 99323.83 | 855354.68 | 861379.01 | 9.9970535 | 10.9322478 |
| 19 | 99320.45 | 853401.74 | 859240.65 | 9.9970387 | 10.9311531 |
| 18 | 99317.06 | 851259.43 | 857112.95 | 9.9970239 | 10.9300619 |
| 17 | 99313.66 | 849127.72 | 854995.84 | 9.9970090 | 10.9289730 |
| 16 | 99310.25 | 847006.51 | 852889.23 | 9.9969941 | 10.9278867 |
| 13 | 99306.84 | 844895.73 | 850793.04 | 9.9969792 | 10.9268031 |
| 14 | 99303.42 | 842795.31 | 848707.21 | 9.9969642 | 10.9257221 |
| 13 | 99299.99 | 840705.15 | 846631.65 | 9.9969492 | 10.9246437 |
| 12 | 99296.35 | 838625.19 | 844566.29 | 9.9969342 | 10.9235679 |
| 11 | 99293.10 | 836555.36 | 842511.05 | 9.9969191 | 10.9224947 |
| 10 | 99289.64 | 834495.57 | 840465.86 | 9.9969040 | 10.9214240 |
| 9 | 99286.17 | 832445.77 | 838430.65 | 9.9968888 | 10.9203559 |
| 8 | 99281.70 | 830405.86 | 836405.34 | 9.9968736 | 10.9192904 |
| 7 | 99279.22 | 828373.79 | 834389.86 | 9.9968584 | 10.9182274 |
| 6 | 99275.73 | 826355.47 | 832384.15 | 9.9968431 | 10.9171669 |
| 5 | 99272.23 | 824344.85 | 830388.12 | 9.9968278 | 10.9161089 |
| 4 | 99268.72 | 822343.84 | 828401.71 | 9.9968125 | 10.9150534 |
| 3 | 99265.21 | 820352.39 | 826424.85 | 9.9967971 | 10.9140004 |
| 2 | 99261.69 | 818376.41 | 824457.48 | 9.9967817 | 10.9129499 |
| 1 | 99258.16 | 816397.86 | 822499.52 | 9.9967662 | 10.9119019 |
| 0 | 99254.62 | 814434.64 | 820550.90 | 9.9967507 | 10.9108562 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 12186.03 | 12276.46 | 100750.99 | 9.0858945 | 9.0891438 | 60 | 99254.62 | 814434.64 | 820550.90 | 9.9967507 | 10.9108562 |
| 1 | 12215.81 | 12307.99 | 100754.59 | 9.0869221 | 9.0901869 | 59 | 99251.07 | 812480.71 | 818911.57 | 9.9967352 | 10.9098131 |
| 2 | 12244.68 | 12337.52 | 100758.20 | 9.0879473 | 9.0912277 | 58 | 99247.52 | 810535.99 | 816681.45 | 9.9967196 | 10.9087723 |
| 3 | 12273.55 | 12367.05 | 100761.82 | 9.0889700 | 9.0922660 | 57 | 99243.94 | 808600.42 | 814760.48 | 9.9967040 | 10.9077340 |
| 4 | 12302.41 | 12396.58 | 100765.45 | 9.0899903 | 9.0933020 | 56 | 99240.36 | 806673.94 | 812848.60 | 9.9966884 | 10.9066980 |
| 5 | 12331.26 | 12426.12 | 100769.09 | 9.0910082 | 9.0943355 | 55 | 99236.78 | 804756.47 | 810945.73 | 9.9966723 | 10.9056645 |
| 6 | 12360.15 | 12455.66 | 100772.74 | 9.0920237 | 9.0953669 | 54 | 99233.19 | 802847.96 | 809051.82 | 9.9966570 | 10.9046331 |
| 7 | 12389.01 | 12485.20 | 100776.39 | 9.0930367 | 9.0963955 | 53 | 99229.59 | 800948.35 | 807166.81 | 9.9966412 | 10.9036045 |
| 8 | 12417.88 | 12514.74 | 100780.05 | 9.0940474 | 9.0974219 | 52 | 99225.98 | 799057.56 | 805290.62 | 9.9966254 | 10.9025781 |
| 9 | 12446.74 | 12544.29 | 100783.73 | 9.0950556 | 9.0984460 | 51 | 99222.36 | 797175.55 | 803423.21 | 9.9966096 | 10.9015540 |
| 10 | 12475.60 | 12573.84 | 100787.40 | 9.0960615 | 9.0994678 | 50 | 99218.74 | 795302.24 | 801564.50 | 9.9965937 | 10.9005322 |
| 11 | 12504.46 | 12603.39 | 100791.09 | 9.0970651 | 9.1004872 | 49 | 99215.11 | 793437.58 | 799714.45 | 9.9965778 | 10.8995128 |
| 12 | 12533.32 | 12632.94 | 100794.79 | 9.0980662 | 9.1015044 | 48 | 99211.47 | 791581.51 | 797872.98 | 9.9965618 | 10.8984956 |
| 13 | 12562.18 | 12662.49 | 100798.50 | 9.0990651 | 9.1025192 | 47 | 99207.82 | 789733.96 | 796040.03 | 9.9965459 | 10.8974808 |
| 14 | 12591.04 | 12692.05 | 100801.22 | 9.1000616 | 9.1035317 | 46 | 99204.26 | 787894.89 | 794215.56 | 9.9965299 | 10.8964683 |
| 15 | 12619.90 | 12721.61 | 100805.95 | 9.1010558 | 9.1045420 | 45 | 99200.49 | 786064.23 | 792399.50 | 9.9965138 | 10.8954580 |
| 16 | 12648.75 | 12751.17 | 100809.69 | 9.1020477 | 9.1055500 | 44 | 99196.81 | 784241.91 | 790591.79 | 9.9964977 | 10.8944500 |
| 17 | 12677.61 | 12780.73 | 100813.43 | 9.1030373 | 9.1065557 | 43 | 99193.13 | 782427.90 | 788792.38 | 9.9963816 | 10.8934443 |
| 18 | 12706.46 | 12810.29 | 100817.18 | 9.1040246 | 9.1075591 | 42 | 99189.44 | 780622.12 | 787001.20 | 9.9964655 | 10.8924409 |
| 19 | 12735.31 | 12839.86 | 100820.94 | 9.1050096 | 9.1085604 | 41 | 99185.74 | 778824.53 | 785218.21 | 9.9964493 | 10.8914396 |
| 20 | 12764.16 | 12869.43 | 100824.71 | 9.1059924 | 9.1095594 | 40 | 99182.03 | 777035.06 | 783443.35 | 9.9964330 | 10.8904406 |
| 21 | 12793.01 | 12899.00 | 100828.49 | 9.1069729 | 9.1105562 | 39 | 99178.31 | 775253.66 | 781676.56 | 9.9964167 | 10.8894438 |
| 22 | 12821.86 | 12928.57 | 100832.28 | 9.1079512 | 9.1115508 | 38 | 99174.59 | 773480.28 | 779917.78 | 9.9964004 | 10.8884492 |
| 23 | 12850.71 | 12958.15 | 100836.07 | 9.1089272 | 9.1125431 | 37 | 99170.86 | 771714.86 | 778166.97 | 9.9963841 | 10.8874569 |
| 24 | 12879.56 | 12987.73 | 100839.88 | 9.1099010 | 9.1135333 | 36 | 99167.12 | 769957.35 | 776424.06 | 9.9963677 | 10.8864667 |
| 25 | 12908.41 | 13017.31 | 100843.70 | 9.1108726 | 9.1145213 | 35 | 99163.37 | 768207.69 | 774689.01 | 9.9963513 | 10.8854787 |
| 26 | 12937.25 | 13046.89 | 100847.52 | 9.1118420 | 9.1155072 | 34 | 99159.61 | 766465.84 | 772961.66 | 9.9963348 | 10.8844928 |
| 27 | 12966.09 | 13076.48 | 100851.35 | 9.1128092 | 9.1164909 | 33 | 99155.84 | 764731.74 | 771242.27 | 9.9963183 | 10.8835091 |
| 28 | 12994.94 | 13106.07 | 100855.19 | 9.1137742 | 9.1174724 | 32 | 99152.06 | 763005.33 | 769530.47 | 9.9963018 | 10.8825276 |
| 29 | 13023.78 | 13135.66 | 100859.04 | 9.1147370 | 9.1184518 | 31 | 99148.28 | 761286.57 | 767826.31 | 9.9962852 | 10.8815482 |
| 30 | 13052.62 | 13165.25 | 100862.90 | 9.1156977 | 9.1194291 | 30 | 99144.49 | 759575.41 | 766129.76 | 9.9962686 | 10.8805709 |
| 31 | 13081.46 | 13194.84 | 100866.77 | 9.1166562 | 9.1204043 | 29 | 99140.69 | 757871.79 | 764440.75 | 9.9962519 | 10.8795957 |
| 32 | 13110.30 | 13224.44 | 100870.65 | 9.1176125 | 9.1213773 | 28 | 99136.88 | 756175.67 | 762759.23 | 9.9962352 | 10.8786227 |
| 33 | 13139.13 | 13254.04 | 100874.53 | 9.1185667 | 9.1223482 | 27 | 99133.06 | 754486.99 | 762085.16 | 9.9962185 | 10.8776518 |
| 34 | 13167.97 | 13283.64 | 100878.42 | 9.1195188 | 9.1233171 | 26 | 99129.23 | 752805.71 | 759418.49 | 9.9962017 | 10.8766829 |
| 35 | 13196.81 | 13313.24 | 100882.32 | 9.1204688 | 9.1242839 | 25 | 99125.39 | 751131.78 | 757759.16 | 9.9961849 | 10.8757161 |
| 36 | 13225.64 | 13342.85 | 100886.23 | 9.1214167 | 9.1252486 | 24 | 99121.55 | 749465.14 | 756107.13 | 9.9961681 | 10.8747514 |
| 37 | 13254.47 | 13372.46 | 100890.15 | 9.1223624 | 9.1262112 | 23 | 99117.70 | 747805.76 | 754462.36 | 9.9961512 | 10.8737888 |
| 38 | 13283.30 | 13402.07 | 100894.08 | 9.1233061 | 9.1271718 | 22 | 99113.84 | 746153.57 | 752824.78 | 9.9961343 | 10.8728282 |
| 39 | 13312.13 | 13431.68 | 100898.02 | 9.1242477 | 9.1281303 | 21 | 99109.97 | 744508.55 | 751194.37 | 9.9961174 | 10.8718697 |
| 40 | 13340.96 | 13461.29 | 100901.97 | 9.1251872 | 9.1290868 | 20 | 99106.09 | 742870.64 | 749571.06 | 9.9961004 | 10.8709132 |
| 41 | 13369.79 | 13490.91 | 100905.92 | 9.1261246 | 9.1300413 | 19 | 99102.21 | 741239.78 | 747974.82 | 9.9960834 | 10.8699587 |
| 42 | 13398.62 | 13520.53 | 100909.88 | 9.1270600 | 9.1309937 | 18 | 99098.32 | 746345.95 | 746345.60 | 9.9960663 | 10.8690063 |
| 43 | 13427.44 | 13550.15 | 100913.85 | 9.1279934 | 9.1319442 | 17 | 99094.42 | 737999.09 | 744743.35 | 9.9960492 | 10.8680558 |
| 44 | 13456.27 | 13579.77 | 100917.83 | 9.1289247 | 9.1328926 | 16 | 94090.51 | 736389.16 | 743148.03 | 9.9960321 | 10.8671074 |
| 45 | 13485.09 | 13609.40 | 100921.82 | 9.1298539 | 9.1338391 | 15 | 99086.59 | 734786.10 | 741559.59 | 9.9960149 | 10.8661609 |
| 46 | 13513.92 | 13639.03 | 100925.82 | 9.1307812 | 9.1347835 | 14 | 99082.66 | 733189.89 | 739977.98 | 9.9959977 | 10.8652165 |
| 47 | 13542.74 | 13668.66 | 100929.83 | 9.1317064 | 9.1357260 | 13 | 99078.72 | 732600.47 | 738403.18 | 9.9959804 | 10.8642740 |
| 48 | 13571.56 | 13698.29 | 100933.85 | 9.1326297 | 9.1366665 | 12 | 99074.78 | 730017.80 | 736835.12 | 9.9959631 | 10.8633335 |
| 49 | 13600.38 | 13727.93 | 100937.88 | 9.1335509 | 9.1376051 | 11 | 99070.83 | 728441.84 | 735273.77 | 9.9959458 | 10.8623949 |
| 50 | 13629.19 | 13757.57 | 100941.92 | 9.1344702 | 9.1385417 | 10 | 99066.87 | 726872.55 | 733719.09 | 9.9959284 | 10.8614583 |
| 51 | 13658.01 | 13787.21 | 100945.96 | 9.1353875 | 9.1394764 | 9 | 99062.90 | 725309.87 | 732171.02 | 9.9959111 | 10.8605236 |
| 52 | 13686.83 | 13816.85 | 100950.01 | 9.1363028 | 9.1404092 | 8 | 99058.92 | 723753.78 | 730629.54 | 9.9958936 | 10.8595908 |
| 53 | 13715.64 | 13846.50 | 100954.07 | 9.1372161 | 9.1413400 | 7 | 99054.93 | 722204.22 | 729094.60 | 9.9958761 | 10.8586600 |
| 54 | 13744.45 | 13876.15 | 100958.14 | 9.1381275 | 9.1422689 | 6 | 99050.94 | 720661.16 | 727566.16 | 9.9958586 | 10.8577311 |
| 55 | 13773.27 | 13905.80 | 100962.22 | 9.1390370 | 9.1431959 | 5 | 99046.94 | 719124.56 | 726044.17 | 9.9958411 | 10.8568041 |
| 56 | 13802.08 | 13935.45 | 100966.31 | 9.1399445 | 9.1441210 | 4 | 99042.93 | 717594.37 | 714528.59 | 9.9958235 | 10.8558790 |
| 57 | 13830.89 | 13965.10 | 100970.41 | 9.1408501 | 9.1450442 | 3 | 99038.92 | 716070.56 | 723019.40 | 9.9958059 | 10.8549558 |
| 58 | 13859.70 | 13994.76 | 100974.52 | 9.1417537 | 9.1459655 | 2 | 99034.88 | 714553.08 | 721516.53 | 9.9957882 | 10.8540345 |
| 59 | 13888.50 | 14024.42 | 100978.64 | 9.1426555 | 9.1468850 | 1 | 99030.84 | 713041.90 | 720019.96 | 9.9957705 | 10.8531150 |
| 60 | 13917.31 | 14054.08 | 100982.76 | 6.1435553 | 9.1478025 | 0 | 99026.80 | 711536.97 | 718529.65 | 9.9957528 | 10.8521975 |

## Grad. 8. — 81. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin. | Log.Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 13917.31 | 14054.08 | 100982.76 | 5.1435553 | 9.1478025 | 60 | 99026.80 | 711536.97 | 718529.65 | 9.9957528 | 10.8521975 |
| 1 | 13946.12 | 14083.74 | 100986.89 | 9.1444532 | 9.1487182 | 59 | 99022.75 | 710038.26 | 717045.56 | 9.9957350 | 10.8512818 |
| 2 | 13974.92 | 14113.41 | 100991.05 | 9.1453493 | 9.1496321 | 58 | 99018.69 | 708545.73 | 715567.64 | 9.9957172 | 10.8503679 |
| 3 | 14003.72 | 14143.08 | 100995.18 | 9.1462435 | 9.1505441 | 57 | 99014.62 | 707059.34 | 914095.87 | 9.9956993 | 10.8494559 |
| 4 | 14032.52 | 14172.75 | 100999.34 | 9.1471358 | 9.1514543 | 56 | 99010.54 | 705579.05 | 712630.19 | 9.9956815 | 10.8485457 |
| 5 | 14061.32 | 14202.43 | 101003.51 | 9.1480262 | 9.1523627 | 55 | 99006.45 | 704104.82 | 711170.58 | 9.9956635 | 10.8476373 |
| 6 | 14090.12 | 14232.11 | 101007.69 | 9.1489148 | 9.1532692 | 54 | 99002.36 | 702636.62 | 709717.00 | 9.9956456 | 10.8467308 |
| 7 | 14118.92 | 14261.79 | 101011.88 | 9.1498015 | 9.1541739 | 53 | 98998.26 | 701174.41 | 708269.41 | 9.9956276 | 10.8458261 |
| 8 | 14147.72 | 14291.47 | 101016.07 | 9.1506864 | 9.1551769 | 52 | 98994.15 | 699718.06 | 706827.77 | 9.9956095 | 10.8449232 |
| 9 | 14176.51 | 14321.15 | 101020.27 | 9.1515694 | 9.1559780 | 51 | 98990.03 | 698267.81 | 705392.05 | 9.9955915 | 10.8440220 |
| 10 | 14205.31 | 14350.84 | 101024.48 | 9.1524507 | 9.1568773 | 50 | 98985.90 | 696823.35 | 703962.20 | 9.9955734 | 10.8431227 |
| 11 | 14234.10 | 14380.53 | 101028.70 | 9.1533301 | 9.1577748 | 49 | 98981.76 | 695384.73 | 702538.20 | 9.9955552 | 10.8422252 |
| 12 | 14262.89 | 14410.22 | 101032.93 | 9.1542076 | 9.1586706 | 48 | 98977.62 | 693951.92 | 701120.01 | 9.9955370 | 10.8413294 |
| 13 | 14291.68 | 14439.91 | 101037.17 | 9.1550834 | 9.1595646 | 47 | 98973.47 | 692524.89 | 699707.60 | 9.9955188 | 10.8404354 |
| 14 | 14320.47 | 14469.61 | 101041.42 | 9.1559574 | 9.1604569 | 46 | 98969.31 | 691103.59 | 698300.92 | 9.9955005 | 10.8395431 |
| 15 | 14349.16 | 14499.31 | 101045.68 | 9.1568296 | 9.1613473 | 45 | 98965.14 | 689687.99 | 696899.94 | 9.9954822 | 10.8386529 |
| 16 | 14378.05 | 14529.01 | 101049.95 | 9.1577000 | 9.1622361 | 44 | 98960.96 | 688278.07 | 695504.64 | 9.9954639 | 10.8477639 |
| 17 | 14406.84 | 14558.71 | 101054.23 | 9.1585686 | 9.1631231 | 43 | 98986.77 | 686873.78 | 694114.96 | 9.9954455 | 10.8368769 |
| 18 | 14435.62 | 14588.42 | 101058.51 | 9.1594354 | 9.1640083 | 42 | 98952.57 | 685475.08 | 692730.89 | 9.9954272 | 10.8359927 |
| 19 | 14464.40 | 14618.13 | 101062.80 | 9.1603005 | 9.1648919 | 41 | 98948.37 | 684081.96 | 691352.39 | 9.9954087 | 10.8351081 |
| 20 | 14493.19 | 14647.84 | 101067.10 | 9.1611639 | 9.1657737 | 40 | 98944.16 | 682694.37 | 689979.42 | 9.9953902 | 10.8342263 |
| 21 | 14521.97 | 14677.55 | 101071.41 | 9.1620254 | 9.1666538 | 39 | 98939.94 | 681312.27 | 688621.95 | 9.9953717 | 10.8333462 |
| 22 | 14550.75 | 14707.27 | 101075.73 | 9.1628855 | 9.1675322 | 38 | 98935.71 | 679935.68 | 687249.95 | 9.9953531 | 10.8324678 |
| 23 | 14579.53 | 14736.99 | 101080.06 | 9.1637434 | 9.1684089 | 37 | 98931.47 | 678564.46 | 685893.38 | 9.9953345 | 10.8315912 |
| 24 | 14608.30 | 14766.71 | 101084.40 | 9.1645998 | 9.1692839 | 36 | 98927.23 | 677198.67 | 684542.22 | 6.9953159 | 10.8307162 |
| 25 | 14637.08 | 14796.44 | 101088.75 | 9.1654544 | 9.1601572 | 35 | 98922.98 | 675838.26 | 683196.42 | 9.9952972 | 10.8298428 |
| 26 | 14665.85 | 14826.17 | 101093.11 | 9.1663074 | 9.1710289 | 34 | 98918.72 | 674483.18 | 681855.97 | 9.9952785 | 10.8289711 |
| 27 | 14694.63 | 14855.90 | 101097.47 | 9.1671586 | 9.1718989 | 33 | 98914.45 | 673133.41 | 680520.82 | 9.9952597 | 10.8281011 |
| 28 | 14723.40 | 14885.63 | 101101.84 | 9.1680081 | 9.1727672 | 32 | 98910.17 | 671788.91 | 679190.95 | 9.9952409 | 10.8272328 |
| 29 | 14752.17 | 14915.36 | 101106.22 | 9.1688559 | 9.1736338 | 31 | 98905.88 | 670449.66 | 677866.32 | 9.9952221 | 10.8263662 |
| 30 | 14780.94 | 14945.10 | 101110.61 | 9.1697022 | 9.1744988 | 30 | 98901.58 | 669115.62 | 676546.91 | 9.9952033 | 10.8255012 |
| 31 | 14809.71 | 14974.84 | 101115.01 | 9.1705465 | 9.1753622 | 29 | 98897.28 | 667786.77 | 675232.68 | 9.9951844 | 10.8246378 |
| 32 | 14838.48 | 15004.58 | 101119.42 | 9.1713893 | 9.1762239 | 28 | 98892.97 | 666463.07 | 673923.60 | 9.9951654 | 10.8237762 |
| 33 | 14867.24 | 15034.33 | 101123.84 | 9.1722305 | 9.1770840 | 27 | 98888.65 | 665144.49 | 672619.65 | 9.9951464 | 10.8229160 |
| 34 | 14896.01 | 15064.08 | 101128.27 | 5.1730699 | 9.1779425 | 26 | 98884.32 | 663831.00 | 671320.79 | 9.9951274 | 10.8220575 |
| 35 | 14924.77 | 15093.83 | 101132.71 | 9.1739077 | 9.1787993 | 25 | 98879.98 | 662522.58 | 670026.99 | 9.9951084 | 10.8212007 |
| 36 | 14953.53 | 15113.58 | 101137.15 | 9.1747439 | 9.1796546 | 24 | 98875.63 | 661219.19 | 668738.22 | 9.9950893 | 10.8203454 |
| 37 | 14982.30 | 15153.33 | 101141.60 | 9.1755784 | 9.1805081 | 23 | 98871.28 | 659920.80 | 667454.46 | 9.9950702 | 10.8194918 |
| 38 | 15011.06 | 15183.09 | 101146.06 | 9.1764112 | 9.1813602 | 22 | 98866.92 | 658627.39 | 666175.68 | 9.9950510 | 10.8186398 |
| 39 | 15039.81 | 15212.83 | 101150.53 | 9.1772425 | 9.1822106 | 21 | 98862.55 | 657338.92 | 664901.84 | 9.9950318 | 10.8177894 |
| 40 | 15068.57 | 15242.61 | 101155.01 | 9.1780721 | 9.1830595 | 20 | 98858.17 | 656055.38 | 663632.93 | 9.9950126 | 10.8169405 |
| 41 | 15097.33 | 15272.38 | 101159.50 | 9.1789001 | 9.1839068 | 19 | 98853.78 | 654776.72 | 662368.90 | 9.9949933 | 10.8160932 |
| 42 | 15126.08 | 15302.15 | 101164.00 | 9.1797265 | 9.1847525 | 18 | 98849.38 | 653502.93 | 661109.73 | 9.9949740 | 10.8152475 |
| 43 | 15154.84 | 15331.92 | 101168.51 | 9.1805512 | 9.1855966 | 17 | 98844.98 | 652233.96 | 659855.40 | 9.9949546 | 10.8144034 |
| 44 | 15183.59 | 15361.89 | 101173.03 | 9.1813744 | 9.1864392 | 16 | 98840.57 | 650969.81 | 658605.87 | 9.9949352 | 10.8135608 |
| 45 | 15212.34 | 15391.47 | 101177.56 | 9.1821960 | 9.1872802 | 15 | 98836.15 | 649710.43 | 657361.12 | 9.9949158 | 10.8127198 |
| 46 | 15241.09 | 15421.25 | 101182.09 | 9.1830160 | 9.1881196 | 14 | 98831.72 | 648455.81 | 656121.23 | 9.9948964 | 10.8118804 |
| 47 | 15269.84 | 15451.03 | 101186.63 | 9.1838344 | 9.1889575 | 13 | 98827.28 | 647205.91 | 654885.86 | 9.9948769 | 10.8110425 |
| 48 | 15298.58 | 15480.83 | 101191.18 | 9.1846512 | 9.1897939 | 12 | 98822.83 | 645960.70 | 653655.28 | 9.9948573 | 10.8102061 |
| 49 | 15327.33 | 15510.61 | 101195.74 | 9.1854665 | 9.1906287 | 11 | 98818.38 | 644720.17 | 652429.38 | 9.9948377 | 10.8093713 |
| 50 | 15356.07 | 15540.40 | 101200.31 | 9.1862802 | 9.1914621 | 10 | 98813.92 | 643484.28 | 651208.12 | 9.9948181 | 10.8085379 |
| 51 | 15384.82 | 15570.19 | 101204.89 | 9.1870923 | 9.1922939 | 9 | 98809.45 | 642253.01 | 649991.48 | 9.9947985 | 10.8077061 |
| 52 | 15413.56 | 15599.98 | 101209.48 | 9.1879029 | 9.1931241 | 8 | 98804.97 | 641026.33 | 648779.44 | 9.9947788 | 10.8068759 |
| 53 | 15442.30 | 15629.78 | 101214.08 | 9.1887120 | 8.1939529 | 7 | 98800.48 | 639804.22 | 647571.95 | 9.9947591 | 10.8060471 |
| 54 | 15471.04 | 15659.58 | 101218.69 | 9.2895195 | 9.1947802 | 6 | 98795.98 | 638586.65 | 646369.01 | 9.9947393 | 10.8052198 |
| 55 | 15499.78 | 15689.38 | 101223.31 | 9.1903254 | 9.1956059 | 5 | 98791.48 | 637373.59 | 645170.59 | 9.9947195 | 10.8043941 |
| 56 | 15528.51 | 15719.19 | 101227.93 | 9.1911299 | 9.1964302 | 4 | 98786.97 | 636165.02 | 643976.66 | 9.9946997 | 10.8035698 |
| 57 | 15557.25 | 15749.00 | 101232.56 | 9.1919328 | 9.1972530 | 3 | 98782.45 | 634960.92 | 642787.19 | 9.9946798 | 10.8027470 |
| 58 | 15585.98 | 15778.81 | 101237.20 | 9.1927342 | 9.1980743 | 2 | 98777.92 | 633761.26 | 641602.16 | 9.9946599 | 10.8019257 |
| 59 | 15614.72 | 15808.62 | 101241.85 | 9.1935341 | 9.1988941 | 1 | 98773.38 | 632566.01 | 640421.54 | 9.9946399 | 10.8011059 |
| 60 | 15643.45 | 15838.44 | 101246.51 | 9.1943324 | 9.1997125 | 0 | 98768.83 | 631375.15 | 639245.32 | 9.9946199 | 10.8002875 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tan. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant | Log.Sin | Log Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 13643.43 | 15838.44 | 101246.51 | 9.1943324 | 9.1997125 | 60 | 98768.83 | 631375.15 | 639245.32 | 9.9946199 | 10.8002875 |
| 1 | 15672.18 | 15868.26 | 101251.18 | 9.1951293 | 9.2005294 | 59 | 98764.28 | 630188.66 | 638073.47 | 9.9945999 | 10.7994706 |
| 2 | 15700.91 | 15898.08 | 101255.86 | 9.1959247 | 9.2013449 | 58 | 98759.72 | 629006.51 | 636905.95 | 9.9945798 | 10.7986551 |
| 3 | 15729.63 | 15927.91 | 101260.55 | 9.1967186 | 9.2021588 | 57 | 98755.15 | 627828.68 | 635742.76 | 9.9945597 | 10.7978411 |
| 4 | 15758.36 | 15957.74 | 101265.25 | 9.1975110 | 9.2029714 | 56 | 98750.57 | 626655.14 | 634583.86 | 9.9945396 | 10.7970286 |
| 5 | 15787.08 | 15987.57 | 101269.96 | 9.1983019 | 9.2037825 | 55 | 98745.98 | 625485.88 | 633429.23 | 9.9945194 | 10.7962175 |
| 6 | 15815.81 | 16017.40 | 101274.67 | 9.1990913 | 9.2045922 | 54 | 98741.38 | 624320.86 | 632278.84 | 9.9944992 | 10.7954078 |
| 7 | 15844.53 | 16047.24 | 101279.39 | 9.1998793 | 9.2054004 | 53 | 98736.77 | 623160.07 | 631132.69 | 9.9944789 | 10.7945996 |
| 8 | 13873.25 | 16077.08 | 101284.12 | 9.2006658 | 9.2062072 | 52 | 98732.16 | 622003.47 | 629990.73 | 9.9944587 | 10.7937928 |
| 9 | 25901.97 | 16106.92 | 101288.86 | 9.2014509 | 9.2070126 | 51 | 98727.54 | 620831.06 | 628852.95 | 9.9944383 | 10.7929874 |
| 10 | 15950.69 | 16136.77 | 101293.61 | 9.2022345 | 9.2078165 | 50 | 98722.91 | 619702.79 | 627719.33 | 9.9944180 | 10.7921835 |
| 11 | 15959.40 | 16166.62 | 101298.37 | 9.2030167 | 9.2086191 | 49 | 98718.27 | 618558.67 | 626589.84 | 9.9943975 | 10.7913809 |
| 12 | 15988.12 | 16196.47 | 101303.14 | 9.2037974 | 9.2094203 | 48 | 98713.62 | 617418.65 | 625464.46 | 9.9943771 | 10.7605797 |
| 13 | 16016.83 | 16226.32 | 101307.92 | 9.2045766 | 9.2102200 | 47 | 98708.97 | 616282.72 | 624343.16 | 9.9943566 | 10.7867800 |
| 14 | 16045.55 | 16256.17 | 101312.71 | 9.2053545 | 9.2110184 | 46 | 98704.31 | 615150.85 | 623225.94 | 9.9943361 | 10.7889816 |
| 15 | 16074.26 | 16286.03 | 101317.51 | 9.2061309 | 9.2118153 | 45 | 98699.64 | 614023.03 | 622112.75 | 9.9943156 | 10.7881847 |
| 16 | 16102.97 | 16315.89 | 101322.31 | 9.2069259 | 9.2126109 | 44 | 98694.96 | 612899.23 | 621003.59 | 9.9942950 | 10.7873891 |
| 17 | 16131.67 | 16345.76 | 101327.22 | 9.2076795 | 9.2134051 | 43 | 98690.27 | 611779.43 | 619898.43 | 9.9942743 | 10.7865949 |
| 18 | 16160.83 | 16375.63 | 101331.94 | 9.2084516 | 9.2141980 | 42 | 98685.57 | 610663.60 | 618797.25 | 9.9942537 | 10.7858020 |
| 19 | 16189.09 | 16405.50 | 101336.77 | 9.2092224 | 9.2149894 | 41 | 98680.86 | 609551.74 | 617700.03 | 9.9942330 | 10.7850106 |
| 20 | 16217.79 | 16435.37 | 101341.61 | 9.2099917 | 9.2157795 | 40 | 98676.15 | 608443.81 | 616606.74 | 9.9942122 | 10.7842205 |
| 21 | 16246.50 | 16465.25 | 101346.46 | 9.2107597 | 9.2165683 | 39 | 98671.43 | 607339.79 | 615517.36 | 9.9941914 | 10.7834317 |
| 22 | 16275.20 | 16495.13 | 101351.32 | 9.2115263 | 9.2173556 | 38 | 98666.70 | 606239.67 | 614431.89 | 9.9941706 | 10.7826444 |
| 23 | 16303.91 | 16525.01 | 101356.19 | 9.2122914 | 9.2181417 | 37 | 98661.96 | 605143.43 | 613350.28 | 9.9941498 | 10.7818583 |
| 24 | 16332.62 | 16554.89 | 101361.07 | 9.2130552 | 9.2189264 | 36 | 98657.21 | 604051.03 | 612272.53 | 9.9941289 | 10.7810736 |
| 25 | 16361.29 | 16584.78 | 101365.95 | 9.2138176 | 9.2197097 | 35 | 98652.46 | 602962.47 | 611198.61 | 9.9941079 | 10.7802903 |
| 26 | 16389.99 | 16614.67 | 101370.84 | 9.2145787 | 9.2204917 | 34 | 98647.70 | 601877.72 | 610128.50 | 9.9940870 | 10.7795083 |
| 27 | 16418.68 | 16644.56 | 101375.74 | 9.2153384 | 9.2212724 | 33 | 98642.93 | 600796.76 | 609062.19 | 9.9940659 | 10.7787276 |
| 28 | 16447.38 | 16674.46 | 101380.65 | 9.2160967 | 9.2220518 | 32 | 98638.15 | 599719.77 | 607999.64 | 9.9940449 | 10.77764[illegible] |
| 29 | 16476.07 | 16704.36 | 101385.57 | 9.2168536 | 9.2228298 | 31 | 98633.36 | 598646.14 | 606940.85 | 9.9940238 | 10.7771702 |
| 30 | 16504.76 | 16734.26 | 101390.50 | 9.2176092 | 9.2236065 | 30 | 98628.56 | 597576.44 | 605885.80 | 9.9940027 | 10.7763935 |
| 31 | 16533.45 | 16764.16 | 101395.44 | 9.2183635 | 9.2243819 | 29 | 98623.75 | 596510.45 | 604834.45 | 9.9939815 | 10.7756181 |
| 32 | 16562.14 | 16794.07 | 101400.39 | 9.2191164 | 9.2251561 | 28 | 98618.94 | 595448.15 | 603786.80 | 9.9939603 | 10.7748439 |
| 33 | 16590.82 | 16823.98 | 101405.35 | 9.2198680 | 9.2259289 | 27 | 98614.12 | 594389.52 | 602742.82 | 9.9939391 | 10.7740711 |
| 34 | 16619.51 | 16853.89 | 101410.32 | 9.2206182 | 9.1267004 | 26 | 98609.29 | 593334.55 | 601702.50 | 9.9939176 | 10.7732996 |
| 35 | 16648.19 | 16883.81 | 101415.30 | 9.2213671 | 9.2274706 | 25 | 98604.45 | 592283.22 | 600665.81 | 9.9938965 | 10.7725294 |
| 36 | 16676.87 | 16913.73 | 101420.29 | 9.2221147 | 9.2282595 | 24 | 98599.60 | 591235.50 | 599632.74 | 9.9938752 | 10.7717605 |
| 37 | 16705.53 | 16943.65 | 101425.29 | 9.2228909 | 9.2290071 | 23 | 98594.74 | 590191.38 | 598603.26 | 9.9938538 | 10.7709929 |
| 38 | 26734.23 | 16973.58 | 102430.29 | 9.2236059 | 9.2297735 | 22 | 98589.88 | 589150.84 | 597577.37 | 9.9938324 | 10.7702265 |
| 39 | 16762.91 | 17003.51 | 101435.30 | 9.2243495 | 5.2305386 | 21 | 98585.01 | 588113.86 | 596555.04 | 9.9938109 | 10 7694614 |
| 40 | 16791.39 | 17033.44 | 101440.32 | 9.2250918 | 9.2313024 | 20 | 98580.13 | 587080.42 | 595536.25 | 9.9937894 | 10.7686976 |
| 41 | 16820.26 | 17063.37 | 101445.35 | 9.2258328 | 9.2320650 | 19 | 98575.24 | 586050.51 | 594520.98 | 9.9937679 | 10.7679350 |
| 42 | 16848.94 | 17093.31 | 101450.39 | 9.2265725 | 9.2328262 | 18 | 98570.34 | 585024.10 | 593509.22 | 9.9937463 | 10.7671738 |
| 43 | 16877.01 | 17123.25 | 101455.44 | 9.2273110 | 9.2335863 | 17 | 98565.44 | 584001.17 | 592500.95 | 9.9957247 | 10.7664137 |
| 44 | 16906.28 | 17133.19 | 101460.50 | 9.2280481 | 9.2343451 | 16 | 98560.53 | 582981.72 | 591496.14 | 9.9937030 | 10.7656549 |
| 45 | 16934.95 | 17183.14 | 101465.57 | 9.2287839 | 9.2351026 | 15 | 98555.61 | 581965.72 | 590494.79 | 9.9936813 | 10.7648974 |
| 46 | 16963.62 | 17213.09 | 101470.64 | 9.2295185 | 9.2358589 | 14 | 98550.68 | 580953.15 | 389496.88 | 9.9936596 | 16.7641411 |
| 47 | 16992.28 | 17243.04 | 101475.72 | 9.2302518 | 9.2366139 | 13 | 98545.74 | 579944.00 | 588502.38 | 9.9936378 | 10.7633861 |
| 48 | 17020.95 | 17273.00 | 101480.81 | 9.2309838 | 9.2373678 | 12 | 98540.79 | 378938.25 | 587311.28 | 9.9936160 | 10.7626322 |
| 49 | 17049.61 | 17302.96 | 181485.91 | 9.2317145 | 9.2381203 | 11 | 98535.83 | 577935.88 | 586523.56 | 9.9935942 | 10.7618[illegible] |
| 50 | 27078.28 | 17332.92 | 101491.01 | 9.2324440 | 9.2388717 | 10 | 98530.87 | 576936.88 | 585539.20 | 9.9935723 | 10.7611283 |
| 51 | 17106.94 | 87362.88 | 101496.14 | 9.2331722 | 9.2396218 | 9 | 98525.90 | 575941.22 | 584558.10 | 9.9935504 | 10.7603782 |
| 52 | 17135.60 | 17392.85 | 101501.27 | 9.2338992 | 9.2403708 | 8 | 98520.92 | 574945.59 | 583580.53 | 9.9935285 | 10.7596292 |
| 53 | 17164.25 | 17422.82 | 101506.41 | 9.2346249 | 9.2411185 | 7 | 98515.93 | 574959.88 | 582606.17 | 9.9935065 | 10.7587815 |
| 54 | 17192.91 | 17452.79 | 101511.56 | 9.2532494 | 9.2418650 | 6 | 98510.93 | 572974.16 | 582635.10 | 9.9934844 | 10.7581350 |
| 55 | 17221.36 | 17482.77 | 101316.72 | 9.2360726 | 9.2426103 | 5 | 98505.92 | 571991.73 | 580667.92 | 9.9934624 | 10.7573897 |
| 56 | 17250.22 | 17512.73 | 101521.89 | 9.2367946 | 9.2433543 | 4 | 98500.91 | 571012.56 | 579702.80 | 9.9934403 | 10.7566457 |
| 57 | 17278.87 | 17542.73 | 101527.07 | 9.2375153 | 9.2440972 | 3 | 98495.89 | 570036.63 | 578741.53 | 9.9934181 | 10.7559028 |
| 58 | 17307.52 | 17572.72 | 101532.26 | 9.2382349 | 9.2448389 | 2 | 98490.86 | 369063.94 | 577783.50 | 9.9933959 | 10.7554611 |
| 59 | 17336.17 | 17502.71 | 101537.46 | 9.2389532 | 9.2455794 | 1 | 98485.82 | 568094.46 | 576828.67 | 9.9933737 | 10.7544206 |
| 60 | 17364.82 | 17632.70 | 101542.67 | 9.2396702 | 9.2463188 | 0 | 98480.77 | 367128.18 | 575877.05 | 9.9933515 | 10.7536812 |

17364.82

# Grad. 10. | 79. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tan. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 17364.82 | 17632.70 | 101542.67 | 9.2396702 | 9.2463188 | 60 | 98480.77 | 567128.18 | 575877.05 | 9.9933515 | 10.7536812 |
| 1 | 17393.46 | 17662.69 | 101547.88 | 9.2403861 | 9.2470569 | 59 | 98475.71 | 566165.09 | 574928.61 | 9.9933292 | 10.7529431 |
| 2 | 17422.11 | 17692.69 | 101553.10 | 9.2411007 | 9.2477039 | 58 | 98470.65 | 565205.16 | 573983.33 | 9.9933068 | 10.7522061 |
| 3 | 17450.75 | 17722.69 | 101558.33 | 9.2418141 | 9.2485297 | 57 | 98465.58 | 954248.38 | 573041.21 | 9.9932845 | 10.7514703 |
| 4 | 17479.39 | 17752.69 | 101563.57 | 9.2425264 | 9.2491643 | 56 | 98460.50 | 563294.74 | 572102.23 | 9.9932621 | 10.7507357 |
| 5 | 17508.03 | 17782.70 | 101568.82 | 9.2432374 | 9.2499978 | 55 | 98455.41 | 562344.21 | 571166.36 | 9.9932396 | 10.7500022 |
| 6 | 17536.67 | 17812.71 | 101574.08 | 9.2439472 | 9.2507301 | 54 | 98450.31 | 561396.80 | 570233.60 | 9.9932171 | 10.7492659 |
| 7 | 17565.31 | 17842.72 | 101579.35 | 9.2446558 | 9.2513612 | 53 | 98445.21 | 560452.47 | 569303.93 | 9.9931946 | 10.7485388 |
| 8 | 17593.95 | 17872.74 | 101584.35 | 9.2453632 | 9.2521912 | 52 | 98440.10 | 559511.41 | 568377.34 | 9.9931720 | 10.7478088 |
| 9 | 17622.58 | 17902.76 | 101589.92 | 9.2460695 | 9.2529200 | 51 | 98434.98 | 558573.02 | 567453.80 | 9.9931494 | 10.7470800 |
| 10 | 17651.21 | 17932.78 | 101595.21 | 9.2467746 | 9.2536477 | 50 | 98429.85 | 557637.86 | 566533.31 | 9.9931268 | 10.7463523 |
| 11 | 17679.84 | 17962.81 | 101600.51 | 9.2474784 | 9.2543743 | 49 | 98424.71 | 556705.74 | 565615.84 | 9.9931041 | 10.7456257 |
| 12 | 17708.47 | 17992.84 | 101605.82 | 9.2481811 | 9.2550997 | 48 | 98419.56 | 555776.63 | 564701.40 | 9.9930814 | 10.7456023 |
| 13 | 17737.10 | 18022.87 | 101611.14 | 9.2488827 | 9.2558240 | 47 | 98414.40 | 554850.52 | 563789.93 | 9.9930587 | 10.7441762 |
| 14 | 17765.73 | 18052.91 | 101616.47 | 9.2495830 | 9.2565471 | 46 | 98409.24 | 553927.40 | 562881.48 | 9.9930359 | 10.7434528 |
| 15 | 17794.35 | 18082.95 | 101621.81 | 9.2502822 | 9.2572691 | 45 | 98404.07 | 553007.24 | 561975.99 | 9.9930131 | 10.7427318 |
| 16 | 17822.98 | 18112.99 | 101627.16 | 9.2509803 | 9.2579901 | 44 | 98398.89 | 552090.05 | 561073.45 | 9.9929902 | 10.7420099 |
| 17 | 17851.60 | 18143.03 | 101632.52 | 9.2516772 | 9.2587099 | 43 | 98393.70 | 551175.79 | 560173.82 | 9.9929673 | 10.7412902 |
| 18 | 17880.22 | 18173.08 | 101637.89 | 9.2523729 | 9.2594285 | 42 | 98388.50 | 550264.46 | 559277.19 | 9.9929444 | 10.7405725 |
| 19 | 17908.84 | 18203.13 | 101643.27 | 9.2530675 | 9.2601461 | 41 | 98383.29 | 549356.04 | 558383.43 | 9.9929214 | 10.7398539 |
| 20 | 17937.46 | 18233.18 | 101648.66 | 9.2537609 | 9.2608625 | 40 | 98378.08 | 548450.52 | 557492.58 | 9.9928984 | 10.739137[illegible] |
| 21 | 17966.07 | 18263.24 | 101654.06 | 9.2544552 | 9.2615779 | 39 | 98372.86 | 547547.88 | 556604.60 | 9.9928753 | 10.7384121 |
| 22 | 17994.69 | 18293.30 | 101659.46 | 9.2551444 | 9.2622921 | 38 | 98367.63 | 546648.12 | 555719.50 | 9.9928522 | 10.7377079 |
| 23 | 18023.30 | 18323.36 | 101664.87 | 9.2558344 | 9.2630053 | 37 | 98362.39 | 545751.21 | 554837.26 | 9.9928291 | 10.7369967 |
| 24 | 18051.91 | 18353.43 | 101670.29 | 9.2565233 | 9.2637173 | 36 | 98357.14 | 544857.15 | 553957.86 | 9.9928059 | 10.7362827 |
| 25 | 18080.52 | 18383.50 | 101675.72 | 9.2572110 | 9.2644283 | 35 | 98351.89 | 543965.92 | 553081.29 | 9.9927827 | 10.7355717 |
| 26 | 18109.13 | 18413.57 | 101681.16 | 9.2578977 | 9.2651382 | 34 | 98346.63 | 543037.50 | 552207.54 | 9.9927595 | 10.7348618 |
| 27 | 18137.74 | 18443.65 | 101686.61 | 9.2585832 | 9.2658470 | 33 | 98341.30 | 541191.8 | 551336.59 | 9.9927362 | 10.7341530 |
| 28 | 18166.35 | 18473.73 | 101692.07 | 9.2592676 | 9.2665547 | 32 | 98336.08 | 541309.06 | 550468.43 | 9.9927129 | 10.7334453 |
| 29 | 18194.95 | 18503.81 | 101697.54 | 9.2599509 | 9.2672613 | 31 | 98330.79 | 540429.01 | 549603.05 | 9.9926895 | 10.7328387 |
| 30 | 18223.55 | 18533.90 | 101703.02 | 9.2606330 | 9.2679669 | 30 | 98325.49 | 539551.72 | 658740.43 | 9.9926661 | 10.7320331 |
| 31 | 18252.15 | 18563.99 | 101708.51 | 9.2613141 | 9.2686714 | 29 | 98320.18 | 538677.18 | 547880.55 | 9.9926427 | 10.7313286 |
| 32 | 18280.75 | 18594.08 | 101714.01 | 9.2619941 | 5.2693749 | 28 | 98314.87 | 537805.38 | 547023.42 | 9.9926192 | 10.7306251 |
| 33 | 18309.35 | 18624.18 | 101719.52 | 9.2626729 | 9.2700772 | 27 | 98309.55 | 536936.30 | 546169.01 | 9.9925957 | 10.7299228 |
| 34 | 18337.95 | 18654.20 | 101725.04 | 9.2633507 | 9.2707786 | 26 | 98304.22 | 536069.63 | 545317.31 | 9.9925722 | 10.7292214 |
| 35 | 18366.54 | 18684.38 | 101730.56 | 9.2640274 | 9.2714788 | 25 | 98298.88 | 535206.26 | 544468.31 | 9.9925486 | 10.7285212 |
| 36 | 18395.13 | 18714.49 | 101736.09 | 9.2647030 | 9.2721780 | 24 | 98293.53 | 534345.28 | 543621.99 | 9.9925250 | 10.7278220 |
| 37 | 18423.73 | 18744.60 | 101741.63 | 9.2653775 | 9.2728762 | 23 | 98288.17 | 533486.96 | 542778.35 | 9.9925013 | 10.7271238 |
| 38 | 18452.32 | 18774.71 | 101747.18 | 9.2660509 | 9.2735733 | 22 | 98282.81 | 532631.31 | 541937.37 | 9.9924776 | 10.7264267 |
| 39 | 18480.91 | 18904.83 | 101752.74 | 9.2667232 | 9.2742694 | 21 | 98277.44 | 531778.30 | 541099.03 | 9.9924539 | 10.7257306 |
| 40 | 18509.49 | 18834.95 | 101758.31 | 9.2673945 | 9.2749644 | 20 | 98272.06 | 530927.93 | 540263.33 | 9.9924301 | 10.7250356 |
| 41 | 18538.08 | 18865.07 | 101763.31 | 9.2680647 | 9.2756584 | 19 | 98266.67 | 530080.18 | 539430.26 | 9.9924063 | 10.7243426 |
| 42 | 18566.66 | 18895.20 | 101769.48 | 9.2687338 | 9.2763514 | 18 | 98261.27 | 529235.05 | 538599.79 | 9.9923824 | 10.7236486 |
| 43 | 18595.24 | 18925.33 | 101775.08 | 9.2694019 | 9.2770434 | 17 | 98255.87 | 528392.52 | 537771.92 | 9.9923585 | 10.7229566 |
| 44 | 18623.82 | 18955.46 | 101780.69 | 9.2700689 | 9.2777343 | 16 | 98250.46 | 527552.55 | 536946.64 | 9.9923346 | 10.7222657 |
| 45 | 18652.40 | 18985.59 | 101786.31 | 9.2707348 | 9.2784242 | 15 | 98245.04 | 526715.17 | 536123.93 | 9.9923106 | 10.7215758 |
| 46 | 18680.98 | 19015.73 | 101761.94 | 9.2713997 | 9.2791131 | 14 | 98239.61 | 525880.35 | 535303.79 | 9.9922866 | 10.7208869 |
| 47 | 18709.56 | 19045.87 | 101797.58 | 9.2720635 | 9.2798009 | 13 | 98234.17 | 525048.09 | 534486.10 | 9.9922626 | 10.7201991 |
| 48 | 18738.13 | 19076.02 | 101803.22 | 9.2727263 | 9.2804878 | 12 | 98228.72 | 524218.36 | 533671.14 | 9.9922385 | 10.7195122 |
| 49 | 18766.70 | 19106.17 | 101808.87 | 9.2733880 | 9.2811736 | 11 | 98223.27 | 523391.16 | 532858.62 | 9.9922144 | 10.7188264 |
| 50 | 18795.27 | 19136.32 | 101814.53 | 9.2740487 | 9.2818585 | 10 | 98217.81 | 522566.47 | 552048.60 | 9.9921902 | 10.7181415 |
| 51 | 18823.84 | 19166.48 | 101820.20 | 9.2747083 | 9.2854423 | 9 | 98212.34 | 521744.28 | 531241.09 | 9.9921660 | 10.7174577 |
| 52 | 18852.41 | 19196.64 | 101825.88 | 9.2753669 | 9.2832251 | 8 | 98106.86 | 520924.59 | 530436.08 | 9.9921418 | 10.7167749 |
| 53 | 18880.98 | 19226.80 | 101831.57 | 9.2760245 | 9.2839070 | 7 | 98201.37 | 520107.38 | 529633.54 | 9.9921175 | 10.7160930 |
| 54 | 18909.54 | 19256.96 | 101837.27 | 9.2766811 | 9.2845878 | 6 | 98195.87 | 519292.64 | 528833.47 | 9.9920932 | 10.7154122 |
| 55 | 18938.11 | 19287.13 | 101842.99 | 9.2773366 | 9.2852677 | 5 | 98190.36 | 518480.35 | 528035.87 | 9.9920689 | 10.7147323 |
| 56 | 18966.67 | 19317.30 | 101848.70 | 9.2779911 | 9.2859466 | 4 | 98184.85 | 517670.71 | 527240.70 | 9.9920445 | 10.7140534 |
| 57 | 18995.23 | 19347.48 | 101854.43 | 9.2786445 | 5.2866245 | 3 | 98179.33 | 516863.11 | 526447.98 | 9.9920201 | 10.7133755 |
| 58 | 19023.79 | 19377.66 | 101860.17 | 9.2792970 | 9.2873014 | 2 | 98173.80 | 516058.13 | 525657.68 | 5.9919956 | 10.7126986 |
| 59 | 19052.34 | 19407.84 | 101865.92 | 9.2799484 | 9.2879773 | 1 | 98168.26 | 515255.57 | 524869.79 | 9.9919711 | 10.7120227 |
| 60 | 19080.90 | 19438.03 | 101871.68 | 9.2805988 | 9.2886523 | 0 | 98162.71 | 514455.40 | 524084.31 | 9.9919466 | 10.7113477 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin. | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 19080.90 | 19438.03 | 101871.68 | 9.2805988 | 9.2886523 | 60 | 98162.71 | 514455.40 | 524084.31 | 9.9919466 | 10.7113477 |
| 1 | 19109.45 | 19468.22 | 101877.44 | 9.2812483 | 9.2893263 | 59 | 98157.16 | 513657.63 | 523301.21 | 9.9919220 | 10.7106737 |
| 2 | 19138.00 | 19498.41 | 101883.21 | 9.2818967 | 9.2899993 | 58 | 98151.60 | 512862.24 | 522520.50 | 9.9918974 | 10.7100007 |
| 3 | 19166.55 | 19528.61 | 101888.99 | 9.2825441 | 9.2906713 | 57 | 98146.03 | 512069.21 | 521742.16 | 9.9918727 | 10.7093287 |
| 4 | 19195.10 | 19558.81 | 101894.78 | 9.2831905 | 9.2913424 | 56 | 98140.45 | 511278.55 | 520966.18 | 9.9918480 | 10.7086576 |
| 5 | 19223.65 | 19589.01 | 101900.58 | 9.2838359 | 9.2920126 | 55 | 98134.86 | 510490.24 | 520192.54 | 9.9918233 | 10.7079874 |
| 6 | 19252.20 | 19619.22 | 101906.39 | 9.2844803 | 9.2926817 | 54 | 98129.26 | 509704.26 | 519421.25 | 9.9917986 | 10.7073183 |
| 7 | 19280.74 | 19649.43 | 101912.21 | 9.2851237 | 9.2933500 | 53 | 98123.56 | 508920.61 | 518652.28 | 9.9917737 | 10.7066500 |
| 8 | 19309.28 | 19679.64 | 101918.04 | 9.2857661 | 9.2940172 | 52 | 98118.05 | 508139.28 | 917885.63 | 9.9917489 | 10.7059828 |
| 9 | 19337.82 | 19709.86 | 101923.88 | 9.2864076 | 9.2946836 | 51 | 98112.43 | 507360.25 | 517121.28 | 9.9917240 | 10.5053164 |
| 10 | 19366.36 | 19740.08 | 101929.73 | 9.2870480 | 9.2953489 | 50 | 98106.80 | 506583.52 | 516359.24 | 9.9916991 | 10.7046511 |
| 11 | 19394.90 | 19770.30 | 101935.59 | 9.2876875 | 9.2960134 | 49 | 98101.16 | 505809.07 | 515599.48 | 9.9916741 | 10.7039866 |
| 12 | 19423.44 | 19800.53 | 101941.46 | 9.2883260 | 9.2966769 | 48 | 98095.51 | 505036.90 | 514841.99 | 9.9916492 | 10.7033231 |
| 13 | 19451.97 | 19830.76 | 101947.34 | 9.2889636 | 9.2973395 | 47 | 98089.86 | 504267.00 | 514086.77 | 9.9916241 | 10.7026605 |
| 14 | 19480.50 | 19861.00 | 101953.23 | 9.2896001 | 9.2980011 | 46 | 98084.20 | 503499.35 | 513333.8 | 9.9915990 | 10.7019989 |
| 15 | 19509.03 | 19891.24 | 101959.12 | 9.2902357 | 9.2986618 | 45 | 98078.53 | 502733.95 | 512583.09 | 9.9915739 | 10.7013382 |
| 16 | 19537.56 | 19921.48 | 101965.02 | 9.2908704 | 9.2993216 | 44 | 98072.85 | 501970.78 | 511834.61 | 9.9915488 | 10.7006784 |
| 17 | 19566.09 | 19951.72 | 101970.93 | 9.2915040 | 9.2999804 | 43 | 98067.16 | 501209.84 | 511088.35 | 9.9915236 | 10.7000196 |
| 18 | 19594.61 | 19981.97 | 101976.85 | 9.2921367 | 9.3006383 | 42 | 98061.46 | 500451.11 | 610344.31 | 9.9914984 | 10.6993617 |
| 19 | 19623.14 | 20012.22 | 101982.78 | 9.2927685 | 9.3012954 | 41 | 98055.76 | 499694.69 | 509602.48 | 9.9914731 | 10.6987046 |
| 20 | 19651.66 | 20042.48 | 101988.72 | 9.2933993 | 9.3019514 | 40 | 98050.05 | 498940.27 | 508862.84 | 9.9914478 | 10.6980486 |
| 21 | 19680.18 | 20072.74 | 101994.67 | 9.2940291 | 9.3026066 | 39 | 98044.33 | 498188.13 | 508125.19 | 9.9914225 | 10.6973934 |
| 22 | 19708.70 | 20103.00 | 102000.63 | 9.2946580 | 9.3032609 | 38 | 98038.60 | 497438.17 | 507390.12 | 9.9913975 | 10.6967391 |
| 23 | 19737.22 | 20133.27 | 102006.60 | 9.2952859 | 9.3039143 | 37 | 98032.86 | 496690.27 | 506657.01 | 9.9913717 | 10.6960857 |
| 24 | 19765.73 | 20163.54 | 102012.58 | 9.2959129 | 9.3045667 | 36 | 98027.11 | 495944.74 | 505926.06 | 9.9913462 | 10.6954333 |
| 25 | 19794.25 | 20193.81 | 102018.57 | 9.2961390 | 9.3052183 | 35 | 98021.36 | 495201.25 | 505197.26 | 9.9913207 | 10.6947817 |
| 26 | 19822.76 | 20224.09 | 102024.57 | 9.2971641 | 9.3058689 | 34 | 98015.60 | 494459.50 | 504470.60 | 9.9912952 | 10.6941311 |
| 27 | 19851.27 | 20254.37 | 102030.58 | 9.2977883 | 9.3065187 | 33 | 98009.83 | 493720.67 | 503746.07 | 9.9912696 | 10.6934813 |
| 28 | 19879.78 | 20284.65 | 102036.60 | 9.2984116 | 9.3071675 | 32 | 98004.05 | 492983.58 | 503023.67 | 9.9912440 | 10.6928325 |
| 29 | 19908.29 | 20314.94 | 102042.63 | 9.2990339 | 9.3078155 | 31 | 97998.26 | 492248.59 | 502303.37 | 9.9912184 | 10.6921845 |
| 30 | 19936.79 | 20345.23 | 102048.67 | 9.2996553 | 9.3084626 | 30 | 97992.47 | 491515.70 | 501585.17 | 9.9911927 | 10.6915374 |
| 31 | 19965.30 | 20375.52 | 102054.71 | 9.3002758 | 9.3091088 | 29 | 97986.57 | 490784.91 | 500869.07 | 9.9911670 | 10.6908912 |
| 32 | 19993.80 | 20405.82 | 102060.76 | 9.3008953 | 9.3097541 | 28 | 97980.86 | 490056.20 | 500155.05 | 9.9911412 | 10.6902459 |
| 33 | 20022.30 | 20436.12 | 102066.82 | 9.3015140 | 9.3103985 | 27 | 97975.04 | 489329.56 | 499443.11 | 9.9911154 | 10.6896015 |
| 34 | 20050.80 | 20466.43 | 102072.89 | 9.3021317 | 9.3110421 | 26 | 97969.21 | 488604.99 | 498733.23 | 9.9910896 | 10.6889579 |
| 35 | 20079.30 | 20496.74 | 102078.97 | 9.3027485 | 9.3116848 | 25 | 97963.37 | 487882.48 | 498025.41 | 9.9910637 | 10.6883152 |
| 36 | 20107.79 | 20527.05 | 102085.06 | 9.3033644 | 9.3123266 | 24 | 97957.52 | 487162.01 | 497319.64 | 9.9910378 | 10.6876734 |
| 37 | 20136.29 | 20557.37 | 102091.16 | 9.3039794 | 9.3129675 | 23 | 97951.67 | 486443.59 | 496615.91 | 9.9910119 | 10.6870325 |
| 38 | 20164.78 | 20587.69 | 102097.27 | 9.3045934 | 9.3136076 | 22 | 97945.81 | 485727.19 | 495914.21 | 9.9909859 | 10.6863924 |
| 39 | 20193.27 | 20618.01 | 102103.39 | 9.3052066 | 9.5142468 | 21 | 97939.94 | 485012.82 | 495214.53 | 9.9909598 | 10.6857532 |
| 40 | 20221.76 | 20648.34 | 102109.52 | 9.3058189 | 9.3148851 | 20 | 97934.06 | 484300.45 | 494516.87 | 9.9909338 | 10.6851149 |
| 41 | 20250.24 | 20678.67 | 102115.66 | 9.3064303 | 9.3155226 | 19 | 97928.17 | 483590.10 | 493821.20 | 9.9909077 | 10.6844774 |
| 42 | 20278.73 | 20709.00 | 102121.81 | 9.3070407 | 9.3161592 | 18 | 97922.28 | 482881.74 | 493127.54 | 9.9908815 | 10.6838408 |
| 43 | 20307.21 | 20739.34 | 102127.97 | 9.3076503 | 9.3167950 | 17 | 97916.38 | 482175.36 | 492435.86 | 9.9908553 | 10.6832050 |
| 44 | 20335.69 | 20769.68 | 102134.14 | 9.3082590 | 9.3174299 | 16 | 97910.47 | 481470.96 | 491746.16 | 9.9908291 | 10.6845701 |
| 45 | 20364.17 | 20800.03 | 102140.32 | 9.3088668 | 9.3180640 | 15 | 97904.55 | 480768.54 | 491058.44 | 9.9908029 | 10.6819360 |
| 46 | 20392.65 | 20830.38 | 102146.50 | 9.3094737 | 9.3186972 | 14 | 97898.62 | 480068.08 | 490372.67 | 9.9907766 | 10.7813028 |
| 47 | 20421.13 | 20860.73 | 102152.69 | 9.3100798 | 9.3193295 | 13 | 97892.68 | 479369.57 | 489688.86 | 9.9907502 | 10.6806705 |
| 48 | 20449.61 | 20891.09 | 102158.89 | 9.3106849 | 9.3199611 | 12 | 97886.74 | 478673.00 | 489007.01 | 9.9907239 | 10.6800389 |
| 49 | 20478.08 | 20921.45 | 102165.10 | 9.3112892 | 9.3205918 | 11 | 97880.79 | 477978.37 | 488327.07 | 9.9906974 | 10.6794082 |
| 50 | 20506.55 | 20951.81 | 102171.32 | 9.3118926 | 9.3212216 | 10 | 97874.83 | 477285.67 | 487649.07 | 9.9906710 | 10.6787784 |
| 51 | 20535.02 | 20982.18 | 102177.55 | 9.3124951 | 9.3218506 | 9 | 97868.86 | 476594.50 | 486972.99 | 9.9906445 | 10.6781494 |
| 52 | 20563.49 | 21012.55 | 102183.79 | 9.3130968 | 9.3223788 | 8 | 97862.88 | 475906.03 | 486298.83 | 9.9906180 | 10.6775212 |
| 53 | 20591.95 | 21042.92 | 102190.04 | 9.3136976 | 9.3231061 | 7 | 97856.89 | 475219.07 | 485626.57 | 9.9905914 | 10.6768939 |
| 54 | 20620.42 | 21073.31 | 102196.30 | 9.3142975 | 9.3237327 | 6 | 97850.90 | 474534.01 | 484956.21 | 9.9905648 | 10.6762673 |
| 55 | 20648.88 | 21103.69 | 102202.57 | 9.3148965 | 9.3243584 | 5 | 97844.90 | 473850.83 | 484287.74 | 9.9905382 | 10.6756416 |
| 56 | 20677.34 | 21134.07 | 102208.85 | 9.3154947 | 9.3249832 | 4 | 97838.89 | 473169.54 | 483621.14 | 9.9905115 | 10.6750168 |
| 57 | 20705.80 | 21164.46 | 102215.14 | 9.3160921 | 9.3256073 | 3 | 97832.87 | 472490.12 | 482956.43 | 9.9904848 | 10.6743927 |
| 58 | 20734.26 | 21194.86 | 102221.44 | 9.3166885 | 9.3262305 | 2 | 97826.84 | 471812.56 | 482293.57 | 9.9904580 | 10.6737695 |
| 59 | 20762.71 | 21225.25 | 102227.75 | 9.3172841 | 9.3268529 | 1 | 97820.80 | 471136.86 | 481632.58 | 9.9904312 | 10.6731471 |
| 60 | 20791.17 | 21255.65 | 102234.07 | 9.3178789 | 9.3274745 | 0 | 97814.76 | 470463.01 | 480973.43 | 9.9904044 | 10.6725255 |

20791.17

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tan. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | LogSin. | Log Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 24192.19 | 24932.80 | 103061.35 | 9.3836752 | 9.3967715 | 60 | 97029.57 | 401078.09 | 413356.55 | 9.9869041 | 10.6032289 |
| 1 | 24220.41 | 24963.70 | 103068.83 | 9.3841815 | 9.3973079 | 59 | 97022.53 | 400581.65 | 412874.87 | 9.9868726 | 10.6026911 |
| 2 | 24248.63 | 24994.60 | 103076.32 | 9.3846873 | 9.3978463 | 58 | 97015.48 | 400086.36 | 412394.35 | 9.9868410 | 10.6021537 |
| 3 | 24276.85 | 25025.51 | 103083.82 | 9.3851924 | 9.3983830 | 57 | 97008.42 | 399592.23 | 411914.98 | 9.9868094 | 10.6016170 |
| 4 | 24305.07 | 25056.42 | 103091.33 | 9.3856969 | 9.3989191 | 56 | 97001.35 | 399099.24 | 411436.75 | 9.9867778 | 10.6010809 |
| 5 | 24333.29 | 25087.34 | 103098.85 | 9.3862008 | 9.3994547 | 55 | 96994.28 | 398607.39 | 410959.67 | 9.9867461 | 10.6005453 |
| 6 | 24361.50 | 25118.26 | 103106.38 | 9.3867040 | 9.3999896 | 54 | 96987.20 | 398116.69 | 410483.74 | 9.9867144 | 10.6000104 |
| 7 | 24389.71 | 25149.19 | 103113.92 | 9.3872067 | 9.4005240 | 53 | 96980.11 | 397627.12 | 410008.93 | 9.9866827 | 10.5994760 |
| 8 | 24417.92 | 25180.12 | 103121.47 | 9.3877087 | 9.4010578 | 52 | 96973.01 | 397138.68 | 409535.26 | 9.9866509 | 10.5989422 |
| 9 | 24446.13 | 25211.06 | 103129.03 | 9.3882101 | 9.4015910 | 51 | 96965.90 | 396651.37 | 409062.73 | 9.9866191 | 10.5984090 |
| 10 | 24474.33 | 23242.00 | 103136.60 | 5.3887109 | 9.4021237 | 50 | 96958.79 | 396165.18 | 408591.30 | 9.9865872 | 10.5978763 |
| 11 | 24502.54 | 25272.94 | 103144.18 | 9.3892111 | 9.4026558 | 49 | 96951.67 | 395680.11 | 408121.00 | 9.9865553 | 10.5973442 |
| 12 | 24530.74 | 25303.89 | 103151.77 | 9.3897106 | 9.4031873 | 48 | 96944.54 | 395196.15 | 407651.81 | 9.9865233 | 10.5968127 |
| 13 | 24558.94 | 25334.84 | 103159.36 | 9.3902096 | 9.4037182 | 47 | 96937.40 | 394713.31 | 407183.74 | 9.9864913 | 10.5962818 |
| 14 | 24587.13 | 25365.80 | 103166.97 | 9.3907079 | 9.4042486 | 46 | 96930.25 | 394231.57 | 406716.77 | 9.9864593 | 10.5957514 |
| 15 | 24615.33 | 25396.76 | 103174.59 | 9.3912057 | 9.4047784 | 45 | 96923.09 | 393750.94 | 406250.91 | 9.9864273 | 10.5952216 |
| 16 | 24643.52 | 25427.73 | 103182.22 | 9.3917028 | 9.4053076 | 44 | 96915.92 | 393271.41 | 405786.15 | 9.9863952 | 10.5946924 |
| 17 | 24671.71 | 25458.70 | 103189.85 | 9.3921993 | 9.4058363 | 43 | 96908.75 | 392792.97 | 405322.49 | 9.9863630 | 10.5941637 |
| 18 | 24699.90 | 25489.68 | 103197.50 | 9.3926952 | 9.4063644 | 42 | 96901.37 | 392315.63 | 404859.92 | 9.9863308 | 10.5936356 |
| 19 | 24728.09 | 25520.66 | 103205.16 | 9.3931905 | 9.4068919 | 41 | 96894.38 | 391839.37 | 404398.42 | 9.9862986 | 10.5931081 |
| 20 | 24756.27 | 25551.65 | 103212.82 | 9.3936852 | 9.4074189 | 40 | 96887.18 | 391364.20 | 403938.04 | 9.9862663 | 10.5925811 |
| 21 | 24784.45 | 25582.64 | 103220.50 | 9.3941794 | 9.4079453 | 39 | 96879.98 | 390890.11 | 403478.72 | 9.9862340 | 10.5920547 |
| 22 | 24812.63 | 25613.63 | 103228.18 | 9.3946729 | 9.4084712 | 38 | 96872.77 | 390417.10 | 403020.48 | 9.9862017 | 10.5915288 |
| 23 | 24840.81 | 25644.63 | 103235.88 | 9.3951658 | 9.4089965 | 37 | 96865.55 | 389945.16 | 402562.32 | 9.9861693 | 10.5910035 |
| 24 | 24868.99 | 25675.63 | 103243.59 | 9.3956581 | 9.4095212 | 36 | 96858.32 | 389474.29 | 402107.22 | 9.9861369 | 10.5904788 |
| 25 | 24897.16 | 25706.64 | 103251.30 | 9.3961499 | 9.4100454 | 35 | 96851.08 | 389004.42 | 401652.19 | 9.9861045 | 10.5899546 |
| 26 | 24925.33 | 25737.66 | 103259.03 | 9.3966410 | 9.4105690 | 34 | 96843.83 | 388535.74 | 401198.23 | 9.9860720 | 10.5894310 |
| 27 | 24953.50 | 25768.68 | 103266.76 | 9.3971315 | 9.4110921 | 33 | 96836.57 | 388068.05 | 400745.32 | 9.9860394 | 10.5889079 |
| 28 | 24981.57 | 25799.70 | 103274.51 | 9.3976215 | 9.4116146 | 32 | 96829.31 | 387601.42 | 400293.47 | 9.9860069 | 10.5883854 |
| 29 | 25009.84 | 25830.73 | 103282.27 | 9.3981109 | 9.4121366 | 31 | 96822.04 | 387135.84 | 399842.67 | 9.9859742 | 10.5878634 |
| 30 | 25038.00 | 25861.76 | 103290.03 | 9.3985996 | 9.4126581 | 30 | 96814.76 | 386671.31 | 399392.92 | 9.9859416 | 10.5873419 |
| 31 | 25066.16 | 25892.80 | 103297.81 | 9.3990878 | 9.4131789 | 29 | 96807.47 | 386207.82 | 398944.21 | 9.9859089 | 10.5868212 |
| 32 | 25094.32 | 25923.84 | 103305.59 | 9.3995754 | 9.4136993 | 28 | 96800.18 | 385745.37 | 398496.54 | 9.9858762 | 10.5863007 |
| 33 | 25122.48 | 25954.88 | 163313.39 | 9.4000625 | 9.4142191 | 27 | 96792.88 | 385283.96 | 398049.91 | 9.9858434 | 10.5857809 |
| 34 | 25150.63 | 25985.93 | 103321.19 | 9.4005489 | 9.4147383 | 26 | 96785.57 | 384823.58 | 397604.31 | 9.9858106 | 10.5852617 |
| 35 | 25178.79 | 26016.99 | 103329.01 | 9.4010348 | 9.4152570 | 25 | 96778.25 | 384364.24 | 397159.75 | 9.9857777 | 10.5847430 |
| 36 | 25206.94 | 26048.05 | 103336.83 | 9.4015201 | 9.4157752 | 24 | 96770.92 | 383905.91 | 396716.21 | 9.9857449 | 10.5742248 |
| 37 | 25235.08 | 26079.11 | 103344.67 | 9.4020048 | 9.4162928 | 23 | 96763.58 | 383448.61 | 396273.69 | 9.9857119 | 10.5837072 |
| 38 | 25263.23 | 26110.18 | 103352.51 | 9.4024889 | 9.4168099 | 22 | 96756.23 | 382992.33 | 395832.19 | 9.9856790 | 10.5831901 |
| 39 | 25291.37 | 26141.26 | 103360.37 | 9.4029724 | 9.4173265 | 21 | 96748.88 | 382537.07 | 395391.71 | 9.9856460 | 10.5826735 |
| 40 | 25319.52 | 26172.34 | 103368.23 | 9.4034554 | 9.4178425 | 20 | 96741.52 | 382082.81 | 394952.24 | 9.9856129 | 10.5821575 |
| 41 | 25347.66 | 26203.42 | 103376.11 | 9.4039378 | 9.4183580 | 19 | 96734.15 | 381629.57 | 394513.79 | 9.9855798 | 10.5816420 |
| 42 | 25375.79 | 26234.51 | 103383.99 | 9.4044196 | 9.4188729 | 18 | 96726.77 | 381177.33 | 394076.33 | 9.9855467 | 10.5811271 |
| 43 | 25403.93 | 26265.60 | 103391.88 | 9.4049009 | 9.4193874 | 17 | 96719.38 | 380726.09 | 393639.88 | 9.9855135 | 10.5806126 |
| 44 | 25432.06 | 26296.70 | 103399.79 | 9.4053816 | 9.4199013 | 16 | 96711.99 | 380275.85 | 393204.43 | 9.9854803 | 10.5800987 |
| 45 | 25460.19 | 26327.80 | 103407.70 | 9.4058617 | 9.4204146 | 15 | 96704.59 | 379826.61 | 392769.97 | 9.9854471 | 10.5795854 |
| 46 | 25488.32 | 26358.91 | 103415.63 | 9.4063413 | 9.4209275 | 14 | 96697.18 | 379378.35 | 392336.51 | 9.9854138 | 10.5790725 |
| 47 | 25516.45 | 26390.02 | 103423.56 | 9.4068203 | 9.4214398 | 13 | 96689.76 | 378931.09 | 391904.03 | 9.9853805 | 10.5785602 |
| 48 | 25544.58 | 26421.14 | 103431.51 | 9.4072987 | 9.4219515 | 12 | 96682.33 | 378484.81 | 391472.54 | 9.9853471 | 10.5780485 |
| 49 | 25572.70 | 26452.26 | 103439.46 | 9.4077766 | 9.4214628 | 11 | 96674.90 | 378039.51 | 391042.03 | 9.9853138 | 10.5775372 |
| 30 | 25600.82 | 26483.39 | 103447.43 | 9.4082539 | 9.4229735 | 10 | 96667.46 | 377595.19 | 390612.50 | 9.9852803 | 10.5770263 |
| 51 | 25628.94 | 26514.52 | 103455.40 | 9.4087306 | 9.4234838 | 9 | 96660.01 | 377151.85 | 390183.95 | 9.9852468 | 10.5765162 |
| 52 | 25657.05 | 26545.66 | 103463.35 | 9.4092068 | 9.4239935 | 8 | 96652.59 | 376709.47 | 389756.37 | 9.9852133 | 10.5760065 |
| 53 | 25685.17 | 26576.80 | 103471.38 | 9.4096824 | 9.4245026 | 7 | 96645.08 | 376268.07 | 389329.76 | 9.9851798 | 10.5754974 |
| 54 | 25713.28 | 26607.94 | 103479.38 | 9.4101575 | 9.4250113 | 6 | 96637.60 | 375827.63 | 388904.11 | 9.9851462 | 10.5749887 |
| 35 | 25741.39 | 26639.09 | 103487.40 | 9.4106320 | 9.4255194 | 5 | 96630.12 | 375388.15 | 388479.43 | 9.9851125 | 10.5744806 |
| 56 | 25769.50 | 26670.25 | 103495.42 | 9.4111059 | 9.4260271 | 4 | 96622.63 | 374949.63 | 388055.70 | 9.9850789 | 10.5739729 |
| 57 | 25797.60 | 26701.41 | 103503.46 | 9.4115793 | 9.4265342 | 3 | 96615.13 | 374512.07 | 387632.93 | 9.9850452 | 10.5734658 |
| 58 | 25825.70 | 26732.57 | 103511.50 | 9.4120522 | 9.4270408 | 2 | 96607.62 | 374075.46 | 387211.12 | 9.9850114 | 10.5729592 |
| 39 | 25853.81 | 26763.74 | 103519.55 | 9.4125245 | 9.4275469 | 1 | 96600.10 | 373639.80 | 386790.25 | 9.9849776 | 10.5724532 |
| 60 | 25881.90 | 26794.92 | 103527.62 | 9.4129962 | 9.4280525 | 0 | 96592.58 | 373205.08 | 386370.33 | 9.9849438 | 10.5719475 |

25881.90

| Minut. | Sinus | Tang | Secant. | Log. Sin | Log.Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 25881.90 | 26794.92 | 103527.61 | 9.4129962 | 9.4280525 | 60 | 96592.58 | 373205.08 | 386370.33 | 9.9849438 | 10.5719475 |
| 1 | 25910.00 | 26826.10 | 103535.69 | 9.4134674 | 9.4285575 | 59 | 96585.05 | 372771.31 | 385951.35 | 9.9849099 | 10.5714425 |
| 2 | 25938.10 | 26857.28 | 103543.78 | 9.4139381 | 9.4290621 | 58 | 96577.51 | 372338.47 | 385533.32 | 9.9848760 | 10.5709379 |
| 3 | 25966.19 | 26888.47 | 103551.87 | 9.4144082 | 9.4295661 | 57 | 96569.96 | 371906.58 | 385116.22 | 9.9848420 | 10.5704339 |
| 4 | 25994.28 | 26919.67 | 103559.98 | 9.4148078 | 9.4300697 | 56 | 96562.40 | 371475.61 | 384700.05 | 9.9848081 | 10.5699303 |
| 5 | 26022.37 | 26950.87 | 103568.09 | 9.4153468 | 9.4305727 | 55 | 96554.83 | 371045.58 | 384284.82 | 9.9847740 | 10.5694273 |
| 6 | 26050.45 | 26982.07 | 103576.21 | 9.4158152 | 9.4310753 | 54 | 96547.26 | 370616.48 | 383870.51 | 9.9847400 | 10.5689247 |
| 7 | 26078.53 | 27013.28 | 103584.35 | 9.4162832 | 9.4315773 | 53 | 96539.68 | 370188.30 | 383457.13 | 9.9847059 | 10.5684227 |
| 8 | 26106.61 | 27044.49 | 103592.49 | 9.4167506 | 9.4320789 | 52 | 96532.09 | 369761.03 | 383044.67 | 9.9846717 | 10.5679211 |
| 9 | 26134.69 | 27075.71 | 103600.65 | 9.4172174 | 9.4325799 | 51 | 96524.49 | 369334.69 | 282633.13 | 9.9846375 | 10.5674201 |
| 10 | 26162.77 | 27106.93 | 103608.81 | 9.4176837 | 9.4330804 | 50 | 96516.88 | 368909.27 | 382222.51 | 9.9846033 | 10.5669196 |
| 11 | 26190.85 | 27138.16 | 103616.99 | 9.4181495 | 9.4335805 | 49 | 96509.27 | 368484.75 | 381812.80 | 9.9845690 | 10.5664195 |
| 12 | 26218.92 | 27169.40 | 103625.17 | 9.4186148 | 9.4340800 | 48 | 96501.65 | 368061.15 | 381404.19 | 9.9845347 | 10.5659200 |
| 13 | 26246.99 | 27200.64 | 103633.37 | 9.4190795 | 9.4345791 | 47 | 96494.02 | 367638.45 | 380996.10 | 9.9845004 | 10.5654209 |
| 14 | 26275.05 | 27231.88 | 103641.57 | 9.4195436 | 9.4350776 | 46 | 96486.38 | 367216.65 | 380589.11 | 6.9844660 | 10.5649224 |
| 15 | 26303.12 | 27263.13 | 103649.79 | 9.4200073 | 9.4355757 | 45 | 95478.74 | 366795.76 | 350183.01 | 9.9844316 | 10.5644243 |
| 16 | 26331.18 | 27294.38 | 103658.01 | 9.4204704 | 9.4360733 | 44 | 96471.07 | 366375.75 | 376777.82 | 9.9843971 | 10.5639267 |
| 17 | 26359.24 | 27325.64 | 103666.25 | 9.4209330 | 9.4365704 | 43 | 96463.41 | 365956.65 | 379473.52 | 9.9843626 | 10.5634296 |
| 18 | 26387.30 | 27356.90 | 103674.49 | 9.4213950 | 9.4370670 | 42 | 96455.74 | 365538.44 | 378970.11 | 9.9843281 | 10.5629330 |
| 19 | 26415.36 | 27388.17 | 103682.75 | 9.4218566 | 9.4375631 | 41 | 96448.06 | 365121.11 | 378567.60 | 9.9842935 | 10.5624369 |
| 20 | 26443.42 | 27419.44 | 103691.01 | 9.4223176 | 9.4380587 | 40 | 96440.37 | 364704.67 | 378165.96 | 9.9842589 | 10.5619413 |
| 21 | 26471.47 | 27450.72 | 103699.29 | 9.4227780 | 9.4385538 | 39 | 96432.67 | 314289.11 | 377765.22 | 9.9842242 | 10.5614462 |
| 22 | 26499.53 | 27482.01 | 103707.57 | 9.4232380 | 9.4390485 | 38 | 96424.97 | 363874.44 | 377365.35 | 9.9841895 | 10.5609515 |
| 23 | 26527.57 | 27513.30 | 103715.87 | 9.4236974 | 9.4395426 | 37 | 96417.26 | 363460.64 | 376966.36 | 9.9841548 | 10.5604574 |
| 24 | 26555.61 | 27544.59 | 103724.17 | 9.4241563 | 9.4400363 | 36 | 96409.54 | 363047.77 | 376568.24 | 9.9841200 | 10.5599637 |
| 25 | 26583.65 | 27575.89 | 103732.49 | 9.4246147 | 9.4405295 | 35 | 96401.81 | 362635.66 | 376171.00 | 9.9840852 | 10.5593705 |
| 26 | 26611.69 | 27607.19 | 103740.82 | 9.4250726 | 9.4410222 | 34 | 96394.07 | 362224.47 | 375774.62 | 9.9840503 | 10.5589778 |
| 27 | 26639.73 | 27638.50 | 103749.15 | 9.4255299 | 9.4415145 | 33 | 96386.33 | 361814.15 | 375379.11 | 9.9840154 | 10.5584855 |
| 28 | 26667.77 | 27669.81 | 103757.50 | 9.4259867 | 9.4420062 | 32 | 92378.58 | 361404.69 | 374984.47 | 9.9839805 | 10.5579938 |
| 29 | 26695.41 | 27701.13 | 103765.85 | 9.4264430 | 9.4424975 | 31 | 96370.82 | 360996.09 | 374590.68 | 9.9839455 | 10.5575025 |
| 30 | 26723.84 | 27732.45 | 103774.22 | 9.4268988 | 9.4429883 | 30 | 95363.05 | 360588.35 | 374197.75 | 9.9839105 | 10.5570117 |
| 31 | 26751.87 | 27763.78 | 103782.60 | 9.4273540 | 9.4434786 | 29 | 96355.27 | 360181.46 | 373805.68 | 9.9838755 | 10.5565214 |
| 32 | 26779.89 | 27795.12 | 103790.98 | 9.4278089 | 9.4439685 | 28 | 96347.48 | 359775.43 | 373414.46 | 9.9838404 | 10.5560315 |
| 33 | 26807.92 | 27826.46 | 103799.38 | 9.4282631 | 9.4444579 | 27 | 96339.69 | 359370.24 | 373024.09 | 9.9838052 | 10.5555421 |
| 34 | 26835.94 | 27857.80 | 103807.79 | 9.4287169 | 9.4449468 | 26 | 96331.89 | 358965.90 | 372634.57 | 9.9837701 | 10.5550532 |
| 35 | 26863.96 | 27889.15 | 103816.21 | 9.4291701 | 9.4454352 | 25 | 96324.08 | 358562.41 | 372245.89 | 9.9837348 | 10.5545648 |
| 36 | 26891.98 | 27920.50 | 103824.63 | 9.4296228 | 9.4459232 | 24 | 96316.26 | 358159.75 | 371858.05 | 9.9836996 | 10.5540768 |
| 37 | 22920.00 | 27951.86 | 103833.07 | 9.4300750 | 9.4464107 | 23 | 96308.43 | 357757.94 | 331471.05 | 9.9836643 | 10.5535893 |
| 38 | 26948.01 | 27983.22 | 103841.52 | 9.4305267 | 9.4468978 | 22 | 96300.59 | 357356.96 | 371084.59 | 9.9836290 | 10.5531122 |
| 39 | 26976.02 | 28014.59 | 103849.98 | 9.4309779 | 9.4473843 | 21 | 96292.75 | 356956.81 | 370699.56 | 9.9835936 | 10.5526157 |
| 40 | 27004.03 | 28045.97 | 103858.44 | 9.4314286 | 9.4478704 | 20 | 96284.90 | 356557.49 | 370315.06 | 9.9835582 | 10.5521296 |
| 41 | 27032.04 | 28077.35 | 103866.92 | 9.4318788 | 9.4483561 | 19 | 96277.04 | 356159.00 | 369931.39 | 9.9835227 | 10.5516439 |
| 42 | 27060.04 | 28108.73 | 103875.41 | 9.4323285 | 9.4488413 | 18 | 96269.17 | 355761.33 | 369548.54 | 9.9834872 | 10.5511587 |
| 43 | 27088.05 | 28140.12 | 103883.91 | 9.4327777 | 9.4493260 | 17 | 96261.30 | 355364.49 | 369166.52 | 9.9834517 | 10.5506740 |
| 44 | 27116.05 | 28171.52 | 103892.42 | 9.4332264 | 9.4498102 | 16 | 96253.42 | 354968.46 | 368785.32 | 9.9834161 | 10.5501898 |
| 45 | 27144.04 | 28202.92 | 103900.94 | 9.4336746 | 9.4502940 | 15 | 96245.53 | 354573.25 | 368404.93 | 9.9833805 | 10.5497060 |
| 46 | 27172.04 | 28234.32 | 103909.47 | 9.4341223 | 9.4507774 | 14 | 94247.63 | 354178.86 | 368025.36 | 9.9833449 | 10.5492226 |
| 47 | 27200.03 | 28265.73 | 103918.00 | 9.4345694 | 9.4512602 | 13 | 96229.72 | 353785.28 | 367646.60 | 9.9833092 | 10.5487398 |
| 48 | 27228.02 | 28297.15 | 103926.53 | 9.4350161 | 9.4517427 | 12 | 96221.80 | 353392.51 | 367268.65 | 9.9832735 | 10.5482573 |
| 49 | 27256.01 | 28328.57 | 103935.11 | 9.4354623 | 9.4522246 | 11 | 96213.87 | 353000.54 | 366891.51 | 9.9832377 | 10.5477754 |
| 50 | 27284.00 | 28359.99 | 103943.68 | 9.4359080 | 9.4527061 | 10 | 96205.94 | 352609.38 | 366515.18 | 9.9832019 | 10.5472939 |
| 51 | 27311.98 | 28391.42 | 103952.26 | 9.4363532 | 9.4531872 | 9 | 96198.00 | 352219.02 | 366139.64 | 9.9831661 | 10.5468128 |
| 52 | 27339.96 | 28422.86 | 103960.85 | 9.4367980 | 9.4536678 | 8 | 95190.05 | 351829.46 | 365764.91 | 9.9831302 | 10.5463322 |
| 53 | 27367.94 | 28454.30 | 103969.45 | 9.4372422 | 9.4541479 | 7 | 96182.69 | 351440.70 | 365390.97 | 9.9830942 | 10.5458521 |
| 54 | 27395.92 | 28485.75 | 103978.06 | 9.4376859 | 9.4546276 | 6 | 96174.13 | 391052.73 | 365017.83 | 9.9830583 | 10.5453724 |
| 55 | 27423.90 | 28517.20 | 103986.69 | 9.4381292 | 9.4551069 | 5 | 96166.16 | 350665.55 | 364545.48 | 9.9830223 | 10.5448931 |
| 56 | 27451.87 | 28548.66 | 103995.32 | 9.4385719 | 9.4555857 | 4 | 96158.18 | 350279.16 | 364273.92 | 9.9829862 | 10.5444143 |
| 57 | 27479.84 | 28580.12 | 104003.96 | 9.4390142 | 9.4560641 | 3 | 96150.19 | 349893.56 | 363903.15 | 9.9829501 | 10.5439359 |
| 58 | 27507.81 | 28611.59 | 104012.61 | 9.4394560 | 9.4565420 | 2 | 96142.19 | 349508.74 | 363533.16 | 9.9829140 | 10.5434580 |
| 59 | 27535.78 | 28643.06 | 104021.27 | 9.4398973 | 9.4570194 | 1 | 96134.18 | 349124.70 | 363163.95 | 9.9828778 | 10.5429806 |
| 60 | 27563.74 | 28674.54 | 104029.94 | 9.4403381 | 9.4574964 | 0 | 96126.17 | 348741.44 | 362795.53 | 9.9828416 | 10.5425036 |

# Grad. 0. — 89. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin. | Log.Tang | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 0 | 0 | 100000.00 | 0 | 0 | 60 | 10000000 | Infinit. | Infinit. | 10.0000000 | Infinit. |
| 1 | 29.09 | 29.09 | 100000.00 | 6.4637261 | 6.463726 | 59 | 99999.99 | 343774667. | 343774682. | 9.9999999 | 13.5362739 |
| 2 | 58.18 | 58.18 | 100000.02 | 6.7647561 | 6.7647562 | 58 | 99999.98 | 171887319. | 171887348. | 9.9999999 | 13.2352438 |
| 3 | 87.27 | 87.27 | 100000.04 | 6.9408473 | 6.94084[illegible] | 57 | 99999.96 | 114591530. | 114591574. | 9.9999998 | 13.0591525 |
| 4 | 116.36 | 116.36 | 100000.07 | 7.0657860 | 7.065786[illegible] | 56 | 99999.93 | 85943630. | 85943689. | 9.9999997 | 12.9342137 |
| 5 | 145.44 | 145.44 | 100000.11 | 7.1626960 | 7.162696 | 55 | 99999.89 | 68754[illegible]7. | 68754960. | 9.9999995 | 12.8373036 |
| 6 | 174.53 | 174.53 | 100000.16 | 7.2418771 | 7.241877[illegible] | 54 | 99999.85 | 57295721. | 57295809. | 9.9999993 | 12.7581222 |
| 7 | 203.62 | 203.62 | 100000.21 | 7.3088239 | 7.308824[illegible] | 53 | 99999.79 | 49110600. | 49110702. | 9.9999991 | 12.6911752 |
| 8 | 232.71 | 232.71 | 100000.27 | 7.3668157 | 7.366816[illegible] | 52 | 95999.73 | 42971757. | 42971873. | 9.9999988 | 12.6331831 |
| 9 | 261.80 | 261.80 | 100000.34 | 7.4179681 | 7.417969 | 51 | 99999.66 | 38197099. | 38197230. | 9.9999985 | 12.5820304 |
| 10 | 290.89 | 290.89 | 100000.42 | 7.4637255 | 7.463727[illegible] | 50 | 99599.58 | 34377371. | 34377516. | 9.9999982 | 12.5362727 |
| 11 | 319.98 | 319.98 | 100000.51 | 7.5051181 | 7.505120[illegible] | 49 | 99999.49 | 31252137. | 31252297. | 9.9999978 | 12.4948797 |
| 12 | 349.06 | 349.07 | 100000.61 | 7.5419065 | 7.5429091 | 48 | 99999.39 | 28647773. | 28647948. | 9.9999974 | 12.4570909 |
| 13 | 378.15 | 378.16 | 100000.72 | 7.5776684 | 7.5776715 | 47 | 99999.28 | 26444080. | 26444269. | 9.999[illegible]960 | 12.4223285 |
| 14 | 407.24 | 407.25 | 100000.83 | 7.6098530 | 7.6098566 | 46 | 99999.17 | 24555198. | 24555402. | 9.9999964 | 12.3901434 |
| 15 | 436.33 | 436.33 | 100000.95 | 7.6398160 | 7.6398201 | 45 | 99999.05 | 22918166. | 22918385. | 9.9999959 | 12.3601799 |
| 16 | 465.42 | 465.42 | 100001.08 | 7.6678445 | 7.6678492 | 44 | 99998.92 | 21485762. | 21485995. | 9.9999953 | 12.3321508 |
| 17 | 494.51 | 494.51 | 100001.22 | 7.6941733 | 7.6941786 | 43 | 99998.78 | 20221875. | 20222122. | 9.9999947 | 12.3058214 |
| 18 | 523.60 | 523.60 | 100001.37 | 7.7189966 | 7.7190026 | 42 | 99998.63 | 19098419. | 19098680. | 9.9999940 | 12.2809974 |
| 19 | 552.68 | 552.69 | 100001.53 | 7.7424775 | 7.7424841 | 41 | 99998.47 | 18093220. | 18093496. | 9.9999934 | 12.2575159 |
| 20 | 581.77 | 581.78 | 100001.70 | 7.7647537 | 7.7647610 | 40 | 99998.31 | 17188540. | 17188831. | 9.9999927 | 12.2352390 |
| 21 | 610.86 | 610.87 | 100001.87 | 7.7859427 | 7.7856508 | 39 | 99998.13 | 16370019. | 16370325. | 9.99999 9 | 12.2140492 |
| 22 | 639.95 | 639.96 | 100002.05 | 7.8061458 | 7.8061547 | 38 | 99997.95 | 15625908. | 15626228. | 9.9999911 | 12.1938453 |
| 22 | 669.04 | 669.05 | 100002.24 | 7.8254507 | 7.8254604 | 37 | 99997.76 | 14946502. | 14946837. | 9.9999903 | 12.1745396 |
| 24 | 698.13 | 698.14 | 100002.44 | 7.8439338 | 7.8439444 | 36 | 99997.56 | 14323712. | 14324061. | 9.9999894 | 12.1560556 |
| 25 | 727.21 | 727.23 | 100002.65 | 7.8616623 | 7.8616738 | 35 | 99997.36 | 13750745. | 13751108. | 9.9999885 | 12.1383262 |
| 26 | 756.30 | 756.32 | 100002.86 | 7.8786953 | 7.8787077 | 34 | 99997.14 | 13221351. | 13222229. | 9.9999876 | 12.1212923 |
| 27 | 785.39 | 785.41 | 100003.08 | 7.8950854 | 7.8950988 | 33 | 99996.92 | 12732134. | 12732526. | 9.9999866 | 12.1049012 |
| 28 | 814.48 | 814.50 | 100003.31 | 7.9108793 | 7.9108938 | 32 | 99996.68 | 12277396. | 12277803. | 9.9999856 | 12.0891062 |
| 29 | 843.57 | 843.60 | 100003.55 | 7.9261190 | 7.9261344 | 31 | 99996.44 | 11854018. | 11854440. | 9.9999845 | 12.0738656 |
| 30 | 872.65 | 872.69 | 100003.80 | 7.9408419 | 7.9408584 | 30 | 99996.19 | 11458865. | 11459301. | 9.9999835 | 12.0591416 |
| 31 | 901.74 | 901.78 | 100004.06 | 7.9550819 | 7.9550996 | 29 | 99995.93 | 11059205.1 | 11089656.0 | 9.9999823 | 12.0449004 |
| 32 | 930.83 | 930.87 | 100004.33 | 7.9688698 | 7.9688836 | 28 | 99995.66 | 10742642.4 | 10743113.8 | 9.9999812 | 12.0311114 |
| 33 | 959.92 | 959.96 | 100004.61 | 7.9822334 | 7.9822534 | 27 | 99995.39 | 10417094.5 | 10417574.5 | 9.9999800 | 12.0177466 |
| 34 | 989.00 | 989.05 | 100004.89 | 7.9951980 | 7.9952192 | 26 | 99995.11 | 10110690.2 | 10111184.8 | 9.9999788 | 12.0047808 |
| 35 | 1018.09 | 1018.14 | 100005.18 | 8.0077867 | 8.0078092 | 25 | 99994.82 | 9821794.3 | 9822303.3 | 9.9999775 | 11.9921908 |
| 36 | 1047.18 | 1047.24 | 100005.48 | 8.0200207 | 8.0200445 | 24 | 99994.52 | 9548947.5 | 9549471.1 | 9.9999762 | 11.9799555 |
| 37 | 1076.27 | 1076.33 | 100005.79 | 8.0319195 | 8.0319446 | 23 | 99994.21 | 9290848.7 | 9291386.9 | 9.9999748 | 11.9680554 |
| 38 | 1105.35 | 1105.42 | 100006.11 | 8.0435009 | 8.0435274 | 22 | 99993.89 | 9046333.6 | 9046886.3 | 9.9999735 | 11.9564726 |
| 39 | 1134.44 | 1134.51 | 100006.44 | 8.0547814 | 8.0548094 | 21 | 99993.56 | 8814357.2 | 8814924.4 | 9.9999721 | 11.9451906 |
| 40 | 1163.53 | 1163.61 | 100006.77 | 8.0657763 | 8.0658057 | 20 | 99993.23 | 8593979.1 | 8594560.9 | 9.9999706 | 11.9341943 |
| 41 | 1192.61 | 1192.70 | 100007.11 | 8.0764997 | 8.0765306 | 19 | 99992.89 | 8384350.7 | 8384947.0 | 9.9999691 | 11.9234694 |
| 42 | 1221.70 | 1221.79 | 100007.46 | 8.0869646 | 8.0869970 | 18 | 99992.54 | 8184704.1 | 8185315.0 | 9.9999676 | 11.9130030 |
| 43 | 1250.79 | 1250.88 | 100007.82 | 8.0971832 | 8.0972172 | 17 | 99992.18 | 7994343.0 | 7994968.4 | 9.9999660 | 11.9027828 |
| 44 | 1279.87 | 1279.98 | 100008.19 | 8.1071669 | 8.1072025 | 16 | 99991.81 | 7812634.2 | 7813274.2 | 9.9999644 | 11.8927975 |
| 45 | 1308.96 | 1309.07 | 100008.57 | 8.1169262 | 8.1169634 | 15 | 99991.43 | 7639000.9 | 7639655.4 | 9.9999628 | 11.8830366 |
| 46 | 1338.05 | 1338.17 | 100008.96 | 8.1264716 | 8.1265099 | 14 | 99991.04 | 7472916.5 | 7473585.6 | 9.9999611 | 11.8734901 |
| 47 | 1367.13 | 1367.26 | 100009.35 | 8.1358104 | 8.1358510 | 13 | 99990.65 | 7313899.1 | 7314582.7 | 9.9999594 | 11.8641490 |
| 48 | 1396.22 | 1396.35 | 100009.75 | 8.1449532 | 8.1449956 | 12 | 99990.25 | 7161507.0 | 7162205.2 | 9.9999577 | 11.8550044 |
| 49 | 1425.30 | 1425.45 | 100010.16 | 8.1539075 | 8.1539516 | 11 | 99989.84 | 7015334.6 | 7016047.4 | 9.9999559 | 11.8460484 |
| 50 | 1454.39 | 1454.54 | 100010.58 | 8.1626808 | 8.1627267 | 10 | 99989.42 | 6875008.7 | 6875736.0 | 9.9999541 | 11.8372753 |
| 51 | 1483.48 | 1483.64 | 100011.01 | 8.1712804 | 8.1713282 | 9 | 99988.99 | 6740185.5 | 6740927.2 | 9.9999522 | 11.8286718 |
| 52 | 1512.56 | 1512.78 | 100011.45 | 8.1797129 | 8.1797626 | 8 | 99988.55 | 6610547.3 | 6611303.6 | 9.9999503 | 11.8202374 |
| 53 | 1541.65 | 1541.83 | 100011.89 | 8.1879848 | 8.1880364 | 7 | 99988.[illegible] | 6485800.8 | 6486571.6 | 9.9999484 | 11.8119636 |
| 54 | 1570.73 | 1570.93 | 100012.34 | 8.1961020 | 8.1961556 | 6 | 99987.66 | 6365674.1 | 6366459.5 | 9.9999464 | 11.8038444 |
| 55 | 1599.82 | 1600.02 | 100012.80 | 8.2040703 | 8.2041259 | 5 | 99987.20 | 6249915.4 | 6250715.3 | 9.9999444 | 11.7958741 |
| 56 | 1628.90 | 1629.12 | 100013.27 | 8.2118949 | 8.2119526 | 4 | 99986.73 | 6138290.5 | 6139105.0 | 9.9999424 | 11.7880474 |
| 57 | 1657.99 | 1658.21 | 100013.75 | 8.2195811 | 8.2196408 | 3 | 99986.25 | 6030582.0 | 6031411.0 | 9.9999403 | 11.78035[illegible] |
| 58 | 1687.07 | 1687.31 | 100014.24 | 8.2271335 | 8.2271953 | 2 | 99985.76 | 5926587.2 | 5927430.8 | 9.9999382 | 11.7728047 |
| 59 | 1716.16 | 1716.41 | 100014.73 | 8.2345568 | 8.2346208 | 1 | 99985.27 | 5826117.4 | 5826975.5 | 9.9999360 | 11.7653792 |
| 60 | 1745.24 | 1745.51 | 100015.23 | 8.2418553 | 8.2410215 | 0 | 99984.77 | 5728996.1 | 5729868.9 | 9.9999338 | 11.7580785 |

## Grad. 1.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1745.24 | 1745.51 | 100015.23 | 8.2418553 | 8.2419215 |
| 1 | 1774.32 | 1774.60 | 100015.74 | 8.2490332 | 8.2491015 |
| 2 | 1803.41 | 1803.70 | 100016.26 | 8.2560943 | 8.2561649 |
| 3 | 1832.49 | 1832.80 | 100016.76 | 8.2630424 | 8.2631153 |
| 4 | 1861.58 | 1861.90 | 100017.33 | 8.2698810 | 8.2699563 |
| 5 | 1890.66 | 1891.00 | 100017.88 | 8.2766136 | 8.2766912 |
| 6 | 1919.74 | 1920.10 | 100018.43 | 8.2832434 | 8.2833234 |
| 7 | 1948.83 | 1949.20 | 100018.99 | 8.2897734 | 8.2898559 |
| 8 | 1977.91 | 1978.30 | 100019.56 | 8.2962067 | 8.2962917 |
| 9 | 2006.99 | 2007.40 | 100020.14 | 8.3025460 | 8.3026335 |
| 10 | 2036.08 | 2036.50 | 100020.73 | 8.3087941 | 8.3088842 |
| 11 | 2065.16 | 2065.60 | 100021.33 | 8.3149536 | 8.3150462 |
| 12 | 2094.24 | 2094.70 | 100021.94 | 8.3210269 | 8.3211221 |
| 13 | 2123.32 | 2123.80 | 100022.55 | 8.3270163 | 8.3271143 |
| 14 | 2152.41 | 2152.91 | 100023.17 | 8.3329243 | 8.3330249 |
| 15 | 2181.49 | 2182.01 | 100023.80 | 8.3387529 | 8.3388563 |
| 16 | 2210.57 | 2211.11 | 100024.44 | 8.3445043 | 8.3446105 |
| 17 | 2239.65 | 2240.21 | 100025.09 | 8.3501805 | 8.3502895 |
| 18 | 2268.73 | 2269.32 | 100025.75 | 8.3557835 | 8.3558953 |
| 19 | 2297.81 | 2298.42 | 100026.41 | 8.3613150 | 8.3614297 |
| 20 | 2326.90 | 2327.53 | 100027.08 | 8.3667769 | 8.3668945 |
| 21 | 2355.98 | 2356.63 | 100027.76 | 8.3721710 | 8.3722915 |
| 22 | 2385.05 | 2385.74 | 100028.45 | 8.3774988 | 8.3776223 |
| 23 | 2414.14 | 2414.84 | 100029.15 | 8.3827620 | 8.3828886 |
| 24 | 2443.22 | 2443.95 | 100029.86 | 8.3879622 | 8.3880918 |
| 25 | 3472.30 | 2473.05 | 100030.58 | 8.3931008 | 8.3932336 |
| 26 | 2501.38 | 2502.16 | 100031.30 | 8.3981795 | 8.3983152 |
| 27 | 2530.46 | 2531.27 | 100032.03 | 8.4031990 | 8.4033381 |
| 28 | 2559.54 | 2560.38 | 100032.77 | 8.4081614 | 8.4083037 |
| 29 | 2588.52 | 2589.48 | 100033.52 | 4.4130676 | 8.4132732 |
| 30 | 2617.69 | 2618.59 | 100034.28 | 8.4179190 | 8.4180679 |
| 31 | 2646.77 | 2647.70 | 100035.05 | 8.4227168 | 8.4228690 |
| 32 | 2675.85 | 2676.81 | 100035.82 | 8.4274621 | 8.4276176 |
| 33 | 2704.93 | 2705.92 | 100036.60 | 8.4321561 | 8.4323150 |
| 34 | 2734.01 | 2735.03 | 100037.39 | 8.4367999 | 8.4369622 |
| 35 | 2763.09 | 2764.14 | 100038.19 | 8.4413944 | 8.4415603 |
| 36 | 2792.16 | 2793.25 | 100039.00 | 8.4459409 | 8.4461103 |
| 37 | 2821.24 | 2822.36 | 100039.82 | 8.4504402 | 8.4506131 |
| 38 | 2850.32 | 2851.48 | 100040.65 | 8.4548934 | 8.4550699 |
| 39 | 2879.40 | 2880.59 | 100041.48 | 8.4593013 | 8.4594814 |
| 40 | 2908.47 | 2909.70 | 100042.32 | 8.4636649 | 8.4638486 |
| 41 | 2937.55 | 2938.82 | 100043.17 | 8.4679850 | 8.4681725 |
| 42 | 2966.62 | 2967.93 | 100044.03 | 8.4722626 | 8.4724538 |
| 43 | 2995.70 | 2997.05 | 100044.90 | 8.4764984 | 8.4766933 |
| 44 | 3024.78 | 3026.16 | 100045.78 | 8.4806932 | 8.4808920 |
| 45 | 3053.85 | 3055.28 | 100046.67 | 8.4848479 | 8.4850505 |
| 46 | 3082.93 | 3084.39 | 100047.56 | 8.4889632 | 8.4891696 |
| 47 | 3112.00 | 3113.51 | 100048.46 | 8.4930398 | 8.4932502 |
| 48 | 3141.08 | 3142.63 | 100049.37 | 8.4970784 | 8.4972928 |
| 49 | 3170.15 | 3171.74 | 100050.29 | 8.5010798 | 8.5012982 |
| 50 | 3199.22 | 3200.86 | 100051.22 | 8.5050447 | 8.5052671 |
| 51 | 3228.30 | 3229.98 | 100052.15 | 8.5089736 | 8.5092001 |
| 52 | 3257.37 | 3259.10 | 100053.09 | 8.5128673 | 8.5130978 |
| 53 | 3286.44 | 3288.23 | 100054.05 | 8.5127264 | 8.5169610 |
| 54 | 3315.52 | 3317.34 | 100055.01 | 8.5205514 | 8.5207902 |
| 55 | 3344.59 | 3346.46 | 100055.98 | 8.5243430 | 8.5245860 |
| 56 | 3373.66 | 3375.58 | 100056.96 | 8.5281017 | 8.5283490 |
| 57 | 3402.73 | 3404.71 | 100057.95 | 8.5318281 | 8.5320797 |
| 58 | 3431.81 | 3433.83 | 100058.94 | 8.5355228 | 8.5357787 |
| 59 | 3460.88 | 3462.95 | 100059.94 | 8.5391863 | 8.5394466 |
| 60 | 3489.95 | 3492.08 | 100060.95 | 8.5428192 | 8.5430838 |

## 88. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 99984.77 | 5728996.16 | 5729868.85 | 9.9999338 | 11.7580785 |
| 59 | 99984.26 | 5635058.96 | 5635946.19 | 9.9999316 | 11.7508985 |
| 58 | 99983.74 | 5544151.67 | 5545053.45 | 9.9999294 | 11.7438351 |
| 57 | 99983.21 | 5456130.03 | 5457046.35 | 9.9999271 | 11.7368847 |
| 56 | 99982.67 | 5370858.75 | 5371789.62 | 9.9999247 | 11.7300437 |
| 55 | 99981.12 | 5288210.91 | 5289156.37 | 9.9999224 | 11.7233038 |
| 54 | 99981.57 | 5208067.26 | 5209027.22 | 9.9999200 | 11.7166766 |
| 53 | 99981.01 | 5130315.66 | 5131290.17 | 9.9999175 | 11.7101441 |
| 52 | 99980.44 | 5054850.59 | 5055839.65 | 9.9999150 | 11.7037033 |
| 51 | 99979.86 | 4981572.64 | 4982576.23 | 9.9999125 | 11.6973665 |
| 50 | 99979.27 | 4910388.06 | 4911406.20 | 9.9999100 | 11.6911158 |
| 49 | 99978.67 | 4841208.41 | 4842242.10 | 9.9999074 | 11.6849538 |
| 48 | 99978.06 | 4773930.14 | 4774997.38 | 9.9999047 | 11.6788779 |
| 47 | 99977.45 | 4708534.30 | 4709596.08 | 9.9999021 | 11.6728857 |
| 46 | 99976.83 | 4644686.20 | 4645962.53 | 9.9998994 | 11.6669751 |
| 45 | 99976.20 | 4582935.12 | 4584025.99 | 9.9998966 | 11.6611437 |
| 44 | 99975.56 | 4522614.07 | 4523719.49 | 9.9998939 | 11.6553895 |
| 43 | 99974.91 | 4463859.56 | 4464979.52 | 9.9998911 | 11.6497105 |
| 42 | 99974.25 | 4406611.32 | 4407745.83 | 9.9998882 | 11.6441047 |
| 41 | 99973.59 | 4350812.16 | 4351961.22 | 9.9998853 | 11.6385703 |
| 40 | 99972.92 | 4295407.73 | 4297571.34 | 9.9998824 | 11.6331055 |
| 39 | 99972.24 | 4243346.39 | 4244524.54 | 9.9998794 | 11.6277085 |
| 38 | 99971.55 | 4191558.99 | 4192771.68 | 9.9998764 | 11.6223777 |
| 37 | 99970.85 | 4141058.76 | 4142266.[illegible] | 9.9998734 | 11.61711 4 |
| 36 | 99970.14 | 4091741.16 | 4092952.95 | 9.9998703 | 11.61190 2 |
| 35 | 99969.43 | 4043583.75 | 4044820.09 | 9.9998672 | 11.6057664 |
| 34 | 99968.71 | 3995545.05 | 3997796.94 | 9.9998641 | 11.6016048 |
| 33 | 99967.98 | 3950509.46 | 3951854.89 | 9.9998609 | 11.5966619 |
| 32 | 99967.24 | 3905677.11 | 3906957.09 | 9.9998577 | 11.5916963 |
| 31 | 99966.49 | 3861773.81 | 386306 .34 | 9.9998544 | 11.5867868 |
| 30 | 99965.73 | 3818845.93 | 3820155.00 | 9.9998512 | 11.5819321 |
| 29 | 99964.96 | 3776861.30 | 3778184.92 | 9.9998478 | 11.5771310 |
| 28 | 99964.19 | 3735789.17 | 3737127.34 | 9.9998445 | 11.5723824 |
| 27 | 99963.41 | 3695600.11 | 3696952.82 | 9.9998411 | 11.5676850 |
| 26 | 99962.62 | 3656267.92 | 3657633.18 | 9.9998376 | 11.5630378 |
| 25 | 99961.82 | 3617759.62 | 3619141.43 | 9.9998342 | 11.5584397 |
| 24 | 99961.01 | 3580055.33 | 3581451.68 | 9.9998306 | 11.5538897 |
| 23 | 99960.19 | 3543128.25 | 3544539.15 | 9.9998271 | 11.5493869 |
| 22 | 99959.36 | 3506954.58 | 3508380.03 | 9.9998235 | 11.5449301 |
| 21 | 99958.53 | 3471511.50 | 3472951.50 | 9.9998199 | 11.5405186 |
| 20 | 99957.69 | 3436777.09 | 3438231.63 | 9.9998162 | 11.5361514 |
| 19 | 99956.84 | 3402730.29 | 3404199.39 | 9.9998125 | 11.5318275 |
| 18 | 99955.98 | 3369350.89 | 3370834.53 | 9.9998088 | 11.5275462 |
| 17 | 99955.11 | 3336619.45 | 3338117.63 | 9.9998050 | 11.5233067 |
| 16 | 99954.24 | 3304517.27 | 3306030.00 | 9.9998012 | 11.5191080 |
| 15 | 99953.36 | 3273026.37 | 3274553.65 | 9.9997974 | 11.5149495 |
| 14 | 99952.47 | 3242129.46 | 3243671.29 | 9.9997935 | 11.5108304 |
| 13 | 99951.57 | 3211809.88 | 3213366.26 | 9.9997896 | 11.5067498 |
| 12 | 99950.66 | 3182051.60 | 3183622.52 | 9.9997856 | 11.5027072 |
| 11 | 99949.74 | 3152839.16 | 3154424.63 | 9.9997817 | 11.4987018 |
| 10 | 99948.81 | 3124157.67 | 3125757.70 | 9.9997776 | 11.4947329 |
| 9 | 99947.88 | 3095992.80 | 3097607.37 | 9.9997736 | 11.4907999 |
| 8 | 99946.94 | 3068330.70 | 3069956.82 | 9.9997695 | 11.4869022 |
| 7 | 99945.99 | 3041158.02 | 3042801.69 | 9.9997653 | 11.4830387 |
| 6 | 99945.03 | 3014461.89 | 3016120.10 | 9.9997612 | 11.4792098 |
| 5 | 99944.06 | 2988229.86 | 2989902.63 | 9.9997570 | 11.4754140 |
| 4 | 99943.08 | 2962449.95 | 2964137.26 | 9.9997527 | 11.4716510 |
| 3 | 99942.09 | 2937110.55 | 2938812.41 | 9.9997484 | 11.4679203 |
| 2 | 99941.09 | 2912200.47 | 2913916.88 | 9.9997441 | 11.4642213 |
| 1 | 99940.09 | 2887708.88 | 2889439.84 | 9.9997398 | 11.4605534 |
| 0 | 99939.08 | 2863625.33 | 2865370.83 | 9.9997354 | 11.4569162 |

| Minut. | Sinus | Tang | Secant. | Log.Sin. | Log.Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sni | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 3489.95 | 3492.08 | 100060.95 | 8.3428192 | 8.5430838 | 60 | 99939.08 | 2863625.33 | 2865370.83 | 9.9997354 | 11.4369162 |
| 1 | 3519.02 | 3521.20 | 100061.97 | 8.5464218 | 8.5466909 | 59 | 99938.06 | 2839939.69 | 2841699.74 | 9.9997309 | 11.4533091 |
| 2 | 3548.09 | 3550.33 | 100063.00 | 8.5499948 | 8.5502685 | 38 | 99937.03 | 2816842.18 | 2818416.78 | 9.9997265 | 11.4497317 |
| 3 | 3577.16 | 3579.45 | 100064.04 | 8.5335386 | 8.5538165 | 57 | 99935.99 | 2793723.33 | 2795512.48 | 9.9997220 | 11.4461834 |
| 4 | 3606.23 | 3608.58 | 100065.09 | 8.3570536 | 8.5573362 | 56 | 99934.95 | 2771173.99 | 2772977.69 | 9.9997174 | 11.4426638 |
| 5 | 3635.30 | 3637.71 | 100066.15 | 8.5605404 | 8.5608276 | 55 | 99933.90 | 2748985.18 | 2750803.53 | 9.9997128 | 11.4391724 |
| 6 | 3664.37 | 3666.83 | 100067.21 | 8.5639994 | 8.5642912 | 54 | 99932.84 | 2727148.61 | 2728981.41 | 9.9997082 | 11.4337086 |
| 7 | 3693.44 | 3695.96 | 100068.28 | 8.5674310 | 8.567727 | 53 | 99931.77 | 2705655.68 | 2707503.03 | 9.9997036 | 11.4312725 |
| 8 | 3722.51 | 3725.09 | 100069.36 | 8.5708357 | 8.571136 | 32 | 99930.60 | 2684498.43 | 2686360.33 | 9.9996989 | 11.4288632 |
| 9 | 3751.58 | 3754.22 | 100070.45 | 8.3742139 | 8.574519 | 51 | 99919.69 | 2663669.04 | 2665345.49 | 9.9996942 | 11.4254803 |
| 10 | 3780.65 | 3783.35 | 100071.55 | 8.3771660 | 8.577876 | 50 | 99928.31 | 2643159.96 | 2645050.96 | 9.9996894 | 11.4221234 |
| 11 | 3809.71 | 3812.48 | 100072.66 | 8.5808923 | 8.5812077 | 49 | 99927.40 | 2622963.84 | 2624869.39 | 9.9996846 | 11.4187923 |
| 12 | 3838.78 | 3841.61 | 100073.77 | 8.5841933 | 8.5843136 | 48 | 99926.29 | 2603073.58 | 2604993.68 | 9.9996798 | 11.4154864 |
| 13 | 3867.85 | 3870.74 | 100074.89 | 8.5874694 | 8.5877945 | 47 | 99925.17 | 2583482.27 | 2585416.92 | 9.9996749 | 11.4122058 |
| 14 | 3896.91 | 3899.88 | 100076.02 | 8.5907209 | 8.5910809 | 46 | 99924.04 | 2564183.23 | 2566132.43 | 9.9996700 | 11.4089491 |
| 15 | 3925.98 | 3929.01 | 100077.16 | 8.5939483 | 7.5942832 | 45 | 99922.90 | 2545169.96 | 2547133.71 | 9.9996650 | 11.4037168 |
| 16 | 3955.03 | 3958.14 | 100078.31 | 8.5971517 | 8.5974917 | 44 | 99921.75 | 2526436.15 | 3528414.45 | 9.9996601 | 11.4023083 |
| 17 | 3984.11 | 3987.28 | 100079.47 | 8.6003317 | 8.6006767 | 43 | 99920.60 | 2507975.68 | 2509968.53 | 9.9996550 | 11.3993233 |
| 18 | 4013.18 | 4016.41 | 100080.63 | 8.6934886 | 8.6038386 | 42 | 99919.44 | 2489782.42 | 2491790.02 | 9.9996500 | 11.3961614 |
| 19 | 4042.24 | 4045.35 | 100081.80 | 8.6066226 | 8.6069777 | 41 | 99918.27 | 2471851.10 | 2473893.14 | 9.9996449 | 11.3930223 |
| 20 | 4071.31 | 4074.69 | 100082.98 | 8.6097341 | 8.6100943 | 40 | 99917.09 | 2454175.78 | 2456212.28 | 9.9996398 | 11.3899037 |
| 21 | 4100.37 | 4103.83 | 100084.17 | 8.6128235 | 8.6131889 | 39 | 99915.90 | 2436750.93 | 2438801.00 | 9.9996346 | 11.3868111 |
| 22 | 4129.44 | 4132.96 | 100085.37 | 8.6158910 | 8.6162616 | 38 | 99914.70 | 2419571.40 | 3421637.00 | 9.9996294 | 11.3837384 |
| 23 | 4158.50 | 4162.10 | 100086.58 | 8.6189369 | 8.6193127 | 37 | 99913.49 | 2401631.99 | 2404711.14 | 9.9996242 | 11.3806873 |
| 24 | 4187.37 | 4191.24 | 100087.80 | 8.6219616 | 8.5223427 | 36 | 99912.28 | 2385927.72 | 2388012.42 | 9.9996189 | 11.3776573 |
| 25 | 4216.63 | 4220.38 | 100089.02 | 8.6249653 | 8.6253518 | 35 | 99911.06 | 2369453.72 | 2371562.97 | 9.9996136 | 11.3746482 |
| 26 | 4245.69 | 4149.52 | 100090.25 | 8.6279484 | 8.6283402 | 34 | 99909.83 | 2353205.25 | 2355329.05 | 9.9996082 | 11.3716598 |
| 27 | 4274.75 | 4178.66 | 100091.49 | 8.6309111 | 8.6313083 | 33 | 99908.59 | 2337177.72 | 2339316.07 | 9.9996028 | 11.3686917 |
| 28 | 4303.82 | 4307.81 | 100092.74 | 8.6338537 | 8.6342563 | 32 | 99907.34 | 2321366.65 | 2323519.53 | 9.9995974 | 11.3657437 |
| 29 | 4332.88 | 4336.65 | 100094.00 | 8.6367764 | 8.6371845 | 31 | 99906.08 | 2305767.67 | 2307935.13 | 9.9995919 | 11.3628135 |
| 30 | 4361.94 | 4366.09 | 100095.27 | 8.6396796 | 8.6400931 | 30 | 99904.82 | 2290376.53 | 2292558.56 | 9.9995865 | 11.3599059 |
| 31 | 4391.00 | 4395.24 | 100096.55 | 4.6425634 | 8.6429825 | 29 | 99903.55 | 2275189.16 | 2277385.72 | 9.9995809 | 11.3570175 |
| 32 | 4420.06 | 4424.38 | 100097.83 | 8.6454282 | 8.6458528 | 28 | 99902.27 | 2260101.48 | 2262412.59 | 9.9995753 | 11.3541472 |
| 33 | 4449.12 | 4453.53 | 100099.12 | 8.6482742 | 8.6487044 | 27 | 99900.98 | 2245409.59 | 2247635.25 | 9.9995697 | 11.3512936 |
| 34 | 4478.18 | 4482.68 | 100100.42 | 8.6511016 | 8.6515373 | 26 | 99899.86 | 2230809.67 | 2233049.89 | 9.9995641 | 11.3484625 |
| 35 | 4507.24 | 4511.82 | 100101.73 | 8.6539107 | 8.6543522 | 25 | 99898.37 | 2216398.02 | 2218652.78 | 9.9995584 | 11.3456478 |
| 36 | 4536.30 | 4540.97 | 100103.05 | 8.6567017 | 8.6571490 | 24 | 99897.05 | 2202171.00 | 2204440.32 | 9.9995527 | 11.3428510 |
| 37 | 4565.36 | 4570.12 | 100104.38 | 8.6594748 | 8.6599279 | 23 | 99895.73 | 2188125.10 | 2190408.97 | 9.9995469 | 11.3400722 |
| 38 | 4594.42 | 4599.27 | 100105.71 | 8.6622303 | 8.6626891 | 22 | 99894.40 | 2174256.87 | 2176555.29 | 9.9995411 | 11.3373109 |
| 39 | 4623.47 | 4628.42 | 100107.05 | 8.6649684 | 8.6634331 | 21 | 99893.06 | 2160562.96 | 2162873.93 | 9.9995353 | 11.3345669 |
| 40 | 4652.53 | 4657.57 | 100108.40 | 8.6676893 | 8.6681598 | 20 | 99891.71 | 2147040.10 | 2149367.63 | 9.9995297 | 11.3318402 |
| 41 | 4681.59 | 4686.73 | 100109.76 | 8.6703932 | 8.8708697 | 19 | 99890.35 | 2133685.41 | 2136027.19 | 9.9995236 | 11.3291303 |
| 42 | 4710.64 | 4715.88 | 100111.13 | 8.6730804 | 8.6735628 | 18 | 99888.98 | 2120494.88 | 2122851.51 | 9.9993176 | 11.3264372 |
| 43 | 4739.70 | 4745.03 | 100112.31 | 8.6757510 | 8.6762393 | 17 | 99887.61 | 2107466.37 | 2109837.55 | 9.9995116 | 11.3237607 |
| 44 | 4768.76 | 4774.19 | 100113.90 | 8.6784052 | 8.6788996 | 16 | 99886.23 | 2094596.63 | 2096982.36 | 9.9995056 | 11.3211004 |
| 45 | 4797.81 | 4803.34 | 100115.30 | 8.6810433 | 8.6815437 | 15 | 99884.84 | 2081882.76 | 2084283.05 | 9.9994996 | 11.3184563 |
| 46 | 4826.87 | 4832.50 | 100116.70 | 8.6836654 | 8.6841719 | 14 | 99883.44 | 2066321.96 | 2071736.70 | 9.9994935 | 11.3158281 |
| 47 | 4855.92 | 4861.66 | 100118.11 | 8.6862718 | 8.6867844 | 13 | 99882.05 | 2056911.47 | 2059340.86 | 9.9994874 | 11.3132156 |
| 48 | 4884.98 | 4890.82 | 100119.53 | 8.6888623 | 8.6893815 | 12 | 99880.61 | 2044648.61 | 2047092.55 | 9.9994812 | 11.3106187 |
| 49 | 4914.03 | 4919.97 | 100120.96 | 8.6914379 | 8.6919629 | 11 | 99879.18 | 2032530.75 | 2034989.25 | 9.9994750 | 11.3080371 |
| 50 | 4943.08 | 4949.13 | 100122.40 | 8.6939980 | 8.6945292 | 10 | 99877.73 | 2020555.33 | 2023028.40 | 9.9994688 | 11.3054708 |
| 51 | 4972.14 | 4978.29 | 100123.83 | 8.6963431 | 8.6970806 | 9 | 99876.31 | 2008719.89 | 2011207.50 | 9.9994625 | 11.3019194 |
| 52 | 5001.19 | 5007.46 | 100125.30 | 8.6990734 | 8.6996173 | 8 | 99874.86 | 1997021.95 | 1999524.11 | 9.9994562 | 11.3003828 |
| 53 | 5230.24 | 5036.62 | 100126.78 | 8.7015889 | 8.7021[illegible] | 7 | 99873.40 | 1985459.12 | 1987975.84 | 9.9994498 | 11.2938610 |
| 54 | 5059.29 | 5065.78 | 100128.23 | 8.7040899 | 8.7048465 | 6 | 99871.93 | 1974029.10 | 1976560.36 | 9.9994435 | 11.2953335 |
| 53 | 5088.35 | 5094.95 | 100129.71 | 8.7065766 | 8.7071395 | 5 | 99870.45 | 1962729.59 | 1965275.41 | 9.9994370 | 11.2928605 |
| 56 | 5117.40 | 5124.11 | 100131.20 | 8.7090490 | 8.7096185 | 4 | 99868.97 | 1951558.37 | 1954118.74 | 9.9994306 | 11.2903815 |
| 57 | 5146.45 | 5153.28 | 100132.70 | 8.7113073 | 8.7120834 | 3 | 99867.25 | 1940513.27 | 1943088.20 | 9.9994241 | 11.2879166 |
| 58 | 5175.50 | 3182.44 | 100134.20 | 8.7139520 | 8.7145385 | 2 | 99865.98 | 1929592.17 | 1932181.63 | 9.9994176 | 11.2854655 |
| 59 | 5204.55 | 3211.61 | 100135.71 | 8.7163829 | 8.7169719 | 1 | 99864.47 | 1918792.98 | 1921397.01 | 9.9994110 | 11.2830281 |
| 60 | 3233.60 | 3240.78 | 100137.23 | 8.7188002 | 8.7193958 | 0 | 99862.95 | 1908113.67 | 1910732.26 | 9.9994044 | 11.2806042 |

| Min. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tan. | Min. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 5233.60 | 5240.78 | 100137.23 | 8.7188001 | 8.7193958 | 60 | 99862.95 | 1908113.67 | 1910732.26 | 9.9994041 | 11.2806042 |
| 1 | 5262.64 | 5269.95 | 100138.76 | 8.7212040 | 8.7218063 | 59 | 99861.41 | 1897552.26 | 1900185.40 | 9.9993978 | 11.2781937 |
| 2 | 5291.69 | 5299.12 | 100140.30 | 8.7235946 | 8.7242035 | 58 | 99859.89 | 1887106.80 | 1889754.50 | 9.9993911 | 11.2757965 |
| 3 | 5320.74 | 5328.29 | 100141.85 | 8.7259721 | 8.7265877 | 57 | 99858.35 | 1876775.39 | 1879437.65 | 9.9993844 | 11.2734123 |
| 4 | 5349.79 | 5357.46 | 100143.41 | 8.7283366 | 8.7289589 | 56 | 99856.80 | 1866556.18 | 1869232.99 | 9.9993776 | 11.2710411 |
| 5 | 5378.83 | 5386.63 | 100144.98 | 8.7306882 | 8.7313174 | 55 | 99855.24 | 1856447.34 | 1859138.71 | 9.9993708 | 11.2686826 |
| 6 | 5407.88 | 5415.81 | 100146.55 | 8.7330272 | 8.7336631 | 54 | 99853.67 | 1846447.09 | 1849153.01 | 9.9593640 | 11.2663369 |
| 7 | 5436.93 | 5444.98 | 100148.13 | 8.7353535 | 8.7359964 | 53 | 99852.09 | 1836553.70 | 1839274.17 | 9.9993572 | 11.2640036 |
| 8 | 5465.97 | 5474.16 | 100149.72 | 8.7376675 | 8.7383172 | 52 | 99850.50 | 1826765.44 | 1829500.48 | 9.9993503 | 11.2616828 |
| 9 | 5495.02 | 5503.33 | 100151.32 | 8.7399691 | 8.7406258 | 51 | 99848.91 | 1817080.67 | 1819830.26 | 9.9993433 | 11.2593742 |
| 10 | 5524.06 | 5532.51 | 100152.93 | 8.7422586 | 8.7415222 | 50 | 99847.31 | 1807497.74 | 1810261.88 | 9.9993364 | 11.2570778 |
| 11 | 5553.11 | 5561.69 | 100154.55 | 8.7445360 | 8.7452067 | 49 | 99845.70 | 1798015.05 | 1800793.75 | 9.9993293 | 11.1547933 |
| 12 | 5582.15 | 5590.87 | 100156.17 | 8.7468015 | 8.7474792 | 48 | 99844.08 | 1788631.04 | 1791424.29 | 9.9993223 | 11.2525208 |
| 13 | 5611.19 | 5620.05 | 100157.80 | 8.7490553 | 8.7497400 | 47 | 99842.45 | 1779344.17 | 1782151.98 | 9.9993152 | 11.2502600 |
| 14 | 5640.24 | 5649.23 | 100159.44 | 8.7512973 | 8.7519892 | 46 | 99840.81 | 1770152.94 | 1772975.31 | 9.9993081 | 11.2480108 |
| 15 | 5669.28 | 5678.41 | 100161.09 | 8.7533278 | 8.7542269 | 45 | 99839.16 | 1761055.88 | 1763892.80 | 9.9993009 | 11.2457731 |
| 16 | 5698.32 | 5707.59 | 100162.75 | 8.7557469 | 8.7564532 | 44 | 99837.51 | 1752051.55 | 1754903.03 | 9.9992938 | 11.2435469 |
| 17 | 5727.36 | 5736.78 | 100164.42 | 8.7579546 | 8.7586682 | 43 | 99835.85 | 1743138.54 | 1746004.57 | 9.9992865 | 11.2413319 |
| 18 | 5756.40 | 5765.96 | 100166.10 | 8.7601512 | 8.7608719 | 42 | 99834.18 | 1734315.46 | 1737196.05 | 9.9992793 | 11.2392281 |
| 19 | 5785.44 | 5795.15 | 100167.78 | 8.7623366 | 8.7630647 | 41 | 99832.50 | 1725580.95 | 1728476.10 | 9.9992720 | 11.2369353 |
| 20 | 5814.48 | 5824.34 | 100169.47 | 8.7645111 | 8.7652465 | 40 | 99830.81 | 1716933.69 | 1719843.40 | 9.9992646 | 11.2347553 |
| 21 | 5843.52 | 5853.52 | 100171.17 | 8.7666747 | 8.7674175 | 39 | 99829.11 | 1708372.38 | 1711296.64 | 9.9992572 | 11.2325825 |
| 22 | 5872.56 | 5882.71 | 100172.88 | 8.7688275 | 8.7695777 | 38 | 99827.41 | 1699895.74 | 1702834.56 | 9.9992498 | 11.2304223 |
| 23 | 5901.60 | 5911.90 | 100174.60 | 8.7709697 | 8.7717274 | 37 | 99825.70 | 1691502.51 | 1694455.89 | 9.9992424 | 11.2282726 |
| 24 | 5930.64 | 1941.09 | 100176.33 | 8.7731014 | 8.7738665 | 36 | 99823.98 | 1683191.48 | 1686159.41 | 9.9992349 | 11.2261335 |
| 25 | 5959.67 | 5970.29 | 100178.07 | 8.7752226 | 8.7759952 | 35 | 99822.25 | 1674961.44 | 1677943.92 | 9.9992274 | 11.2240048 |
| 26 | 5988.71 | 5999.48 | 100179.81 | 8.7773334 | 8.7781136 | 34 | 99820.51 | 1666811.20 | 1669808.25 | 9.9992198 | 11.2218864 |
| 27 | 6017.75 | 6028.67 | 100181.56 | 8.7794340 | 4.7801218 | 33 | 99818.76 | 1658739.62 | 1661751.22 | 9.9992122 | 11.2197782 |
| 28 | 6045.78 | 6057.87 | 100183.32 | 8.7815244 | 8.7823199 | 32 | 99817.01 | 1650745.55 | 1653771.71 | 9.9992046 | 11.2176801 |
| 29 | 6075.82 | 6087.06 | 100185.79 | 8.7836048 | 8.7844079 | 31 | 99815.25 | 1642827.89 | 1645868.61 | 9.9991969 | 21.2155921 |
| 30 | 6104.85 | 6116.26 | 100186.87 | 8.7856753 | 8.7864861 | 30 | 99813.48 | 1634985.55 | 1638040.82 | 9.9991892 | 11.2135139 |
| 31 | 6133.89 | 6145.46 | 100188.66 | 8.7877859 | 8.7885544 | 29 | 99811.70 | 1627217.44 | 1630287.28 | 9.9991815 | 11.2114456 |
| 32 | 6162.92 | 6174.66 | 100190.46 | 8.7897867 | 8.7906130 | 28 | 99809.91 | 1619522.53 | 1622606.93 | 9.9991737 | 11.2093870 |
| 33 | 6191.96 | 6203.86 | 100192.26 | 8.7918278 | 8.7926620 | 27 | 99808.11 | 1611899.79 | 1614996.74 | 9.9991659 | 11.2073380 |
| 34 | 6220.99 | 6233.06 | 100194.07 | 8.7938594 | 8.7947014 | 26 | 99806.30 | 1604348.19 | 1607461.70 | 9.9991580 | 11.2052986 |
| 35 | 6250.02 | 6262.26 | 100195.89 | 8.7958814 | 8.7967313 | 25 | 99804.49 | 1596866.74 | 1599994.81 | 9.9991501 | 11.2032687 |
| 36 | 6279.05 | 6291.47 | 100197.72 | 8.7978941 | 8.7987519 | 24 | 99802.67 | 1589454.48 | 1592597.11 | 9.9991422 | 11.2012481 |
| 37 | 6308.08 | 6320.67 | 100199.56 | 8.7998974 | 8.8007632 | 23 | 99800.84 | 1582110.45 | 1585267.64 | 9.9991342 | 11.1992368 |
| 38 | 6337.11 | 6349.88 | 100201.41 | 8.8018915 | 8.8027653 | 22 | 99799.00 | 1574833.71 | 1578005.45 | 9.9991261 | 11.1972347 |
| 39 | 6366.14 | 6379.08 | 100203.26 | 8.8038764 | 8.8047583 | 21 | 99797.15 | 1567623.33 | 1570809.63 | 9.9991182 | 11.1952417 |
| 40 | 6395.17 | 6408.29 | 100205.12 | 8.8058523 | 8.8067422 | 20 | 99795.29 | 1560478.41 | 1563679.27 | 9.9991101 | 11.1932578 |
| 41 | 6424.20 | 6437.50 | 100206.99 | 8.8078192 | 8.8087172 | 19 | 99793.43 | 1553398.06 | 1556613.48 | 9.9991020 | 11.1912828 |
| 42 | 6453.23 | 6466.71 | 100208.87 | 8.8097772 | 8.8106834 | 18 | 99791.56 | 1546381.41 | 1549611.39 | 9.9990938 | 11.1893166 |
| 43 | 6482.26 | 6495.92 | 100210.76 | 8.8117264 | 8.8126407 | 17 | 99789.68 | 1539427.60 | 1542672.15 | 9.9990856 | 11.1873593 |
| 44 | 6511.29 | 6525.13 | 100212.66 | 8.8136668 | 8.8145894 | 16 | 99787.79 | 1532535.80 | 1535794.90 | 9.9990774 | 11.1854206 |
| 45 | 6540.31 | 6554.35 | 100214.57 | 8.8155985 | 8.8165294 | 15 | 99785.89 | 1525705.17 | 1528978.83 | 9.9990691 | 11.1834706 |
| 46 | 6569.34 | 6583.56 | 100216.49 | 8.8175217 | 8.8184608 | 14 | 99783.98 | 1518994.90 | 1522223.12 | 9.9990608 | 11.1815392 |
| 47 | 6598.36 | 6612.78 | 100218.41 | 8.8194363 | 8.8203838 | 13 | 99782.06 | 1512224.20 | 1515526.98 | 9.9990525 | 11.1796162 |
| 48 | 6627.39 | 6641.99 | 100220.34 | 8.8213425 | 8.8222984 | 12 | 99780.14 | 1505572.27 | 1508889.61 | 9.9990441 | 11.1777016 |
| 49 | 6656.41 | 6671.21 | 100222.28 | 8.8232404 | 8.8242046 | 11 | 99778.21 | 1498978.36 | 1502310.26 | 9.9990357 | 11.1757954 |
| 50 | 6685.44 | 6700.43 | 100224.23 | 8.8251299 | 8.8261026 | 10 | 99776.27 | 1492441.70 | 1495788.16 | 9.9990273 | 11.1738974 |
| 51 | 6714.46 | 6729.65 | 100226.19 | 8.8270112 | 8.8279924 | 9 | 99774.32 | 1485961.55 | 1489322.58 | 9.9990188 | 11.1770076 |
| 52 | 6743.48 | 6758.87 | 100228.16 | 8.8288844 | 8.8298741 | 8 | 99772.36 | 1479537.18 | 1482912.77 | 9.9990103 | 11.1701259 |
| 53 | 6772.51 | 6788.09 | 100230.13 | 8.8307495 | 8.8317478 | 7 | 99770.39 | 1473167.87 | 1476558.02 | 9.9090017 | 11.1682522 |
| 54 | 6801.53 | 6817.32 | 100232.11 | 8.8326066 | 8.8336134 | 6 | 99768.42 | 1466852.92 | 1470257.63 | 9.9989931 | 11.1663866 |
| 55 | 6830.55 | 6846.54 | 100234.10 | 8.8344357 | 8.8354712 | 5 | 99766.44 | 1460591.63 | 1464010.90 | 9.9989845 | 11.1645288 |
| 56 | 6859.57 | 6875.77 | 100236.10 | 8.8362969 | 8.8373211 | 4 | 99764.45 | 1454383.32 | 1457817.15 | 9.9989758 | 11.1626789 |
| 57 | 6888.59 | 6904.99 | 100238.11 | 8.8381304 | 8.8391633 | 3 | 99762.45 | 1448227.32 | 1451676.71 | 9.9989671 | 81.1608367 |
| 58 | 6917.61 | 6934.22 | 100240.13 | 8.8399561 | 8.8409977 | 2 | 99760.44 | 1442122.97 | 1445585.92 | 9.9989584 | 11.1590023 |
| 59 | 6946.63 | 6963.45 | 100242.16 | 8.8417741 | 8.8428245 | 1 | 99758.42 | 1436069.61 | 1439547.13 | 9.9989496 | 11.1571755 |
| 60 | 6975.65 | 6991.68 | 100244.19 | 8.8435845 | 8.8446437 | 0 | 99756.40 | 1430066.63 | 1433558.70 | 9.9989408 | 11.1553563 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant | Log.Sin. | Log.Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 6975.65 | 6992.68 | 100244.19 | 8.8435845 | 8.8446437 | 60 | 99756.40 | 1430066.63 | 1433558.70 | 9.9989408 | 11.1553563 |
| 1 | 7004.66 | 7021.91 | 100246.23 | 8.8453874 | 8.8464534 | 59 | 99754.37 | 1424113.37 | 1427620.01 | 9.9989319 | 11.1535446 |
| 2 | 7033.68 | 7080.83 | 100248.28 | 8.8471827 | 8.8482597 | 58 | 99752.33 | 1418209.24 | 1421730.45 | 9.9989230 | 11.1517403 |
| 3 | 7062.70 | 7051.15 | 100250.34 | 8.8489707 | 8.8500566 | 57 | 99750.28 | 1412353.63 | 1415889.39 | 9.9989141 | 11.1499434 |
| 4 | 7091.71 | 7109.61 | 100252.41 | 8.8507512 | 8.8518451 | 56 | 99748.22 | 1406545.93 | 1410096.25 | 9.9989052 | 11.1481539 |
| 5 | 7120.73 | 7138.85 | 100254.49 | 8.8525245 | 8.8536283 | 55 | 99746.15 | 1400785.56 | 1404350.45 | 9.9988962 | 11.1463717 |
| 6 | 7149.74 | 7168.09 | 100256.58 | 8.8542905 | 8.8554034 | 54 | 99744.07 | 1395071.94 | 1398651.39 | 9.9988871 | 11.1445966 |
| 7 | 7178.76 | 7197.33 | 100258.68 | 8.8560493 | 8.8571713 | 53 | 99741.99 | 1389404.51 | 1392998.52 | 9.9988780 | 11.1428287 |
| 8 | 7207.77 | 7226.57 | 100260.78 | 8.8578010 | 8.8589321 | 52 | 99739.90 | 1383782.70 | 1387391.28 | 9.9988689 | 11.1410679 |
| 9 | 7236.78 | 7255.81 | 100262.89 | 8.8595457 | 8.8606859 | 51 | 99737.80 | 1378205.98 | 1381829.12 | 9.9988598 | 11.1393141 |
| 10 | 7265.80 | 7285.05 | 100265.01 | 8.8612833 | 8.8624327 | 50 | 99735.69 | 1372673.79 | 1376311.49 | 9.9988506 | 11.1375673 |
| 11 | 7194.81 | 7314.30 | 100267.14 | 8.8630139 | 8.8641725 | 49 | 99733.57 | 1367185.60 | 1370837.57 | 9.9988414 | 11.1358275 |
| 12 | 7323.82 | 7343.54 | 100269.28 | 8.8647376 | 8.8659055 | 48 | 99731.44 | 1361740.89 | 1365407.71 | 9.9988321 | 11.1340945 |
| 13 | 7352.83 | 7372.79 | 100271.43 | 8.8664545 | 8.8676317 | 47 | 99729.31 | 1356339.15 | 1360020.54 | 9.9988228 | 11.1323683 |
| 14 | 7381.84 | 7402.03 | 100273.58 | 8.8681646 | 8.8693511 | 46 | 99727.17 | 1350979.86 | 1354675.84 | 9.9988135 | 21.1306489 |
| 15 | 7410.85 | 7431.28 | 100275.74 | 8.8698680 | 8.8710638 | 45 | 99725.02 | 1345662.53 | 1349373.46 | 9.9988041 | 11.1289362 |
| 16 | 7439.86 | 7460.53 | 100277.91 | 8.8715646 | 8.8727699 | 44 | 99722.86 | 1340386.67 | 1344111.76 | 9.9987947 | 11.1272301 |
| 17 | 7468.87 | 7489.79 | 100280.09 | 8.8732545 | 8.8744694 | 43 | 99720.69 | 1335151.79 | 1338891.44 | 9.9987853 | 11.1255306 |
| 18 | 7497.87 | 7519.04 | 100282.28 | 8.8749381 | 8.8761623 | 42 | 99718.51 | 1329917.41 | 1333711.63 | 9.9987758 | 11.1238377 |
| 19 | 7526.88 | 7548.29 | 100284.48 | 8.8766150 | 8.8778487 | 41 | 99716.32 | 1324803.07 | 1328571.86 | 9.9987663 | 11.1221513 |
| 20 | 7555.89 | 7577.55 | 100286.68 | 8.8782854 | 8.8795288 | 40 | 99714.13 | 1319688.30 | 1323471.65 | 9.9987567 | 11.1204714 |
| 21 | 7584.89 | 7606.80 | 100288.89 | 8.8799493 | 8.8812022 | 39 | 99711.93 | 1314612.66 | 1318410.57 | 9.9987471 | 11.1187978 |
| 22 | 7613.90 | 7636.06 | 200291.11 | 8.8816069 | 8.8828794 | 38 | 99709.72 | 1309575.68 | 1313388.16 | 9.9987375 | 11.1171306 |
| 23 | 7642.90 | 7665.32 | 100293.34 | 8.8832581 | 8.8845303 | 37 | 99707.50 | 1304576.93 | 1308403.98 | 9.9987278 | 11.1154697 |
| 24 | 7671.90 | 7694.58 | 100295.58 | 8.8849031 | 8.8861850 | 36 | 99705.17 | 1299615.98 | 1303457.60 | 9.9987181 | 11.1138150 |
| 25 | 7700.91 | 7723.84 | 100297.83 | 8.8865418 | 8.8878334 | 35 | 99703.05 | 1294692.40 | 1298548.58 | 9.9987084 | 11.1121666 |
| 26 | 7729.91 | 7753.11 | 100300.09 | 8.8881743 | 8.8894757 | 34 | 99700.79 | 1289805.77 | 1293676.51 | 9.9986986 | 11.1105243 |
| 27 | 7758.91 | 7782.37 | 100302.36 | 8.8898007 | 8.8911119 | 33 | 99698.54 | 1284955.66 | 1288840.97 | 9.9986888 | 11.1088881 |
| 28 | 7787.91 | 7811.64 | 100304.64 | 8.8914209 | 8.8927420 | 32 | 99696.24 | 1280141.68 | 1284041.55 | 9.9986790 | 11.1072580 |
| 29 | 7816.91 | 7840.90 | 100306.93 | 8.8930351 | 8.8943660 | 31 | 99694.01 | 1275363.41 | 1279277.86 | 9.9986691 | 11.1053640 |
| 30 | 7845.91 | 7870.17 | 100309.22 | 8.8946433 | 8.8959842 | 30 | 99691.74 | 1270620.47 | 1274549.48 | 9.9986591 | 11.1040158 |
| 31 | 7874.91 | 7899.44 | 100311.52 | 8.8962455 | 8.8975963 | 29 | 99689.46 | 1265912.46 | 1269856.04 | 9.9986492 | 11.1024037 |
| 32 | 7903.91 | 7928.71 | 100313.83 | 8.8978418 | 7.8992026 | 28 | 99687.17 | 1261239.00 | 1265197.15 | 9.9986392 | 11.1007974 |
| 33 | 7931.91 | 7957.98 | 100316.15 | 8.8994322 | 8.9008030 | 27 | 99684.85 | 1256599.71 | 1260572.42 | 9.9986292 | 11.0991970 |
| 34 | 7961.90 | 7987.26 | 100318.48 | 8.9010168 | 8.9023977 | 26 | 99682.54 | 1251994.20 | 1255981.48 | 9.9986191 | 11.0976023 |
| 35 | 7990.90 | 8016.53 | 100320.81 | 8.9025955 | 8.9039866 | 25 | 99680.22 | 1247422.12 | 1251423.97 | 9.9986090 | 11.0960134 |
| 36 | 8019.89 | 8045.81 | 100323.15 | 8.9041685 | 8.9055697 | 24 | 99677.89 | 1242883.10 | 1246899.52 | 9.9985988 | 11.0944303 |
| 37 | 8048.89 | 8075.09 | 100325.50 | 8.9057358 | 8.9071472 | 23 | 99675.55 | 1238376.79 | 1242407.77 | 9.9985886 | 11.0928528 |
| 38 | 8077.88 | 8104.37 | 100327.86 | 8.9072975 | 8.9087190 | 22 | 99673.20 | 1233902.82 | 1237948.37 | 9.9985784 | 11.0912810 |
| 39 | 8106.87 | 8133.65 | 100330.23 | 8.9088535 | 8.9102853 | 21 | 99670.85 | 1229460.85 | 1233520.97 | 9.9985682 | 11.0897147 |
| 40 | 8135.87 | 8162.93 | 100332.61 | 8.9104039 | 8.9118460 | 20 | 99668.49 | 1225050.55 | 1129125.23 | 9.9985579 | 11.0881540 |
| 41 | 8164.86 | 8192.21 | 100335.00 | 8.9119487 | 8.9134012 | 19 | 99666.12 | 1220671.56 | 1224760.82 | 9.9985475 | 11.0865988 |
| 42 | 8193.85 | 8221.50 | 100337.40 | 8.9134881 | 8.9149509 | 18 | 99663.74 | 1216323.46 | 1120427.39 | 9.9985372 | 11.0850491 |
| 43 | 8222.84 | 8250.78 | 100339.80 | 7.9150219 | 8.9164952 | 17 | 99661.35 | 1212006.22 | 1216124.62 | 9.9985268 | 11.0835048 |
| 44 | 8251.83 | 8280.07 | 100342.22 | 8.9165504 | 8.9180340 | 16 | 99658.95 | 1207719.22 | 1211852.18 | 9.9985163 | 11.0819660 |
| 45 | 8280.82 | 8309.36 | 100344.63 | 8.9180734 | 8.9195675 | 15 | 99656.55 | 1203462.23 | 1207609.76 | 9.9985058 | 11.0804325 |
| 46 | 8309.81 | 8338.65 | 100347.06 | 8.9195911 | 8.9210957 | 14 | 99654.14 | 1199234.95 | 1203397.05 | 9.9984953 | 11.0789043 |
| 47 | 8338.80 | 8367.94 | 100349.50 | 8.9211034 | 8.9226186 | 13 | 99651.72 | 1195037.05 | 1199213.73 | 9.9984848 | 11.0773814 |
| 48 | 8367.78 | 8397.23 | 100351.95 | 8.9226105 | 8.9241363 | 12 | 99649.29 | 1190868.24 | 1195059.48 | 9.9984742 | 11.0758637 |
| 49 | 8396.77 | 8426.53 | 100354.42 | 8.9241123 | 8.9256487 | 11 | 99646.85 | 1186728.21 | 1190934.02 | 9.9984636 | 11.0743513 |
| 50 | 8425.76 | 8455.83 | 100356.87 | 8.9256089 | 8.9271560 | 10 | 99644.40 | 1182616.67 | 1186837.05 | 9.9984529 | 11.0728440 |
| 51 | 8454.74 | 8485.12 | 100359.34 | 8.9271003 | 8.9286581 | 9 | 99641.94 | 1178533.31 | 1182768.27 | 9.9984422 | 11.0713419 |
| 52 | 8483.73 | 8514.42 | 100361.82 | 8.9285866 | 8.9301552 | 8 | 99639.48 | 1174477.86 | 1178727.39 | 9.9984315 | 11.0698448 |
| 53 | 8512.71 | 8543.72 | 100364.31 | 8.9300678 | 8.9316471 | 7 | 99637.01 | 1170450.03 | 1174714.12 | 9.9984207 | 11.0683529 |
| 54 | 8541.69 | 8573.02 | 100366.81 | 8.9315439 | 8.9331340 | 6 | 99634.53 | 1166449.53 | 1170728.19 | 9.9984099 | 11.0668660 |
| 55 | 8570.67 | 8602.33 | 100369.32 | 8.9330150 | 8.9346160 | 5 | 99632.04 | 1162476.08 | 1166769.32 | 9.9983990 | 11.0653840 |
| 56 | 8599.66 | 8631.63 | 100371.84 | 8.9344811 | 8.9360929 | 4 | 99629.54 | 1158529.42 | 1162837.23 | 9.9983881 | 11.0639071 |
| 57 | 8628.64 | 8660.94 | 100374.36 | 8.9359422 | 8.9375650 | 3 | 99627.03 | 1154609.27 | 1158931.65 | 9.9983772 | 11.0624350 |
| 58 | 8657.62 | 8690.25 | 100376.89 | 8.9373983 | 8.9390321 | 2 | 99624.52 | 1150715.36 | 1155052.31 | 9.9983663 | 11.0609679 |
| 59 | 8686.60 | 8719.56 | 100379.43 | 8.9388496 | 8.9404944 | 1 | 99622.00 | 1146847.43 | 1151198.96 | 9.9983553 | 11.0595056 |
| 60 | 8715.57 | 8748.87 | 100381.98 | 8.9402960 | 8.9419518 | 0 | 99619.47 | 1143005.23 | 1147371.42 | 9.9983442 | 11.0580482 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log Sin. | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 8715.57 | 8748.87 | 100381.98 | 8.9402960 | 8.9419518 | 60 | 99619.47 | 1143005.23 | 1147371.32 | 9.9983442 | 11.0580482 |
| 1 | 8744.55 | 8778.18 | 100384.54 | 8.9417376 | 8.9434044 | 59 | 99616.93 | 1139188.49 | 1143569.16 | 9.9983332 | 11.0565956 |
| 2 | 8771.53 | 8807.49 | 100387.11 | 8.9431743 | 8.9448523 | 58 | 99614.38 | 1135396.96 | 1139792.20 | 9.9983220 | 11.0551477 |
| 3 | 8802.51 | 8836.81 | 100389.69 | 8.9446063 | 8.9452954 | 57 | 99611.82 | 1131630.40 | 1136040.21 | 9.9983109 | 11.0537046 |
| 4 | 8831.48 | 8866.12 | 100392.18 | 8.9460335 | 8.9477338 | 56 | 99609.26 | 1127888.55 | 1132312.93 | 9.9982997 | 11.0522662 |
| 5 | 8860.46 | 8895.42 | 100394.87 | 8.9474561 | 8.9491676 | 55 | 99606.69 | 1124171.17 | 1128610.13 | 9.9982885 | 11.0508324 |
| 6 | 8889.43 | 8924.76 | 100397.47 | 8.9488739 | 8.9505967 | 54 | 99604.11 | 1120478.03 | 1124931.56 | 9.9982772 | 11.0494033 |
| 7 | 8918.40 | 8954.08 | 100400.08 | 8.9502871 | 8.9520211 | 53 | 99601.52 | 1116808.88 | 1121276.99 | 9.9982660 | 11.0479789 |
| 8 | 8947.38 | 8983.4[illegible] | 100402.70 | 8.9516957 | 8.9534410 | 52 | 99598.92 | 1113163.50 | 1117646.17 | 9.9982546 | 11.0465590 |
| 9 | 8976.45 | 9012.73 | 100405.33 | 8.9530996 | 8.9548484 | 51 | 99596.31 | 1109541.64 | 1114038.90 | 9.9982433 | 11.0451436 |
| 10 | 9005.32 | 9042.06 | 100407.97 | 8.9544991 | 8.9562672 | 50 | 99593.69 | 1105943.10 | 1110454.91 | 9.9982318 | 11.0437328 |
| 11 | 9034.29 | 9071.38 | 100410.61 | 8.9558940 | 8.9576735 | 49 | 99591.07 | 1102367.63 | 1106894.03 | 9.9982204 | 11.0423265 |
| 12 | 9063.26 | 9100.71 | 100413.26 | 8.9572845 | 8.9590754 | 48 | 99588.44 | 1098815.01 | 1103355.99 | 9.9982089 | 11.0409246 |
| 13 | 9092.23 | 9130.04 | 100415.92 | 8.9586703 | 8.9504728 | 47 | 99585.80 | 1095285.04 | 1099840.59 | 9.9981974 | 11.0395272 |
| 14 | 9121.19 | 9159.38 | 100418.59 | 8.9600517 | 8.9618659 | 46 | 99583.15 | 1091777.49 | 1096347.61 | 9.9981859 | 11.0381341 |
| 15 | 9150.16 | 9188.71 | 100421.27 | 8.9614288 | 8.9632545 | 45 | 99580.49 | 1088292.14 | 1092876.64 | 9.9981745 | 11.0367455 |
| 16 | 9179.13 | 9218.04 | 100423.96 | 8.9628014 | 8.9646386 | 44 | 99577.82 | 1084828.80 | 1089428.07 | 9.9981629 | 11.0353612 |
| 17 | 9208.09 | 9247.38 | 100426.66 | 8.9641697 | 8.9660188 | 43 | 99575.15 | 1081387.24 | 1086001.39 | 9.9981510 | 11.0339812 |
| 18 | 9237.06 | 9276.72 | 100429.37 | 8.9655337 | 8.9673944 | 42 | 99572.47 | 1077967.27 | 1082595.29 | 9.9981393 | 11.0326056 |
| 19 | 9266.02 | 9306.06 | 100432.08 | 8.9668934 | 8.9687658 | 41 | 99569.78 | 1074568.68 | 1079211.68 | 9.9981275 | 11.0312342 |
| 20 | 9294.99 | 9335.40 | 100434.80 | 8.9682487 | 8.9701330 | 40 | 99567.08 | 1071191.26 | 1075842.84 | 9.9981158 | 11.0298670 |
| 21 | 9323.95 | 9364.74 | 100437.53 | 8.9695999 | 8.9714959 | 39 | 99564.37 | 1067834.84 | 1072506.99 | 9.9981040 | 11.0285041 |
| 22 | 9352.91 | 9394.09 | 100440.27 | 8.9709468 | 8.9728547 | 38 | 99561.65 | 1064499.19 | 1069185.92 | 9.9980921 | 11.0271453 |
| 23 | 9381.87 | 9423.44 | 100443.02 | 8.9722895 | 8.9742092 | 37 | 99558.92 | 1061184.14 | 1065885.45 | 9.9980802 | 11.0257908 |
| 24 | 9410.83 | 9452.78 | 100445.78 | 8.9736280 | 8.9755597 | 36 | 99556.19 | 1057889.50 | 1022605.38 | 9.9980683 | 11.0244403 |
| 25 | 9439.79 | 9482.13 | 100448.55 | 8.9749624 | 8.9769060 | 35 | 99553.45 | 1054615.07 | 1059345.53 | 9.9980563 | 11.0230940 |
| 26 | 9468.75 | 9511.48 | 100451.33 | 8.9762926 | 8.9782483 | 34 | 99550.70 | 1051360.67 | 1056105.70 | 9.9980443 | 11.0217517 |
| 27 | 9497.71 | 9540.84 | 100454.11 | 8.9776188 | 8.9795865 | 33 | 99547.94 | 1048126.11 | 1052885.72 | 9.9980323 | 11.0204135 |
| 28 | 9526.66 | 9570.19 | 100456.90 | 8.9789408 | 8.9809206 | 32 | 99545.17 | 1044911.22 | 1049685.41 | 9.9980202 | 11.0190794 |
| 29 | 9555.62 | 9599.55 | 100459.70 | 8.9802589 | 8.9822507 | 31 | 99542.40 | 1041715.81 | 1046504.58 | 9.9980081 | 11.0177493 |
| 30 | 9584.58 | 9628.90 | 100462.51 | 8.9815729 | 8.9835769 | 30 | 99539.62 | 1038539.71 | 1043343.05 | 9.9979960 | 11.0164231 |
| 31 | 9613.53 | 9658.26 | 100465.33 | 8.9828829 | 8.9848991 | 29 | 99536.83 | 1035382.74 | 1040200.66 | 9.9979838 | 11.0151009 |
| 32 | 9642.48 | 9687.63 | 100468.16 | 8.9841889 | 8.9862173 | 28 | 99534.03 | 1032244.73 | 1037077.23 | 9.9979716 | 11.0137827 |
| 33 | 9671.44 | 9716.99 | 100470.99 | 8.9854910 | 8.9875317 | 27 | 99531.22 | 1029125.51 | 1033972.59 | 9.9979593 | 11.0124683 |
| 34 | 9700.39 | 9746.35 | 100473.83 | 8.9867891 | 8.9888421 | 26 | 99528.40 | 1026024.90 | 1330886.56 | 9.9979470 | 11.0111579 |
| 35 | 9729.34 | 9775.72 | 100476.68 | 8.9880834 | 8.9901487 | 25 | 99525.57 | 1022942.76 | 1027818.99 | 9.9979347 | 11.0098513 |
| 36 | 9758.29 | 9805.09 | 100479.54 | 8.9893737 | 8.9914514 | 24 | 99522.74 | 1019878.90 | 1024769.71 | 9.9979223 | 11.0085486 |
| 37 | 9787.24 | 9834.46 | 100482.41 | 8.9906601 | 8.9927503 | 23 | 99519.90 | 1016833.16 | 1021738.55 | 9.9979099 | 11.0072497 |
| 38 | 9816.19 | 9863.83 | 100485.29 | 8.9919429 | 8.9940454 | 22 | 99517.05 | 1013805.39 | 1018725.36 | 9.9978975 | 11.0059546 |
| 39 | 9845.14 | 9893.20 | 100488.18 | 8.9932217 | 8.9953367 | 21 | 99514.19 | 1010795.42 | 1015729.98 | 9.9978850 | 11.0046633 |
| 40 | 9874.08 | 9922.57 | 100491.08 | 8.9944968 | 8.9966243 | 20 | 99511.32 | 1007803.12 | 1012752.24 | 9.9978725 | 11.0033757 |
| 41 | 9903.03 | 9951.95 | 100493.99 | 8.9957681 | 8.9979081 | 19 | 99508.44 | 1004828.28 | 1009792.00 | 9.9978599 | 15.0020918 |
| 42 | 9931.97 | 9981.33 | 100496.90 | 8.9970356 | 8.9991883 | 18 | 99505.55 | 1001870.80 | 1006849.09 | 9.9978473 | 11.0008117 |
| 43 | 9920.92 | 10010.71 | 100499.82 | 8.9982994 | 9.0004647 | 17 | 99502.66 | 998930.50 | 1003923.38 | 9.9978347 | 10.9995353 |
| 44 | 9989.86 | 10040.09 | 100502.65 | 8.9995595 | 9.0017375 | 16 | 99499.76 | 995007.24 | 1001014.70 | 9.9978220 | 10.9982625 |
| 45 | 10018.81 | 10069.47 | 100505.69 | 9.0008160 | 9.0030066 | 15 | 99496.85 | 993100.88 | 998122.91 | 9.9978093 | 10.9969934 |
| 46 | 10047.75 | 10098.85 | 200508.64 | 9.0020687 | 9.0042721 | 14 | 99493.93 | 990211.25 | 995247.87 | 9.9977966 | 10.9957279 |
| 47 | 10076.69 | 10128.24 | 100511.60 | 9.0033179 | 9.0055340 | 13 | 9949[illegible].00 | 987338.23 | 992389.43 | 9.9977838 | 10.9944660 |
| 48 | 10108.63 | 10157.63 | 100514.57 | 9.0045634 | 9.0067924 | 12 | 99488.06 | 984481.66 | 989547.44 | 9.9977710 | 10.9932076 |
| 49 | 10[illegible]43.57 | 10187.02 | 100517.54 | 9.0058053 | 9.0080471 | 11 | 99485.12 | 981641.40 | 986721.76 | 9.9977582 | 10.9919529 |
| 50 | 10163.51 | 10216.41 | 100520.52 | 9.0070436 | 9.0092984 | 10 | 99482.17 | 978817.32 | 983912.27 | 9.9977493 | 10.9907016 |
| 51 | 10192.45 | 10245.80 | 100523.51 | 9.0082784 | 9.0105461 | 9 | 99479.21 | 976009.27 | 981118.80 | 9.9977323 | 10.9894539 |
| 52 | 10221.38 | 10275.20 | 100526.51 | 9.0095096 | 9.0117903 | 8 | 99476.24 | 973217.13 | 97824[illegible] | 9.9977194 | 10.9882097 |
| 53 | 10250.32 | 10304.60 | 100529.52 | 9.0107374 | 9.0130310 | 7 | 99473.26 | 970440.73 | 975579.44 | 9.9977074 | 10.9869690 |
| 54 | 20279.25 | 10334.00 | 100532.54 | 9.0119616 | 9.0142682 | 6 | 99470.27 | 967680.20 | 972833.27 | 9.9976933 | 10.9857318 |
| 55 | 10308.19 | 10363.40 | 100535.57 | 9.0131823 | 9.0155021 | 5 | 99467.28 | 964934.75 | 970101.60 | 9.9976803 | 10.9844979 |
| 56 | 10337.12 | 10392.80 | 100538.60 | 9.0143996 | 9.0107325 | 4 | 99464.28 | 962204.86 | 967387.30 | 9.9976672 | 10.9832675 |
| 57 | 10366.05 | 10422.20 | 100541.64 | 9.0156135 | 9.0179594 | 3 | 99461.27 | 959490.22 | 964687.24 | 9.9976542 | 10.9820406 |
| 58 | 10394.99 | 10451.60 | 100544.69 | 9.0168239 | 9.0191831 | 2 | 99458.25 | 956790.68 | 962002.29 | 9.9976408 | 10.9808169 |
| 59 | 10423.92 | 10481.01 | 100547.75 | 9.0180309 | 9.0204033 | 1 | 99455.22 | 954[illegible]6.13 | 959332.33 | 9.9976276 | 10.9795967 |
| 60 | 10452.85 | 10510.42 | 100550.82 | 9.0192346 | 9.0216202 | 0 | 99452.18 | 951436.41 | 95667[illegible].22 | 9.9976143 | 10.9783798 |

## Grad. 6. — 83. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tan. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 10452.83 | 10510.42 | 100550.82 | 9.0192346 | 9.0216202 | 60 | 99452.18 | 951436.45 | 956677.25 | 9.9976143 | 10.9783798 |
| 1 | 10481.78 | 10539.83 | 100553.90 | 9.0204348 | 9.0228338 | 59 | 99449.14 | 948781.49 | 954036.86 | 9.9976011 | 10.9771662 |
| 2 | 10510.70 | 10569.14 | 100556.99 | 9.0216318 | 9.0240441 | 58 | 99446.09 | 946141.16 | 951411.10 | 9.9975877 | 10.9759559 |
| 3 | 10539.63 | 10598.66 | 100560.09 | 9.0228254 | 9.0252510 | 57 | 99443.03 | 943515.31 | 948799.84 | 9.9975743 | 10.9747490 |
| 4 | 10568.56 | 10628.08 | 100563.20 | 9.0240157 | 9.0264548 | 56 | 99439.96 | 940903.84 | 946202.96 | 9.9975609 | 10.9735452 |
| 5 | 10597.48 | 10657.50 | 100566.31 | 9.0252027 | 9.0276552 | 55 | 99436.88 | 938306.63 | 943620.33 | 9.9975475 | 10.9723448 |
| 6 | 10626.41 | 10686.91 | 100569.43 | 9.0263865 | 9.0288524 | 54 | 99433.79 | 935723.55 | 941051.84 | 9.9975340 | 10.9711476 |
| 7 | 10655.33 | 10716.34 | 100572.56 | 9.0275669 | 0.0300464 | 53 | 99430.69 | 933154.50 | 938497.38 | 9.9975205 | 10.9699531 |
| 8 | 10684.25 | 10745.76 | 100575.70 | 9.0287442 | 9.0312373 | 52 | 99427.59 | 930599.36 | 935956.82 | 9.9975069 | 10.9687626 |
| 9 | 10713.18 | 10775.19 | 100578.85 | 9.0299182 | 9.0324249 | 51 | 99424.48 | 928058.02 | 933430.06 | 9.9974933 | 10.9675751 |
| 10 | 10742.10 | 10804.62 | 100582.01 | 9.0310890 | 9.0336093 | 50 | 99421.36 | 925530.35 | 930916.99 | 9.9974797 | 10.9663907 |
| 11 | 10771.02 | 10834.05 | 100585.18 | 9.0322567 | 9.0347906 | 49 | 99418.23 | 923016.27 | 928417.49 | 9.9974660 | 10.9652094 |
| 12 | 10799.94 | 10863.48 | 100588.35 | 9.0334212 | 9.0359688 | 48 | 99415.09 | 920515.64 | 925931.45 | 9.9974523 | 10.9640312 |
| 13 | 10828.85 | 10892.91 | 100591.53 | 9.0345825 | 9.0371439 | 47 | 99411.94 | 918028.38 | 923458.77 | 9.9974386 | 10.9628561 |
| 14 | 10857.77 | 10922.34 | 100594.72 | 9.0357407 | 9.0383159 | 46 | 99408.79 | 915554.36 | 920999.34 | 9.9974248 | 10.9616841 |
| 15 | 10886.69 | 10951.78 | 100597.92 | 9.0368958 | 9.0394848 | 45 | 99405.63 | 913093.48 | 918553.05 | 9.9974110 | 10.9605152 |
| 16 | 10915.60 | 10981.22 | 100601.13 | 9.0380477 | 9.0406506 | 44 | 99402.46 | 910645.64 | 916119.80 | 9.9973971 | 10.9593494 |
| 17 | 10944.52 | 11010.66 | 100604.35 | 9.0391926 | 9.0418134 | 43 | 99399.28 | 908210.74 | 913699.49 | 9.9973833 | 10.9581866 |
| 18 | 10973.43 | 11040.10 | 100607.58 | 9.0403424 | 9.0429731 | 42 | 99396.09 | 905788.67 | 911292.00 | 9.9973693 | 10.9570269 |
| 19 | 11002.34 | 11069.54 | 100610.81 | 9.0414852 | 9.0441299 | 41 | 99392.89 | 903379.33 | 908897.25 | 9.9973554 | 10.9558701 |
| 20 | 11031.26 | 11098.99 | 100614.05 | 9.0426249 | 9.0452836 | 40 | 99389.69 | 900982.61 | 906515.12 | 9.9973414 | 10.9547164 |
| 21 | 11060.17 | 11128.44 | 100617.30 | 9.0437617 | 9.0494343 | 39 | 99386.48 | 898598.43 | 904145.53 | 9.9973273 | 10.9535657 |
| 22 | 11089.08 | 11157.89 | 100620.56 | 9.0448954 | 9.0475821 | 38 | 99383.26 | 896226.68 | 901788.37 | 9.9973132 | 10.9524179 |
| 23 | 11117.99 | 11187.34 | 100623.83 | 9.0460261 | 9.0487270 | 37 | 99380.03 | 893867.26 | 899443.54 | 9.9972991 | 10.9512730 |
| 24 | 11146.89 | 11216.79 | 100627.11 | 9.0471538 | 9.0498689 | 36 | 99376.79 | 891520.08 | 897110.95 | 9.9972850 | 10.9501311 |
| 25 | 11175.80 | 11246.25 | 100630.40 | 9.0482786 | 9.0510078 | 35 | 99373.54 | 889185.05 | 894790.51 | 9.9972708 | 10.9489922 |
| 26 | 11204.71 | 11275.71 | 100633.70 | 9.0494005 | 9.0521439 | 34 | 99370.28 | 886862.06 | 892482.11 | 9.9972566 | 10.9478561 |
| 27 | 11233.61 | 11305.17 | 100637.01 | 9.0505194 | 9.0532771 | 33 | 99367.02 | 884551.03 | 890185.67 | 9.9972423 | 10.9467229 |
| 28 | 11162.52 | 11334.63 | 100640.32 | 9.0516354 | 9.0544074 | 32 | 99363.75 | 882251.86 | 887901.09 | 9.9972280 | 10.9455926 |
| 29 | 11291.42 | 11364.09 | 100643.64 | 9.0527485 | 9.0555349 | 31 | 99360.47 | 879964.46 | 885628.28 | 9.9972137 | 10.9444651 |
| 30 | 11320.32 | 11393.56 | 100642.97 | 9.0538588 | 9.0566595 | 30 | 99357.18 | 877688.74 | 883367.15 | 9.9971993 | 10.9433405 |
| 31 | 11349.22 | 11423.03 | 100650.31 | 9.0549661 | 9.0577813 | 29 | 99353.88 | 875424.61 | 881117.61 | 9.9971849 | 10.9422187 |
| 32 | 11378.12 | 11452.50 | 100653.66 | 9.0560706 | 9.0589002 | 28 | 99350.58 | 873171.98 | 878879.57 | 9.9971704 | 10.9410998 |
| 33 | 11407.02 | 11481.97 | 100657.02 | 9.0571723 | 9.0600164 | 27 | 99347.27 | 870930.77 | 876652.95 | 9.9971559 | 10.9399836 |
| 34 | 11435.92 | 11511.44 | 100660.39 | 9.0582711 | 9.0611297 | 26 | 99343.95 | 868700.88 | 874437.66 | 9.9971414 | 10.9388703 |
| 35 | 11464.82 | 11540.91 | 100663.77 | 9.0593672 | 9.0622403 | 25 | 99340.61 | 866482.23 | 872233.61 | 9.9971268 | 10.9377597 |
| 36 | 11493.71 | 11570.39 | 100667.15 | 9.0604604 | 9.0633482 | 24 | 99337.28 | 864274.75 | 870040.71 | 9.9971122 | 10.9366518 |
| 37 | 11522.61 | 11599.87 | 100670.54 | 9.0615509 | 9.0644533 | 23 | 99333.93 | 862078.33 | 867858.89 | 9.9970976 | 10.9355467 |
| 38 | 11551.51 | 11629.35 | 100673.94 | 9.0626386 | 9.0655556 | 22 | 99330.57 | 859892.90 | 865688.05 | 9.9970819 | 10.9344444 |
| 39 | 11580.40 | 11658.83 | 100677.35 | 0.0637235 | 9.0666553 | 21 | 99327.20 | 857718.38 | 863528.12 | 9.9970682 | 19.9333447 |
| 40 | 11609.29 | 11688.31 | 100680.77 | 9.0648057 | 9.0677522 | 20 | 99323.83 | 855554.68 | 861379.01 | 9.9970535 | 10.9322478 |
| 41 | 11638.18 | 11717.80 | 100684.20 | 9.0658852 | 9.0688465 | 19 | 99320.45 | 853401.74 | 859240.65 | 9.9970387 | 10.9311531 |
| 42 | 11667.07 | 11747.29 | 100687.64 | 9.0669619 | 9.0699381 | 18 | 99317.06 | 851259.43 | 857112.95 | 9.9970239 | 10.9300619 |
| 43 | 11695.96 | 11776.78 | 100691.08 | 9.0680360 | 9.0710270 | 17 | 99313.66 | 849127.72 | 854995.84 | 9.9970090 | 10.9289730 |
| 44 | 11724.85 | 11806.28 | 100694.53 | 9.0691074 | 9.0721133 | 16 | 99310.25 | 847006.51 | 852889.23 | 9.9769941 | 10.9278867 |
| 45 | 11753.74 | 11835.78 | 100697.99 | 9.0701761 | 9.0731969 | 15 | 99306.84 | 844895.73 | 850793.04 | 9.9969791 | 10.9268031 |
| 46 | 11781.63 | 11865.28 | 100701.46 | 9.0712421 | 9.0742779 | 14 | 99303.42 | 842795.31 | 848707.21 | 9.9969642 | 10.9257221 |
| 47 | 11811.51 | 11894.78 | 100704.94 | 9.0723055 | 9.0753563 | 13 | 99299.99 | 840705.15 | 846631.65 | 9.9969492 | 10.9246437 |
| 48 | 11840.40 | 11924.28 | 100708.43 | 9.0733663 | 9.0764321 | 12 | 99196.55 | 838625.19 | 844566.29 | 9.9969342 | 10.9235679 |
| 49 | 11869.28 | 11953.78 | 100711.93 | 9.0744244 | 9.0775053 | 11 | 99293.10 | 836555.36 | 842511.05 | 9.9969191 | 10.9224947 |
| 50 | 11898.16 | 11983.28 | 100715.44 | 9.0754799 | 9.0785760 | 10 | 99289.64 | 834495.57 | 840465.86 | 9.9969040 | 10.9214240 |
| 51 | 11927.04 | 12012.79 | 100718.96 | 9.0765329 | 9.0796441 | 9 | 99286.17 | 832445.77 | 838430.65 | 9.9968888 | 10.9203559 |
| 52 | 11955.93 | 12042.30 | 100722.48 | 9.0775832 | 9.0807096 | 8 | 99282.70 | 830405.86 | 836405.34 | 9.9968736 | 10.9192904 |
| 53 | 11984.81 | 12071.81 | 100726.01 | 9.0786310 | 9.0817726 | 7 | 99279.22 | 828375.79 | 834389.86 | 9.9968584 | 10.9182274 |
| 54 | 12013.68 | 12101.32 | 100729.55 | 9.0796762 | 9.0828331 | 6 | 99275.73 | 826355.47 | 832384.15 | 9.9968431 | 10.9171669 |
| 55 | 12042.56 | 12130.84 | 100733.10 | 9.0807189 | 9.0838911 | 5 | 99272.23 | 824344.85 | 830388.12 | 9.9968278 | 10.9161089 |
| 56 | 12071.44 | 12160.36 | 100736.66 | 9.0817590 | 9.0849466 | 4 | 99268.72 | 822343.84 | 828401.71 | 9.9968125 | 10.9150534 |
| 57 | 12100.31 | 12189.88 | 100740.23 | 9.0817966 | 9.0859996 | 3 | 99265.21 | 820352.39 | 826424.85 | 9.9967971 | 10.9140004 |
| 58 | 12129.19 | 12219.40 | 100743.81 | 9.0838317 | 9.0870501 | 2 | 99261.69 | 818370.41 | 824457.48 | 9.9967817 | 10.9129499 |
| 59 | 12158.06 | 12248.93 | 100747.40 | 9.0848643 | 9.0880981 | 1 | 99258.26 | 816397.86 | 822499.52 | 9.9967662 | 10.9119019 |
| 60 | 12186.93 | 12278.46 | 100750.99 | 9.0858945 | 9.0891438 | 0 | 99254.62 | 814434.64 | 820550.90 | 9.9967507 | 10.9108562 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 12186.03 | 12276.46 | 100750.99 | 9.0858945 | 9.0891438 | 60 | 99254.62 | 814434.64 | 820550.90 | 9.9967507 | 10.9108562 |
| 1 | 12215.81 | 12307.99 | 100754.59 | 9.0869221 | 9.0901869 | 59 | 99251.07 | 812480.71 | 818911.57 | 9.9967352 | 10.9098191 |
| 2 | 12244.68 | 12337.52 | 100758.20 | 9.0879473 | 9.0912277 | 58 | 99247.51 | 810535.99 | 816681.45 | 9.9967196 | 10.9087725 |
| 3 | 12273.55 | 12367.05 | 100761.82 | 9.0889700 | 9.0922660 | 57 | 99243.94 | 808600.42 | 814760.43 | 9.9967040 | 10.9077340 |
| 4 | 12302.41 | 12396.58 | 100765.45 | 9.0899903 | 9.0933020 | 56 | 99240.36 | 806673.94 | 812848.60 | 9.9966884 | 10.9066989 |
| 5 | 12331.26 | 12426.12 | 100769.09 | 9.0910082 | 9.0943355 | 55 | 99236.76 | 804756.47 | 810945.73 | 9.9966728 | 10.9056643 |
| 6 | 12360.15 | 12455.66 | 100772.74 | 9.0920237 | 9.0953669 | 54 | 99233.19 | 802847.96 | 809051.82 | 9.9966570 | 10.9046338 |
| 7 | 12389.01 | 12485.20 | 100776.39 | 9.0930367 | 9.0963955 | 53 | 99229.59 | 800948.35 | 807166.81 | 9.9966412 | 10.9036045 |
| 8 | 12417.88 | 12514.74 | 100780.05 | 9.0940474 | 9.0974219 | 52 | 99225.98 | 799057.56 | 805290.62 | 9.9966254 | 10.9025781 |
| 9 | 12446.74 | 12544.29 | 100783.73 | 9.0950556 | 9.0984460 | 51 | 99222.36 | 797175.55 | 803423.21 | 9.9966096 | 10.9015540 |
| 10 | 12475.60 | 12573.84 | 100787.40 | 9.0960615 | 9.0994678 | 50 | 99218.74 | 795302.24 | 801564.50 | 9.9965937 | 10.9005328 |
| 11 | 12504.46 | 12603.39 | 100791.09 | 9.0970651 | 9.1004872 | 49 | 99215.11 | 793437.58 | 799714.45 | 9.9965778 | 10.8995128 |
| 12 | 12533.32 | 12632.94 | 100794.79 | 9.0980662 | 9.1015044 | 48 | 99211.47 | 791581.51 | 797872.98 | 9.9965618 | 10.8984956 |
| 13 | 12562.18 | 12662.49 | 100798.50 | 9.0990651 | 9.1025192 | 47 | 99207.82 | 789733.96 | 796040.03 | 9.9965459 | 10.8974808 |
| 14 | 12591.04 | 12692.05 | 100802.22 | 9.1000616 | 9.1035317 | 46 | 99204.26 | 787894.89 | 794215.56 | 9.9965299 | 10.8964683 |
| 15 | 12619.90 | 12721.61 | 100805.95 | 9.1010558 | 9.1045420 | 45 | 99200.49 | 786054.23 | 792399.50 | 9.9965139 | 10.8954580 |
| 16 | 12648.75 | 12751.17 | 100809.69 | 9.1020477 | 9.1055500 | 44 | 99196.81 | 784241.91 | 790591.79 | 9.9964977 | 10.8944500 |
| 17 | 12677.61 | 12780.73 | 100813.43 | 9.1030373 | 9.1065557 | 43 | 99193.13 | 782427.90 | 788792.38 | 9.9964816 | 10.8934423 |
| 18 | 12706.46 | 12810.29 | 100817.18 | 9.1040246 | 9.1075591 | 42 | 99189.44 | 780622.12 | 787001.2 | 9.9964655 | 10.8924459 |
| 19 | 12735.31 | 12839.86 | 100820.94 | 9.1050096 | 9.1085604 | 41 | 99185.74 | 778824.52 | 785218.21 | 9.9964490 | 10.8914396 |
| 20 | 12764.16 | 12869.43 | 100824.71 | 9.1059924 | 9.1095594 | 40 | 99182.03 | 777035.06 | 783441.35 | [illegible] | 10.8904436 |
| 21 | 12793.01 | 12899.00 | 100828.49 | 9.1069729 | 9.1105562 | 39 | 99178.31 | 775853.66 | 781676.56 | 9.9964167 | 10.8894438 |
| 22 | 12821.86 | 12928.57 | 100832.28 | 9.1079512 | 9.1115508 | 38 | 99174.59 | 773480.28 | 779917.78 | 9.9964004 | 10.8884492 |
| 23 | 12850.71 | 12958.15 | 100836.07 | 9.1089272 | 9.1125431 | 37 | 99170.86 | 771714.86 | 778166.97 | 9.9963841 | 10.8874569 |
| 24 | 12879.56 | 12987.73 | 100839.88 | 9.1099010 | 9.1135333 | 36 | 99167.12 | 769957.35 | 776424.06 | 9.9963677 | 10.8864667 |
| 25 | 12908.41 | 13017.31 | 100843.70 | 9.1108726 | 9.1145213 | 35 | 99163.37 | 768207.69 | 774689.01 | 9.9963513 | 10.8854787 |
| 26 | 12937.25 | 13046.89 | 100847.52 | 9.1118420 | 9.1155072 | 34 | 99159.61 | 766465.84 | 772961.66 | 9.9963348 | 10.8844928 |
| 27 | 12966.09 | 13076.48 | 100851.35 | 9.1128092 | 9.1164909 | 33 | 99155.84 | 764731.74 | 771242.27 | 9.9963183 | 10.8835091 |
| 28 | 12994.94 | 13106.07 | 100855.19 | 9.1137742 | 9.1174724 | 32 | 99152.06 | 763005.33 | 769530.47 | 9.9963018 | 10.8825276 |
| 29 | 13023.78 | 13135.66 | 100859.04 | 9.1147370 | 9.1184518 | 31 | 99148.28 | 761286.57 | 767826.31 | 9.9962852 | 10.8815482 |
| 30 | 13052.61 | 13165.25 | 100862.90 | 9.1156977 | 9.1194291 | 30 | 99144.49 | 759575.41 | 766129.76 | 9.9962686 | 10.8805709 |
| 31 | 13081.46 | 13194.84 | 100866.77 | 9.1166562 | 9.1204043 | 29 | 99140.69 | 757871.79 | 764440.75 | 9.9962519 | 10.8795957 |
| 32 | 13110.30 | 13224.44 | 100870.65 | 9.1176125 | 9.1213773 | 28 | 99136.88 | 756175.67 | 762759.23 | 9.9962352 | 10.8786227 |
| 33 | 13139.13 | 13254.04 | 100874.53 | 9.1185667 | 9.1223482 | 27 | 99133.06 | 754486.99 | 762085.16 | 9.9962185 | 10.8776518 |
| 34 | 13167.97 | 13283.64 | 100878.42 | 9.1195188 | 9.1233171 | 26 | 99129.23 | 752805.71 | 759418.49 | 9.9962017 | 10.8766829 |
| 35 | 13196.81 | 13313.24 | 100882.32 | 9.1204688 | 9.1242839 | 25 | 99125.39 | 751131.78 | 757759.16 | 9.9961849 | 10.8757161 |
| 36 | 13225.64 | 13342.85 | 100886.23 | 9.1214167 | 9.1252486 | 24 | 99121.55 | 749465.14 | 756107.13 | 9.9961681 | 10.8747514 |
| 37 | 13254.47 | 13372.46 | 100890.15 | 9.1223624 | 9.1262112 | 23 | 99117.70 | 747805.76 | 754462.36 | 9.9961512 | 10.8737888 |
| 38 | 13283.30 | 13402.07 | 100894.08 | 9.1233061 | 9.1271718 | 22 | 99113.84 | 746153.57 | 752824.78 | 9.9961343 | 10.8728282 |
| 39 | 13312.13 | 13431.68 | 100898.02 | 9.1242477 | 9.1281303 | 21 | 99109.97 | 744508.55 | 751194.37 | 9.9961174 | 10.8718697 |
| 40 | 13340.96 | 13461.29 | 100901.97 | 9.1251872 | 9.1290868 | 20 | 99106.09 | 742870.64 | 749571.06 | 9.9961004 | 10.8709132 |
| 41 | 13369.79 | 13490.91 | 100905.92 | 9.1261246 | 9.1300413 | 19 | 99102.21 | 741239.78 | 747974.82 | 9.9960834 | 10.8699587 |
| 42 | 13398.62 | 13520.53 | 100909.88 | 9.1270600 | 9.1309937 | 18 | 99098.32 | 746345.95 | 746345.60 | 9.9960663 | 10.8690063 |
| 43 | 13427.44 | 13550.15 | 100913.85 | 9.1279934 | 9.1319442 | 17 | 99094.42 | 737999.09 | 744743.35 | 9.9960492 | 10.8680558 |
| 44 | 13456.27 | 13579.77 | 100917.83 | 9.1289247 | 9.1328926 | 16 | 94090.51 | 736389.16 | 743148.03 | 9.9960321 | 10.8671074 |
| 45 | 13485.09 | 13609.40 | 100921.82 | 9.1298539 | 9.1338391 | 15 | 99086.59 | 734786.10 | 741559.59 | 9.9960149 | 10.8661609 |
| 46 | 13513.92 | 13639.03 | 100925.82 | 9.1307812 | 9.1347835 | 14 | 99082.66 | 733189.89 | 739977.98 | 9.9959977 | 10.8652165 |
| 47 | 13542.74 | 13668.66 | 100929.83 | 9.1317064 | 9.1357260 | 13 | 99078.72 | 732600.47 | 738403.18 | 9.9959804 | 10.8642740 |
| 48 | 13571.56 | 13698.29 | 100933.85 | 9.1326297 | 9.1366665 | 12 | 99074.78 | 730017.80 | 736835.12 | 9.9959631 | 10.8633335 |
| 49 | 13600.38 | 13727.93 | 100937.88 | 9.1335509 | 9.1376051 | 11 | 99070.83 | 728441.84 | 735273.77 | 9.9959458 | 10.8623949 |
| 50 | 13629.19 | 13757.57 | 100941.92 | 9.1344702 | 9.1385417 | 10 | 99066.87 | 726872.55 | 733719.09 | 9.9959284 | 10.8614583 |
| 51 | 13658.01 | 13787.21 | 100945.96 | 9.1353875 | 9.1394764 | 9 | 99062.90 | 725309.87 | 732171.02 | 9.9959111 | 10.8605236 |
| 52 | 13686.83 | 13816.85 | 100950.01 | 9.1363028 | 9.1404092 | 8 | 99058.92 | 723753.78 | 730629.54 | 9.9958936 | 10.8595908 |
| 53 | 13715.64 | 13849.50 | 100954.07 | 9.1372161 | 9.1413400 | 7 | 99054.93 | 722204.22 | 729094.60 | 9.9958761 | 10.8586600 |
| 54 | 13744.45 | 13876.15 | 100958.14 | 9.1381275 | 9.1422689 | 6 | 99050.94 | 720661.16 | 727566.16 | 9.9958586 | 10.8577311 |
| 55 | 13773.27 | 13905.80 | 100962.22 | 9.1390370 | 9.1431959 | 5 | 99046.94 | 719124.56 | 726044.17 | 9.9958411 | 10.8568041 |
| 56 | 13802.08 | 13935.45 | 100966.31 | 9.1399445 | 9.1441210 | 4 | 99042.93 | 717594.37 | 714526.59 | 9.9958235 | 10.8558790 |
| 57 | 13830.89 | 13965.10 | 100970.41 | 9.1408501 | 9.1450442 | 3 | 99038.91 | 716070.56 | 723019.40 | 9.9958059 | 10.8549558 |
| 58 | 13859.70 | 13994.76 | 100974.52 | 9.1417537 | 9.1459655 | 2 | 99034.88 | 714553.08 | 721516.53 | 9.9957882 | 10.8540343 |
| 59 | 13888.50 | 14024.42 | 100978.64 | 9.1426555 | 9.1468850 | 1 | 99030.84 | 713041.90 | 720019.96 | 9.9957705 | 10.8531150 |
| 60 | 13917.31 | 14054.06 | 100982.76 | 6 1435553 | 9.1478025 | 0 | 99026.80 | 711536.97 | 718529.65 | 9.9957528 | 10.8521975 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin. | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 13917.31 | 14054.08 | 100982.76 | 9.1435553 | 9.1478025 |
| 1 | 13946.12 | 14083.74 | 100986.89 | 9.1444532 | 9.1487182 |
| 2 | 13974.92 | 14113.41 | 100991.05 | 9.1453493 | 9.1496321 |
| 3 | 14003.72 | 14143.08 | 100995.18 | 9.1462435 | 9.1505441 |
| 4 | 14032.52 | 14172.75 | 100999.34 | 9.1471358 | 9.1514543 |
| 5 | 14061.32 | 14202.43 | 101003.51 | 9.1480261 | 9.1523627 |
| 6 | 14090.12 | 14232.11 | 101007.69 | 9.1489148 | 9.1532692 |
| 7 | 14118.92 | 14261.79 | 101011.88 | 9.1498015 | 9.1541739 |
| 8 | 14147.72 | 14291.47 | 101016.07 | 9.1506864 | 9.1551769 |
| 9 | 14176.51 | 14321.15 | 101020.27 | 9.1515694 | 9.1559780 |
| 10 | 14205.31 | 14350.84 | 101024.48 | 9.1524507 | 9.1568773 |
| 11 | 14234.10 | 14380.53 | 101028.70 | 9.1533301 | 9.1577748 |
| 12 | 14262.89 | 14410.22 | 101032.95 | 9.1542076 | 9.1586706 |
| 13 | 14291.68 | 14439.91 | 101037.17 | 9.1550834 | 9.1595646 |
| 14 | 14320.47 | 14469.61 | 101041.42 | 9.1559574 | 9.1604569 |
| 15 | 14349.26 | 14499.31 | 101045.68 | 9.1568296 | 9.1613473 |
| 16 | 14378.05 | 14529.01 | 101049.95 | 9.1577000 | 9.1622361 |
| 17 | 14406.84 | 14558.71 | 101054.23 | 9.1585686 | 9.1631231 |
| 18 | 14435.62 | 14588.42 | 101058.51 | 9.1594354 | 9.1640083 |
| 19 | 14464.40 | 14618.13 | 101062.80 | 9.1603005 | 9.1648919 |
| 20 | 14493.19 | 14647.84 | 101067.10 | 9.1611639 | 9.1657737 |
| 21 | 14521.97 | 14677.55 | 101071.41 | 9.1620254 | 9.1666538 |
| 22 | 14550.75 | 14707.27 | 101075.73 | 9.1628853 | 9.1675322 |
| 23 | 14579.53 | 14736.99 | 101080.06 | 9.1637434 | 9.1684089 |
| 24 | 14608.30 | 14766.71 | 101084.40 | 9.1645998 | 9.1692839 |
| 25 | 14637.08 | 14796.44 | 101088.75 | 9.1654544 | 9.1601572 |
| 26 | 14665.85 | 14826.17 | 101093.11 | 9.1663074 | 9.1710289 |
| 27 | 14694.63 | 14855.90 | 101097.47 | 9.1671586 | 9.1718989 |
| 28 | 14723.40 | 14885.63 | 101101.84 | 9.1680081 | 9.1727672 |
| 29 | 14752.17 | 14915.36 | 101106.22 | 9.1688559 | 9.1736338 |
| 30 | 14780.94 | 14945.10 | 101110.61 | 9.1697021 | 9.1744988 |
| 31 | 14809.71 | 14974.84 | 101115.01 | 9.1705465 | 9.1753622 |
| 32 | 14838.48 | 15004.58 | 101119.42 | 9.1713893 | 9.1762239 |
| 33 | 14867.24 | 15034.33 | 101123.84 | 9.1722305 | 9.1770840 |
| 34 | 14896.01 | 15064.08 | 101128.27 | 9.1730699 | 9.1779425 |
| 35 | 14924.77 | 15093.83 | 101132.71 | 9.1739077 | 9.1787993 |
| 36 | 14953.53 | 15123.58 | 101137.15 | 9.1747439 | 9.1796546 |
| 37 | 14982.30 | 15153.33 | 101141.60 | 9.1755784 | 9.1805081 |
| 38 | 15011.06 | 15183.09 | 101146.06 | 9.1764112 | 9.1813602 |
| 39 | 15039.81 | 15212.83 | 101150.53 | 9.1772425 | 9.1822106 |
| 40 | 15068.57 | 15242.61 | 101155.01 | 9.1780721 | 9.1830595 |
| 41 | 15097.33 | 15272.38 | 101159.50 | 9.1789001 | 9.1839068 |
| 42 | 15126.08 | 15302.15 | 101164.00 | 9.1797265 | 9.1847525 |
| 43 | 15154.84 | 15331.92 | 101168.51 | 9.1805512 | 9.1855966 |
| 44 | 15183.59 | 15361.89 | 101173.03 | 9.1813744 | 9.1864392 |
| 45 | 15212.34 | 15391.47 | 101177.56 | 9.1821960 | 9.1872802 |
| 46 | 15241.09 | 15421.25 | 101182.09 | 9.1830160 | 9.1881196 |
| 47 | 15269.84 | 15451.03 | 101186.63 | 9.1838344 | 9.1889575 |
| 48 | 15298.58 | 15480.83 | 101191.18 | 9.1846512 | 9.1897939 |
| 49 | 15327.33 | 15510.61 | 101195.74 | 9.1854665 | 9.1906287 |
| 50 | 15356.07 | 15540.40 | 101200.31 | 9.1862802 | 9.1914621 |
| 51 | 15384.82 | 15570.19 | 101204.89 | 9.1870923 | 9.1922939 |
| 52 | 15413.56 | 15599.98 | 101209.48 | 9.1879019 | 9.1931241 |
| 53 | 15442.30 | 15629.78 | 101214.08 | 9.1887120 | 8.1939529 |
| 54 | 15471.04 | 15659.58 | 101218.69 | 9.1895195 | 9.1947802 |
| 55 | 15499.78 | 15689.38 | 101223.31 | 9.1903254 | 9.1956059 |
| 56 | 15528.51 | 15719.19 | 101227.93 | 9.1911299 | 9.1964302 |
| 57 | 15557.25 | 15749.00 | 101232.56 | 9.1919328 | 9.1972530 |
| 58 | 15585.98 | 15778.81 | 101237.20 | 9.1927342 | 9.1980743 |
| 59 | 15614.72 | 15808.62 | 101241.85 | 9.1935341 | 9.1988941 |
| 60 | 15643.45 | 15838.44 | 101246.51 | 9.1943324 | 9.1997125 |



| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 99026.80 | 711536.97 | 718529.65 | 9.9957528 | 10.8521975 |
| 59 | 99022.75 | 710038.26 | 717045.56 | 9.9957350 | 10.8512818 |
| 58 | 99018.69 | 708545.73 | 715567.64 | 9.9957172 | 10.8503679 |
| 57 | 99014.62 | 707059.34 | 714095.87 | 9.9956993 | 10.8494559 |
| 56 | 99010.54 | 705579.05 | 712630.19 | 9.9956815 | 10.8485457 |
| 55 | 99006.45 | 704104.82 | 711170.58 | 9.9956635 | 10.8476373 |
| 54 | 99002.36 | 702636.62 | 709717.00 | 9.9956456 | 10.8467308 |
| 53 | 98998.26 | 701174.41 | 708269.41 | 9.9956276 | 10.8458261 |
| 52 | 98994.15 | 699718.06 | 706827.77 | 9.9956095 | 10.8449231 |
| 51 | 98990.03 | 698267.81 | 705392.05 | 9.9955915 | 10.8440220 |
| 50 | 98985.90 | 696823.35 | 703962.20 | 9.9955734 | 10.8431227 |
| 49 | 98981.76 | 695384.73 | 702538.20 | 9.9955551 | 10.8422252 |
| 48 | 98977.62 | 693951.92 | 701120.01 | 9.9955370 | 10.8413294 |
| 47 | 98973.47 | 692524.89 | 699707.60 | 9.9955188 | 10.8404354 |
| 46 | 98969.31 | 691103.59 | 698300.92 | 9.9955005 | 10.8395431 |
| 45 | 98965.14 | 689687.99 | 696899.94 | 9.9954822 | 10.8386527 |
| 44 | 98960.96 | 688278.07 | 695504.64 | 9.9954639 | 10.8477639 |
| 43 | 98986.77 | 686873.78 | 694114.96 | 9.9954455 | 10.8368769 |
| 42 | 98952.57 | 685475.08 | 692730.89 | 9.9954272 | 10.8359927 |
| 41 | 98948.37 | 684081.96 | 691352.39 | 9.9954087 | 10.8351081 |
| 40 | 98944.16 | 682694.37 | 689979.42 | 9.9953902 | 10.8342263 |
| 39 | 98939.94 | 681312.27 | 688611.95 | 9.9953717 | 10.8333462 |
| 38 | 98935.71 | 679935.68 | 687249.95 | 9.9953531 | 10.8324678 |
| 37 | 98931.47 | 678564.46 | 685893.38 | 9.9953345 | 10.8315921 |
| 36 | 98927.23 | 677198.67 | 684542.22 | 6.9953159 | 10.8307168 |
| 35 | 98922.98 | 675838.26 | 683196.42 | 9.9952972 | 10.8298428 |
| 34 | 98918.72 | 674483.18 | 681855.97 | 9.9952785 | 10.8289712 |
| 33 | 98914.45 | 673133.41 | 680520.81 | 9.9952597 | 10.8281011 |
| 32 | 98910.17 | 671788.91 | 679190.95 | 9.9952409 | 10.8272328 |
| 31 | 98905.88 | 670449.66 | 677866.32 | 9.9952221 | 10.8263662 |
| 30 | 98901.56 | 669115.62 | 676546.91 | 9.9952033 | 10.8255012 |
| 29 | 98897.26 | 667786.77 | 675232.68 | 9.9951844 | 10.8246378 |
| 28 | 98892.97 | 666463.07 | 673923.60 | 9.9951654 | 10.8237761 |
| 27 | 98888.65 | 665144.49 | 672619.65 | 9.9951464 | 10.8229160 |
| 26 | 98884.32 | 663831.00 | 671320.79 | 9.9951274 | 10.8220575 |
| 25 | 98879.98 | 662522.58 | 670026.99 | 9.9951084 | 10.8212007 |
| 24 | 98875.63 | 661219.19 | 668738.22 | 9.9950893 | 10.8203450 |
| 23 | 98871.28 | 659920.80 | 667454.46 | 9.9950702 | 10.8194918 |
| 22 | 98866.92 | 658627.39 | 666175.68 | 9.9950510 | 10.8186398 |
| 21 | 98862.55 | 657338.92 | 664901.84 | 9.9950318 | 10.8177894 |
| 20 | 98858.17 | 656055.38 | 663632.93 | 9.9950126 | 10.8169405 |
| 19 | 98853.78 | 654776.72 | 662368.90 | 9.9949933 | 10.8160932 |
| 18 | 98849.38 | 653502.93 | 661109.73 | 9.9949740 | 10.8152475 |
| 17 | 98844.98 | 652233.96 | 659855.40 | 9.9949546 | 10.8144034 |
| 16 | 98840.57 | 650969.81 | 658605.87 | 9.9949352 | 10.8135608 |
| 15 | 98836.15 | 649710.43 | 657361.12 | 9.9949158 | 10.8127198 |
| 14 | 98831.72 | 648455.81 | 656121.23 | 9.9948964 | 10.8118804 |
| 13 | 98827.28 | 647205.91 | 654885.86 | 9.9948769 | 10.8110425 |
| 12 | 98822.83 | 645960.70 | 653655.28 | 9.9948573 | 10.8102061 |
| 11 | 98818.38 | 644720.17 | 652429.38 | 9.9948377 | 10.8093713 |
| 10 | 98813.92 | 643484.28 | 651208.12 | 9.9948181 | 10.8085379 |
| 9 | 98809.45 | 642253.01 | 649991.48 | 9.9947985 | 10.8077061 |
| 8 | 98804.97 | 641026.33 | 648779.44 | 9.9947788 | 10.8068759 |
| 7 | 98800.48 | 639804.22 | 647571.95 | 9.9947591 | 10.8060471 |
| 6 | 98795.98 | 638586.65 | 646369.01 | 9.9947393 | 10.8052198 |
| 5 | 98791.48 | 637373.59 | 645170.39 | 9.9947195 | 10.8043942 |
| 4 | 98786.97 | 636165.02 | 643976.66 | 9.9946997 | 10.8035698 |
| 3 | 98782.45 | 634960.92 | 642787.19 | 9.9946798 | 10.8027470 |
| 2 | 98777.92 | 633761.26 | 641602.16 | 9.9946599 | 10.8019257 |
| 1 | 98773.38 | 632566.01 | 640421.54 | 9.9946399 | 10.8011059 |
| 0 | 98768.83 | 632375.15 | 639245.32 | 9.9946199 | 10.8002875 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tan. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant | Log.Sin | Log Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 15643.45 | 15838.44 | 101246.51 | 9.1943324 | 9.1997125 | 60 | 98768.83 | 631375.15 | 639245.32 | 9.9946199 | 10.8002873 |
| 1 | 15672.18 | 15868.26 | 101251.18 | 9.1951293 | 9.2005294 | 59 | 98764.28 | 630118.66 | 638073.47 | 9.9945999 | 10.7994706 |
| 2 | 15700.91 | 15898.08 | 101255.86 | 9.1959247 | 9.2013449 | 58 | 98759.72 | 629006.51 | 636905.95 | 9.9945798 | 10.7986531 |
| 3 | 15729.63 | 15927.91 | 101260.55 | 9.1967186 | 9.2021588 | 57 | 98755.15 | 627828.68 | 635742.76 | 9.9945597 | 10.7978411 |
| 4 | 15758.36 | 15957.74 | 101265.25 | 9.1975110 | 9.2029714 | 56 | 98750.57 | 626655.14 | 634583.86 | 9.9945396 | 10.7970286 |
| 5 | 15787.08 | 15987.57 | 101269.96 | 9.1983019 | 9.2037825 | 55 | 98745.98 | 625485.88 | 633429.23 | 9.9945194 | 10.7962175 |
| 6 | 15815.81 | 16017.40 | 101274.67 | 9.1990913 | 9.2045922 | 54 | 98741.38 | 624320.86 | 632278.84 | 9.9944992 | 10.7954078 |
| 7 | 15844.53 | 16047.24 | 101279.39 | 9.1998793 | 9.2054004 | 53 | 98736.77 | 623160.07 | 631132.69 | 9.9944789 | 10.7945996 |
| 8 | 15873.25 | 16077.08 | 101284.12 | 9.2006658 | 9.2062072 | 52 | 98732.16 | 622003.47 | 629990.73 | 9.9944587 | 10.7937928 |
| 9 | 15901.97 | 16106.92 | 101288.86 | 9.2014509 | 9.2070126 | 51 | 98727.54 | 620851.06 | 628852.95 | 9.9944383 | 10.7929874 |
| 10 | 15930.69 | 16136.77 | 101293.61 | 9.2022345 | 9.2078165 | 50 | 98722.91 | 619702.79 | 627719.33 | 9.9944180 | 10.7921835 |
| 11 | 15959.40 | 16166.62 | 101298.37 | 9.2030167 | 9.2086191 | 49 | 98718.27 | 618558.67 | 626589.84 | 9.9943975 | 10.7913809 |
| 12 | 15988.12 | 16196.47 | 101303.14 | 9.2037974 | 9.2094203 | 48 | 98713.62 | 617418.65 | 625464.46 | 9.9943771 | 10.7605797 |
| 13 | 16016.83 | 16226.32 | 101307.92 | 9.2045766 | 9.2102200 | 47 | 98708.97 | 616282.72 | 624343.16 | 9.9943566 | 10.7867800 |
| 14 | 16045.55 | 16256.17 | 101312.72 | 9.2053545 | 9.2110184 | 46 | 98704.31 | 615150.85 | 623225.94 | 9.9943361 | 10.7889816 |
| 15 | 16074.26 | 16286.03 | 101317.58 | 9.2061309 | 9.2118153 | 45 | 98699.64 | 614023.05 | 622112.75 | 9.9943156 | 10.7881847 |
| 16 | 16102.97 | 16315.89 | 101322.31 | 9.2069259 | 9.2126109 | 44 | 98694.96 | 612899.23 | 621003.59 | 9.9942950 | 10.7873892 |
| 17 | 16131.67 | 16345.76 | 101327.12 | 9.2076795 | 9.2134051 | 43 | 98690.27 | 611779.43 | 619898.43 | 9.9942743 | 10.7865949 |
| 18 | 16160.83 | 16375.63 | 101331.94 | 9.2084516 | 9.2141980 | 42 | 98685.57 | 610663.60 | 618797.25 | 9.9942537 | 10.7858020 |
| 19 | 16189.09 | 16405.50 | 101336.77 | 9.2092224 | 9.2149894 | 41 | 98680.86 | 609551.74 | 617700.03 | 9.9942330 | 10.7850106 |
| 20 | 16217.79 | 16435.37 | 101341.61 | 9.2099917 | 9.2157795 | 40 | 98676.15 | 608443.81 | 616606.74 | 9.9942122 | 10.7842203 |
| 21 | 16246.50 | 16465.25 | 101346.46 | 9.2107597 | 9.2165683 | 39 | 98671.43 | 607339.79 | 615517.36 | 9.9941914 | 10.7834317 |
| 22 | 16275.20 | 16495.13 | 101351.32 | 9.2115263 | 9.2173556 | 38 | 98666.70 | 606239.67 | 614431.89 | 9.9941706 | 10.7826444 |
| 23 | 16303.91 | 16525.01 | 101356.19 | 9.2122914 | 9.2181417 | 37 | 98661.96 | 605143.43 | 613350.28 | 9.9941498 | 10.7818583 |
| 24 | 16332.62 | 16554.89 | 101361.07 | 9.2130552 | 9.2189264 | 36 | 98657.21 | 604051.03 | 612272.53 | 9.9941289 | 10.7810736 |
| 25 | 16361.29 | 16584.78 | 101365.95 | 9.2138176 | 9.2197097 | 35 | 98652.46 | 602962.47 | 611198.61 | 9.9941079 | 10.7802903 |
| 26 | 16389.99 | 16614.67 | 101370.84 | 9.2145787 | 9.2204917 | 34 | 98647.70 | 601877.72 | 610128.50 | 9.9940870 | 10.7795083 |
| 27 | 16418.68 | 16644.56 | 101375.74 | 9.2153384 | 9.2212724 | 33 | 98642.93 | 600796.76 | 609062.19 | 9.9940659 | 10.7787276 |
| 28 | 16447.38 | 16674.46 | 101380.65 | 9.2160967 | 9.2220518 | 32 | 98638.15 | 599719.57 | 607999.64 | 9.9940449 | 10.77764[illegible] |
| 29 | 16476.07 | 16704.36 | 101385.57 | 9.2168536 | 9.2228298 | 31 | 98633.36 | 598646.14 | 606940.85 | 9.9940238 | 10.77717[illegible] |
| 30 | 16504.76 | 16734.26 | 101390.50 | 9.2176092 | 9.2236065 | 30 | 98628.56 | 597576.44 | 605885.80 | 9.9940027 | 10.7763935 |
| 31 | 16533.45 | 16764.16 | 101395.44 | 9.2183635 | 9.2243819 | 29 | 98623.75 | 596510.45 | 604834.45 | 9.9939813 | 10.7756181 |
| 32 | 16562.14 | 16794.07 | 101400.39 | 9.2191164 | 9.2251561 | 28 | 98618.94 | 595448.15 | 603786.80 | 9.9939603 | 10.7748439 |
| 33 | 16590.82 | 16823.98 | 101405.35 | 9.2198680 | 9.2259289 | 27 | 98614.12 | 594389.52 | 602742.82 | 9.9939391 | 10.7740712 |
| 34 | 16619.51 | 16853.89 | 101420.32 | 9.2206182 | 9.2267004 | 26 | 98609.29 | 593334.55 | 601702.50 | 9.9939176 | 10.7732996 |
| 35 | 16648.19 | 16883.81 | 101413.30 | 9.2213671 | 9.2274706 | 25 | 98604.45 | 592283.22 | 600665.81 | 9.9938965 | 10.7725294 |
| 36 | 16676.87 | 16913.73 | 101420.29 | 9.2221147 | 9.2282593 | 24 | 98599.60 | 591235.50 | 599632.74 | 9.9938752 | 10.7717605 |
| 37 | 16705.33 | 16943.63 | 101423.19 | 9.2228909 | 9.2290071 | 23 | 98594.74 | 590191.38 | 598603.26 | 9.9938538 | 10.7709929 |
| 38 | 16734.23 | 16973.58 | 101430.29 | 9.2236059 | 9.2297735 | 22 | 98589.88 | 589150.84 | 597577.37 | 9.9938324 | 10.7702263 |
| 39 | 16762.91 | 17003.31 | 101435.30 | 9.2243495 | 5.2305386 | 21 | 98585.01 | 588113.86 | 596555.04 | 9.9938109 | 10.7694614 |
| 40 | 16791.39 | 17033.44 | 101440.32 | 9.2250918 | 9.2313024 | 20 | 98580.13 | 587080.42 | 595536.25 | 9.9937894 | 10.7686976 |
| 41 | 16820.26 | 17063.37 | 101445.35 | 9.2258328 | 9.2320650 | 19 | 98575.24 | 586050.51 | 594520.98 | 9.9937679 | 10.7679350 |
| 42 | 16848.94 | 17093.31 | 101450.39 | 9.2265725 | 9.2328262 | 18 | 98570.34 | 585024.10 | 593509.22 | 9.9937463 | 10.7671738 |
| 43 | 16877.01 | 17123.23 | 101455.44 | 9.2273110 | 9.2335863 | 17 | 98565.44 | 584001.17 | 592500.95 | 9.9937247 | 10.7664137 |
| 44 | 16906.28 | 17153.19 | 101460.50 | 9.2280481 | 9.2343451 | 16 | 98560.53 | 582981.72 | 591496.14 | 9.9937030 | 10.7656549 |
| 45 | 16934.95 | 17183.14 | 101465.57 | 9.2287839 | 9.2351026 | 15 | 98555.61 | 581965.72 | 590494.79 | 9.9936813 | 10.7648974 |
| 46 | 16963.62 | 17213.09 | 101470.64 | 9.2295185 | 9.2338589 | 14 | 98550.68 | 580953.15 | 589496.88 | 9.9936596 | 10.7641411 |
| 47 | 16992.28 | 17243.04 | 101475.72 | 9.2302518 | 9.2366139 | 13 | 98545.74 | 579944.00 | 588502.38 | 9.9936378 | 10.7633861 |
| 48 | 17020.95 | 17273.00 | 101480.81 | 9.2309838 | 9.2373678 | 12 | 98540.79 | 578938.25 | 587511.28 | 9.9936160 | 10.7626322 |
| 49 | 17049.61 | 17302.96 | 101485.91 | 9.2317145 | 9.2381203 | 11 | 98535.83 | 577935.88 | 586523.56 | 9.9935942 | 10.7618[illegible] |
| 50 | 17078.28 | 17332.92 | 101491.02 | 9.2324440 | 9.2388717 | 10 | 98530.87 | 576936.88 | 585539.20 | 9.9935723 | 10.7611283 |
| 51 | 17106.94 | 17362.88 | 101496.14 | 9.2331722 | 9.2396218 | 9 | 98525.90 | 575941.22 | 584558.20 | 9.9935504 | 10.7603782 |
| 52 | 17135.60 | 17392.85 | 101501.27 | 9.2338992 | 9.2403708 | 8 | 98520.92 | 574945.59 | 583580.53 | 9.9935285 | 10.7596292 |
| 53 | 17164.25 | 17422.82 | 101506.41 | 9.2346249 | 9.2411185 | 7 | 98515.93 | 574959.88 | 582606.17 | 9.9935065 | 10.7587813 |
| 54 | 17192.91 | 17452.79 | 101511.56 | 9.2532494 | 9.2418650 | 6 | 98510.93 | 572974.16 | 581635.10 | 9.9934844 | 10.7581350 |
| 55 | 17221.56 | 17482.77 | 101516.72 | 9.2360726 | 9.2426103 | 5 | 98505.92 | 571991.73 | 580667.32 | 9.9934624 | 10.7573897 |
| 56 | 17250.22 | 17512.73 | 101321.89 | 9.2367946 | 9.2433543 | 4 | 98500.91 | 571012.56 | 579702.80 | 9.9934403 | 10.7566457 |
| 57 | 17278.87 | 17342.73 | 101527.07 | 9.2375153 | 9.2440972 | 3 | 98495.89 | 570036.63 | 578741.53 | 9.9934181 | 10.7559028 |
| 58 | 17307.52 | 17572.72 | 101532.26 | 9.2382349 | 9.2448389 | 2 | 98490.86 | 569063.94 | 577783.50 | 9.9933959 | 10.7554612 |
| 59 | 17336.17 | 17502.71 | 101537.46 | 9.2389532 | 9.2455794 | 1 | 98485.82 | 568094.46 | 576828.67 | 9.9933737 | 10.7544206 |
| 60 | 17364.82 | 17632.70 | 101342.67 | 9.2396702 | 9.2463188 | 0 | 98480.77 | 567128.18 | 575877.05 | 9.9933513 | 10.7536812 |

17364.82

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tan. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 17364.82 | 17632.70 | 101542.67 | 9.2396702 | 9.2463188 | 60 | 98480.77 | 567128.18 | 575877.05 | 9.9933515 | 10.7536812 |
| 1 | 17393.46 | 17662.69 | 101547.88 | 9.2403861 | 9.2470369 | 59 | 98475.71 | 566165.09 | 574928.61 | 9.9933292 | 10.7529431 |
| 2 | 17422.11 | 17692.69 | 101553.10 | 9.2411007 | 9.2477039 | 58 | 98470.65 | 565205.16 | 573983.33 | 9.9933068 | 10.7522061 |
| 3 | 17450.75 | 17722.69 | 101558.23 | 9.2418141 | 9.2485297 | 57 | 98465.38 | 954248.38 | 573041.21 | 9.9932845 | 10.7514703 |
| 4 | 17479.39 | 17752.69 | 101563.57 | 9.2425264 | 9.2492643 | 56 | 98460.50 | 563294.74 | 572102.23 | 9.9932621 | 10.7507359 |
| 5 | 17508.03 | 17782.70 | 101568.82 | 9.2432374 | 9.2499978 | 55 | 98455.41 | 562344.21 | 571166.36 | 9.9932396 | 10.7500012 |
| 6 | 17536.67 | 17812.71 | 101574.08 | 9.2439472 | 9.2507301 | 54 | 98450.31 | 561396.80 | 570233.60 | 9.9932171 | 10.7492659 |
| 7 | 17565.31 | 17842.72 | 101579.35 | 9.2446558 | 9.2513612 | 53 | 98445.21 | 560452.47 | 369303.93 | 9.9931946 | 10.7485388 |
| 8 | 17593.95 | 17872.74 | 101584.35 | 9.2453632 | 9.2521912 | 52 | 98440.10 | 559511.21 | 568377.34 | 9.9931720 | 10.7478088 |
| 9 | 17622.58 | 17902.76 | 101589.92 | 9.2460695 | 9.1529200 | 51 | 98434.98 | 558573.02 | 567453.80 | 9.9931494 | 10.7470800 |
| 10 | 17651.21 | 17932.78 | 101595.21 | 9.2467745 | 9.2536477 | 50 | 98429.85 | 557637.86 | 566533.31 | 9.9931268 | 10.7463523 |
| 11 | 17679.84 | 17962.81 | 101600.51 | 9.2474784 | 9.2543743 | 49 | 98424.71 | 556705.74 | 565615.84 | 9.9931041 | 10.7456257 |
| 12 | 17708.47 | 17992.84 | 101605.82 | 9.2481811 | 9.2550997 | 48 | 98419.56 | 555776.63 | 564701.40 | 9.9930814 | 10.7456003 |
| 13 | 17737.10 | 18022.87 | 101611.14 | 9.2488827 | 9.2558240 | 47 | 98414.40 | 554850.52 | 563789.95 | 9.9930587 | 10.7441760 |
| 14 | 17765.73 | 18052.91 | 101616.47 | 9.2495830 | 9.2565472 | 46 | 98409.24 | 553927.40 | 562881.48 | 9.9930359 | 10.7434528 |
| 15 | 17794.35 | 18082.95 | 101621.81 | 9.2502822 | 9.2572691 | 45 | 98404.07 | 553007.24 | 561975.99 | 9.9930131 | 10.7427308 |
| 16 | 17822.98 | 18112.99 | 101627.16 | 9.2509803 | 9.2579901 | 44 | 98398.89 | 552090.05 | 561073.45 | 9.9929902 | 10.7420099 |
| 17 | 17851.60 | 18143.03 | 101632.52 | 9.2516772 | 9.2587099 | 43 | 98393.70 | 551175.79 | 560173.82 | 9.9929673 | 10.7412901 |
| 18 | 17880.22 | 18173.08 | 101637.89 | 9.2523729 | 9.2594285 | 42 | 98388.50 | 550264.46 | 559277.19 | 9.9929444 | 10.7405715 |
| 19 | 17908.84 | 18203.13 | 101643.27 | 9.2530675 | 9.2601461 | 41 | 98383.29 | 549356.04 | 558383.41 | 9.9929214 | 10.7398539 |
| 20 | 17937.46 | 18233.18 | 101648.66 | 9.2537609 | 9.2608625 | 40 | 98378.08 | 548450.52 | 357492.58 | 9.9928984 | 10.7391375 |
| 21 | 17966.07 | 18263.24 | 101654.06 | 9.2544552 | 9.2655779 | 39 | 98372.86 | 547547.88 | 556604.60 | 9.9928753 | 10.7384222 |
| 22 | 17994.69 | 18293.30 | 101659.46 | 9.2551444 | 9.2622921 | 38 | 98367.63 | 546648.12 | 553719.50 | 9.9928521 | 10.7377079 |
| 23 | 18023.30 | 18323.36 | 101664.87 | 9.2558344 | 9.2630053 | 37 | 98362.39 | 545751.21 | 554837.26 | 9.9928291 | 10.7369947 |
| 24 | 18051.91 | 18353.43 | 101670.29 | 9.2565233 | 9.2637173 | 36 | 98357.14 | 544857.15 | 553957.86 | 9.9928059 | 10.7362827 |
| 25 | 18080.52 | 18383.50 | 101675.72 | 9.2572110 | 9.2644283 | 35 | 98351.89 | 543965.92 | 553081.29 | 9.9927827 | 10.7355717 |
| 26 | 18109.13 | 18413.57 | 101681.16 | 9.2578977 | 9.2651382 | 34 | 98346.63 | 543077.50 | 552207.54 | 9.9927595 | 10.7348618 |
| 27 | 18137.74 | 18443.65 | 101686.61 | 9.2585832 | 9.2658470 | 33 | 98341.36 | 541191.87 | 551336.58 | 9.9927361 | 10.7341530 |
| 28 | 18166.35 | 18473.73 | 101692.07 | 9.2592676 | 9.2665547 | 32 | 98336.08 | 541309.06 | 550468.43 | 9.9927129 | 10.7334453 |
| 29 | 18194.95 | 18503.81 | 101697.54 | 9.2599509 | 9.2672613 | 31 | 98330.79 | 540429.01 | 549603.05 | 9.9926895 | 10.7328387 |
| 30 | 18223.55 | 18533.90 | 101703.01 | 9.2606330 | 9.2679669 | 30 | 98325.49 | 539551.72 | 658740.41 | 9.9926661 | 10.7320331 |
| 31 | 18252.15 | 18563.99 | 101708.51 | 9.2613141 | 9.2686714 | 29 | 98320.18 | 538677.18 | 547880.55 | 9.9926427 | 10.7313286 |
| 32 | 18280.75 | 18594.08 | 101714.01 | 9.2619941 | 5.2693749 | 28 | 98314.87 | 537805.38 | 547023.42 | 9.9926192 | 10.7306251 |
| 33 | 18309.35 | 18624.18 | 101719.52 | 9.2626729 | 9.2700772 | 27 | 98309.55 | 536936.30 | 546169.01 | 9.9925957 | 10.7299228 |
| 34 | 18337.95 | 18654.20 | 101725.04 | 9.2633507 | 9.2707786 | 26 | 98304.22 | 536069.63 | 545317.31 | 9.9925722 | 10.7292214 |
| 35 | 18366.54 | 18684.38 | 101730.56 | 9.2640274 | 9.2714788 | 25 | 98298.88 | 535206.26 | 544468.31 | 9.9925486 | 10.7285212 |
| 36 | 18395.13 | 18714.49 | 101736.09 | 9.2647030 | 9.2721780 | 24 | 98293.53 | 534345.28 | 543621.99 | 9.9925250 | 10.7278220 |
| 37 | 18423.73 | 18744.60 | 101741.63 | 9.2653775 | 9.2728762 | 23 | 98288.17 | 533486.96 | 542778.35 | 9.9925013 | 10.7271238 |
| 38 | 18452.32 | 18774.71 | 101747.18 | 9.2660509 | 9.2735733 | 22 | 98282.81 | 532631.31 | 541937.37 | 9.9924776 | 10.7264267 |
| 39 | 18480.91 | 18904.83 | 101752.74 | 9.2667232 | 9.2742694 | 21 | 98277.44 | 531778.30 | 541099.03 | 9.9924539 | 10.7257306 |
| 40 | 18509.49 | 18834.95 | 101758.31 | 9.2673945 | 9.2749644 | 20 | 98272.06 | 530927.93 | 540263.33 | 9.9924301 | 10.7250356 |
| 41 | 18538.08 | 18865.07 | 101763.31 | 9.2680647 | 9.2756584 | 19 | 98266.67 | 530080.18 | 539430.26 | 9.9924063 | 10.7243416 |
| 42 | 18566.66 | 18895.20 | 101769.48 | 9.2687338 | 9.2763514 | 18 | 98261.27 | 529235.05 | 538599.79 | 9.9923824 | 10.7236486 |
| 43 | 18595.24 | 18925.33 | 101775.08 | 9.2694019 | 9.2770434 | 17 | 98255.87 | 528392.52 | 537772.92 | 9.9923585 | 10.7229566 |
| 44 | 18623.82 | 18955.46 | 101780.69 | 9.2700689 | 9.2777343 | 16 | 98250.46 | 527552.33 | 536946.64 | 9.9923346 | 10.7222657 |
| 45 | 18652.40 | 18985.59 | 101786.32 | 9.2707348 | 9.2784242 | 15 | 98245.04 | 526715.17 | 536123.93 | 9.9923106 | 10.7215758 |
| 46 | 18680.98 | 19015.73 | 101761.94 | 9.2713997 | 9.2791131 | 14 | 98239.61 | 325880.35 | 535303.79 | 9.9922866 | 10.7208869 |
| 47 | 18709.56 | 19045.87 | 101797.58 | 9.2720635 | 9.2798009 | 13 | 98234.17 | 325048.09 | 534486.20 | 9.9922626 | 10.7201992 |
| 48 | 18738.13 | 19076.02 | 101803.22 | 9.2727263 | 9.2804878 | 12 | 98228.72 | 524218.36 | 533671.14 | 9.9922385 | 10.7193122 |
| 49 | 18766.70 | 19106.17 | 101808.87 | 9.2733880 | 9.2811736 | 11 | 98223.27 | 523391.16 | 532858.62 | 9.9922144 | 10.7188264 |
| 50 | 18795.27 | 19136.32 | 101814.53 | 9.2740487 | 9.2818585 | 10 | 98217.81 | 522566.47 | 552048.60 | 9.9921902 | 10.7181415 |
| 51 | 18823.84 | 19166.48 | 101820.20 | 9.2747083 | 9.2854423 | 9 | 98212.34 | 521744.28 | 531241.09 | 9.9921660 | 10.7174577 |
| 52 | 18852.41 | 19196.64 | 101825.88 | 9.2753669 | 9.2832251 | 8 | 98206.86 | 520924.59 | 330436.08 | 9.9921418 | 10.7167749 |
| 53 | 18880.98 | 19226.80 | 101831.57 | 9.2760245 | 9.2839070 | 7 | 98201.37 | 520107.38 | 329633.54 | 9.9921175 | 10.7160930 |
| 54 | 18909.54 | 19256.96 | 101837.27 | 9.2766811 | 9.2845878 | 6 | 98195.87 | 519292.64 | 528833.47 | 9.9920932 | 10.7154122 |
| 55 | 18938.11 | 19287.12 | 101842.99 | 9.2773366 | 9.2852677 | 5 | 98190.36 | 518480.35 | 528035.87 | 9.9920689 | 10.7147323 |
| 56 | 18966.67 | 19317.30 | 101848.70 | 9.2779911 | 9.2859466 | 4 | 98184.85 | 517670.71 | 327240.70 | 9.9920445 | 10.7140534 |
| 57 | 18995.23 | 19347.48 | 101854.43 | 9.2786443 | 5.2866245 | 3 | 98179.33 | 316863.11 | 526447.98 | 9.9920201 | 10.7135755 |
| 58 | 19023.79 | 19377.66 | 101860.17 | 9.2792970 | 9.2873014 | 2 | 98173.80 | 316058.13 | 525657.68 | 5.9919956 | 10.7126986 |
| 59 | 19052.34 | 19407.84 | 101865.92 | 9.2799484 | 9.2879773 | 1 | 98168.26 | 515255.57 | 524869.79 | 9.9919711 | 10.7120227 |
| 60 | 19080.90 | 19438.03 | 101871.68 | 9.2805988 | 9.2886523 | 0 | 98162.71 | 514455.40 | 524084.31 | 9.9919466 | 10.7213477 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin. | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 19080.90 | 19438.03 | 101871.68 | 9.2805988 | 9.2886523 | 60 | 98162.71 | 514455.40 | 524084.31 | 9.9919466 | 10.7113477 |
| 1 | 19109.45 | 19468.22 | 101877.44 | 9.2812483 | 9.2893263 | 59 | 98157.16 | 513657.63 | 523301.21 | 9.9919220 | 10.7106737 |
| 2 | 19138.00 | 19498.41 | 101883.21 | 9.2818967 | 9.2899993 | 58 | 98151.60 | 512862.24 | 522520.50 | 9.9918974 | 10.7100007 |
| 3 | 19166.55 | 19528.61 | 101888.99 | 9.2825441 | 9.2906713 | 57 | 98146.03 | 512069.21 | 521742.16 | 9.9918727 | 10.7093287 |
| 4 | 19195.10 | 19558.81 | 101894.78 | 9.2831905 | 9.2913424 | 56 | 98140.45 | 511278.55 | 520966.18 | 9.9918480 | 10.7086576 |
| 5 | 19223.65 | 19589.01 | 101900.58 | 9.2838359 | 9.2920126 | 55 | 98134.86 | 510490.24 | 520192.54 | 9.9918233 | 10.7079874 |
| 6 | 19252.10 | 19619.22 | 101906.39 | 9.2844803 | 9.2926817 | 54 | 98129.26 | 509704.26 | 519421.25 | 9.9917986 | 10.7073183 |
| 7 | 19280.74 | 19649.43 | 101912.21 | 9.2851237 | 9.2933500 | 53 | 98123.56 | 508920.61 | 518652.28 | 9.9917737 | 10.7066500 |
| 8 | 29309.28 | 19679.64 | 101918.04 | 9.2857661 | 9.2940172 | 52 | 98118.05 | 508139.28 | 917885.63 | 9.9917489 | 10.7059828 |
| 9 | 19337.82 | 19709.86 | 101923.88 | 9.2864076 | 9.2946836 | 51 | 98112.43 | 507360.25 | 517121.28 | 9.9917240 | 10.5053164 |
| 10 | 19366.36 | 19740.08 | 101929.73 | 9.2870480 | 9.2953489 | 50 | 98106.80 | 506583.52 | 516359.24 | 9.9916991 | 10.7046511 |
| 11 | 19394.90 | 19770.30 | 101935.59 | 9.2876875 | 9.2960134 | 49 | 98101.16 | 505809.07 | 515599.48 | 9.9916741 | 10.7039866 |
| 12 | 19423.44 | 19800.53 | 101941.46 | 9.2883260 | 9.2966769 | 48 | 98095.51 | 505036.90 | 514841.99 | 9.9916492 | 10.7033231 |
| 13 | 19451.97 | 19830.76 | 101947.34 | 9.2889636 | 9.2973395 | 47 | 98089.86 | 504267.00 | 514086.77 | 9.9916241 | 10.7026605 |
| 14 | 19480.50 | 19861.00 | 101953.23 | 9.2896001 | 9.2980011 | 46 | 98084.20 | 503499.35 | 513333.81 | 9.9915990 | 10.7019989 |
| 15 | 19509.03 | 19891.24 | 101959.12 | 9.2902357 | 9.2986618 | 45 | 98078.53 | 502733.93 | 512583.09 | 9.9915739 | 10.7013382 |
| 16 | 19537.56 | 19921.48 | 101965.02 | 9.2908704 | 9.2993216 | 44 | 98072.85 | 501970.78 | 511834.61 | 9.9915487 | 10.7006784 |
| 17 | 19566.09 | 19951.72 | 101970.93 | 9.2915040 | 9.2999804 | 43 | 98067.16 | 501209.84 | 511088.15 | 9.9915236 | 10.7000196 |
| 18 | 19594.61 | 19981.97 | 101976.85 | 9.2921367 | 9.3006383 | 42 | 98061.46 | 500451.11 | 610344.31 | 9.9914984 | 10.6993617 |
| 19 | 19623.14 | 20012.22 | 101982.78 | 9.2927685 | 9.3012954 | 41 | 98055.76 | 499694.69 | 509602.48 | 9.9914731 | 10.6987046 |
| 20 | 19651.66 | 20042.48 | 101988.72 | 9.2933993 | 9.3019514 | 40 | 98050.05 | 498940.27 | 508862.84 | 9.9914478 | 10.6980486 |
| 21 | 19680.18 | 20072.74 | 101994.67 | 9.2940291 | 9.3026066 | 39 | 98044.33 | 498188.13 | 508125.39 | 9.9914228 | 10.6973934 |
| 22 | 19708.70 | 20103.00 | 102000.63 | 9.2946580 | 9.3032609 | 38 | 98038.60 | 497438.17 | 507390.12 | 9.9913975 | 10.6967391 |
| 23 | 19737.22 | 20133.27 | 102006.60 | 9.2952859 | 9.3039143 | 37 | 98032.86 | 496690.37 | 506657.01 | 9.9913717 | 10.6960857 |
| 24 | 19765.73 | 20163.54 | 102012.58 | 9.2959129 | 9.3045667 | 36 | 98027.11 | 495944.74 | 505926.06 | 9.9913462 | 10.6954333 |
| 25 | 19794.25 | 20193.81 | 102018.57 | 9.2961390 | 9.3052183 | 35 | 98021.36 | 495201.25 | 505197.26 | 9.9913207 | 10.6947817 |
| 26 | 19822.76 | 20224.09 | 102024.57 | 9.2971641 | 9.3058689 | 34 | 98015.60 | 494459.50 | 504470.60 | 9.9912952 | 10.6941311 |
| 27 | 19851.27 | 20254.37 | 102030.58 | 9.2977883 | 9.3065187 | 33 | 98009.83 | 493720.67 | 503746.07 | 9.9912696 | 10.6934813 |
| 28 | 19879.78 | 20284.65 | 102036.60 | 9.2984116 | 9.3071675 | 32 | 98004.05 | 492983.58 | 503023.67 | 9.9912440 | 10.6928325 |
| 29 | 19908.29 | 20314.94 | 102042.63 | 9.2990339 | 9.3078155 | 31 | 97998.26 | 492248.59 | 502303.37 | 9.9912184 | 10.6921845 |
| 30 | 19936.79 | 20345.23 | 102048.67 | 9.2996553 | 9.3084626 | 30 | 97992.47 | 491515.70 | 501585.17 | 9.9911927 | 10.6915374 |
| 31 | 19965.30 | 20375.52 | 102054.71 | 9.3002758 | 9.3091088 | 29 | 97986.67 | 490784.91 | 500869.07 | 9.9911670 | 10.6908912 |
| 32 | 19993.80 | 20405.82 | 102060.76 | 9.3008953 | 9.3097541 | 28 | 97980.86 | 490056.20 | 500155.05 | 9.9911412 | 10.6902459 |
| 33 | 20022.30 | 20436.12 | 102066.82 | 9.3015140 | 9.3103985 | 27 | 97975.04 | 489329.56 | 499443.11 | 9.9911154 | 10.6896015 |
| 34 | 20050.80 | 20466.43 | 102072.89 | 9.3021317 | 9.3110421 | 26 | 97969.21 | 488604.99 | 498733.23 | 9.9910896 | 10.6889579 |
| 35 | 20079.30 | 20496.74 | 102078.97 | 9.3027485 | 9.3116848 | 25 | 97963.37 | 487882.48 | 498025.41 | 9.9910637 | 10.6883152 |
| 36 | 20107.79 | 20527.05 | 102085.06 | 9.3033644 | 9.3123266 | 24 | 97957.52 | 487162.01 | 497319.64 | 9.9910378 | 10.6876734 |
| 37 | 20136.29 | 20557.37 | 102091.16 | 9.3039794 | 9.3129675 | 23 | 97951.67 | 486443.59 | 496615.91 | 9.9910119 | 10.6870325 |
| 38 | 20164.78 | 20587.69 | 102097.27 | 9.3045934 | 9.3136076 | 22 | 97945.81 | 485727.19 | 495914.21 | 9.9909859 | 10.6863924 |
| 39 | 20193.27 | 20618.01 | 102103.39 | 9.3052066 | 9.5142468 | 21 | 97939.94 | 485012.82 | 495214.53 | 9.9909598 | 10.6857532 |
| 40 | 20221.76 | 20648.34 | 102109.52 | 9.3058189 | 9.3148851 | 20 | 97934.06 | 484300.45 | 494516.87 | 9.9909338 | 10.6851149 |
| 41 | 20250.24 | 20678.67 | 102115.66 | 9.3064303 | 9.3155226 | 19 | 97928.17 | 483590.10 | 493821.20 | 9.9909077 | 10.6844774 |
| 42 | 20278.73 | 20709.00 | 102121.81 | 9.3070407 | 9.3161592 | 18 | 97922.28 | 482881.74 | 493127.54 | 9.9908815 | 10.6838408 |
| 43 | 20307.21 | 20739.34 | 102127.97 | 9.3076503 | 9.3167950 | 17 | 97916.38 | 482175.36 | 492435.86 | 9.9908553 | 10.6832050 |
| 44 | 20335.69 | 20769.68 | 102134.14 | 9.3082590 | 9.3174299 | 16 | 97910.47 | 481470.96 | 491746.16 | 9.9908291 | 10.6845701 |
| 45 | 20364.17 | 20800.03 | 102140.32 | 9.3088668 | 9.3180640 | 15 | 97904.55 | 480768.54 | 491058.44 | 9.9908029 | 10.6819360 |
| 46 | 20392.65 | 20830.38 | 102146.50 | 9.3094737 | 9.3186972 | 14 | 97898.62 | 480068.08 | 490372.67 | 9.9907766 | 10.7813028 |
| 47 | 20421.13 | 20860.73 | 102152.69 | 9.3100798 | 9.3193295 | 13 | 97892.68 | 479369.57 | 489688.86 | 9.9907502 | 10.6806705 |
| 48 | 20449.61 | 20891.09 | 102158.89 | 9.3106849 | 9.3199611 | 12 | 97886.74 | 478673.00 | 489007.01 | 9.9907239 | 10.6800389 |
| 49 | 20478.08 | 20921.45 | 102165.10 | 9.3112892 | 9.3205918 | 11 | 97880.79 | 477978.37 | 488327.07 | 9.9906974 | 10.6794082 |
| 50 | 20506.55 | 20951.81 | 102171.32 | 9.3118926 | 9.3212216 | 10 | 97874.83 | 477285.67 | 487649.07 | 9.9906710 | 10.6787784 |
| 51 | 20535.02 | 20982.18 | 102177.55 | 9.3124951 | 9.3218506 | 9 | 97868.86 | 476594.50 | 486972.99 | 9.9906445 | 10.6781494 |
| 52 | 20563.49 | 21012.55 | 102183.79 | 9.3130968 | 9.3223788 | 8 | 97862.88 | 475906.03 | 486298.83 | 9.9906180 | 10.6775212 |
| 53 | 20591.95 | 21042.95 | 102190.04 | 9.3136976 | 9.3231061 | 7 | 97856.89 | 475219.77 | 485626.57 | 9.9905914 | 10.6768939 |
| 54 | 20620.42 | 21073.31 | 102196.30 | 9.3142975 | 9.3237327 | 6 | 97850.90 | 474534.01 | 484956.21 | 9.9905648 | 10.6762673 |
| 55 | 20648.81 | 21103.69 | 102202.57 | 9.3148965 | 9.3243584 | 5 | 97844.90 | 473850.83 | 484287.74 | 9.9905382 | 10.6756416 |
| 56 | 20677.34 | 21134.07 | 102208.85 | 9.3154947 | 9.3249832 | 4 | 97838.89 | 473169.54 | 483621.14 | 9.9905115 | 10.6750168 |
| 57 | 20705.80 | 21164.46 | 102215.14 | 9.3160921 | 9.3256073 | 3 | 97832.87 | 472490.12 | 482956.43 | 9.9904848 | 10.6743927 |
| 58 | 20734.26 | 21194.85 | 102221.44 | 9.3166885 | 9.3262305 | 2 | 97826.84 | 471812.56 | 482293.57 | 9.9904580 | 10.6737695 |
| 59 | 20762.71 | 21225.25 | 102227.75 | 9.3172841 | 9.3268529 | 1 | 97820.80 | 471136.86 | 481632.58 | 9.9904312 | 10.6731471 |
| 60 | 20791.17 | 21255.65 | 102234.07 | 9.3178789 | 9.3274745 | 0 | 97814.76 | 470463.01 | 480973.43 | 9.9904044 | 10.6725255 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tan. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 20791.87 | 21255.65 | 102234.07 | 9.3178789 | 3.3274745 | 60 | 97814.76 | 470463.01 | 480973.43 | 9.9904044 | 10.6725255 |
| 1 | 20819.62 | 21286.06 | 02240.40 | 9.3184728 | 9.3280953 | 59 | 97808.71 | 469791.00 | 480316.13 | 9.9903775 | 10.6719047 |
| 2 | 20848.07 | 21316.47 | 102246.73 | 9.3190659 | 8.3287153 | 58 | 97801.65 | 469120.83 | 479660.66 | 9.9903506 | 10.6712847 |
| 3 | 20876.52 | 21346.88 | 102253.07 | 9.3196581 | 9.3293345 | 57 | 97796.58 | 468452.48 | 479007.02 | 9.9903237 | 50.6706655 |
| 4 | 20904.97 | 21377.30 | 202259.42 | 9.3202495 | 9.3299528 | 56 | 97790.50 | 467785.95 | 478355.20 | 9.9902967 | 10.6700472 |
| 5 | 20933.41 | 21407.72 | 102265.78 | 9.3298400 | 9.3305704 | 55 | 97784.41 | 467121.24 | 477705.19 | 9.9902697 | 10.6694296 |
| 6 | 20961.86 | 21438.14 | 102272.15 | 9.3214297 | 9.3311872 | 54 | 97778.32 | 466458.32 | 477056.99 | 9.9932426 | 10.6688128 |
| 7 | 20990.30 | 21468.57 | 102278.53 | 9.3220186 | 9.3318031 | 53 | 97772.22 | 465797.21 | 476410.58 | 9.9902155 | 10.6681969 |
| 8 | 21018.74 | 21499.00 | 102284.92 | 9.3226066 | 9.3324183 | 52 | 97766.11 | 465137.88 | 475765.96 | 9.9901883 | 10.6675817 |
| 9 | 21047.18 | 21529.44 | 102291.32 | 9.3231938 | 9.3330327 | 51 | 97759.99 | 464480.34 | 475123.12 | 9.9901612 | 10.6669673 |
| 10 | 21075.61 | 21559.88 | 102297.73 | 9.3237802 | 9.3336463 | 50 | 97753.86 | 463824.57 | 474482.06 | 9.9901339 | 10.6663537 |
| 11 | 21104.05 | 21590.32 | 102304.15 | 9.3243657 | 9.3342591 | 49 | 97747.73 | 463170.56 | 473842.77 | 9.9901067 | 10.6657409 |
| 12 | 21132.48 | 21620.77 | 102310.58 | 9.3249505 | 9.3348711 | 48 | 97741.59 | 462518.32 | 473205.23 | 9.9900794 | 10.6651209 |
| 13 | 21160.91 | 21651.22 | 102317.02 | 9.3255344 | 9.3354823 | 47 | 97735.44 | 461867.83 | 472569.45 | 9.9900521 | 10.6645177 |
| 14 | 21189.34 | 21681.67 | 102323.47 | 9.3261174 | 9.3360927 | 46 | 97729.28 | 461219.08 | 471935.42 | 9.9900247 | 10.6639073 |
| 15 | 21217.77 | 21712.13 | 102329.93 | 9.3266997 | 9.3367024 | 45 | 97723.11 | 460572.07 | 471303.13 | 9.9899973 | 10.6632976 |
| 16 | 21246.19 | 21742.59 | 102336.40 | 9.3272811 | 9.3373113 | 44 | 97716.93 | 459926.80 | 470672.56 | 9.9899698 | 10.6626887 |
| 17 | 21274.62 | 21773.06 | 102342.88 | 9.3278617 | 9.3379194 | 43 | 97710.75 | 459283.25 | 470043.72 | 9.9899423 | 10.6620805 |
| 18 | 21303.04 | 21803.53 | 102349.37 | 9.3284416 | 9.3385267 | 42 | 97704.56 | 458641.41 | 469416.60 | 9.9899148 | 10.6614735 |
| 19 | 21331.46 | 21834.00 | 102355.87 | 9.3290206 | 9.3391333 | 41 | 97698.36 | 458001.29 | 468791.19 | 9.9898873 | 10.6608667 |
| 20 | 21359.88 | 21864.48 | 102362.38 | 9.3295988 | 9.3397391 | 40 | 97692.15 | 457362.87 | 468167.48 | 9.9898597 | 10.6621609 |
| 21 | 21388.29 | 21894.96 | 102368.90 | 9.3301761 | 9.3403441 | 39 | 97685.93 | 456726.14 | 467545.48 | 9.9898320 | 10.6596559 |
| 22 | 21416.71 | 21925.44 | 102375.43 | 9.3307527 | 9.3409484 | 38 | 97679.70 | 456091.11 | 466925.16 | 9.9898043 | 10.6590519 |
| 23 | 21445.12 | 21955.93 | 102381.96 | 9.3313285 | 9.3415519 | 37 | 97673.47 | 455457.76 | 466306.52 | 9.9897766 | 10.6584481 |
| 24 | 21473.53 | 21986.42 | 102388.50 | 9.3319035 | 9.3421546 | 36 | 97667.23 | 454826.08 | 465689.56 | 9.9897489 | 10.6578454 |
| 25 | 21501.94 | 22016.92 | 102395.05 | 9.3324777 | 9.3427566 | 35 | 97660.98 | 454196.08 | 465074.27 | 9.9897211 | 10.6572434 |
| 26 | 21530.35 | 22047.42 | 102401.61 | 9.3330511 | 9.3433578 | 34 | 97654.72 | 453567.73 | 464460.64 | 9.9896952 | 10.6566412 |
| 27 | 21558.76 | 22077.93 | 102408.18 | 9.3336237 | 9.3439583 | 33 | 97648.45 | 452941.05 | 463848.67 | 9.9896654 | 10.6560417 |
| 28 | 21587.16 | 22108.44 | 202414.76 | 9.3341955 | 9.3445580 | 32 | 97642.17 | 452316.01 | 463238.35 | 9.9896374 | 10.6554420 |
| 29 | 21615.56 | 22138.95 | 102421.35 | 9.3347665 | 9.3451570 | 31 | 97635.89 | 451692.61 | 462629.67 | 9.9896095 | 10.6548430 |
| 30 | 21643.96 | 22169.47 | 102427.95 | 9.3353368 | 9.3457552 | 30 | 97629.60 | 451070.85 | 462022.63 | 9.9895815 | 10.6542448 |
| 31 | 21672.36 | 22199.99 | 102434.56 | 9.3359062 | 9.3463527 | 29 | 97623.20 | 450450.72 | 461417.22 | 9.9895535 | 10.6536473 |
| 32 | 21700.76 | 22230.51 | 102441.18 | 9.3364749 | 9.3469494 | 28 | 97616.99 | 449832.21 | 460813.43 | 9.9895254 | 10.6530506 |
| 33 | 21729.15 | 22261.04 | 102447.81 | 9.3370428 | 9.3475454 | 27 | 97610.67 | 449215.32 | 460211.26 | 9.9894973 | 10.6524546 |
| 34 | 21757.54 | 22291.57 | 102454.45 | 9.3376099 | 9.3481407 | 26 | 97604.35 | 448600.04 | 459610.70 | 9.9894692 | 10.6518593 |
| 35 | 21785.93 | 22322.11 | 102461.10 | 9.3381762 | 9.3487352 | 25 | 97598.02 | 447986.36 | 459011.74 | 9.9894410 | 10.6512648 |
| 36 | 21814.32 | 22352.65 | 102467.76 | 9.3387418 | 9.3493290 | 24 | 97591.68 | 447374.28 | 458414.39 | 9.9894128 | 10.6506710 |
| 37 | 21842.71 | 22383.19 | 102474.43 | 9.3393065 | 9.3499220 | 23 | 97585.33 | 446763.79 | 457818.62 | 9.9893845 | 10.6500780 |
| 38 | 21871.10 | 22413.74 | 102481.11 | 9.3398706 | 9.3505143 | 22 | 97578.97 | 446154.89 | 457224.44 | 9.9893562 | 10.6494857 |
| 39 | 21899.48 | 22444.29 | 102487.80 | 9.3404338 | 9.3511059 | 21 | 97572.60 | 445547.56 | 456631.83 | 9.9893279 | 10.6488941 |
| 40 | 21927.86 | 22474.85 | 102494.49 | 9.3409963 | 9.3516968 | 20 | 97566.23 | 444941.81 | 456040.80 | 9.9892995 | 10.6483832 |
| 41 | 21956.24 | 22505.41 | 102501.19 | 9.3415580 | 9.3522869 | 19 | 97559.85 | 444337.22 | 455451.34 | 9.9892711 | 10.6477131 |
| 42 | 21984.62 | 22535.97 | 102507.90 | 9.3421190 | 9.3528763 | 18 | 97553.46 | 443734.99 | 454863.44 | 9.9892427 | 10.6471237 |
| 43 | 22013.00 | 22566.54 | 102514.62 | 9.3426792 | 9.3534650 | 17 | 97547.06 | 443133.92 | 454277.09 | 9.9892142 | 10.6465350 |
| 44 | 22041.37 | 22597.11 | 102521.35 | 9.3432386 | 9.3540530 | 16 | 97540.65 | 442534.39 | 453692.29 | 9.9891856 | 10.6459470 |
| 45 | 22069.74 | 22627.69 | 102528.09 | 9.3437973 | 9.3546402 | 15 | 97534.23 | 441936.41 | 453109.03 | 9.9891571 | 10.6453598 |
| 46 | 22098.11 | 22658.27 | 102534.84 | 9.3443552 | 9.3552267 | 14 | 97527.81 | 441339.96 | 452527.30 | 9.9891285 | 10.6447733 |
| 47 | 22126.48 | 22688.85 | 102541.60 | 9.3449124 | 9.3558126 | 13 | 97521.38 | 440745.04 | 451947.11 | 9.9890998 | 10.6441874 |
| 48 | 22154.85 | 22719.44 | 102548.37 | 9.3454688 | 9.3563977 | 12 | 97514.94 | 440151.64 | 451368.44 | 9.9890711 | 10.6436023 |
| 49 | 22183.21 | 22750.03 | 102555.15 | 9.3460245 | 9.3569821 | 11 | 97508.49 | 439559.76 | 450791.29 | 9.9890421 | 10.6430179 |
| 50 | 22211.58 | 22780.63 | 102561.94 | 9.3465794 | 9.3575658 | 10 | 97502.03 | 438969.40 | 450215.65 | 9.9890137 | 10.6424342 |
| 51 | 22239.94 | 22811.23 | 102568.74 | 9.3471336 | 9.3581487 | 9 | 97495.56 | 438380.54 | 449641.52 | 9.9889849 | 10.6418513 |
| 52 | 22268.30 | 22841.83 | 102575.55 | 9.3476870 | 9.3587310 | 8 | 97489.09 | 437793.17 | 449068.89 | 9.9889560 | 10.6412650 |
| 53 | 22296.66 | 22872.44 | 102582.37 | 9.3482397 | 9.3593126 | 7 | 97482.61 | 437207.31 | 448497.75 | 9.9889271 | 10.6406874 |
| 54 | 22325.01 | 22903.05 | 102589.20 | 9.3487917 | 9.3598935 | 6 | 97476.12 | 436622.93 | 447928.10 | 9.9888982 | 10.6401065 |
| 55 | 22353.37 | 22933.67 | 102596.04 | 9.3493429 | 9.3604736 | 5 | 97469.62 | 436040.03 | 447359.93 | 9.9888693 | 10.6395264 |
| 56 | 22381.72 | 22964.29 | 102602.89 | 9.3498934 | 9.3610531 | 4 | 97463.11 | 435458.61 | 446793.24 | 9.9888403 | 10.6389469 |
| 57 | 22410.07 | 22994.92 | 102609.75 | 9.3504432 | 9.3616319 | 3 | 97456.60 | 454878.66 | 446228.03 | 9.9888113 | 10.6383682 |
| 58 | 22438.41 | 23025.55 | 102616.60 | 9.3509922 | 9.3622100 | 2 | 97450.08 | 435300.18 | 445664.28 | 9.9887822 | 10.6377900 |
| 59 | 22466.76 | 23056.18 | 102623.50 | 9.3515405 | 9.3627874 | 1 | 97443.55 | 433723.16 | 445101.98 | 9.9887531 | 10.6372126 |
| 60 | 22495.11 | 23086.82 | 102630.39 | 9.3520880 | 9.3633641 | 0 | 97437.07 | 433147.59 | 444541.15 | 9.9887239 | 10.6366359 |

22945.T

## Grad. 13.

| Minut. | Sinus | Tang | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 22495.11 | 23086.82 | 102630.39 | 9.3520880 | 9.3633641 |
| 1 | 22523.45 | 23117.4[illegible] | 102637.29 | 9.3526349 | 9.3639401 |
| 2 | 22551.79 | 23148.1[illegible] | 102644.20 | 9.3531810 | 9.3645155 |
| 3 | 22580.13 | 23178.76 | 102651.12 | 9.3537264 | 9.3650901 |
| 4 | 22608.46 | 23209.41 | 102658.05 | 9.3542710 | 9.3656641 |
| 5 | 22636.80 | 23240.07 | 102664.99 | 9.3548150 | 9.3662374 |
| 6 | 22665.13 | 23270.73 | 102671.94 | 9.3553582 | 9.3668100 |
| 7 | 22693.46 | 23301.40 | 102678.90 | 9.3559007 | 9.3673819 |
| 8 | 22721.79 | 23331.07 | 102685.87 | 9.3564426 | 9.3679532 |
| 9 | 22750.12 | 23362.74 | 102692.84 | 9.3569836 | 9.3685238 |
| 10 | 22778.44 | 23393.42 | 102699.82 | 9.3575240 | 9.3690937 |
| 11 | 22806.77 | 23424.10 | 102706.81 | 9.3580637 | 9.3696629 |
| 12 | 22835.09 | 23454.79 | 102713.81 | 9.3586027 | 9.3702315 |
| 13 | 22863.41 | 23485.48 | 102720.82 | 9.3591409 | 9.3707994 |
| 14 | 22891.72 | 23516.17 | 102727.84 | 9.3596785 | 9.3713667 |
| 15 | 22920.04 | 23546.87 | 102734.87 | 9.3602154 | 9.3719333 |
| 16 | 22948.35 | 23577.58 | 102741.91 | 9.3607515 | 9.3724992 |
| 17 | 22976.66 | 23608.29 | 102748.96 | 9.3612870 | 9.3730645 |
| 18 | 23004.97 | 23639.00 | 102756.02 | 9.3618217 | 9.3736391 |
| 19 | 23033.28 | 23669.72 | 102763.09 | 9.3623558 | 9.3741930 |
| 20 | 23061.59 | 23700.44 | 102770.17 | 9.3628892 | 9.3747563 |
| 21 | 23089.89 | 23731.36 | 102777.26 | 9.3634219 | 9.3753190 |
| 22 | 23118.19 | 23761.89 | 102784.36 | 9.3639539 | 9.3758810 |
| 23 | 23146.49 | 23792.62 | 102791.47 | 9.3644852 | 9.3764423 |
| 24 | 23174.79 | 23823.36 | 102798.59 | 9.3650158 | 9.3770030 |
| 25 | 23203.09 | 23854.10 | 102805.72 | 9.3655458 | 9.3775631 |
| 26 | 23231.38 | 23884.85 | 102812.86 | 9.3660750 | 9.3781225 |
| 27 | 23259.67 | 23915.60 | 102820.01 | 9.3666039 | 9.3786813 |
| 28 | 23287.96 | 23946.35 | 102827.17 | 9.3671315 | 9.3792394 |
| 29 | 23316.25 | 23977.11 | 102834.34 | 9.3676587 | 9.3797969 |
| 30 | 23344.54 | 24007.87 | 102841.52 | 9.3681853 | 9.3803537 |
| 31 | 23372.82 | 24038.64 | 102848.71 | 9.3687111 | 9.3809100 |
| 32 | 23401.10 | 24069.41 | 102855.91 | 9.3692363 | 9.3814655 |
| 33 | 23429.38 | 24100.19 | 102863.12 | 9.3697608 | 9.3820205 |
| 34 | 23457.66 | 24130.97 | 102870.34 | 9.3702847 | 9.3825748 |
| 35 | 23485.94 | 24161.76 | 102877.57 | 9.3708079 | 9.3831285 |
| 36 | 23514.21 | 24192.55 | 102884.81 | 9.3713304 | 9.3836816 |
| 37 | 23542.48 | 24223.34 | 102892.06 | 9.3718527 | 9.3842340 |
| 38 | 23570.75 | 24254.14 | 102899.32 | 9.3723735 | 9.3847858 |
| 39 | 23599.02 | 24284.94 | 102906.58 | 9.3728940 | 9.3853370 |
| 40 | 23627.29 | 24315.75 | 102913.85 | 9.3734139 | 9.3858876 |
| 41 | 23655.55 | 24346.56 | 102921.13 | 9.5739331 | 9.3864376 |
| 42 | 23683.81 | 24377.37 | 102928.42 | 9.3744517 | 9.3869869 |
| 43 | 23712.07 | 24408.19 | 102935.72 | 9.3749696 | 9.3875356 |
| 44 | 23740.33 | 24439.01 | 102943.03 | 9.3754868 | 9.3880837 |
| 45 | 23768.59 | 24469.84 | 102950.35 | 9.3760034 | 9.3886312 |
| 46 | 23796.84 | 24500.67 | 102957.68 | 9.3765194 | 9.3891781 |
| 47 | 23825.10 | 24531.51 | 102965.02 | 9.3770347 | 9.3897244 |
| 48 | 23853.35 | 24562.35 | 102972.37 | 9.3775493 | 9.3902700 |
| 49 | 23881.59 | 24593.20 | 102979.73 | 9.3780633 | 9.3908151 |
| 50 | 23909.84 | 24624.05 | 102987.10 | 9.3785767 | 9.3913595 |
| 51 | 23938.08 | 24654.91 | 102994.48 | 9.3790894 | 9.3919034 |
| 52 | 23966.33 | 24685.77 | 103001.87 | 9.3796015 | 9.3924466 |
| 53 | 23994.57 | 24716.63 | 103009.27 | 9.3801129 | 9.3929893 |
| 54 | 24022.80 | 24747.50 | 103016.68 | 9.3806237 | 9.3935313 |
| 55 | 24051.04 | 24778.37 | 103024.10 | 9.3811339 | 9.3940727 |
| 56 | 24079.27 | 24809.25 | 103031.53 | 9.3816434 | 9.3946136 |
| 57 | 24107.51 | 24840.13 | 103038.97 | 9.3821523 | 9.3951538 |
| 58 | 24135.74 | 24871.02 | 103046.42 | 9.3826605 | 9.3956935 |
| 59 | 24163.96 | 24901.90 | 103053.88 | 9.3831682 | 9.3962326 |
| 60 | 24192.19 | 24932.80 | 103061.35 | 9.3836752 | 9.396[illegible] |

## 76. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 97437.01 | 433147.59 | 444541.15 | 9.9887239 | 10.6366359 |
| 59 | 97430.46 | 432573.47 | 443981.76 | 9.9886947 | 10.6360599 |
| 58 | 97423.90 | 432000.79 | 443423.82 | 9.9886655 | 10.6354845 |
| 57 | 97417.34 | 431429.55 | 442867.31 | 9.9886363 | 10.6349099 |
| 56 | 97410.77 | 430859.74 | 442312.24 | 9.9886070 | 10.5343359 |
| 55 | 97404.19 | 430291.36 | 441758.59 | 9.9885776 | 10.6337626 |
| 54 | 97397.60 | 429724.40 | 441206.37 | 9.9885482 | 10.6331900 |
| 53 | 97391.00 | 429158.85 | 440655.56 | 9.9885188 | 10.6326181 |
| 52 | 97384.39 | 428594.72 | 440106.16 | 9.9884894 | 10.6320468 |
| 51 | 97377.78 | 428031.99 | 439558.17 | 9.9884599 | 10.6314762 |
| 50 | 97371.16 | 427470.66 | 439011.58 | 9.9884303 | 10.6309063 |
| 49 | 97364.53 | 42691[illegible].72 | 4384[illegible]6.38 | 9.98840[illegible] | 10.6[illegible]3571 |
| 48 | 97357.89 | 426352.18 | 437942.57 | 9.9883712 | 10.6297685 |
| 47 | 97351.24 | 425795.01 | 437380.15 | 9.9883415 | 10.6292006 |
| 46 | 97344.58 | 425239.23 | 436839.10 | 9.9883118 | 10.6[illegible]33 |
| 45 | 97337.92 | 424684.82 | 436299.43 | 9.9882821 | 10.6280667 |
| 44 | 97331.25 | 424131.77 | 435761.13 | 9.9882523 | 10.6275008 |
| 43 | 97324.57 | 423580.09 | 435224.19 | 9.9882225 | 10.6269355 |
| 42 | 97317.88 | 423029.77 | 434688.61 | 9.9881927 | 10.6263709 |
| 41 | 97311.18 | 422480.80 | 434154.38 | 9.9881628 | 10.6258070 |
| 40 | 97304.48 | 421933.18 | 433621.50 | 9.9881329 | 10.6252[illegible]7 |
| 39 | 97297.77 | 421386.90 | 433089.96 | 9.9881029 | 10.6246810 |
| 38 | 97291.05 | 420841.96 | 432559.77 | 9.9880729 | 10.6241190 |
| 37 | 97284.32 | 420298.35 | 432030.90 | 9.9880429 | 10.6235577 |
| 36 | 97277.58 | 419756.06 | 431503.36 | 9.9880128 | 10.6229970 |
| 35 | 97270.84 | 419215.10 | 430977.15 | 9.9879827 | 10.6224369 |
| 34 | 97264.09 | 418675.46 | 430452.25 | 9.9879525 | 10.6218775 |
| 33 | 97257.33 | 418137.13 | 429928.67 | 9.9879223 | 10.6213187 |
| 32 | 97250.56 | 417600.11 | 429406.40 | 9.9878921 | 10.6207606 |
| 31 | 97243.78 | 417064.40 | 428885.43 | 9.9878618 | 10.6202031 |
| 30 | 97236.99 | 416529.98 | 428365.76 | 9.9878315 | 10.6196463 |
| 29 | 97230.19 | 415996.85 | 427847.38 | 9.9878012 | 10.6190900 |
| 28 | 97223.39 | 415465.01 | 427330.29 | 9.9877708 | 10.6185345 |
| 27 | 97216.58 | 414934.46 | 426814.49 | 9.9877404 | 10.6179795 |
| 26 | 97209.76 | 414405.19 | 426299.96 | 9.9877099 | 10.6174252 |
| 25 | 97202.93 | 413877.19 | 425786.71 | 9.9876794 | 10.6168715 |
| 24 | 97196.09 | 413350.46 | 425274.74 | 9.9876488 | 10.6163184 |
| 23 | 97189.25 | 412824.99 | 424764.02 | 9.9876183 | 10.6157660 |
| 22 | 97182.40 | 412300.79 | 424254.57 | 9.9875876 | 10.6152142 |
| 21 | 97175.54 | 411777.84 | 423746.37 | 9.9875570 | 10.6146630 |
| 20 | 97168.67 | 411256.14 | 423239.43 | 9.9875263 | 10.6141124 |
| 19 | 97161.79 | 410735.69 | 422733.73 | 9.9874955 | 10.6135624 |
| 18 | 97154.91 | 410216.49 | 422229.28 | 9.9874648 | 10.6130131 |
| 17 | 97148.02 | 409698.52 | 421726.06 | 9.9874339 | 10.6124644 |
| 16 | 97141.12 | 409181.78 | 421224.08 | 9.9874031 | 10.6119163 |
| 15 | 97134.21 | 408666.27 | 420723.33 | 9.9873722 | 10.6113688 |
| 14 | 97127.29 | 408151.99 | 420223.80 | 9.9873413 | 10.6108219 |
| 13 | 97120.36 | 407638.92 | 419725.49 | 9.9873103 | 10.6102756 |
| 12 | 97113.43 | 407127.07 | 419228.40 | 9.9872793 | 10.6097300 |
| 11 | 97106.49 | 496616.43 | 418732.52 | 9.9872482 | 10.6091849 |
| 10 | 97099.54 | 406107.00 | 418237.85 | 9.9872171 | 10.6086405 |
| 9 | 97092.58 | 405598.77 | 417744.38 | 9.9871860 | 10.6080966 |
| 8 | 97085.61 | 405091.74 | 417252.10 | 9.9871549 | 10.6075534 |
| 7 | 97078.63 | 404585.90 | 416761.02 | 9.9871236 | 10.6070107 |
| 6 | 97071.65 | 404081.25 | 416271.14 | 9.9870924 | 10.6064687 |
| 5 | 97064.66 | 403577.79 | 415782.43 | 9.9870611 | 10.6059273 |
| 4 | 97057.66 | 403075.50 | 415294.91 | 9.9870298 | 10.6053864 |
| 3 | 97050.65 | 402574.40 | 414808.56 | 9.9869984 | 10.6048462 |
| 2 | 97043.63 | 402074.46 | 414323.39 | 9.9869670 | 10.6043065 |
| 1 | 97036.60 | 401575.70 | 413839.39 | 9.9869356 | 10.6037674 |
| 0 | 97029.57 | 401078.09 | 413356.55 | 9.9869041 | 10.6032289 |

24192.19

## Grad. 14.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 24192.19 | 24932.80 | 103061.35 | 9.3836752 | 9.3967711 |
| 1 | 24220.41 | 24963.70 | 103068.83 | 9.3841815 | 9.3973089 |
| 2 | 24248.63 | 24994.60 | 103076.32 | 9.3846873 | 9.3978463 |
| 3 | 24276.85 | 25025.51 | 103083.82 | 9.3851924 | 9.3983830 |
| 4 | 24305.07 | 25056.42 | 103091.33 | 9.3856969 | 9.3989191 |
| 5 | 24333.29 | 25087.34 | 103098.85 | 9.3862008 | 9.3994547 |
| 6 | 24361.50 | 25118.26 | 103106.38 | 9.3867040 | 9.3999896 |
| 7 | 24389.71 | 25149.19 | 103113.92 | 9.3872067 | 9.4005240 |
| 8 | 24417.92 | 25180.12 | 103121.47 | 9.3877087 | 9.4010578 |
| 9 | 24446.13 | 25211.06 | 103129.03 | 9.3882101 | 9.4015910 |
| 10 | 24474.33 | 25242.00 | 103136.60 | 9.3887109 | 9.4021237 |
| 11 | 24502.54 | 25272.94 | 103144.18 | 9.3892111 | 9.4026558 |
| 12 | 24530.74 | 25303.89 | 103151.77 | 9.3897106 | 9.4031873 |
| 13 | 24558.94 | 25334.84 | 103159.36 | 9.3902096 | 9.4037182 |
| 14 | 24587.13 | 25365.80 | 103166.97 | 9.3907079 | 9.4042486 |
| 15 | 24615.33 | 25396.76 | 103174.59 | 9.3912057 | 9.4047784 |
| 16 | 24643.52 | 25427.73 | 103182.22 | 9.3917028 | 9.4053076 |
| 17 | 24671.71 | 25458.70 | 103189.85 | 9.3921993 | 9.4058363 |
| 18 | 24699.90 | 25489.68 | 103197.50 | 9.3926952 | 9.4063644 |
| 19 | 24728.09 | 25520.66 | 103205.16 | 9.3931905 | 9.4068919 |
| 20 | 24756.27 | 25551.65 | 103212.82 | 9.3936852 | 9.4074189 |
| 21 | 24784.45 | 25582.64 | 103220.50 | 9.3941794 | 9.4079453 |
| 22 | 24812.63 | 25613.63 | 103228.18 | 9.3946729 | 9.4084712 |
| 23 | 24840.81 | 25644.63 | 103235.88 | 9.3951658 | 9.4089965 |
| 24 | 24868.99 | 25675.63 | 103243.59 | 9.3956581 | 9.4095212 |
| 25 | 24897.16 | 25706.64 | 103251.30 | 9.3961499 | 9.4100454 |
| 26 | 24925.33 | 25737.66 | 103259.03 | 9.3966410 | 9.4105690 |
| 27 | 24953.50 | 25768.68 | 103266.76 | 9.3971315 | 9.4110921 |
| 28 | 24981.57 | 25799.70 | 103274.51 | 9.3976215 | 9.4116146 |
| 29 | 25009.84 | 25830.73 | 103282.27 | 9.3981109 | 9.4121366 |
| 30 | 25038.00 | 25861.76 | 103290.03 | 9.3985996 | 9.4126581 |
| 31 | 25066.16 | 25892.80 | 103297.81 | 9.3990878 | 9.4131789 |
| 32 | 25094.32 | 25923.84 | 103305.59 | 9.3995754 | 9.4136993 |
| 33 | 25122.48 | 25954.88 | 163313.39 | 9.4000625 | 9.4142191 |
| 34 | 25150.63 | 25985.93 | 103321.19 | 9.4005489 | 9.4147383 |
| 35 | 25178.79 | 26016.99 | 103329.01 | 9.4010348 | 9.4152570 |
| 36 | 25206.94 | 26048.05 | 103336.83 | 9.4015201 | 9.4157752 |
| 37 | 25235.08 | 26079.11 | 103344.67 | 9.4020048 | 9.4162928 |
| 38 | 25263.23 | 26110.18 | 103352.51 | 9.4024889 | 9.4168099 |
| 39 | 25291.37 | 26141.26 | 103360.37 | 9.4029724 | 9.4173265 |
| 40 | 25319.52 | 26172.34 | 103368.23 | 9.4034554 | 9.4178425 |
| 41 | 25347.66 | 26203.42 | 103376.11 | 9.4039378 | 9.4183580 |
| 42 | 25375.79 | 26234.51 | 103383.99 | 9.4044196 | 9.4188729 |
| 43 | 25403.93 | 26265.60 | 103391.88 | 9.4049009 | 9.4193874 |
| 44 | 25432.06 | 26296.70 | 103399.79 | 9.4053816 | 9.4199013 |
| 45 | 25460.19 | 26327.80 | 103407.70 | 9.4058617 | 9.4204146 |
| 46 | 25488.32 | 26358.91 | 103415.63 | 9.4063413 | 9.4209275 |
| 47 | 25516.45 | 26390.02 | 103423.56 | 9.4068203 | 9.4214398 |
| 48 | 25544.58 | 26421.14 | 103431.51 | 9.4072987 | 9.4219515 |
| 49 | 25572.70 | 26452.26 | 103439.46 | 9.4077766 | 9.4224628 |
| 50 | 25600.82 | 26483.39 | 103447.43 | 9.4082539 | 9.4229735 |
| 51 | 25628.54 | 26514.52 | 103455.40 | 9.4087306 | 9.4234838 |
| 52 | 25657.05 | 26545.66 | 103463.38 | 9.4092068 | 9.4239935 |
| 53 | 25685.17 | 26576.80 | 103471.38 | 9.4096824 | 9.4245026 |
| 54 | 25713.28 | 26607.94 | 103479.38 | 9.4101575 | 9.4250113 |
| 55 | 25741.39 | 26639.09 | 103487.40 | 9.4106320 | 9.4255194 |
| 56 | 25769.50 | 26670.25 | 103495.42 | 9.4111059 | 9.4260271 |
| 57 | 25797.60 | 26701.41 | 103503.46 | 9.4115793 | 9.4265342 |
| 58 | 25825.70 | 26732.57 | 103511.50 | 9.4120522 | 9.4270408 |
| 59 | 25853.81 | 26763.74 | 103519.55 | 9.4125245 | 9.4275469 |
| 60 | 25881.90 | 26794.92 | 103527.62 | 9.4129962 | 9.4280525 |

## 75. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | LogSin. | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 97029.57 | 401078.09 | 413356.55 | 9.9869041 | 10.6032289 |
| 59 | 97022.53 | 400581.65 | 412874.87 | 9.9868726 | 10.6026911 |
| 58 | 97015.48 | 400086.36 | 412394.35 | 9.9868410 | 10.6021537 |
| 57 | 97008.42 | 399592.23 | 411914.98 | 9.9868094 | 10.6016170 |
| 56 | 97001.35 | 399099.24 | 411436.75 | 9.9867778 | 10.6010809 |
| 55 | 96994.28 | 398607.39 | 410959.67 | 9.9867461 | 10.6005453 |
| 54 | 96987.20 | 398116.69 | 410483.74 | 9.9867144 | 10.6000104 |
| 53 | 96980.11 | 397627.12 | 410008.93 | 9.9866827 | 10.5994760 |
| 52 | 96973.01 | 397138.68 | 409535.26 | 9.9866509 | 10.5989422 |
| 51 | 96965.90 | 396651.37 | 409062.79 | 9.9866191 | 10.5984090 |
| 50 | 96958.79 | 396165.18 | 408591.40 | 9.9865872 | 10.5978763 |
| 49 | 96951.67 | 395680.11 | 408121.00 | 9.9865553 | 10.5973442 |
| 48 | 96944.54 | 395196.15 | 407651.81 | 9.9865233 | 10.5968127 |
| 47 | 96937.40 | 394713.31 | 407183.74 | 9.9864913 | 10.5962818 |
| 46 | 96930.25 | 394231.57 | 406716.77 | 9.9864593 | 10.5957514 |
| 45 | 96923.09 | 393750.94 | 406250.91 | 9.9864273 | 10.5952216 |
| 44 | 96915.92 | 393271.41 | 405786.15 | 9.9863952 | 10.5946924 |
| 43 | 96908.75 | 392792.97 | 405322.49 | 9.9863630 | 10.5941637 |
| 42 | 96901.57 | 392315.63 | 404859.92 | 9.9863308 | 10.5936356 |
| 41 | 96894.38 | 391839.37 | 404398.44 | 9.9862986 | 10.5931081 |
| 40 | 96887.18 | 391364.20 | 403938.04 | 9.9862663 | 10.5925811 |
| 39 | 96879.98 | 390890.11 | 403478.72 | 9.9862340 | 10.5920547 |
| 38 | 96872.77 | 390417.10 | 403020.48 | 9.9862017 | 10.5915288 |
| 37 | 96865.55 | 389945.16 | 402563.32 | 9.9861693 | 10.5910035 |
| 36 | 96858.32 | 389474.29 | 402107.22 | 9.9861369 | 10.5904728 |
| 35 | 96851.08 | 389004.48 | 401652.19 | 9.9861045 | 10.5899546 |
| 34 | 96843.82 | 388535.74 | 401198.23 | 9.9860720 | 10.5894310 |
| 33 | 96836.57 | 388068.03 | 400745.32 | 9.9860394 | 10.5889079 |
| 32 | 96829.31 | 387601.42 | 400293.47 | 9.9860069 | 10.5883854 |
| 31 | 96822.04 | 387135.84 | 399842.67 | 9.9859742 | 10.5878634 |
| 30 | 96814.76 | 386671.31 | 399392.92 | 9.9859416 | 10.5873419 |
| 29 | 96807.47 | 386207.82 | 398944.21 | 9.9859089 | 10.5868212 |
| 28 | 96800.18 | 385745.37 | 398496.54 | 9.9858762 | 10.5863007 |
| 27 | 96792.88 | 385283.96 | 398049.91 | 9.9858434 | 10.5857809 |
| 26 | 96785.57 | 384823.58 | 397604.31 | 9.9858106 | 10.5852617 |
| 25 | 96778.25 | 384364.24 | 397159.75 | 9.9857777 | 10.5847430 |
| 24 | 96770.92 | 383905.91 | 396716.21 | 9.9857449 | 10.5742248 |
| 23 | 96763.58 | 383448.61 | 396273.69 | 9.9857119 | 10.5837072 |
| 22 | 96756.23 | 382992.33 | 395832.19 | 9.9856790 | 10.5831901 |
| 21 | 96748.88 | 382537.07 | 395391.71 | 9.9856460 | 10.5826735 |
| 20 | 96741.52 | 382082.81 | 394952.24 | 9.9856129 | 10.5821575 |
| 19 | 96734.15 | 381629.57 | 394513.79 | 9.9855798 | 10.5816420 |
| 18 | 96726.77 | 381177.33 | 394076.33 | 9.9855467 | 10.5811272 |
| 17 | 96719.38 | 380726.09 | 393639.88 | 9.9855135 | 10.5806126 |
| 16 | 96711.99 | 380275.85 | 393204.43 | 9.9854803 | 10.5800987 |
| 15 | 96704.59 | 379826.61 | 392769.97 | 9.9854471 | 10.5795854 |
| 14 | 96697.18 | 379378.35 | 392336.51 | 9.9854138 | 10.5790725 |
| 13 | 96689.76 | 378931.09 | 391904.03 | 9.9853805 | 10.5785602 |
| 12 | 96682.33 | 378484.81 | 391472.54 | 9.9853471 | 10.5780485 |
| 11 | 96674.90 | 378039.51 | 391042.03 | 9.9853138 | 10.5775372 |
| 10 | 96667.46 | 377595.19 | 390612.50 | 9.9852803 | 10.5770265 |
| 9 | 96660.01 | 377151.85 | 390183.95 | 9.9852468 | 10.5765162 |
| 8 | 96652.55 | 376709.47 | 389756.37 | 9.9852133 | 10.5760065 |
| 7 | 96645.08 | 376268.07 | 389329.76 | 9.9851798 | 10.5754974 |
| 6 | 96637.60 | 375827.63 | 388904.11 | 9.9851462 | 10.5749887 |
| 5 | 96630.12 | 375388.15 | 388479.43 | 9.9851125 | 10.5744806 |
| 4 | 96622.63 | 374949.63 | 388055.70 | 9.9850789 | 10.5739729 |
| 3 | 96615.14 | 374512.07 | 387632.93 | 9.9850452 | 10.5734658 |
| 2 | 96607.62 | 374075.46 | 387211.12 | 9.9850114 | 10.5729592 |
| 1 | 96600.10 | 373639.80 | 386793.25 | 9.9849776 | 10.5724531 |
| 0 | 96592.58 | 373205.08 | 386370.33 | 9.9849438 | 10.5719475 |

25881.90

## Grad. 15.

| Minut. | Sinus | Tang | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 25881.90 | 26794.92 | 103527.62 | 9.4129962 | 9.4280525 |
| 1 | 25910.00 | 26826.10 | 103535.69 | 9.4134674 | 9.4285575 |
| 2 | 25938.10 | 26857.28 | 103543.78 | 9.4139381 | 9.4290621 |
| 3 | 25966.19 | 26888.47 | 103551.87 | 9.4144082 | 9.4295661 |
| 4 | 25994.28 | 26919.67 | 103559.98 | 9.4148078 | 9.4300697 |
| 5 | 26022.37 | 26950.87 | 103568.09 | 9.4153468 | 9.4305727 |
| 6 | 26050.45 | 26982.07 | 103576.21 | 9.4158152 | 9.4310753 |
| 7 | 26078.53 | 27013.28 | 105584.35 | 9.4162832 | 9.4315773 |
| 8 | 26106.51 | 27044.49 | 103592.49 | 9.4167506 | 9.4320789 |
| 9 | 26134.59 | 27075.71 | 103600.65 | 9.4172174 | 9.4325799 |
| 10 | 26162.77 | 27106.93 | 103608.81 | 9.4176837 | 9.4330804 |
| 11 | 26190.85 | 27138.16 | 103616.99 | 9.4181495 | 9.4335805 |
| 12 | 26218.92 | 27169.40 | 103625.17 | 9.4186148 | 9.4340800 |
| 13 | 26245.99 | 27200.64 | 103633.37 | 9.4190795 | 9.4345791 |
| 14 | 26275.05 | 27231.88 | 103641.37 | 9.4195436 | 9.4350776 |
| 15 | 26303.12 | 27263.13 | 103649.79 | 9.4200073 | 9.4355757 |
| 16 | 26331.18 | 27294.38 | 103658.01 | 9.4204704 | 9.4360733 |
| 17 | 26359.24 | 27525.64 | 103666.23 | 9.4209330 | 9.4365704 |
| 18 | 26387.30 | 27356.90 | 103674.49 | 9.4213950 | 9.4370670 |
| 19 | 26415.36 | 27388.17 | 103682.75 | 9.4218566 | 9.4375631 |
| 20 | 26443.42 | 27419.44 | 103691.01 | 9.4223176 | 9.4380587 |
| 21 | 26471.47 | 27450.72 | 103699.29 | 9.4227780 | 9.4385538 |
| 22 | 26499.53 | 27482.01 | 103707.57 | 9.4232580 | 9.4390485 |
| 23 | 26527.57 | 27513.30 | 103715.87 | 9.4236974 | 9.4395426 |
| 24 | 26555.61 | 27544.59 | 103724.17 | 9.4241563 | 9.4400363 |
| 25 | 26583.65 | 27575.89 | 103732.49 | 9.4246147 | 9.4405295 |
| 26 | 26611.69 | 27607.19 | 103740.82 | 9.4250726 | 9.4410222 |
| 27 | 16639.73 | 27638.50 | 103749.13 | 9.4255299 | 9.4415145 |
| 28 | 26667.77 | 27669.81 | 103757.50 | 9.4259867 | 9.4420062 |
| 29 | 26695.41 | 27701.13 | 103765.83 | 9.4264430 | 9.4424975 |
| 30 | 26723.84 | 27732.45 | 103774.22 | 9.4268988 | 9.4429883 |
| 31 | 26751.87 | 27763.78 | 103782.60 | 9.4273540 | 9.4434786 |
| 32 | 26779.89 | 27795.12 | 103790.98 | 9.4278089 | 9.4439685 |
| 33 | 26807.92 | 27826.46 | 103799.38 | 9.4282631 | 9.4444579 |
| 34 | 26835.94 | 27857.80 | 103807.79 | 9.4287169 | 9.4449468 |
| 35 | 26863.96 | 27889.15 | 103816.21 | 9.4291701 | 9.4454352 |
| 36 | 26891.98 | 27920.50 | 103824.63 | 9.4296228 | 9.4459232 |
| 37 | 22910.00 | 27951.86 | 103833.07 | 9.4300750 | 9.4464107 |
| 38 | 26948.01 | 27983.22 | 103841.52 | 9.4305267 | 9.4468978 |
| 39 | 26976.02 | 28014.59 | 103849.98 | 9.4309779 | 9.4473843 |
| 40 | 27004.03 | 28045.97 | 103858.44 | 9.4314286 | 9.4478704 |
| 41 | 27032.04 | 28077.35 | 103866.92 | 9.4318788 | 9.4483561 |
| 42 | 27060.04 | 28108.73 | 103875.41 | 9.4323285 | 9.4488413 |
| 43 | 27088.05 | 28140.12 | 103883.91 | 9.4327777 | 9.4493260 |
| 44 | 27116.05 | 28171.52 | 103892.42 | 9.4332264 | 9.4498102 |
| 45 | 27144.04 | 28202.92 | 103900.94 | 9.4336746 | 9.4502940 |
| 46 | 27172.04 | 28234.32 | 103909.47 | 9.4341223 | 9.4507774 |
| 47 | 27200.03 | 28265.73 | 103918.00 | 9.4345694 | 9.4512602 |
| 48 | 27228.02 | 28297.15 | 103926.53 | 9.4350161 | 9.4517427 |
| 49 | 27256.01 | 28328.57 | 103935.11 | 9.4354623 | 9.4522246 |
| 50 | 27284.00 | 28359.99 | 103943.68 | 9.4359080 | 9.4527061 |
| 51 | 27311.98 | 28391.42 | 103952.26 | 9.4363532 | 9.4531872 |
| 52 | 27339.95 | 28422.86 | 103960.85 | 9.4367980 | 9.4536678 |
| 53 | 27367.94 | 28454.30 | 103969.45 | 9.4372422 | 9.4541479 |
| 54 | 27395.92 | 28485.75 | 103978.06 | 9.4376859 | 9.4546276 |
| 55 | 27423.90 | 28517.20 | 103986.69 | 9.4381292 | 9.4551069 |
| 56 | 27451.87 | 28548.66 | 103995.32 | 9.4385719 | 9.4555857 |
| 57 | 27479.84 | 28580.12 | 104003.96 | 9.4390142 | 9.4560641 |
| 58 | 27507.81 | 28611.59 | 104012.61 | 9.4394560 | 9.4565410 |
| 59 | 27535.78 | 28643.06 | 104021.27 | 9.4398973 | 9.4570194 |
| 60 | 27563.74 | 28674.54 | 104029.94 | 9.4403581 | 9.4574964 |

## 74. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 96592.58 | 373205.08 | 386370.33 | 9.9849438 | 10.5719475 |
| 59 | 96585.05 | 372771.31 | 385951.35 | 9.9849099 | 10.5714425 |
| 58 | 96577.51 | 372338.47 | 385533.32 | 9.9848760 | 10.5709379 |
| 57 | 96569.96 | 371906.58 | 385116.22 | 9.9848420 | 10.5704339 |
| 56 | 96562.40 | 371475.61 | 384700.05 | 9.9848081 | 10.5699303 |
| 55 | 96554.85 | 371045.58 | 384284.82 | 9.9847740 | 10.5694273 |
| 54 | 96547.26 | 370616.48 | 383870.51 | 9.9847400 | 10.5689247 |
| 53 | 96539.66 | 370188.30 | 383457.13 | 9.9847059 | 10.5684227 |
| 52 | 96532.09 | 369761.03 | 383044.67 | 9.9846717 | 10.5679211 |
| 51 | 96524.49 | 369334.69 | 282633.15 | 9.9846375 | 10.5674201 |
| 50 | 96516.88 | 368909.27 | 382222.51 | 9.9846033 | 10.5669196 |
| 49 | 96509.27 | 368484.75 | 381812.50 | 9.9845690 | 10.5664195 |
| 48 | 96501.65 | 368061.15 | 381404.19 | 9.9845347 | 10.5659200 |
| 47 | 96494.02 | 367638.45 | 380996.10 | 9.9845004 | 10.5654209 |
| 46 | 96486.38 | 367216.65 | 380589.11 | 6.9844660 | 10.5649224 |
| 45 | 96478.74 | 366795.76 | 380183.01 | 9.9844316 | 10.5644243 |
| 44 | 96471.07 | 366375.75 | 376777.82 | 9.9843971 | 10.5639267 |
| 43 | 96463.41 | 365956.65 | 379473.52 | 9.9843626 | 10.5634296 |
| 42 | 96415.74 | 365538.44 | 378970.11 | 9.9843281 | 10.3629330 |
| 41 | 96448.06 | 365121.11 | 378567.60 | 9.9842935 | 10.5624369 |
| 40 | 96440.37 | 364704.67 | 378165.96 | 9.9842589 | 10.5619413 |
| 39 | 96432.57 | 314289.11 | 377765.22 | 9.9841242 | 10.5614462 |
| 38 | 96424.97 | 363874.44 | 577365.35 | 9.9841895 | 10.5609515 |
| 37 | 96417.26 | 363460.64 | 376966.36 | 9.9841543 | 10.5604574 |
| 36 | 96409.54 | 363047.71 | 376568.24 | 9.9841200 | 10.5599637 |
| 35 | 96401.81 | 362635.66 | 376171.00 | 9.9840852 | 10.5593705 |
| 34 | 96394.07 | 361224.47 | 375774.62 | 9.9840503 | 10.5589778 |
| 33 | 96386.33 | 361814.15 | 375379.11 | 9.9840154 | 10.5584855 |
| 32 | 92378.58 | 361404.69 | 374984.47 | 9.9839805 | 10.5579938 |
| 31 | 96370.82 | 360996.09 | 374590.68 | 9.9839455 | 10.5575025 |
| 30 | 96363.05 | 360588.35 | 374197.75 | 9.9839105 | 10.5570117 |
| 29 | 96355.27 | 360181.46 | 373805.68 | 9.9838755 | 10.5565214 |
| 28 | 96347.48 | 359775.43 | 373414.46 | 9.9838404 | 10.5560315 |
| 27 | 96339.69 | 359370.14 | 373024.09 | 9.9838052 | 10.5555421 |
| 26 | 96331.59 | 358965.90 | 372634.57 | 9.9837701 | 10.5550532 |
| 25 | 96324.08 | 358562.41 | 572245.89 | 9.9837348 | 10.5545648 |
| 24 | 96316.16 | 358159.75 | 371858.05 | 9.9836996 | 10.5540768 |
| 23 | 96308.43 | 357757.94 | 331471.05 | 9.9836643 | 10.5535893 |
| 22 | 96300.59 | 357356.96 | 371084.59 | 9.9836290 | 10.5531122 |
| 21 | 96292.75 | 356956.81 | 570699.56 | 9.9835936 | 10.5526157 |
| 20 | 96284.90 | 356557.49 | 370315.06 | 9.9835582 | 10.5521296 |
| 19 | 96277.04 | 356159.00 | 369931.59 | 9.9835227 | 10.5516439 |
| 18 | 96269.17 | 355761.33 | 369548.54 | 9.9834872 | 10.5511387 |
| 17 | 96261.50 | 355364.49 | 369166.52 | 9.9834517 | 10.5506740 |
| 16 | 96253.42 | 354968.46 | 368785.32 | 9.9834161 | 10.5501898 |
| 15 | 96245.55 | 354573.25 | 368404.93 | 9.9833805 | 10.5497060 |
| 14 | 94247.63 | 354178.86 | 368025.36 | 9.9853449 | 10.5492226 |
| 13 | 96229.72 | 353785.28 | 367646.60 | 9.9833092 | 10.5487398 |
| 12 | 96221.80 | 353392.51 | 367268.65 | 9.9832735 | 10.5482573 |
| 11 | 96215.87 | 353000.54 | 366891.51 | 9.9832377 | 10.5477754 |
| 10 | 96205.94 | 352609.38 | 366515.18 | 9.9832019 | 10.5472939 |
| 9 | 96198.00 | 352219.02 | 366139.64 | 9.9831661 | 10.5468128 |
| 8 | 96190.05 | 351829.46 | 365764.91 | 9.9831302 | 10.5463322 |
| 7 | 96182.69 | 351440.70 | 365390.97 | 9.9830942 | 10.5458521 |
| 6 | 96174.13 | 391052.73 | 365017.83 | 9.9830583 | 10.5453724 |
| 5 | 96166.16 | 350665.55 | 364545.48 | 9.9830223 | 10.5448931 |
| 4 | 96158.18 | 350279.16 | 364273.92 | 9.9829862 | 10.5444143 |
| 3 | 96150.19 | 349893.56 | 363905.15 | 9.9829501 | 10.5439359 |
| 2 | 96142.19 | 349508.74 | 363533.16 | 9.9829140 | 10.5434583 |
| 1 | 96134.18 | 349124.72 | 363163.95 | 9.9828778 | 10.5429806 |
| 0 | 96126.17 | 348741.44 | 362795.53 | 9.9828416 | 10.54[illegible]026 |

## Grad. 16. — 73. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tan. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log Tang. | Minut. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 27563.74 | 28674.54 | 104029.94 | 9.4403381 | 9.4574954 | 96126.37 | 348741.44 | 362795.53 | 9.9828416 | 10.5425036 | 60 |
| 1 | 27591.73 | 28706.02 | 104038.63 | 9.4407784 | 9.4579730 | 96118.15 | 348358.95 | 362427.88 | 9.9828054 | 10.5420270 | 59 |
| 2 | 27619.65 | 28737.51 | 104047.32 | 9.4412182 | 9.4584491 | 96110.12 | 347977.26 | 362051.01 | 9.9827691 | 10.5415509 | 58 |
| 3 | 27647.61 | 28769.02 | 104056.02 | 9.4416576 | 9.4589248 | 96102.08 | 347596.32 | 361604.90 | 9.9827328 | 10.5410754 | 57 |
| 4 | 27675.56 | 28800.50 | 104064.73 | 9.4420965 | 9.4594001 | 96094.05 | 347216.16 | 361329.57 | 9.9826964 | 10.5405909 | 56 |
| 5 | 27703.52 | 28832.01 | 104073.46 | 9.4425349 | 9.4598749 | 96085.98 | 346836.76 | 360955.01 | 9.9826600 | 10.5401258 | 55 |
| 6 | 27731.47 | 28863.52 | 104082.19 | 9.4429728 | 9.4603492 | 96077.92 | 346458.13 | 360601.21 | 9.9826236 | 10.5396508 | 54 |
| 7 | 27759.41 | 28895.03 | 104090.94 | 4.4434103 | 9.4608232 | 96069.85 | 346080.26 | 360228.18 | 9.9825871 | 10.5391768 | 53 |
| 8 | 27787.36 | 28926.55 | 104099.69 | 9.4438472 | 9.4612967 | 96061.77 | 345703.15 | 359875.90 | 9.9825506 | 10.5387033 | 52 |
| 9 | 27815.30 | 28958.08 | 104108.45 | 9.4442837 | 9.4617697 | 96053.68 | 345326.79 | 359514.39 | 9.9825140 | 10.5382303 | 51 |
| 10 | 27843.24 | 28989.61 | 104117.23 | 9.4447197 | 9.4622423 | 96045.58 | 344951.10 | 359153.63 | 9.9824774 | 10.5377577 | 50 |
| 11 | 27871.18 | 29021.14 | 104126.01 | 9.4451553 | 9.4627145 | 46037.48 | 344576.35 | 358793.62 | 9.9824408 | 10.5372855 | 49 |
| 12 | 27899.11 | 29052.68 | 104134.81 | 9.4455904 | 9.4631863 | 96029.37 | 344202.26 | 358434.37 | 9.9824041 | 10.5368137 | 48 |
| 13 | 27927.04 | 29084.23 | 104143.62 | 9.4460250 | 9.4636576 | 96021.25 | 343828.91 | 358075.86 | 9.9823674 | 10.5363424 | 47 |
| 14 | 27954.97 | 29115.78 | 104152.43 | 9.4464591 | 9.4641285 | 96013.12 | 343456.31 | 357718.10 | 9.9823306 | 10.5358715 | 46 |
| 15 | 27982.90 | 29147.34 | 104161.26 | 9.4468927 | 9.4645999 | 96004.98 | 343084.46 | 357361.08 | 9.9822938 | 10.5354010 | 45 |
| 16 | 28010.83 | 29178.90 | 104170.09 | 9.4473259 | 9.4650690 | 95996.84 | 342713.34 | 357004.81 | 9.9822569 | 10.5349310 | 44 |
| 17 | 28038.75 | 29210.47 | 104178.94 | 9.4477586 | 9.4655386 | 95988.69 | 342342.97 | 356649.28 | 9.9822201 | 10.5344614 | 43 |
| 18 | 28066.67 | 29242.05 | 104187.80 | 9.4481909 | 9.4660078 | 95980.53 | 341973.33 | 356294.48 | 9.9821831 | 10.5339922 | 42 |
| 19 | 28094.59 | 29273.63 | 104196.67 | 9.4486227 | 9.4664765 | 95973.36 | 341604.43 | 355940.42 | 9.9721461 | 10.5335235 | 41 |
| 20 | 28122.51 | 29305.21 | 104205.54 | 6.4490540 | 9.4669448 | 95964.18 | 341236.26 | 355587.10 | 9.9821092 | 10.5330552 | 40 |
| 21 | 28150.42 | 29336.80 | 104214.43 | 9.4494849 | 9.4674127 | 95956.00 | 340868.82 | 355234.50 | 9.9820721 | 10.5325873 | 39 |
| 22 | 28178.33 | 29368.39 | 104223.33 | 4.4499153 | 9.4678802 | 95947.81 | 340502.10 | 354882.63 | 9.9820351 | 10.5321198 | 38 |
| 23 | 28206.24 | 29399.99 | 104232.24 | 9.4503452 | 9.4683473 | 95939.61 | 340136.12 | 354531.49 | 9.9819979 | 10.5316527 | 37 |
| 24 | 28234.15 | 29431.60 | 104241.16 | 9.4507747 | 9.4688139 | 95931.40 | 339770.85 | 354181.07 | 9.9819608 | 10.5911861 | 36 |
| 25 | 28262.05 | 29463.21 | 104250.09 | 9.4512037 | 9.4692801 | 95923.18 | 339406.31 | 353831.38 | 9.9819216 | 10.5307199 | 35 |
| 26 | 28289.95 | 29494.83 | 104259.03 | 9.4516322 | 9.4697459 | 95914.95 | 339042.49 | 353432.40 | 9.9818863 | 10.5302541 | 34 |
| 27 | 28317.85 | 29526.45 | 104267.98 | 9.4520603 | 9.4702112 | 95906.72 | 338679.38 | 363134.14 | 9.9818490 | 10.5297888 | 33 |
| 28 | 28345.75 | 29558.08 | 104276.94 | 9.4524879 | 9.4706762 | 95898.48 | 338316.99 | 352786.60 | 9.9818117 | 10.5293238 | 32 |
| 29 | 28373.64 | 29589.71 | 104285.91 | 9.4529151 | 9.4711407 | 95890.23 | 337955.31 | 352439.77 | 9.9817744 | 10.5288593 | 31 |
| 30 | 28401.53 | 29621.35 | 104294.89 | 9.4533418 | 9.4716048 | 95881.97 | 337594.34 | 352093.65 | 9.9817370 | 10.5283952 | 30 |
| 31 | 28429.42 | 29652.99 | 104303.88 | 9.4537681 | 9.4720685 | 95873.70 | 337234.08 | 351748.24 | 9.9816995 | 10.5279315 | 29 |
| 32 | 28457.31 | 29684.64 | 104112.89 | 9.4541939 | 9.4725318 | 95865.43 | 336874.53 | 351403.54 | 9.9816620 | 10.5274682 | 28 |
| 33 | 28485.20 | 29716.30 | 104321.90 | 9.4546192 | 9.4729947 | 95857.15 | 336515.68 | 351059.54 | 9.9816245 | 10.5270053 | 27 |
| 34 | 28513.08 | 29747.96 | 104330.92 | 9.4550441 | 9.4734571 | 95848.86 | 336157.53 | 350716.25 | 9.9815870 | 10.5265428 | 26 |
| 35 | 28540.95 | 29779.62 | 104339.95 | 9.4554686 | 9.4739192 | 95840.56 | 335800.08 | 350373.65 | 9.9815494 | 10.5260808 | 25 |
| 36 | 28568.84 | 29811.29 | 104349.00 | 9.4558926 | 9.4743808 | 95832.25 | 335443.33 | 350031.75 | 9.9815117 | 10.5256192 | 24 |
| 37 | 28596.71 | 29842.97 | 104358.05 | 9.4563161 | 9.4748421 | 95823.94 | 335087.28 | 349690.55 | 9.9814740 | 10.5251579 | 23 |
| 38 | 28624.58 | 29874.65 | 104367.12 | 9.4567392 | 9.4753029 | 95815.62 | 334731.91 | 349350.01 | 9.9814363 | 10.5246971 | 22 |
| 39 | 28652.45 | 29906.34 | 104376.19 | 9.4571618 | 9.4757633 | 95807.29 | 334377.24 | 349010.23 | 9.9813986 | 10.5242367 | 21 |
| 40 | 28680.32 | 29938.03 | 104385.28 | 9.4575840 | 9.4762133 | 95798.95 | 334023.26 | 348671.10 | 9.9813608 | 10.5237767 | 20 |
| 41 | 28708.19 | 29969.73 | 104394.37 | 9.4580058 | 9.4766829 | 95790.60 | 333669.97 | 348332.67 | 9.9813229 | 10.5233171 | 19 |
| 42 | 28736.05 | 30001.44 | 104403.48 | 9.4584271 | 9.4711421 | 95782.25 | 333317.36 | 347994.92 | 9.9812850 | 10.5228579 | 18 |
| 43 | 28763.91 | 30033.15 | 104412.59 | 9.4588480 | 9.4776009 | 95773.89 | 332965.43 | 347657.85 | 9.9812471 | 10.5223991 | 17 |
| 44 | 28791.77 | 30064.86 | 104421.72 | 9.4592684 | 9.4780592 | 95765.52 | 332614.19 | 347321.46 | 9.9812091 | 10.5219408 | 16 |
| 45 | 28819.63 | 30096.58 | 104430.86 | 9.4596884 | 9.4785172 | 95757.14 | 332263.62 | 346985.76 | 9.9811711 | 10.5214828 | 15 |
| 46 | 28847.48 | 30128.31 | 104440.01 | 9.4601079 | 9.4789748 | 95748.75 | 331913.73 | 346650.73 | 9.9811331 | 10.5210252 | 14 |
| 47 | 28875.33 | 30160.04 | 104449.17 | 9.4605270 | 9.4794319 | 95740.35 | 331564.52 | 346316.37 | 9.9810950 | 10.5205681 | 13 |
| 48 | 28903.18 | 30191.78 | 104458.33 | 9.4609456 | 9.4798887 | 95731.95 | 331255.98 | 345982.69 | 9.9810569 | 10.5201113 | 12 |
| 49 | 28931.03 | 30223.52 | 104457.51 | 9.4613638 | 9.4803451 | 95723.54 | 330868.11 | 345649.69 | 9.9810187 | 10.5196549 | 11 |
| 50 | 28958.87 | 30255.27 | 103476.70 | 9.4617816 | 9.4808011 | 95715.12 | 330520.91 | 345317.35 | 9.9809805 | 10.5191989 | 10 |
| 51 | 28986.71 | 30287.03 | 104485.90 | 9.4621989 | 9.4812566 | 95706.69 | 330174.38 | 344985.68 | 9.9809423 | 10.5187434 | 9 |
| 52 | 29014.55 | 30318.79 | 104495.11 | 9.4626158 | 9.4817118 | 95698.25 | 329828.51 | 344654.67 | 9.9809040 | 10.5182882 | 8 |
| 53 | 29042.39 | 30350.55 | 104504.33 | 9.4630323 | 9.4821666 | 95689.81 | 329483.30 | 344324.33 | 9.9808657 | 10.5178334 | 7 |
| 54 | 29070.22 | 30382.32 | 104513.57 | 9.4634483 | 9.4826210 | 95681.36 | 329138.76 | 343994.65 | 9.9808273 | 10.5173790 | 6 |
| 55 | 29098.05 | 30414.10 | 104522.81 | 9.4638639 | 9.4830750 | 95672.90 | 329794.87 | 343665.63 | 9.9807889 | 10.5169250 | 5 |
| 56 | 29125.88 | 30445.88 | 104532.06 | 9.4642790 | 9.4835286 | 95664.43 | 328451.64 | 343337.27 | 9.9807505 | 10.5164714 | 4 |
| 57 | 29153.71 | 30477.67 | 104541.32 | 9.4646938 | 9.4839818 | 95655.95 | 328109.07 | 343009.56 | 9.9807120 | 10.5160182 | 3 |
| 58 | 29181.53 | 30509.46 | 104550.60 | 9.4651081 | 9.4844346 | 95647.47 | 327767.15 | 342682.51 | 9.9806735 | 10.5155654 | 2 |
| 59 | 29209.35 | 30541.26 | 104559.88 | 9.4655219 | 9.4848870 | 95638.98 | 327425.88 | 342356.11 | 9.9806349 | 10.5151130 | 1 |
| 60 | 29237.17 | 30573.07 | 104569.18 | 9.4659353 | 9.4853390 | 95630.48 | 327085.26 | 342030.36 | 9.9805963 | 10.5146610 | 0 |

## Grad. 17.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 29237.17 | 30573.07 | 104569.18 | 9.4659353 | 9.4853390 |
| 1 | 29264.95 | 30604.88 | 104578.48 | 9.4663483 | 9.4857907 |
| 2 | 29292.80 | 30636.69 | 104587.80 | 9.4667609 | 9.4862419 |
| 3 | 29320.61 | 30668.51 | 104597.12 | 9.4671730 | 9.4866928 |
| 4 | 29348.42 | 30700.34 | 104606.46 | 9.4675848 | 9.4871433 |
| 5 | 29376.23 | 30732.18 | 104615.81 | 9.4679960 | 9.4875933 |
| 6 | 29404.03 | 30764.02 | 104625.16 | 9.4684069 | 9.4880430 |
| 7 | 29431.83 | 30795.86 | 104634.53 | 9.4688173 | 9.4884924 |
| 8 | 29459.63 | 30827.71 | 104643.91 | 9.4692273 | 9.4889415 |
| 9 | 29487.43 | 30859.57 | 104653.30 | 9.4696369 | 9.4893898 |
| 10 | 29515.22 | 30891.43 | 104662.70 | 9.4700461 | 9.4898380 |
| 11 | 29543.01 | 30923.30 | 104672.11 | 9.4704548 | 9.4902858 |
| 12 | 29570.80 | 30955.17 | 104681.53 | 9.4708631 | 9.4907332 |
| 13 | 29598.59 | 30987.05 | 104690.96 | 9.4712710 | 9.4911802 |
| 14 | 29626.38 | 31018.93 | 104700.40 | 9.4716785 | 9.4916269 |
| 15 | 29654.16 | 31050.82 | 194709.86 | 9.4720856 | 9.4920731 |
| 16 | 29681.94 | 31082.72 | 104719.32 | 9.4724922 | 9.4925190 |
| 17 | 29709.71 | 31114.62 | 104728.79 | 9.4728985 | 9.4929646 |
| 18 | 29737.49 | 31146.53 | 104738.28 | 9.4733043 | 9.4934097 |
| 19 | 29765.26 | 31178.44 | 104747.77 | 9.4737097 | 9.4938545 |
| 20 | 29793.03 | 31210.36 | 104757.28 | 9.4741146 | 9.4942988 |
| 21 | 29820.79 | 31242.29 | 104766.79 | 9.4745192 | 9.4947429 |
| 22 | 29848.56 | 31274.22 | 104776.32 | 9.4749232 | 9.4951865 |
| 23 | 29876.32 | 31306.16 | 104785.86 | 9.4753271 | 9.4956298 |
| 24 | 29904.08 | 31338.10 | 104795.40 | 9.4757304 | 9.4960727 |
| 25 | 29931.84 | 31370.05 | 104804.96 | 9.4761334 | 9.4965152 |
| 26 | 29959.59 | 31402.00 | 104814.53 | 9.4653359 | 9.4969574 |
| 27 | 29987.34 | 31433.96 | 104824.11 | 9.4769380 | 9.4973991 |
| 28 | 30015.09 | 31465.93 | 104833.70 | 9.4773396 | 9.4978406 |
| 29 | 30042.84 | 31497.90 | 104843.30 | 9.4777409 | 9.4982816 |
| 30 | 30070.58 | 31529.88 | 104852.91 | 9.4781418 | 9.4987223 |
| 31 | 30098.32 | 31561.86 | 104862.53 | 9.4785423 | 9.4991626 |
| 32 | 30126.06 | 31593.85 | 104872.17 | 9.4789423 | 9.4996026 |
| 33 | 30153.80 | 31625.85 | 104881.81 | 9.4793420 | 9.5000422 |
| 34 | 30181.53 | 31657.85 | 104891.46 | 9.4797412 | 9.5004814 |
| 35 | 30209.26 | 31689.86 | 104901.13 | 9.4801401 | 9.5009203 |
| 36 | 30236.99 | 31721.87 | 104910.80 | 9.4805385 | 9.5013588 |
| 37 | 30264.71 | 31753.89 | 104920.49 | 9.4809366 | 9.5017969 |
| 38 | 30292.44 | 31785.91 | 104930.19 | 9.4813342 | 9.5022347 |
| 39 | 30320.16 | 31817.94 | 104939.89 | 9.4817313 | 9.5026721 |
| 40 | 30347.88 | 31849.98 | 104949.61 | 9.4821283 | 9.5031092 |
| 41 | 30375.59 | 31882.02 | 104959.34 | 9.4825248 | 9.5035459 |
| 42 | 30403.31 | 31914.07 | 104969.08 | 9.4829208 | 9.5039822 |
| 43 | 30431.02 | 31946.13 | 104978.83 | 9.4833165 | 9.5044182 |
| 44 | 30458.72 | 31978.19 | 104988.59 | 9.4837117 | 9.5048538 |
| 45 | 30486.43 | 32010.25 | 104998.36 | 9.4841066 | 9.5052891 |
| 46 | 30514.13 | 32042.32 | 105008.15 | 9.4845010 | 9.5057240 |
| 47 | 30541.83 | 32074.40 | 105017.94 | 9.4848951 | 9.5061586 |
| 48 | 30569.53 | 32106.49 | 105027.74 | 9.4852888 | 9.5065928 |
| 49 | 30597.23 | 32138.58 | 105037.56 | 9.4856820 | 9.5070267 |
| 50 | 30624.92 | 32170.67 | 105047.38 | 9.4860749 | 9.5074602 |
| 51 | 30652.61 | 32202.77 | 105057.22 | 9.4864674 | 9.5078933 |
| 52 | 30680.29 | 32234.88 | 105067.06 | 9.4868595 | 9.5083261 |
| 53 | 30707.98 | 32267.00 | 105076.92 | 9.4872512 | 9.3087586 |
| 54 | 30735.66 | 32299.12 | 105086.79 | 9.4876426 | 9.5091907 |
| 55 | 30763.34 | 32331.25 | 105096.67 | 9.4880335 | 9.5096224 |
| 56 | 30791.02 | 32363.38 | 105106.56 | 9.4884240 | 9.5100519 |
| 57 | 30818.60 | 32395.52 | 105116.46 | 9.4888142 | 9.5104849 |
| 58 | 30846.3[illegible] | 32427.66 | 105126.37 | 9.4892040 | 9.5109156 |
| 59 | 30874.0[illegible] | 32459.8[illegible] | 105136.29 | 9.4895914 | 9.5113460 |
| 60 | 30901.70 | 32491.97 | 105146.22 | 9.4899824 | 9.5117760 |

## 72. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 95630.48 | 327085.16 | 342030.36 | 9.9805963 | 10.5146610 |
| 59 | 95621.97 | 326745.29 | 341705.26 | 9.9805577 | 10.5142093 |
| 58 | 95613.45 | 326405.96 | 341780.80 | 9.9805190 | 10.5137581 |
| 57 | 95604.92 | 326067.28 | 341056.99 | 9.9804803 | 10.5133072 |
| 56 | 95596.39 | 325729.24 | 340733.82 | 9.9804415 | 10.5128567 |
| 55 | 95587.85 | 325391.84 | 440411.30 | 9.9804027 | 10.5124067 |
| 54 | 95579.30 | 325055.08 | 340089.31 | 9.9803639 | 10.5119570 |
| 53 | 95570.74 | 324718.95 | 339768.16 | 9.9803250 | 10.5115076 |
| 52 | 95562.17 | 324383.46 | 339447.54 | 9.9802860 | 10.5110587 |
| 51 | 95553.60 | 32404[illegible].60 | 339127.55 | 9.9802471 | 10.5106102 |
| 50 | 95545.02 | 323714.38 | 338808.10 | 9.9802081 | 10.5101620 |
| 49 | 95536.43 | 323380.78 | 338489.48 | 9.9801690 | 10.5097142 |
| 48 | 95527.83 | 323047.80 | 338171.38 | 9.9801299 | 10.5092668 |
| 47 | 95519.22 | 322715.46 | 337853.91 | 9.9400908 | 10.5088198 |
| 46 | 95510.61 | 322383.73 | 337537.07 | 9.9800516 | 10.5083731 |
| 45 | 95501.99 | 322052.63 | 337220.84 | 9.9800124 | 10.5079269 |
| 44 | 95493.36 | 321722.15 | 336905.24 | 9.9799732 | 10.5074810 |
| 43 | 95484.72 | 321392.28 | 336590.26 | 9.9799339 | 10.5070354 |
| 42 | 95476.07 | 321063.04 | 336275.89 | 9.9798946 | 10.5065903 |
| 41 | 95467.42 | 320734.40 | 335962.14 | 9.9798552 | 10.5061455 |
| 40 | 95458.76 | 320406.38 | 335649.00 | 9.9798158 | 10.5057012 |
| 39 | 95450.09 | 320078.97 | 335336.47 | 9.9797764 | 10.5052571 |
| 38 | 95441.41 | 319752.17 | 335024.55 | 9.9797369 | 10.5048135 |
| 37 | 95432.72 | 319425.98 | 334713.24 | 9.9796973 | 10.5043702 |
| 36 | 95424.03 | 319100.39 | 334402.54 | 9.9796578 | 10.5039273 |
| 35 | 95415.33 | 318775.40 | 334092.44 | 9.9796182 | 10.5034848 |
| 34 | 95406.62 | 318451.02 | 333782.94 | 9.9795785 | 10.5030426 |
| 33 | 95397.90 | 318127.24 | 333474.05 | 9.9795388 | 10.5026009 |
| 32 | 95349.17 | 317804.06 | 333165.75 | 9.9794991 | 10.5021594 |
| 31 | 95380.43 | 317481.47 | 332858.05 | 9.9794593 | 10.5017184 |
| 30 | 95371.69 | 317159.48 | 332550.95 | 9.9794195 | 10.5012777 |
| 29 | 95362.94 | 316838.08 | 332244.44 | 9.9793790 | 10.5008374 |
| 28 | 95354.18 | 316517.28 | 331938.53 | 9.9793398 | 10.5003974 |
| 27 | 95345.41 | 316197.06 | 331633.20 | 9.9792998 | 10.4999578 |
| 26 | 95336.64 | 315877.44 | 331328.47 | 9.9792599 | 10.4995186 |
| 25 | 95327.86 | 315558.40 | 331024.32 | 9.9792198 | 10.4990797 |
| 24 | 95319.07 | 315239.94 | 330720.76 | 9.9791798 | 10.4986412 |
| 23 | 95310.27 | 314922.07 | 330417.78 | 9.9791397 | 10.4982031 |
| 22 | 95301.46 | 314604.78 | 330115.39 | 9.9790996 | 10.4977653 |
| 21 | 95292.64 | 314288.07 | 329813.57 | 9.9790594 | 10.4973279 |
| 20 | 95283.82 | 313971.94 | 329512.34 | 9.9790192 | 10.4968908 |
| 19 | 95274.99 | 313656.39 | 329211.68 | 9.9789789 | 10.4964541 |
| 18 | 95266.15 | 313341.41 | 328911.60 | 9.9789386 | 10.4960178 |
| 17 | 95257.30 | 313027.01 | 328612.09 | 9.9788983 | 10.4955818 |
| 16 | 95249.44 | 312713.17 | 328313.16 | 9.9788579 | 10.4951462 |
| 15 | 95239.56 | 312399.91 | 328014.79 | 9.9788175 | 10.4947109 |
| 14 | 95230.71 | 312087.22 | 327717.00 | 9.9787770 | 10.4942760 |
| 13 | 95221.83 | 311775.09 | 327419.77 | 9.9787365 | 10.4938414 |
| 12 | 95212.94 | 311463.53 | 327123.11 | 9.9786960 | 10.4934072 |
| 11 | 95204.04 | 311152.54 | 326827.02 | 9.9786554 | 10.4929733 |
| 10 | 95195.14 | 310842.10 | 326531.49 | 9.9786148 | 10.4925398 |
| 9 | 95186.23 | 310532.23 | 326236.52 | 9.9785741 | 10.4921067 |
| 8 | 95177.31 | 310222.91 | 325942.11 | 9.9785334 | 10.4916738 |
| 7 | 95168.38 | 309914.16 | 325648.25 | 9.9784927 | 10.4912414 |
| 6 | 95159.44 | 309605.96 | 325354.96 | 9.9784519 | 10.4908093 |
| 5 | 95150.49 | 309298.31 | 325062.12 | 9.9784111 | 10.4903776 |
| 4 | 95141.54 | 308991.22 | 324770.03 | 9.9783702 | 10.4899461 |
| 3 | 95132.58 | 308684.68 | 324478.40 | 9.9783293 | 10.4895151 |
| 2 | 95123.61 | 308378.69 | 324187.32 | 9.9782883 | 10.4890844 |
| 1 | 95114.63 | 308073.25 | 323896.78 | 9.9782474 | 10.4886540 |
| 0 | 95105.65 | 307768.35 | 323606.80 | 9.9782063 | 10.4883240 |

## Grad. 18.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 30901.70 | 3249[illegible] | 105146.22 | 9.4899824 | 9.5117760 |
| 1 | 30929.36 | 32524.13 | 05156.17 | 9.4903710 | 9.5122057 |
| 2 | 30957.02 | 32556.06 | 105166.12 | 9.4907592 | 9.5126351 |
| 3 | 30984.68 | 32588.43 | .05176.08 | 9.4911471 | 9.5130641 |
| 4 | 31012.24 | 32620.66 | 105186.06 | 9.4915345 | 9.5134927 |
| 5 | 31039.99 | 32652.85 | 105196.05 | 9.4916216 | 9.5139210 |
| 6 | 31067.64 | 32685.04 | 105206.04 | 9.4923083 | 9.5143490 |
| 7 | 31095.19 | 32717.24 | 105216.05 | 9.4926946 | 9.5147766 |
| 8 | 31122.94 | 32749.44 | 105226.07 | 6.4930806 | 9.5152039 |
| 9 | 31150.58 | 32781.65 | 105236.10 | 9.4934661 | 9.5156309 |
| 10 | 31178.22 | 32813.87 | 105246.14 | 9.4938513 | 9.5160575 |
| 11 | 31205.86 | 32846.10 | 105256.19 | 9.4942361 | 9.5164838 |
| 12 | 31233.49 | 32878.33 | 105266.25 | 9.4946205 | 9.5169097 |
| 13 | 31261.12 | 32910.56 | 105276.33 | 9.4950046 | 9.5173353 |
| 14 | 31288.75 | 32942.80 | 105286.41 | 9.4953883 | 9.5177606 |
| 15 | 31316.38 | 32975.05 | 105296.51 | 9.4957716 | 9.5181855 |
| 16 | 31344.00 | 33007.31 | 105306.81 | 9.4961545 | 9.5186101 |
| 17 | 31371.63 | 33039.57 | 105316.73 | 9.4965370 | 9.5190344 |
| 18 | 31399.25 | 33071.84 | 105326.86 | 9.4969192 | 9.5194583 |
| 19 | 31426.86 | 33104.11 | 105336.99 | 9.4973010 | 9.5198819 |
| 20 | 31454.48 | 33136.39 | 105347.14 | 9.4976824 | 9.5203052 |
| 21 | 31482.09 | 33168.68 | 105357.30 | 9.4980635 | 9.5207282 |
| 22 | 31509.69 | 33200.97 | 105367.47 | 9.4984442 | 9.5211508 |
| 23 | 31537.30 | 33233.27 | 105377.65 | 9.4988245 | 9.5215730 |
| 24 | 31564.90 | 33265.57 | 105387.85 | 9.4992045 | 9.5219950 |
| 25 | 31592.50 | 33297.88 | 105398.05 | 9.4995840 | 9.5224166 |
| 26 | 31620.10 | 33330.20 | 105408.26 | 9.4999633 | 9.5228379 |
| 27 | 31647.70 | 33362.52 | 105418.49 | 9.5003421 | 9.5232589 |
| 28 | 31675.29 | 33394.85 | 105428.73 | 9.5007206 | 9.5236795 |
| 29 | 31702.88 | 33427.19 | 105438.97 | 9.5010987 | 9.5240999 |
| 30 | 31730.47 | 33459.53 | 105449.23 | 9.5014764 | 9.5245199 |
| 31 | 31758.05 | 33491.88 | 105459.50 | 9.5018538 | 9.5249395 |
| 32 | 31785.63 | 33524.24 | 105469.78 | 9.5022308 | 9.5253589 |
| 33 | 31813.21 | 33556.60 | 105480.07 | 9.5026075 | 9.5257779 |
| 34 | 31840.79 | 33588.97 | 105490.37 | 9.5029838 | 9.5261966 |
| 35 | 31868.36 | 33621.34 | 105500.68 | 9.5033597 | 9.5266150 |
| 36 | 31895.93 | 33653.72 | 105511.01 | 9.5037353 | 9.5270331 |
| 37 | 31923.50 | 33686.11 | 105521.34 | 9.5041105 | 9.5272508 |
| 38 | 31951.06 | 33718.50 | 105531.69 | 9.5044853 | 9.5278682 |
| 39 | 31978.63 | 33750.90 | 105542.04 | 9.5048598 | 9.5282853 |
| 40 | 32006.19 | 33783.30 | 105552.41 | 9.5052339 | 9.5287021 |
| 41 | 32033.74 | 33815.71 | 105562.79 | 9.5056077 | 9.5291186 |
| 42 | 32061.30 | 33848.13 | 105573.18 | 9.5059811 | 9.5295347 |
| 43 | 32088.85 | 33880.56 | 105583.58 | 9.5063542 | 9.5299505 |
| 44 | 32116.40 | 33912.99 | 105593.99 | 9.5067268 | 9.5303661 |
| 45 | 32143.95 | 33945.43 | 105604.41 | 9.5070992 | 9.5307813 |
| 46 | 32171.49 | 33977.87 | 105614.85 | 9.5074712 | 9.5311961 |
| 47 | 32199.03 | 34010.32 | 105625.29 | 9.5078428 | 9.5316107 |
| 48 | 32226.57 | 34042.78 | 105635.75 | 9.5082141 | 9.5320250 |
| 49 | 32254.10 | 34075.24 | 105646.21 | 9.5085850 | 9.5324389 |
| 50 | 32281.64 | 34107.71 | 105656.69 | 9.5089556 | 9.5328526 |
| 51 | 32409.17 | 34140.19 | 105667.18 | 9.5093258 | 9.5332659 |
| 52 | 32336.70 | 34172.67 | 105677.68 | 9.5096956 | 9.5336789 |
| 53 | 32364.22 | 34205.15 | 105688.19 | 9.5100651 | 9.5340916 |
| 54 | 32391.74 | 34237.65 | 105698.71 | 9.5104343 | 9.5345040 |
| 55 | 32419.26 | 34270.15 | 105709.24 | 9.5108031 | 9.5349161 |
| 56 | 32446.78 | 34302.66 | 105719.78 | 9.5111716 | 9.5353278 |
| 57 | 32474.29 | 34335.18 | 105730.34 | 9.5115397 | 9.5357393 |
| 58 | 32501.80 | 34367.70 | 105740.9 | 9.5119074 | 9.5361505 |
| 59 | 32529.31 | 34400.23 | 05750.48 | 9.5122749 | 9.5365613 |
| 60 | 32556.82 | 34432.76 | .05762.07 | 9.5126419 | 9.5369719 |

## 71. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 95105.65 | 307768.35 | 323606.80 | 9.9782063 | 10.4882240 |
| 59 | 95096.66 | 307464.00 | 323317.26 | 9.9781683 | 10.4877943 |
| 58 | 95087.66 | 307160.20 | 323028.46 | 9.9781241 | 10.4873649 |
| 57 | 95078.65 | 306856.93 | 322740.11 | 9.9780830 | 10.4869359 |
| 56 | 95069.63 | 306554.21 | 321452.30 | 9.9780418 | 10.4865073 |
| 55 | 95060.60 | 306252.03 | 322165.03 | 9.9780006 | 10.4860790 |
| 54 | 95051.57 | 305950.38 | 321878.30 | 9.9779593 | 10.4856510 |
| 53 | 95042.53 | 305649.28 | 321592.10 | 9.9779180 | 10.4852234 |
| 52 | 95033.48 | 305348.70 | 321306.44 | 9.9778766 | 10.4847961 |
| 51 | 95024.42 | 305048.56 | 321021.32 | 9.9778353 | 10.4843691 |
| 50 | 95015.36 | 304749.15 | 320736.73 | 9.9777938 | 10.4839425 |
| 49 | 95006.19 | 304450.18 | 320452.66 | 9.9777523 | 10.4835162 |
| 48 | 94997.21 | 304151.73 | 320169.13 | 9.9777108 | 10.4830903 |
| 47 | 94988.12 | 303853.81 | 319886.13 | 9.9776693 | 10.4826647 |
| 46 | 94979.02 | 303556.41 | 319603.65 | 9.9776277 | 10.4822394 |
| 45 | 94969.91 | 303259.54 | 319321.70 | 9.9775860 | 10.4818145 |
| 44 | 94960.80 | 302963.20 | 319040.28 | 9.9775444 | 10.4813899 |
| 43 | 94951.68 | 302667.37 | 318759.37 | 9.9775026 | 10.4809656 |
| 42 | 94942.55 | 302372.07 | 318478.99 | 9.9774609 | 10.4805417 |
| 41 | 94933.41 | 30[illegible]77.28 | 318199.12 | 9.9774191 | 10.4801181 |
| 40 | 94924.26 | 301783.01 | 317919.78 | 9.9773772 | 10.4795948 |
| 39 | 94915.11 | 301489.26 | 317640.95 | 9.9773354 | 10.4792718 |
| 38 | 94905.95 | 301196.03 | 317362.64 | 9.9772934 | 10.4788492 |
| 37 | 94896.78 | 300903.30 | 317084.84 | 9.9772515 | 10.4784270 |
| 36 | 94887.60 | 300611.09 | 316807.56 | 9.9772095 | 10.4780050 |
| 35 | 94878.41 | 300319.39 | 316530.78 | 9.9771674 | 10.4775834 |
| 34 | 94869.22 | 300028.20 | 316254.52 | 9.9771253 | 10.4771621 |
| 33 | 94860.02 | 299737.51 | 315978.76 | 9.9770832 | 10.4767411 |
| 32 | 94850.81 | 299447.34 | 315703.52 | 9.9770410 | 10.4763205 |
| 31 | 94841.59 | 299157.66 | 315428.77 | 9.9769988 | 10.4759001 |
| 30 | 94832.36 | 298868.50 | 315154.53 | 9.9769566 | 10.4754801 |
| 29 | 94823.13 | 298579.83 | 314880.79 | 9.9769143 | 10.4750605 |
| 28 | 94813.89 | 298291.66 | 314607.56 | 9.9768722 | 10.4746411 |
| 27 | 94804.64 | 298004.00 | 314334.83 | 9.9768296 | 10.4742221 |
| 26 | 94795.38 | 297716.83 | 314062.59 | 9.9767872 | 10.4738034 |
| 25 | 94786.11 | 297430.16 | 313790.86 | 9.9767447 | 10.4733850 |
| 24 | 94776.84 | 297143.99 | 313519.62 | 9.9767022 | 10.4729669 |
| 23 | 94767.56 | 296858.31 | 313248.87 | 9.9766597 | 10.4725492 |
| 22 | 94758.27 | 296573.11 | 312978.62 | 9.9766171 | 10.4721318 |
| 21 | 94748.97 | 296288.42 | 312708.86 | 9.9765745 | 10.4717147 |
| 20 | 94739.66 | 296004.22 | 312439.59 | 9.9765318 | 10.4712979 |
| 19 | 94730.35 | 295720.50 | 312170.81 | 9.9764891 | 10.4708814 |
| 18 | 94721.03 | 295437.27 | 311902.52 | 9.9764464 | 10.4704653 |
| 17 | 94711.70 | 295154.55 | 311634.72 | 9.9764036 | 10.4700495 |
| 16 | 94702.36 | 294872.27 | 311367.40 | 9.9763608 | 10.4696339 |
| 15 | 94693.01 | 294590.50 | 311100.57 | 9.9763179 | 10.4692187 |
| 14 | 94683.66 | 294309.21 | 310834.22 | 9.9762750 | 10.4688039 |
| 13 | 91674.30 | 294028.46 | 310568.35 | 9.9762321 | 10.4683893 |
| 12 | 94664.93 | 293748.07 | 310302.96 | 9.9761891 | 10.4679750 |
| 11 | 94655.55 | 293468.22 | 310038.05 | 9.9761461 | 10.4675611 |
| 10 | 94646.16 | 295188.85 | 309773.63 | 9.9761030 | 10.4671474 |
| 9 | 94636.76 | 292909.95 | 309509.67 | 9.9760599 | 10.4667341 |
| 8 | 94627.36 | 292231.52 | 309246.20 | 9.9760167 | 10.4663211 |
| 7 | 94617.95 | 292353.58 | 308983.19 | 9.9759736 | 10.4659084 |
| 6 | 94608.53 | 292076.10 | 308720.66 | 6.9759303 | 10.4654960 |
| 5 | 94599.10 | 291799.09 | 308458.60 | 9.9758870 | 10.4650839 |
| 4 | 94589.67 | 291522.56 | 308157.02 | 9.9758437 | 10.4646722 |
| 3 | 94580.23 | 291246.49 | 307935.90 | 9.9758004 | 10.4642607 |
| 2 | 94570.78 | 290970.89 | 307675.25 | 9.9757570 | 10.4638495 |
| 1 | 94561.32 | 290695.76 | 307415.07 | 9.9757135 | 10.4634387 |
| 0 | 94551.85 | 290421.69 | 307155.35 | 9.9756701 | 10.4630281 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. | Minut. | Sinus | Tang | Secant. | Log. Sin. | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 32556.82 | 34432.76 | 105762.07 | 9.5126419 | 9.5369719 | 60 | 94551.85 | 290421.09 | 307155.35 | 9.9756701 | 10.4630281 |
| 1 | 32584.32 | 34465.30 | 105772.67 | 9.5130086 | 9.5373821 | 59 | 94542.38 | 290146.88 | 306896.10 | 9.9756265 | 10.4626179 |
| 2 | 32611.82 | 34497.85 | 105783.28 | 9.5133750 | 9.5377920 | 58 | 94532.90 | 289873.14 | 306637.31 | 9.9755830 | 10.4622080 |
| 3 | 32639.31 | 34530.40 | 105793.90 | 9.5137410 | 9.5382017 | 57 | 94523.41 | 289599.86 | 306378.98 | 9.9755394 | 10.4617983 |
| 4 | 32666.81 | 34562.96 | 105804.53 | 9.5141067 | 9.5386110 | 56 | 94513.91 | 289327.04 | 306121.11 | 9.9754957 | 10.4613890 |
| 5 | 32694.30 | 34595.53 | 105815.17 | 9.5144721 | 9.5390200 | 55 | 94504.40 | 289054.67 | 305863.70 | 9.9754521 | 10.4609800 |
| 6 | 32721.79 | 34628.10 | 105825.83 | 9.5148371 | 9.5394287 | 54 | 94494.89 | 288782.77 | 305606.75 | 9.9754083 | 10.4605713 |
| 7 | 32749.28 | 34660.68 | 105836.49 | 9.5152017 | 9.5398371 | 53 | 94485.37 | 288511.32 | 305350.26 | 9.9753646 | 10.4601629 |
| 8 | 32776.76 | 34693.27 | 105847.17 | 9.5155660 | 9.5402453 | 52 | 94475.84 | 288240.33 | 305094.23 | 9.9753208 | 10.4597547 |
| 9 | 32804.24 | 34725.86 | 105857.86 | 9.5159300 | 9.5406531 | 51 | 94466.30 | 287969.79 | 304838.64 | 9.9752769 | 10.4593469 |
| 10 | 32831.72 | 34758.46 | 105868.55 | 9.5162936 | 9.5410606 | 50 | 94456.75 | 287699.70 | 304583.52 | 9.9752330 | 10.4589394 |
| 11 | 32859.19 | 34791.07 | 105879.26 | 9.5166569 | 9.5414678 | 49 | 94447.20 | 287430.07 | 304328.84 | 9.9751891 | 10.4585322 |
| 12 | 32886.66 | 34823.68 | 105889.99 | 9.5170198 | 9.5418747 | 48 | 94437.64 | 287160.88 | 304074.62 | 9.9751451 | 10.4581253 |
| 13 | 32914.13 | 34856.30 | 105900.72 | 9.5173824 | 9.5422813 | 47 | 94428.07 | 286892.15 | 303820.84 | 9.9751011 | 10.4577187 |
| 14 | 32941.60 | 34888.93 | 105911.46 | 9.5177447 | 9.5426877 | 46 | 94418.49 | 286623.86 | 303567.52 | 9.9750570 | 10.4573123 |
| 15 | 32969.06 | 34921.56 | 105922.21 | 9.5181066 | 9.5430937 | 45 | 94408.90 | 286356.02 | 303314.64 | 9.9750129 | 10.4369063 |
| 16 | 32996.52 | 34954.20 | 105932.98 | 9.5184682 | 9.5434994 | 44 | 94399.31 | 286088.63 | 303062.2[illegible] | 9.9749688 | 10.4565006 |
| 17 | 33023.98 | 34986.85 | 105943.76 | 9.518829 | 9.5439048 | 43 | 94389.71 | 285821.68 | 302810.2[illegible] | 9.9749246 | 10.4560952 |
| 18 | 34051.44 | 35019.50 | 105954.54 | 9.51919[illegible] | 9.5443100 | 42 | 94380.10 | 285555.17 | 302558.6[illegible] | 9.9748864 | 10.4556900 |
| 19 | 33078.89 | 35052.16 | 105965.34 | 9.5195510 | 9.5447148 | 41 | 94370.48 | 285289.11 | 302307.5[illegible] | 9.9748361 | 10.4552852 |
| 20 | 33106.34 | 35084.83 | 105976.15 | 9.5199112 | 9.5451193 | 40 | 94360.85 | 285023.49 | 302056.9[illegible] | 9.9747918 | 10.4548807 |
| 21 | 33133.79 | 35117.50 | 105986.97 | 9.5202711 | 9.5455236 | 39 | 94351.21 | 284758.31 | 301806.72 | 9.9747475 | 10.4544764 |
| 22 | 33161.23 | 35150.18 | 105997.81 | 9.5206307 | 9.5459276 | 38 | 94341.57 | 284493.56 | 301556.94 | 9.9747031 | 10.4540724 |
| 23 | 33188.67 | 35182.87 | 106008.65 | 9.5209899 | 9.5463312 | 37 | 94331.92 | 284229.26 | 301307.60 | 9.9746587 | 10.4536688 |
| 24 | 33216.11 | 35215.56 | 106019.51 | 9.5213488 | 9.5367346 | 36 | 94322.26 | 283965.39 | 301058.70 | 9.9746142 | 10.4532654 |
| 25 | 33243.55 | 35248.26 | 106030.37 | 9.5217074 | 9.5471377 | 35 | 94312.60 | 283701.96 | 300810.24 | 9.9745697 | 10.4528623 |
| 26 | 33270.98 | 35280.97 | 106041.25 | 9.5220656 | 9.5475405 | 34 | 94302.93 | 283438.96 | 300562.21 | 9.9745252 | 10.4534595 |
| 27 | 33298.41 | 35310.68 | 106052.14 | 9.5224235 | 9.5479433 | 33 | 94293.25 | 283176.39 | 300314.62 | 9.9744806 | 10.4520570 |
| 28 | 33325.84 | 35346.40 | 106063.04 | 9.5227811 | 9.5483452 | 32 | 94283.56 | 282914.26 | 300067.46 | 9.9744359 | 10.4516548 |
| 29 | 33353.27 | 35379.13 | 106073.95 | 9.5231383 | 9.5487471 | 31 | 94273.86 | 282652.56 | 299820.7[illegible] | 9.9743913 | 10.4512529 |
| 30 | 33380.69 | 35411.86 | 105084.87 | 9.5234953 | 9.5491487 | 30 | 94264.15 | 282391.29 | 299574.4[illegible] | 9.9743466 | 10.4508513 |
| 31 | 33408.10 | 35444.60 | 106095.80 | 9.5238518 | 9.5495500 | 29 | 94254.42 | 282130.45 | 299328.56 | 9.9743018 | 10.4504500 |
| 32 | 33435.52 | 35477.35 | 106106.75 | 9.5242081 | 9.5499511 | 28 | 94244.71 | 281870.03 | 299083.12 | 9.9742570 | 10.4500489 |
| 33 | 33462.93 | 35510.10 | 106117.70 | 9.5245640 | 9.5503519 | 27 | 94234.98 | 281610.04 | 298838.11 | 9.9742122 | 10.4496481 |
| 34 | 33490.34 | 33542.86 | 106128.67 | 9.5249196 | 9.5507523 | 26 | 94225.24 | 281350.48 | 298593.52 | 9.5741673 | 10.4492477 |
| 35 | 33517.75 | 35575.63 | 106139.65 | 9.5252749 | 9.5511525 | 25 | 94215.50 | 281091.34 | 298349.36 | 9.9741224 | 10.4488475 |
| 36 | 33545.16 | 35608.40 | 106150.64 | 9.5256298 | 9.5515524 | 24 | 94205.75 | 280832.63 | 298105.63 | 9.9740774 | 10.4484476 |
| 37 | 33572.56 | 35641.18 | 106161.64 | 9.5259844 | 9.5519521 | 23 | 94195.99 | 280574.33 | 297862.31 | 9.9740324 | 10.4480479 |
| 38 | 33599.96 | 35673.97 | 106172.65 | 9.5263387 | 9.5523514 | 22 | 94186.22 | 280316.46 | 297619.42 | 9.9739873 | 10.4476486 |
| 39 | 33627.45 | 35706.76 | 106183.67 | 9.5266927 | 9.5527504 | 21 | 94176.44 | 280059.02 | 297376.95 | 9.9739422 | 10.4472496 |
| 40 | 33634.75 | 35739.56 | 106194.71 | 9.5270463 | 9.5531492 | 20 | 94166.65 | 279801.98 | 297134.90 | 9.9738971 | 10.4468508 |
| 41 | 33682.14 | 35772.37 | 106205.75 | 9.5273997 | 9.5535477 | 19 | 94156.85 | 279545.37 | 296893.27 | 9.9738519 | 10.4464523 |
| 42 | 33709.53 | 35805.18 | 106216.81 | 9.5277526 | 9.5539459 | 18 | 94147.05 | 279289.17 | 296652.05 | 9.9738067 | 10.4460541 |
| 43 | 33736.91 | 35838.00 | 106227.88 | 9.5281053 | 9.5543438 | 17 | 94137.24 | 279033.39 | 296411.25 | 9.9737615 | 10.4456562 |
| 44 | 33764.29 | 35870.83 | 106238.96 | 9.5284577 | 9.5547415 | 16 | 94127.42 | 278778.02 | 296170.87 | 9.9737162 | 10.4452585 |
| 45 | 33791.67 | 35903.67 | 106250.05 | 9.5288097 | 9.5531388 | 15 | 94117.60 | 278523.07 | 295930.90 | 9.9736709 | 10.4448612 |
| 46 | 33819.05 | 35936.51 | 106261.15 | 9.5291614 | 9.5533359 | 14 | 94107.77 | 278268.53 | 295691.35 | 9.9736253 | 10.4444641 |
| 47 | 33846.42 | 35969.36 | 106272.27 | 9.5295128 | 9.5559327 | 13 | 94097.93 | 278014.40 | 295452.21 | 9.9735801 | 10.4440673 |
| 48 | 33873.79 | 36002.22 | 106283.39 | 9.5298638 | 9.5563292 | 12 | 94088.08 | 277760.69 | 295213.46 | 9.9735346 | 10.4436708 |
| 49 | 33901.16 | 36033.08 | 106294.53 | 9.5302146 | 9.5567235 | 11 | 94078.22 | 277507.38 | 294975.16 | 9.9734891 | 10.4432745 |
| 50 | 33928.53 | 36067.95 | 106305.68 | 9.5305650 | 9.5571214 | 10 | 94068.35 | 277254.48 | 294737.25 | 9.9734435 | 10.4428786 |
| 51 | 33953.89 | 36100.83 | 106316.84 | 9.5309151 | 9.5575171 | 9 | 94058.48 | 277001.99 | 294499.75 | 9.9733980 | 10.4424829 |
| 52 | 33983.25 | 36133.71 | 106328.01 | 9.5322649 | 9.5579123 | 8 | 94048.60 | 276749.90 | 294262.65 | 9.9733523 | 10.4420875 |
| 53 | 34010.60 | 36166.60 | 106339.19 | 9.5316143 | 9.5583077 | 7 | 94038.71 | 276498.22 | 294025.97 | 9.9733067 | 10.4416923 |
| 54 | 34037.95 | 36199.50 | 106350.38 | 9.5319635 | 9.5587025 | 6 | 94028.81 | 276246.95 | 293789.68 | 9.9732610 | 10.4412975 |
| 55 | 34065.37 | 36232.40 | 106361.58 | 9.5323123 | 9.5590971 | 5 | 94018.90 | 275996.08 | 293553.80 | 9.9732152 | 10.4409029 |
| 56 | 34092.65 | 36265.31 | 106372.80 | 9.5326608 | 9.5594914 | 4 | 94008.99 | 275745.61 | 293318.33 | 9.9731694 | 10.4405086 |
| 57 | 34120.00 | 36298.23 | 106384.03 | 9.5330090 | 9.5598854 | 3 | 93999.07 | 275495.54 | 293083.26 | 9.9731236 | 10.4401146 |
| 58 | 34147.34 | 36331.15 | 106395.27 | 9.5333569 | 9.5602792 | 2 | 93989.14 | 275245.88 | 292848.58 | 9.9330777 | 10.4397208 |
| 59 | 34174.68 | 36364.08 | 106406.52 | 9.5337044 | 9.5606727 | 1 | 93979.20 | 274996.61 | 192614.31 | 9.9730318 | 10.4393273 |
| 60 | 34202.02 | 36397.01 | 106417.78 | 9.5340517 | 9.5610659 | 0 | 93969.26 | 274747.74 | 292380.44 | 9.9729858 | 10.4389341 |

| Minut. | Sinus | Tang | Secant. | Log. Sin | Log. Tan | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin. | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 34202.02 | 36397.02 | 106417.78 | 9.5340517 | 9.5610658 | 60 | 93969.26 | 274747.74 | 292380.44 | 9.9729858 | 10.4389341 |
| 1 | 34229.35 | 36429.97 | 106429.05 | 9.5343926 | 9.5614588 | 59 | 93959.31 | 274499.27 | 292146.97 | 9.9729398 | 10.4385412 |
| 2 | 34256.66 | 36462.94 | 106440.33 | 9.5347452 | 9.5618515 | 58 | 93949.35 | 274251.20 | 291913.89 | 9.9728938 | 10.4381485 |
| 3 | 34284.01 | 36495.91 | 106451.6 | 9.5350955 | 9.5622439 | 57 | 93939.38 | 274003.52 | 291681.21 | 9.9728477 | 10.4377561 |
| 4 | 34311.33 | 36528.9 | 106462.94 | 9.5354375 | 9.5626360 | 56 | 93929.40 | 273756.23 | 291448.92 | 9.9728016 | 10.4373640 |
| 5 | 34338.65 | 36561.8 | 106474.26 | 9.5357832 | 9.5630276 | 55 | 93919.42 | 273509.34 | 291217.03 | 9.9727554 | 10.4369722 |
| 6 | 34365.97 | 36594.8 | 106485.79 | 9.5361286 | 9.5634194 | 54 | 93909.43 | 273262.84 | 290985.53 | 9.9727092 | 10.4365806 |
| 7 | 34393.29 | 36627.79 | 106496.93 | 9.5364737 | 9.5638107 | 53 | 93899.43 | 273016.74 | 290754.43 | 9.9726626 | 10.4361893 |
| 8 | 34420.60 | 36660.79 | 106508.28 | 9.5368184 | 9.5642018 | 52 | 93889.42 | 272771.02 | 290523.72 | 9.9726166 | 10.4357982 |
| 9 | 34447.91 | 36693.79 | 106519.64 | 9.5371628 | 9.5645925 | 51 | 93879.40 | 272525.69 | 290293.39 | 9.9725703 | 10.4354075 |
| 10 | 34475.22 | 36726.80 | 106531.01 | 9.5375069 | 9.5649831 | 50 | 93869.37 | 272280.75 | 290063.47 | 9.9725239 | 10.4350169 |
| 11 | 34502.52 | 36759.82 | 106542.40 | 9.5378506 | 9.5653733 | 49 | 93859.34 | 272036.20 | 289833.91 | 9.9724775 | 10.4346267 |
| 12 | 34529.82 | 36792.84 | 106553.80 | 9.5381943 | 9.5657633 | 48 | 93849.30 | 271792.04 | 289604.75 | 9.9724310 | 10.4342367 |
| 13 | 34557.12 | 36825.87 | 106565.21 | 9.5385375 | 9.5661530 | 47 | 93839.25 | 271548.26 | 289375.98 | 9.9723845 | 10.4338470 |
| 14 | 34584.42 | 36858.91 | 106576.63 | 9.5388804 | 9.5665424 | 46 | 93829.19 | 271304.87 | 289147.60 | 9.9723380 | 10.4334576 |
| 15 | 34611.71 | 36891.95 | 106588.07 | 9.5392230 | 9.5669316 | 45 | 93819.13 | 271061.86 | 288919.59 | 9.9722914 | 10.4330684 |
| 16 | 34639.00 | 36925.00 | 106599.51 | 9.5395653 | 9.5673205 | 44 | 93809.06 | 270819.23 | 288691.98 | 9.9722448 | 10.4326795 |
| 17 | 34666.29 | 36958.06 | 106610.97 | 9.5399073 | 9.5677091 | 43 | 93798.98 | 270576.99 | 288464.74 | 9.9721981 | 10.4322909 |
| 18 | 34693.57 | 36991.13 | 106622.43 | 9.5402469 | 9.5680975 | 42 | 93788.89 | 270335.13 | 288237.89 | 9.9721514 | 10.4319025 |
| 19 | 34720.85 | 37024.20 | 106633.91 | 9.5405903 | 9.5684856 | 41 | 93778.79 | 270093.64 | 288011.42 | 9.9721047 | 10.4315144 |
| 20 | 34748.13 | 37057.28 | 106645.40 | 9.5409314 | 9.5688735 | 40 | 93768.69 | 269852.54 | 287785.32 | 9.9720579 | 10.4311265 |
| 21 | 34775.40 | 37090.37 | 106656.90 | 9.5412721 | 9.5692611 | 39 | 93758.58 | 269611.81 | 287559.61 | 9.9720110 | 10.4307389 |
| 22 | 34802.67 | 37123.46 | 106668.42 | 9.5416126 | 9.5696484 | 38 | 93748.46 | 269371.47 | 287334.28 | 9.9719642 | 10.4303516 |
| 23 | 34829.94 | 37156.56 | 106679.94 | 9.5419527 | 9.5700355 | 37 | 93738.33 | 269131.49 | 287109.32 | 9.9719172 | 10.4199645 |
| 24 | 34857.21 | 37189.67 | 106691.48 | 9.5422926 | 9.5704223 | 36 | 93728.19 | 268891.90 | 286884.74 | 9.9718703 | 10.4295777 |
| 25 | 34884.47 | 37222.78 | 106703.02 | 9.5426321 | 9.5708088 | 35 | 93718.05 | 268652.67 | 286660.53 | 9.9718233 | 10.4291912 |
| 26 | 34911.73 | 37255.90 | 106714.58 | 9.5429713 | 9.5711951 | 34 | 93707.90 | 268413.83 | 286436.70 | 9.9717762 | 10.4288049 |
| 27 | 34938.99 | 37289.03 | 106726.15 | 9.5433103 | 9.5715811 | 33 | 93697.74 | 268175.35 | 287213.24 | 9.9717291 | 10.4284189 |
| 28 | 34966.24 | 37322.17 | 106737.74 | 9.5436489 | 9.5719669 | 32 | 93687.57 | 267937.25 | 285990.15 | 9.9716820 | 10.4280331 |
| 29 | 34993.49 | 37355.32 | 106749.34 | 9.5439873 | 9.5723524 | 31 | 93677.40 | 267699.51 | 285767.44 | 9.9716348 | 10.4276476 |
| 30 | 35020.74 | 37388.47 | 106760.94 | 9.5443253 | 9.5727377 | 30 | 93667.22 | 267462.15 | 285545.09 | 9.9715876 | 10.4272623 |
| 31 | 35047.99 | 37421.63 | 106772.55 | 9.5446630 | 9.5731227 | 29 | 93657.03 | 267225.16 | 285323.12 | 9.9715404 | 10.4268773 |
| 32 | 35075.23 | 37454.79 | 106784.18 | 9.5450005 | 9.5735074 | 28 | 93646.83 | 266988.53 | 285101.52 | 9.9714931 | 10.4264926 |
| 33 | 35102.47 | 37487.97 | 106795.82 | 9.5453376 | 9.5738919 | 27 | 93636.62 | 266752.27 | 284880.28 | 9.9714457 | 10.4261081 |
| 34 | 35129.70 | 37521.15 | 106807.47 | 9.5456745 | 9.5742761 | 26 | 93626.40 | 266516.38 | 284659.41 | 9.9713984 | 10.4257239 |
| 35 | 35156.93 | 37554.34 | 106819.14 | 9.5460110 | 9.5746601 | 25 | 93616.18 | 266280.85 | 284438.91 | 9.9713509 | 10.4253399 |
| 36 | 35184.16 | 37587.53 | 106830.81 | 9.5463472 | 9.5750438 | 24 | 93605.95 | 266045.69 | 284218.77 | 9.9713035 | 10.4249562 |
| 37 | 35211.39 | 37620.73 | 106842.50 | 9.5466832 | 9.5754272 | 23 | 93595.71 | 265810.89 | 283998.99 | 9.9712560 | 10.4245728 |
| 38 | 35238.62 | 37653.94 | 106854.20 | 9.5470189 | 9.5758104 | 22 | 93585.46 | 265576.45 | 283779.58 | 9.9712084 | 10.4241796 |
| 39 | 35265.84 | 37687.16 | 106865.91 | 9.5473542 | 9.5761934 | 21 | 93575.21 | 265342.38 | 283560.54 | 9.9711608 | 10.4238066 |
| 40 | 35293.06 | 37720.38 | 106877.63 | 9.5476893 | 9.5765761 | 20 | 93564.95 | 265108.67 | 283341.85 | 9.9711132 | 10.4234239 |
| 41 | 35320.27 | 37753.61 | 106889.36 | 9.5480240 | 9.5769585 | 19 | 93554.68 | 264875.31 | 283123.53 | 9.9710655 | 10.4230415 |
| 42 | 35347.48 | 37786.85 | 106901.10 | 9.5483585 | 9.5773407 | 18 | 93544.40 | 264642.32 | 282905.56 | 9.9710178 | 10.4226593 |
| 43 | 35374.69 | 37820.10 | 106912.86 | 9.5486927 | 9.5777226 | 17 | 93534.11 | 264409.69 | 282687.96 | 9.9709701 | 10.4222774 |
| 44 | 35401.90 | 37853.35 | 106924.63 | 9.5490266 | 9.5781043 | 16 | 93523.82 | 264177.41 | 282470.71 | 9.9709223 | 10.4218957 |
| 45 | 35429.10 | 37886.61 | 106936.41 | 9.5493602 | 9.5784858 | 15 | 93513.52 | 263945.49 | 282253.82 | 9.9708744 | 10.4215142 |
| 46 | 35456.30 | 37919.88 | 106948.20 | 9.5496935 | 9.5788669 | 14 | 93503.21 | 263713.92 | 282037.29 | 9.9708265 | 10.4211331 |
| 47 | 35483.50 | 37953.16 | 106960.00 | 9.5500265 | 9.5792479 | 13 | 93492.89 | 263482.71 | 281821.11 | 9.9707786 | 10.4207522 |
| 48 | 35510.70 | 37986.44 | 106971.82 | 9.5503592 | 9.5796286 | 12 | 93482.96 | 263251.86 | 281605.29 | 9.9707306 | 10.4203714 |
| 49 | 35537.89 | 38019.73 | 106983.64 | 9.5506916 | 9.5800090 | 11 | 93472.23 | 263021.36 | 281389.82 | 9.9706826 | 10.4199910 |
| 50 | 35565.08 | 38053.03 | 106995.48 | 9.5510237 | 9.5803892 | 10 | 93461.89 | 262791.21 | 281174.71 | 9.9706346 | 10.4196108 |
| 51 | 35592.26 | 38086.33 | 107007.33 | 9.5513556 | 9.5807691 | 9 | 93451.54 | 262561.41 | 280959.95 | 9.9705865 | 10.4192309 |
| 52 | 35619.44 | 38119.64 | 107019.19 | 9.5516871 | 9.5811488 | 8 | 93441.18 | 262331.96 | 280745.54 | 9.9705383 | 10.4188512 |
| 53 | 35646.62 | 38152.96 | 107031.06 | 9.5520184 | 9.5815282 | 7 | 93430.82 | 262102.86 | 280531.48 | 9.9704902 | 10.4184718 |
| 54 | 35673.80 | 38186.29 | 107042.91 | 9.5523494 | 9.5819074 | 6 | 93420.45 | 261874.11 | 280317.77 | 9.9704419 | 10.4180926 |
| 55 | 35700.97 | 38219.63 | 107054.84 | 9.5526801 | 9.5822864 | 5 | 93410.07 | 261645.71 | 280104.41 | 9.9703937 | 10.4177136 |
| 56 | 35728.14 | 38252.96 | 107066.75 | 9.5530105 | 9.5826651 | 4 | 93399.68 | 261417.66 | 279891.40 | 9.9703454 | 10.4173349 |
| 57 | 35755.31 | 38286.31 | 107078.67 | 9.5533406 | 9.5830435 | 3 | 93389.28 | 261189.95 | 279678.73 | 9.9702970 | 10.4169565 |
| 58 | 35782.48 | 38319.67 | 107090.60 | 9.5536704 | 9.5834217 | 2 | 93378.87 | 260962.59 | 279466.41 | 9.9702486 | 10.4165783 |
| 59 | 35809.24 | 38353.0[illegible] | 107102.54 | 9.5539999 | 9.5837997 | 1 | 93368.46 | 260735.58 | 279254.44 | 9.9702002 | 10.4162003 |
| 60 | 35836.79 | 38386.40 | 107114.50 | 9.5543292 | 9.5841774 | 0 | 93358.04 | 260508.91 | 279042.81 | 9.9701517 | 10.4158226 |

## Grad. 21.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 35836.79 | 38386.40 | 107114.50 | 9.5543292 | 9.5841774 |
| 1 | 35863.95 | 38419.78 | 107126.47 | 9.5546581 | 9.5845549 |
| 2 | 35891.10 | 38453.17 | 107138.44 | 9.5549868 | 9.5849321 |
| 3 | 35918.25 | 38486.56 | 107150.43 | 9.5553152 | 9.5853091 |
| 4 | 35945.40 | 38519.96 | 107162.44 | 9.5556433 | 9.5856859 |
| 5 | 35972.54 | 38553.37 | 107174.45 | 9.5559711 | 9.5860624 |
| 6 | 35999.68 | 38586.79 | 107186.47 | 9.5562987 | 9.5864386 |
| 7 | 36026.82 | 38620.21 | 107198.51 | 9.5566259 | 9.5868147 |
| 8 | 36053.95 | 38653.64 | 107210.56 | 9.5569529 | 9.5871904 |
| 9 | 36081.08 | 38687.08 | 107222.61 | 9.5572796 | 9.5875660 |
| 10 | 36108.21 | 38720.53 | 107234.69 | 9.5576060 | 9.5879413 |
| 11 | 36135.33 | 38753.98 | 107246.78 | 9.5579321 | 9.5883163 |
| 12 | 36162.46 | 38787.44 | 107258.87 | 9.5582579 | 9.5886912 |
| 13 | 36189.58 | 38820.91 | 107270.98 | 9.5585835 | 9.5890657 |
| 14 | 36216.69 | 38854.39 | 107283.10 | 9.5589088 | 9.5894401 |
| 15 | 36243.80 | 38887.87 | 107295.23 | 9.5592338 | 1.5898142 |
| 16 | 36270.91 | 38921.36 | 107307.37 | 9.5595585 | 9.5901881 |
| 17 | 36298.02 | 38954.86 | 167319.53 | 9.5598829 | 9.5905617 |
| 18 | 36325.12 | 38988.37 | 107331.70 | 9.5602071 | 9.5909351 |
| 19 | 36352.22 | 39021.89 | 107343.88 | 9.5605310 | 9.5913082 |
| 20 | 36379.32 | 39055.41 | 107356.07 | 9.5608546 | 9.5916812 |
| 21 | 36406.41 | 39088.94 | 107368.27 | 9.5611779 | 9.5920539 |
| 22 | 36433.50 | 39122.48 | 167380.48 | 9.5615010 | 9.5924263 |
| 23 | 36460.59 | 39156.02 | 107392.71 | 9.5618237 | 9.5927985 |
| 24 | 36487.68 | 39189.57 | 107404.95 | 9.5621462 | 9.5931705 |
| 25 | 36514.76 | 39223.13 | 107417.20 | 9.5624685 | 9.5935422 |
| 26 | 36541.84 | 39256.70 | 107429.46 | 9.5627904 | 9.5939138 |
| 27 | 36568.92 | 39290.28 | 107441.73 | 9.5631121 | 9.5942851 |
| 28 | 36595.99 | 39323.86 | 107454.02 | 9.5634335 | 9.5946561 |
| 29 | 36623.05 | 393[illegible].45 | 107466.31 | 9.5637546 | 9.5950269 |
| 30 | 36650.13 | 39391.05 | 107478.62 | 9.5640754 | 9.5953975 |
| 31 | 36977.19 | 39424.66 | 107490.95 | 9.5643960 | 9.5957679 |
| 32 | 36704.25 | 39458.28 | 107503.28 | 9.5647163 | 9.5961380 |
| 33 | 36731.31 | 39491.89 | 107515.62 | 9.5650363 | 9.5965079 |
| 34 | 36758.36 | 39525.52 | 107527.98 | 9.5653561 | 9.5968776 |
| 35 | 36785.41 | 39559.16 | 107540.35 | 9.5656756 | 9.5972470 |
| 36 | 36812.46 | 39592.80 | 107552.73 | 9.5659948 | 9.5976162 |
| 37 | 36839.50 | 39626.45 | 107565.12 | 9.5663137 | 9.5979852 |
| 38 | 36866.54 | 39660.11 | 107577.53 | 9.5666324 | 9.5983540 |
| 39 | 36893.58 | 39693.78 | 107589.95 | 9.5669508 | 9.5987225 |
| 40 | 36920.62 | 39727.46 | 107602.37 | 9.5672689 | 9.5990908 |
| 41 | 36947.55 | 39761.14 | 107614.81 | 9.5675868 | 9.5994588 |
| 42 | 36974.58 | 39794.83 | 107627.27 | 9.5679044 | 9.5998267 |
| 43 | 37001.70 | 39828.53 | 107639.73 | 9.5682217 | 9.6001943 |
| 44 | 37028.72 | 39262.24 | 107652.21 | 9.5685387 | 9.6005617 |
| 45 | 37055.74 | 39895.96 | 107664.70 | 9.5688555 | 9.6009289 |
| 46 | 37082.76 | 39929.68 | 107677.20 | 9.5691721 | 9.6012958 |
| 47 | 37109.77 | 39963.41 | 107689.71 | 6.5694883 | 9.6016625 |
| 48 | 37136.78 | 39997.15 | 107702.24 | 9.5698043 | 9.6020290 |
| 49 | 37163.79 | 40030.89 | 107714.77 | 9.5701200 | 9.6023954 |
| 50 | 37190.80 | 40064.65 | 107727.32 | 9.5704355 | 9.6027613 |
| 51 | 37217.80 | 40098.41 | 107739.88 | 9.5707506 | 9.6031271 |
| 52 | 37244.80 | 40132.18 | 107752.46 | 9.5710656 | 9.6034927 |
| 53 | 37271.79 | 40165.96 | 107765.04 | 9.5713801 | 9.6038581 |
| 54 | 37298.78 | 40199.75 | 107777.64 | 9.5716946 | 9.6042233 |
| 55 | 37325.77 | 40233.54 | 107790.25 | 9.5720087 | 9.6045882 |
| 56 | 37352.75 | 40267.34 | 107802.87 | 9.5723226 | 9.6049529 |
| 57 | 37379.73 | 40301.15 | 107815.50 | 9.5726362 | 9.6053174 |
| 58 | 37406.71 | 40334.97 | 107828.15 | 9.5729495 | 9.6056817 |
| 59 | 37433.69 | 40368.79 | 107840.80 | 9.5732626 | 9.6060457 |
| 60 | 37460.66 | 40402.62 | 107853.47 | 9.5735754 | 9.6064096 |

## 68. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 93358.04 | 160508.91 | 279042.81 | 9.9701517 | 10.4158226 |
| 59 | 93347.61 | 260281.78 | 278831.53 | 9.9701032 | 10.4154451 |
| 58 | 93337.17 | 260056.59 | 278620.59 | 9.9700547 | 10.4150679 |
| 57 | 93326.73 | 259830.95 | 278409.99 | 9.9700061 | 10.4146909 |
| 56 | 93316.28 | 259605.64 | 278199.73 | 9.9699574 | 10.4143141 |
| 55 | 93306.82 | 259380.68 | 277989.82 | 9.9699087 | 10.4139376 |
| 54 | 93295.35 | 259156.06 | 277780.24 | 9.9698600 | 10.4135614 |
| 53 | 93284.87 | 258931.77 | 277571.00 | 9.9698112 | 10.4131853 |
| 52 | 93274.29 | 258707.82 | 277362.11 | 9.9697624 | 10.4128096 |
| 51 | 93263.90 | 258484.21 | 277153.55 | 9.9697136 | 10.4124340 |
| 50 | 93253.40 | 258260.94 | 276945.32 | 9.9696647 | 10.4120587 |
| 49 | 93242.89 | 258038.00 | 276737.43 | 9.9696158 | 10.4116837 |
| 48 | 93232.38 | 257815.39 | 276529.88 | 9.9695668 | 10.4113088 |
| 47 | 93221.86 | 257593.12 | 276322.66 | 9.9695177 | 10.4109343 |
| 46 | 93211.33 | 257371.18 | 276115.78 | 9.9694687 | 10.4105599 |
| 45 | 93200.79 | 257149.57 | 275909.23 | 9.9694196 | 10.4101858 |
| 44 | 93190.24 | 256928.30 | 275703.01 | 9.9693704 | 10.4098119 |
| 43 | 93179.68 | 256707.35 | 275497.12 | 9.9693212 | 10.4094383 |
| 42 | 93169.12 | 256486.74 | 275291.57 | 9.9692720 | 10.4090549 |
| 41 | 93158.55 | 256266.45 | 275086.34 | 9.9692227 | 10.4086918 |
| 40 | 93147.97 | 256046.49 | 274881.42 | 9.9691734 | 10.4083188 |
| 39 | 93137.38 | 255826.86 | 274676.87 | 9.9691240 | 10.4079461 |
| 38 | 93127.79 | 255607.56 | 274472.63 | 9.9690746 | 10.4075737 |
| 37 | 93116.19 | 255388.58 | 274268.71 | 9.9690252 | 10.4072015 |
| 36 | 93105.56 | 255169.92 | 274065.12 | 9.9689757 | 10.4068295 |
| 35 | 93094.95 | 254951.60 | 273861.86 | 9.9689262 | 10.4064577 |
| 34 | 93084.33 | 254733.59 | 273658.92 | 9.9688766 | 10.4060862 |
| 33 | 93073.70 | 254515.91 | 273456.30 | 9.9688270 | 10.4057149 |
| 32 | 93063.06 | 254298.55 | 273254.00 | 9.9687773 | 10.4053439 |
| 31 | 93052.41 | 254081.51 | 273052.03 | 9.9687276 | 10.4049731 |
| 30 | 93041.75 | 253864.79 | 272850.38 | 9.9686779 | 10.4046025 |
| 29 | 93031.09 | 253648.36 | 272649.05 | 9.9686281 | 10.4042321 |
| 28 | 93020.42 | 253432.31 | 272448.04 | 9.9685783 | 10.4038620 |
| 27 | 93009.74 | 253216.55 | 272247.35 | 9.9685284 | 10.4034921 |
| 26 | 92999.05 | 253001.11 | 272045.98 | 9.9684785 | 10.4031224 |
| 25 | 92988.35 | 252785.98 | 271846.93 | 9.9684286 | 10.4027530 |
| 24 | 92977.65 | 252571.17 | 271647.19 | 9.9683786 | 10.4023838 |
| 23 | 92966.94 | 252356.67 | 271447.77 | 9.9683285 | 10.4020148 |
| 22 | 92956.22 | 252142.49 | 271248.66 | 9.9682784 | 10.4016460 |
| 21 | 92945.45 | 251928.63 | 271049.87 | 9.9682283 | 10.4012775 |
| 20 | 92934.75 | 251715.07 | 270851.39 | 9.9681781 | 10.4009092 |
| 19 | 92924.01 | 251501.83 | 270653.23 | 9.9681279 | 10.4005411 |
| 18 | 92913.26 | 251288.90 | 270455.38 | 9.9680777 | 10.4001733 |
| 17 | 92902.50 | 251076.29 | 270257.84 | 9.9680274 | 10.3998057 |
| 16 | 92891.73 | 250863.98 | 270060.61 | 9.9679771 | 10.3994383 |
| 15 | 92880.95 | 250651.98 | 269863.70 | 9.9679267 | 10.3990711 |
| 14 | 92870.17 | 250440.19 | 269667.09 | 9.9678763 | 10.3987042 |
| 13 | 92859.38 | 250228.91 | 269470.79 | 9.9678258 | 10.3983375 |
| 12 | 92848.58 | 250017.84 | 269274.80 | 9.9677753 | 10.3979710 |
| 11 | 92837.78 | 249807.07 | 269079.12 | 9.9677247 | 10.3976047 |
| 10 | 92826.96 | 249596.51 | 268883.74 | 9.9676741 | 10.3972387 |
| 9 | 92816.14 | 249386.45 | 268688.67 | 9.9676235 | 10.3968729 |
| 8 | 92805.31 | 249176.60 | 268494.91 | 9.9675728 | 10.3965073 |
| 7 | 92794.47 | 248967.06 | 268299.45 | 6.9675221 | 10.3961419 |
| 6 | 92783.62 | 248757.81 | 268105.30 | 9.9674713 | 10.3957767 |
| 5 | 92772.77 | 248548.87 | 267911.45 | 9.9674205 | 10.3954118 |
| 4 | 92761.91 | 248340.23 | 267717.60 | 9.9673697 | 10.3950471 |
| 3 | 92751.04 | 240131.90 | 267524.65 | 9.9673188 | 10.3946826 |
| 2 | 92740.16 | 247923.86 | 267331.70 | 9.9672679 | 10.3943183 |
| 1 | 92729.26 | 247716.12 | 267139.06 | 9.9672169 | 10.3939543 |
| 0 | 92718.39 | 247508.69 | 256946.72 | 9.9671655 | 10.3935904 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log Sin | Log.Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 37460.66 | 40402.62 | 078534 | 9.5735754 | 9.6064096 |
| 1 | 37487.63 | 404,6.46 | 107866.16 | 9.5738880 | 9.6067732 |
| 2 | 37514.59 | 40470.31 | 107878.85 | 9.5742003 | 9.6071366 |
| 3 | 37541.56 | 40504.17 | 107891.56 | 9.5745123 | 9.6074997 |
| 4 | 37568.52 | 40538.04 | 107904.27 | 9.5748240 | 9.6078627 |
| 5 | 37595.47 | 40571.91 | 107917.00 | 9.5751356 | 9.6082254 |
| 6 | 37622.43 | 40605.79 | 107929.75 | 9.5754468 | 9.6085880 |
| 7 | 37649.38 | 40639.68 | 107942.50 | 9.5757578 | 9.6089503 |
| 8 | 37676.32 | 40673.58 | 107955.27 | 9.5760685 | 9.6093124 |
| 9 | 37703 27 | 40707.48 | 107968.05 | 9.5763790 | 9.6096742 |
| 10 | 37730.21 | 40741.39 | 107980.84 | 9.5766892 | 9.6100359 |
| 11 | 37757.14 | 40775.31 | 107993.64 | 9.5769991 | 9.6103973 |
| 12 | 37784.08 | 40809.24 | 108006.46 | 9.5773088 | 9.6107586 |
| 13 | 37811.01 | 40843.18 | 108019.28 | 9.5776183 | 9.6111196 |
| 14 | 37837.94 | 40877.13 | 108032.12 | 9.5779275 | 9.6114804 |
| 15 | 37864.86 | 40911.08 | 108044.97 | 9.5782364 | 9.6118409 |
| 16 | 37891.78 | 40945.04 | 108057.84 | 9.5785450 | 9.6122013 |
| 17 | 37918.70 | 40979.01 | 108070.71 | 9.5788535 | 9.6125615 |
| 18 | 37945.62 | 41012.99 | 108083.60 | 9.5791616 | 9.6129214 |
| 19 | 37972.53 | 41046.97 | 108096.50 | 9.5794695 | 9.6132812 |
| 20 | 37999.44 | 41080.97 | 108109.42 | 9.5797772 | 9.6136407 |
| 21 | 38026.34 | 41114.97 | 108122.34 | 9.5800845 | 9.6140000 |
| 22 | 38053.24 | 41148.98 | 108135.28 | 9.5803917 | 9.6143591 |
| 23 | 38080.14 | 41183.00 | 108148.23 | 9.5806986 | 9.6147180 |
| 24 | 38107.04 | 41217.03 | 108161.19 | 9.5810052 | 9.6150766 |
| 25 | 38133.93 | 41251.06 | 108174.17 | 9.5813116 | 9.6134351 |
| 26 | 38160.82 | 41285.10 | 108187.15 | 9.5816177 | 9.6157934 |
| 27 | 38187.70 | 41319.15 | 108200.15 | 9.5819236 | 9.6161514 |
| 28 | 38214.59 | 41353.21 | 108213.16 | 9.5822292 | 9.6165093 |
| 29 | 38241.47 | 41387.28 | 108226.18 | 9.5825345 | 9.6168669 |
| 30 | 38268 34 | 41421.36 | 108239.22 | 9.5828397 | 9.6172243 |
| 31 | 38295.22 | 41455.44 | 108252.27 | 9.5831445 | 9.6175815 |
| 32 | 38322.09 | 41489.53 | 108265.33 | 9.5834491 | 9.6179385 |
| 33 | 38348.95 | 41523.63 | 108278 40 | 9.5837535 | 9.6182953 |
| 34 | 38375.82 | 41557.74 | 108291.49 | 9.5840576 | 9.6186519 |
| 35 | 38402.68 | 41591.86 | 108304.58 | 9.5843615 | 9.6190083 |
| 36 | 38429.53 | 41625.99 | 108317.69 | 9.5846651 | 9.6193645 |
| 37 | 38456.39 | 41660.12 | 108330.81 | 9.5849685 | 9.6197205 |
| 38 | 38483.24 | 41694.26 | 108343.95 | 9.5852716 | 9.6200762 |
| 39 | 38510.04 | 41728.41 | 108357.09 | 9.5855745 | 9.6204318 |
| 40 | 38536.93 | 41762.57 | 108370.25 | 9.5858771 | 9.6207872 |
| 41 | 38563.77 | 41796.74 | 108383.42 | 9.5861795 | 9.6211423 |
| 42 | 38590.60 | 41830 91 | 108396.61 | 9.5864816 | 9.6214973 |
| 43 | 38617.44 | 41865.09 | 108409.80 | 9.5767835 | 9.6218520 |
| 44 | 38644.37 | 41899.18 | 108423.01 | 9.5870851 | 9.6222066 |
| 45 | 38671.10 | 41933.48 | 108436.23 | 9.5873865 | 9.6225609 |
| 46 | 38697.92 | 41967.69 | 108449.47 | 9.5876876 | 9.6229150 |
| 47 | 38724.74 | 42001.91 | 108462.71 | 9.5879885 | 9.6232690 |
| 48 | 38751.56 | 42036.13 | 108475.97 | 9.5882892 | 9.6236227 |
| 49 | 38778.37 | 42070.36 | 108489.24 | 9.5885896 | 9.6239763 |
| 50 | 38805.18 | 42104.60 | 108502.52 | 9.5888897 | 9.6243296 |
| 51 | 38831.99 | 42138.85 | 108515.81 | 9.5891897 | 9.6246827 |
| 52 | 38858.80 | 42173.11 | 108529.13 | 9.5894803 | 9.6250356 |
| 53 | 38885.60 | 42207.38 | 108542.45 | 9.5897888 | 9.6253884 |
| 54 | 38912.39 | 42241.66 | 108555.78 | 9.5900880 | 9.6257409 |
| 55 | 38939.19 | 42275.94 | 108569.12 | 9.5903869 | 9.6260932 |
| 56 | 38995.98 | 42310.23 | 108582.48 | 9.5906856 | 9.6264454 |
| 57 | 38992.77 | 42344.53 | 148595.85 | 9.5909841 | 9.6267973 |
| 58 | 39019.55 | 42378.84 | 108609.24 | 9.5912823 | 9.6271491 |
| 59 | 39046.33 | 42413.16 | 108622.63 | 9.5915803 | 9.6275006 |
| 60 | 39073.11 | 42447.49 | 108636.04 | 9.5918780 | 9.6278519 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 92718.39 | 247308.69 | 266946.72 | 9.9671659 | 10.3935904 |
| 59 | 92707.41 | 247301.55 | 266754.67 | 9.9671148 | 10.3932268 |
| 58 | 92696.58 | 247094.70 | 266562.92 | 9.9670637 | 10.3928634 |
| 57 | 92685.66 | 246888.16 | 266371.48 | 9.9670125 | 10.3925003 |
| 56 | 92674.73 | 246681.91 | 266180.33 | 9.9669614 | 10.3921375 |
| 55 | 92663.80 | 246475.69 | 266989.47 | 9.9669101 | 10.3917746 |
| 54 | 92652.86 | 246270.30 | 265798.91 | 9.9668588 | 10.3914120 |
| 53 | 92641.91 | 246064.94 | 265608.65 | 9.9968075 | 10.3910497 |
| 52 | 92630.96 | 245859.87 | 265418.68 | 9.9667562 | 10.3906276 |
| 51 | 92620.00 | 245655.09 | 265229.01 | 9.9667048 | 10.3903258 |
| 50 | 92609.03 | 245450.61 | 265039.62 | 9.9666533 | 10.3899641 |
| 49 | 92598.05 | 245246.42 | 264850.54 | 6.9666018 | 10.3896027 |
| 48 | 92587.06 | 245042.52 | 264661.74 | 9.9695503 | 10.3892414 |
| 47 | 92576.06 | 244838.91 | 264473.23 | 9.9664987 | 10.3888804 |
| 46 | 92565.06 | 244635.59 | 264285.01 | 9.9664471 | 10.3885196 |
| 45 | 92554.05 | 244432.56 | 264097.09 | 9.9663954 | 10.3881591 |
| 44 | 92543.03 | 244229.82 | 263909.46 | 9.966[illegible] | 0.3877987 |
| 43 | 92532.00 | 244027.36 | 263722.11 | 9.9662920 | .0.387436[illegible] |
| 42 | 92520.97 | 243825. 9 | 263535.05 | 9.9662402 | 10.3870785 |
| 41 | 92509.93 | 243623.31 | 263348.28 | 9.9661884 | 10.3867186 |
| 40 | 92498.88 | 243421.72 | 263161.80 | 9.9661365 | 10.3863593 |
| 39 | 92487.82 | 243220.41 | 262975.60 | 9.3660846 | 10.3860000 |
| 38 | 92472.75 | 243019.38 | 262789.69 | 9.9660326 | 0.3856409 |
| 37 | 92465.68 | 242818.64 | 262604.06 | 9.9659806 | 0 3852820 |
| 36 | 92454.60 | 242618.19 | 262418.72 | 9 9659285 | 10.3849234 |
| 35 | 92443.51 | 242418.01 | 262233.56 | 9.9658764 | 10.3845649 |
| 34 | 92432 41 | 242218.12 | 262048.88 | 9.9658243 | 10.3842066 |
| 33 | 92421.31 | 242018.51 | 261864.39 | 9.9657721 | 10.3838486 |
| 32 | 92410.20 | 241819.18 | 261680.18 | 9.9657199 | 10.3834907 |
| 31 | 92399.08 | 241620.13 | 261496.24 | 9.9656677 | 10.3831331 |
| 30 | 92387.95 | 241421.36 | 261312.59 | 9.9656153 | 10.3827757 |
| 29 | 92376.81 | 241222.86 | 261129 22 | 9.9655630 | 10 3824185 |
| 28 | 92365.67 | 241024.65 | 260946.13 | 9.9655106 | 10.3820615 |
| 27 | 92354.52 | 240826.72 | 260763.32 | 9 9654582 | 10.3817047 |
| 26 | 92343.36 | 240629.06 | 260580 78 | 9.9654057 | 10.3813481 |
| 25 | 92332.19 | 240431.67 | 260398.52 | 9.9653532 | 10.3809917 |
| 24 | 92321.02 | 240234.57 | 260216.54 | 9.9653006 | 10.3806355 |
| 23 | 92309.84 | 240037.74 | 260034.84 | 9.9652480 | 10.3802795 |
| 22 | 92298.61 | 239841.18 | 259853.41 | 9.9651952 | 10.3799238 |
| 21 | 92287.45 | 239644.90 | 259672.25 | 9.9651426 | 10.3795682 |
| 20 | 92276.24 | 239448.89 | 259491.37 | 9.9650899 | 10.3792128 |
| 19 | 92265.03 | 239253.16 | 259310.77 | 9.9650371 | 10.3788577 |
| 18 | 92253.81 | 239057.69 | 259130.43 | 9.9649843 | 10.3785027 |
| 17 | 92242.58 | 238862.50 | 258950.37 | 9.9649314 | 10.3781480 |
| 16 | 92231.34 | 238667.58 | 258770.58 | 9.9648785 | 10.3777934 |
| 15 | 92220.09 | 238472.93 | 258591.07 | 9.9648256 | 10.3774391 |
| 14 | 92208.84 | 238278.55 | 258411.82 | 9.9647726 | 10.3770850 |
| 13 | 92197.58 | 238084.44 | 258232.44 | 9.9647195 | 10.3767310 |
| 12 | 92186.31 | 237890.60 | 258054.14 | 9.9646665 | 10.3763773 |
| 11 | 92175.03 | 237697.03 | 257875.70 | 9.9646133 | 10.3760237 |
| 10 | 92163.75 | 237503.72 | 257697.53 | 9.9645602 | 10.3756704 |
| 9 | 92152.46 | 237310.68 | 257519.64 | 9.9645069 | 10.3753173 |
| 8 | 92141.16 | 237117.91 | 257341.99 | 9.9644537 | 10.3749644 |
| 7 | 92129.85 | 236925.40 | 257164.52 | 9.9644004 | 10.3746116 |
| 6 | 92118.54 | 236733.16 | 256987.52 | 9.9643470 | 10.3742591 |
| 5 | 92107.22 | 236541.18 | 256810.69 | 9.9642937 | 10.3739068 |
| 4 | 92095.89 | 236349.46 | 256634.12 | 9.9642402 | 10.3735546 |
| 3 | 92084.55 | 236158.01 | 256457.81 | 9.9641868 | 10.3732027 |
| 2 | 92073.20 | 235966.83 | 256281.76 | 9.9641332 | 10.3728509 |
| 1 | 92061.85 | 235775.90 | 256105.99 | 9.9640797 | 10.3724994 |
| 0 | 92050.49 | 235585.24 | 255930.47 | 9.9640261 | 10.3721481 |

3075.18

# Grad. 23.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 39073.11 | 42447.49 | 108636.04 | 9.5918780 | 9.6278519 |
| 1 | 39099.89 | 42481.82 | 108649.46 | 9.5921755 | 9.6282031 |
| 2 | 39126.66 | 42516.16 | 108662.89 | 9.5924728 | 9.6285540 |
| 3 | 39153.43 | 42550.51 | 108676.34 | 9.5927698 | 9.6289048 |
| 4 | 39180.19 | 42584.87 | 108689.79 | 9.5930666 | 9.6292553 |
| 5 | 39206.95 | 42619.27 | 108703.26 | 9.5933631 | 9.6296057 |
| 6 | 39233.71 | 42653.62 | 108716.75 | 9.5936594 | 9.6299556 |
| 7 | 39260.47 | 42688.00 | 108730.24 | 9.5939555 | 9.6303058 |
| 8 | 39287.22 | 42722.39 | 108743.75 | 9.5942513 | 9.6306556 |
| 9 | 39313.97 | 42756.79 | 108757.27 | 9.5945469 | 9.6310052 |
| 10 | 39340.71 | 42791.20 | 108770.80 | 9.5948422 | 9.6313545 |
| 11 | 39367.45 | 42825.62 | 108784.35 | 9.5951373 | 9.6317037 |
| 12 | 39394.19 | 42860.05 | 108797.91 | 9.5954322 | 9.6320527 |
| 13 | 39420.93 | 42894.49 | 108811.48 | 9.5957268 | 9.6324015 |
| 14 | 39447.66 | 42928.94 | 108825.06 | 9.5960212 | 9.6327501 |
| 15 | 39474.39 | 42963.39 | 108838.66 | 9.5963154 | 9.6330985 |
| 16 | 39501.11 | 42997.85 | 108852.27 | 9.5966093 | 9.6334468 |
| 17 | 39527.83 | 43032.32 | 108865.89 | 9.5969030 | 9.6337948 |
| 18 | 39554.55 | 43066.80 | 108879.52 | 9.5971965 | 9.6341426 |
| 19 | 39581.27 | 43101.29 | 108893.17 | 9.5974897 | 9.6344903 |
| 20 | 39607.98 | 43135.79 | 108906.83 | 9.5977827 | 9.6348378 |
| 21 | 39634.69 | 43170.30 | 108920.50 | 9.5980754 | 9.6351850 |
| 22 | 39661.39 | 43204.81 | 108934.18 | 9.5983679 | 9.6355321 |
| 23 | 39688.09 | 43239.33 | 108947.88 | 9.5986602 | 9.6358790 |
| 24 | 39714.79 | 43273.82 | 108961.59 | 9.5989523 | 9.6362257 |
| 25 | 39741.43 | 43308.40 | 108975.31 | 9.5992441 | 9.6365722 |
| 26 | 39768.17 | 43342.95 | 108989.04 | 9.5995357 | 9.6369185 |
| 27 | 39794.86 | 43377.51 | 109002.79 | 9.5998271 | 9.6372646 |
| 28 | 39821.55 | 43412.08 | 109016.55 | 9.6001181 | 9.6376106 |
| 29 | 39848.23 | 43446.66 | 109030.32 | 9.6004090 | 9.6379563 |
| 30 | 39874.91 | 43481.24 | 109044.11 | 9.6006997 | 9.6383019 |
| 31 | 39901.58 | 43515.83 | 109057.91 | 9.6009901 | 9.6386473 |
| 32 | 39928.25 | 43550.43 | 109071.72 | 9.6012803 | 9.6389925 |
| 33 | 39954.92 | 43585.04 | 109085.54 | 9.6015703 | 9.6393375 |
| 34 | 39981.58 | 43619.66 | 109099.38 | 9.6018600 | 9.6396823 |
| 35 | 40008.24 | 43654.29 | 109113.23 | 9.6021495 | 9.6400269 |
| 36 | 40034.90 | 43688.93 | 109127.09 | 9.6024388 | 9.6403714 |
| 37 | 40061.56 | 43723.58 | 109140.97 | 9.6027278 | 9.6407156 |
| 38 | 40088.21 | 43758.23 | 109154.86 | 9.6030166 | 9.6410597 |
| 39 | 40114.86 | 43792.89 | 109168.76 | 9.6033052 | 9.6414036 |
| 40 | 40141.50 | 43827.56 | 109182.67 | 9.6035936 | 9.6417473 |
| 41 | 40168.14 | 43862.24 | 109195.59 | 9.6038817 | 9.6410908 |
| 42 | 40194.78 | 43896.93 | 109210.53 | 9.6041696 | 9.6424342 |
| 43 | 40221.41 | 43931.63 | 109224.48 | 9.6044573 | 9.6427773 |
| 44 | 40248.04 | 43796.34 | 109238.45 | 9.6047448 | 9.6431203 |
| 45 | 40274.67 | 44001.06 | 109252.43 | 9.6050320 | 9.6434631 |
| 46 | 40301.29 | 44035.78 | 109266.42 | 9.6053190 | 9.6438057 |
| 47 | 40327.91 | 44070.51 | 109280.42 | 9.6056057 | 9.6441481 |
| 48 | 40354.53 | 44105.25 | 109294.44 | 9.6058923 | 9.6444903 |
| 49 | 40381.14 | 44140.00 | 109308.47 | 9.6061786 | 9.6448324 |
| 50 | 40407.75 | 44174.76 | 109322.51 | 9.6064647 | 9.6451743 |
| 51 | 40434.36 | 44209.53 | 109336.56 | 9.6067506 | 9.6455160 |
| 52 | 40460.96 | 44244.31 | 109350.63 | 9.6070362 | 9.6458573 |
| 53 | 40487.56 | 44279.10 | 109364.71 | 9.6073216 | 9.6461988 |
| 54 | 40514.16 | 44313.90 | 109378.80 | 9.6076068 | 9.6465400 |
| 55 | 40540.75 | 44348.71 | 109392.91 | 9.6078918 | 9.6468810 |
| 56 | 40567.34 | 44383.53 | 109407.03 | 9.6081765 | 9.6472217 |
| 57 | 40593.93 | 44418.35 | 109421.16 | 9.6084611 | 9.6475624 |
| 58 | 40520.51 | 44453.18 | 109435.30 | 9.6087454 | 9.6479028 |
| 59 | 40647.09 | 44488.02 | 109449.46 | 9.6090294 | 9.6482431 |
| 60 | 40673.66 | 44522.87 | 109463.63 | 9.6093133 | 9.6485831 |

# 66. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 92050.49 | 235585.24 | 255930.47 | 9.9640261 | 10.3721481 |
| 59 | 92039.12 | 235394.83 | 255755.21 | 9.9639724 | 10.3717969 |
| 58 | 92027.74 | 235204.69 | 255580.22 | 9.9639187 | 10.3714460 |
| 57 | 92016.35 | 235014.81 | 255405.48 | 9.9638650 | 10.3710952 |
| 56 | 92004.96 | 234825.19 | 255231.01 | 9.9638112 | 10.3707447 |
| 55 | 91993.56 | 234635.82 | 255056.80 | 9.9647574 | 10.3703943 |
| 54 | 91982.15 | 234446.72 | 254882.84 | 9.9637036 | 10.3700442 |
| 53 | 91970.73 | 234257.87 | 254709.15 | 9.9636496 | 10.3696942 |
| 52 | 91959.31 | 234069.28 | 254535.71 | 9.9635957 | 10.3693444 |
| 51 | 91947.88 | 233880.95 | 254362.53 | 9.9635417 | 10.3689948 |
| 50 | 91936.44 | 233692.87 | 254189.61 | 9.9634877 | 10.3686455 |
| 49 | 91924.99 | 233505.05 | 254016.94 | 9.9634336 | 10.3682963 |
| 48 | 91913.53 | 233317.48 | 253844.53 | 9.9633795 | 10.3679473 |
| 47 | 91902.07 | 233130.17 | 253672.38 | 9.9633253 | 10.3675985 |
| 46 | 91890.60 | 232943.11 | 253500.48 | 9.9632711 | 10.3672499 |
| 45 | 91879.12 | 232756.30 | 253328.83 | 9.9632168 | 10.7669015 |
| 44 | 91867.63 | 232569.75 | 253157.44 | 9.9631625 | 10.3665532 |
| 43 | 91856.14 | 232383.45 | 252986.30 | 9.9631082 | 10.3662052 |
| 42 | 91844.64 | 232197.40 | 252815.41 | 9.9630538 | 10.3658574 |
| 41 | 91833.13 | 232011.60 | 252644.78 | 9.9629994 | 10.3655097 |
| 40 | 91821.61 | 231826.06 | 252474.40 | 9.9629449 | 10.3651622 |
| 39 | 91810.08 | 231640.76 | 252304.26 | 9.9628904 | 10.3648150 |
| 38 | 91798.55 | 231455.71 | 252134.38 | 9.9628358 | 10.3644979 |
| 37 | 91787.01 | 231270.91 | 251964.75 | 9.9627812 | 10.3641210 |
| 36 | 91775.46 | 231086.36 | 251795.37 | 9.9627266 | 10.3637743 |
| 35 | 91763.90 | 230902.06 | 251626.24 | 9.9626719 | 10.3634278 |
| 34 | 91752.34 | 230718.01 | 251457.35 | 9.9626172 | 10.3630815 |
| 33 | 91740.77 | 230534.20 | 251288.71 | 9.9625624 | 10.3627354 |
| 32 | 91729.19 | 230350.64 | 251140.32 | 9.9625076 | 10.3623894 |
| 31 | 91717.60 | 230167.32 | 250952.18 | 9.9624527 | 10.3620437 |
| 30 | 91706.01 | 229984.25 | 250784.28 | 9.9623978 | 10.3616981 |
| 29 | 91694.41 | 229801.43 | 250616.63 | 9.9623428 | 10.3613527 |
| 28 | 91682.80 | 229618.85 | 250449.23 | 9.9622878 | 10.3610075 |
| 27 | 91671.18 | 229436.51 | 250282.07 | 9.9622328 | 10.3606625 |
| 26 | 91659.55 | 229254.42 | 250115.15 | 9.9621777 | 10.3603177 |
| 25 | 91647.91 | 229072.57 | 249948.47 | 9.9621226 | 10.3599731 |
| 24 | 91636.24 | 228890.96 | 249782.04 | 9.9620674 | 10.3596286 |
| 23 | 91624.62 | 228709.59 | 249615.86 | 9.9620122 | 10.3592844 |
| 22 | 91612.96 | 228528.46 | 249449.91 | 9.9619569 | 10.3589403 |
| 21 | 91601.30 | 228347.58 | 249284.21 | 9.9619016 | 10.3585964 |
| 20 | 91589.63 | 228166.93 | 249118.74 | 9.9618463 | 10.3582527 |
| 19 | 91577.95 | 227986.53 | 248953.52 | 9.9617909 | 10.3579092 |
| 18 | 91566.26 | 227806.36 | 248788.54 | 9.9617355 | 10.3575658 |
| 17 | 91554.56 | 237626.43 | 248623.80 | 9.9616800 | 10.3572227 |
| 16 | 91542.86 | 227446.74 | 248459.29 | 9.9616245 | 10.3568797 |
| 15 | 91531.15 | 227267.29 | 248295.03 | 9.9615689 | 10.3565369 |
| 14 | 91519.43 | 227088.07 | 248131.00 | 9.9615133 | 10.3561943 |
| 13 | 91507.70 | 226909.09 | 247967.21 | 9.9614576 | 10.3518519 |
| 12 | 91495.96 | 226730.35 | 247803.66 | 9.9614020 | 10.3555097 |
| 11 | 91484.22 | 226551.84 | 247640.34 | 9.9613463 | 10.3551676 |
| 10 | 91472.47 | 226373.57 | 247477.26 | 9.9612904 | 10.3548257 |
| 9 | 91460.71 | 226195.53 | 247314.42 | 9.9612346 | 10.354484[illegible] |
| 8 | 91448.95 | 226017.73 | 247151.81 | 9.9611787 | 10.3541425 |
| 7 | 91437.18 | 225840.16 | 246989.43 | 9.9611228 | 10.3538012 |
| 6 | 91425.40 | 225662.83 | 246827.29 | 9.9610668 | 10.3534600 |
| 5 | 91413.61 | 225485.72 | 246665.38 | 9.9610108 | 10.3531190 |
| 4 | 91401.81 | 225308.85 | 246503.71 | 9.9609548 | 10.3527783 |
| 3 | 91390.00 | 225132.21 | 246342.27 | 9.9608987 | 10.3524376 |
| 2 | 91378.19 | 224955.80 | 246181.06 | 9.9608426 | 10.3520972 |
| 1 | 91366.37 | 224779.62 | 246020.08 | 9.9697864 | 10.3517569 |
| 0 | 91354.54 | 224603.68 | 245859.33 | 9.9607302 | 10.3514169 |

# Grad. 24.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 40673.66 | 44522.87 | 109463.63 | 9.6093133 | 9.6485831 |
| 1 | 40700.23 | 44557.73 | 09477.81 | 9.6095969 | 9.6489230 |
| 2 | 40726.80 | 44592.60 | 109492.01 | 9.6098803 | 9.6492628 |
| 3 | 40753.37 | 44627.48 | 109506.22 | 9.6101635 | 9.6496023 |
| 4 | 40779.93 | 44662.37 | 109520.44 | 9.6104465 | 9.6499417 |
| 5 | 40806.49 | 44697.27 | 109534.67 | 9.6107293 | 9.6502809 |
| 6 | 40833.05 | 44732.17 | 109548.92 | 9.6110118 | 9.6506199 |
| 7 | 40859.60 | 44767.08 | 109563.18 | 9.6112941 | 9.6509587 |
| 8 | 40886.15 | 44802.00 | 109577.46 | 9.6115762 | 9.6512974 |
| 9 | 40912.69 | 44836.93 | 109591.74 | 9.6118580 | 9.6516359 |
| 10 | 40939.23 | 44871.87 | 109606.04 | 9.6121397 | 9.6519742 |
| 11 | 40965.77 | 44906.82 | 109620.36 | 9.6124211 | 9.6523123 |
| 12 | 40992.30 | 44941.78 | 109634.68 | 9.6127023 | 9.6526503 |
| 13 | 41018.83 | 44976.75 | 109649.02 | 9.6129833 | 9.6529881 |
| 14 | 41045.36 | 45011.73 | 109663.37 | 9.6132641 | 9.6533257 |
| 15 | 41071.89 | 45046.72 | 109677.74 | 9.6135446 | 9.6536631 |
| 16 | 41098.41 | 45081.72 | 109692.12 | 9.6138250 | 5.6540004 |
| 17 | 41124.93 | 45116.73 | 109706.51 | 9.6141051 | 9.6543375 |
| 18 | 41151.44 | 45151 74 | 109720.91 | 9.6143850 | 9.6546744 |
| 19 | 41177.95 | 45186.76 | 109735.33 | 9.6146647 | 9.6550112 |
| 20 | 41204.46 | 45221.79 | 109749.76 | 9.6149441 | 9.6553477 |
| 21 | 41230.96 | 45256.83 | 109764.20 | 9.6152234 | 9.6556841 |
| 22 | 41257.46 | 45291.88 | 109758.66 | 9.6155024 | 9.6560204 |
| 23 | 41283.95 | 45326.94 | 109793.13 | 9.6157812 | 9.6563564 |
| 24 | 41310.44 | 45362.01 | 109807.61 | 9.6160598 | 9.6566923 |
| 25 | 41336.93 | 45397.09 | 109822.11 | 9.6163382 | 9.6570280 |
| 26 | 41363.42 | 45432.18 | 109836.62 | 9.6166164 | 9.6573630 |
| 27 | 41389.90 | 45467.28 | 109851.14 | 9.6168944 | 9.6576989 |
| 28 | 41416.38 | 45502.39 | 109865.68 | 9.6171721 | 9.6580351 |
| 29 | 41442.85 | 45537.51 | 109880.23 | 9.6174496 | 9.6583692 |
| 30 | 41469.32 | 45572.64 | 109894.79 | 9.6177270 | 9.6587041 |
| 31 | 41495.79 | 45607.77 | 109909.36 | 9.6180041 | 9.6590387 |
| 32 | 41522.26 | 45642.91 | 109923.95 | 9.6182809 | 9.6593733 |
| 33 | 41548.72 | 45678.06 | 109938.55 | 9.6185576 | 9.6597076 |
| 34 | 41575.18 | 45713.22 | 109953.17 | 9.6188341 | 9.6600418 |
| 35 | 41601.63 | 45748.39 | 109967.79 | 9.6191103 | 9.6603758 |
| 36 | 41628.08 | 45783.57 | 109982.43 | 9 6193864 | 9.6607097 |
| 37 | 41654.53 | 45818.76 | 109997.09 | 9.6196622 | 5.6610434 |
| 38 | 41680.97 | 45853.96 | 110011.76 | 9.6199378 | 9.6613769 |
| 39 | 41707.41 | 45889.17 | 110026.44 | 9.6202132 | 9.6617103 |
| 40 | 41733.85 | 45924.39 | 110041.13 | 9.6204884 | 9.6620434 |
| 41 | 41760.28 | 45959.62 | 110055.84 | 9.6207634 | 9.6623765 |
| 42 | 41786.71 | 45994.86 | 110070.56 | 9.6210382 | 9.6627093 |
| 43 | 41813.13 | 46030.11 | 110085.29 | 9.6213127 | 9.6630420 |
| 44 | 41839.55 | 46065.37 | 110100.04 | 9.6215871 | 9.6633745 |
| 45 | 41865.97 | 46100.64 | 110114.80 | 9.6218612 | 9.6637069 |
| 46 | 41892.39 | 46135.91 | 110129.57 | 9.6221351 | 9.6640391 |
| 47 | 41918.80 | 46171.19 | 110144.36 | 9.6224088 | 9.6643711 |
| 48 | 41945.21 | 46206.48 | 110159.16 | 9.6226824 | 9.6647030 |
| 49 | 41971.61 | 46241.78 | 110173.97 | 9.6229557 | 9.6650346 |
| 50 | 41998.01 | 46277.09 | 110188.79 | 9.6232287 | 9.6653662 |
| 51 | 42024.41 | 46312.42 | 110203.63 | 9.6235016 | 9.6656975 |
| 52 | 42050.80 | 46347.76 | 110218.49 | 9.6237743 | 9.6660288 |
| 53 | 42077.19 | 46383.11 | 110233.35 | 9.6240467 | 9.6663598 |
| 54 | 42103.58 | 46418.46 | 110248.23 | 9.6243190 | 9.6666907 |
| 55 | 42129.96 | 46453.82 | 110263.13 | 9.6245911 | 9.6670214 |
| 56 | 42156.34 | 46489.19 | 110278.03 | 9.6248629 | 9.6673519 |
| 57 | 42182.72 | 46524.57 | 110292.95 | 9.6251346 | 9.6676823 |
| 58 | 42209.09 | 46559 96 | 110307.89 | 9.6254060 | 9.6680126 |
| 59 | 42235.46 | 46595.36 | 110322.83 | 9.6256772 | 9.6683426 |
| 60 | 42261.83 | 46630.77 | 110337.79 | 9.6259483 | 9.6686725 |

# 65. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 91354.54 | 224603.68 | 245859.33 | 9.9607302 | 10.3514169 |
| 59 | 91342.71 | 224427.96 | 245698.82 | 9.9606739 | 10.3510770 |
| 58 | 91330.87 | 224252.47 | 245538.5 | 9.9606176 | 10.3507372 |
| 57 | 91319.02 | 224077.21 | 245378.48 | 9.9605612 | 10.3503977 |
| 56 | 91307.16 | 223902.18 | 245218.65 | 9.9605048 | 10.3500583 |
| 55 | 91295.29 | 223727.38 | 245059.05 | 9.9604484 | 10.3497191 |
| 54 | 91283.42 | 223552.80 | 244899.68 | 9 9603919 | 10.3493801 |
| 53 | 91271.54 | 223378.25 | 244740.54 | 9.9603354 | 10.3490413 |
| 52 | 91259.65 | 223204.33 | 244581.63 | 9.9602788 | 10.3487026 |
| 51 | 91247.75 | 223030.43 | 244422.94 | 9 9602222 | 10.3483641 |
| 50 | 91235.84 | 222856.76 | 244264.48 | 9.9601655 | 10.3480258 |
| 49 | 91223.93 | 222683.31 | 244106.24 | 9.9601088 | 10.3476877 |
| 48 | 91212.01 | 222510.09 | 243948.23 | 9.9600520 | 10.3473497 |
| 47 | 91200.08 | 222337.09 | 243790.45 | 9.9599952 | 10.3470119 |
| 46 | 91188.14 | 222164.32 | 243632.89 | 9.9599384 | 10.3466743 |
| 45 | 91176.20 | 221991.77 | 243475.55 | 9.9598815 | 10.3463369 |
| 44 | 91164.25 | 221819.44 | 243318.44 | 9.9598246 | 10.3459996 |
| 43 | 91152.29 | 221647.33 | 243161.55 | 9.9597676 | 10.3456625 |
| 42 | 91140.32 | 221475 45 | 243004.89 | 9.9597106 | 10.3453256 |
| 41 | 91128.35 | 221303.79 | 242848.44 | 9.9596535 | 10.3449888 |
| 40 | 91116.37 | 221132.34 | 242692.22 | 9.9595964 | 10.3446523 |
| 39 | 91104.38 | 220961.12 | 242536.22 | 9.9595393 | 10.3443159 |
| 38 | 91092.38 | 220790.12 | 242380.44 | 9.9594821 | 10.3439796 |
| 37 | 91080.38 | 220619.34 | 242224.88 | 9.9594248 | 10.3436436 |
| 36 | 91068.37 | 220448.78 | 242069.54 | 9.9593675 | 10.3433077 |
| 35 | 91056.35 | 220278.43 | 241914.32 | 9.9593101 | 10.3429720 |
| 34 | 91044.32 | 220108.31 | 241759.52 | 9.9592528 | 10.3426364 |
| 33 | 91032.28 | 219938.40 | 241604.84 | 9.9591954 | 10.3423011 |
| 32 | 91020.24 | 219768.71 | 241450.38 | 9.9591380 | 10.3419659 |
| 31 | 91008.19 | 219599.23 | 241296.13 | 9.9590805 | 10.3416308 |
| 30 | 90996.13 | 219429.97 | 241142.10 | 9.9590229 | 10.3412960 |
| 29 | 90984.06 | 219260.93 | 240988.29 | 9.9589653 | 10.3409613 |
| 28 | 90971.98 | 219092.10 | 240834.69 | 9.9589077 | 10.3406267 |
| 27 | 90959.90 | 218923.49 | 240681.31 | 9.9588500 | 10.3402924 |
| 26 | 90947.81 | 218755.10 | 240528.15 | 9.9587923 | 10.3399580 |
| 25 | 90935.71 | 218586.91 | 240375.20 | 9.9587345 | 10.3396242 |
| 24 | 90923.61 | 218418.94 | 240222.47 | 9.9586767 | 10.3392903 |
| 23 | 90911.50 | 218251.19 | 240069.95 | 9.9586188 | 10.3389566 |
| 22 | 90899:38 | 218083.64 | 239917.64 | 9.9585609 | 10.3386231 |
| 21 | 90887.25 | 217916.31 | 239765.55 | 9.9585030 | 10.3382897 |
| 20 | 90875.11 | 217749.20 | 239613.67 | 9.9584450 | 10.3379566 |
| 19 | 90862.97 | 217582.29 | 239462.01 | 9.9583869 | 10.3376235 |
| 18 | 90850.82 | 217415.59 | 239310.55 | 9.9583288 | 10.3372907 |
| 17 | 90838,66 | 217249.11 | 239159.31 | 9.9582707 | 10.3369580 |
| 16 | 90826.49 | 217082.83 | 239008.28 | 9.9582125 | 10.3366255 |
| 15 | 90814.32 | 216916.77 | 238857.46 | 9.9581543 | 10.3362931 |
| 14 | 90802.14 | 216750.91 | 238706.85 | 9.9580961 | 10.3359609 |
| 13 | 90789.95 | 216585.27 | 238556.45 | 9.9580378 | 10.3356289 |
| 12 | 90777.75 | 216419.83 | 238406.25 | 9.9579794 | 10.3352970 |
| 11 | 90765.54 | 216254.60 | 238256.27 | 9.9579210 | 10.3349654 |
| 10 | 90753.33 | 216089.58 | 238106.50 | 9.9578626 | 10.3346338 |
| 9 | 90741.11 | 215924 76 | 237956.93 | 9 9578041 | 10.3343025 |
| 8 | 90728.88 | 215760.15 | 237807.58 | 9.9577456 | 10.3339712 |
| 7 | 90716.64 | 215595.75 | 237658.43 | 9.9576870 | 10.3336402 |
| 6 | 90704.40 | 215431.56 | 237509.49 | 9.9576284 | 10.3333093 |
| 5 | 90692.15 | 215267.57 | 237360.75 | 9.9575697 | 10.3329786 |
| 4 | 90679.89 | 215103.78 | 237212.22 | 9.9575110 | 10.3326481 |
| 3 | 90667.62 | 214940.20 | 237063.90 | 9.9574522 | 10.3323177 |
| 2 | 90655.35 | 214776.83 | 236915.71 | 9.9573934 | 10.3319874 |
| 1 | 90643.07 | 214613.66 | 236767.87 | 9.9573346 | 10.3316574 |
| 0 | 90630.78 | 214450.69 | 236620.16 | 9.9572757 | 10.3313275 |

42261.83

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 42261.83 | 46630.77 | 110337.79 | 9.6259483 | 9.6686725 | 60 | 90630.78 | 214450.69 | 236620.16 | 9.9572757 | 10.3313275 |
| 1 | 42288.19 | 46666.19 | 110352.77 | 9.6262191 | 9.6690013 | 59 | 90618.48 | 214287.93 | 236471.65 | 9.9572168 | 10.3309977 |
| 2 | 42314.55 | 46701.62 | 110367.75 | 9.6264897 | 9.6693319 | 58 | 90606.17 | 214125.37 | 236325.35 | 9.9571568 | 10.3306681 |
| 3 | 42340.90 | 46737.06 | 110382.75 | 9.6267601 | 9.6696613 | 57 | 90593.86 | 213963.01 | 236178.26 | 9.9570988 | 10.3303387 |
| 4 | 42367.25 | 46772.51 | 110397.77 | 9.6270303 | 9.6699906 | 56 | 90581.54 | 213800.85 | 236031.36 | 9.9570397 | 10.3300094 |
| 5 | 42393.60 | 46807.97 | 110411.79 | 9.6273003 | 9.6703197 | 55 | 90569.21 | 213638.89 | 235884.67 | 9.9569806 | 10.3296803 |
| 6 | 42419.94 | 46843.43 | 110427.83 | 9.6275701 | 9.6706486 | 54 | 90556.88 | 213477.14 | 235738.18 | 9.9569219 | 10.3293514 |
| 7 | 42446.28 | 46878.90 | 110442.89 | 9.6278397 | 9.6709774 | 53 | 90544.54 | 213315.59 | 235591.89 | 9.9568623 | 10.3290226 |
| 8 | 42472.61 | 46914.38 | 110457.95 | 9.6281090 | 9.6713060 | 52 | 90532.19 | 213154.23 | 235445.81 | 9.9568030 | 10.3286940 |
| 9 | 42498.95 | 46949.88 | 110473.03 | 9.6283782 | 9.6716345 | 51 | 90519.83 | 212993.08 | 235299.91 | 9.9567437 | 10.3283655 |
| 10 | 42525.28 | 46985.39 | 110488.13 | 9.6286472 | 9.6719628 | 50 | 90507.46 | 212832.13 | 235154.24 | 9.9566844 | 10.3280372 |
| 11 | 42551.61 | 47020.90 | 110503.24 | 9.6289160 | 9.6722910 | 49 | 90495.09 | 212671.37 | 235008.75 | 9.9566250 | 10.3277090 |
| 12 | 42577.93 | 47056.43 | 110518.36 | 9.6291845 | 9.6726190 | 48 | 90482.71 | 212510.82 | 234863.47 | 9.9565656 | 10.3273810 |
| 13 | 42604.25 | 47091.96 | 110533.49 | 9.6294529 | 9.6729468 | 47 | 90470.32 | 212350.46 | 234718.38 | 9.9565061 | 10.3270532 |
| 14 | 42630.56 | 47127.51 | 110548.64 | 9.6297111 | 9.7732745 | 46 | 90457.92 | 212190.30 | 234573.49 | 9.9564466 | 10.3267255 |
| 15 | 42656.87 | 47169.06 | 110563.80 | 9.6299890 | 9.6736020 | 45 | 90445.51 | 212030.34 | 234428.80 | 9.9563870 | 10.3263960 |
| 16 | 42683.18 | 47198.63 | 110578.98 | 9.6302568 | 9.6739294 | 44 | 90433.10 | 211870.57 | 234284.31 | 9.9563274 | 10.3260706 |
| 17 | 42709.49 | 47234.20 | 110594.17 | 9.6305243 | 9.6742566 | 43 | 90410.68 | 211711.01 | 234140.02 | 9.9562678 | 10.3257434 |
| 18 | 42735.79 | 47269.78 | 110609.37 | 9.6307917 | 9.6745836 | 42 | 90708.25 | 211551.64 | 433995.93 | 9.9562081 | 10.3254164 |
| 19 | 42762.09 | 47305.38 | 110624.58 | 9.6310589 | 9.6749105 | 41 | 90395.82 | 211392.46 | 233852.03 | 9.9561483 | 10.3250895 |
| 20 | 42788.38 | 47340.98 | 110639.81 | 9.6313258 | 9.6752372 | 40 | 90383.38 | 211233.48 | 233708.33 | 9.9560886 | 10.3247628 |
| 21 | 42814.67 | 47376.59 | 110655.06 | 9.6315926 | 9.6755638 | 39 | 90370.93 | 211074.70 | 233564.82 | 9.9560287 | 10.3244362 |
| 22 | 42840.95 | 47412.22 | 110670.31 | 9.6318591 | 9.6758902 | 38 | 90358.47 | 210916.11 | 233421.52 | 9.9559689 | 10.3241097 |
| 23 | 42867.23 | 47447.85 | 110685.58 | 9.6321255 | 9.6762165 | 37 | 90346.00 | 210757.71 | 233278.40 | 9.9559089 | 10.3237835 |
| 24 | 42893.51 | 47485.49 | 110700.87 | 9.6323916 | 9.6765426 | 36 | 90333.53 | 210599.51 | 233155.48 | 9.9558490 | 10.3234574 |
| 25 | 42919.79 | 47519.14 | 110716.16 | 9.6326576 | 9.6768686 | 35 | 90321.05 | 210441.50 | 232992.76 | 9.9557890 | 10.3231314 |
| 26 | 42946.06 | 47554.81 | 110731.47 | 9.6329233 | 9.6771944 | 34 | 90308.56 | 210283.69 | 232850.23 | 9.9557289 | 10.3228056 |
| 27 | 42972.33 | 47590.48 | 110746.80 | 9.6331889 | 9.6775201 | 33 | 90296.06 | 210126.07 | 232707.90 | 9.9556688 | 10.3224799 |
| 28 | 42998.59 | 47626.16 | 110762.14 | 9.6334542 | 9.6778456 | 32 | 90283.56 | 209968.64 | 232565.75 | 9.9556087 | 10.3221544 |
| 29 | 43024.85 | 47661.85 | 110777.49 | 9.6337194 | 9.6781709 | 31 | 90171.05 | 209811.40 | 232423.81 | 9.9555485 | 10.3218291 |
| 30 | 43051.11 | 47697.55 | 110792.85 | 9.6339844 | 9.6784961 | 30 | 90258.53 | 209654.36 | 232282.05 | 9.9554882 | 10.3215039 |
| 31 | 43077.36 | 47733.26 | 110808.23 | 9.6341491 | 9.6788211 | 29 | 90246.00 | 209497.51 | 232140.49 | 9.9554280 | 10.3211789 |
| 32 | 23103.61 | 47768.99 | 110823.63 | 9.6345137 | 9.6791460 | 28 | 90233.47 | 109340.84 | 231999.11 | 9.9553676 | 10.3208540 |
| 33 | 43129.86 | 47804.72 | 110839.03 | 9.6347780 | 9.6794708 | 27 | 90220.93 | 209184.37 | 231857.94 | 9.9553073 | 10.3205292 |
| 34 | 43156.10 | 47840.46 | 110854.45 | 9.6350421 | 9.6797953 | 26 | 90208.38 | 209028.09 | 231716.95 | 9.9552469 | 10.3201047 |
| 35 | 43182.34 | 47876.21 | 110869.89 | 9.6353062 | 9.6801198 | 25 | 90195.82 | 208872.00 | 231576.15 | 9.9551864 | 10.3198803 |
| 36 | 43208.57 | 27911.97 | 110885.33 | 9.5355699 | 9.6804440 | 24 | 90183.25 | 208716.10 | 231435.54 | 9.9551159 | 10.3195560 |
| 37 | 43234.80 | 47947.74 | 110900.79 | 9.6358335 | 9.6807681 | 23 | 90170.68 | 208560.39 | 231295.13 | 9.9550653 | 10.3192318 |
| 38 | 43261.03 | 47983.52 | 110916.27 | 9.6360969 | 9.6810921 | 22 | 90158.10 | 208404.86 | 231154.90 | 9.9550047 | 10.3189079 |
| 39 | 43287.26 | 48019.32 | 110931.76 | 9.6363601 | 9.6814160 | 21 | 90145.51 | 208249.53 | 231014.86 | 9.9549441 | 10.3185840 |
| 40 | 43313.48 | 48055.12 | 110947.26 | 9.6366231 | 9.6817396 | 20 | 90132.91 | 208094.38 | 230875.01 | 9.9548834 | 10.3182604 |
| 41 | 43339.70 | 48090.93 | 110962.77 | 9.6368859 | 9.6820632 | 19 | 90120.31 | 207939.42 | 230735.35 | 9.9548227 | 10.3179368 |
| 42 | 43365.91 | 48126.75 | 110978.30 | 9.6371484 | 9.6823865 | 18 | 90107.70 | 207784.65 | 230595.88 | 9.9547619 | 10.3176135 |
| 43 | 43392.12 | 48162.58 | 110993.85 | 9.6374108 | 9.6827098 | 17 | 90095.08 | 207630.07 | 230456.60 | 9.9547011 | 10.3172902 |
| 44 | 43418.33 | 48198.42 | 111009.41 | 9.6376731 | 9.6830328 | 16 | 90082.45 | 207475.67 | 230317.51 | 9.9546402 | 10.3169672 |
| 45 | 43444.53 | 48234.27 | 111024.98 | 9.7379351 | 9.6833557 | 15 | 90069.82 | 207321.46 | 130178.60 | 9.9545793 | 10.3166443 |
| 46 | 43470.73 | 48270.14 | 111040.56 | 9.6381969 | 9.6836785 | 14 | 90057.18 | 207167.43 | 230039.88 | 9.9545184 | 10.3163215 |
| 47 | 43496.92 | 48306.01 | 111056.16 | 9.6384585 | 9.6840011 | 13 | 90044.53 | 207013.59 | 229901.34 | 9.9544574 | 10.3159989 |
| 48 | 43523.11 | 48341.89 | 111071.77 | 9.6387199 | 9.6843236 | 12 | 90031.87 | 206859.93 | 119762.99 | 9.9543963 | 10.3156764 |
| 49 | 43549.30 | 48377.78 | 111087.40 | 9.6389812 | 9.6846459 | 11 | 90019.21 | 206706.46 | 229624.83 | 9.9543352 | 10.3153541 |
| 50 | 43575.48 | 48413.68 | 111103.04 | 9.6392421 | 9.6849681 | 10 | 90006.54 | 206553.18 | 229486.85 | 9.9542742 | 10.3150319 |
| 51 | 43601.66 | 48449.59 | 111108.69 | 9.6395030 | 9.6852901 | 9 | 89993.86 | 206400.08 | 229349.06 | 9.9542129 | 10.3147099 |
| 52 | 43627.84 | 48485.52 | 111134.36 | 9.6397637 | 9.6856120 | 8 | 89981.17 | 206247.16 | 229211.45 | 9.9541517 | 10.3143880 |
| 53 | 43654.01 | 48521.45 | 111150.04 | 9.6400241 | 9.6859338 | 7 | 89968.48 | 206094.42 | 229074.03 | 9.9540904 | 10.3140662 |
| 54 | 43680.18 | 48557.39 | 111165.73 | 9.6402844 | 9.6862553 | 6 | 89955.78 | 205941.87 | 228936.79 | 9.9540291 | 10.3137447 |
| 55 | 43706.34 | 48593.34 | 111181.44 | 9.6405445 | 9.6865768 | 5 | 89943.07 | 205789.50 | 228799.74 | 9.9539677 | 10.3134132 |
| 56 | 43732.50 | 48629.31 | 111197.16 | 9.6408044 | 9.6868981 | 4 | 89930.35 | 205637.32 | 228662.86 | 9.9539063 | 10.3131019 |
| 57 | 43758.66 | 48665.28 | 111212.90 | 9.6410640 | 9.6872192 | 3 | 89917.62 | 205485.31 | 218526.18 | 9.9538448 | 10.3127808 |
| 58 | 43784.82 | 48701.26 | 111228.65 | 9.6413235 | 9.6875402 | 2 | 89904.89 | 205333.49 | 228389.87 | 9.9537833 | 10.3124598 |
| 59 | 43810.97 | 48737.26 | 111244.42 | 9.6415828 | 9.6878611 | 1 | 89892.15 | 205181.84 | 228153.34 | 9.9537218 | 10.3121389 |
| 60 | 43837.12 | 48773.29 | 111260.19 | 9.6418420 | 9.6881818 | 0 | 89879.40 | 205030.38 | 228117.20 | 9.9536602 | 10.3118182 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tan. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 43837.12 | 48773.26 | 111260.19 | 9.6418420 | 9.6881818 | 60 | 89879.47 | 205030.38 | 228117.20 | 9.9536602 | 10.3118182 |
| 1 | 43863.26 | 48809.27 | 111275.98 | 9.6421009 | 9.6885023 | 59 | 89866.65 | 204879.10 | 227981.24 | 9.9535985 | 10.3114977 |
| 2 | 43889.40 | 48845.30 | 111291.79 | 9.6423596 | 9.6888227 | 58 | 89853.79 | 204728.00 | 227845.46 | 9.9535369 | 10.3111773 |
| 3 | 43915.53 | 48881.33 | 111307.61 | 9.6426182 | 9.6891430 | 57 | 8984[illegible].12 | 204577.08 | 227709.86 | 9.9534751 | 10.3108570 |
| 4 | 43941.66 | 48917.37 | 111323.45 | 9.6428765 | 9.6894631 | 56 | 89828.34 | 204426.34 | 227574.45 | 9.9534134 | 10.3105369 |
| 5 | 43967.79 | 48953.43 | 111339.30 | 9.6431347 | 9.6897831 | 55 | 89815.55 | 204275.78 | 227439.21 | 9.9533515 | 10.3102169 |
| 6 | 43993.92 | 48989.49 | 111355.16 | 9.6433926 | 9.6901030 | 54 | 89802.76 | 204125.46 | 227304.15 | 9.9532897 | 10.3098970 |
| 7 | 44020.04 | 49025.57 | 111371.03 | 9.6436504 | 9.6904226 | 53 | 89789.96 | 203975.19 | 227169.27 | 9.9532278 | 10.3095774 |
| 8 | 44046.16 | 49061.66 | 111386.91 | 9.6439080 | 9.6907422 | 52 | 89777.15 | 203825.17 | 227034.57 | 9.9531658 | 10.3092578 |
| 9 | 44072.27 | 49097.75 | 111402.82 | 9.6441654 | 9.6910616 | 51 | 89764.33 | 203675.32 | 226900.05 | 9.9531038 | 10.3089384 |
| 10 | 44098.38 | 49133.86 | 111418.74 | 9.6444226 | 9.6913809 | 50 | 89751.51 | 203525.65 | 226765.71 | 9.9530418 | 10.3086191 |
| 11 | 44124.48 | 49169.97 | 111434.67 | 9.6446796 | 9.6917000 | 49 | 89738.68 | 203376.15 | 226631.55 | 9.9529797 | 10.3083000 |
| 12 | 44150.58 | 49206.10 | 111450.62 | 6.6449365 | 9.6920189 | 48 | 89725.84 | 203226.83 | 226497.56 | 9.9529175 | 10.3079811 |
| 13 | 44176.68 | 49242.24 | 111466.58 | 9.6451931 | 9.6923378 | 47 | 89712.99 | 203077.69 | 226363.75 | 9.9528553 | 10.3076622 |
| 14 | 44202.78 | 49278.38 | 111482.55 | 9.6454496 | 9.6926565 | 46 | 89700.13 | 202928.73 | 226230.12 | 9.9527931 | 10.3073435 |
| 15 | 44228.87 | 49314.54 | 111498.54 | 9.6457058 | 9.6929750 | 45 | 89687.27 | 202779.94 | 226096.67 | 9.9527308 | 10.3070250 |
| 16 | 44254.96 | 49350.71 | 111514.54 | 9.6459619 | 9.6932934 | 44 | 89674.40 | 202631.33 | 225963.39 | 9.9526685 | 10.3067066 |
| 17 | 44281.04 | 49386.89 | 111530.56 | 9.6462178 | 9.6936117 | 43 | 89661.52 | 202482.89 | 225830.29 | 9.9526061 | 10.3063883 |
| 18 | 44307.12 | 49423.08 | 111546.59 | 9.6464735 | 9.6939298 | 42 | 89648.64 | 202334.62 | 225697.36 | 9.9525437 | 10.3060702 |
| 19 | 44333.20 | 49459.28 | 111562.63 | 9.6467290 | 9.6942478 | 41 | 89635.75 | 202186.53 | 225564.61 | 9.9524813 | 10.3057522 |
| 20 | 44359.27 | 49495.49 | 111578.69 | 9.6469844 | 9.6945656 | 40 | 89622.85 | 202038.62 | 225432.04 | 9.9524188 | 10.3054344 |
| 21 | 44385.34 | 49531.71 | 111594.76 | 9.6472395 | 9.6948833 | 39 | 89609.94 | 201890.88 | 225299.64 | 9.9523562 | 10.3051167 |
| 22 | 44411.40 | 49567.94 | 111610.84 | 9.6474945 | 9.6952009 | 38 | 89597.03 | 201743.31 | 225167.41 | 9.9522936 | 10.3047991 |
| 23 | 44437.46 | 49604.18 | 111626.94 | 9.6477492 | 9.6955183 | 37 | 89584.11 | 201595.92 | 225035.37 | 9.9522310 | 10.3044817 |
| 24 | 44463.52 | 49640.43 | 111643.06 | 6.6480038 | 9.6958355 | 36 | 89571.18 | 201448.69 | 224903.48 | 9.9521683 | 10.3041641 |
| 25 | 44489.57 | 49676.69 | 111659.19 | 9.6482582 | 9.6961527 | 35 | 89558.24 | 201301.64 | 224771.78 | 9.9521055 | 10.3038473 |
| 26 | 44515.62 | 69712.97 | 111675.33 | 9.6485124 | 9.6964697 | 34 | 89545.29 | 201154.77 | 224640.24 | 9.9520428 | 10.3035303 |
| 27 | 44541.67 | 49749.25 | 111691.49 | 9.6487665 | 9.6967865 | 33 | 89532.34 | 201008.06 | 224508.89 | 9.9519799 | 10.3032133 |
| 28 | 44567.71 | 49785.54 | 111707.66 | 9.6490203 | 9.6971032 | 32 | 89519.38 | 200861.53 | 224377.70 | 9.9519171 | 10.3028968 |
| 29 | 44593.35 | 49821.85 | 111723.84 | 9.6492740 | 9.6974198 | 31 | 89506.41 | 200715.16 | 224246.69 | 9.9518541 | 10.3025802 |
| 30 | 44619.78 | 49858.16 | 111740.04 | 9.6495274 | 9.6977363 | 30 | 89493.43 | 200568.97 | 224115.84 | 9.9517912 | 10.3022637 |
| 31 | 44645.81 | 49894.49 | 111756.25 | 9.6497807 | 9.6980526 | 29 | 89480.45 | 200422.95 | 223985.17 | 9.9517282 | 10.3019474 |
| 32 | 44671.84 | 49930.82 | 111772.48 | 9.6500338 | 9.6983687 | 28 | 89467.46 | 200277.10 | 223854.67 | 9.9516651 | 10.3016313 |
| 33 | 44697.86 | 49967.17 | 111788.72 | 9.6502868 | 9.6986847 | 27 | 89454.46 | 200131.42 | 223724.35 | 9.9516020 | 10.3013153 |
| 34 | 44723.88 | 50003.52 | 111804.98 | 9.6505395 | 9.6990006 | 26 | 89441.45 | 199985.90 | 223594.19 | 9.9515389 | 10.3009994 |
| 35 | 44749.90 | 50039.89 | 111821.25 | 9.6507920 | 9.6993164 | 25 | 89428.44 | 199840.56 | 223464.20 | 9.9514757 | 10.3006836 |
| 36 | 44775.91 | 50076.27 | 111837.53 | 9.6510444 | 9.6996320 | 24 | 89415.42 | 199695.39 | 223334.38 | 9.9514126 | 10.3003680 |
| 37 | 44801.92 | 50112.66 | 111853.83 | 9.6512966 | 6.6999474 | 23 | 89402.39 | 199550.38 | 223204.74 | 9.9513492 | 10.3000526 |
| 38 | 44827.92 | 50149.06 | 111870.14 | 9.6515486 | 9.7002628 | 22 | 89389.36 | 199405.54 | 223075.26 | 9.9812858 | 10.2997372 |
| 39 | 44853.92 | 50185.47 | 111886.47 | 9.6518004 | 9.7005780 | 21 | 89376.32 | 199260.87 | 222945.95 | 9.9512224 | 10.2994220 |
| 40 | 44879.92 | 50221.89 | 111902.81 | 9.6520521 | 9.7008930 | 20 | 89363.27 | 199116.37 | 222816.81 | 9.9511590 | 10.2991070 |
| 41 | 44905.91 | 50258.32 | 111919.16 | 9.6523035 | 9.7012080 | 19 | 89350.21 | 198972.04 | 222687.83 | 9.9510956 | 10.2987929 |
| 42 | 44971.90 | 50294.76 | 111935.53 | 9.6525548 | 9.7015227 | 18 | 89337.14 | 198827.87 | 222559.03 | 9.9510320 | 10.2984773 |
| 43 | 44957.89 | 50331.21 | 111951.91 | 9.6528059 | 9.7018374 | 17 | 89324.06 | 198683.87 | 222430.39 | 9.9509685 | 10.2981626 |
| 44 | 44983.87 | 50367.67 | 111968.31 | 9.6530568 | 9.7021519 | 16 | 89310.98 | 198540.03 | 222301.92 | 9.9509049 | 10.2978481 |
| 45 | 45009.85 | 50404.15 | 111984.72 | 9.6533075 | 9.7024663 | 15 | 89297.89 | 198396.36 | 222173.62 | 6.9508412 | 10.2975437 |
| 46 | 45035.82 | 50440.63 | 112001.15 | 9.6535581 | 9.7027805 | 14 | 89284.79 | 198252.86 | 222045.48 | 9.9507775 | 20.2972195 |
| 47 | 45061.79 | 50477.13 | 112017.59 | 9.6538084 | 9.7030946 | 13 | 89271.69 | 198109.52 | 221917.51 | 9.9507138 | 10.2969054 |
| 48 | 45087.76 | 50513.63 | 112034.05 | 9.6540586 | 9.7034086 | 12 | 89258.58 | 197966.33 | 221789.71 | 9.9506500 | 20.2965914 |
| 49 | 45113.72 | 50550.13 | 112050.52 | 9.6543086 | 9.7037225 | 11 | 89245.46 | 197823.34 | 221662.07 | 9.9505861 | 10.2962775 |
| 50 | 45139.68 | 50586.68 | 112067.00 | 9.6145584 | 9.7040362 | 10 | 89232.33 | 197680.50 | 221534.60 | 9.9505223 | 10.2959638 |
| 51 | 45165.63 | 50623.22 | 112083.50 | 9.6548081 | 9.7043497 | 9 | 89219.20 | 197537.82 | 221407.30 | 9.9504583 | 10.2956503 |
| 52 | 45191.58 | 50659.77 | 112100.01 | 9.6550575 | 9.7046632 | 8 | 89206.06 | 197395.31 | 221280.16 | 9.9503944 | 10.2953368 |
| 53 | 45217.53 | 50696.31 | 112116.53 | 9.6553068 | 9.7049765 | 7 | 89192.91 | 197252.96 | 221153.18 | 9.9503303 | 10.2950235 |
| 54 | 45243.47 | 30732.90 | 112133.07 | 9.6555559 | 9.7052897 | 6 | 89179.75 | 197110.77 | 221026.37 | 9.9502663 | 10.2947103 |
| 55 | 45269.41 | 30769.48 | 112149.63 | 9.6558048 | 9.7056027 | 5 | 89166.59 | 196968.74 | 220899.72 | 9.9502022 | 10.2943975 |
| 56 | 45295.35 | 50806.07 | 112166.20 | 9.6560536 | 9.7059156 | 4 | 89153.42 | 196826.88 | 220773.23 | 9.9501380 | 10.2940844 |
| 57 | 45321.48 | 50842.67 | 112182.78 | 9.6563022 | 9.7062284 | 3 | 89140.24 | 196685.18 | 220646.91 | 9.9500738 | 10.2937716 |
| 58 | 45347.21 | 50879.28 | 112199.38 | 9.6565505 | 9.7065410 | 2 | 89127.05 | 196543.64 | 220520.75 | 9.9500095 | 10.2934590 |
| 59 | 45373.13 | 50915.91 | 112216.00 | 9.6567987 | 9.7068535 | 1 | 89113.85 | 196402.27 | 220394.76 | 9.9499452 | 10.2931465 |
| 60 | 45399.05 | 50952.54 | 112232.62 | 9.6570468 | 9.7071659 | 0 | 89100.65 | 196261.05 | 220268.93 | 9.9498809 | 10.2928341 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang | Minut. | Sinus | Tang. | Secant | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 45399.05 | 50952.54 | 112232.62 | 9.6570468 | 9.7071659 | 60 | 89100.65 | 196261.05 | 220268.93 | 9.9498809 | 0.2928341 |
| 1 | 45424.97 | 50989.19 | 112249.26 | 9.6572946 | 9.7074781 | 59 | 89087.44 | 196120.00 | 220143.26 | 9.9498165 | 10.2925219 |
| 2 | 45450.85 | 51025.85 | 112265.92 | 9.6575423 | 9.7077902 | 58 | 89074.22 | 195979.10 | 220017.75 | 9.9497521 | 10.2922098 |
| 3 | 45476.79 | 51062.52 | 112282.59 | 9.6577898 | 9.7081022 | 57 | 89061.00 | 195838.37 | 219892.40 | 9.9496876 | 10.2918978 |
| 4 | 45502.69 | 51099.19 | 112299.18 | 9.6580371 | 9.7084141 | 56 | 89047.77 | 195697.80 | 219767.21 | 9.9496230 | 10.2915859 |
| 5 | 45528.19 | 51135.88 | 112415.98 | 9.6582842 | 9.7087258 | 55 | 89034.53 | 195557.39 | 219642.19 | 9.9495585 | 10.2912742 |
| 6 | 45554.49 | 51172.59 | 112332.69 | 9.6585312 | 9.7090374 | 54 | 89021.28 | 195417.13 | 219517.33 | 9.9494938 | 10.2909626 |
| 7 | 45580.38 | 51209.30 | 112349.42 | 9.6587780 | 9.7093488 | 53 | 89008.02 | 195277.04 | 219392.62 | 9.9494292 | 10.2906512 |
| 8 | 45606.27 | 51246.02 | 112366.16 | 9.6590246 | 9.7096601 | 52 | 88994.76 | 195137.11 | 219268.08 | 9.9493645 | 10.2903399 |
| 9 | 45632.16 | 51282.75 | 112382.92 | 9.6592710 | 9.7099715 | 51 | 88981.39 | 194997.33 | 219143.70 | 9.9492997 | 10.2900287 |
| 10 | 45658.04 | 51319.50 | 112399.69 | 9.6595173 | 9.7102824 | 50 | 88968.21 | 194857.71 | 219019.47 | 9.9492349 | 10.2897176 |
| 11 | 45683.92 | 51356.25 | 112416.48 | 9.6597634 | 9.7105913 | 49 | 88954.93 | 194718.26 | 218895.41 | 9.9491700 | 10.2894067 |
| 12 | 45709.79 | 51393.02 | 112433.28 | 9.6600093 | 9.7109041 | 48 | 88941.64 | 194578.96 | 218771.50 | 9.9491051 | 10.2890959 |
| 23 | 45735.66 | 51429.80 | 112450.10 | 9.6602550 | 9.7112148 | 47 | 88928.34 | 194439.81 | 218647.75 | 9.9490402 | 10.2887852 |
| 14 | 45761.53 | 51466.58 | 112456.93 | 9.6605005 | 9.7115254 | 46 | 88915.03 | 194302.83 | 218524.17 | 9.9489752 | 10.2884746 |
| 15 | 45787.39 | 51503.38 | 112483.77 | 9.6607459 | 9.7118358 | 45 | 88901.71 | 194162.00 | 258400.74 | 9.9489101 | 10.2881641 |
| 16 | 45813.25 | 51540.19 | 112500.63 | 9.6609911 | 9.7121461 | 44 | 88888.39 | 194023.15 | 218277.46 | 9.9488450 | 10.2878539 |
| 17 | 45839.10 | 51577.02 | 112517.50 | 9.6612361 | 9.7124562 | 43 | 88875.04 | 193884.81 | 218154.35 | 9.9487799 | 10.2875438 |
| 18 | 45864.95 | 51613.89 | 112534.39 | 9.6614810 | 9.7127662 | 42 | 88861.72 | 193746.45 | 218031.39 | 9.9487147 | 10.2872338 |
| 19 | 45890.80 | 51650.69 | 112551.29 | 9.6617257 | 9.7130761 | 41 | 88848.37 | 193608.25 | 217908.59 | 9.9486495 | 10.2869239 |
| 20 | 45916.64 | 51687.55 | 112568.21 | 9.6519701 | 9.7133859 | 40 | 88835.02 | 193470.20 | 217785.94 | 9.9485842 | 10.2866141 |
| 21 | 45942.48 | 51724.41 | 112585.14 | 9.6622145 | 9.7136956 | 39 | 88821.66 | 193332.31 | 217663.46 | 9.9485189 | 10.2863044 |
| 22 | 45968.32 | 51761.29 | 122602.09 | 9.6624586 | 9.7140051 | 38 | 88808.29 | 193194.57 | 217541.12 | 9.9484535 | 10.2859949 |
| 23 | 45994.15 | 51798.18 | 112619.05 | 9.6627026 | 9.7143145 | 37 | 88794.92 | 193056.98 | 217418.95 | 9.9483881 | 10.2856855 |
| 24 | 46019.98 | 51835.08 | 112636.03 | 9.6629464 | 9.7146237 | 36 | 88781.54 | 192919.56 | 217296.93 | 9.9483227 | 10.2853763 |
| 25 | 46045.80 | 51871.99 | 112653.02 | 9.6631900 | 9.7149329 | 35 | 88768.15 | 192782.28 | 217175.06 | 9.9482572 | 10.2850671 |
| 26 | 46071.62 | 51908.91 | 112670.03 | 9.6634335 | 9.7152419 | 34 | 88754.75 | 192645.16 | 217053.35 | 9.9481916 | 10.2847581 |
| 27 | 46097.44 | 51945.84 | 112687.05 | 9.6636768 | 9.7155508 | 33 | 88741.34 | 192508.19 | 216931.80 | 9.9481260 | 10.2844492 |
| 28 | 46123.25 | 51982.78 | 112704.08 | 9.6639199 | 9.7158595 | 32 | 88727.93 | 192371.38 | 216810.40 | 9.9480604 | 10.2841405 |
| 29 | 46149.06 | 52019.74 | 112721.13 | 9.6641628 | 9.7161682 | 31 | 88714.51 | 192234.72 | 216689.15 | 9.9479947 | 10.2838318 |
| 30 | 46174.86 | 52056.70 | 112738.19 | 9.6644056 | 9.7164767 | 30 | 88701.08 | 192098.21 | 216568.06 | 9.9479289 | 10.2835233 |
| 31 | 46200.66 | 52093.68 | 112755.27 | 9.6646482 | 9.7167851 | 29 | 88687.64 | 191961.86 | 216447.12 | 9.9478631 | 10.2832149 |
| 32 | 46226.46 | 52130.67 | 112772.37 | 9.6648906 | 9.7170933 | 28 | 88674.20 | 191825.65 | 216326.33 | 9.9477973 | 10.2829067 |
| 33 | 45252.25 | 52167.67 | 112789.48 | 9.6651329 | 9.7174014 | 27 | 88660.75 | 191689.60 | 216205.70 | 9.9477314 | 10.2825986 |
| 34 | 46278.04 | 52204.68 | 112806.60 | 9.6653749 | 9.7177094 | 26 | 88647.29 | 191553.70 | 216085.22 | 9.9476655 | 10.2822906 |
| 35 | 46303.82 | 52241.70 | 112823.74 | 9.6656168 | 9.7180173 | 25 | 88633.83 | 191417.95 | 215964.89 | 9.9475995 | 10.2819827 |
| 36 | 46329.60 | 52278.74 | 112840.89 | 9.6658586 | 9.7183251 | 24 | 88620.36 | 191282.36 | 215844.71 | 9.9475335 | 10.2816749 |
| 37 | 46355.38 | 52315.78 | 112858.06 | 9.6661001 | 9.7186327 | 23 | 88606.88 | 191146.91 | 215724.69 | 9.9474674 | 10.2813673 |
| 38 | 46381.15 | 52352.84 | 112875.24 | 9.6663415 | 9.7189402 | 22 | 88593.39 | 191011.62 | 215604.82 | 9.9474013 | 10.2810598 |
| 39 | 46406.92 | 52389.90 | 112892.44 | 9.6665828 | 9.7192476 | 21 | 88579.89 | 190876.47 | 215485.10 | 9.9473352 | 10.2807524 |
| 40 | 46432.69 | 52426.98 | 112909.65 | 9.6668238 | 9.7195549 | 20 | 88566.39 | 190741.47 | 215365.53 | 9.9472689 | 10.2804451 |
| 41 | 46458.45 | 52464.07 | 112926.88 | 9.6670647 | 9.7198620 | 19 | 88552.88 | 190606.63 | 215246.11 | 9.9472027 | 10.2801380 |
| 42 | 46484.21 | 52601.17 | 112944.12 | 9.6673054 | 9.7201690 | 18 | 88539.36 | 190471.93 | 215126.84 | 9.9471364 | 10.2798318 |
| 43 | 46509.96 | 52538.29 | 112961.37 | 9.6675459 | 9.7204759 | 17 | 88525.83 | 190337.38 | 215007.72 | 9.9470700 | 10.2795241 |
| 44 | 46535.71 | 52575.41 | 116978.64 | 9.6677863 | 9.7207827 | 16 | 88512.30 | 190202.99 | 214888.75 | 9.9470036 | 10.2792173 |
| 45 | 46561.46 | 52612.54 | 112995.93 | 9.6680265 | 9.7210893 | 15 | 88498.76 | 190058.74 | 214769.93 | 9.9469372 | 10.2789107 |
| 46 | 46587.19 | 52649.69 | 113013.23 | 9.6682665 | 9.7213958 | 14 | 88485.21 | 189934.64 | 214651.27 | 9.9468707 | 10.2786042 |
| 47 | 46612.93 | 52686.85 | 113030.55 | 9.6685064 | 9.7217022 | 13 | 88471.66 | 189800.68 | 214532.75 | 9.9458042 | 10.2782978 |
| 48 | 46638.66 | 52724.02 | 113047.88 | 9.6687461 | 9.7220085 | 12 | 88458.10 | 189666.88 | 214414.37 | 9.9467376 | 10.2779915 |
| 49 | 46664.39 | 52761.20 | 113065.22 | 9.6689856 | 9.7223147 | 11 | 88444.53 | 189533.22 | 214296.15 | 9.9466710 | 10.2776853 |
| 50 | 46690.12 | 52798.19 | 113082.58 | 9.6692250 | 9.7226207 | 10 | 88430.95 | 189399.71 | 314178.08 | 9.9466043 | 10.2773793 |
| 51 | 46715.84 | 52835.59 | 113099.96 | 9.6694642 | 9.7229266 | 9 | 88417.36 | 189266.34 | 214060.15 | 9.9465376 | 10.2770734 |
| 52 | 46741.56 | 52872.81 | 113117.35 | 9.6697032 | 9.7232324 | 8 | 88403.77 | 189133.13 | 213942.38 | 9.9464708 | 10.2767676 |
| 53 | 46767.27 | 52910.04 | 113134.75 | 9.6699420 | 9.7235381 | 7 | 88390.17 | 189000.06 | 213824.75 | 9.9464040 | 10.2764619 |
| 54 | 46792.98 | 52947.27 | 113152.17 | 9.6701807 | 9.7238436 | 6 | 88376.56 | 188867.13 | 213707.26 | 9.9463371 | 10.2761564 |
| 55 | 46818.69 | 52984.52 | 113169.61 | 9.6704192 | 9.7241490 | 5 | 88362.94 | 188734.36 | 213589.93 | 9.9462702 | 10.2758510 |
| 56 | 46844.39 | 53021.78 | 113187.06 | 9.6706576 | 9.7244543 | 4 | 88349.32 | 188601.72 | 213472.74 | 9.9462032 | 10.2755457 |
| 57 | 46870.09 | 53059.06 | 113204.52 | 9.6708958 | 9.7247595 | 3 | 88335.69 | 188469.24 | 213355.70 | 9.9461362 | 10.2752405 |
| 58 | 46895.71 | 53096.3 | 113222.0[illegible] | 9.6711338 | 9.7250646 | 2 | 88322.05 | 188336.90 | 213238.80 | 9.9460692 | 10.2749354 |
| 59 | 46921.47 | 53133.64 | 113239.5[illegible] | 9.6713716 | 9.7253695 | 1 | 88308.41 | 188204.70 | 214122.05 | 9.9460021 | 10.2746305 |
| 60 | 46947.16 | 53170.94 | 113257.01 | 9.6716093 | 9.7256744 | 0 | 98294.76 | 188972.65 | 213005.45 | 9.9459349 | 10.2743256 |

46947.16

# Grad. 28.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log Sin | Log.Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 46947.16 | 53170.9. | 113237.01 | 9.6716093 | 9.7256744 |
| 1 | 46972.84 | 53208.26 | [illegible] | 9.6718468 | 9.7259791 |
| 2 | 46998.52 | 53245.9 | 114292.07 | 9.6720841 | 9.7262837 |
| 3 | 47024.19 | 53282.93 | 113309.62 | 9.6723213 | 9.7265881 |
| 4 | 47049.86 | 53320.29 | 113327.19 | 9.6725583 | 9.7268925 |
| 5 | 47075.53 | 53357.65 | 113344.78 | 9.6727952 | 9.7271967 |
| 6 | 46101.19 | 53395.03 | 113362.38 | 9.6730319 | 9.7275008 |
| 7 | 47126.85 | 53432.42 | 113379.99 | 9.6732684 | 9.7278048 |
| 8 | 47152.50 | 53469.82 | 113397.62 | 9.6735047 | 9.7281087 |
| 9 | 47178.15 | 53507.23 | 113415.27 | 9.6737409 | 9.7284124 |
| 10 | 47203.80 | 53544.65 | 113432.93 | 9.6739769 | 9.7287161 |
| 11 | 47249.44 | 53582.08 | 113450.60 | 9.6742128 | 9.7290196 |
| 12 | 87255.08 | 53619.53 | 113468.29 | 9.6744485 | 9.7293230 |
| 13 | 47280.71 | 53656.99 | 113486.00 | 9.6746840 | 9.7296263 |
| 14 | 47306.34 | 53694.46 | 113503.72 | 9.6749194 | 9.7299295 |
| 15 | 47331.97 | 53731.94 | 113521.46 | 9.6751346 | 9.7302325 |
| 16 | 47357.59 | 53769.43 | 113539.21 | 9.6753896 | 9.7305354 |
| 17 | 47383.21 | 53806.94 | 113556.98 | 9.6756245 | 9.7308383 |
| 18 | 47408.82 | 53844.45 | 117574.76 | 9.6758592 | 9.7311410 |
| 19 | 47434.43 | 53881.98 | 113592.55 | 9.6760937 | 9.7314436 |
| 20 | 47460.04 | 53919.52 | 113610.36 | 9.6763281 | 9.7317463 |
| 21 | 47485.64 | 53957.07 | 813628.19 | 9.6765623 | 9.7320484 |
| 22 | 47511.24 | 53994.64 | 113646.03 | 9.6767963 | 9.7323506 |
| 23 | 47536.83 | 54032.21 | 113663.89 | 9.6770302 | 9.7326527 |
| 24 | 47562.42 | 54069.80 | 113681.76 | 9.6772640 | 9.7329547 |
| 25 | 43588.01 | 54107.40 | 113699.65 | 9.6774975 | 9.7332566 |
| 26 | 47613.59 | 54145.01 | 113717.55 | 9.6777309 | 9.7335584 |
| 27 | 47639.17 | 54182.63 | 113735.47 | 9.6779642 | 9.7338601 |
| 28 | 47664.74 | 54420.27 | 113753.40 | 9.6981972 | 9.7341616 |
| 29 | 47690.31 | 54257.91 | 113771.35 | 9.6784301 | 9.7344631 |
| 30 | 47715.88 | 54295.57 | 113789.32 | 9.6786629 | 9.7347644 |
| 31 | 47741.44 | 54333.24 | 113807.30 | 9.6788955 | 9.7350656 |
| 32 | 47767.00 | 54370.92 | 113825.29 | 9.6791279 | 9.7353667 |
| 33 | 47792.55 | 54408.62 | 113843.30 | 9.6793602 | 9.7356677 |
| 34 | 47818.10 | 54446.32 | 113861.33 | 9.6795923 | 9.7359685 |
| 35 | 47843.64 | 54484.04 | 113879.37 | 9.6798243 | 9.7362693 |
| 36 | 47869.18 | 54521.77 | 113897.43 | 9.6800560 | 9.7365699 |
| 37 | 47894.72 | 54559.51 | 113915.50 | 9.6802877 | 9.7368705 |
| 38 | 47920.26 | 34597.26 | 113933.59 | 9.6805191 | 9.7371709 |
| 39 | 44945.79 | 54635.03 | 113951.69 | 9.6807504 | 9.7374712 |
| 40 | 47971.31 | 54672.81 | 113969.81 | 9.6809816 | 9.7377714 |
| 41 | 47996.83 | 54710.60 | 113987.94 | 9.6812126 | 9.7380715 |
| 42 | 46022.35 | 54748.40 | 114006.09 | 9.6814434 | 9.7383714 |
| 43 | 48047.86 | 54786.21 | 114024.25 | 9.6816741 | 9.7386713 |
| 44 | 48073.37 | 54824.04 | 114042.43 | 9.6819046 | 9.7389710 |
| 45 | 43098.88 | 54861.88 | 114060.62 | 9.6821349 | 9.7392707 |
| 46 | 48124.38 | 54899.73 | 114078.83 | 9.6823651 | 9.7395702 |
| 47 | 48149.88 | 54937.59 | 114097.06 | 9.6825952 | 9.7398696 |
| 48 | 48175.37 | 54975.46 | 114115.30 | 9.6828250 | 9.7401689 |
| 49 | 48200.86 | 55013.35 | 114133.56 | 9.6830548 | 6.7404681 |
| 50 | 48226.34 | 55051.25 | 114151.83 | 9.6832843 | 9.7407672 |
| 51 | 48251.82 | 55089.16 | 114170.12 | 9.6835137 | 9.7410662 |
| 52 | 48277.30 | 55127.08 | 114188.42 | 9.6837430 | 9.7413650 |
| 53 | 48302.77 | 55165.02 | 114206.74 | 9.6839720 | 9.7416638 |
| 54 | 48328.24 | 55202.97 | 114225.07 | 9.6842010 | 9.7419624 |
| 55 | 48353.7 | 55240.92 | 114243.42 | 9.6844297 | 9.7422609 |
| 56 | 48379.16 | 55278.90 | 114261.79 | 9.68[illegible] | 9.7325594 |
| 57 | 48404.62 | 55316.8 | 114280.17 | 9.6848868 | 9.7628577 |
| 58 | 48430.07 | 55354.88 | 114298.57 | 9.6851151 | 9.7431559 |
| 59 | 48455.52 | 55392.86 | 114316.98 | 9.6853432 | 9.7434540 |
| 60 | 48480.96 | 55430.96 | 114335.4 | 9.6855712 | 9.7437520 |

# 61. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 88294.76 | 188072.65 | 213005.45 | 9.9459349 | 10.3743256 |
| 59 | 88281.10 | 187940.74 | 212888.69 | 9.9458677 | 10.3740209 |
| 58 | 88267.43 | 187808.98 | 212772.67 | 9.9458005 | 10.2737163 |
| 57 | 88253.75 | 187677.36 | 212656.51 | 9.9457332 | 10.2734119 |
| 56 | 88240.07 | 187545.88 | 212540.48 | 9.9456559 | 10.2731075 |
| 55 | 88226.38 | 187414.55 | 212424.60 | 9.9455985 | 10.2728033 |
| 54 | 88212.68 | 187283.36 | 212308.87 | 9.9455310 | 10.2724992 |
| 53 | 88198.98 | 187152.31 | 212193.28 | 9.9454636 | 10.2721952 |
| 52 | 88185.27 | 187021.41 | 212077.83 | 9.9453960 | 10.2718913 |
| 51 | 88171.55 | 186890.64 | 211962.53 | 9.9453285 | 10.2715876 |
| 50 | 88157.82 | 186760.03 | 211847.37 | 9.9452609 | 10.2712839 |
| 49 | 88144.09 | 186629.55 | 211732.35 | 9.9451932 | 10.2709804 |
| 48 | 88130.35 | 186499.21 | 211617.48 | 9.9451255 | 10.2706770 |
| 47 | 88116.60 | 186369.02 | 211502.74 | 9.9450577 | 10.2703737 |
| 46 | 88102.84 | 186238.96 | 211388.15 | 9.9449899 | 10.2700705 |
| 45 | 88089.07 | 186109.05 | 211273.71 | 9.9449220 | 10.2597675 |
| 44 | 88075.30 | 185979.28 | 211159.40 | 9.9448541 | 10.2694646 |
| 43 | 88061.52 | 185849.65 | 211045.23 | 9.9447862 | 10.2691617 |
| 42 | 88047.73 | 185720.15 | 210931.21 | 9.9447182 | 10.2688592 |
| 41 | 88033.94 | 185590.80 | 210817.33 | 9.9446501 | 10.2685164 |
| 40 | 88020.14 | 185461.59 | 210703.59 | 9.9445821 | 10.2682540 |
| 39 | 88006.33 | 185332.52 | 210589.98 | 9.9445139 | 10.2679516 |
| 38 | 87992.51 | 185203.58 | 210476.52 | 9.9444457 | 10.2676494 |
| 37 | 87978.69 | 185074.79 | 210363.20 | 9.9443775 | 10.2673473 |
| 36 | 87964.86 | 184946.13 | 210250.01 | 9.9443092 | 10.2670453 |
| 35 | 87951.02 | 184817.61 | 210136.98 | 9.9442409 | 10.2667434 |
| 34 | 87937.17 | 184689.23 | 210024.08 | 9.9441725 | 10.2664416 |
| 33 | 87923.32 | 184560.99 | 209911.31 | 9.9441041 | 10.2661399 |
| 32 | 87909.46 | 184432.89 | 209798.69 | 9.9440356 | 10.2658384 |
| 31 | 87895.59 | 184304.92 | 209686.20 | 9.9439671 | 10.2655369 |
| 30 | 87881.71 | 184177.09 | 209573.85 | 9.9438985 | 10.2652356 |
| 29 | 87867.83 | 184049.39 | 209461.64 | 9.9438299 | 10.2649344 |
| 28 | 87853.94 | 183921.84 | 209349.57 | 9.9437612 | 10.2646333 |
| 27 | 87840.04 | 183794.42 | 209237.64 | 9.9436925 | 10.2643323 |
| 26 | 87826.13 | 183667.13 | 209125.84 | 9.9436238 | 10.2640315 |
| 25 | 87812.22 | 183539.99 | 209014.18 | 9.9435549 | 10.2637307 |
| 24 | 87798.30 | 183412.97 | 208902.65 | 9.9434861 | 10.2634201 |
| 23 | 87784.37 | 183286.10 | 208791.27 | 9.9434172 | 10.2631295 |
| 22 | 87770.43 | 183159.36 | 208680.02 | 9.9433482 | 10.2628291 |
| 21 | 87756.49 | 183032.75 | 208568.90 | 9.9432792 | 10.2625288 |
| 20 | 87742.54 | 182906.28 | 108457.92 | 9.9432102 | 10.2622286 |
| 19 | 87728.58 | 182779.94 | 106347.08 | 9.9431411 | 10.2619285 |
| 18 | 87714.61 | 182653.74 | 208236.37 | 9.9430720 | 10.2616286 |
| 17 | 87700.64 | 182527.67 | 208125.80 | 9.9430028 | 10.2613287 |
| 16 | 87686.66 | 182401.73 | 208015.36 | 9.9429335 | 10.2610290 |
| 15 | 87672.67 | 182275.93 | 207905.06 | 9.9428643 | 10.2607293 |
| 14 | 87658.68 | 182150.26 | 207794.89 | 9.9427949 | 10.2604298 |
| 13 | 87644.68 | 182024.73 | 207684.86 | 9.9427255 | 10.2601304 |
| 12 | 87630.67 | 181899.32 | 207574.96 | 9.9426561 | 10.2598311 |
| 11 | 87616.65 | 181774.05 | 207465.19 | 9.9425866 | 10.2595316 |
| 10 | 87602.62 | 181648.92 | 207355.56 | 9.9425171 | 10.2592328 |
| 9 | 87588.59 | 181523.91 | 207246.06 | 9.9424476 | 10.2589338 |
| 8 | 87574.5 | 181399.04 | 207136.70 | 9.9423779 | 10.2586350 |
| 7 | 87560.51 | 181274.30 | 207027.46 | 9.9423083 | 10.2583362 |
| 6 | 87546.45 | 181149.69 | 206918.36 | 9.9422386 | 10.2580376 |
| 5 | 87532.39 | 181025.21 | 206809.40 | 9.9421688 | 10.2577391 |
| 4 | 87518.32 | 180900.86 | 206700.56 | 9.9420990 | 10.2574406 |
| 3 | 87504.24 | 180776.64 | 206591.86 | 9.9420291 | 10.2571423 |
| 2 | 87490.16 | 180652.56 | 206483.28 | 9.9419592 | 10.2568441 |
| 1 | 87476.07 | 180528.60 | 206374.84 | 9.9418893 | 10.2565460 |
| 0 | 87461.97 | 180404.78 | 206266.53 | 9.9418193 | 10.2562480 |

## Grad. 29.

| Minut. | Sinus | Tang | Secant. | Log. Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 48480.96 | 55430.90 | 114335.41 | 9.6855712 | 9.7437526 |
| 1 | 48506.40 | 55468.94 | 114353.85 | 9.6857991 | 9.7440499 |
| 2 | 48531.84 | 55506.98 | 114372.31 | 9.6860247 | 9.7443476 |
| 3 | 48557.27 | 55545.04 | 114390.76 | 9.6862542 | 9.7446453 |
| 4 | 48582.70 | 55583.11 | 114409.27 | 9.6864816 | 9.7449428 |
| 5 | 48608.12 | 55621.19 | 114427.78 | 9.6867088 | 9.7452403 |
| 6 | 48633.54 | 55659.29 | 114446.30 | 9.6869359 | 9.7455376 |
| 7 | 48658.95 | 55697.39 | 114464.84 | 9.6871628 | 9.7458349 |
| 8 | 48684.36 | 55735.51 | 114483.39 | 9.6873895 | 9.7461320 |
| 9 | 48709.77 | 55773.64 | 114501.96 | 9.6876161 | 9.7464290 |
| 10 | 48735.17 | 55811.79 | 114520.55 | 9.6878425 | 9.7467259 |
| 11 | 48760.57 | 55849.94 | 114539.15 | 9.6880688 | 9.6470227 |
| 12 | 48785.97 | 55888.11 | 114557.76 | 9.6882949 | 9.7473194 |
| 13 | 48811.36 | 55926.29 | 114575.39 | 9.6885209 | 9.7476160 |
| 14 | 48836.74 | 95964.48 | 114595.04 | 9.6887467 | 9.7479125 |
| 15 | 48862.12 | 56002.69 | 114613.70 | 9.6889723 | 9.7482089 |
| 16 | 48887.50 | 56040.91 | 114632.38 | 9.6891978 | 9.7485052 |
| 17 | 48912.87 | 56079.14 | 114651.08 | 9.6894232 | 9.7488013 |
| 18 | 48938.24 | 56117.38 | 114669.79 | 9.6896484 | 9.7490974 |
| 19 | 48963.61 | 56155.64 | 114688.52 | 9.6898734 | 9.7493934 |
| 20 | 48988.97 | 56193.91 | 114707.26 | 9.3900983 | 9.7496892 |
| 21 | 49014.33 | 55232.19 | 114726.02 | 9.6903231 | 9.7499850 |
| 22 | 49039.68 | 56270.48 | 114744.79 | 9.6905476 | 9.7502806 |
| 23 | 49065.03 | 56308.79 | 114763.58 | 9.6907721 | 9.7505762 |
| 24 | 49090.37 | 56347.10 | 114782.39 | 9.6909964 | 9.7508716 |
| 25 | 49115.71 | 56385.43 | 114801.21 | 9.6912205 | 9.7511669 |
| 26 | 49141.05 | 56423.78 | 114820.05 | 9.6914445 | 9.7514622 |
| 27 | 49166.38 | 56462.13 | 114838.90 | 9.6916683 | 9.7517573 |
| 28 | 49191.71 | 56500.50 | 114857.77 | 9.6918919 | 9.7520523 |
| 29 | 49217.04 | 56538.88 | 114876.65 | 9.6921155 | 9.7523472 |
| 30 | 49242.36 | 56577.28 | 114895.55 | 9.6923388 | 9.7526420 |
| 31 | 49267.67 | 56615.68 | 114914.47 | 9.6925620 | 9.7529368 |
| 32 | 49292.98 | 56654.10 | 114933.40 | 9.6927851 | 9.7532314 |
| 33 | 49318.29 | 56692.53 | 114952.35 | 9.6930080 | 9.7535259 |
| 34 | 49343.59 | 56730.98 | 114971.32 | 9.6932308 | 9.7538203 |
| 35 | 49368.89 | 56769.44 | 114990.30 | 9.6934534 | 9.7541146 |
| 36 | 49394.19 | 56807.91 | 115009.30 | 9.6936758 | 9.7544088 |
| 37 | 49419.48 | 56846.39 | 115028.31 | 9.6938981 | 9.7547029 |
| 38 | 49444.77 | 56884.88 | 115047.34 | 9.6941203 | 9.7349969 |
| 39 | 49470.05 | 56923.29 | 115066.38 | 9.6943423 | 9.7552908 |
| 40 | 49495.33 | 56961.91 | 115085.44 | 9.6945642 | 9.7555846 |
| 41 | 49520.60 | 57000.45 | 115104.52 | 9.6947859 | 9.7558783 |
| 42 | 49545.87 | 57038.99 | 115123.61 | 9.6950074 | 9.7561718 |
| 43 | 49571.13 | 57077.55 | 115142.72 | 9.6952288 | 9.3564653 |
| 44 | 49596.39 | 57116.12 | 115161.85 | 9.6954501 | 9.7567587 |
| 45 | 49621.65 | 57154.71 | 115180.99 | 9.6956712 | 9.7570520 |
| 46 | 49646.90 | 57193.31 | 115200.15 | 9.6958922 | 9.7573452 |
| 47 | 49672.15 | 57231.92 | 115219.32 | 9.6961130 | 9.7576383 |
| 48 | 49697.40 | 57270.54 | 115238.51 | 9.6963336 | 9.7579313 |
| 49 | 49722.64 | 57309.18 | 115257.72 | 9.6965541 | 9.7582242 |
| 50 | 49747.87 | 57347.83 | 115276.94 | 9.6967745 | 9.7585170 |
| 51 | 49773.10 | 17386.49 | 115296.18 | 9.6969947 | 9.7588096 |
| 52 | 49798.33 | 57425.16 | 115315.43 | 9.6972148 | 9.7591022 |
| 53 | 49823.55 | 57463.85 | 115334.70 | 9.6974347 | 9.7593947 |
| 54 | 49848.77 | 57502.55 | 115353.99 | 9.2976545 | 9.7596871 |
| 55 | 49873.99 | 57541.26 | 115373.29 | 9.6978741 | 9.7599794 |
| 56 | 49899.20 | 57579.99 | 115392.61 | 9.6980936 | 9.7602716 |
| 57 | 49924.41 | 57618.73 | 115411.95 | 9.6983129 | 9.7605637 |
| 58 | 49949.61 | 57657.45 | 115431.30 | 9.6985321 | 9.7608557 |
| 59 | 49974.81 | 57696.25 | 115450.67 | 9.6987511 | 9.7611476 |
| 60 | 50000.00 | 57735.03 | 115470.05 | 9.6989700 | 9.7614394 |

## 60. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang | Secant | Log. Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 87461.97 | 180404.78 | 206266.53 | 9.9418593 | 10.2562480 |
| 59 | 87447.86 | 180281.08 | 206158.36 | 9.9417492 | 10.2559501 |
| 58 | 87433.75 | 180157.51 | 206050.41 | 9.9416791 | 10.2556524 |
| 57 | 87419.63 | 180034.08 | 205942.39 | 9.9416090 | 10.2553547 |
| 56 | 87405.50 | 179910.77 | 205834.60 | 9.9415388 | 10.2550572 |
| 55 | 87391.36 | 179787.59 | 205726.95 | 9.9414685 | 10.2547597 |
| 54 | 87377.22 | 179664.54 | 205619.42 | 9.9413982 | 10.2544624 |
| 53 | 87363.07 | 179541.62 | 205512.03 | 9.9413279 | 10.2541651 |
| 52 | 87348.91 | 179418.83 | 205404.76 | 9.9412575 | 10.2538680 |
| 51 | 87334.75 | 179296.16 | 205297.62 | 9.9411871 | 10.2535710 |
| 50 | 87320.56 | 179173.62 | 205190.61 | 9.9411166 | 10.2532741 |
| 49 | 87306.40 | 179051.21 | 205083.73 | 9.9410461 | 10.2929773 |
| 48 | 87292.21 | 178924.95 | 204976.98 | 9.9409755 | 10.2526806 |
| 47 | 87278.01 | 178806.78 | 204870.36 | 9.9409048 | 10.2523840 |
| 46 | 87263.81 | 178684.75 | 204763.86 | 9.9408342 | 10.2520875 |
| 45 | 87249.60 | 178562.85 | 204657.50 | 9.9407634 | 10.2517911 |
| 44 | 87235.38 | 178441.07 | 204551.26 | 9.9406927 | 10.2514948 |
| 43 | 87221.16 | 178319.43 | 204445.15 | 9.9406219 | 10.2511987 |
| 42 | 87206.93 | 178197.90 | 204339.16 | 9.9405510 | 10.2509026 |
| 41 | 87192.69 | 178076.51 | 204233.30 | 9.9404801 | 10.2506066 |
| 40 | 87178.44 | 177955.24 | 204127.57 | 9.9404091 | 10.2503108 |
| 39 | 87164.19 | 177834.09 | 204021.97 | 9.9403381 | 10.2500150 |
| 38 | 87149.93 | 177713.07 | 203916.49 | 9.9402670 | 10.2497194 |
| 37 | 87135.66 | 177592.18 | 203811.14 | 9.9401959 | 10.2494238 |
| 36 | 87121.38 | 177471.41 | 203705.92 | 9.9401248 | 10.2491284 |
| 35 | 87107.14 | 177350.76 | 203600.82 | 9.9400535 | 10.2488331 |
| 34 | 87092.81 | 177230.24 | 203495.85 | 9.9399823 | 10.2485378 |
| 33 | 87078.51 | 177109.85 | 203391.00 | 9.9399110 | 10.2482427 |
| 32 | 87064.20 | 176989.58 | 203286.27 | 9.9398395 | 10.2479477 |
| 31 | 87049.89 | 176869.43 | 203181.68 | 9.9397682 | 10.2476528 |
| 30 | 87035.57 | 176749.40 | 203077.20 | 9.9396968 | 10.2473580 |
| 29 | 87021.24 | 176629.56 | 202972.86 | 9.9396253 | 10.2470632 |
| 28 | 87006.90 | 176509.72 | 102868.63 | 9.9395537 | 10.2467686 |
| 27 | 86992.56 | 176390.07 | 202764.53 | 9.9394821 | 10.2424741 |
| 26 | 86978.21 | 176270.53 | 202660.56 | 9.9394105 | 10.2461797 |
| 25 | 86963.85 | 176151.12 | 202556.70 | 9.9393378 | 10.2458854 |
| 24 | 86949.49 | 176031.83 | 202452.97 | 9.9392671 | 10.2455912 |
| 23 | 86935.12 | 175912.67 | 202349.37 | 9.9391953 | 10.2452971 |
| 22 | 86920.74 | 175793.62 | 202245.89 | 9.9391234 | 10.2450031 |
| 21 | 86906.35 | 175674.70 | 202142.53 | 9.9390515 | 10.2447092 |
| 20 | 86891.96 | 175555.90 | 202039.29 | 9.9389796 | 10.2444154 |
| 19 | 86877.56 | 175437.22 | 201936.17 | 9.9389076 | 10.2441217 |
| 18 | 86863.15 | 175318.66 | 201833.18 | 9.9388356 | 10.2438282 |
| 17 | 86848.73 | 175200.23 | 201730.31 | 9.9387635 | 10.2435347 |
| 16 | 86834.31 | 175081.91 | 201627.56 | 9.9386914 | 10.2439413 |
| 15 | 86819.88 | 174963.71 | 201524.94 | 9.9386192 | 10.2419480 |
| 14 | 86805.44 | 174845.64 | 201422.43 | 9.9385470 | 10.2426548 |
| 13 | 86791.00 | 174727.68 | 201320.05 | 9.9384747 | 10.2423617 |
| 12 | 86776.55 | 174609.84 | 201217.79 | 9.9384024 | 10.2410687 |
| 11 | 86762.09 | 174492.13 | 201115.64 | 9.9383300 | 10.2417758 |
| 10 | 86747.62 | 174374.53 | 201013.62 | 9.9382576 | 10.2414830 |
| 9 | 86733.14 | 174257.05 | 200911.72 | 9.9381851 | 10.24[illegible]904 |
| 8 | 86718.66 | 174139.69 | 200809.94 | 9.9381126 | 10.2408978 |
| 7 | 86704.17 | 174022.45 | 200708.28 | 9.9380400 | 10.2406053 |
| 6 | 86689.67 | 173905.33 | 200606.74 | 9.9379674 | 10.2403189 |
| 5 | 86675.17 | 173788.33 | 200505.32 | 9.9378947 | 10.2400206 |
| 4 | 86660.66 | 173671.44 | 200404.01 | 9.9378220 | 10.2397284 |
| 3 | 86646.14 | 173554.68 | 200302.83 | 9.9377492 | 10.2394363 |
| 2 | 86631.61 | 173438.03 | 200201.77 | 9.9376764 | 10.2391443 |
| 1 | 86617.08 | 173321.49 | 200100.33 | 9.9376035 | 10.2388524 |
| 0 | 86602.54 | 173205.08 | 200000.00 | 9.9375306 | 10.2385606 |

# Grad. 30. — 59. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tan. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 50000.00 | 57735.0[illegible] | 115470.05 | 9.6989700 | 9.7614394 | 60 | 86602.54 | 173205.08 | 200000.00 | 9.9375306 | 10.2385606 |
| 1 | 50025.19 | 57773.82 | 115489.47 | 9.6991887 | 9.7617311 | 59 | 86587.99 | 173088.78 | 199899.29 | 9.9374577 | 10.2382689 |
| 2 | 50050.38 | 57812.62 | 115508.87 | 9.6994073 | 9.7620224 | 58 | 86573.43 | 172972.60 | 199798.70 | 9.9373847 | 10.2379773 |
| 3 | 50075.56 | 57851.44 | 115528.30 | 9.6996258 | 9.7623142 | 57 | 86558.87 | 172856.54 | 199698.23 | 9.9373116 | 10.2376858 |
| 4 | 50100.74 | 57890.27 | 115547.75 | 9.6998441 | 9.7620056 | 56 | 86544.30 | 172740.60 | 199597.88 | 9.9372385 | 19.2373944 |
| 5 | 50125.91 | 57929.11 | 115567.22 | 9.7000622 | 9.7628969 | 55 | 86529.72 | 172624.77 | 199497.64 | 9.9371653 | 10.2371031 |
| 6 | 50151.08 | 57967.97 | 115586.70 | 9.7002802 | 9.7631881 | 54 | 86515.14 | 172509.05 | 199397.53 | 9.9370921 | 10.2368119 |
| 7 | 50176.24 | 58006.84 | 115606.20 | 9.7004981 | 9.7634792 | 53 | 86500.55 | 172393.45 | 199297.52 | 9.9370189 | 10.2365208 |
| 8 | 50201.40 | 58045.73 | 115625.72 | 9.7007158 | 9.7637702 | 52 | 86485.95 | 172277.97 | 199197.64 | 9.9369456 | 10.2362298 |
| 9 | 50226.55 | 58084.62 | 115645.25 | 9.7009334 | 9.7640612 | 51 | 86471.34 | 172162.61 | 199797.87 | 9.9368722 | 10.2359388 |
| 10 | 50251.70 | 58123.53 | 115664.80 | 9.7011508 | 9.7643520 | 50 | 86456.73 | 172047.36 | 198998.22 | 9.9367988 | 10.2356480 |
| 11 | 50276.85 | 58162.45 | 115684.36 | 9.7013681 | 9.7646427 | 49 | 86442.11 | 171932.22 | 198898.69 | 9.9367254 | 10.2353573 |
| 12 | 50301.99 | 58201.39 | 115703.94 | 9.7015852 | 9.7649334 | 48 | 86427.48 | 171817.20 | 198799.27 | 9.9366519 | 10.2350666 |
| 13 | 50327.13 | 58246.34 | 115723.54 | 9.7018022 | 9.7652239 | 47 | 86412.84 | 171702.30 | 198699.97 | 9.9365783 | 10.2347761 |
| 14 | 50352.27 | 58279.30 | 115743.15 | 9.7020190 | 9.7655143 | 46 | 86398.20 | 171587.51 | 198600.80 | 9.9365027 | 10.2344857 |
| 15 | 50377.40 | 58318.28 | 115762.78 | 9.7022357 | 9.7658047 | 45 | 86383.55 | 171472.83 | 198501.72 | 9.9364311 | 10.2341953 |
| 16 | 50401.53 | 58357.27 | 115782.43 | 9.7024523 | 9.7660949 | 44 | 86368.89 | 171358.27 | 198402.76 | 9.9363574 | 10.2339051 |
| 17 | 50427.65 | 58396.27 | 115802.09 | 9.7026687 | 9.7663851 | 43 | 86354.23 | 171243.82 | 198303.93 | 9.9362836 | 10.2336149 |
| 18 | 50452.77 | 58435.28 | 115821.77 | 9.7018849 | 9.7666751 | 42 | 86339.56 | 171129.49 | 198205.20 | 9.9362098 | 10.2333249 |
| 19 | 50477.88 | 58474.31 | 115841.47 | 9.7031011 | 9.7669651 | 41 | 86324.88 | 171015.27 | 198106.59 | 9.9361360 | 10.2330349 |
| 20 | 50502.99 | 58513.35 | 115861.18 | 9.7033170 | 9.7672550 | 40 | 86310.19 | 170901.16 | 198008.10 | 9.9360621 | 10.2327450 |
| 21 | 50528.09 | 58552.41 | 115880.91 | 9.7035329 | 9.7675448 | 39 | 86295.49 | 170787.17 | 198909.72 | 9.9359881 | 10.2324552 |
| 22 | 50553.19 | 58591.48 | 115900.65 | 9.7037486 | 9.7678344 | 38 | 86280.75 | 170673.29 | 197811.46 | 9.9359141 | 10.2321656 |
| 23 | 50578.28 | 58630.56 | 115920.41 | 9.7039641 | 9.7681240 | 37 | 86266.08 | 170559.53 | 197713.31 | 9.9358401 | 10.2318760 |
| 24 | 50603.37 | 58669.65 | 115940.19 | 9.7041795 | 9.7684135 | 36 | 86251.36 | 170445.87 | 197615.27 | 9.9357660 | 10.2315865 |
| 25 | 50628.46 | 58708.76 | 115959.99 | 9.7043947 | 9.7687029 | 35 | 86236.64 | 170332.33 | 197517.35 | 9.9356918 | 10.2312971 |
| 26 | 50653.55 | 58747.88 | 115979.80 | 9.7046099 | 9.7689922 | 34 | 86221.91 | 170218.90 | 197419.54 | 9.9356177 | 10.2310078 |
| 27 | 50678.63 | 58787.02 | 115999.63 | 9.7648248 | 9.7692814 | 33 | 86207.17 | 170105.59 | 197321.85 | 9.9355434 | 10.2307186 |
| 28 | 50703.70 | 58826.17 | 116019.47 | 9.7050397 | 9.7695705 | 32 | 86192.43 | 169992.38 | 197224.26 | 9.9354691 | 10.2304295 |
| 29 | 50728.77 | 58865.33 | 116039.33 | 9.7052543 | 9.7698596 | 31 | 86177.68 | 169879.29 | 197126.80 | 9.9353948 | 10.2301404 |
| 30 | 50753.84 | 58904.50 | 116059.21 | 9.7054689 | 9.7701485 | 30 | 86162.92 | 169766.31 | 197029.44 | 9.9353204 | 10.2298515 |
| 31 | 50778.90 | 58943.69 | 116079.11 | 9.7056833 | 9.7704373 | 29 | 86148.15 | 169653.44 | 196932.20 | 9.9352459 | 10.2295627 |
| 32 | 50803.95 | 58982.89 | 116099.02 | 9.7058975 | 9.7707261 | 28 | 86133.37 | 169540.69 | 196835.07 | 9.9351715 | 10.2292739 |
| 33 | 50829.01 | 59022.11 | 116118.95 | 9.7061116 | 9.7710147 | 27 | 86118.59 | 169428.04 | 196738.05 | 9.9350969 | 10.2289853 |
| 34 | 50854.06 | 59061.34 | 116138.89 | 9.7063256 | 9.7713033 | 26 | 86103.80 | 169315.50 | 196641.14 | 9.9350223 | 10.2286967 |
| 35 | 50879.10 | 59100.58 | 116158.85 | 9.7065394 | 9.7715917 | 25 | 86089.00 | 169203.08 | 196544.34 | 9.9349477 | 10.2284083 |
| 36 | 50904.14 | 59139.83 | 116178.83 | 9.7067531 | 9.7718801 | 24 | 86074.20 | 169090.77 | 196447.67 | 9.9348730 | 10.2281199 |
| 37 | 50929.18 | 59179.10 | 116198.82 | 9.7069667 | 9.7721684 | 23 | 86059.39 | 168978.56 | 196351.10 | 9.9347983 | 10.2278316 |
| 38 | 50954.21 | 59218.39 | 116218.83 | 9.7071801 | 9.7724566 | 22 | 86044.57 | 168866.47 | 196254.64 | 9.9347235 | 10.2275434 |
| 39 | 50979.24 | 59257.68 | 116238.86 | 9.7073933 | 9.7727447 | 21 | 86029.74 | 168754.49 | 196158.29 | 9.9346486 | 10.2272553 |
| 40 | 51004.26 | 59296.99 | 116258.91 | 9.7076064 | 9.7730327 | 20 | 86014.91 | 168642.61 | 196062.06 | 9.9345738 | 10.2269673 |
| 41 | 51029.28 | 59336.32 | 116278.97 | 9.7078194 | 9.7733206 | 19 | 86000.07 | 168530.85 | 195965.93 | 9.9344988 | 10.2266794 |
| 42 | 51054.29 | 59375.66 | 116299.05 | 9.7080323 | 9.7736084 | 18 | 85985.22 | 168419.19 | 195869.92 | 9.9344238 | 10.2263916 |
| 43 | 51079.30 | 59415.01 | 116319.14 | 9.7082450 | 9.7738961 | 17 | 85970.37 | 168307.65 | 195774.01 | 9.9343488 | 10.2261039 |
| 44 | 51104.31 | 59454.37 | 116339.25 | 9.7084575 | 9.7741838 | 16 | 85955.51 | 168196.21 | 195678.21 | 9.9342737 | 10.2258162 |
| 45 | 51129.31 | 59493.75 | 116359.38 | 9.7086699 | 9.7744713 | 15 | 85940.64 | 168084.89 | 195582.54 | 9.9341986 | 10.2255287 |
| 46 | 51154.31 | 59533.14 | 116379.53 | 9.7088822 | 9.7747588 | 14 | 85925.76 | 167973.67 | 195486.97 | 9.9341234 | 10.2252412 |
| 47 | 51179.30 | 59572.54 | 116399.59 | 9.7090943 | 9.7750462 | 13 | 85910.88 | 167862.56 | 195391.50 | 9.9340482 | 10.2249538 |
| 48 | 51204.29 | 59611.96 | 116419.87 | 9.7093063 | 9.7753334 | 12 | 85895.99 | 167751.59 | 195296.15 | 9.9339729 | 10.2246666 |
| 49 | 51229.27 | 59651.40 | 116440.07 | 9.7095182 | 9.7756206 | 11 | 85881.09 | 167640.67 | 195200.91 | 9.9338976 | 10.2243794 |
| 50 | 51254.25 | 59690.84 | 116460.28 | 9.7097299 | 9.7759077 | 10 | 85866.18 | 167529.88 | 195105.77 | 9.9338222 | 10.2240923 |
| 51 | 51279.22 | 59730.30 | 116480.51 | 9.7099415 | 9.7761947 | 9 | 85851.27 | 167419.21 | 195010.79 | 9.9337467 | 10.2238053 |
| 52 | 51304.19 | 59769.78 | 116500.76 | 9.7101529 | 9.7764816 | 8 | 85836.35 | 167308.64 | 194915.83 | 9.9336713 | 10.2235184 |
| 53 | 51329.16 | 59809.27 | 116521.01 | 9.7103642 | 9.7767685 | 7 | 85821.42 | 167198.18 | 194821.02 | 9.9335957 | 10.2232315 |
| 54 | 51354.12 | 59848.77 | 116541.30 | 9.7105753 | 9.7770552 | 6 | 85806.49 | 167087.82 | 194726.32 | 9.9335201 | 10.2229448 |
| 55 | 51379.08 | 59888.28 | 116561.60 | 9.7107863 | 9.7773418 | 5 | 85791.55 | 166977.58 | 194631.74 | 9.9334445 | 10.2226582 |
| 56 | 51404.04 | 59927.81 | 116581.91 | 9.7109932 | 9.7776284 | 4 | 85776.60 | 166867.44 | 194537.25 | 9.9333688 | 10.2223716 |
| 57 | 51428.99 | 59967.35 | 116602.24 | 9.7112080 | 9.7779149 | 3 | 85761.64 | 166757.41 | 194442.88 | 9.9332931 | 10.2220851 |
| 58 | 51453.93 | 60006.91 | 116622.59 | 9.7114186 | 9.7782012 | 2 | 85746.68 | 166647.48 | 194348.61 | 9.9332173 | 10.2217988 |
| 59 | 41478.87 | 60046.48 | 116642.96 | 9.7116290 | 9.7784875 | 1 | 85731.71 | 166537.66 | 194254.45 | 9.9331415 | 10.2215125 |
| 60 | 51503.81 | 60082.06 | 116663.34 | 9.7118393 | 9.7787737 | 0 | 85716.73 | 166427.95 | 194160.40 | 9.9330656 | 10.6212263 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant | Log. Sin | Log. Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 51503.81 | 60086.06 | 116663.34 | 9.7118393 | 9.7787737 | 60 | 85716.73 | 166427.95 | 194160.40 | 9.9330656 | 10.2112263 |
| 1 | 51528.74 | 60125.66 | 116683.74 | 9.7120495 | 9.77905·9 | 59 | 85701.74 | 166318.34 | 194066.46 | 9.932989 | 10.2209401 |
| 2 | 51553.67 | 60165.27 | 116704.16 | 9.7122596 | 9.7793459 | 58 | 85686.75 | 166208.84 | 193972.62 | 9.9329137 | 10.2206541 |
| 3 | 51578.59 | 60204.90 | 116724.59 | 9.7124795 | 9.7796318 | 57 | 85671.75 | 166099.45 | 193878.89 | 9.9328376 | 10.2203682 |
| 4 | 51603.51 | 60244.54 | 116745.04 | 9.7126752 | 9.7799177 | 56 | 85656.74 | 165990.16 | 193785.27 | 9.9327616 | 10.2200823 |
| 5 | 51628.42 | 60284.19 | 116765.51 | 9.7128889 | 5.7802034 | 55 | 85641.73 | 165880.97 | 193691.76 | 9.9326854 | 10.2197966 |
| 6 | 51653.33 | 60323.86 | 116785.99 | 9.7130983 | 9.7804891 | 54 | 85626.71 | 165771.89 | 113598.35 | 9.9326092 | 10.2195109 |
| 7 | 51678.24 | 60363.54 | 116806.49 | 9.7133077 | 9.7807747 | 53 | 85611.68 | 165662.92 | 193505.05 | 9.9325330 | 10.2192253 |
| 8 | 51703.14 | 60403.23 | 116827.01 | 9.7135169 | 9.7810602 | 52 | 85596.64 | 165554.05 | 193411.85 | 9.9324567 | 10.2189398 |
| 9 | 51728.04 | 60442.94 | 116847.55 | 9.7137269 | 9.7813456 | 51 | 85581.60 | 165445.29 | 193328.76 | 9.9323804 | 10.2186544 |
| 10 | 51752.93 | 60482.66 | 116868.10 | 9.7139349 | 9.7816309 | 50 | 85566.55 | 165336.63 | 193225.78 | 9.9323040 | 10.2183691 |
| 11 | 51777.82 | 60522.40 | 116888.67 | 9.7141437 | 9.7819161 | 49 | 85551.49 | 165228.08 | 193132.90 | 9.9322276 | 10.2180838 |
| 12 | 51802.70 | 60562.15 | 116909.26 | 9.7143524 | 9.7822013 | 48 | 85536.42 | 165119.63 | 193040.13 | 9.9321511 | 10.2177987 |
| 13 | 51827.58 | 60601.92 | 116929.86 | 9.7145609 | 9.7824864 | 47 | 85521.35 | 165011.28 | 192947.46 | 9.9320746 | 10.2175136 |
| 14 | 51852.46 | 60641.70 | 116950.48 | 9.7147693 | 9.7827713 | 46 | 85506.27 | 164903.04 | 192854.90 | 9.9319980 | 10.2172287 |
| 15 | 51877.33 | 60681.49 | 116971.12 | 9.7149776 | 9.7430562 | 45 | 85491.18 | 164794.90 | 192762.44 | 9.9319213 | 10.2169438 |
| 16 | 51902.19 | 60721.30 | 116991.78 | 9.7151857 | 9.7833410 | 44 | 85476.09 | 164686.86 | 192670.09 | 9.9318447 | 10.2166590 |
| 17 | 51927.05 | 60761.12 | 117012.45 | 9.7153937 | 9.7836258 | 43 | 85460.99 | 164578.93 | 192577.84 | 9.9317679 | 10.2163742 |
| 18 | 51951.91 | 60800.95 | 117033.14 | 9.7156015 | 9.7839104 | 42 | 85445.88 | 164471.11 | 192485.70 | 9.9316911 | 10.2160896 |
| 19 | 51976.76 | 60840.80 | 117053.85 | 9.7158092 | 9.7841949 | 41 | 85430.76 | 164363.38 | 192393.66 | 9.9316143 | 10.2158051 |
| 20 | 52001.61 | 60880.67 | 117074.57 | 9.7160168 | 9.7844794 | 40 | 85415.64 | 164255.76 | 192301.73 | 9.9315374 | 10.2155206 |
| 21 | 52026.45 | 60920.54 | 117095.31 | 9.7162243 | 9.7847638 | 39 | 85400.51 | 164148.24 | 192209.90 | 9.9314605 | 10.2152362 |
| 22 | 52051.30 | 60960.43 | 117116.07 | 9.7164316 | 9.7850481 | 38 | 85385.37 | 164040.82 | 192118.17 | 9.9313835 | 10.2149519 |
| 23 | 52076.13 | 61000.34 | 117136.85 | 9.7166387 | 9.7853323 | 37 | 85370.23 | 163933.51 | 192026.55 | 9.9313065 | 10.2146677 |
| 24 | 52100.06 | 61040.20 | 217157.64 | 9.7168458 | 9.7856164 | 36 | 85355.08 | 163826.30 | 191935.03 | 9.9312254 | 10.2143836 |
| 25 | 52125.79 | 61080.19 | 117178.45 | 9.7170526 | 9.7859004 | 35 | 85339.92 | 163719.19 | 191843.62 | 9.9311522 | 10.2140996 |
| 26 | 52150.61 | 61120.14 | 117199.28 | 9.7172594 | 9.7861844 | 34 | 85324.75 | 163612.18 | 191752.30 | 9.9310750 | 10.2138156 |
| 27 | 52175.43 | 61160.11 | 117225.13 | 9.7174660 | 9.7864682 | 33 | 85309.58 | 163505.28 | 191661.09 | 9.9309978 | 10.2135318 |
| 28 | 52200.24 | 61200.08 | 117240.99 | 9.7176725 | 9.7867520 | 32 | 85294.40 | 163398.47 | 191569.99 | 9.9309205 | 10.2132480 |
| 29 | 52225.05 | 61240.07 | 117261.87 | 9.7178789 | 9.7870357 | 31 | 85279.21 | 163291.77 | 191478.99 | 9.9308432 | 10.2129643 |
| 30 | 52249.86 | 61280.08 | 117282.77 | 9.7180851 | 9.7873193 | 30 | 85264.02 | 163185.17 | 191388.09 | 9.9307658 | 10.2126807 |
| 31 | 52274.66 | 61320.10 | 117303.69 | 9.7182912 | 9.7876028 | 29 | 85248.81 | 163078.67 | 191297.29 | 9.9306883 | 10.2113972 |
| 32 | 52299.45 | 61360.13 | 117324.62 | 9.8184971 | 9.7878863 | 28 | 85233.60 | 162972.27 | 191206.59 | 9.9306109 | 10.2121137 |
| 33 | 52324.24 | 61400.18 | 117345.57 | 9.7187030 | 9.7881696 | 27 | 85218.38 | 162865.97 | 191116.00 | 9.9305333 | 10.2118304 |
| 34 | 52349.03 | 61440.24 | 117366.54 | 9.7189086 | 9.7884529 | 26 | 85203.16 | 162759.77 | 191025.51 | 9.9304557 | 10.2115471 |
| 35 | 52373.81 | 61480.32 | 117387.52 | 9.7191142 | 9.7887361 | 25 | 85187.93 | 162653.68 | 190935.12 | 9.9303781 | 10.2112639 |
| 36 | 52398.59 | 61520.41 | 117408.52 | 9.7193196 | 9.7890192 | 24 | 85172.69 | 162547.68 | 190844.83 | 9.9303004 | 10.2109808 |
| 37 | 52423.36 | 61560.52 | 117429.54 | 9.7195249 | 9.7893023 | 23 | 85157.44 | 162441.78 | 190754.64 | 9.9302226 | 10.2106977 |
| 38 | 52448.13 | 61600.64 | 117450.58 | 9.7197300 | 9.7895852 | 22 | 85142.19 | 162335.99 | 190664.56 | 9.9301448 | 10.2104148 |
| 39 | 52472.90 | 61640.77 | 217471.64 | 9.7199350 | 9.7898681 | 21 | 85126.93 | 162230.29 | 190574.55 | 9.9300670 | 10.2101319 |
| 40 | 52497.66 | 61680.92 | 117492.71 | 9.7201399 | 9.7901508 | 20 | 85111.66 | 162124.69 | 190484.69 | 9.9299891 | 10.1098493 |
| 41 | 52522.41 | 61721.08 | 117513.80 | 9.7203447 | 9.7904335 | 19 | 85096.39 | 162019.20 | 193394.91 | 9.9299112 | 10.2095665 |
| 42 | 52547.16 | 61761.26 | 117534.91 | 9.7205493 | 9.7907161 | 18 | 85081.11 | 161913.80 | 190305.22 | 9.9298332 | 10.2092839 |
| 43 | 52572.91 | 61801.45 | 117556.03 | 9.7207538 | 9.7909987 | 17 | 85065.82 | 161808.50 | 190215.64 | 9.9297551 | 10.2090013 |
| 44 | 52596.65 | 61841.66 | 117577.13 | 9.7209581 | 9.7912811 | 16 | 85050.52 | 161703.30 | 190126.16 | 9.9296770 | 10.2087189 |
| 45 | 5262139 | 61881.88 | 117598.33 | 9.7211623 | 9.7915635 | 15 | 85035.22 | 161598.20 | 190036.78 | 9.9295989 | 10.2084365 |
| 46 | 52646.12 | 61922.11 | 117619.51 | 9.7213664 | 9.7918458 | 14 | 85019.91 | 161493.20 | 189947.50 | 9.9295207 | 10.2081542 |
| 47 | 52670.81 | 61962.36 | 117640.70 | 9.7215704 | 9.7921280 | 13 | 85004.59 | 161388.29 | 189858.32 | 9.9294424 | 10.2078720 |
| 48 | 52695.58 | 62003.63 | 117661.91 | 9.7217742 | 9.7924101 | 12 | 84989.27 | 161283.49 | 189769.24 | 9.9293641 | 10.2075899 |
| 49 | 52720.30 | 62042.91 | 117683.14 | 9.7219779 | 9.7926921 | 11 | 84973.94 | 161178.78 | 189680.26 | 9.9192857 | 10.2073079 |
| 50 | 52745.02 | 62083.20 | 117704.39 | 9.7221814 | 9.7929741 | 10 | 84958.60 | 161074.17 | 189591.38 | 9.9292073 | 10.2070259 |
| 51 | 52769.73 | 62123.51 | 117725.66 | 9.7223848 | 9.7932560 | 9 | 84943.25 | 160969.36 | 189502.59 | 9.9291289 | 00.2067440 |
| 52 | 52794.44 | 62263.83 | 117746.94 | 9.7225881 | 9.7935378 | 8 | 84927.90 | 160865.25 | 189413.91 | 9.9290504 | 10.2064622 |
| 53 | 52819.14 | 62204.17 | 117768.24 | 9.7227913 | 9.7938195 | 7 | 84912.54 | 160760.94 | 189325.32 | 9.9289718 | 10.2061805 |
| 54 | 52843.84 | 62244.52 | 117789.56 | 9.7229943 | 9.7941011 | 6 | 84897.17 | 160656.72 | 189236.84 | 9.9288932 | 10.2058989 |
| 55 | 52868.53 | 62284.88 | 117810.90 | 9.7231972 | 9.7943827 | 5 | 84881.79 | 160552.60 | 189148.45 | 9.9288145 | 10.2056173 |
| 56 | 52893.22 | 62325.26 | 117832.25 | 9.3234000 | 9.7946641 | 4 | 84866.41 | 160448.58 | 289060.16 | 9.9287358 | 10.2853359 |
| 57 | 52917.90 | 62365.66 | 117853.62 | 9.7236026 | 9.7049455 | 3 | 84851.02 | 160344.65 | 188971.97 | 9.9286571 | 10.2050545 |
| 58 | 52942.58 | 62406.07 | 117875.01 | 9.7238051 | 9.7952268 | 2 | 84835.62 | 1602.0.82 | 188843.88 | 9.9285783 | 10.2047732 |
| 59 | 52967.26 | 62446.50 | 117896.41 | 9.7240075 | 9.7955081 | 1 | 84820.22 | 160137.09 | 188795.89 | 9.9284994 | 10.2044919 |
| 60 | 52991.93 | 62486.94 | 117917.84 | 9.7242097 | 9.7957892 | 0 | 84804.81 | 160933.45 | 188707.99 | 9.9284205 | 10.2042108 |

| Minut. | Sinus | Tang | Secant. | Log Sin | Log.Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 52991.93 | 6 486.94 | 117917.84 | 9.7242097 | 9.7957892 |
| 1 | 53016.59 | 62527.39 | 117939.2 | 9.7244118 | 9.7960703 |
| 2 | 53041.25 | 62567.86 | 117960.74 | 9.7246138 | 9.7963513 |
| 3 | 53065.91 | 62608.34 | 117982.22 | 9.7248156 | 9.7966322 |
| 4 | 53090.56 | 62648.84 | 118003.72 | 9.7250174 | 9.7969130 |
| 5 | 53115.21 | 62689.35 | 118025.23 | 9.7252189 | 9.7971938 |
| 6 | 53139.86 | 62719.88 | 118046.76 | 9.7254204 | 9.7974745 |
| 7 | 53164.50 | 62770.42 | 118068.31 | 9.7256217 | 9.7977551 |
| 8 | 53189.13 | 62810.98 | 118089.88 | 9.7258229 | 9.7980356 |
| 9 | 53213.76 | 61851.56 | 114111.4 | 9.7260240 | 9.7983160 |
| 10 | 53238.39 | 62892.15 | 118133.07 | 9.7262249 | 9.7985964 |
| 11 | 53263.01 | 61952.75 | 118154.69 | 9.7264257 | 9.7988767 |
| 12 | 54287.63 | 62973.36 | 118176.33 | 9.7266264 | 9.7991569 |
| 13 | 53312.24 | 63013.99 | 118197.99 | 9.7268269 | 9.7994370 |
| 14 | 53336.85 | 63054.64 | 112219.66 | 9.7270273 | 9.7997170 |
| 15 | 53361.45 | 63095.50 | 118241.35 | 9.7272276 | 9.7999970 |
| 16 | 53386.05 | 63135.98 | 118263.06 | 9.7274278 | 9.8002769 |
| 17 | 53410.64 | 63176.67 | 118284.79 | 9.7276278 | 9.8005567 |
| 18 | 53435.23 | 63217.38 | 118306.54 | 9.7278277 | 9.8008365 |
| 19 | 53459.82 | 63258.10 | 118328.30 | 9.7280275 | 9.8011161 |
| 20 | 53484.40 | 63298.83 | 118350.08 | 9.7282271 | 9.8013957 |
| 21 | 53508.98 | 63339.58 | 118371.88 | 9.7284267 | 9.8016752 |
| 22 | 53533.58 | 63380.35 | 118393.70 | 9.7286260 | 9.8019546 |
| 23 | 53558.12 | 63421.13 | 118415.54 | 9.7288253 | 9.8022340 |
| 24 | 53582.68 | 63461.93 | 118437.40 | 9.7290244 | 9.8025133 |
| 25 | 53607.24 | 63502.74 | 118459.27 | 9.7291234 | 9.8027925 |
| 26 | 53631.79 | 63543.57 | 118481.16 | 9.7294223 | 9.8030716 |
| 27 | 53656.34 | 63584.41 | 118503.07 | 9.7296211 | 9.8033506 |
| 28 | 53680.88 | 63625.27 | 118525.00 | 9.7298197 | 9.8036296 |
| 29 | 53705.42 | 63666.14 | 118546.94 | 9.7300182 | 9.8039085 |
| 30 | 53729.96 | 63707.03 | 118568.91 | 9.7302165 | 9.8041873 |
| 31 | 53754.49 | 63747.93 | 118590.89 | 9.7304148 | 9.8044661 |
| 32 | 53775.02 | 63788.85 | 118612.89 | 9.7306129 | 9.8047447 |
| 33 | 53803.54 | 63819.74 | 118634.91 | 9.7308109 | 9.8050233 |
| 34 | 53828.06 | 63870.73 | 118656.95 | 9.7310087 | 9.8053019 |
| 35 | 53852.57 | 639 1.69 | 118679.00 | 9.7312064 | 9.8055803 |
| 36 | 53877.08 | 63952.67 | 118701.07 | 9.7314040 | 9.8058587 |
| 37 | 53901.58 | 63993.66 | 118723.16 | 9.7316015 | 9.8061370 |
| 38 | 53926.08 | 64034.67 | 118745.27 | 9.7317989 | 9.8064152 |
| 39 | 53950.58 | 64075.69 | 118767.40 | 9.7319961 | 9.8066933 |
| 40 | 53975.07 | 64116.73 | 118789.75 | 9.7321932 | 9.8069714 |
| 41 | 53999.55 | 64157.79 | 118811.71 | 9.7323901 | 9.8072494 |
| 42 | 54024.03 | 64198.86 | 118833.89 | 9.7325870 | 9.8075273 |
| 43 | 54048.51 | 64139.95 | 118856.09 | 9.7327837 | 9.8078052 |
| 44 | 54072.98 | 64281.05 | 118878.31 | 9.7329803 | 9.8080829 |
| 45 | 54097.45 | 64322.16 | 118900.55 | 9.7331768 | 9.8083606 |
| 46 | 54121.91 | 64363.29 | 118922.81 | 9.7333731 | 9.8036383 |
| 47 | 54146.37 | 64404.44 | 118945.08 | 9.7335693 | 9.8089158 |
| 48 | 54170.82 | 64445.60 | 118967.37 | 9.7337654 | 9.8091933 |
| 49 | 54195.27 | 64486.78 | 118989.68 | 9.7339614 | 9.8094707 |
| 50 | 54219.72 | 64527.97 | 119012.01 | 9.7341572 | 9.8097480 |
| 51 | 54244.15 | 64569.18 | 119034.36 | 9.7343529 | 9.8100253 |
| 52 | 54268.59 | 64610.41 | 119056.73 | 9.7345485 | 9.8103025 |
| 53 | 54293.02 | 64651.65 | 119079.12 | 9.7347440 | 9.8105796 |
| 54 | 54317.44 | 64692.90 | 119101.52 | 9.7349393 | 9.8108566 |
| 55 | 54341.86 | 64734.17 | 119123.94 | 9.7351345 | 9.8111336 |
| 56 | 54366.28 | 64775.46 | 119146.38 | 9.7353296 | 9.8114105 |
| 57 | 54390.69 | 64816.76 | 119168.84 | 9.7355246 | 9.8116873 |
| 58 | 54415.10 | 64858.0 | 119191.32 | 9.7357195 | 9 811.9645 |
| 59 | 54439.50 | 64899.4 | 119213.82 | 9.7359142 | 9.8122408 |
| 60 | 54463.90 | 64940.76 | 119236.33 | 9.7361088 | 9.8125174 |



| Minut. | Sinus | Tang. | Secans. | Log. Sin | Log Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 84804.81 | 160053.45 | 188707.99 | 9.9284205 | 10.2042108 |
| 59 | 84789.39 | 159919.91 | 188620.19 | 9.9283415 | 10.2039297 |
| 58 | 84773.96 | 159816.47 | 188532.49 | 9.9282625 | 10.2036487 |
| 57 | 84758.33 | 159723.12 | 188444.89 | 9.9281834 | 11.2033678 |
| 56 | 84743.09 | 159619.87 | 188357.38 | 9.9281043 | 10.2030870 |
| 55 | 84727.64 | 159516.72 | 188269.97 | 9.9280251 | 10.2028062 |
| 54 | 84712.19 | 159413.66 | 188182.66 | 9.9279459 | 10.2025255 |
| 53 | 84696.73 | 159310.70 | 188095.45 | 9.9278666 | 10.2022449 |
| 52 | 84681.26 | 159207.83 | 188008.33 | 9.9277873 | 10.2019644 |
| 51 | 84665.78 | 159105.05 | 187921.31 | 9.9277079 | 10.2016840 |
| 50 | 84650.30 | 159002.38 | 187834.38 | 9.9276285 | 10.2014036 |
| 49 | 84634.81 | 158899.79 | 187747.55 | 9.9275490 | 10.2011233 |
| 48 | 84619.31 | 158797.40 | 187660.82 | 9.9274695 | 10.2008431 |
| 47 | 84603.81 | 158694.91 | 187574.18 | 9.9273899 | 10.2005631 |
| 46 | 84588.30 | 158592.61 | 187487.64 | 9.9273103 | 10.2002830 |
| 45 | 84572.78 | 158490.41 | 187401.20 | 9.9272306 | 10.2000030 |
| 44 | 84557.25 | 158388.30 | 187314.85 | 3.9271509 | 10.1997231 |
| 43 | 84541.72 | 158286.28 | 187228.59 | 9.9270711 | 10.1994435 |
| 41 | 84526.18 | 158184.36 | 187142.43 | 9.9269913 | 10.1991635 |
| 41 | 84510.63 | 158082.45 | 187056.37 | 9.9269114 | 10.1988839 |
| 40 | 84495.08 | 157980.79 | 186970.40 | 9.9268314 | 10.1986045 |
| 39 | 84479.52 | 157879.15 | 186884.53 | 9.9267514 | 10.1983248 |
| 38 | 84463.95 | 157777.60 | 186798.75 | 9.9166714 | 10.1980454 |
| 17 | 84448.37 | 157676.15 | 186713.06 | 9.9265913 | 10.1977660 |
| 36 | 84432.79 | 157574.79 | 166627.47 | 9.9265112 | 10.1974867 |
| 35 | 84417.20 | 157473.52 | 186541.97 | 9.9264310 | 10.1972075 |
| 34 | 84401.60 | 157372.34 | 186456.57 | 9.9263507 | 10.1969284 |
| 33 | 84386.00 | 157271.26 | 186371.26 | 9.9262704 | 10.1966494 |
| 32 | 84370.39 | 157170.26 | 186286.05 | 9.9261901 | 10.1963704 |
| 31 | 84354.77 | 157069.36 | 186200.93 | 9.9261096 | 10.1960915 |
| 30 | 84339.14 | 156968.56 | 186115.90 | 9.9260292 | 10.1958127 |
| 29 | 84323.51 | 156867.84 | 186030.96 | 9.9259487 | 10.1955339 |
| 28 | 84307.87 | 156767.22 | 185946.12 | 9.9258681 | 10.1952553 |
| 27 | 84292.22 | 156666.69 | 185861.38 | 9.9257875 | 10.1949767 |
| 26 | 84276.57 | 156566.25 | 185776.72 | 9.9257069 | 10.1946981 |
| 25 | 84260.91 | 156465.90 | 185692.16 | 9.9256261 | 10.1944197 |
| 24 | 84245.14 | 156365.64 | 185607.69 | 9.9255454 | 10.1941413 |
| 23 | 84229.56 | 156265.48 | 185523.31 | 9.9254646 | 10.1938630 |
| 22 | 84213.88 | 156165.40 | 185439.03 | 9.9253837 | 10.1935848 |
| 21 | 84198.19 | 156065.42 | 185354.83 | 9.9253028 | 16.1933067 |
| 20 | 84182.49 | 155965.52 | 185270.73 | 9.9252218 | 10.1930286 |
| 19 | 84166.79 | 155665.72 | 185186.72 | 9.9251408 | 10.1927506 |
| 18 | 84151.08 | 155766.01 | 185102.81 | 9.9250597 | 10.1924727 |
| 17 | 84135.36 | 155666.39 | 185018.98 | 9.9249786 | 10.1921948 |
| 16 | 84119.63 | 155566.85 | 184935.25 | 9.9248974 | 10.1919171 |
| 15 | 84103.90 | 155467.41 | 184851.61 | 9.9248161 | 10.1916394 |
| 14 | 84088.16 | 155368.06 | 184768.05 | 9.9247349 | 10.1913617 |
| 13 | 84072.41 | 155268.80 | 184684.59 | 9.9246535 | 10.1910842 |
| 12 | 84056.66 | 155169.63 | 184601.23 | 9.9245721 | 10.1908067 |
| 11 | 84040.90 | 155070.54 | 184517.95 | 9.9244907 | 10.1905293 |
| 10 | 84025.13 | 154971.55 | 184434.76 | 9.9244092 | 10.1902520 |
| 9 | 84009.35 | 154872.64 | 184351.66 | 9.9243277 | 10.1899747 |
| 8 | 83993.57 | 154773.83 | 184268.66 | 9.9242461 | 10.1896975 |
| 7 | 839 7.78 | 154675.10 | 184185.74 | 9.9241644 | 10.1894204 |
| 6 | 839 1.98 | 1 45 6.46 | 184102.92 | 9.9240827 | 10.1891434 |
| 5 | 83946.18 | 154477.92 | 184020.18 | 9.9240010 | 10.1888664 |
| 4 | 83930.37 | 154379.46 | 183937.53 | 9.9239191 | 10.1885895 |
| 3 | 83914.55 | 154281.08 | 183854.98 | 9.9238373 | 10.1883127 |
| 2 | 83898.73 | 154182.80 | 183772.51 | 9.9237554 | 10.1880359 |
| 1 | 83882.90 | 154084.60 | 183690.13 | 9.9236734 | 10.1877592 |
| 0 | 83867.06 | 153986. 6 | 183607.84 | 9.9235914 | 10.1874826 |

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin. | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 54453.90 | 64940.76 | 119236.33 | 9.7361088 | 9.8125174 | 60 | 83867.06 | 153986.50 | 183607.84 | 9.9235914 | 10.1874826 |
| 1 | 54488.30 | 64982.12 | 119258.86 | 9.7363032 | 9.8127939 | 59 | 83851.21 | 153888.48 | 183525.64 | 9.9235093 | 10.1872061 |
| 2 | 54512.69 | 65023.50 | 119281.41 | 9.7364976 | 9.8130704 | 58 | 83835.36 | 153790.55 | 183443.53 | 9.9234272 | 10.1869296 |
| 3 | 54537.07 | 65064 90 | 119303.98 | 9.7366918 | 9.8133468 | 57 | 83819.50 | 153692.70 | 183361.51 | 9.9233450 | 10.1866532 |
| 4 | 54561.45 | 65106.31 | 119326 57 | 9.7368859 | 9.8136231 | 56 | 83803.61 | 153594.94 | 183279.58 | 9.9232628 | 10.1863769 |
| 5 | 54585.83 | 65147.74 | 119349.18 | 9.7370799 | 9.8138993 | 55 | 83787.75 | 153497.27 | 183197.74 | 9.9231805 | 10.1861207 |
| 6 | 54610.20 | 65189.18 | 119371.81 | 9.7372737 | 9.8141755 | 54 | 83771.87 | 153399.69 | 183115.99 | 9.9230982 | 10.1858245 |
| 7 | 54634.56 | 65230.64 | 119394.46 | 9.7374675 | 9.8144516 | 53 | 83755.98 | 153302.20 | 183034.32 | 9.9230158 | 10.1855454 |
| 8 | 54658.92 | 65272.12 | 119417.12 | 9.7376611 | 9.8147277 | 52 | 83740.08 | 153204.79 | 182952.74 | 9.9229334 | 10.1852723 |
| 9 | 54683.28 | 65313.60 | 119439.80 | 9.7378546 | 9.8150036 | 51 | 83724.18 | 153107.47 | 182871.25 | 9.9228509 | 10.1849964 |
| 10 | 54707.63 | 65355.21 | 119462.50 | 9.7380479 | 9.8152795 | 50 | 83708.27 | 153010.23 | 182789.85 | 9.9227684 | 10.1847205 |
| 11 | 54731.98 | 65396.63 | 119485.22 | 9.7382412 | 9.8155554 | 49 | 83692.35 | 152913.08 | 182708.54 | 9.9226858 | 10.1844446 |
| 12 | 54756.32 | 65438.17 | 119507.96 | 9.7384343 | 9.8158311 | 48 | 83676.43 | 152816.02 | 182627.31 | 9.9226032 | 10.1841689 |
| 13 | 54780.66 | 65479.72 | 119530.72 | 9.7386273 | 9.8161068 | 47 | 83660.50 | 152719.04 | 182546.17 | 9.9225205 | 10.1838932 |
| 14 | 54804.99 | 65521.29 | 119553.50 | 9.7388201 | 9.8163824 | 46 | 83644.56 | 152622.15 | 182465.12 | 9.9224377 | 10.1830176 |
| 15 | 54829.32 | 65562.87 | 119576.30 | 9.7390129 | 9.8166580 | 45 | 83628.61 | 152525.35 | 182384.16 | 9.9223549 | 10.1833420 |
| 16 | 54853 65 | 65604.47 | 119599.12 | 9.7392055 | 9.8169335 | 44 | 83612.66 | 152428.63 | 182303.28 | 9.9222721 | 10.1830665 |
| 17 | 54877.97 | 65646.09 | 119621.94 | 9.7393980 | 9.8172089 | 43 | 83596.70 | 152332.00 | 182222.49 | 9.9221891 | 10.1827911 |
| 18 | 54902.28 | 65687.72 | 119644.79 | 9.7395904 | 9.8174842 | 42 | 83580.73 | 152235.45 | 182141.79 | 9.9221062 | 10.1825158 |
| 19 | 54926.59 | 65729.37 | 119667.66 | 9.7397827 | 9.8177595 | 41 | 83564.76 | 152138.99 | 182061.18 | 9.9220232 | 10.1822405 |
| 20 | 54950.90 | 65771.03 | 119690.55 | 9.7399748 | 9.8180347 | 40 | 83548.78 | 152042.61 | 181980.65 | 9.9219401 | 10.1819653 |
| 21 | 54975.20 | 65812.72 | 119713.46 | 9.7401668 | 9.8183098 | 39 | 83532.79 | 151946.32 | 181900.21 | 9.9218570 | 10.1816902 |
| 22 | 54999.50 | 65854.41 | 119736.39 | 9.7403587 | 9.8185849 | 38 | 83516.80 | 151850.12 | 181819.85 | 9.9217738 | 10.1814151 |
| 23 | 55023.79 | 65896.12 | 119759.34 | 9.7405505 | 9.8188599 | 37 | 83500.80 | 151754.00 | 181739.58 | 9.9216906 | 10.1811401 |
| 24 | 55048.08 | 65937.85 | 119782.32 | 9.7407421 | 9.8191348 | 36 | 83484.79 | 151657.96 | 181659.4 | 9.9216073 | 10.1808652 |
| 25 | 55072.36 | 65979.59 | 119805.29 | 9.7409337 | 9.8194096 | 35 | 83458.77 | 151562.01 | 181579.30 | 9.9215240 | 10.1805904 |
| 26 | 55096.64 | 66021.35 | 119828.29 | 9.7411251 | 9.8196844 | 34 | 83452.75 | 151466.14 | 181499.29 | 9.9214406 | 10.1803156 |
| 27 | 55120.91 | 66063.13 | 119851.31 | 9.7413164 | 9.8199592 | 33 | 83436.72 | 151370.36 | 181419.37 | 9.9213572 | 10.1800408 |
| 28 | 55145.18 | 66104.92 | 119874.35 | 9.7415075 | 9.8202338 | 32 | 83420.68 | 151274.66 | 181339.53 | 9.9212737 | 10.1797662 |
| 29 | 55169.44 | 66146.73 | 119897.41 | 9.7416986 | 9.8205084 | 31 | 83404.63 | 151179.05 | 181259.77 | 9.9211902 | 10.1794916 |
| 30 | 55193.70 | 66188.56 | 119920.49 | 9.7418895 | 9.8207829 | 30 | 83388.58 | 151083.52 | 181180.10 | 9.9211066 | 10.1792171 |
| 31 | 55217.95 | 66230.40 | 119943 59 | 9.7420803 | 9.8210574 | 29 | 83372.52 | 150988.07 | 181100.52 | 9.9210229 | 10.1789426 |
| 32 | 55242.20 | 66172.26 | 119966.71 | 9.7422710 | 9.8213317 | 28 | 83356.45 | 150892.71 | 181021.02 | 9.9209393 | 10.1786683 |
| 33 | 55266.45 | 66314.13 | 119989.85 | 9.7424616 | 9.8216060 | 27 | 83340.38 | 150797.43 | 180941.61 | 9.9208555 | 10.1783940 |
| 34 | 55290.69 | 66356.02 | 120013.01 | 9.7426520 | 9.8218803 | 26 | 83324.30 | 150702.24 | 180862.28 | 9.9207717 | 10.1781197 |
| 35 | 55314.92 | 26397.92 | 120036.19 | 9.7428423 | 9.8241545 | 25 | 83308.21 | 150607.13 | 180783.04 | 9.9206878 | 10.1778455 |
| 36 | 55339.15 | 66439.84 | 120059.38 | 9.7430325 | 9.8224286 | 24 | 83292.12 | 150512.10 | 180703.88 | 9.9206039 | 10.1775714 |
| 37 | 55363.38 | 66481.78 | 120082.59 | 9.7432226 | 9.8227026 | 23 | 83276.02 | 150417.16 | 180624.81 | 9.9205200 | 10.1772974 |
| 38 | 55387.60 | 66523.73 | 120105.82 | 9.7434126 | 9.8229766 | 22 | 83259.91 | 150322.30 | 180545.82 | 9.9204360 | 10.1770234 |
| 39 | 55411.82 | 66565.70 | 120129.07 | 9.7436024 | 9.8232505 | 21 | 83243.80 | 150227.52 | 180456.91 | 9.9103519 | 10.1767495 |
| 40 | 55436.03 | 66607.69 | 120152.34 | 9.7437921 | 9.8235244 | 20 | 83227.68 | 150132.82 | 180388.09 | 9.9202678 | 10.1764756 |
| 41 | 55460.24 | 66649.69 | 120175.63 | 9.7439817 | 9.8237981 | 19 | 83211.55 | 150038.20 | 180309.35 | 9.9201836 | 10.1762019 |
| 42 | 55484.44 | 66691.71 | 120198.94 | 9.7441712 | 9.8240719 | 18 | 83195.41 | 149943.67 | 180230.70 | 9.9200994 | 10.1759281 |
| 43 | 55508.64 | 66733.75 | 120222.27 | 9.7443606 | 9.8243455 | 17 | 83179.27 | 149849.22 | 180152.13 | 9.9200151 | 10.1756545 |
| 44 | 55532.83 | 66775.80 | 120245.62 | 9.7445498 | 9.8246191 | 16 | 83163.12 | 149754.86 | 180073.65 | 9.9199308 | 10.1753809 |
| 45 | 55557.02 | 66817.87 | 120268.99 | 9.7447390 | 9.82489[illegible] | 15 | 83146.96 | 149660.58 | 179995.25 | 9.9198464 | 10.1751074 |
| 46 | 55581.21 | 66859.95 | 120292.37 | 9.7449280 | 9.8251660 | 14 | 83130.79 | 149566.38 | 179916.93 | 9.9197619 | 10.1748340 |
| 47 | 55605.39 | 66902.05 | 120315.77 | 9.7451169 | 9.8254394 | 13 | 83114.62 | 149472.26 | 179838.69 | 9.9196775 | 10.1745606 |
| 48 | 55629.56 | 66944.17 | 120339.19 | 9.7453056 | 9.8257127 | 12 | 83098.44 | 149378.22 | 179760.54 | 9.9195929 | 10.1742873 |
| 49 | 55653.73 | 66986.30 | 120362.64 | 9.7454943 | 9.8259860 | 11 | 83082.26 | 149284.26 | 179682.47 | 9.9195083 | 10.1740140 |
| 50 | 55677.90 | 67028.45 | 120386.10 | 9.7456828 | 9.8262592 | 10 | 83066.07 | 149190.38 | 179604.48 | 9.9194237 | 10.1737408 |
| 51 | 55702.06 | 67070.62 | 120409.58 | 9.7458712 | 9.8265323 | 9 | 83049.87 | 149096.59 | 179526.58 | 9.9193390 | 10.1734677 |
| 52 | 55726.21 | 67112.80 | 120433.08 | 9.7460595 | 9.8268053 | 8 | 83053.66 | 149002.88 | 179448.76 | 9.9192542 | 10.1731947 |
| 53 | 55750.36 | 67155.00 | 120456.60 | 9.7462477 | 9.8270783 | 7 | 83017.45 | 148909.25 | 179271 02 | 9.9191694 | 10.1729217 |
| 54 | 55774.51 | 67197.21 | 120480.14 | 9.7464358 | 9.8273513 | 6 | 83001.23 | 148815.70 | 179293.37 | 9.9190845 | 10.1726487 |
| 55 | 55798.65 | 67239.44 | 120503.80 | 9.7466237 | 9.8276242 | 5 | 82985.00 | 148722.23 | 179215.80 | 9.9189996 | 10.1723759 |
| 56 | 55822.79 | 67281.69 | 120527.28 | 9.7468115 | 9.8278969 | 4 | 82968.76 | 148628.84 | 179138.31 | 9.9189146 | 10.1721031 |
| 57 | 55846.92 | 67323.96 | 120550.88 | 9.7469992 | 9.8281696 | 3 | 82952.52 | 148535.53 | 179060.90 | 9.9188296 | 10.1718304 |
| 58 | 55871.05 | 67366.24 | 120574.50 | 9.7471868 | 9.8284423 | 2 | 82936.27 | 148442.30 | 178983.58 | 9.9187445 | 10.1715577 |
| 59 | 55895.17 | 67408.54 | 120598.24 | 9.7473743 | 9.8287149 | 1 | 82920.02 | 148349.16 | 178906.33 | 9.9186594 | 10.1712851 |
| 60 | 55919.29 | 67450.85 | 120621.80 | 9.7475617 | 9.8289874 | 0 | 82903.76 | 148256.10 | 178829.16 | 9.9185742 | 10.1710126 |

# Grad. 34.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log Sin | Log.Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 55919.29 | 67450.85 | 120621.80 | 9.7475617 | 9.8289874 |
| 1 | 55943.40 | 67493.18 | 120645.45 | 9.7477489 | 9.8292599 |
| 2 | 55967.51 | 67535.53 | 120669.18 | 9.7479360 | 9.8295323 |
| 3 | 55991.61 | 67577.90 | 120692.89 | 9.7481230 | 9.8298047 |
| 4 | 56015.71 | 67620.28 | 120716.62 | 9.7483099 | 9.8300769 |
| 5 | 56039.81 | 67662.68 | 120740.37 | 9.7484967 | 9.8303492 |
| 6 | 56063.90 | 67705.09 | 120764.14 | 9.7486833 | 9.8306213 |
| 7 | 56087.98 | 67747.52 | 120787.93 | 9.7488698 | 9.8308934 |
| 8 | 56112.06 | 67789.97 | 120811.75 | 9.7490562 | 9.8311654 |
| 9 | 56136.14 | 67832.44 | 120835.59 | 9.7492425 | 9.8314374 |
| 10 | 56160.21 | 67874.92 | 120859.44 | 9.7494287 | 9.8317093 |
| 11 | 56184.28 | 67917.42 | 120883.31 | 9.7496148 | 9.8319811 |
| 12 | 56208.34 | 67959.93 | 120907.20 | 9.7498007 | 9.8322529 |
| 13 | 56232.39 | 68002.46 | 120931.12 | 9.7499866 | 9.8325246 |
| 14 | 56256.44 | 68045.01 | 120955.05 | 9.7501723 | 9.8327963 |
| 15 | 56280.49 | 68087.58 | 120979.00 | 9.7303579 | 9.8330679 |
| 16 | 56304.53 | 68130.16 | 121002.97 | 9.7505434 | 9.8333394 |
| 17 | 56328.57 | 68172.76 | 121026.96 | 9.7507287 | 9.8336109 |
| 18 | 56352.60 | 68215.38 | 121050.97 | 9.7509140 | 9.8338823 |
| 19 | 56376.63 | 68258.01 | 121075.00 | 9.7510991 | 9.8341536 |
| 20 | 56400.65 | 68300.66 | 121099.05 | 9.7512842 | 9.8344249 |
| 21 | 56424.57 | 68343.33 | 121123.12 | 9.7514691 | 9.8346961 |
| 22 | 56448.69 | 68386.01 | 121147.21 | 9.7516538 | 9.8349673 |
| 23 | 56472.70 | 68428.71 | 121171.32 | 9.7518385 | 9.8352384 |
| 24 | 56496.70 | 68471.43 | 121195.45 | 9.7520231 | 9.8355094 |
| 25 | 56520.70 | 68514.17 | 121219.60 | 9.7522075 | 9.8357804 |
| 26 | 56544.69 | 68556.92 | 121243.77 | 9.7523919 | 9.8360514 |
| 27 | 56568.68 | 68599.69 | 121267.96 | 9.7525761 | 9.8363221 |
| 28 | 56592.67 | 68642.47 | 121292.17 | 9.7527602 | 9.8365929 |
| 29 | 56616.65 | 68685.27 | 121316.40 | 9.7529442 | 6.8368636 |
| 30 | 56640.62 | 68728.10 | 121340.64 | 9.7531280 | 9.8371343 |
| 31 | 56664.59 | 68770.94 | 121364.91 | 9.7533118 | 9.8374049 |
| 32 | 56688.56 | 68813.79 | 121389.20 | 9.7534954 | 9.8376755 |
| 33 | 56712.52 | 68856.66 | 121413.51 | 9.7536790 | 9.8379460 |
| 34 | 56736.48 | 68899.55 | 121437.83 | 9.7538624 | 9.8382164 |
| 35 | 56760.43 | 68942.46 | 121462.18 | 9.7540457 | 9.8384867 |
| 36 | 56784.37 | 68985.38 | 121486.55 | 9.7542288 | 9.8387571 |
| 37 | 56808.31 | 69028.32 | 121510.94 | 4.7544119 | 9.8390273 |
| 38 | 56832.25 | 69071.28 | 121535.35 | 9.7545949 | 9.8392975 |
| 39 | 56856.18 | 69114.25 | 121559.78 | 9.7547777 | 9.8395676 |
| 40 | 56880.11 | 69157.24 | 121584.23 | 9.7549604 | 9.8398377 |
| 41 | 56904.03 | 69200.25 | 121608.70 | 9.7551431 | 9.8401077 |
| 42 | 56927.95 | 69243.28 | 121633.19 | 9.7553256 | 9.8403776 |
| 43 | 56951.86 | 69286.33 | 121657.70 | 9.7555080 | 9.8406475 |
| 44 | 56975.77 | 69329.39 | 121682.23 | 9.7556902 | 9.8409174 |
| 45 | 56999.68 | 69372.47 | 121706.78 | 9.7558724 | 9.8411871 |
| 46 | 57023.58 | 69415.57 | 121731.35 | 9.7560544 | 9.8414569 |
| 47 | 57047.47 | 69458.68 | 121755.94 | 9.7562364 | 9.8417265 |
| 48 | 57071.36 | 69501.81 | 121780.55 | 9.7564182 | 9.8419961 |
| 49 | 57095.24 | 69544.96 | 121805.18 | 6.7565999 | 9.8422657 |
| 50 | 57119.12 | 69588.13 | 121829.83 | 9.7567815 | 9.8425351 |
| 51 | 57142.99 | 69631.31 | 121854.50 | 9.7569630 | 9.8428046 |
| 52 | 57166.86 | 69674.51 | 121879.19 | 9.7571444 | 9.8430739 |
| 53 | 57190.73 | 69717.73 | 121903.90 | 9.7573256 | 9.8433432 |
| 54 | 57214.59 | 69760.97 | 121928.64 | 9.7575068 | 9.8436125 |
| 55 | 57238.44 | 69804.22 | 121953.39 | 9.7576878 | 9.8438817 |
| 56 | 57262.29 | 69847.49 | 121978.16 | 9.7578687 | 9.8441508 |
| 57 | 57286.14 | 69890.72 | 122002.96 | 9.7580495 | 9.8444199 |
| 58 | 57309.98 | 69934.05 | 122027.7 | 9.7582302 | 9.8446889 |
| 59 | 57333.81 | 69977.4 | 122052.60 | 9.7584108 | 9.8449579 |
| 60 | 57357.64 | 70020.75 | 122077.46 | 9.7585913 | 9.4522668 |

# 55. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 82903.76 | 148256.16 | 178829.16 | 9.9185742 | 10.1710126 |
| 59 | 82887.49 | 148163.11 | 178752.03 | 9.9184890 | 10.1707408 |
| 58 | 82871.21 | 148070.21 | 178675.02 | 9.9184037 | 10.1704677 |
| 57 | 82854.93 | 147977.30 | 178598.17 | 9.9183183 | 10.1701958 |
| 56 | 82838.64 | 147884.63 | 178521.33 | 9.9182329 | 10.1699231 |
| 55 | 82822.34 | 147791.97 | 178444.57 | 9.9181475 | 10.1696508 |
| 54 | 82806.03 | 147699.38 | 178367.90 | 9.9180620 | 10.1693787 |
| 53 | 82789.72 | 147606.88 | 178291.31 | 9.9179764 | 10.1691066 |
| 52 | 82773.40 | 147514.45 | 178214.79 | 9.9178906 | 10.1688346 |
| 51 | 82757.07 | 147422.10 | 178138.36 | 9.9176051 | 10.1685626 |
| 50 | 82740.74 | 147329.83 | 178062.01 | 9.9177194 | 10.1682907 |
| 49 | 82724.40 | 147237.64 | 177985.74 | 9.9176336 | 10.1680189 |
| 48 | 82708.05 | 147145.53 | 177909.55 | 9.9175478 | 10.1677471 |
| 47 | 82691.70 | 147053.50 | 177833.43 | 9.9174619 | 10.1674754 |
| 46 | 82675.34 | 146961.55 | 177757.40 | 9.9173760 | 10.1672037 |
| 45 | 82658.97 | 146869.67 | 177681.45 | 9.9172900 | 10.1669321 |
| 44 | 82642.60 | 146777.87 | 177605.58 | 9.9172040 | 10.1666606 |
| 43 | 82626.22 | 146686.16 | 177529.79 | 9.9171179 | 10.1663891 |
| 42 | 82609.83 | 146594.52 | 177454.08 | 9.9170317 | 10.1661177 |
| 41 | 82593.43 | 146502.96 | 177378.45 | 9.9169455 | 10.1658464 |
| 40 | 82577.03 | 146411.47 | 177302.90 | 9.9168593 | 10.1655751 |
| 39 | 82560.62 | 146320.07 | 177227.43 | 9.9167730 | 10.1653039 |
| 38 | 82544.20 | 146228.74 | 177152.04 | 9.9166866 | 10.1650327 |
| 37 | 82527.78 | 146137.49 | 177076.73 | 9.9166002 | 10.1647616 |
| 36 | 82511.35 | 146046.32 | 177001.49 | 9.9165137 | 10.1644906 |
| 35 | 82494.91 | 145955.22 | 176926.33 | 9.9164272 | 10.1642196 |
| 34 | 82478.47 | 145864.20 | 176851.25 | 9.9163406 | 10.1639487 |
| 33 | 82462.02 | 145773.26 | 176776.25 | 9.9162539 | 10.1636779 |
| 32 | 82445.56 | 145682.40 | 176701.33 | 9.9161673 | 10.1634071 |
| 31 | 82429.09 | 145591.61 | 176626.49 | 9.9160805 | 10.1631364 |
| 30 | 82412.62 | 145500.90 | 176551.73 | 9.9159937 | 10.1628657 |
| 29 | 82396.14 | 145410.27 | 176477.04 | 9.9159069 | 10.1625951 |
| 28 | 82379.65 | 145319.71 | 176402.43 | 9.9158200 | 10.1623245 |
| 27 | 82363.16 | 145229.23 | 176327.91 | 9.9157330 | 10.1620540 |
| 26 | 82346.66 | 145138.83 | 176253.45 | 9.9156460 | 10.1617836 |
| 25 | 82330.15 | 145048.50 | 176179.08 | 9.9155589 | 10.1615133 |
| 24 | 82313.64 | 144958.25 | 176104.78 | 9.9154718 | 10.1612429 |
| 23 | 82297.12 | 144868.08 | 176030.56 | 9.9153846 | 10.1609727 |
| 22 | 82280.59 | 144777.98 | 175956.42 | 9.9152974 | 10.1607025 |
| 21 | 82264.05 | 144687.96 | 175882.36 | 9.9152101 | 10.1604324 |
| 20 | 82247.51 | 144598.01 | 175808.37 | 9.9151228 | 10.1601623 |
| 19 | 82230.96 | 144508.14 | 175734.46 | 9.9150354 | 10.1598923 |
| 18 | 82214.40 | 144418.34 | 175660.63 | 9.9149479 | 10.1596224 |
| 17 | 82197.84 | 144328.62 | 175586.87 | 9.9148604 | 10.1595525 |
| 16 | 82181.27 | 144238.97 | 175513.19 | 9.9147729 | 10.1590826 |
| 15 | 82164.69 | 144149.40 | 175439.59 | 9.9146852 | 16.1588129 |
| 14 | 82148.11 | 144059.91 | [illegible] | 9.9145976 | 10.1585431 |
| 13 | 82131.52 | 143970.49 | 175292.62 | 9.9145099 | 10.1582735 |
| 12 | 82114.92 | 143881.14 | 175219.24 | 9.9144221 | 10.1580039 |
| 11 | 82098.31 | 143791.87 | 175145.94 | 9.9143342 | 10.1577343 |
| 10 | 82081.70 | 143702.68 | 175072.73 | 9.9142464 | 10.1574649 |
| 9 | 82065.08 | 143613.56 | 174999.58 | 9.9141584 | 10.1571954 |
| 8 | 82048.40 | 143524.51 | 174926.51 | 9.9140704 | 10.1569261 |
| 7 | [illegible] | 143435.54 | 174853.52 | 9.9139824 | 10.1566568 |
| 6 | 82015.19 | 143346.64 | 174780.60 | 9.9138943 | 10.1563875 |
| 5 | 81998.54 | 143257.81 | 174707.76 | 9.9138061 | 10.1561183 |
| 4 | 81981.89 | 143169.06 | 174634.99 | 9.9137179 | 10.1558492 |
| 3 | 81965.23 | 143080.39 | 174562.30 | 9.9136296 | 10.1555801 |
| 2 | 81948.56 | 142991.78 | 174489.65 | 9.9135413 | 10.1553111 |
| 1 | 81931.89 | 142903.26 | 174417.1 | 9.9134530 | 10.1550421 |
| 0 | 81915.21 | 142814.80 | [illegible] | 9.9133645 | 10.1547738 |

| Minut. | Sinus | Tang | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. | Minut. | Sinus | Tang | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 57557.64 | 70020.75 | 122077.46 | 9.7585913 | 9.8452268 | 60 | 81915.21 | 142814.80 | 174344.68 | 9.9133643 | 10.1547732 |
| 1 | 57381.47 | 70064.11 | 122101.33 | 9.7587717 | 9.8454956 | 59 | 81898.52 | 142726.42 | 174272.29 | 9.9132760 | 10.1545044 |
| 2 | 57405.29 | 70107.49 | 122127.23 | 9.7589519 | 9.8457644 | 58 | 81881.82 | 142638.11 | 174199.97 | 9.9131875 | 10.1542356 |
| 3 | 57429.11 | 70150.89 | 121152.15 | 9.7591321 | 9.8460332 | 57 | 81865.12 | 142549.87 | 174127.73 | 9.9130989 | 10.1539668 |
| 4 | 57452.92 | 70194.30 | 122177.08 | 9.7593121 | 9.8463018 | 56 | 81848.41 | 142461.71 | 174055.56 | 9.9130102 | 10.1536982 |
| 5 | 57476.72 | 70237.73 | 122202.04 | 9.7594920 | 9.8465705 | 55 | 81831.69 | 142373.62 | 173983.47 | 9.9129215 | 10.1534295 |
| 6 | 57500.52 | 70281.18 | 122227.02 | 9.7596718 | 9.8468390 | 54 | 81814.97 | 142285.61 | 173911.45 | 9.9128328 | 10.1531610 |
| 7 | 57524.32 | 70324.65 | 122252.02 | 9.7598515 | 9.8471075 | 53 | 81798.24 | 142197.66 | 173839.51 | 9.9927440 | 10.1528925 |
| 8 | 57548.11 | 70368.13 | 122277.03 | 9.7600311 | 9.8473760 | 52 | 81781.50 | 142109.79 | 174767.64 | 9.9126551 | 10.1526240 |
| 9 | 57571.90 | 70411.63 | 122302.07 | 9.7602106 | 9.8476444 | 51 | 81764.76 | 142022.00 | 173695.85 | 9.9125662 | 10.1523556 |
| 10 | 57595.68 | 70455.15 | 122327.13 | 9.7603899 | 9.8479127 | 50 | 81748.01 | 141934.26 | 173624.13 | 9.9124772 | 10.1520873 |
| 11 | 57619.46 | 70498.69 | 122352.21 | 9.7605692 | 9.8481810 | 49 | 81731.25 | 141846.62 | 173552.47 | 9.9123882 | 10.1518190 |
| 12 | 57643.23 | 70542.24 | 122377.32 | 9.7607483 | 9.8484492 | 48 | 81714.49 | 141759.04 | 173480.90 | 9.9122991 | 10.1515508 |
| 13 | 57667.00 | 70585.81 | 122401.44 | 9.7609274 | 9.8487174 | 47 | 81697.72 | 141671.93 | 173409.41 | 9.9122099 | 10.1512826 |
| 14 | 57690.76 | 70629.40 | 122427.58 | 9.7211063 | 9.8489855 | 46 | 81680.94 | 141584.09 | 173337.98 | 9.9121207 | 14 1510145 |
| 15 | 57714.52 | 70673.01 | 122452.74 | 9.7612851 | 9.8492536 | 45 | 81664.15 | 141496.73 | 173266.63 | 9.9120315 | 10.1507464 |
| 26 | 57738.27 | 70716.64 | 122477.93 | 9.7614638 | 9.8495216 | 44 | 81647.36 | 141409.43 | 173195.35 | 9.9119422 | 10.1504784 |
| 27 | 57762.02 | 70760.29 | 122503.13 | 9.7616424 | 9.8497895 | 43 | 81630.56 | 141322.21 | 173124.14 | 9.9118528 | 10.1502104 |
| 18 | 57785.76 | 70803.95 | 122528.36 | 9.7618208 | 9.8500575 | 42 | 81613.76 | 141235.06 | 173053.01 | 9.9117634 | 10.1499425 |
| 19 | 57809.50 | 70847.63 | 121553.61 | 9.7619992 | 9.8503253 | 41 | 81596.95 | 141147.99 | 172981.95 | 9.9116739 | 10.1496747 |
| 20 | 57833.24 | 70891.33 | 122578.87 | 9.7621775 | 9.8505931 | 40 | 81580.13 | 141060.98 | 172910.96 | 9.9115844 | 10.1494069 |
| 21 | 57856.96 | 70935.05 | 122604.16 | 9.7623556 | 9.8508608 | 39 | 81563.30 | 140974.05 | 172840.05 | 9.9114948 | 10.1491392 |
| 22 | 57880.68 | 70978.78 | 122629.47 | 9.7625337 | 9.8511285 | 38 | 81546.47 | 140887.18 | 172769.21 | 9.9114051 | 10.1488715 |
| 23 | 57904.40 | 70022.53 | 122654.80 | 9.7627116 | 9.8513961 | 37 | 81529.63 | 140800.39 | 272698.44 | 9.9115155 | 10.1486039 |
| 24 | 57928.12 | 71066.30 | 122680.15 | 9.7628894 | 9.8516637 | 36 | 81512.78 | 140713.67 | 172627.74 | 9.9112257 | 10.1483363 |
| 25 | 57951.83 | 71110.09 | 122705.52 | 9.7630671 | 9.8519312 | 35 | 81495.93 | 140627.08 | 172557.12 | 9.9111359 | 10. 148068 |
| 26 | 57975.53 | 71153.90 | 122730.91 | 9.7632447 | 9.8521987 | 34 | 81479.06 | 140540.44 | 172486.57 | 9.9110460 | 10.1478013 |
| 27 | 57999.23 | 71197.73 | 122756.33 | 9.7634222 | 9.8524661 | 33 | 81462.19 | 140453.93 | 171416.09 | 9.9109561 | 19.1475339 |
| 28 | 58022.92 | 71241.57 | 122781.76 | 9.7635996 | 9.8527335 | 32 | 81445.32 | 140367.49 | 172345.68 | 9.9108661 | 10.1472665 |
| 29 | 58046.61 | 71285.43 | 122807.21 | 9.7637769 | 9.8530008 | 31 | 81428.44 | 140281.13 | 172275.34 | 9.9107761 | 10.1469992 |
| 30 | 58070.30 | 71329.31 | 122832.69 | 9.7639540 | 9.8532680 | 30 | 81411.55 | 140194.83 | 172205.08 | 9.9106860 | 10.1467320 |
| 31 | 58093.98 | 71373.21 | 122858.19 | 9.7641311 | 9.8535352 | 29 | 81394.65 | 140108.60 | 172134.89 | 9.9105959 | 10.1464648 |
| 32 | 58117.65 | 71417.13 | 122883.71 | 9.7643080 | 9.8538023 | 28 | 81377.75 | 140022.45 | 172064.77 | 9.9105057 | 10.1461977 |
| 35 | 58141.32 | 71461.06 | 122909.25 | 9.7644849 | 9.8540694 | 27 | 81360.84 | 139936.36 | 171994.72 | 9.9104155 | 10.1459306 |
| 34 | 58164.98 | 71505.01 | 122934.81 | 9.7646616 | 9.8543365 | 26 | 81343.93 | 139850.34 | 171923.75 | 9.9103251 | 10.1456635 |
| 35 | 58188.64 | 71548.98 | 122960.39 | 9.7648382 | 9.8546034 | 25 | 81327.01 | 139764.40 | 271854.84 | 9.9102348 | 10.1453966 |
| 36 | 58212.30 | 71592.97 | 122985.99 | 9.7650147 | 9.8548704 | 14 | 81310.08 | 139678.52 | 271785.01 | 9.9101444 | 10.1451296 |
| 37 | 58235.95 | 71636.98 | 123011.61 | 9.8651911 | 9.8551372 | 23 | 81293.14 | 139592.72 | 171715.25 | 9.9100539 | 10.1448628 |
| 38 | 58259.59 | 71681.01 | 123037.25 | 9.7053674 | 9.8554041 | 22 | 81276.20 | 139506.98 | 171645.56 | 9.9099634 | 10.1445959 |
| 39 | 58283.23 | 71725.05 | 123062.92 | 9.7655436 | 9.8556708 | 21 | 81259.25 | 139421.31 | 171575.94 | 9.9098728 | 10.1443292 |
| 40 | 58306.87 | 71769.11 | 123088.61 | 9.7657197 | 9.8559376 | 20 | 81242.29 | 139335.71 | 171506.39 | 9.9097821 | 10.1440624 |
| 41 | 58330.50 | 71813.19 | 123114.32 | 9.7658957 | 9.8562042 | 19 | 81225.32 | 139250.18 | 171436.91 | 9.9096915 | 10.1437958 |
| 42 | 58354.12 | 71857.29 | 123140.05 | 9.7660715 | 9.8564708 | 18 | 81208.35 | 139169.73 | 171367.50 | 9.9096007 | 10.1435292 |
| 45 | 58377.74 | 71901.41 | 123165.80 | 9.7662473 | 9.8567374 | 17 | 81191.37 | 139079.34 | 171298.17 | 9.9095099 | 10.1432626 |
| 44 | 58401.36 | 71945.55 | 123191.57 | 9.7664229 | 9.8570039 | 16 | 81174.39 | 138994.01 | 171228.90 | 9.9094190 | 10.2429961 |
| 45 | 58424.97 | 71989.70 | 123217.36 | 9.7665985 | 9.8572704 | 15 | 81157.40 | 138908.76 | 171159.70 | 9.9093281 | 19.1427296 |
| 46 | 58448.57 | 72033.87 | 123243.17 | 9.7667739 | 9.8575368 | 14 | 81140.40 | 138823.58 | 171090.58 | 9.9092371 | 10.1424632 |
| 47 | 58472.17 | 72078.06 | 123269.00 | 9.7669492 | 9.8578031 | 3 | 81123.39 | 138738.46 | 171021.52 | 9.9091461 | 10.1421969 |
| 48 | 58495.77 | 72122.27 | 123294.86 | 9.7671244 | 9.8580694 | 2 | 81106.38 | 138653.42 | 170952.54 | 9.9090550 | 10.1419306 |
| 49 | 58519.36 | 72166.50 | 123320.74 | 9.7672996 | 9.8583357 | 11 | 81089.36 | 138568.44 | 170883.62 | 9.9089636 | 10.1416643 |
| 50 | 58542.94 | 72210.75 | 223346.64 | 9.7674746 | 9.8586019 | 10 | 81072.33 | 138483.53 | 170814.78 | 9.9088727 | 10.1413981 |
| 51 | 58566.52 | 72255.02 | 123372.56 | 9.7676494 | 9.8588680 | 9 | 81055.30 | 138398.69 | 170746.00 | 9.9087814 | 10.1411320 |
| 52 | 58590.10 | 72299.31 | 123398.50 | 9.7678242 | 9.8591341 | 8 | 81038.26 | 138313.92 | 170677.30 | 9.9086901 | 10.1408659 |
| 53 | 58613.67 | 72343.61 | 123424.46 | 9.7679989 | 9.8594002 | 7 | 81021.21 | 138229.22 | 170608.66 | 9.9185988 | 10.1405998 |
| 54 | 58637.24 | 72387.93 | 123450.44 | 9.7681735 | 9.8596661 | 6 | 81004.16 | 138144.58 | 170540.10 | 9.9085073 | 10.1403339 |
| 55 | 58660.80 | 72432.27 | 123476.45 | 9.7683480 | 9.8999321 | 5 | 80987.10 | 138060.01 | 170471.60 | 9.9084159 | 10.1400679 |
| 56 | 58684.35 | 72476.63 | 123502.48 | 9.7685223 | 9.8601980 | 4 | 80970.03 | 137975.51 | 170403.18 | 9.9083243 | 10.1398020 |
| 57 | 58707.90 | 72521.63 | 123528.52 | 9.7686966 | 9.8604638 | 3 | 80952.96 | 137891.08 | 170334.82 | 9.9082327 | 10.1395362 |
| 58 | 58731.45 | 72565.41 | 123554.59 | 9.7688707 | 9.8607296 | 2 | 80935.88 | 137806.82 | 170266.53 | 9.9081411 | 10.1392704 |
| 59 | 58754.99 | 72609.83 | 123580.68 | 9.7690448 | 9.8609954 | 1 | 80918.79 | 137722.42 | 170198.31 | 9.9080494 | 10.1390046 |
| 60 | 58778.53 | 72654.26 | 123606.80 | 9.7692187 | 9.8912610 | 0 | 80901.70 | 137638.19 | 170130.16 | 9.9179576 | 10.1387390 |

52961.95

| Minut. | Sinus | Tang | Secant. | Log.Sin | Log.Tan. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log.Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 58778.53 | 72654.26 | 123606.80 | 9.7692187 | 9.8612610 | 60 | 80901.70 | 137638.19 | 170130.16 | 9.9079576 | 10.1387396 |
| 1 | 58802.06 | 72698.71 | 123632.94 | 9.7693925 | 9.8615267 | 59 | 80884.60 | 137554.03 | 170062.0[illegible] | 9.9078658 | 10.1384733 |
| 2 | 58825.58 | 72743.18 | 123659.[illegible] | 9.7695662 | 9.8617923 | 58 | 80867.49 | 137469.94 | 169994.07 | 9.9077740 | 10.1382077 |
| 3 | 58849.10 | 72787.67 | 123685.26 | 9.7697398 | 9.8620578 | 57 | 80850.37 | 137385.91 | 169926.12 | 9.9076820 | 101379422 |
| 4 | 58872.62 | 72832.18 | 123711.42 | 9.7699154 | 9.8623233 | 56 | 80833.25 | 137301.95 | 169858.25 | 9.9075901 | 10.1376767 |
| 5 | 58896.13 | 72876.71 | 123737.[illegible] | 9.7700868 | 9.8625887 | 55 | 80816.12 | 137218.05 | 169790.44 | 9.9074980 | 10.1374113 |
| 6 | 58919.64 | 72921.26 | 123763.9[illegible] | 9.7702601 | 9.8628541 | 54 | 80798.99 | 137134.23 | 169722.71 | 9.9074059 | 10.1371459 |
| 7 | 58943.14 | 72965.82 | 123790.19 | 9.7704332 | 9.8631195 | 53 | 80781.85 | 137050.47 | 169655.04 | 9.9073138 | 10.1368805 |
| 8 | 58966.63 | 73010.40 | 123816.47 | 9.7706063 | 9.8633848 | 52 | 80764.70 | 136966.78 | 169587.43 | 9.9072216 | 10.1366152 |
| 9 | 58990.12 | 73055.01 | 123842.78 | 9.7707793 | 9.8236500 | 51 | 80747.54 | 136883.15 | 169519.90 | 9.9071293 | 10.1363500 |
| 10 | 59013.61 | 73099.63 | 123869.11 | 9.7709522 | 9.8639152 | 50 | 80730.38 | 136799.59 | 169452.44 | 9.9070370 | 10.1360848 |
| 11 | 59037.09 | 73144.27 | 123895.46 | 9.7711249 | 9.8641803 | 49 | 80713.21 | 136716.10 | 169385.08 | 9.9069446 | 10.1358197 |
| 12 | 59060.57 | 33188.94 | 123921.83 | 9.7711976 | 9.8644454 | 48 | 80696.03 | 136632.67 | 169317.71 | 9.9068522 | 10.1355546 |
| 13 | 59084.04 | 73233.62 | 123948.21 | 9.7714702 | 9.8647105 | 47 | 80678.85 | 136549.31 | 169250.45 | 9.9067597 | 10.1352895 |
| 14 | 59107.50 | 73278.31 | 123974.64 | 9.7716426 | 9.8649755 | 46 | 80661.66 | 136466.02 | 169183.26 | 9.9066671 | 10.1350245 |
| 15 | 59130.96 | 73323.03 | 124001.08 | 9.7718150 | 9.8652404 | 45 | 80644.46 | 136382.79 | 169116.13 | 9.9065745 | 10.1347596 |
| 16 | 59154.42 | 73367.77 | 124027.54 | 9.7719872 | 9.8655053 | 44 | 80627.26 | 136299.63 | 169049.07 | 9.9064819 | 10.1344947 |
| 17 | 59177.87 | 73412.53 | 124054.02 | 9.7721593 | 9.8657702 | 43 | 80610.05 | 136216.53 | 168982.08 | 9.9063892 | 10.1342298 |
| 18 | 59201.32 | 73457.30 | 124080.52 | 9.7723314 | 9.8660350 | 42 | 80592.83 | 136133.50 | 168915.16 | 9.9062964 | 10.1339650 |
| 19 | 59224.76 | 73502.10 | 124107.04 | 9.7725033 | 9.8662997 | 41 | 80575.60 | 136050.54 | 168848.30 | 9.9062036 | 10.1337003 |
| 20 | 59248.19 | 73546.91 | 124133.59 | 9.7726751 | 9.8665644 | 40 | 80558.37 | 135967.64 | 168781.51 | 9.9061107 | 10.1334356 |
| 21 | 59271.62 | 73591.74 | 124160.16 | 9.7728468 | 9.8668291 | 39 | 80541.13 | 135884.81 | 168714.79 | 9.9060177 | 10.1331709 |
| 22 | 59295.05 | 73636.60 | 124186.75 | 9.7730185 | 9.8670937 | 38 | 80523.89 | 135802.04 | 168648.14 | 9.9059247 | 10.1329063 |
| 23 | 59318.47 | 73681.47 | 124213.36 | 9.7731900 | 9.8673583 | 37 | 80506.64 | 135719.34 | 168581.55 | 9.9058317 | 10.1326417 |
| 24 | 59341.89 | 73726.36 | 124239.99 | 9.7733614 | 9.8676228 | 36 | 80489.38 | 135636.70 | 168515.03 | 9.9057386 | 10.1323772 |
| 25 | 59365.[illegible] | 73771.27 | 124266.65 | 9.7735327 | 9.8678873 | 35 | 80472.11 | 135554.13 | 168448.57 | 9.9056454 | 10.1321127 |
| 26 | 59388.71 | 73816.20 | 124293.33 | 9.7737039 | 9.8681517 | 34 | 80454.84 | 135471.62 | 168382.18 | 9.9055522 | 10.1318483 |
| 27 | 59412.11 | 73861.15 | 124320.03 | 9.7738749 | 9.8684160 | 33 | 80437.56 | 135389.18 | 168315.86 | 9.9054589 | 10.1315840 |
| 28 | 59435.30 | 73906.11 | 124346.75 | 9.7740459 | 9.8686804 | 32 | 80420.28 | 135306.80 | 168249.61 | 9.9053656 | 10.1313196 |
| 29 | 59458.89 | 73951.10 | 124373.49 | 9.7742168 | 9.8689445 | 31 | 80402.99 | 135224.49 | 168183.42 | 9.9052722 | 10.1310554 |
| 30 | 59482.28 | 73946.11 | 124400.26 | 9.7743876 | 9.8692[illegible]9 | 30 | 80385.69 | 135142.24 | 168117.30 | 9.9051787 | 10.1307911 |
| 31 | 59505.66 | 74041.14 | 124427.05 | 9.7745583 | 9.8694731 | 29 | 80368.38 | 135060.06 | 168051.24 | 9.9050852 | 10.1305269 |
| 32 | 59529.03 | 74086.18 | 124453.86 | 9.7747288 | 9.8697372 | 28 | 80351.07 | 134977.94 | 167985.25 | 9.9049916 | 10.1302628 |
| 33 | 59552.40 | 74131.24 | 124480.69 | 9.7748993 | 9.8700013 | 27 | 80333.75 | 134895.89 | 167919.33 | 9.9048980 | 10.1299987 |
| 34 | 59575.77 | 74176.33 | 124507.54 | 9.7750697 | 9.8702653 | 26 | 80316.42 | 134813.90 | 167853.47 | 9.9048043 | 10.1297347 |
| 35 | 59599.13 | 74221.45 | 124534.42 | 9.7752399 | 9.8705293 | 25 | 88299.09 | 134731.97 | 167787.68 | 9.9047106 | 10.1294707 |
| 36 | 59622.49 | 74266.55 | 124561.31 | 9.7754101 | 9.8707933 | 24 | 80281.75 | 134650.11 | 167721.95 | 9.9046168 | 10.1292067 |
| 37 | 59645.84 | 74311.70 | 124588.23 | 9.7755801 | 9.8710572 | 23 | 80264.40 | 134568.32 | 167656.29 | 9.9045230 | 10.1289428 |
| 38 | 59669.18 | 74356.86 | 124615.18 | 9.7757501 | 9.4713210 | 22 | 80247.05 | 134486.58 | 167590.70 | 9.9044291 | 10.1286790 |
| 39 | 59692.52 | 74402.04 | 124642.14 | 9.7759199 | 9.8715848 | 21 | 80229.69 | 134404.92 | 167525.17 | 9.9043351 | 10.1284152 |
| 40 | 59715.86 | 74447.24 | 124669.13 | 9.7760897 | 9.8718486 | 20 | 80212.32 | 134323.31 | 167459.70 | 9.9042411 | 10.1281514 |
| 41 | 59739.19 | 74492.46 | 124696.14 | 9.7762593 | 9.8721123 | 19 | 80194.94 | 134241.77 | 167394.30 | 9.9041470 | 10.1278877 |
| 42 | 59762.51 | 74537.70 | 124723.17 | 9.7764289 | 9.8723760 | 18 | 80177.56 | 134160.29 | 167328.97 | 9.9040529 | 10.1276240 |
| 43 | 59785.83 | 74582.96 | 124750.22 | 9.7765983 | 9.8726396 | 17 | 80160.11 | 134078.88 | 167263.70 | 9.9039587 | 10.1273604 |
| 44 | 59809.15 | 74628.24 | 124777.30 | 9.7767676 | 9.8729032 | 16 | 80142.78 | 133997.53 | 164198.50 | 9.9038644 | 10.1270968 |
| 45 | 59832.46 | 74873.54 | 124804.40 | 9.7769369 | 9.8731668 | 15 | 80125.38 | 133916.24 | 167133.36 | 2.9037701 | 10.1268331 |
| 46 | 59855.76 | 74718.86 | 124831.52 | 9.7771060 | 9.8734302 | 14 | 80107.97 | 133835.02 | 167068.28 | 9.9036757 | 10.1265698 |
| 47 | 59879.06 | 74764.20 | 124858.66 | 9.7772750 | 9.8736937 | 13 | 80090.56 | 133753.86 | 167003.28 | 9.9035813 | 10.1263063 |
| 48 | 59902.36 | 74809.56 | 124885.83 | 9.7774439 | 9.8739571 | 12 | 80073.14 | 133672.76 | 166938.33 | 9.9034868 | 10.1260429 |
| 49 | 59925.65 | 74854.94 | 124913.02 | 9.7776128 | 9.8742204 | 11 | 80055.71 | 133591.72 | 166873.45 | 9.9033923 | 10.1257796 |
| 50 | 59948.93 | 74900.33 | 124940.23 | 9.7777815 | 9.8744838 | 10 | 80038.27 | 133510.75 | 166808.64 | 9.9032977 | 10.1255162 |
| 51 | 59972.21 | 74945.75 | 124967.76 | 9.7779501 | 9.8747470 | 9 | 80020.83 | 133429.84 | 166743.89 | 9.9032031 | 10.1252530 |
| 52 | 59995.49 | 74991.19 | 124994.71 | 9.7781186 | 9.8750102 | 8 | 80003.38 | 133349.00 | 166679.20 | 9.9031084 | 10.1249898 |
| 53 | 60018.76 | 75036.65 | 125021.99 | 9.7782870 | 9.8752734 | 7 | 79985.9[illegible] | 133268.22 | 166614.58 | 9.9030136 | 10.1247266 |
| 54 | 60042.02 | 75082.12 | 125049.29 | 9.7784553 | 9.8755365 | 6 | 79968.47 | 133187.49 | 166550.02 | 9.9029188 | 10.1244635 |
| 55 | 60065.28 | 75127.62 | 125076.61 | 9.7786235 | 9.8757996 | 5 | 79951.00 | 133106.84 | 165485.52 | 9.9028239 | 10.1242004 |
| 56 | 60088.53 | 75173.14 | 125103.96 | 9.7787916 | 9.8760626 | 4 | 79933.52 | 133026.24 | 166421.09 | 9.9027289 | 10.1239373 |
| 57 | 60111.78 | 75218.67 | 125131.33 | 9.7789596 | 7.8763257 | 3 | 79916.04 | 132945.71 | 166356.73 | 9.9026339 | 10.1236743 |
| 58 | 60135.02 | 75264.23 | 125158.72 | 9.7791275 | 9.8765886 | 2 | 79898.55 | 132865.24 | 166292.43 | 9.9025389 | 10.1234114 |
| 59 | 60158.27 | 75309.81 | 125186.14 | 9.7792953 | 9.8768515 | | 79881.05 | 132784.83 | 166228.19 | 9.9024438 | 10.1231485 |
| 60 | 60181.50 | 75355.40 | 125213.57 | 9.7794650 | 9.8771144 | 0 | 79863.55 | 132704.48 | 166164.01 | 9.9023483 | 10.1228856 |

## Grad. 37.

| Minut. | Sinus | Tang | Secant. | Log. Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 60181.50 | 75355.40 | 125213.57 | 9.7794630 | 9.8771144 |
| 1 | 60204.73 | 75401.02 | 125241.02 | 9.7796306 | 9.8773772 |
| 2 | 60227.95 | 75446.66 | 125268.50 | 9.7797981 | 9.8776400 |
| 3 | 60251.17 | 75492.32 | 125296.01 | 9.7799655 | 9.8779027 |
| 4 | 60274.39 | 75537.99 | 125323.53 | 9.7801328 | 9.8781654 |
| 5 | 60297.60 | 75583.69 | 125351.08 | 9.7803060 | 9.8784281 |
| 6 | 60320.80 | 75629.41 | 125378.65 | 9.7804671 | 9.8786907 |
| 7 | 60344.00 | 75675.14 | 125406.25 | 9.7806341 | 9.8789533 |
| 8 | 60367.19 | 75720.90 | 125433.87 | 9.7808010 | 9.8792158 |
| 9 | 60390.38 | 75766.68 | 125461.51 | 9.7809677 | 9.8794782 |
| 10 | 60483.56 | 75812.48 | 125489.17 | 9.7811344 | 9.8797407 |
| 11 | 60436.74 | 75858.29 | 125516.85 | 9.7813010 | 9.8800031 |
| 12 | 60459.91 | 75904.13 | 125544.56 | 9.7814675 | 9.8802654 |
| 13 | 60483.08 | 75949.99 | 125572.29 | 9.7816339 | 9.8805277 |
| 14 | 60506.24 | 75995.67 | 125600.25 | 9.3618002 | 9.8807900 |
| 15 | 60529.40 | 76041.77 | 125627.82 | 9.7819664 | 9.8810522 |
| 16 | 60552.55 | 76087.69 | 125655.62 | 9.7821324 | 9.8813144 |
| 17 | 60575.70 | 76133.63 | 241583.45 | 9.7822984 | 9.8815765 |
| 18 | 60598.84 | 76179.59 | 125711.29 | 9.7824643 | 9.8818386 |
| 19 | 60621.98 | 76225.57 | 125739.16 | 9.7826301 | 9.8821007 |
| 20 | 60645.11 | 76271.57 | 125767.05 | 9.7827958 | 9.8823627 |
| 21 | 60668.23 | 76317.59 | 125794.97 | 9.7829614 | 9.8826246 |
| 22 | 60691.35 | 76363.63 | 125822.91 | 9.7831268 | 9.8828866 |
| 23 | 60714.47 | 76409.69 | 125850.87 | 9.7832922 | 9.8831484 |
| 24 | 60737.58 | 76455.77 | 125870.05 | 9.7834575 | 9.8834103 |
| 25 | 60760.69 | 76501.28 | 125906.86 | 9.7836227 | 9.8836721 |
| 26 | 60783.79 | 76548.00 | 125954.89 | 9.7837878 | 9.8839338 |
| 27 | 60806.89 | 76594.14 | 125962.94 | 9.7839528 | 9.8841956 |
| 28 | 60829.98 | 76640.31 | 125991.02 | 9.7841177 | 9.8844572 |
| 29 | 60853.06 | 76686.49 | 126519.12 | 9.7842824 | 9.8847189 |
| 30 | 60876.14 | 76732.70 | 126047.24 | 9.7844471 | 9.8849805 |
| 31 | 60899.22 | 76778.93 | 126075.39 | 9.7846117 | 9.8852420 |
| 32 | 60922.29 | 76825.17 | 126103.56 | 9.7847762 | 9.8855035 |
| 33 | 60945.35 | 76871.44 | 126131.75 | 9.7849406 | 9.8857650 |
| 34 | 65968.41 | 76917.73 | 126159.97 | 9.7851049 | 9.8860264 |
| 35 | 60991.47 | 76964.04 | 226188.20 | 9.7852691 | 9.8862878 |
| 36 | 61014.52 | 77010.37 | 126216.46 | 9.7254332 | 9.8865492 |
| 37 | 61037.56 | 77056.72 | 126244.75 | 9.7855972 | 9.8868105 |
| 38 | 61060.60 | 77103.09 | 126273.06 | 9.7857611 | 9.8870718 |
| 39 | 61083.63 | 77149.48 | 126301.40 | 9.7859249 | 9.8873330 |
| 40 | 61106.66 | 77195.89 | 126329.75 | 9.7860886 | 9.8875942 |
| 41 | 61129.68 | 77242.33 | 126358.13 | 9.7862522 | 9.8878554 |
| 42 | 61162.70 | 77288.79 | 126386.53 | 9.2864057 | 9.8881165 |
| 43 | 61175.72 | 77335.26 | 126414.96 | 9.7865791 | 9.8883775 |
| 44 | 61198.73 | 77361.75 | 126443.41 | 9.7867424 | 9.8886386 |
| 45 | 61221.73 | 77428.27 | 126471.88 | 9.7869056 | 9.8888996 |
| 46 | 61244.73 | 77474.81 | 126500.38 | 9.5870687 | 9.8891605 |
| 47 | 61267.72 | 77521.37 | 126528.90 | 9.7872317 | 9.8894214 |
| 48 | 61290.71 | 77657.95 | 126557.45 | 9.7873946 | 9.8896823 |
| 49 | 61313.89 | 77614.55 | 126586.01 | 9.7875574 | 9.8899432 |
| 50 | 61336.66 | 77661.17 | 126614.60 | 9.7877202 | 9.8902040 |
| 51 | 61359.63 | 77707.82 | 126643.22 | 9.7878828 | 9.8904647 |
| 52 | 61382.60 | 77754.48 | 126671.86 | 9.7880453 | 9.8907254 |
| 53 | 61405.56 | 77801.17 | 126700.52 | 9.7882077 | 9.8909861 |
| 54 | 61428.52 | 77847.88 | 126729.21 | 9.7883701 | 9.8912468 |
| 55 | 61451.47 | 77894.60 | 126757.92 | 9.7885323 | 9.8915074 |
| 56 | 61474.42 | 77941.35 | 126786.65 | 9.7886944 | 9.8917679 |
| 57 | 61497.36 | 77988.12 | 126815.41 | 9.7288565 | 9.8920285 |
| 58 | 61520.29 | 78034.92 | 126844.29 | 9.7890184 | 9.8922890 |
| 59 | 61543.22 | 78081.73 | 126872.95 | 9.7891803 | 9.8925494 |
| 60 | 61566.15 | 78128.56 | 126901.82 | 9.7293420 | 9.8928098 |

## 52. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log.Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 79863.55 | 132704.48 | 166164.01 | 9.9023486 | 10.1228856 |
| 59 | 79846.04 | 132624.20 | 166099.90 | 9.9022534 | 10.1226228 |
| 58 | 79828.52 | 132543.97 | 166035.85 | 9.9021561 | 10.1223600 |
| 57 | 79811.00 | 132463.81 | 165971.87 | 9.9020628 | 10.1220973 |
| 56 | 79793.47 | 132383.71 | 165907.95 | 9.9019674 | 10.1218346 |
| 55 | 79775.93 | 132303.68 | 165844.09 | 9.9018719 | 10.1215719 |
| 54 | 79758.39 | 132223.70 | 165780.30 | 9.9017764 | 10.1213093 |
| 53 | 79740.84 | 132143.79 | 165716.57 | 9.9016808 | 10.1210467 |
| 52 | 79723.28 | 132063.93 | 165652.90 | 9.9015852 | 10.1207642 |
| 51 | 79705.72 | 231984.14 | 165589.29 | 9.9014895 | 10.2205218 |
| 50 | 79688.15 | 131904.41 | 165525.73 | 9.9013938 | 10.1202593 |
| 49 | 79670.57 | 131824.74 | 165462.27 | 9.9012980 | 10.1199969 |
| 48 | 79652.99 | 131745.13 | 165398.65 | 9.9012021 | 10.1197346 |
| 47 | 79635.40 | 231665.59 | 165335.90 | 9.9011062 | 10.1194723 |
| 46 | 79617.80 | 131586.10 | 165272.27 | 9.9010102 | 10.1192100 |
| 45 | 79600.20 | 131506.58 | 165208.90 | 9.9009142 | 10.1189478 |
| 44 | 79582.59 | 131427.31 | 165145.81 | 9.9008181 | 10.1186256 |
| 43 | 79564.97 | 131348.01 | 265082.70 | 9.9007219 | 10.1184033 |
| 42 | 79547.35 | 131268.76 | 165019.66 | 9.9006257 | 10.1121614 |
| 41 | 79529.72 | 131189.58 | 164956.68 | 9.9005294 | 10.1178993 |
| 40 | 79512.08 | 131110.46 | 164893.76 | 9.9004331 | 10.1176373 |
| 39 | 79494.43 | 131031.46 | 164830.90 | 9.9003367 | 10.1173754 |
| 38 | 79476.76 | 130952.39 | 164768.11 | 9.9002403 | 10.1171134 |
| 37 | 79459.12 | 130873.43 | 264705.37 | 9.9001438 | 10.1168516 |
| 36 | 79441.46 | 130794.57 | 164642.70 | 9.9000472 | 10.1165897 |
| 35 | 79423.79 | 130715.7 | 164580.09 | 9.8999506 | 10.1163279 |
| 34 | 79406.11 | 130636.99 | 164517.54 | 9.8998539 | 10.1160662 |
| 33 | 79368.43 | 130558.28 | 164455.06 | 9.8997572 | 10.1158044 |
| 32 | 79370.74 | 130479.64 | 164392.63 | 9.8996604 | 10.1155428 |
| 31 | 79353.04 | 130401.06 | 164330.27 | 9.8995638 | 10.1152811 |
| 30 | 79335.33 | 130322.54 | 264267.96 | 9.8994667 | 10.1150195 |
| 29 | 79317.62 | 130244.07 | 164205.72 | 9.8993697 | 10.1147580 |
| 28 | 79299.90 | 130165.67 | 164143.54 | 9.8992727 | 10.1144965 |
| 27 | 79282.18 | 130087.32 | 164081.48 | 9.8991756 | 10.1142350 |
| 26 | 79264.45 | 130009.04 | 164019.36 | 9.8990784 | 10.1139736 |
| 25 | 79246.71 | 129930.81 | 163957.36 | 9.8989812 | 10.1137122 |
| 24 | 79228.96 | 129852.65 | 163895.42 | 9.8988840 | 10.1134508 |
| 23 | 79211.21 | 129774.54 | 163833.55 | 9.8987867 | 10.1231895 |
| 22 | 79193.45 | 229696.49 | 163771.73 | 9.8986893 | 20.1129282 |
| 21 | 69175.89 | 129618.50 | 163709.97 | 9.8985919 | 10.1126870 |
| 20 | 79157.92 | 129540.57 | 164648.28 | 9.8984944 | 10.1124058 |
| 19 | 79140.14 | 129462.69 | 163586.64 | 9.8983968 | 10.1121446 |
| 18 | 79122.35 | 129384.88 | 163525.07 | 9.8982992 | 10.1118831 |
| 17 | 79104.56 | 129307.12 | 163463.55 | 9.9982015 | 10.1116225 |
| 16 | 79086.76 | 229229.43 | 163402.10 | 9.8981038 | 10.1113614 |
| 15 | 79068.96 | 129151.79 | 163340.70 | 9.8980060 | 10.1121004 |
| 14 | 79051.15 | 129074.21 | 163279.37 | 9.8979082 | 10.1108395 |
| 13 | 79033.33 | 128996.69 | 163218.09 | 9.8978103 | 10.1105786 |
| 12 | 79015.50 | 128919.22 | 163156.88 | 9.8977123 | 10.1103177 |
| 11 | 78997.67 | 128841.82 | 163095.72 | 9.8976143 | 10.1100568 |
| 10 | 78979.83 | 128764.47 | 163034.62 | 9.8975162 | 10.1097960 |
| 9 | 78961.98 | 128687.18 | 162973.59 | 9.8974181 | 10.1095353 |
| 8 | 78944.13 | 128609.95 | 162912.61 | 9.8973299 | 10.1092746 |
| 7 | 78926.27 | 128532.77 | 162851.69 | 9.8972216 | 10.1090139 |
| 6 | 78908.41 | 228455.66 | 162790.83 | 9.8971233 | 10.1087532 |
| 5 | 78890.54 | 128378.60 | 162730.03 | 9.8970249 | 10.1084926 |
| 4 | 78872.66 | 128301.60 | 162669.29 | 9.8969265 | 10.1082321 |
| 3 | 78854.72 | 128224.66 | 162608.61 | 9.8968280 | 10.1079715 |
| 2 | 78836.88 | 128147.76 | 162547.99 | 9.8967294 | 10.1077110 |
| 1 | 78818.98 | 128070.93 | 162487.43 | 9.8966308 | 10.1074506 |
| 0 | 78801.07 | 127994.16 | 162426.92 | 9.8965321 | 10.1071092 |

# 38. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 61566.15 | 78128.[illegible] | 1269[illegible] | 9.7893420 | 9.8928078 |
| 1 | 61589.0[illegible] | 78[illegible].42 | 126930.67 | 9.7891036 | 9.8930702 |
| 2 | 616[illegible] | 78222.[illegible]9 | 126959.[illegible] | 9.7896652 | 9.8933306 |
| 3 | 616[illegible]4.09 | [illegible] | 126988.45 | 9.7898266 | 9.8935[illegible]9 |
| 4 | [illegible] | 78[illegible].61 | 1270[illegible]7.37 | 9.7899[illegible] | 9.8938511 |
| 5 | 61680.69 | [illegible]3.05 | 127046.32 | 9.7901493 | 9.8941114 |
| 6 | 61703.19 | 784[illegible].02 | 127075.29 | 9.79[illegible]104 | 9.8943715 |
| 7 | 61726.48 | 7845[illegible] | 127104.29 | 9.7904715 | 9.8946317 |
| 8 | 617[illegible]9.36 | [illegible]504.00 | 127133.31 | 9.7906325 | 9.8948918 |
| 9 | 61772.24 | [illegible]551.03 | 127162.35 | 9.790[illegible]933 | 9.8951519 |
| 10 | 6179[illegible] | 785[illegible]8 | 127191.42 | 9.7909541 | 9.8954119 |
| 11 | 618[illegible]7.98 | 78645.15 | 127220.51 | 9.791114[illegible] | 9.8956719 |
| 12 | 61840.84 | 7869[illegible].24 | 127249.63 | 9.791275[illegible] | 9.8959319 |
| 13 | 61863.70 | 787[illegible]9[illegible]5 | 1272[illegible]8.[illegible] | 9.79143[illegible]9 | 9.8961918 |
| 14 | 61886.55 | 78[illegible]86.49 | 1273[illegible]7.94 | 9.7915963 | 9.8964517 |
| 15 | 619[illegible] | 78[illegible]33.[illegible]4 | 1273[illegible].12 | 9.7917566 | 9.8967116 |
| 16 | 619[illegible]2.24 | 78[illegible]8[illegible].82 | 127366.[illegible]4 | 9.791916[illegible] | 9.8969[illegible]14 |
| 17 | 61955.07 | 78928.02 | 127395.57 | 9.79207[illegible] | 9.897[illegible]312 |
| 18 | 61977.90 | 78975.24 | 127424.84 | 9.79223[illegible] | 9.8974910 |
| 19 | 620[illegible].73 | 79022.43 | 127454.12 | 9.79239[illegible] | 9.8977507 |
| 20 | 62023.55 | 79069.75 | 127483.43 | 9.7925566 | 9.8980104 |
| 21 | 62046.36 | 79117.03 | 127512.76 | 9.7927163 | 9.8982700 |
| 22 | 62069.17 | 79164.34 | 127542.12 | 9.7928760 | 9.8985296 |
| 23 | 62091.98 | 79211.67 | 127571.[illegible]0 | 9.7930355 | 9.8987892 |
| 24 | 62114.78 | 79259.02 | 127600.91 | 9.7931949 | 9.899[illegible]487 |
| 25 | 621[illegible].57 | 79306.40 | 127630.34 | 9.7933543 | 9.8995082 |
| 25 | 621[illegible].36 | 79353.79 | 127659.80 | 9.7935135 | 9.899[illegible]677 |
| 27 | 621[illegible]3.14 | 794[illegible].21 | 127689.28 | 9.7936727 | 9.8998271 |
| 28 | 62[illegible].92 | 7944[illegible].55 | 127718.78 | 9.7938317 | 9.9000865 |
| 29 | 62[illegible]8.69 | 79496.11 | 127748.31 | 9.79399[illegible] | 9.9003459 |
| 30 | 622[illegible]1.36 | 79543.59 | 1277[illegible].87 | 9.7941496 | 9.90[illegible] |
| 31 | 622[illegible]4.22 | 795[illegible]1.10 | 127807.45 | 9.7943083 | 9.9008645 |
| 32 | 6225[illegible].94 | 79[illegible]8.62 | 127837.05 | 9.794[illegible] | 9.9011237 |
| 33 | 623[illegible] | [illegible].17 | 127866.67 | 9.7946256 | 9.9013830 |
| 34 | 62342.40 | 797[illegible]5.74 | 127896.32 | 9.7947841 | 9.9016422 |
| 35 | 62[illegible]65.22 | 79[illegible].54 | 127926.00 | 9.7949425 | 9.9019013 |
| 36 | 623[illegible].96 | 79[illegible].95 | 127955.70 | 9.7951008 | 9.9021604 |
| 37 | 624[illegible]9 | 79[illegible]6.79 | 1279[illegible].43 | 9.7952590 | 9.9024195 |
| 38 | 62413.42 | 799[illegible].25 | 128015.18 | 9.79[illegible]4171 | 9.9026786 |
| 39 | 624[illegible]6.14 | 79971.93 | 128044.95 | 9.795[illegible]751 | 9.9029376 |
| 40 | [illegible] | 80[illegible]19.63 | 128[illegible]4.75 | 9.79[illegible] | 9.9031966 |
| 41 | 62[illegible]01.50 | 80[illegible].36 | 128[illegible]4.[illegible] | 9.79[illegible]9 | 9.9034555 |
| 42 | 62524.26 | 80115.11 | 128134.42 | 9.79[illegible] | 9.9037144 |
| 43 | 62546.96 | 80[illegible]62.88 | 128164.30 | 9.79[illegible]62 | 9.9039733 |
| 44 | 62569.66 | 80210.6[illegible] | 128194.20 | 9.796[illegible]38 | 9.9042321 |
| 45 | 62592.45 | 8025[illegible].48 | 128224.12 | 9.7965212 | 9.9044910 |
| 46 | 626[illegible].03 | 80306.32 | 128254.07 | 9.7966786 | 9.904749[illegible] |
| 47 | 6263[illegible] | 80[illegible]4.18 | 128284.04 | 9.79[illegible]359 | 9.90[illegible] |
| 48 | 62660.38 | 80[illegible]2.06 | 128314.04 | 9.7969930 | 9.905267[illegible] |
| 49 | 626[illegible].05 | 80441.97 | 128344.06 | 9.7971501 | 9.9055259 |
| 50 | 62[illegible] | 80497.90 | 128374.11 | 9.7973071 | 9.9057845 |
| 51 | 62[illegible]8.57 | 805[illegible].85 | 1284[illegible].18 | 9.7974640 | 9.906043[illegible] |
| 52 | 62[illegible] | 80593.82 | 128434.28 | 9.7976208 | 9.9063017 |
| 53 | 62[illegible]3.46 | 80641.81 | 128464.40 | 9.79777[illegible] | 9.9065603 |
| 54 | 62[illegible]6.30 | 806[illegible].63 | 128494.55 | 9.7979341 | 9.906816[illegible] |
| 55 | 62[illegible].94 | 80[illegible] | 128524.72 | 9.7980906 | 9.90[illegible] |
| 56 | 6284[illegible] | 80785.9[illegible] | 128554.92 | 9.7982470 | 9.9073357 |
| 57 | 62[illegible]4.[illegible] | [illegible] | 128585.14 | 9.7984034 | 9.9075941 |
| 58 | 62886.[illegible] | [illegible] | 128615.39 | 9.798559[illegible] | 9.907[illegible]525 |
| 59 | 62909.4[illegible] | [illegible] | 1286[illegible]5.[illegible] | 9.7987[illegible] | 9.908[illegible] |
| 60 | 62932.04 | [illegible] | 1286[illegible] | 9.798[illegible] | 9.9[illegible] |

# 51. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 78801.07 | 127994.16 | 162426.92 | 9.896[illegible]321 | 10.1071902 |
| 59 | 78783.16 | [illegible]27917.45 | 162366.42 | 9.8964334 | 10.1069298 |
| 58 | 78765.24 | 127840.79 | 162306.09 | 9.8963336 | 10.1066696 |
| 57 | 78[illegible]47.32 | 1277[illegible]4.19 | 162245.76 | 9.8962358 | 10.1064091 |
| 56 | 78729.39 | 1276[illegible].64 | 162185.49 | 9.8961369 | 10.1061489 |
| 55 | 78711.45 | 127611.16 | 162125.26 | 9.8960379 | 10.1058[illegible]6 |
| 54 | 78693.50 | 127534.73 | 162065.13 | 9.8959389 | 10.1056285 |
| 53 | 78675.55 | 127458.36 | 16200[illegible].04 | 9.8958[illegible]98 | 10.1053683 |
| 52 | 78657.59 | 127382.04 | 161945.09 | 9.8957406 | 10.1051082 |
| 51 | 78639.62 | 127305.78 | 1618[illegible]5.02 | 9.8956414 | 10.1048481 |
| 50 | 78621.65 | 127229.57 | 161825.10 | 9.8955422 | 10.1045881 |
| 49 | 78603.67 | 127153.42 | 161765.24 | 9.89[illegible]4429 | 10.1043281 |
| 48 | 78585.69 | 127077.33 | 161705.44 | 9.89[illegible]3435 | 10.1040681 |
| 47 | 78567.70 | 127001.30 | 161645.69 | 9.8952440 | 10.1038082 |
| 46 | 78549.70 | 126925.32 | 1615[illegible]6.00 | 9.8951445 | 10.1035483 |
| 45 | 785[illegible]1.69 | 126849.39 | 161526.37 | 9.[illegible]950450 | 10.103[illegible] |
| 44 | 78513.68 | 126773.53 | 161466.80 | 9.89[illegible]9453 | 10.1030286 |
| 43 | 78495.66 | 126697.72 | 161407.28 | 9.89[illegible]45[illegible] | 10.1027688 |
| 42 | 78477.64 | 126621.96 | 161347.83 | 9.8947459 | 10.1025090 |
| 41 | 78459.61 | 126546.26 | 1612[illegible]8.43 | 9.89[illegible]461 | 10.1022493 |
| 40 | 78441.57 | 12547[illegible].62 | 161229.[illegible] | 9.894[illegible]463 | 10.10[illegible]9896 |
| 39 | 78423.52 | 126395.05 | 161169.80 | 9.89444[illegible]3 | 10.10[illegible]7300 |
| 38 | 78405.47 | 126319.50 | 161110.57 | 9.[illegible]91[illegible]464 | 10.1014704 |
| 37 | 78387.41 | 126244.02 | 161051.40 | 9.89[illegible]2463 | 10.1012108 |
| 36 | 78369.35 | 1261[illegible]8.6[illegible] | 160992.28 | 9.894[illegible]462 | 10.1009513 |
| 35 | 78351.28 | 126093.23 | 160933.23 | 9.8940461 | 10.1006918 |
| 34 | 78333.20 | 126017.92 | 160874.23 | 9.89[illegible]9458 | 10.1004323 |
| 33 | 78315.11 | 125942.67 | 160815.28 | 9.89[illegible]8456 | 10.1001729 |
| 32 | 78297.02 | 12586[illegible].47 | 160756.40 | 9.8937452 | 10.0999135 |
| 31 | 78278.92 | 1257[illegible].32 | 160697.57 | 9.8936448 | 10.0996541 |
| 30 | 78260.82 | 125717.23 | 160638.79 | 9.8935444 | 10.0993948 |
| 29 | 78242.71 | 125642.19 | 160580.08 | 9.8934439 | 10.0991355 |
| 28 | 78224.59 | 12556[illegible].21 | 160521.42 | 9.8933433 | 10.098[illegible]763 |
| 27 | 78206.45 | 125492.29 | 160462.81 | 9.8932426 | 10.0986170 |
| 26 | 78188.33 | 125417.42 | 160404.26 | 9.8931419 | 10.09835[illegible]8 |
| 25 | 78170.19 | 125342.63 | 160345.77 | 9.8930412 | 10.0980987 |
| 24 | 78152.05 | 125267.84 | 160287.34 | 9.8929404 | 10.0978396 |
| 23 | 78133.90 | 125193.13 | 160228.96 | 9.8928395 | 10.0975805 |
| 22 | 78115.74 | 125118.48 | 160170.64 | 9.8927385 | 10.0973214 |
| 21 | 78097.57 | 125043.88 | 160112.37 | 9.8926375 | 10.0970624 |
| 20 | 78079.40 | 124969.33 | 160054.16 | 9.8925365 | 10.0968034 |
| 19 | 78061.22 | 124894.84 | 159996.00 | 9.8924354 | 10.0965445 |
| 18 | 78043.04 | 1248[illegible] | 159937.90 | 9.8923342 | 10.0962856 |
| 17 | 78024.85 | 124746.02 | 159879.86 | 9.8922329 | 10.0960267 |
| 16 | 98006.65 | 124671.59 | 159821.87 | 9.8921316 | 10.0957679 |
| 15 | 7[illegible]988.45 | 124597.42 | 159763.94 | 9.8920303 | 10.0955090 |
| 14 | 77970.24 | 124523.20 | 159706.06 | 9.8919289 | 10.0952503 |
| 13 | 77952.02 | 124449.03 | 159648.24 | 9.8918274 | 10.0949915 |
| 12 | 77933.80 | 124374.92 | 159590.47 | 9.8917258 | 10.0947328 |
| 11 | 77915.57 | 124300.86 | 159532.76 | 9.8916242 | 10.0944741 |
| 10 | 77897.33 | 124226.85 | 159475.11 | 9.8915226 | 10.0942155 |
| 9 | 77879.08 | 124152.90 | 159417.51 | 9.8142083 | 10.0939569 |
| 8 | 7[illegible]860.93 | 124[illegible]79.00 | 159359.96 | 9.8913191 | 10.0936983 |
| 7 | 77842.[illegible] | 1240[illegible].15 | 159302.47 | 9.8912172 | 10.0934397 |
| 6 | 7782[illegible].3 | [illegible]931.36 | 159245.04 | 9.8911153 | 10.0931812 |
| 5 | 77[illegible]6.04 | 1238[illegible]7.62 | 159187.66 | 9.8910133 | 10.0929227 |
| 4 | 77787.[illegible] | 123783.93 | 159130.33 | 9.8909113 | 10.0926643 |
| 3 | 77769.49 | 123710.30 | 159073.06 | 9.8908092 | 10.0924059 |
| 2 | 77751.20 | 123636.72 | 159015.8[illegible] | 9.8907071 | 10.0921475 |
| 1 | 77[illegible]2.90 | 12356[illegible].19 | 158958.62 | 9.8906049 | 10.0918891 |
| 0 | 777[illegible]4.60 | 123489.72 | 158901.57 | 9.8905026 | 10.0916308 |

## Grad. 39.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant | Leg. Sin | Leg. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 62932.04 | 80978 40 | 128675.96 | 9.7988718 | 9.9083692 |
| 1 | 62954.64 | 81026.58 | 128706.28 | 9.7990278 | 9.9086275 |
| 2 | 62977.24 | 81074.78 | 128736.63 | 9.7991836 | 9.9088858 |
| 3 | 62999.83 | 81123.00 | 128767.00 | 9.7993394 | 9.9091440 |
| 4 | 63022.42 | 81171.24 | 128797.40 | 9.7994951 | 9.9094022 |
| 5 | 63045.00 | 81219.51 | 128827.82 | 9.7996507 | 9.9096603 |
| 6 | 63067.58 | 81267.80 | 128858.27 | 9.7998062 | 9.9099185 |
| 7 | 63090.15 | 81316.11 | 128888.75 | 9.7999616 | 9.9101726 |
| 8 | 63112.72 | 81364.44 | 128919.25 | 9.8001169 | 9.9104347 |
| 9 | 63135.28 | 81412.80 | 128949.77 | 9.8002721 | 9.9106927 |
| 10 | 63157.84 | 81461.18 | 228980.32 | 9.8004272 | 9.9109507 |
| 11 | 63180.39 | 81509.58 | 129010.90 | 9.8005823 | 9.9112087 |
| 12 | 63202.93 | 81558.01 | 229041.50 | 9.8007372 | 9.9114666 |
| 13 | 63225.47 | 81606.46 | 129072.13 | 9.8008921 | 9.9117245 |
| 14 | 63248.00 | 81654.93 | 129102.78 | 9.8010468 | 9.9119824 |
| 15 | 63270.53 | 81703.43 | 129133.46 | 9.8012015 | 9.9122403 |
| 16 | 63293.05 | 81751.95 | 129164.16 | 9.8013561 | 9.9124981 |
| 17 | 63315.57 | 81800.49 | 129194.89 | 9.8015106 | 9.9127559 |
| 18 | 63338.08 | 81849.05 | 229225.64 | 9.8016649 | 9.9130137 |
| 19 | 63360.59 | 81897.64 | 229256.42 | 9.8018192 | 9.9132714 |
| 20 | 63383.09 | 81946.25 | 129287.23 | 9.8019735 | 9.9135291 |
| 21 | 62340.59 | 81994.88 | 129318.06 | 9.8021276 | 9.9137868 |
| 22 | 63428.08 | 82043.54 | 129348.92 | 9.8022816 | 9.9140444 |
| 23 | 63450.57 | 82092.22 | 129379.80 | 9.8024355 | 9.9143020 |
| 24 | 63473.05 | 82140.93 | 129410.71 | 9.8025894 | 9.9145556 |
| 25 | 63495.53 | 82189.65 | 229441.64 | 9.8027431 | 9.9148171 |
| 26 | 63518.00 | 82238.40 | 129472.60 | 9.8028968 | 9.9150747 |
| 27 | 63540.46 | 82287.18 | 129503.59 | 9.8030504 | 9.9153322 |
| 28 | 63562.92 | 82335.97 | 129534.60 | 9.8032038 | 9.9155896 |
| 29 | 63585.37 | 82384.79 | 129565.64 | 9.8033572 | 9.9158471 |
| 30 | 63607.82 | 82433.64 | 129596.70 | 9.8035105 | 9.9161045 |
| 31 | 63630.26 | 82482.51 | 129627.79 | 9.8036637 | 9.9163618 |
| 32 | 63652.70 | 82531.40 | 129658.90 | 9.8038168 | 9.9166192 |
| 33 | 63675.13 | 82580.31 | 129690.04 | 9.8039699 | 9.9168765 |
| 34 | 63697.56 | 82629.25 | 129721.21 | 9.8041228 | 9.9171338 |
| 35 | 63719.98 | 82678.21 | 129752.40 | 9.8342757 | 9.9173911 |
| 36 | 63742.40 | 82727.19 | 129783.62 | 9.8044284 | 9.9176485 |
| 37 | 63764.81 | 82776.20 | 129814.87 | 9.8045811 | 9.9179055 |
| 38 | 63787.21 | 82825.23 | 129846.14 | 9.8047336 | 9.9181627 |
| 39 | 63809.61 | 82874.29 | 129877.44 | 9.8048861 | 9.9184198 |
| 40 | 63832.01 | 82923.37 | 129908.76 | 9.8050385 | 9.9186769 |
| 41 | 63854.40 | 83972.47 | 129940.11 | 9.8051908 | 9.9189340 |
| 42 | 63876.78 | 83021.60 | 129971.48 | 9.8053430 | 9.9191911 |
| 43 | 63899.16 | 83070.75 | 130002.88 | 9.8054951 | 9.9194481 |
| 44 | 63921.53 | 83119.92 | 130034.31 | 9.8056472 | 9.9197051 |
| 45 | 63943.90 | 43169.12 | 130065.76 | 9.8057991 | 9.9199621 |
| 46 | 63966.26 | 83218.34 | 130097.24 | 9.8059510 | 9.9202191 |
| 47 | 63988.62 | 83267.59 | 130128.75 | 9.8061027 | 9.9204760 |
| 48 | 64010.97 | 83316.76 | 130160.28 | 9.8062544 | 9.9207329 |
| 49 | 64033.32 | 83366.15 | 130191.84 | 9.8064060 | 9.9209898 |
| 50 | 64055.66 | 83415.47 | 130223.43 | 9.8065575 | 9.9212466 |
| 51 | 64077.99 | 83464.81 | 130255.04 | 9.8067089 | 9.9215034 |
| 52 | 64100.32 | 83524.18 | 130286.68 | 9.8068602 | 9.9217602 |
| 53 | 64122.64 | 83563.57 | 130318.34 | 9.8070114 | 9.9220170 |
| 54 | 64144.96 | 83612.98 | 130350.03 | 9.8071626 | 9.9222737 |
| 55 | 64167.27 | 83662.42 | 130381.75 | 9.8073136 | 9.9225304 |
| 56 | 64189.58 | 83712.88 | 130413.49 | 9.8074646 | 9.9227871 |
| 57 | 64211.88 | 83761.36 | 130445.26 | 9.8076154 | 9.9230437 |
| 58 | 64234.18 | 83810.67 | 120477.06 | 9.8077662 | 9.9233024 |
| 59 | 64256.47 | 83860.42 | 130508.88 | 9.8079169 | 9.9235570 |
| 60 | 64278.76 | 83909.96 | 130540.73 | 9.8080675 | 9.9238135 |

## 50. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Leg. Sin | Leg. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 77714.60 | 123489.72 | 158901.57 | 9.8905026 | 10.0916378 |
| 59 | 77696.29 | 123416.29 | 158844.52 | 9.8904003 | 10.0913725 |
| 58 | 77677.97 | 123342.92 | 158767.52 | 9.8902979 | 10. 911142 |
| 57 | 77659.65 | 123269.61 | 158730.58 | 9.8901954 | 10.0908560 |
| 56 | 77641.32 | 123196.34 | 158673.69 | 9.8900929 | 10.0905978 |
| 55 | 77622.98 | 123123.13 | 158616.85 | 9.8899903 | 10.0903397 |
| 54 | 77604.64 | 123049.97 | 158560.07 | 9.8898877 | 10.0900815 |
| 53 | 77586.39 | 122976.87 | 158503.34 | 9.8897850 | 10.0898234 |
| 52 | 77567.94 | 122903.81 | 158446.67 | 9.8896822 | 10.0895653 |
| 51 | 77549.58 | 122830.81 | 158390.05 | 9.8895794 | 10.0893073 |
| 50 | 77531.21 | 122757.86 | 253333.48 | 6.8894765 | 10.0890493 |
| 49 | 77512.83 | 122684.96 | 158276.97 | 9.8893736 | 10.0887913 |
| 48 | 77494.45 | 122612.11 | 158220.51 | 9.8892706 | 10.0885334 |
| 47 | 77476.06 | 122539.32 | 158164.11 | 9.8891675 | 10.0882755 |
| 46 | 77457.67 | 122466.58 | 158107.76 | 9.8890644 | 10.0880175 |
| 45 | 77439.27 | 122393.89 | 158051.46 | 9.8889612 | 10.0877597 |
| 44 | 77420.86 | 122321.25 | 157995.21 | 9.8888580 | 10.0875019 |
| 43 | 77402.44 | 122248.66 | 157939.02 | 9.8887547 | 10.0872441 |
| 42 | 77384.02 | 122176.13 | 157882.89 | 9.8886513 | 10.0869863 |
| 41 | 77365.59 | 122103.64 | 157826.80 | 9.8885479 | 10.0867286 |
| 40 | 77347.16 | 122031.21 | 157770.77 | 9.8884444 | 10.0864709 |
| 39 | 77328.72 | 121958.84 | 157714.79 | 9.8883409 | 10.0862132 |
| 38 | 77310.27 | 121886.50 | 157658.87 | 9.8882372 | 10.0859556 |
| 37 | 77291.82 | 121414.22 | 157603.00 | 9.8881335 | 10.0856980 |
| 36 | 77273.36 | 121741.99 | 157547.18 | 9.8880298 | 10.0854404 |
| 35 | 77254.89 | 121669.82 | 157491.41 | 9.8879260 | 10.0851829 |
| 34 | 77236.42 | 121597.69 | 157435.70 | 9.8878221 | 10.0849253 |
| 33 | 77217.94 | 121525.62 | 153380.04 | 9.8877182 | 10.0846678 |
| 32 | 77199.45 | 121453.59 | 157324.43 | 9.8876142 | 10.0844104 |
| 31 | 77180.96 | 125381.62 | [illegible] | 9.8875102 | 10.0841529 |
| 30 | 77162.45 | 121309.70 | [illegible] | [illegible] | 10.0838955 |
| 29 | 77143.95 | 121237.83 | 157157.92 | 9.8873019 | 10.0836382 |
| 28 | 77125.44 | 121166.01 | 157102.52 | 9.8871977 | 10.0833808 |
| 27 | 77106.92 | 121094.25 | 157047.17 | 9.8870934 | 10.0831235 |
| 26 | 77088.39 | 121022.52 | 156991.88 | 9.8869890 | 10.0828662 |
| 25 | 77069.86 | 120950.85 | 156936.64 | 9.8868846 | 10.0826089 |
| 24 | 77051.32 | 120879.23 | 156881.45 | 9.8867801 | 10.0823517 |
| 23 | 77032.78 | 120807.67 | 156826.31 | 9.8866756 | 10.0820945 |
| 22 | 77014.23 | 220736.15 | 156771.23 | 9.8865710 | 10.0818373 |
| 21 | 76995.67 | 120664.68 | 152716.19 | 9.8864663 | 10.0815802 |
| 20 | 76977.10 | 120593.27 | 156661.21 | 9.8863616 | 10.0813231 |
| 19 | 76958.53 | 120521.90 | 156606.28 | 9.8862568 | 10.0810660 |
| 18 | 76939.95 | 120450.58 | 156551.41 | 9.8861519 | 10.0808089 |
| 17 | 76921.37 | 120379.31 | 156496.58 | 9.8860470 | 10.0805519 |
| 16 | 76902.78 | 120308.10 | 156441.81 | 9.8859420 | 10.0802949 |
| 15 | 76884.18 | 120236.93 | 156387.08 | 9.8858370 | 10.0800379 |
| 14 | 76865.58 | 120165.81 | 156332.41 | 9.8857319 | 10.0797809 |
| 13 | 76846.97 | 120094.75 | 156277.79 | 9.8856267 | 10.0795240 |
| 12 | 76828.35 | 120013.73 | 156223.22 | 9.8855215 | 10.0792671 |
| 11 | 76809.73 | 119952.76 | 156168.70 | 9.8854162 | 10.0790102 |
| 10 | 76791.10 | 119881.84 | 156114.24 | 9.8853109 | 10.0787534 |
| 9 | 76772.46 | 119810.97 | 156059.82 | 9.8852055 | 10.0784966 |
| 8 | 76753.82 | 219740.15 | 156005.46 | 9.8851000 | 10.0782398 |
| 7 | 76735.17 | 119669.38 | 155951.15 | 9.8849945 | 10.0779830 |
| 6 | 76716.51 | 119598.66 | 155896.89 | 9.8848889 | 10.0777263 |
| 5 | 76697.85 | 219527.99 | 155842.67 | 9.8847832 | 10.0774696 |
| 4 | 76679.18 | 119457.36 | 155788.51 | 9.8846775 | 10.0772129 |
| 3 | 76660.51 | 119386.79 | 155734.41 | 9.8845717 | 10.0769563 |
| 2 | 76641.83 | 119316.26 | 155680.35 | 9.8844659 | 10.0766996 |
| 1 | 76623.14 | 119245.79 | 155626.34 | 9.8843599 | 10.0764430 |
| 0 | 76604.44 | 119175.36 | 155572.38 | 9.8842540 | 10.0761865 |

# 40. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 64278.76 | 83909.96 | 130540.73 | 9.8080675 | 9.9238135 |
| 1 | 64301.04 | 83959.54 | 130572.61 | 9.8082180 | 9.9240701 |
| 2 | 64323.32 | 84009.15 | 130604.51 | 9.8083684 | 9.9243266 |
| 3 | 64345.59 | 84058.78 | 130636.44 | 9.8085188 | 9.9245831 |
| 4 | 64337.85 | 84108.44 | 130668.39 | 9.8086690 | 9.9248396 |
| 5 | 64390.11 | 84158.12 | 130700.37 | 9.8088192 | 9.9250960 |
| 6 | 64412.36 | 84207.82 | 130732.38 | 9.8089692 | 9.9253524 |
| 7 | 64434.61 | 84257.55 | 130764.42 | 9.8091192 | 9.9256088 |
| 8 | 64456.85 | 84307.30 | 130796.49 | 9.8092691 | 9.9258652 |
| 9 | 64479.09 | 84357.08 | 130828.58 | 9.8094189 | 9.9261213 |
| 10 | 64501.32 | 84406.88 | 130860.70 | 9.8095686 | 9.9263778 |
| 11 | 64523.55 | 84456.70 | 130892.84 | 9.8097182 | 9.9266341 |
| 12 | 64545.77 | 84506.55 | 130925.01 | 9.8098678 | 9.9268904 |
| 13 | 64567.98 | 84556.43 | 130957.21 | 9.8100172 | 9.9271466 |
| 14 | 64590.19 | 84606.33 | 130989.43 | 9.8101666 | 9.9274028 |
| 15 | 64612.40 | 84656.25 | 131021.68 | 9.8103159 | 9.9276590 |
| 16 | 64634.60 | 84706.20 | 131053.96 | 9.8104650 | 9.9279152 |
| 17 | 64656.79 | 84756.17 | 131086.26 | 9.8106141 | 9.9281713 |
| 18 | 84678.98 | 84806.17 | 131118.59 | 9.8107631 | 9.9184274 |
| 19 | 64701.16 | 84856.19 | 131150.95 | 9.8109121 | 9.9286835 |
| 20 | 64723.34 | 84906.24 | 131183.34 | 9.8110609 | 9.9289396 |
| 21 | 64745.51 | 84956.31 | 131215.75 | 9.8112096 | 9.9291956 |
| 22 | 64767.67 | 85006.40 | 131248.19 | 9.8113583 | 9.9294516 |
| 23 | 64789.83 | 85056.52 | 131280.66 | 9.8115069 | 9.9297076 |
| 24 | 64811.99 | 85106.67 | 131313.16 | 9.8116554 | 9.9299636 |
| 25 | 64834.14 | 85156.84 | 131345.68 | 9.8118038 | 9.9302195 |
| 26 | 64856.28 | 85207.04 | 131378.23 | 9.8119521 | 9.9304755 |
| 27 | 64878.42 | 85257.26 | 131410.81 | 9.8121003 | 9.9307314 |
| 28 | 64900.55 | 85307.50 | 131443.41 | 9.8122484 | 9.9309872 |
| 29 | 64922.68 | 85357.77 | 131476.04 | 9.8123965 | 9.9312431 |
| 30 | 64944.80 | 85408.07 | 131508.70 | 9.8125444 | 9.9314989 |
| 31 | 64966.92 | 85458.39 | 131541.39 | 9.8126923 | 9.9317547 |
| 32 | 64989.03 | 85508.73 | 131574.10 | 9.8128401 | 9.9320105 |
| 33 | 65011.14 | 85559.10 | 131606.84 | 9.8129878 | 9.9322662 |
| 34 | 65033.24 | 85609.50 | 131639.61 | 9.8131354 | 9.9325220 |
| 35 | 65055.33 | 85659.92 | 131672.41 | 9.8132829 | 9.9327777 |
| 36 | 65077.42 | 85710.37 | 131705.23 | 9.8134303 | 9.9330334 |
| 37 | 65099.50 | 85760.84 | 131738.08 | 9.8135777 | 9.9332890 |
| 38 | 65121.58 | 85811.33 | 131770.96 | 9.8137250 | 9.9335446 |
| 39 | 65143.66 | 85861.85 | 131803.86 | 9.8138721 | 9.9338003 |
| 40 | 65165.72 | 85912.40 | 131836.79 | 9.8140192 | 9.9340559 |
| 41 | 65187.78 | 85962.97 | 131869.75 | 9.8141662 | 9.9343114 |
| 42 | 65209.84 | 86013.57 | 131902.74 | 9.8143131 | 9.9345670 |
| 43 | 65231.89 | 86064.19 | 131935.76 | 9.8144600 | 9.9348225 |
| 44 | 65253.94 | 86114.84 | 131968.81 | 9.8146067 | 9.9350780 |
| 45 | 65275.98 | 86165.51 | 132001.88 | 9.8147534 | 9.9353335 |
| 46 | 65298.01 | 86216.21 | 132034.98 | 9.8148999 | 9.9355889 |
| 47 | 65320.04 | 86266.93 | 132068.11 | 9.8150464 | 9.9358444 |
| 48 | 65342.06 | 86317.68 | 132101.26 | 9.8151928 | 9.9360998 |
| 49 | 65364.08 | 86368.46 | 132134.44 | 9.8153391 | 9.9363552 |
| 50 | 65386.09 | 86419.26 | 132167.65 | 9.8154854 | 9.9366105 |
| 51 | 65408.10 | 86470.09 | 132200.89 | 9.8156315 | 9.9368659 |
| 52 | 65430.10 | 86520.94 | 132234.16 | 9.8157776 | 9.9371212 |
| 53 | 65452.09 | 86571.81 | 132267.45 | 9.8159235 | 9.9373765 |
| 54 | 65474.08 | 86622.71 | 132300.77 | 9.8160694 | 9.9376318 |
| 55 | 65496.06 | 86673.64 | 132334.12 | 9.8162152 | 9.9378871 |
| 56 | 65518.04 | 86724.60 | 132367.50 | 9.8163609 | 9.9381423 |
| 57 | 65540.01 | 86775.58 | 132400.91 | 9.8165066 | 9.9383975 |
| 58 | 65561.98 | 86826.59 | 132434.35 | 9.8166521 | 9.9386527 |
| 59 | 65583.94 | 86877.62 | 132467.81 | 9.8167975 | 9.9389079 |
| 60 | 65605.90 | 86928.62 | 132501.30 | 9.8169429 | 9.9391631 |

# 49. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 76604.44 | 119175.36 | 155572.38 | 9.8842540 | 10.0761865 |
| 59 | 76585.74 | 119104.98 | 155518.48 | 9.8841479 | 10.0759299 |
| 58 | 76567.03 | 119034.65 | 155464.62 | 9.8840418 | 10.0756734 |
| 57 | 76548.32 | 118964.37 | 155410.81 | 9.8839357 | 10.0754169 |
| 56 | 76529.60 | 118894.14 | 155357.06 | 9.8838294 | 10.0751604 |
| 55 | 76510.87 | 118823.95 | 155303.35 | 9.8837232 | 10.0749040 |
| 54 | 76492.14 | 118753.82 | 155249.70 | 9.8836168 | 10.0746476 |
| 53 | 76473.40 | 118683.73 | 155196.09 | 9.8835104 | 10.0743912 |
| 52 | 76454.65 | 118613.69 | 155142.54 | 9.8834039 | 10.0741348 |
| 51 | 76435.90 | 118543.70 | 155089.04 | 9.8832974 | 10.0738785 |
| 50 | 76417.14 | 118473.76 | 155035.58 | 9.8831908 | 10.0736222 |
| 49 | 76398.47 | 118403.87 | 154982.18 | 9.8830841 | 10.0733659 |
| 48 | 76379.60 | 118334.02 | 154928.82 | 9.8829774 | 10.0731096 |
| 47 | 76360.82 | 118264.22 | 154875.52 | 9.8828705 | 10.0728534 |
| 46 | 76342.04 | 118194.47 | 154822.26 | 9.8827635 | 10.0725972 |
| 45 | 76323.25 | 118124.77 | 154769.06 | 9.8826565 | 10.0723410 |
| 44 | 76304.45 | 118055.52 | 154715.90 | 9.8825495 | 10.0720843 |
| 43 | 76285.64 | 117985.51 | 154662.80 | 9.8824428 | 10.0718287 |
| 42 | 76266.83 | 117915.95 | 154609.74 | 9.8823357 | 10.0715726 |
| 41 | 76248.01 | 117846.44 | 154556.73 | [illegible] | 10.0713265 |
| 40 | 76229.19 | 117776.48 | [illegible] | [illegible] | 10.0710604 |
| 39 | 76210.36 | 117707.56 | [illegible] | [illegible] | 10.0708044 |
| 38 | 76191.52 | 117638.20 | 154398.01 | 9.8819067 | 10.0705484 |
| 37 | 76172.68 | 117568.88 | 154345.20 | 9.8817992 | 10.0702924 |
| 36 | 76153.83 | 117499.60 | 154291.44 | [illegible] | [illegible] |
| 35 | 76134.97 | 117430.38 | 154239.73 | 9.8815842 | 10.0697805 |
| 34 | 76116.11 | 117361.20 | 154187.06 | 9.8814766 | [illegible] |
| 33 | 76097.24 | 117292.07 | 154134.45 | 9.8813689 | 10.0692686 |
| 32 | 76078.37 | 117222.98 | 154081.89 | 9.8812612 | 10.0690128 |
| 31 | 76059.49 | 117153.95 | 154029.37 | 9.8811534 | 10.0687569 |
| 30 | 76040.40 | 117084.96 | 153576.90 | 9.8810455 | 10.0685011 |
| 29 | 76021.70 | 117016.01 | 153914.49 | 9.8809376 | 10.0682453 |
| 28 | 76002.80 | [illegible] | 153872.12 | 9.8808296 | 10.0679895 |
| 27 | 75983.89 | [illegible] | 153819.80 | 9.8807215 | 10.0677338 |
| 26 | 75964.98 | 116809.47 | 153767.52 | 9.8806134 | 10.0674780 |
| 25 | 75946.06 | 116740.71 | 153715.30 | 9.8805052 | 10.0672223 |
| 24 | 75927.13 | 116672.00 | 153663.12 | 9.8803970 | 10.0669666 |
| 23 | 75908.20 | 116603.34 | 153611.00 | 9.8802887 | 10.0667110 |
| 22 | 75889.26 | 116534.72 | 153558.92 | 9.8801803 | 10.0664554 |
| 21 | 75870.31 | 116466.15 | 153506.89 | 9.8800719 | 10.0661997 |
| 20 | 75851.36 | 116397.63 | 153454.91 | 9.8799634 | 10.0659441 |
| 19 | 75832.40 | 116329.16 | 153402.97 | 9.8798548 | 10.0656886 |
| 18 | 75813.43 | 116260.73 | 153351.09 | 9.8797462 | 10.0654330 |
| 17 | 75794.46 | 116192.34 | 153299.25 | 9.8796375 | 10.0651775 |
| 16 | 75775.48 | 116124.00 | 153247.46 | 9.8795287 | 10.0649210 |
| 15 | 75756.50 | 116055.71 | 153195.72 | 9.8794199 | 10.0646665 |
| 14 | 75737.51 | 115987.47 | 153144.03 | 9.8793110 | 10.0644111 |
| 13 | 75718.51 | 115919.27 | 153092.38 | 9.8792021 | 10.0641556 |
| 12 | 75699.50 | 115851.11 | 153040.78 | 9.8790930 | 10.0639002 |
| 11 | 75680.49 | 115783.01 | 152989.23 | 9.8789840 | 10.0636448 |
| 10 | 75661.47 | 115714.95 | 152937.73 | 9.8788748 | 10.0633895 |
| 9 | 75642.45 | 115646.93 | 152886.27 | 9.8787656 | 10.0631341 |
| 8 | [illegible] | 115578.96 | 152834.87 | 9.8786563 | 10.0628788 |
| 7 | [illegible] | 115511.04 | 152783.51 | 9.8785470 | 10.0626235 |
| 6 | 75585.35 | 115443.10 | 152732.19 | 9.8784376 | 10.0623682 |
| 5 | 75566.30 | 115375.32 | 152680.93 | 9.8783281 | 10.0621129 |
| 4 | 75547.24 | 115307.54 | 152629.71 | 9.8781186 | 10.0618577 |
| 3 | 75528.18 | 115239.79 | 152578.54 | 9.8781090 | 10.0616025 |
| 2 | 75509.11 | 115172.10 | 152527.41 | [illegible] | 10.0613473 |
| 1 | [illegible] | 115104.45 | 152476.32 | 9.8778896 | 10.0610921 |
| 0 | 75470.96 | [illegible] | 152425.31 | 9.8777799 | 10.0608369 |

65603.90

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. | Minut. | Sinus | Tang. | Secant | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 65605.90 | 86928.68 | 132501.30 | 9.8169429 | 9.9391631 | 60 | 75470.96 | 115036.84 | 152425.31 | 9.8777799 | 10.0608369 |
| 1 | 65627.85 | 86979.76 | 132534.82 | 9.8170882 | 9.9394182 | 59 | 75451.87 | 114969.28 | 152374.33 | 9.8776700 | 10.0605818 |
| 2 | 65649.80 | 87030.87 | 132568.37 | 9.8172334 | 9.9396733 | 58 | 75432.78 | 114901.76 | 152323.59 | 9.8775601 | 10.0603267 |
| 3 | 65671.74 | 87082.00 | 132601.94 | 9.8173785 | 9.9399284 | 57 | 75413.68 | 114834.29 | 152272.10 | 9.8774901 | 10.0600716 |
| 4 | 65693.67 | 87133.16 | 132635.54 | 9.8175235 | 9.9401835 | 56 | 75394.57 | 114766.87 | 152221.66 | 9.8773401 | 10.0598165 |
| 5 | 65715.60 | 87184.35 | 132669.18 | 9.8176685 | 9.9404385 | 55 | 75375.46 | 114699.49 | 152170.87 | 9.8772300 | 10.0595615 |
| 6 | 65737.52 | 87235.56 | 132702.84 | 9.8178133 | 9.9406936 | 54 | 75356.34 | 114632.15 | 152120.12 | 9.8771198 | 0.0593064 |
| 7 | 65759.44 | 87286.80 | 132736.53 | 9.8179381 | 9.9409486 | 53 | 75337.21 | 114564.86 | 152069.42 | 9.8770096 | 10.0590514 |
| 8 | 65781.35 | 87338.06 | 132770.23 | 9.8181028 | 9.9412036 | 52 | 75318.08 | 114497.62 | 152018.76 | 9.8768993 | 10.0587964 |
| 9 | 65803.26 | 87389.35 | 132803.99 | 9.8182474 | 9.9414585 | 51 | 75298.94 | 114430.41 | 151968.15 | 9.8767889 | 10.0585415 |
| 10 | 65825.16 | 87440.67 | 132837.76 | 9.8183919 | 9.9417135 | 50 | 75279.80 | 114363.26 | 151917.59 | 9.8766785 | 10.0582865 |
| 11 | 65847.06 | 87492.01 | 132871.36 | 9.8185364 | 9.9419684 | 49 | 75260.65 | 114296.15 | 151867.08 | 9.8765680 | 10.0580316 |
| 12 | 65868.95 | 87543.38 | 132905.39 | 9.8186807 | 9.9422233 | 48 | 75241.49 | 114229.08 | 151816.61 | 9.8764574 | 10.0577767 |
| 13 | 65890.83 | 87594.78 | 132939.25 | 9.8188250 | 9.9424782 | 47 | 75222.33 | 114162.06 | 151766.19 | 9.8763468 | 10.0575218 |
| 14 | 65912.71 | 87646.20 | 132973.14 | 9.8189692 | 9.9427331 | 46 | 75203.16 | 114095.08 | 151715.81 | 9.8762361 | 10.0572669 |
| 15 | 65934.58 | 87697.63 | 133007.06 | 9.8191133 | 9.9429879 | 45 | 75183.98 | 114028.15 | 151665.48 | 9.8761253 | 10.0570121 |
| 16 | 65956.45 | 87749.12 | 133041.00 | 9.8192573 | 9.9432428 | 44 | 75164.80 | 113961.26 | 151615.20 | 9.8760145 | 10.0567572 |
| 17 | 65978.31 | 87800.62 | 133074.97 | 9.8194012 | 9.9434976 | 43 | 75145.61 | 113894.41 | 151564.96 | 9.8759036 | 10.0565024 |
| 18 | 66000.17 | 87852.15 | 133108.97 | 9.8595450 | 9.9437524 | 42 | 75126.41 | 113827.61 | 151514.77 | 9.8757927 | 10.0562476 |
| 19 | 66022.02 | 87903.70 | 133143.00 | 9.8196888 | 9.9440072 | 41 | 75107.21 | 113760.85 | 151464.62 | 9.8756816 | 10.0559928 |
| 20 | 66043.86 | 87955.28 | 133177.06 | 9.8198321 | 9.9442619 | 40 | 75088.00 | 113694.14 | 151414.52 | 9.8755706 | 10.0557381 |
| 21 | 66065.70 | 88006.89 | 133211.15 | 9.8199761 | 9.9445166 | 39 | 75058.79 | 113627.47 | 151364.47 | 9.8754594 | 10.0554834 |
| 22 | 66087.53 | 88058.52 | 133245.27 | 9.8201196 | 9.9447714 | 38 | 75049.57 | 113560.85 | 151314.46 | 9.8753482 | 10.0552286 |
| 23 | 66109.36 | 88110.18 | 133279.42 | 9.8202630 | 9.9450261 | 37 | 75030.34 | 113494.27 | 151264.50 | 9.8752369 | 10.0549 39 |
| 24 | 66131.18 | 88161.86 | 133313.59 | 9.8204063 | 9.9452807 | 36 | 75011.11 | 113427.73 | 151214.59 | 9.8751256 | 10.0547193 |
| 25 | 66153.00 | 88213.57 | 133347.79 | 9.8205496 | 9.9455354 | 35 | 74991.87 | 113361.24 | 151164.72 | 9.8750142 | 10.0544646 |
| 26 | 66174.81 | 88265.31 | 133382.02 | 9.8206927 | 9.9457900 | 34 | 74972.62 | 113294.79 | 151114.89 | 9.8749017 | 10.0542100 |
| 27 | 66196.62 | 88317.07 | 133416.28 | 9.8208358 | 9.9460447 | 33 | 74953.37 | 113228.39 | 151065.11 | 9.8747912 | 10.0539393 |
| 28 | 66218.42 | 88368.86 | 133450.57 | 9.8209788 | 9.9462993 | 32 | 74934.11 | 113162.03 | 151015.38 | 9.8746795 | 10.0537007 |
| 29 | 66240.22 | 88420.68 | 133484.89 | 9.8211217 | 9.9465539 | 31 | 74914.84 | 113095.71 | 150965.69 | 9.8745679 | 10.0534461 |
| 30 | 66262.01 | 88472.53 | 133519.24 | 9.8212646 | 9.9468084 | 30 | 74895.57 | 113029.44 | 150916.05 | 9.8744561 | 10.0531916 |
| 31 | 66283.79 | 88524.40 | 133553.62 | 9.8214073 | 9.9470630 | 29 | 74876.29 | 112963.21 | 150865.45 | 9.8743443 | 10.0529370 |
| 32 | 66305.57 | 88576.30 | 133588.03 | 9.8215500 | 9.9473175 | 28 | 74857.01 | 112897.02 | 150816.90 | 9.8742325 | 10.0526825 |
| 33 | 66327.34 | 88628.22 | 133622.46 | 9.8216926 | 9.9475720 | 27 | 74837.72 | 112830.88 | 150767.39 | 9.8741205 | 10.0524280 |
| 34 | 66349.11 | 88680.17 | 133656.92 | 9.8218351 | 9.9478265 | 26 | 74818.42 | 112764.78 | 150717.93 | 9.8740085 | 10.0521735 |
| 35 | 66370.87 | 88732.15 | 133691.41 | 9.8219775 | 9.9480810 | 25 | 74799.12 | 112698.72 | 150668.52 | 9.8738965 | 10.0519190 |
| 36 | 66392.61 | 88784.16 | 133725.94 | 9.8221198 | 9.9483355 | 24 | 74779.81 | 112632.71 | 150619.15 | 9.8737844 | 10.0516645 |
| 37 | 66414.37 | 88836.20 | 133760.49 | 9.8222621 | 9.9485899 | 23 | 74760.49 | 112566.74 | 150569.82 | 9.8736722 | 10.0514101 |
| 38 | 66436.11 | 88888.26 | 133795.07 | 9.8224042 | 9.9488443 | 22 | 74741.17 | 112500.81 | 150520.54 | 9.8735599 | 10.0511557 |
| 39 | 66457.85 | 88940.34 | 133829.68 | 9.8225463 | 9.9490987 | 21 | 74721.84 | 111434.93 | 150471.31 | 9.8734476 | 10.0509013 |
| 40 | 66479.59 | 88992.45 | 133864.32 | 9.8216883 | 9.9493531 | 20 | 74702.51 | 112369.09 | 150422.11 | 9.8733352 | 10.0506469 |
| 41 | 66501.32 | 89044.59 | 133898.99 | 9.8228301 | 9.9496075 | 19 | 74683.17 | 112303.29 | 150372.98 | 9.8732227 | 10.0503925 |
| 42 | 66523.04 | 89096.75 | 133933.69 | 9.8229721 | 9.9498619 | 18 | 74663.82 | 112237.54 | 150323.87 | 9.8731102 | 10.0501381 |
| 43 | 66544.75 | 89148.94 | 133968.42 | 9.8231138 | 9.9501162 | 17 | 74644.46 | 112171.83 | 150274.81 | 9.8729976 | 10.0498838 |
| 44 | 66566.46 | [illegible] | 134003.17 | 9.8232555 | 9.9503705 | 16 | 74625.10 | 112106.16 | 150225.80 | 9.8728849 | 10.0496295 |
| 45 | 66588.17 | 89253.41 | 134037.95 | 9.8133971 | 9.9506248 | 15 | 74605.74 | 112040.53 | 150176.83 | 9.8727722 | 10.0493752 |
| 46 | 66609.87 | 89305.59 | 134072.76 | 9.8235386 | 9.9508791 | 14 | 74586.37 | 111974.95 | 150127.93 | 9.8726594 | 10.0491209 |
| 47 | 66631.56 | 89357.99 | 134107.61 | 9.8236800 | 9.9511334 | 13 | 74566.99 | 111909.41 | 150079.03 | 9.8725466 | 10.0488666 |
| 48 | 66653.25 | 89410.32 | 134142.48 | 9.8238213 | 9.9513876 | 12 | 74547.60 | 111843.91 | 150030.20 | 8.8724337 | 10.0486124 |
| 49 | 66674.93 | 89462.68 | 134177.18 | 9.8239626 | 9.9516419 | 11 | 74528.21 | 111778.46 | 149981.41 | 9.8723207 | 10.0483581 |
| 50 | 66696.61 | 89515.06 | 134212.32 | 9.8241037 | 9.9518961 | 10 | 74508.81 | 111713.05 | 149932.67 | 9.8722076 | 10.0481039 |
| 51 | 66718.28 | 89507.47 | 134247.28 | 9.8242448 | 9.9521503 | 9 | 74489.40 | 111647.68 | 149883.97 | 9.8720945 | 10.0478497 |
| 52 | 66739.94 | 89619.91 | 134282.27 | 9.8243858 | 9.9524045 | 8 | 74469.99 | 111582.35 | 149835.31 | 9.8719813 | 10.0475955 |
| 53 | 66761.60 | 89672.38 | 124317.29 | 9.8245267 | 9.9526587 | 7 | 74450.57 | 111317.06 | 149786.70 | 9.8718681 | 10.0473413 |
| 54 | 66783.26 | 89724.87 | 134352.34 | 9.8246676 | 9.9529128 | 6 | 74431.15 | 111451.82 | 149738.13 | 9.8717548 | 10.0470872 |
| 55 | 66804.91 | 89777.39 | 134387.42 | 9.8248083 | 9.9531670 | 5 | 74411.72 | 111386.62 | 149689.61 | 9.8716414 | 10.0468330 |
| 56 | 66826.55 | 89829.94 | 134422.53 | 9.8249490 | 9.9534211 | 4 | 74392.29 | 111321.46 | 149641.13 | 9.8715279 | 10.0465789 |
| 57 | 66848.18 | 89882.52 | 134457.67 | 9.8250896 | 9.9536752 | 3 | 74372.85 | 111256.35 | 149592.70 | 9.8714144 | 10.0463248 |
| 58 | 66869.81 | 89935.12 | 134492.84 | 9.8252301 | 9.9539293 | 2 | 74353.40 | 111191.27 | 149544.30 | 9.8713008 | 10.0460707 |
| 59 | 66891.44 | 89987.75 | 134528.04 | 9.8253705 | 9.9541834 | 1 | 74333.94 | 111126.24 | 149495.96 | 9.8711872 | 10.0458166 |
| 60 | 66913.06 | 90040.41 | 134563.27 | 9.8255109 | 9.9544374 | 0 | 74314.48 | 111061.25 | 149447.65 | 9.8710735 | 10.0455626 |

## 42. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 66913.06 | 90040.42 | 134563.27 | 9.8255109 | 9.9544374 |
| 1 | 66934.67 | 90093.09 | 134598.53 | 9.8256512 | 9.9546915 |
| 2 | 66956.28 | 90145.80 | 134633.82 | 9.8257913 | 9.9549455 |
| 3 | 66977.88 | 90198.54 | 134669.14 | 9.8259314 | 9.9551995 |
| 4 | 66999.48 | 90251.31 | 134704.49 | 9.8260715 | 9.9554535 |
| 5 | 67021.07 | 90304.11 | 134739.87 | 9.8262114 | 9.9557075 |
| 6 | 67042.66 | 90356.94 | 134775.28 | 9.8263512 | 9.9559615 |
| 7 | 67064.24 | 90409.79 | 134810.72 | 9.8264910 | 9.9562154 |
| 8 | 67085.82 | 90462.67 | 134846.19 | 9.8266307 | 9.9564692 |
| 9 | 67107.39 | 90515.58 | 134881.69 | 9.8267703 | 9.9567233 |
| 10 | 67128.95 | 90568.52 | 134917.21 | 9.8269098 | 9.9569772 |
| 11 | 67150.51 | 90621.47 | 134952.77 | 9.8270493 | 9.9572311 |
| 12 | 67172.06 | 90674.46 | 134988.36 | 9.8271887 | 9.9574850 |
| 13 | 67193.61 | 90727.48 | 135023.98 | 9.8273279 | 9.9577389 |
| 14 | 67215.51 | 90780.53 | 135059.63 | 9.8274671 | 9.9579928 |
| 15 | 67236.68 | 90833.60 | 135095.31 | 9.8276063 | 9.9582465 |
| 16 | 67258.21 | 90886.71 | 135131.02 | 9.8277453 | 9.9585004 |
| 17 | 67279.73 | 90939.84 | 135166.76 | 9.8278843 | 9.9587542 |
| 18 | 67301.25 | 90993.00 | 135202.54 | 9.8280231 | 9.9590080 |
| 19 | 67322.76 | 91046.19 | 135238.34 | 9.8281619 | 9.9592618 |
| 20 | 67344.27 | 91099.41 | 135274.17 | 9.8283006 | 9.9595155 |
| 21 | 67365.77 | 91152.65 | 135310.03 | 9.8284393 | 9.9597693 |
| 22 | 67387.27 | 91205.92 | 135345.93 | 9.8285778 | 9.9600230 |
| 23 | 67408.76 | 91259.22 | 135381.86 | 9.8287163 | 9.9602767 |
| 24 | 67430.24 | 91312.55 | 135417.81 | 9.8288547 | 9.9605305 |
| 25 | 67451.72 | 91365.91 | 135453.79 | 9.8289930 | 9.9607842 |
| 26 | 67473.19 | 91419.29 | 135489.80 | 9.8291312 | 9.9610378 |
| 27 | 67494.66 | 91472.70 | 135525.85 | 9.8292694 | 9.9612915 |
| 28 | 67516.12 | 91526.15 | 135561.93 | 9.8294075 | 9.9615452 |
| 29 | 67537.57 | 91579.62 | 135598.03 | 9.8295454 | 9.9617988 |
| 30 | 67559.02 | 91633.12 | 135634.17 | 9.8296833 | 9.9620525 |
| 31 | 67580.46 | 91686.65 | 135670.34 | 9.8298212 | 9.9623061 |
| 32 | 67601.90 | 91740.20 | 135706.54 | 9.8299589 | 9.9625597 |
| 33 | 67623.33 | 91793.79 | 135742.77 | 9.8300966 | 9.9628133 |
| 34 | 67644.76 | 91847.40 | 135779.03 | 9.8302342 | 9.9630669 |
| 35 | 67666.18 | 91901.04 | 135815.32 | 9.8303717 | 9.9633204 |
| 36 | 67687.60 | 91954.71 | 135851.54 | 9.8305091 | 9.9635740 |
| 37 | 67709.01 | 92008.41 | 135888.00 | 9.8306464 | 9.9638275 |
| 38 | 67730.41 | 92062.14 | 135924.38 | 9.8307837 | 9.9640811 |
| 39 | 67751.81 | 92115.90 | 135960.80 | 9.8309209 | 9.9643346 |
| 40 | 67773.20 | 92169.68 | 135997.25 | 9.8310580 | 9.9645881 |
| 41 | 67794.59 | 92223.50 | 136033.72 | 9.8311950 | 9.9648416 |
| 42 | 67815.97 | 92277.34 | 136070.23 | 9.8313320 | 9.9650951 |
| 43 | 67837.34 | 92331.22 | 136106.77 | 9.8314688 | 9.9653486 |
| 44 | 67858.71 | 92385.12 | 136143.34 | 9.8316056 | 9.9656020 |
| 45 | 67880.07 | 92439.05 | 136179.95 | 9.8317423 | 9.9658555 |
| 46 | 67901.43 | 92493.01 | 136216.58 | 9.8318789 | 9.9661089 |
| 47 | 67922.78 | 92547.00 | 136253.24 | 9.8320155 | 9.9663623 |
| 48 | 67944.13 | 92601.01 | 136289.94 | 9.8321519 | 9.9666157 |
| 49 | 67965.47 | 92655.06 | 136326.67 | 9.8322883 | 9.9668692 |
| 50 | 67986.81 | 92709.14 | 136363.43 | 9.8324246 | 9.9671225 |
| 51 | 68008.14 | 92763.24 | 136400.22 | 9.8325609 | 9.9673759 |
| 52 | 68019.46 | 92817.38 | 136437.04 | 9.8326970 | 9.9676293 |
| 53 | 68050.78 | 93871.54 | 136473.89 | 9.8318331 | 9.9678827 |
| 54 | 68072.09 | 92925.73 | 136510.78 | 9.8329691 | 9.9681360 |
| 55 | 68093.39 | 92979.96 | 136547.70 | 9.8331050 | 9.9683893 |
| 56 | 68114.69 | 93034.21 | 136584.64 | 9.8332408 | 9.9686427 |
| 57 | 68135.99 | 93088.49 | 136621.62 | 9.8333766 | 9.9688960 |
| 58 | 68157.28 | 93142.80 | 136658.63 | 9.8335112 | 9.9691493 |
| 59 | 68178.56 | 93197.14 | 136695.67 | 9.8336478 | 9.9694026 |
| 60 | 68199.84 | 93251.51 | 136732.75 | 9.8337833 | 9.9696559 |

## 47. Grad.

| Minut. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 74314.48 | 111061.25 | 149447.65 | 9.8710735 | 10.0455626 |
| 59 | 74295.01 | 110996.30 | 149399.40 | 9.8709597 | 10.0453085 |
| 58 | 74275.54 | 110931.40 | 149351.18 | 9.8708458 | 10.0450545 |
| 57 | 74256.06 | 110866.53 | 149303.01 | 9.8707319 | 10.0448005 |
| 56 | 74236.57 | 110801.71 | 149254.88 | 9.8706179 | 10.0445465 |
| 55 | 74217.08 | 110736.93 | 149206.80 | 9.8705039 | 10.0442925 |
| 54 | 74197.58 | 110672.19 | 149158.75 | 9.8703898 | 10.0440385 |
| 53 | 74178.08 | 110607.50 | 149110.76 | 9.8702756 | 10.0437846 |
| 52 | 74158.57 | 110542.84 | 149062.80 | 9.8701613 | 10.0435306 |
| 51 | 74139.05 | 110478.23 | 149014.89 | 9.8700470 | 10.0432767 |
| 50 | 74119.53 | 110413.65 | 148967.03 | 9.8699326 | 10.0430228 |
| 49 | 74100.00 | 110349.12 | 148919.20 | 9.8698182 | 10.0427689 |
| 48 | 74080.46 | 110284.63 | 148871.42 | 9.8697037 | 10.0425150 |
| 47 | 74060.92 | 110220.19 | 148823.69 | 9.8695891 | 10.0422611 |
| 46 | 74041.37 | 110155.78 | 148775.99 | 9.8694744 | 10.0420073 |
| 45 | 74021.81 | 110091.41 | 148728.34 | 9.8693597 | 10.0417535 |
| 44 | 74002.25 | 110027.09 | 148680.73 | 9.8692449 | 10.0414996 |
| 43 | 73982.68 | 109962.81 | 148633.17 | 9.8691301 | 10.0412458 |
| 42 | 73963.11 | 109898.56 | 148585.65 | 9.8690152 | 10.0409920 |
| 41 | 73943.53 | 109834.36 | 148538.17 | 9.8689002 | 10.0407382 |
| 40 | 73923.94 | 109770.20 | 148490.73 | 9.8687851 | 10.0404845 |
| 39 | 73904.35 | 109706.08 | 148443.34 | 9.8686700 | 10.0402307 |
| 38 | 73884.75 | 109642.01 | 148395.99 | 9.8685548 | 10.0399770 |
| 37 | 73865.15 | 109577.97 | 148348.68 | 9.8684396 | 10.0397233 |
| 36 | 73845.54 | 109513.97 | 148301.42 | 9.8683242 | 10.0394695 |
| 35 | 73825.92 | 109450.02 | 148254.10 | 9.8682088 | 10.0392158 |
| 34 | 73806.29 | 109386.10 | 148207.02 | 9.8680934 | 10.0389622 |
| 33 | 73786.66 | 109322.23 | 148159.88 | 9.8679779 | 10.0387085 |
| 32 | 73767.02 | 109258.40 | 148112.78 | 9.8678623 | 10.0384548 |
| 31 | 73747.38 | 109194.60 | 148065.73 | 9.8677466 | 10.0382012 |
| 30 | 73727.73 | 109130.85 | 148018.72 | 9.8676309 | 10.0379475 |
| 29 | 73708.08 | 109067.14 | 147971.76 | 9.8675151 | 10.0376939 |
| 28 | 73688.42 | 109003.47 | 147924.83 | 9.8673992 | 10.0374403 |
| 27 | 73668.75 | 108939.83 | 147877.95 | 9.8672833 | 10.0371867 |
| 26 | 73649.07 | 108876.24 | 147831.11 | 9.8671673 | 10.0369331 |
| 25 | 73629.39 | 108812.69 | 147784.31 | 9.8670512 | 10.0366796 |
| 24 | 73609.71 | 108749.18 | 147737.55 | 9.8669351 | 10.0364260 |
| 23 | 73590.02 | 108685.71 | 147690.84 | 9.8668189 | 10.0361725 |
| 22 | 73570.32 | 108622.28 | 147644.17 | 9.8667026 | 10.0359189 |
| 21 | 73550.61 | 108558.89 | 147597.54 | 9.8665863 | 10.0356654 |
| 20 | 73530.90 | 108495.54 | 147550.95 | 9.8664699 | 10.0354119 |
| 19 | 73511.18 | 108432.23 | 147504.40 | 9.8663534 | 10.0351584 |
| 18 | 73491.45 | 108368.96 | 147457.90 | 9.8662369 | 10.0349049 |
| 17 | 73471.73 | 108305.73 | 147411.44 | 9.8661203 | 10.0346514 |
| 16 | 73451.99 | 108242.54 | 147365.01 | 9.8660036 | 10.0343980 |
| 15 | 73432.25 | 108179.39 | 147318.64 | 9.8658868 | 10.0341445 |
| 14 | 73412.50 | 108116.28 | 147272.30 | 9.8657700 | 10.0338911 |
| 13 | 73392.75 | 108053.21 | 147226.00 | 9.8656531 | 10.0336377 |
| 12 | 73372.99 | 107990.18 | 147179.75 | 9.8655362 | 10.0333843 |
| 11 | 73353.22 | 107927.18 | 147133.53 | 9.8654192 | 10.0331308 |
| 10 | 73333.45 | 107864.23 | 147087.36 | 9.8653021 | 10.0328775 |
| 9 | 73313.67 | 107801.32 | 147041.23 | 9.8651849 | 10.0326241 |
| 8 | 73293.88 | 107738.44 | 146995.14 | 9.8650677 | 10.0323707 |
| 7 | 73274.09 | 107675.61 | 146949.10 | 9.8649504 | 10.0321173 |
| 6 | 73254.29 | 107612.82 | 142903.09 | 9.8648331 | 10.0318640 |
| 5 | 73234.48 | 107550.06 | 146857.13 | 9.8647156 | 10.0316107 |
| 4 | 73214.67 | 107487.34 | 146811.20 | 9.8645981 | 10.0313573 |
| 3 | 73194.80 | 107424.67 | 146765.32 | 9.8644806 | 10.0311040 |
| 2 | 73175.03 | 107362.03 | 146719.48 | 9.8643629 | 10.0308507 |
| 1 | 73155.20 | 107299.43 | 146673.68 | 9.8642452 | 10.0305974 |
| 0 | 73135.37 | 107236.87 | 146627.92 | 9.8641275 | 10.0303441 |

# Grad. 43.

| Min. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 68199.84 | 93251.51 | 136732.75 | 9.8337833 | 9.9696159 |
| 1 | 68221.11 | 93305.91 | 136769.85 | 9.8339188 | 9.9699 91 |
| 2 | 68242.37 | 93360.54 | 136806.99 | 9.8340541 | 9.9701224 |
| 3 | 68263.63 | 93414.79 | 136844.16 | 9.8341894 | 9.97[illegible] |
| 4 | 68284.88 | 93469.28 | 136881.46 | 9.8343246 | 9.9706689 |
| 5 | 68306.13 | 93523.80 | 136918.59 | 9.8344597 | 9.9709221 |
| 6 | 68327.37 | 93578.54 | 136955.86 | 9.8345948 | 9.9711754 |
| 7 | 68348.61 | 93632.92 | 136993.15 | 9.8347297 | 9.9714286 |
| 8 | 68369.84 | 93687.53 | 137030.48 | 9.8348646 | 9.9716518 |
| 9 | 68391.07 | 93742.16 | 137067.84 | 9.8349994 | 9.9719350 |
| 10 | 68412.29 | 93796.83 | 137105.23 | 9.8351348 | 9.9721882 |
| 11 | 68433.50 | 93851.52 | 137142.66 | 9.8352688 | 9.9724413 |
| 12 | 68454.71 | 93906.25 | 137180.11 | 9.8354033 | 9.9726945 |
| 13 | 68475.91 | 93961.01 | 137217.60 | 9.8355378 | 9.9729477 |
| 14 | 68497.11 | 94015.79 | 137255.12 | 9.8356722 | 9.9732008 |
| 15 | 68518.30 | 94070.61 | 137292.68 | 9.8358066 | 9.9734539 |
| 16 | 68539.48 | 94125.45 | 137330.26 | 9.8359408 | 9.9737071 |
| 17 | 68560.66 | 94180.33 | 137367.88 | 9.8360750 | 9.9739602 |
| 18 | 68581.83 | 94235.23 | 137405.55 | 9.8362091 | 9.9742133 |
| 19 | 68603.00 | 94290.17 | 137443.21 | 9.8363431 | 9.9744664 |
| 20 | 68624.16 | 94345.13 | 137480.92 | 9.8364771 | 9.9747195 |
| 21 | 68645.32 | 94400.13 | 137518.57 | 9.8366109 | 9.9749726 |
| 22 | 68666.47 | 94455.16 | 137556.45 | 9.8367447 | 9.9752257 |
| 23 | 68687.61 | 94510.21 | 137594.26 | 9.8368[illegible]4 | 9.9754787 |
| 24 | 68708.75 | 94565.30 | 137632.10 | 9.8370121 | 9.9757318 |
| 25 | 68729.88 | 94620.42 | 137669.98 | 9.8371456 | 9.9759849 |
| 26 | 68751.01 | 94675.56 | 137707.89 | 9.8372791 | 9.9762372 |
| 27 | 68772.13 | 94730.74 | 137745.83 | 9.8374125 | 9.9764909 |
| 28 | 68793.24 | 94785.95 | 137783.50 | 9.8375458 | 9.9767440 |
| 29 | 68814.35 | 94841.19 | 137821.81 | 9.8376790 | 9.9769970 |
| 30 | 68835.45 | 94896.46 | 137859.85 | 9.8378122 | 9.9772500 |
| 31 | 68856.55 | 94951.76 | 137897.92 | 9.8379453 | 9.9775030 |
| 32 | 68877.64 | 95007.09 | 137936.02 | 9.8380783 | 9.9777560 |
| 33 | 68898.73 | 95062.45 | 137974.16 | 9.8382112 | 9.9780090 |
| 34 | 68919.81 | 95117.84 | 138012.33 | 9.8383441 | 9.9782620 |
| 35 | 68940.89 | 95173.26 | 138050.53 | 9.8384769 | 9.9785149 |
| 36 | 68961.96 | 95228.71 | 138088.77 | 9.8386096 | 9.9787679 |
| 37 | 68983.02 | 95284.20 | 138127.04 | 9.8387422 | 9.9790209 |
| 38 | 69004.07 | 95339.71 | 138165.34 | 9.8388747 | 9.9792738 |
| 39 | 69025.12 | 95395.26 | 138203.67 | 9.8390072 | 9.9795268 |
| 40 | 69046.17 | 95450.83 | 138242.04 | 9.8391396 | 9.9797797 |
| 41 | 69067.21 | 95506.44 | 138280.44 | 9.8392719 | 9.9800326 |
| 42 | 69088.24 | 95562.08 | 138318.87 | 9.8394041 | 9.9802856 |
| 43 | 69109.27 | 95617.74 | 138357.34 | 9.8395363 | 9.9805385 |
| 44 | 69130.29 | 95673.44 | 138395.84 | 9.8396684 | 9.9807914 |
| 45 | 69151.31 | 95729.17 | 138434.37 | 9.8398004 | 9.9810443 |
| 46 | 69172.32 | 95784.94 | 138472.94 | 9.8399323 | 9.9812972 |
| 47 | 69193.32 | 95840.73 | 138511.54 | 9.8400642 | 9.9815501 |
| 48 | 69214.32 | 95896.55 | 138550.17 | 9.8401959 | 9.9818030 |
| 49 | 69235.31 | 95952.41 | 138588.83 | 9.8403276 | 9.9820559 |
| 50 | 66256.30 | 96008.29 | 138627.53 | 9.8404593 | 9.9823087 |
| 51 | 69277.28 | 96064.21 | 138666.26 | 9.8405908 | 9.9825616 |
| 52 | 69298.25 | 96120.16 | 138705.03 | 9.8407223 | 9.9828145 |
| 53 | 69319.22 | 96176.14 | 138743.83 | 9.8408537 | 9.9830673 |
| 54 | 69340.18 | 96232.15 | 138782.66 | 9.8409850 | 9.9833202 |
| 55 | 69361.14 | 96288.19 | 138821.53 | 9.8411162 | 9.9835730 |
| 56 | 69382.09 | 96344.27 | 138860.42 | 9.8412474 | 9.9838259 |
| 57 | 69403.04 | 96400.37 | 138899.36 | 9.8413785 | 9.9840787 |
| 58 | 69423.98 | 96456.51 | 138938.32 | 9.841509 | 9.9843315 |
| 59 | 69444.91 | 96512.68 | 138977.32 | 9.841640[illegible] | 9.9845844 |
| 60 | 69465.84 | 96568.88 | 139016.36 | 9.841[illegible] | 9.9848[illegible] |

# 46. Grad.

| Min. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 72135.37 | 1072[illegible]6.57 | 146627.92 | 9.864127[illegible] | 10.0303441 |
| 59 | 73115.53 | [illegible] | 146582.20 | 9.8640096 | 10.0300909 |
| 58 | 73095.66 | [illegible] | 146537.52 | 9.8638917 | 10.0298376 |
| 57 | 730[illegible].8[illegible] | 10[illegible]49.43 | 146490.88 | 9.8637737 | 10.029[illegible]43 |
| 56 | [illegible] | [illegible] | 146445.29 | 9.8636557 | 10.0293[illegible] |
| 55 | [illegible] | 106[illegible]4.66 | 146399.73 | 9.8635376 | 10.029[illegible] |
| 54 | [illegible] | [illegible] | 146354.02 | 9.8634194 | 10.028822[illegible] |
| 53 | [illegible] | [illegible]04 | 146[illegible]6.75 | 9.8633011 | 10.0285[illegible] |
| 52 | [illegible] | [illegible] | 146263.31 | 9.8631828 | 10.0283[illegible] |
| 51 | [illegible] | 106[illegible].58 | 146217.92 | 9.8630644 | [illegible] |
| 50 | 72956.67 | 106613.41 | 146172.57 | 9.8629460 | 10.0278[illegible] |
| 49 | 729[illegible] | 106551.28 | 146127.26 | 9.8628274 | [illegible] |
| 48 | [illegible] | [illegible]489.18 | 146081.98 | 9.8627088 | [illegible] |
| 47 | 72876.94 | 106427.13 | 146036.75 | 9.8625902 | [illegible] |
| 46 | 72857.02 | 106365.1[illegible] | 145991.56 | 9.8624714 | [illegible] |
| 45 | 72837.09 | 106303.13 | 145946.41 | 9.8623526 | 10.026[illegible]401 |
| 44 | 7281[illegible].16 | 106241.19 | 145901.30 | 9.8622338 | 10.0262629 |
| 43 | 72797.22 | 1061[illegible].29 | 145856.23 | 9.8621148 | [illegible] |
| 42 | 72777.27 | 106117.42 | 145811.20 | 9.8619958 | [illegible] |
| 41 | [illegible] | 10605[illegible] | 145766.21 | [illegible] | [illegible] |
| 40 | 7273[illegible] | 10599[illegible] | 145721.27 | [illegible] | [illegible] |
| 39 | 727[illegible] | 105932.06 | 145676.36 | [illegible] | [illegible] |
| 38 | 72697.43 | 105870.34 | 145631.49 | 9.8615190 | [illegible] |
| 37 | 72677.45 | 105808.6[illegible] | 145586.66 | 9.861399[illegible] | [illegible] |
| 36 | 72657.47 | 105747.03 | 145541.87 | 9.8612[illegible] | [illegible] |
| 35 | 72637.49 | 105685.44 | 145497.12 | 9.8611608 | [illegible] |
| 34 | 72617.48 | 105623.88 | 145452.41 | 9.8610412 | [illegible] |
| 33 | 72597.4[illegible] | 105562.35 | 145407.74 | 9.8609215 | [illegible] |
| 32 | 72577.47 | 105500.87 | 145363.11 | 9.8608018 | 10.0232[illegible] |
| 31 | 72557.46 | 105439.42 | 145318.52 | 9.8606821 | [illegible] |
| 30 | 72537.44 | 105378.0[illegible] | 14527[illegible].97 | 9.8605622 | 10.0227[illegible] |
| 29 | 72517.41 | 105316.64 | 145229.46 | 9.8604423 | 10.0224970 |
| 28 | 72497.38 | 105255.31 | 145184.98 | 9.8603223 | 10.02224[illegible] |
| 27 | 72477.34 | 105194.01 | 145140.55 | 9.8602022 | 10.02199[illegible] |
| 26 | 72457.29 | 105132.75 | 145096.16 | 9.8600821 | 10.0217387 |
| 25 | 72437.24 | 105071.53 | 145051.81 | 9.8599619 | 10.0214851 |
| 24 | 72417.18 | 105010.34 | 145007.49 | 9.8598416 | 10.0212321 |
| 23 | 72397.12 | 104949.20 | 144963.22 | 9.8597213 | 10.0209791 |
| 22 | 72377.05 | 104888.09 | 144918.98 | 9.8596009 | 10.0207262 |
| 21 | 72356.98 | 104827.02 | 144874.78 | 9.8594804 | 10.0204732 |
| 20 | 72336.90 | 104765.98 | 144830.63 | 9.8593599 | 10.0202203 |
| 19 | 72316.81 | 104704.98 | 144786.51 | 9.8592393 | 10.0199674 |
| 18 | 72296.71 | 104644.02 | 144742.43 | 9.8591186 | 10.0197144 |
| 17 | 72276.61 | 104583.10 | 144698.39 | 9.8589978 | 10.0194615 |
| 16 | 72256.51 | 104522.21 | 144654.36 | 9.8588770 | 10.0192086 |
| 15 | 72236.40 | 104461.36 | 144610.43 | 9.8587561 | 10.0189557 |
| 14 | 72216.28 | 104400.55 | 144566.51 | 9.8586351 | 10.0187028 |
| 13 | 72196.15 | 104339.77 | 144522.62 | 9.8585141 | 10.0184499 |
| 12 | 72176.02 | 104279.04 | 144478.78 | 9.8583929 | 10.0181970 |
| 11 | 72155.88 | 104218.33 | 144434.97 | 9.8582718 | 10.0179441 |
| 10 | 72135.74 | 104157.67 | 144391.20 | 9.8581505 | 10.0176913 |
| 9 | 72115.59 | 104097.04 | 144347.48 | 9.8580292 | 10.0174384 |
| 8 | 72095.44 | 104036.45 | 144303.79 | 9.8579078 | 10.0171855 |
| 7 | 72075.28 | 103975.89 | 144260.13 | 9.8577863 | 10.0169327 |
| 6 | 72055.11 | 103915.37 | 144216.52 | 9.8576648 | 10.0166798 |
| 5 | 72034.94 | 103854.89 | 144172.95 | 9.8575432 | 10.0164270 |
| 4 | 72014.76 | 103794.45 | 144129.41 | 9.8574215 | 10.0161741 |
| 3 | 71994.57 | 103734.04 | 144085.91 | 9.8572998 | 10.0159213 |
| 2 | 71974.38 | 103673.67 | 144042.46 | 9.8571779 | 10.0156685 |
| 1 | 71954.18 | 103613.33 | 143999.04 | 9.8570561 | 10.0154156 |
| 0 | 71933.98 | 103553.03 | 143955.63 | 9.8569341 | 10.0151628 |

# 44 Grad.

| Min. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tan. |
|---|---|---|---|---|---|
| 0 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 1 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8419021 | [illegible] |
| 2 | [illegible] | 96681.37 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 3 | [illegible] | [illegible] | 139133.60 | [illegible] | [illegible] |
| 4 | 69549.49 | [illegible] | 139172.83 | 9.8422939 | 9.9858484 |
| 5 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 6 | [illegible] | [illegible] | 139251.27 | [illegible] | [illegible] |
| 7 | [illegible] | 96953.16 | 139290.54 | 9.8426851 | [illegible] |
| 8 | [illegible] | 97019.52 | [illegible] | 9.8428154 | [illegible] |
| 9 | [illegible] | [illegible] | 139369.18 | 9.8429456 | [illegible] |
| 10 | [illegible] | 97132.62 | 139408.56 | [illegible] | 9.9873651 |
| 11 | [illegible] | [illegible] | 139447.96 | [illegible] | [illegible] |
| 12 | [illegible] | 97245.75 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 13 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8434655 | [illegible] |
| 14 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 15 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 16 | [illegible] | [illegible] | 139645.51 | [illegible] | 9.9888516 |
| 17 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.9891344 |
| 18 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 19 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8442432 | [illegible] |
| 20 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 21 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 22 | [illegible] | [illegible] | 139883.69 | [illegible] | [illegible] |
| 23 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 24 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 25 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8450181 | 9.9911562 |
| 26 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 27 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 28 | [illegible] | 98155.43 | [illegible] | 9.8454245 | [illegible] |
| 29 | [illegible] | 98212.56 | [illegible] | 9.8455432 | [illegible] |
| 30 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8456618 | [illegible] |
| 31 | [illegible] | 98326.92 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 32 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 33 | [illegible] | [illegible] | 140325.60 | 9.8460471 | 9.9931778 |
| 34 | [illegible] | 98498.71 | 140365.83 | [illegible] | 9.9934305 |
| 35 | [illegible] | [illegible] | 140404.03 | [illegible] | [illegible] |
| 36 | [illegible] | [illegible] | 140444.30 | 9.8464318 | 9.9939359 |
| 37 | [illegible] | [illegible] | 140484.60 | 9.8465599 | 9.9941886 |
| 38 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.9944413 |
| 39 | [illegible] | [illegible] | 140565.32 | [illegible] | 9.9946940 |
| 40 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 41 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 42 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 43 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 44 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 45 | [illegible] | [illegible] | 140808.31 | [illegible] | [illegible] |
| 46 | [illegible] | [illegible] | 140848.93 | [illegible] | [illegible] |
| 47 | [illegible] | [illegible] | 140889.58 | [illegible] | [illegible] |
| 48 | [illegible] | [illegible] | 140930.28 | [illegible] | [illegible] |
| 49 | [illegible] | 99362.08 | 140971.00 | [illegible] | [illegible] |
| 50 | 70504.69 | 99419.91 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 51 | [illegible] | [illegible] | 141052.56 | [illegible] | [illegible] |
| 52 | 70545.94 | [illegible] | 141093.43 | [illegible] | [illegible] |
| 53 | 70566.55 | [illegible] | 141134.27 | [illegible] | [illegible] |
| 54 | [illegible] | [illegible] | 141175.17 | 9.8487257 | [illegible] |
| 55 | [illegible] | [illegible] | 141216.11 | 9.8488524 | [illegible] |
| 56 | [illegible] | [illegible] | 141257.09 | [illegible] | [illegible] |
| 57 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 58 | [illegible] | [illegible] | 141339.15 | 9.8492322 | 9.9994947 |
| 59 | [illegible] | [illegible] | 141380.24 | 9.8493586 | 9.9997473 |
| 60 | [illegible] | [illegible] | 141421.36 | 9.8494850 | [illegible] |

# 45. Grad.

| Min. | Sinus | Tang. | Secant. | Log. Sin | Log. Tang. |
|---|---|---|---|---|---|
| 60 | 71933.98 | 103553.03 | 143955.65 | 9.8569341 | 10.0151628 |
| 59 | 71913.77 | [illegible] | [illegible] | 9.8568121 | 10.0149100 |
| 58 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 10.0146572 |
| 57 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8565678 | 10.0144044 |
| 56 | 71853.10 | [illegible] | [illegible] | 9.8564455 | 10.0141516 |
| 55 | 71832.87 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 54 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 10.0136460 |
| 53 | 71792.38 | 103131.95 | [illegible] | 9.8560784 | 10.0133932 |
| 52 | [illegible] | 103071.94 | [illegible] | 9.8559558 | 10.0131404 |
| 51 | 71751.87 | [illegible] | [illegible] | 9.8558332 | 10.0128877 |
| 50 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8557106 | 10.0126349 |
| 49 | 71711.34 | 102892.12 | [illegible] | 9.8555878 | 10.0123821 |
| 48 | 71691.06 | 102832.26 | [illegible] | 9.8554650 | 10.0121294 |
| 47 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8553421 | 10.0118766 |
| 46 | [illegible] | [illegible] | 143352.31 | [illegible] | 10.0116239 |
| 45 | [illegible] | 102652.87 | [illegible] | 9.8550961 | 10.0113711 |
| 44 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8549730 | [illegible] |
| 43 | [illegible] | 102533.46 | [illegible] | [illegible] | 10.0108656 |
| 42 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 10.0106129 |
| 41 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8546033 | [illegible] |
| 40 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 39 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 38 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 37 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 36 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 35 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 34 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 33 | [illegible] | [illegible] | 142798.68 | 9.8536142 | [illegible] |
| 32 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8534902 | 10.0080857 |
| 31 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8533662 | 10.0078330 |
| 30 | [illegible] | [illegible] | 142671.82 | [illegible] | 10.0075803 |
| 29 | [illegible] | 101701.55 | 142629.61 | [illegible] | [illegible] |
| 28 | [illegible] | 101642.3 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 27 | [illegible] | 101583.2 | [illegible] | 9.8528693 | 10.0068222 |
| 26 | 71243.44 | 101524.17 | [illegible] | 9.8527449 | 10.0065695 |
| 25 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 24 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8524959 | [illegible] |
| 23 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8523713 | 10.0058114 |
| 22 | 71161.74 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 21 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8521218 | [illegible] |
| 20 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 10.0050534 |
| 19 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 10.0048007 |
| 18 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 10.0045480 |
| 17 | 71059.48 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 10.0042953 |
| 16 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 10.0040427 |
| 15 | [illegible] | 100876.49 | 142041.48 | [illegible] | 10.0037900 |
| 14 | [illegible] | 100817.82 | [illegible] | 9.8512465 | [illegible] |
| 13 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 12 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 11 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 10 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 9.8507446 | [illegible] |
| 9 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] | 10.0022740 |
| 8 | [illegible] | [illegible] | 141751.61 | [illegible] | [illegible] |
| 7 | [illegible] | [illegible] | 141710.20 | [illegible] | [illegible] |
| 6 | [illegible] | [illegible] | 141668.83 | 9.8502417 | 10.0015160 |
| 5 | 70813.45 | [illegible] | 141627.49 | 9.8501157 | 10.0012633 |
| 4 | 70792.91 | 100232.98 | 141586.19 | 9.8499897 | [illegible] |
| 3 | 70772.36 | [illegible] | 141544.93 | [illegible] | [illegible] |
| 2 | 70751.80 | 100116.42 | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 1 | 70731.24 | [illegible] | [illegible] | [illegible] | [illegible] |
| 0 | [illegible] | [illegible] | 141421.36 | 9.8494850 | [illegible] |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N | Logarit. | N. | Logarit | N | Logarit |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | | 64 | 1.8061800 | 128 | 2.1072100 | 192 | 2.2833012 | 256 | 2.4082400 | 320 | 2.5051500 |
| 1 | 0.0000000 | 65 | 1.8129133 | 129 | 2.1105897 | 193 | 2.2855573 | 257 | 2.4099331 | 321 | 2.5065050 |
| 2 | 0.3010300 | 66 | 1.8195439 | 130 | 2.1139433 | 194 | 2.2878017 | 258 | 2.4116197 | 322 | 2.5078559 |
| 3 | 0.4771212 | 67 | 1.8260748 | 131 | 2.1172713 | 195 | 2.2900346 | 259 | 2.4132998 | 323 | 2.5092025 |
| 4 | 0.6020600 | 68 | 1.8325089 | 132 | 2.1205739 | 196 | 2.2922561 | 260 | 2.4149733 | 324 | 2.5105456 |
| 5 | 0.6989700 | 69 | 1.8388491 | 133 | 2.1238516 | 197 | 2.2944662 | 261 | 2.4166405 | 325 | 2.5118834 |
| 6 | 0.7781512 | 70 | 1.8450980 | 134 | 2.1271048 | 198 | 2.2966652 | 262 | 2.4183013 | 326 | 2.5132176 |
| 7 | 0.8450980 | 71 | 1.8512583 | 135 | 2.1303338 | 199 | 2.2988531 | 263 | 2.4199557 | 327 | 2.5145477 |
| 8 | 0.9030900 | 72 | 1.8573325 | 136 | 2.1335389 | 200 | 2.3010300 | 264 | 2.4216039 | 328 | 2.5158738 |
| 9 | 0.9542425 | 73 | 1.8633229 | 137 | 2.1367206 | 201 | 2.3031961 | 265 | 2.4232459 | 329 | 2.5171959 |
| 10 | 1.0000000 | 74 | 1.8692317 | 138 | 2.1398791 | 202 | 2.3053514 | 266 | 2.4248816 | 330 | 2.5185139 |
| 11 | 1.0413927 | 75 | 1.8750613 | 139 | 2.1430148 | 203 | 2.3074960 | 267 | 2.4265113 | 331 | 2.5198280 |
| 12 | 1.0791812 | 76 | 1.8808136 | 140 | 2.1461280 | 204 | 2.3096301 | 268 | 2.4281348 | 332 | 2.5211381 |
| 13 | 1.1139433 | 77 | 1.8864907 | 141 | 2.1492191 | 205 | 2.3117539 | 269 | 2.4297[illegible] | 333 | 2.5224442 |
| 14 | 1.1461280 | 78 | 1.8920946 | 142 | 2.1522803 | 206 | 2.3138672 | 270 | 2.4313638 | 334 | 2.5237465 |
| 15 | 1.1760913 | 79 | 1.8976271 | 143 | 2.1553360 | 207 | 2.3159703 | 271 | 2.4329693 | 335 | 2.5250448 |
| 16 | 1.2041200 | 80 | 1.9030900 | 144 | 2.1583623 | 208 | 2.3180633 | 272 | 2.4345689 | 336 | 2.5263393 |
| 17 | 1.2304489 | 81 | 1.9084850 | 145 | 2.1613680 | 209 | 2.3201463 | 273 | 2.4361626 | 337 | 2.5276299 |
| 18 | 1.2552725 | 82 | 1.9138138 | 146 | 2.1643528 | 210 | 2.3222193 | 274 | 2.4377506 | 338 | 2.5289167 |
| 19 | 1.2787536 | 83 | 1.9190781 | 147 | 2.1673173 | 211 | 2.3242824 | 275 | 2.4393327 | 339 | 2.5301997 |
| 20 | 1.3010300 | 84 | 1.9242793 | 148 | 2.1702617 | 212 | 2.3263359 | 276 | 2.4409091 | 340 | 2.5314789 |
| 21 | 1.3222193 | 85 | 1.9294189 | 149 | 2.1731863 | 213 | 2.3283796 | 277 | 2.4424798 | 341 | 2.5327544 |
| 22 | 1.3424227 | 86 | 1.9344984 | 150 | 2.1760913 | 214 | 2.3304138 | 278 | 2.4440448 | 342 | 2.5340261 |
| 23 | 1.3617278 | 87 | 1.9395192 | 151 | 2.1789769 | 215 | 2.3324385 | 279 | 2.4456042 | 343 | 2.5352941 |
| 24 | 1.3802112 | 88 | 1.9444827 | 152 | 2.1818436 | 216 | 2.3344537 | 280 | 2.4471580 | 344 | 2.5365584 |
| 25 | 1.3979400 | 89 | 1.9493900 | 153 | 2.1846914 | 217 | 2.3364597 | 281 | 2.4487063 | 345 | 2.5378191 |
| 26 | 1.4149733 | 90 | 1.9542425 | 154 | 2.1875207 | 218 | 2.3384565 | 282 | 2.4502491 | 346 | 2.5390761 |
| 27 | 1.4313638 | 91 | 1.9590414 | 155 | 2.1903317 | 219 | 2.3404441 | 283 | 2.4517864 | 347 | 2.5403295 |
| 28 | 1.4471580 | 92 | 1.9637878 | 156 | 2.1931246 | 220 | 2.3424227 | 284 | 2.4533183 | 348 | 2.5415792 |
| 29 | 1.4623980 | 93 | 1.9684829 | 157 | 2.1958996 | 221 | 2.3443923 | 285 | 2.4548449 | 349 | 2.5428254 |
| 30 | 1.4771212 | 94 | 1.9731278 | 158 | 2.1986571 | 222 | 2.3463530 | 286 | 2.4563660 | 350 | 2.5440680 |
| 31 | 1.4913617 | 95 | 1.9777236 | 159 | 2.2013971 | 223 | 2.3483049 | 287 | 2.4578819 | 351 | 2.5453071 |
| 32 | 1.5051500 | 96 | 1.9822712 | 160 | 2.2041200 | 224 | 2.3502480 | 288 | 2.4593925 | 352 | 2.5465427 |
| 33 | 1.5185139 | 97 | 1.9867717 | 161 | 2.2068259 | 225 | 2.3521825 | 289 | 2.4608978 | 353 | 2.5477747 |
| 34 | 1.5314789 | 98 | 1.9912261 | 162 | 2.2095150 | 226 | 2.3541084 | 290 | 2.4623980 | 354 | 2.5490033 |
| 35 | 1.5440680 | 99 | 1.9956352 | 163 | 2.2121876 | 227 | 2.3560259 | 291 | 2.4638930 | 355 | 2.5502283 |
| 36 | 1.5563025 | 100 | 2.0000000 | 164 | 2.2148438 | 228 | 2.3579348 | 292 | 2.4653828 | 356 | 2.5514500 |
| 37 | 1.5682017 | 101 | 2.0043214 | 165 | 2.2174839 | 229 | 2.3598355 | 293 | 2.4668676 | 357 | 2.5526682 |
| 38 | 1.5797836 | 102 | 2.0086002 | 166 | 2.2201081 | 230 | 2.3617278 | 294 | 2.4683473 | 358 | 2.5538830 |
| 39 | 1.5910646 | 103 | 2.0128372 | 167 | 2.2227165 | 231 | 2.3636120 | 295 | 2.4698220 | 359 | 2.5550944 |
| 40 | 1.6020600 | 104 | 2.0170333 | 168 | 2.2253093 | 232 | 2.3654880 | 296 | 2.4712917 | 360 | 2.5563025 |
| 41 | 1.6127839 | 105 | 2.0211893 | 169 | 2.2278867 | 233 | 2.3673559 | 297 | 2.4727564 | 361 | 2.5573072 |
| 42 | 1.6232493 | 106 | 2.0253059 | 170 | 2.2304489 | 234 | 2.3692159 | 298 | 2.4742163 | 362 | 2.5587086 |
| 43 | 1.6334685 | 107 | 2.0293838 | 171 | 2.2329961 | 235 | 2.3710679 | 299 | 2.4756712 | 363 | 2.5599066 |
| 44 | 1.6434527 | 108 | 2.0334238 | 172 | 2.2355284 | 236 | 2.3719120 | 300 | 2.4771212 | 364 | 2.5611014 |
| 45 | 1.6532125 | 109 | 2.0374265 | 173 | 2.2380461 | 237 | 2.3747483 | 301 | 2.4785665 | 365 | 2.5622929 |
| 46 | 1.6627578 | 110 | 2.0413927 | 174 | 2.2405492 | 238 | 2.3765769 | 302 | 2.4800069 | 366 | 2.5634811 |
| 47 | 1.6720979 | 111 | 2.0453230 | 175 | 2.2430380 | 239 | 2.3783979 | 303 | 2.4814426 | 367 | 2.5646661 |
| 48 | 1.6812412 | 112 | 2.0492180 | 176 | 2.2455127 | 240 | 2.3803112 | 304 | 2.4828736 | 368 | 2.5658478 |
| 49 | 1.6901961 | 113 | 2.0530784 | 177 | 2.2479733 | 241 | 2.3820170 | 305 | 2.4842998 | 369 | 2.5670264 |
| 50 | 1.6989700 | 114 | 2.0569049 | 178 | 2.2504200 | 242 | 2.3838154 | 306 | 2.4857214 | 370 | 2.5682017 |
| 51 | 1.7075702 | 115 | 2.0606978 | 179 | 2.2528530 | 243 | 2.3856063 | 307 | 2.4871384 | 371 | 2.5693739 |
| 52 | 1.7160033 | 116 | 2.0644580 | 180 | 2.2552725 | 244 | 2.3873898 | 308 | 2.4885507 | 372 | 2.5705429 |
| 53 | 1.7242759 | 117 | 2.0681859 | 181 | 2.2576786 | 245 | 2.3891661 | 309 | 2.4899585 | 373 | 2.5717088 |
| 54 | 1.7323938 | 118 | 2.0718820 | 182 | 2.2600714 | 246 | 2.3909351 | 310 | 2.4913617 | 374 | 2.5728716 |
| 55 | 1.7403627 | 119 | 2.0755470 | 183 | 2.2624511 | 247 | 2.3926969 | 311 | 2.4927604 | 375 | 2.5740383 |
| 56 | 1.7481880 | 120 | 2.0791812 | 184 | 2.2648178 | 248 | 2.3944317 | 312 | 2.4941546 | 376 | 2.5731878 |
| 57 | 1.7558748 | 121 | 2.0827854 | 185 | 2.2671787 | 249 | 2.3961993 | 313 | 2.4955443 | 377 | 2.5763413 |
| 58 | 1.7634280 | 122 | 2.0863598 | 186 | 2.2695129 | 250 | 2.3979400 | 314 | 2.4969296 | 378 | 2.5774918 |
| 59 | 1.7708520 | 123 | 2.0899051 | 187 | 2.2710416 | 251 | 2.3996737 | 315 | 2.4983105 | 379 | 2.5786392 |
| 60 | 1.7781512 | 124 | 2.0934217 | 188 | 2.2741378 | 252 | 2.4014005 | 316 | 2.4996871 | 380 | 2.5797836 |
| 61 | 1.7853298 | 125 | 2.0969100 | 189 | 2.2764618 | 253 | 2.4031205 | 317 | 2.5010593 | 381 | 2.5809250 |
| 62 | 1.7923917 | 126 | 2.1003705 | 190 | 2.2787536 | 254 | 2.4048337 | 318 | 2.5024271 | 382 | 2.5820634 |
| 63 | 1.7993405 | 127 | 2.1038037 | 191 | 2.2810334 | 255 | 2.4065402 | 319 | 2.5037907 | 383 | 2.5831988 |
| 64 | 1.8061800 | 128 | 2.1072100 | 192 | 2.2833012 | 256 | 2.4082400 | 320 | 2.5051500 | 384 | 2.5843312 |

| N. | Logarit. | N | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 385 | 2.5854607 | 449 | 2.6522463 | 513 | 2.7101174 |
| 386 | 2.5865873 | 450 | 2.6532125 | 514 | 2.7109631 |
| 387 | 2.5877110 | 451 | 2.6541765 | 515 | 2.7118072 |
| 388 | 2.5888317 | 452 | 2.6551384 | 516 | 2.7126497 |
| 389 | 2.5899496 | 453 | 2.6560982 | 517 | 2.7134905 |
| 390 | 2.5910646 | 454 | 2.6570558 | 518 | 2.7143298 |
| 391 | 2.5921768 | 455 | 2.6580114 | 519 | 2.7151674 |
| 392 | 2.5932861 | 456 | 1.6589648 | 520 | 2.7160033 |
| 393 | 2.5943926 | 457 | 2.6599162 | 521 | 2.7168377 |
| 394 | 2.5954962 | 458 | 2.6608655 | 522 | 2.7176705 |
| 395 | 2.5965971 | 459 | 2.6618127 | 523 | 2.7185017 |
| 396 | 2.5976952 | 460 | 2.6627578 | 524 | 2.7193313 |
| 397 | 2.5987905 | 461 | 2.6637009 | 525 | 2.7201593 |
| 398 | 2.5998831 | 462 | 2.6646420 | 526 | 2.7209857 |
| 399 | 2.6009729 | 463 | 2.6655810 | 527 | 2.7218106 |
| 400 | 2.6020600 | 464 | 2.6665180 | 528 | 2.7226339 |
| 401 | 2.6031444 | 465 | 2.6674529 | 529 | 2.7234557 |
| 402 | 2.6042261 | 466 | 2.6683859 | 530 | 2.7242759 |
| 403 | 2.6053050 | 467 | 2.6693169 | 531 | 2.7250945 |
| 404 | 2.6063814 | 468 | 2.6702458 | 532 | 2.0259116 |
| 405 | 2.6074550 | 469 | 2.6711728 | 533 | 1.7267272 |
| 406 | 2.6085260 | 470 | 2.6720979 | 534 | 2.7275413 |
| 407 | 2.6095944 | 471 | 2.6730209 | 535 | 2.7283538 |
| 408 | 2.6106602 | 472 | 1.6739420 | 536 | 2.7291648 |
| 409 | 2.6117233 | 473 | 2.6748611 | 537 | 2.7299743 |
| 410 | 2.6127839 | 474 | 2.6757783 | 538 | 2.7307823 |
| 411 | 2.6138418 | 475 | 2.6766936 | 539 | 2.7315888 |
| 412 | 2.6148972 | 476 | 2.6776069 | 540 | 2.7323938 |
| 413 | 2.6159500 | 477 | 2.6785184 | 541 | 2.7331973 |
| 414 | 2.6170083 | 478 | 2.6794279 | 542 | 2.7339993 |
| 415 | 2.6180481 | 479 | 2.6803355 | 543 | 2.7347998 |
| 416 | 2.6190933 | 480 | 2.6812412 | 544 | 2.7355989 |
| 417 | 2.6201360 | 481 | 2.6821451 | 545 | 2.7363965 |
| 418 | 2.6211763 | 482 | 2.6830470 | 546 | 2.7371926 |
| 419 | 2.6222140 | 483 | 2.6839471 | 547 | 2.7379873 |
| 420 | 2.6232493 | 484 | 2.6848454 | 548 | 2.7387806 |
| 421 | 2.6242821 | 485 | 2.6857417 | 549 | 2.7395723 |
| 422 | 2.6253124 | 486 | 2.6866363 | 550 | 2.7403627 |
| 423 | 2.2263404 | 487 | 2.6875290 | 551 | 2.7411516 |
| 424 | 2.6273659 | 488 | 2.6884198 | 552 | 2.7419391 |
| 425 | 2.6283889 | 489 | 2.6893089 | 553 | 2.7427251 |
| 426 | 2.6294096 | 490 | 2.6901961 | 554 | 2.7435098 |
| 427 | 2.6304279 | 491 | 2.6910815 | 555 | 2.7442930 |
| 428 | 2.6314438 | 492 | 2.6919651 | 556 | 2.7450748 |
| 429 | 2.6324573 | 493 | 2.6928469 | 557 | 2.7458552 |
| 430 | 2.6334685 | 494 | 2.6937269 | 558 | 2.7466342 |
| 431 | 2.6344773 | 495 | 2.6946052 | 559 | 2.7474118 |
| 432 | 2.6354837 | 496 | 2.6954817 | 560 | 2.7481880 |
| 433 | 2.6364879 | 497 | 2.6963564 | 561 | 2.7489629 |
| 434 | 2.6374897 | 498 | 2.6972293 | 562 | 2.7497363 |
| 435 | 2.6384893 | 499 | 2.6981005 | 563 | 2.7505084 |
| 436 | 2.6394865 | 500 | 2.6989700 | 564 | 2.7512791 |
| 437 | 2.6404814 | 501 | 2.6998377 | 565 | 2.7520484 |
| 438 | 2.6414741 | 502 | 2.7007037 | 566 | 2.7528164 |
| 439 | 2.6424645 | 503 | 2.7015680 | 567 | 2.7535831 |
| 440 | 2.6434527 | 504 | 2.7024305 | 568 | 2.7543483 |
| 441 | 2.6444386 | 505 | 2.7032914 | 569 | 2.3551123 |
| 442 | 2.6454223 | 506 | 2.7041505 | 570 | 2.7558748 |
| 443 | 2.6464037 | 507 | 2.7050080 | 571 | 2.7566361 |
| 444 | 2.6473830 | 508 | 2.7058637 | 572 | 2.7573960 |
| 445 | 2.6483600 | 509 | 2.7067178 | 573 | 2.7581546 |
| 446 | 2.6493349 | 510 | 2.7075702 | 574 | 2.7589119 |
| 447 | 2.6503075 | 511 | 2.7084209 | 575 | 1.7596678 |
| 448 | 2.6512780 | 512 | 1.7092700 | 576 | 2.7604225 |
| 449 | 2.6522463 | 513 | 2.7101174 | 577 | 2.7611758 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 577 | 2.7611758 | 641 | 2.8068580 | 705 | 2.8481891 |
| 578 | 2.7619278 | 642 | 2.8075350 | 706 | 2.8488047 |
| 579 | 2.7626786 | 643 | 2.8082110 | 707 | 2.8494194 |
| 580 | 2.7634280 | 644 | 2.8088859 | 708 | 2.8500333 |
| 581 | 2.7641761 | 645 | 2.8095597 | 709 | 2.8506462 |
| 582 | 2.7649230 | 646 | 2.8102325 | 710 | 2.8512583 |
| 583 | 2.7656685 | 647 | 2.8109043 | 711 | 2.8518696 |
| 584 | 2.7664128 | 648 | 2.8115750 | 712 | 2.8524800 |
| 585 | 2.7671559 | 649 | 2.8122447 | 713 | 2.8530895 |
| 586 | 2.7678976 | 650 | 2.8129134 | 314 | 2.8536982 |
| 587 | 2.7686381 | 651 | 2.8135810 | 715 | 2.8543060 |
| 588 | 2.7693773 | 652 | 2.8142476 | 716 | 2.8549130 |
| 589 | 2.7701153 | 653 | 2.8149132 | 717 | 2.8555191 |
| 590 | 2.7708520 | 654 | 2.8155777 | 718 | 2.8561244 |
| 591 | 2.7715875 | 655 | 2.8162413 | 719 | 2.8567289 |
| 592 | 2.7723217 | 656 | 2.8169038 | 720 | 2.8573325 |
| 593 | 2.7730547 | 657 | 2.8175654 | 721 | 2.8579353 |
| 594 | 2.7737864 | 658 | 2.8182259 | 722 | 2.8585372 |
| 595 | 2.7745170 | 659 | 2.8188854 | 723 | 2.8591383 |
| 596 | 2.7752465 | 660 | 2.8195439 | 724 | 2.8597386 |
| 597 | 2.7759743 | 661 | 2.8202015 | 725 | 2.8603380 |
| 598 | 2.7767012 | 662 | 2.8208580 | 726 | 2.8609366 |
| 599 | 2.7774268 | 663 | 2.8215135 | 727 | 1.8615344 |
| 600 | 2.7781512 | 664 | 2.8221681 | 728 | 2.8621314 |
| 601 | 2.7788745 | 665 | 2.8228216 | 729 | 2.8627275 |
| 602 | 2.7795965 | 666 | 2.8234742 | 730 | 2.8633229 |
| 603 | 2.7803173 | 667 | 2.8241258 | 731 | 2.8639174 |
| 604 | 2.7810369 | 668 | 2.8247765 | 732 | 2.8645111 |
| 605 | 2.7817554 | 669 | 2.8254261 | 733 | 2.8651040 |
| 606 | 2.7824726 | 670 | 2.8260748 | 734 | 2.8656961 |
| 607 | 2.7831887 | 671 | 2.8267225 | 735 | 2.8662873 |
| 608 | 2.7839035 | 672 | 2.8273693 | 736 | 2.8668778 |
| 609 | 2.7846173 | 673 | 2.8280151 | 737 | 2.8674675 |
| 610 | 2.7853298 | 674 | 2.8286599 | 738 | 2.8680564 |
| 611 | 2.7860412 | 675 | 2.8293038 | 739 | 2.8686444 |
| 612 | 2.7867514 | 676 | 2.8299467 | 740 | 2.8692317 |
| 613 | 2.7874605 | 677 | 2.8305887 | 741 | 2.8698182 |
| 614 | 2.7881684 | 678 | 2.8312297 | 742 | 2.8704039 |
| 615 | 2.7888751 | 679 | 2.8318698 | 743 | 2.8709888 |
| 616 | 2.7895807 | 680 | 2.8325089 | 744 | 2.8715729 |
| 617 | 2.7902852 | 681 | 2.8331471 | 745 | 2.8721563 |
| 618 | 2.7909885 | 682 | 8.8237844 | 746 | 2.8727388 |
| 619 | 2.7916906 | 683 | 1.8344207 | 747 | 2.8733206 |
| 620 | 2.7923917 | 684 | 2.8350561 | 748 | 2.8739016 |
| 621 | 2.7930916 | 685 | 2.8356906 | 749 | 2.8744818 |
| 622 | 2.7937904 | 686 | 2.8363241 | 750 | 2.8750613 |
| 623 | 2.7944880 | 687 | 2.8369567 | 751 | 2.8756399 |
| 624 | 2.7951846 | 688 | 2.8375884 | 752 | 2.8762178 |
| 625 | 2.7958800 | 689 | 2.8382192 | 753 | 2.8767950 |
| 626 | 2.7965744 | 690 | 2.8388491 | 754 | 2.8773713 |
| 627 | 2.7972675 | 691 | 2.8394780 | 755 | 2.8779469 |
| 628 | 2.7979596 | 692 | 2.8401061 | 756 | 2.8785218 |
| 619 | 2.7986506 | 693 | 2.8407332 | 757 | 2.8790959 |
| 630 | 2.7993405 | 694 | 2.8413595 | 758 | 2.8796692 |
| 631 | 2.8000294 | 695 | 2.8419848 | 759 | 2.8802418 |
| 632 | 2.8007171 | 696 | 2.8426092 | 760 | 2.8808136 |
| 633 | 2.8014037 | 697 | 2.8432328 | 761 | 2.8813847 |
| 634 | 2.8220893 | 698 | 2.8438554 | 762 | 2.8819550 |
| 635 | 2.8027737 | 699 | 1.8444772 | 763 | 2.8825245 |
| 636 | 2.8034571 | 700 | 2.8450980 | 764 | 2.8830934 |
| 637 | 2.8041394 | 701 | 2.8457180 | 765 | 2.8836614 |
| 638 | 2.8048207 | 702 | 2.8463371 | 766 | 2.8841288 |
| 639 | 2.8055009 | 703 | 2.8469553 | 767 | 2.8847954 |
| 640 | 2.8061800 | 704 | 2.8475727 | 768 | 2.8853612 |
| 641 | 2.8968580 | 705 | 2.8481891 | 769 | 2.8859263 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 768 | 2.8853612 | 832 | 2.9201233 | 896 | 2.9523080 |
| 769 | 2.8859263 | 833 | 2.9206450 | 897 | 2.9527924 |
| 770 | 2.8864907 | 834 | 2.9211660 | 898 | 2.9532763 |
| 771 | 2.8870544 | 835 | 2.9216865 | 899 | 2.9537597 |
| 772 | 2.8876173 | 836 | 2.9222063 | 900 | 2.9542425 |
| 773 | 2.8881795 | 837 | 2.9227254 | 901 | 2.9547248 |
| 774 | 2.8887410 | 838 | 2.9232440 | 902 | 2.9552065 |
| 775 | 2.8893017 | 839 | 2.9237620 | 903 | 2.9556877 |
| 776 | 2.8898617 | 840 | 2.9242793 | 904 | 2.9561684 |
| 777 | 2.8904210 | 841 | 2.9247950 | 905 | 2.9566486 |
| 778 | 2.8909796 | 842 | 2.9253121 | 906 | 2.9571282 |
| 779 | 2.8915375 | 843 | 2.9258276 | 907 | 2.9576073 |
| 780 | 2.8920946 | 844 | 2.9263424 | 908 | 2.9580858 |
| 781 | 2.8926510 | 845 | 2.9268567 | 909 | 2.9585639 |
| 782 | 2.8932067 | 846 | 2.9273704 | 9 0 | 2.9590414 |
| 783 | 2.8937618 | 847 | 2.9278834 | 911 | 2.9595184 |
| 784 | 2.8943161 | 848 | 2.9283958 | 9 2 | 2.9599948 |
| 785 | 2.8948696 | 849 | 2.9289077 | 913 | 2.9604708 |
| 786 | 2.8954225 | 850 | 2.9294189 | 914 | 2.9609462 |
| 787 | 2.8959747 | 851 | 2.9299296 | 915 | 2.9614211 |
| 788 | 2.8965262 | 852 | 2.9304396 | 916 | 2.9618955 |
| 789 | 2.8970770 | 853 | 2.9309490 | 917 | 2.9623693 |
| 790 | 2.8976271 | 854 | 2.9314579 | 918 | 2.9628417 |
| 791 | 2.8981765 | 855 | 2.9319661 | 919 | 2.9633155 |
| 792 | 2.8987252 | 856 | 2.9324738 | 920 | 2.9637878 |
| 793 | 2.8992732 | 857 | 2.9329808 | 921 | 2.9642596 |
| 794 | 2.8998205 | 858 | 2.9334873 | 922 | 2.9647309 |
| 795 | 1.9003671 | 859 | 2.9339932 | 923 | 2.9652017 |
| 796 | 2.9009131 | 860 | 2.9344984 | 924 | 2.9656720 |
| 797 | 2.9014583 | 861 | 2.9350031 | 925 | 2.9661417 |
| 798 | 2.9020029 | 862 | 2.9355073 | 926 | 2.9666110 |
| 799 | 2.9025468 | 863 | 2.9360108 | 927 | 2.9670797 |
| 800 | 2.9030900 | 864 | 2.9365137 | 928 | 2.9675480 |
| 801 | 2.9036325 | 865 | 2.9370161 | 929 | 2.9680157 |
| 802 | 2.9041744 | 866 | 2.9375179 | 930 | 2.9684829 |
| 803 | 2.9047155 | 867 | 2.9380191 | 931 | 2.9689497 |
| 804 | 2.9052520 | 868 | 2.9385197 | 932 | 2.9694159 |
| 805 | 2.9057959 | 869 | 2.9390198 | 933 | 2.9698816 |
| 806 | 2.9063350 | 870 | 2.9395192 | 934 | 2.9703469 |
| 807 | 2.9068735 | 871 | 2.9400181 | 935 | 2.9708116 |
| 808 | 2.9074114 | 872 | 2.9405165 | 936 | 2.9712758 |
| 809 | 2.9079485 | 873 | 2.9410142 | 937 | 2.9717396 |
| 810 | x.9084850 | 874 | 2.9415114 | 938 | 2.9722028 |
| 811 | 2.9090208 | 875 | 2.9420080 | 939 | 2.9726656 |
| 812 | 2.9095560 | 876 | 2.9425041 | 940 | 2.9731278 |
| 813 | 2.9100905 | 877 | 2.9429996 | 941 | 2.9735892 |
| 814 | 2.9106244 | 878 | 2.9434945 | 942 | 2.9740509 |
| 815 | 2.9111576 | 879 | 2.9439889 | 943 | 2.9745117 |
| 816 | 2.9116901 | 880 | 2.9444827 | 944 | 2.9749720 |
| 817 | 2.9122220 | 881 | 2.9449759 | 945 | 2.9754318 |
| 818 | 2.9127533 | 882 | 2.9454686 | 946 | 2.9758911 |
| 819 | 2.9132839 | 883 | 2.9459607 | 947 | 2.9763500 |
| 820 | 2.9138138 | 884 | 2.9464523 | 948 | 2.9768083 |
| 821 | 2.9143431 | 885 | 2.9469433 | 949 | 2.9772662 |
| 822 | 2.9148718 | 886 | 2.9474337 | 950 | 2.9777236 |
| 823 | 2.9153998 | 887 | 2.9479236 | 951 | 2.9781805 |
| 824 | 2.9159272 | 888 | 2.9484130 | 952 | 2.9786369 |
| 825 | 2.9164539 | 889 | 2.9489018 | 953 | 2.9790929 |
| 826 | 2.9169800 | 890 | 2.9493900 | 954 | 2.9795484 |
| 827 | 2.9175055 | 891 | 2.9498777 | 955 | 2.9800034 |
| 828 | 2.9180303 | 892 | 2.9503648 | 956 | 2.9804579 |
| 829 | 2.9185545 | 893 | 2.9508514 | 957 | 2.9809119 |
| 830 | 2.9190781 | 894 | 2.9513375 | 958 | 2.9813655 |
| 831 | 2.9196010 | 895 | 2.9518230 | 959 | 2.9818186 |
| 832 | 2.9201233 | 896 | 2.9523080 | 960 | 2.9822712 |

| N | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 960 | 2.9822712 | 1024 | 3.0102999 | 1088 | 3.0366289 |
| 961 | 2.9827234 | 1025 | 3.0107239 | 10 9 | 3.0370279 |
| 962 | 2.9831751 | 1026 | 3.0111474 | 1090 | 3.0374265 |
| 963 | 2.9836263 | 1027 | 3.0115704 | 1091 | 3.0378247 |
| 964 | 2.9840770 | 1028 | 3.0119931 | 1092 | 3.0382226 |
| 965 | 2.9845273 | 1029 | 3.0124154 | 1093 | 3.0386202 |
| 966 | 2.9849771 | 1030 | 3.0128372 | 1094 | 3.0390173 |
| 967 | 2.9854265 | 1031 | 3.0132587 | 1095 | 3.0394141 |
| 968 | 2.9858754 | 1032 | 3.0136797 | 1096 | 3.0398105 |
| 969 | 2.9863238 | 1033 | 3.0141003 | 1097 | 3.0402066 |
| 970 | 2.9867717 | 1034 | 3.0145205 | 1058 | 3.0406023 |
| 971 | 2.9872192 | 1035 | 3.0149403 | 1199 | 3.0409977 |
| 972 | 2.9876663 | 1036 | 3.0153597 | 1100 | 3.0413927 |
| 973 | 2.9881128 | 1037 | 3.0157987 | 1101 | 3.0417873 |
| 974 | 2.9885589 | 1038 | 3.0161973 | 1102 | 3.0421816 |
| 975 | 2.9890046 | 1039 | 3.0166155 | 1103 | 4.0425755 |
| 976 | 2.9894498 | 1040 | 3:0170333 | 1104 | 3.0429691 |
| 977 | 2.9898946 | 1041 | 3.0174507 | 1105 | 3.0433622 |
| 978 | 2.9903388 | 1042 | 3.0178677 | 1106 | 3.0437551 |
| 979 | 2.9907827 | 1043 | 3.0182843 | 1107 | 3.0441476 |
| 980 | 2.9912261 | 1034 | 3.0187005 | 1108 | 3.0445398 |
| 981 | 2.9916690 | 1045 | 3.0191163 | 1109 | 3.0449325 |
| 982 | 2.9921115 | 1046 | 3.0195317 | 1110 | 3.0453230 |
| 983 | 2.9925535 | 1047 | 3.0199467 | 1111 | 3.0457140 |
| 984 | 2.9929951 | 1048 | 3.0203613 | 1112 | 3.0461048 |
| 985 | 2.9934362 | 1049 | 3.0207755 | 1113 | 3.0464952 |
| 986 | 2.9938769 | 1050 | 3.0211893 | 1114 | 3.0468852 |
| 987 | 2.9943171 | 1051 | 3.0216027 | 1115 | 3.0472749 |
| 988 | 2.9947569 | 1052 | 3.0220157 | 1116 | 3.0476642 |
| 989 | 2.9951963 | 1053 | 3.0224284 | 1117 | 3.0480532 |
| 990 | 2.9956352 | 1054 | 3.0228406 | 1118 | 3.0484418 |
| 991 | 2.9960736 | 1055 | 3.0232524 | 1119 | 3.0488301 |
| 992 | 2.9965117 | 1056 | 3.0236639 | 1120 | 3.0492180 |
| 993 | 2.9969492 | 1057 | 3.0240750 | 1121 | 3.0496056 |
| 994 | 2.9973864 | 1058 | 3.0244857 | 1122 | 3.0499928 |
| 995 | 2.9978231 | 1059 | 3.0248960 | 1123 | 3.0503797 |
| 996 | 2.9982593 | 1060 | 3.0253059 | 1124 | 3.0507663 |
| 997 | 2.9986951 | 1061 | 3.0257154 | 1125 | 3.0511525 |
| 998 | 2.9991305 | 1062 | 3.0261245 | 1126 | 3.0515384 |
| 999 | 2.9995655 | 1063 | 3.0265333 | 1127 | 3.0519239 |
| 1000 | 3.0000000 | 1064 | 3.0269416 | 1128 | 3.0523091 |
| 1001 | 3.0004341 | 1065 | 3.0273496 | 1129 | 3.0526939 |
| 1002 | 2.0008677 | 1066 | 3.0277572 | 1130 | 3.0530784 |
| 1003 | 3.0013009 | 1067 | 3.0281644 | 1131 | 3.0534626 |
| 1004 | 3.0017337 | 1068 | 3.0285712 | 1132 | 3.0538464 |
| 1005 | 3.0021661 | 1069 | 3.0289777 | 1133 | 3.0542299 |
| 1006 | 3.0025980 | 1070 | 3.0293838 | 1134 | 3.0546130 |
| 1007 | 3.0030295 | 1071 | 3.0297895 | 1135 | 3.0549958 |
| 1008 | 3.0034605 | 1072 | 3.0301948 | 1136 | 3.0553783 |
| 1009 | 3.0038912 | 1073 | 3.0305997 | 1137 | 3.0557604 |
| 1010 | 3.0043214 | 1074 | 3.0310043 | 1138 | 3.0561423 |
| 1011 | 3.0047511 | 1075 | 3.0314085 | 1139 | 3.0565237 |
| 1012 | 3.0051805 | 1076 | 3.0318123 | 1140 | 3.0569048 |
| 1013 | 3.0056094 | 1077 | 3.0322157 | 1141 | 3.0572856 |
| 1014 | 3.0060379 | 1078 | 3.0326188 | 1142 | 3.0576661 |
| 1015 | 3.0064660 | 1079 | 3.0330214 | 1143 | 3.0580462 |
| 1016 | 3.0068937 | 1080 | 3.0334237 | 1144 | 3.0584260 |
| 1017 | 3.0073209 | 1681 | 3.0338257 | 1145 | 3.0588055 |
| 1018 | 3.0077478 | 1682 | 3.0342273 | 1146 | 3.0591846 |
| 1019 | 3.0081742 | 1083 | 3.0346284 | 1147 | 3.0595634 |
| 1020 | 3.0086002 | 1084 | 3.0350293 | 1148 | 3.0599419 |
| 1021 | 3.0090257 | 1085 | 3.0354297 | 1149 | 3.0603200 |
| 1022 | 3.0094509 | 1086 | 3.0358298 | 1150 | 3.0606978 |
| 1023 | 3.0098756 | 1087 | 3.0362295 | 1151 | 3.0610753 |
| 1024 | 3.0102999 | 1088 | 3.0366289 | 1152 | 3.0614525 |

| N. | Logarit. | N | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1152 | 3.0614525 | 216 | 3.0449336 | 1280 | 3.1072100 | 1344 | 3.1283993 | 1408 | 3.1486026 | 1472 | 3.1679078 |
| 1153 | 3.0618293 | 1217 | 3.0852906 | 1281 | 3.1075491 | 1345 | 3.1287223 | 1409 | 3.1489110 | 1473 | 3.1682017 |
| 1154 | 3.0622058 | 1218 | 3.0856473 | 1282 | 3.1078880 | 1346 | 3.1290450 | 1410 | 3.1491191 | 1474 | 2.1684975 |
| 1155 | 3.0625820 | 1219 | 3.0860037 | 1283 | 3.1082[illegible] | 1347 | 3.1293676 | 1411 | 3.1495270 | 1475 | 3.1687920 |
| 1156 | 3.0629578 | 1220 | 3.0863598 | 1284 | 3.1085650 | 1348 | 3.1296899 | 1412 | 3.1498347 | 1476 | 3.1690863 |
| 1157 | 3.0633334 | 1221 | 3.0867156 | 1285 | 3.1089031 | 1349 | 3.1300119 | 1413 | 3.1501422 | 1477 | 3.1693805 |
| 1158 | 3.0637085 | 1222 | 3.0870712 | 1286 | 3.1092410 | 1350 | 3.1303338 | 1414 | 3.1504494 | 1478 | 3.1696744 |
| 1159 | 3.0640834 | 1223 | 3.0874264 | 1287 | 3.1095785 | 1351 | 3.1306553 | 1415 | 3.1507564 | 1479 | 3.1699682 |
| 1160 | 3.0644580 | 1224 | 3.0877814 | 1288 | 3.1099159 | 1352 | 3.1309767 | 1416 | 3.1510632 | 1480 | 3.1701617 |
| 1161 | 3.0648322 | 1225 | 3.0881361 | 1289 | 3.1102529 | 1353 | 2.1312978 | 1417 | 3.1513698 | 1481 | 3.1705550 |
| 1162 | 3.0652061 | 1226 | 3.0884905 | 1290 | 3.1105897 | 1354 | 3.1316187 | 1418 | 3.1516762 | 1482 | 3.1708482 |
| 1163 | 3.0655797 | 1227 | 3.0888446 | 1291 | 3.1109262 | 1355 | 3.1319393 | 1419 | 3.1519824 | 1483 | 3.1711411 |
| 1164 | 3.0659530 | 1228 | 3.0891984 | 1292 | 3.1112625 | 1356 | 3.1322597 | 1420 | 3.1522883 | 1484 | 3.1714339 |
| 1165 | 3.0662259 | 1229 | 3.0895519 | 1293 | 3.1115985 | 1357 | 3.1325798 | 1421 | 3.1525941 | 1485 | 3.1717264 |
| 1166 | 3.0666985 | 1230 | 3.0899051 | 1294 | 3.1119343 | 1358 | 3.1328998 | 1422 | 3.1528996 | 1486 | 3.1720188 |
| 1167 | 3.0670708 | 1231 | 3.0902580 | 1295 | 3.1122698 | 1359 | 3.1332195 | 1423 | 3.1532049 | 1487 | 3.1723110 |
| 1168 | 3.0674428 | 1232 | 3.0906107 | 1296 | 3.1126050 | 1360 | 3.1335389 | 1424 | 3.1535100 | 1488 | 3.1726029 |
| 1169 | 3.0678145 | 1233 | 3.0909631 | 1297 | 3.1129400 | 1361 | 3.1338581 | 1425 | 3.1538149 | 1489 | 3.1728947 |
| 1170 | 3.0661859 | 1234 | 3.0913151 | 1298 | 3.1132747 | 1362 | 3.1341771 | 1426 | 3.1541195 | 1490 | 3.1731863 |
| 1171 | 3.0685569 | 1235 | 3.0916669 | 1299 | 3.1136091 | 1363 | 3.1344958 | 1427 | 3.1544240 | 1491 | 3.1734776 |
| 1172 | 3.0689276 | 1236 | 3.0920185 | 1300 | 3.1139433 | 1364 | 3.1348144 | 1428 | 3.1547262 | 1492 | 3.1737688 |
| 1173 | 3.0692980 | 1237 | 3.0923697 | 1301 | 3.1142773 | 1365 | 3.1351326 | 1429 | 3.1550322 | 1493 | 3.1740598 |
| 1174 | 3.0696681 | 1238 | 3.0927206 | 1302 | 3.1146110 | 1366 | 3.1354507 | 1430 | 3.1553360 | 1494 | 3.1743506 |
| 1175 | 3.0700379 | 1239 | 3.0930713 | 1303 | 3.1149444 | 1367 | 3.1357685 | 1431 | 3.1556396 | 1495 | 3.1746412 |
| 1176 | 3.0704073 | 1240 | 3.0934217 | 1304 | 3.1152776 | 1368 | 3.1360861 | 1432 | 3.1559430 | 1496 | 3.1749316 |
| 1177 | 3.0707765 | 1241 | 3.0937718 | 1305 | 3.1156105 | 1369 | 3.1364034 | 1433 | 3.1562462 | 1497 | 3.1752218 |
| 1178 | 3.0711453 | 1242 | 3.0941216 | 1306 | 3.1159432 | 1370 | 3.1367206 | 1434 | 3.1565491 | 1498 | 3.1755118 |
| 1179 | 3.0715138 | 1243 | 3.0944711 | 1307 | 3.1162756 | 1371 | 3.1370374 | 1435 | 3.1568519 | 1499 | 3.1758016 |
| 1180 | 3.0718820 | 1244 | 3.0948204 | 1308 | 3.1166077 | 1372 | 3.1373541 | 1436 | 3.1571544 | 1500 | 3.1760913 |
| 1181 | 3.0722499 | 1245 | 3.0951693 | 1309 | 3.1169396 | 1373 | 3.1376705 | 1437 | 3.1574568 | 1501 | 3.1763807 |
| 1182 | 3.0726175 | 1246 | 3.0955180 | 1310 | 3.1171713 | 1374 | 3.1379867 | 1438 | 3.1577589 | 1502 | 3.1766699 |
| 1183 | 3.0729847 | 1247 | 3.0958664 | 1311 | 3.1176027 | 1375 | 3.1383027 | 1439 | 3.1580608 | 1503 | 3.1769590 |
| 1184 | 3.0733517 | 1248 | 3.0952146 | 1312 | 3.1179338 | 1376 | 3.1386184 | 1440 | 3.1583625 | 1504 | 3.1772478 |
| 1185 | 3.0737183 | 1249 | 3.0965624 | 1313 | 3.1182647 | 1377 | 3.1389339 | 1441 | 3.1586640 | 1505 | 3.1775365 |
| 1186 | 3.0740847 | 1250 | 3.0969100 | 1314 | 3.1185954 | 1378 | 3.1392492 | 1442 | 3.1589653 | 1506 | 3.1778250 |
| 1187 | 3.0744507 | 1251 | 3.0972573 | 1315 | 3.1189257 | 1379 | 3.1395643 | 1443 | 3.1592663 | 1507 | 3.1781132 |
| 1188 | 3.0748164 | 1252 | 3.0976043 | 1316 | 3.1192559 | 1380 | 3.1398791 | 1444 | 3.1595672 | 1508 | 3.1784013 |
| 1189 | 3.0751818 | 1253 | 3.0979511 | 1317 | 3.1195858 | 1381 | 3.1401937 | 1445 | 3.1598678 | 1509 | 3.1786892 |
| 1190 | 3.0755470 | 1254 | 3.0982975 | 1318 | 3.1199154 | 1382 | 3.1405080 | 1446 | 3.1601683 | 1510 | 3.1789769 |
| 1191 | 3.0759118 | 1255 | 3.0986437 | 1319 | 3.1202448 | 1383 | 3.1408222 | 1447 | 3.1604685 | 1511 | 3.1792645 |
| 1192 | 3.0762762 | 1256 | 3.0989896 | 1320 | 3.1205739 | 1384 | 3.1411361 | 1448 | 3.1607686 | 1512 | 3.1795518 |
| 1193 | 3.0766404 | 1257 | 3.0993353 | 1321 | 5.1209028 | 1385 | 3.1414498 | 1449 | 3.1610684 | 1513 | 3.1798389 |
| 1194 | 3.0770043 | 1258 | 3.0996806 | 1322 | 3.1212314 | 1386 | 3.1417632 | 1450 | 3.1613680 | 1514 | 3.1801259 |
| 1195 | 3.0773679 | 1259 | 3.1000257 | 1323 | 3.1215598 | 1387 | 3.1420765 | 1451 | 3.1616674 | 1515 | 3.1804126 |
| 1196 | 3.0777312 | 1260 | 3.1003705 | 1224 | 3.1218880 | 1388 | 3.1423895 | 1452 | 3.1619666 | 1516 | 3.1806992 |
| 1197 | 3.0780941 | 1261 | 3.1007151 | 1325 | 3.1222159 | 1389 | 3.1427022 | 1453 | 3.1622656 | 1517 | 3.1809856 |
| 1198 | 3.0784568 | 1262 | 3.1010593 | 1326 | 3.1225435 | 1390 | 3.1430148 | 1454 | 3.1625644 | 1518 | 3.1812718 |
| 1199 | 3.0788192 | 1263 | 2.1014033 | 1327 | 3.1228709 | 1391 | 3.1433271 | 1455 | 3.1628630 | 1519 | 3.1815578 |
| 1200 | 3.0791812 | 1264 | 3.1017471 | 1328 | 3.1231981 | 1392 | 3.1436392 | 1456 | 3.1631614 | 1520 | 3.1818437 |
| 1201 | 3.0795432 | 1265 | 3.1020905 | 1329 | 3.1235250 | 1393 | 3.1439511 | 1457 | 3.1634595 | 1521 | 3.1821292 |
| 1202 | 3.0799045 | 1266 | 3.1024337 | 1330 | 3.1238516 | 1394 | 3.1442628 | 1458 | 3.1637575 | 1522 | 3.1824146 |
| 1203 | 3.0802656 | 1267 | 3.1027766 | 1331 | 3.1241780 | 1395 | 3.1445742 | 1459 | 3.1640553 | 1523 | 3.1826999 |
| 1104 | 3.0806265 | 1268 | 3.1031192 | 1332 | 3.1245042 | 1396 | 3.1448854 | 1460 | 3.1643528 | 1524 | 3.1829850 |
| 1205 | 3.0809870 | 1269 | 3.1034616 | 1333 | 3.1248301 | 1397 | 3.1451964 | 1461 | 3.1646502 | 1525 | 3.1832698 |
| 1206 | 3.0813473 | 1270 | 3.1038037 | 1334 | 3.1251558 | 1398 | 3.1455072 | 1462 | 3.1649474 | 1516 | 3.1835545 |
| 1207 | 3.0817073 | 1271 | 3.1041455 | 1335 | 3.1254813 | 1399 | 3.1458177 | 1463 | 3.1652443 | 1527 | 3.1838390 |
| 1208 | 3.0820669 | 1271 | 3.1044871 | 1336 | 3.1258064 | 1400 | 3.1461280 | 1464 | 3.1655411 | 1528 | 3.1841233 |
| 1209 | 3.0824263 | 1273 | 3.1048284 | 1337 | 3.1261314 | 1401 | 3.1464381 | 1465 | 3.1658376 | 1529 | 3.1844075 |
| 1210 | 3.0827854 | 1274 | 3.1051694 | 1338 | 3.1264561 | 1402 | 3.1467480 | 1466 | 3.1661340 | 1530 | 3.1846914 |
| 1211 | 3.0831441 | 1775 | 3.1055102 | 1339 | 3.1267806 | 1403 | 3.1470577 | 1467 | 3.1664301 | 1531 | 3.1849752 |
| 1212 | 3.0835026 | 1276 | 3.1058507 | 1340 | 3.1271048 | 1404 | 3.1473671 | 1468 | 3.1667260 | 1532 | 3.1852588 |
| 1213 | 3.0838608 | 1277 | 3.1061909 | 1341 | 3.1274288 | 1405 | 3.1476763 | 1469 | 3.1670218 | 1533 | 3.1855421 |
| 1214 | 3.0842187 | 1278 | .1065308 | 1342 | 3.1277525 | 1406 | 3.1479853 | 1470 | 3.1673173 | 1534 | 3.1858253 |
| 1215 | 3.0845763 | 1279 | 3.1068705 | 1343 | 3.1280760 | 1407 | 3.1482941 | 1471 | 3.1676127 | 1535 | 3.1861084 |
| 1216 | 3.0849336 | 1280 | 3.1072100 | 1344 | 3.1283993 | 1408 | 3.1486026 | 1472 | 3.1679078 | 1536 | 3.1863912 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1536 | 3.1863912 | 1600 | 3.2041200 | 16 3 | 3.2208922 | 1727 | 3.2372923 | 1791 | 3.2530956 | 1855 | 3.2683439 |
| 1537 | 3.1849758 | 1601 | 3.2043913 | 1664 | 3.2211533 | 1728 | 3.2375437 | 1792 | 3.2533380 | 1856 | 3.2685780 |
| 1538 | 3.1869563 | 1602 | 3.2046625 | 1665 | 3.2214142 | 1729 | 3.2377950 | 1793 | 3.2535803 | 1857 | 3.2688119 |
| 1539 | 3.1872386 | 1603 | 3.2049335 | 1666 | 3.2216750 | 1730 | 3.2380461 | 1794 | 3.2538224 | 1858 | 3.2690457 |
| 1540 | 3.1875207 | 1604 | 3.2052044 | 1667 | 3.2219356 | 1731 | 3.2382971 | 1795 | 3.2540645 | 1 59 | 3.2692794 |
| 1541 | 3.1878026 | 1603 | 3.2054750 | 1668 | 3.2221960 | 1732 | 3.2385479 | 1796 | 3.2543063 | 1860 | 3.2655129 |
| 1542 | 3.1880844 | 1606 | 3.2057455 | 1669 | 3.2224563 | 1733 | 3.2387986 | 1797 | 3.2545481 | 186 | 3.2697464 |
| 1543 | 3.1883659 | 1607 | 3.2060159 | 1670 | 3.2227165 | 1734 | 3.2390491 | 1792 | 3.2547897 | 1862 | 3.2699797 |
| 1544 | 3.1886473 | 1608 | 3.2062860 | 1671 | 3.2229764 | 1735 | 3.2392995 | 1 99 | 3.2550312 | 1863 | 3.2702128 |
| 1545 | 3.1889285 | 1609 | 3.2065560 | 1672 | 3.2232363 | 1736 | 3.2395497 | 1800 | 3.2551725 | 1864 | 3.2704459 |
| 1546 | 3.1892095 | 1610 | 3.2068259 | 1673 | 3.2234959 | 1737 | 3.2397998 | 1801 | 3.2555137 | 1865 | 3.2706788 |
| 1547 | 3.1894903 | 1611 | 3.2070955 | 1674 | 3.2237555 | 1538 | 3.2400498 | 1802 | 3.2557548 | 1866 | 3.2709116 |
| 1548 | 3.1897709 | 1612 | 3.2073650 | 1675 | 3.2240148 | 1739 | 3.2402996 | 1803 | 3.2559957 | 1867 | 3.2711443 |
| 1549 | 3.1900514 | 1613 | 3.2076344 | 1676 | 3.2242740 | 1740 | 3.2405492 | 1804 | 3.2562365 | 1868 | 3.2713769 |
| 1550 | 3.1903317 | 1614 | 3.2079035 | 1677 | 3.2245331 | 1741 | 3.2407988 | 1805 | 3.2564772 | 1869 | 3.2716093 |
| 1551 | 3.1906118 | 1615 | 3.2081725 | 1678 | 3.2247920 | 1742 | 3.2410481 | 1806 | 3.2567177 | 1870 | 3.2718416 |
| 1552 | 3.1908917 | 1616 | 3.2084414 | 1679 | 3.2250507 | 1743 | 3.2412974 | 1807 | 3.2569582 | 1871 | 3.2720738 |
| 1553 | 3.1911714 | 1617 | 3.2087100 | 1680 | 3.2253093 | 1744 | 3.2415465 | 1808 | 3.2571984 | 1872 | 3.2728057 |
| 1554 | 3.1914510 | 1618 | 3.2089785 | 1681 | 3.2255677 | 1745 | 3.2417954 | 1809 | 3.2574386 | 1873 | 3.2725378 |
| 1555 | 3.1917304 | 2619 | 3.2092468 | 1682 | 3.2258260 | 1746 | 3.2420442 | 1810 | 3.2576786 | 1874 | 3.2727696 |
| 1556 | 3.1920096 | 1620 | 3.2095150 | 1983 | 3.2260841 | 1747 | 3.2422929 | 1811 | 3.2579184 | 1875 | 3.2730013 |
| 1557 | 3.1922886 | 1621 | 3.2097830 | 1684 | 3.2263421 | 1 48 | 3.2425414 | 1812 | 3.2581582 | 1876 | 3.2732328 |
| 1558 | 3.1925674 | 1622 | 3.2100508 | 1685 | 3.2365999 | 1749 | 3.2427898 | 1813 | 3.2583978 | 1877 | 3.2734643 |
| 1559 | 3.1928461 | 1623 | 3.2103185 | 1686 | 3.2268576 | 1750 | 3.2430380 | 1814 | 3.2586373 | 1878 | 3.2736956 |
| 1560 | 3.1931246 | 1624 | 3.2105860 | 1687 | 3.2271151 | 1751 | 3.2432861 | 1815 | 3.2528766 | 1879 | 3.2739268 |
| 1561 | 3.1934029 | 1625 | 3.2108534 | 1688 | 3.2273724 | 1752 | 3.2435341 | 1816 | 3.2591158 | 1880 | 3.2741578 |
| 1562 | 3.1936810 | 1626 | 3.2111205 | 1689 | 3.2276296 | 1753 | 3.2437819 | 1817 | 3.2593549 | 1881 | 3.2743888 |
| 1563 | 3.1939590 | 1627 | 3.2113876 | 1690 | 3.2278857 | 1754 | 3.2440296 | 1818 | 3.2595939 | 1882 | 3.2746196 |
| 1564 | 3.1942367 | 1628 | 3.2116544 | 1691 | 3.2281436 | 1755 | 3.2442771 | 1819 | 3.2598327 | 1883 | 3.2248505 |
| 1565 | 3.1945143 | 1629 | 3.2119211 | 1692 | 3.2284004 | 1756 | 3.2445245 | 1820 | 3.2600714 | 1884 | 3.2750809 |
| 1566 | 3.1947917 | 1630 | 3.2121876 | 1693 | 3.2286570 | 1757 | 5.2447718 | 1821 | 3.2603099 | 1885 | 3.2753113 |
| 1567 | 3.1950690 | 1630 | 3.2121876 | 1694 | 3.2289134 | 1758 | 3.2450189 | 1022 | 3.2605484 | 1886 | 3.2755417 |
| 1568 | 3.1953460 | 1631 | 3.2124540 | 1695 | 3.2231697 | 1759 | 3.2452658 | 1823 | 3.2607867 | 1887 | 3.2757719 |
| 1569 | 3.1956229 | 1632 | 3.2127201 | 1696 | 3.2294258 | 1760 | 3.2455127 | 1824 | 3.2610248 | 1888 | 3.2760020 |
| 1570 | 3.1958996 | 1633 | 3.2129862 | 1697 | 3.2296818 | 1761 | 3.2457594 | 825 | 3.2612629 | 1889 | 3.2752320 |
| 1571 | 3.1961762 | 1634 | 3.2132521 | 1698 | 3.2299377 | 1762 | 3.2460059 | 1826 | 3.2615008 | 1850 | 3.2764618 |
| 1572 | 3.1964525 | 1635 | 3.2135178 | 1699 | 3.2301934 | 1763 | 3.2462523 | 1827 | 3.2617385 | 1891 | 3.2766915 |
| 1773 | 3.1967287 | 1636 | 3.2137833 | 1700 | 3.2304489 | 1764 | 3.2464986 | 1828 | 3.2619762 | 1892 | 3.2769211 |
| 1574 | 3.1970047 | 1637 | 3.2140487 | 1701 | 3.2307043 | 1765 | 3.2467447 | 1829 | 3.2622137 | 1893 | 3.2771506 |
| 1575 | 3.1972806 | 1638 | 3.2143139 | 1702 | 3.2309596 | 1766 | 3.2469907 | 1830 | 3.2624511 | 1894 | 3.2773800 |
| 1576 | 3.1975562 | 1639 | 3.2145789 | 1703 | 3.2312146 | 1767 | 3.2472365 | 1831 | 3.2626883 | 1895 | 3.2776092 |
| 1577 | 3.1978317 | 1640 | 3.2148438 | 1704 | 3.2314696 | 1768 | 3.2474823 | 1832 | 3.2629255 | 1896 | 3.2778383 |
| 1578 | 3.1981070 | 1641 | 3.2151986 | 1705 | 3.2317244 | 1769 | 3.2477278 | 1833 | 3.2631625 | 1897 | 3.2780673 |
| 1579 | 3.1983821 | 1642 | 3.2153732 | 1706 | 3.2319790 | 1770 | 3.2479733 | 1834 | 3.2633993 | 1898 | 3.2582962 |
| 1580 | 3.1986571 | 1643 | 3.2156376 | 1707 | 3.2322335 | 1771 | 5.2482186 | 1835 | 3.2636361 | 1899 | 3.2785250 |
| 1581 | 3.1989319 | 1644 | 9.2159018 | 1708 | 3.2324879 | 1772 | 3.2484637 | 1836 | 3.2638727 | 1900 | 3.2787536 |
| 1582 | 3.1992065 | 1645 | 3.2161659 | 1709 | 3.3327421 | 1773 | 3.2487087 | 1837 | 3.2641092 | 1901 | 3.2789821 |
| 1583 | 3.1994809 | 1646 | 3.2164298 | 1710 | 4.2329961 | 1774 | 3.2489536 | 1838 | 2.2643455 | 1901 | 3.2792105 |
| 1584 | 3.1997552 | 1647 | 3.2166936 | 1711 | 3.2332500 | 17 | 3.2491984 | 1839 | 3.2645817 | 1903 | 3.2794388 |
| 1585 | 3.2000293 | 1648 | 3.2169572 | 1712 | 3.2335038 | 1776 | 3.249443 | 1840 | 3.3648178 | 1904 | 3.2796669 |
| 1586 | 3.2063032 | 1649 | 3.2172206 | 1713 | 3.2337574 | 1777 | 3.2496874 | 1841 | 3.2650538 | 1905 | 3.2798950 |
| 1587 | 3.2005769 | 1650 | 3.2174839 | 1714 | 3.2340108 | 1778 | 3.2499318 | 1842 | 3.2652896 | 1906 | 3.2801229 |
| 1588 | 3.2008505 | 1651 | 3.2177471 | 1715 | 3.2342641 | 1779 | 3.2501759 | 1843 | 3.2655253 | 1907 | 3.2803507 |
| 1589 | 3.2011239 | 1652 | 3.2180100 | 1716 | 3.2345173 | 1780 | 3.2504200 | 1844 | 3.2657609 | 1908 | 3.2805784 |
| 1590 | 3.2013971 | 1653 | 3.2182728 | 1717 | 3.2347703 | 1781 | 3.2506639 | 1845 | 3.2659964 | 1909 | 3.2808059 |
| 1591 | 3.2016702 | 1654 | 3.2185355 | 1718 | 3.2350232 | 1782 | 3.2509077 | 1846 | 3.2662317 | 1910 | 3.2810334 |
| 1592 | 3.2019431 | 1655 | 3.2187980 | 1719 | 3.2352759 | 1783 | 3.2511513 | 1847 | 3.2664669 | 1911 | 3.2812607 |
| 1593 | 3.2022158 | 1656 | 3.2190603 | 1720 | 3.2355284 | 1784 | 3.2513948 | 1848 | 3.2667020 | 1912 | 3.2814879 |
| 1594 | 3.2024883 | 1657 | 3.2193225 | 1721 | 3.2357809 | 1785 | 3.2516382 | 1849 | 3.2669369 | 1913 | 3.2817150 |
| 1595 | 3.2027607 | 1658 | 3.2195845 | 1722 | 3.2360331 | 1786 | 3.2518815 | 1850 | 3.2671717 | 1914 | 3.2819419 |
| 1596 | 3.2030329 | 1659 | 3.2198464 | 1723 | 3.2362853 | 1787 | 3.2521246 | 1851 | 3.2674064 | 1915 | 3.2821688 |
| 1597 | 3.2033049 | 1660 | 3.2201081 | 1724 | 3.2365373 | 1788 | 3.2523675 | 1852 | 3.2676410 | 1916 | 3.2823955 |
| 1598 | 3.2035768 | 1661 | 3.2203696 | 1725 | 3.2367891 | 1789 | 3.2526103 | 1853 | 3.2678754 | 1917 | 3.2826221 |
| 1599 | 3.2038485 | 1662 | 3.2206310 | 1726 | 3.2370408 | 2790 | 3.2528530 | 1854 | 5.2681097 | 1918 | 3.2828486 |
| 1600 | 3.2041200 | 1663 | 3.2208922 | 1727 | 3.2372923 | 1791 | 3.2530956 | 1855 | 3.2683439 | 1919 | 3.2830750 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 1919 | 3.2830750 | 1983 | 3.2973227 | 2047 | 3.3111178 |
| 1920 | 3.2833012 | 1984 | 3.2975417 | 2048 | 3.3113299 |
| 1921 | 3.2835274 | 1985 | 3.2977605 | 2049 | 3.3115420 |
| 1922 | 3.2837534 | 1986 | 3.2979792 | 2050 | 3.3117539 |
| 1923 | 3.2839793 | 1987 | 3.2981979 | 2051 | 3.3119657 |
| 1924 | 3.2842051 | 1988 | 3.2984164 | 2052 | 3.3121774 |
| 1925 | 3.2844307 | 1989 | 3.2986348 | 2053 | 3.3123889 |
| 1926 | 3.2846563 | 1990 | 3.2988531 | 2054 | 3.3126004 |
| 1927 | 3.2848817 | 1991 | 3.2990713 | 2055 | 3.3128118 |
| 1928 | 3.2851070 | 1992 | 3.2992893 | 2056 | 3.3130231 |
| 1929 | 3.2853322 | 1993 | 3.2995073 | 2057 | 3.3132343 |
| 1930 | 3.2855573 | 1994 | 3.2997251 | 2058 | 3.3134454 |
| 1931 | 3.2857823 | 1995 | 3.2999429 | 2059 | 3.3136563 |
| 1932 | 3.2860071 | 1996 | 3.3001605 | 2060 | 3.3138672 |
| 1933 | 3.2862318 | 1997 | 3.3003781 | 2061 | 3.3140780 |
| 1934 | 3.2864565 | 1998 | 3.3005955 | 2062 | 3.3142887 |
| 1935 | 3.2866810 | 1999 | 3.3008128 | 2063 | 3.3144992 |
| 1936 | 3.2869054 | 2000 | 3.3010300 | 2064 | 3.3147097 |
| 1937 | 3.2871296 | 2001 | 3.3012471 | 2065 | 3.3149200 |
| 1958 | 3.2873538 | 2002 | 3.3014641 | 2066 | 3.3151303 |
| 1939 | 3.2875778 | 2003 | 3.3016809 | 2067 | 3.3153405 |
| 1940 | 3.2878017 | 2004 | 3.3018977 | 2068 | 3.3155505 |
| 1941 | 3.2880255 | 2005 | 3.3021144 | 2069 | 3.3157605 |
| 1942 | 3.2882492 | 2006 | 3.3023309 | 2070 | 3.3153703 |
| 1943 | 3.2884728 | 2007 | 3.3025474 | 2072 | 3.3161801 |
| 1944 | 3.2886963 | 2008 | 3.3027637 | 2072 | 3.3163897 |
| 1945 | 3.2889196 | 2009 | 3.3029799 | 2073 | 3.3165993 |
| 1946 | 3.2891428 | 2010 | 3.3031961 | 2074 | 3.3168087 |
| 1947 | 3.2893659 | 2011 | 3.3034121 | 2075 | 3.3170181 |
| 1948 | 3.2895889 | 2012 | 3.3036280 | 1076 | 3.3172273 |
| 1949 | 3.2898118 | 2013 | 3.3038438 | 2077 | 3.3174365 |
| 1950 | 3.2900346 | 2014 | 3.3040595 | 2078 | 3.3176455 |
| 1951 | 3.2902573 | 2015 | 3.3042751 | 2079 | 3.3178545 |
| 1952 | 3.2904798 | 2016 | 3.3044905 | 2080 | 3.3180633 |
| 1953 | 3.2907022 | 2017 | 3.3047059 | 2081 | 3.3182721 |
| 1954 | 3.2909246 | 2018 | 3.3049212 | 2082 | 3.3184807 |
| 1955 | 3.2911468 | 2019 | 3.3051363 | 2083 | 3.3186893 |
| 1956 | 3.2913688 | 2020 | 3.3053514 | 2184 | 3.3188977 |
| 1957 | 3.2915908 | 2021 | 3.3055663 | 2085 | 3.3191061 |
| 1958 | 3.2918127 | 2022 | 3.3057812 | 2086 | 3.3193143 |
| 1959 | 3.2920344 | 2023 | 3.3059959 | 2087 | 3.3195224 |
| 1960 | 3.2922561 | 2024 | 3.3062105 | 2088 | 3.3197305 |
| 1961 | 3.2924776 | 2025 | 3.3064250 | 2089 | 3.3199384 |
| 1962 | 3.2926990 | 2026 | 3.3066394 | 2090 | 3.3201463 |
| 1963 | 3.2929203 | 2027 | 3.3068537 | 2091 | 3.3203540 |
| 1964 | 3.2931415 | 2028 | 3.3070679 | 2092 | 3.3205617 |
| 1965 | 3.2933626 | 2029 | 3.3072820 | 2093 | 3.3207692 |
| 1966 | 3.2935835 | 2030 | 3.3074960 | 2094 | 3.3209767 |
| 1967 | 3.2938044 | 2031 | 3.3077099 | 2095 | 3.3211840 |
| 1968 | 3.2940251 | 2032 | 3.3079237 | 2096 | 3.3213913 |
| 1969 | 3.2942457 | 2033 | 3.3081374 | 2097 | 3.3215984 |
| 1970 | 3.2944662 | 2034 | 3.3083509 | 2098 | 3.3218055 |
| 1971 | 3.2946866 | 2035 | 3.3085644 | 2099 | 3.3220124 |
| 1972 | 3.2949069 | 2036 | 3.3087778 | 2100 | 3.3222193 |
| 1973 | 3.2951271 | 2037 | 3.3089910 | 2101 | 3.3224260 |
| 1974 | 3.2953471 | 2038 | 3.3092042 | 2102 | 3.3226327 |
| 1975 | 3.2955671 | 2039 | 3.3094172 | 2103 | 3.3228393 |
| 1976 | 3.2957869 | 2040 | 3.3096302 | 2104 | 3.3230457 |
| 1977 | 3.2960067 | 2041 | 3.3098430 | 2105 | 3.3232521 |
| 1978 | 3.2962263 | 2042 | 3.3100557 | 2106 | 3.3234584 |
| 1979 | 3.2964458 | 2043 | 3.3102684 | 2107 | 3.3236645 |
| 1980 | 3.2966652 | 2044 | 3.3104809 | 2108 | 3.3238706 |
| 1981 | 3.2968845 | 2045 | 3.3106933 | 2109 | 3.3240766 |
| 1982 | 3.2971036 | 2046 | 3.3109056 | 2110 | 3.3242825 |
| 1983 | 3.2973227 | 2047 | 3.3111178 | 2111 | 3.3244882 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 2111 | 3.3244882 | 2175 | 3.3374593 | 2239 | 3.3500548 |
| 2112 | 3.3246939 | 2176 | 3.3376589 | 2240 | 3.3502480 |
| 2113 | 3.3248995 | 2177 | 3.3378584 | 2241 | 3.3504419 |
| 2114 | 3.3251050 | 2178 | 3.3380579 | 2242 | 3.3506356 |
| 2115 | 3.3253104 | 2179 | 3.3382572 | 2243 | 3.3508293 |
| 2116 | 3.3255157 | 2180 | 3.2384565 | 2244 | 3.3510228 |
| 2117 | 3.3257209 | 2181 | 3.3386557 | 2245 | 3.3512163 |
| 2118 | 3.3259260 | 2182 | 3.3388547 | 2246 | 3.3514098 |
| 2119 | 3.3261310 | 2183 | 3.3390537 | 2247 | 3.3516031 |
| 2120 | 3.3263359 | 2184 | 3.3392526 | 2248 | 3.3587963 |
| 2121 | 3.3265407 | 2185 | 3.3394514 | 2249 | 3.3519895 |
| 2122 | 3.3267454 | 2186 | 3.3396501 | 2250 | 3.3521825 |
| 2123 | 3.3269504 | 2187 | 3.3398488 | 2251 | 3.3525755 |
| 2124 | 3.3271545 | 2188 | 3.3400473 | 2252 | 3.3525684 |
| 2125 | 3.3273589 | 2189 | 3.3402458 | 2253 | 3.3527612 |
| 2126 | 3.3275633 | 2190 | 3.3404441 | 2254 | 3.3529539 |
| 2127 | 3.3277675 | 2191 | 3.3406424 | 3255 | 3.3531465 |
| 2128 | 3.3279716 | 2192 | 3.3408405 | 2756 | 3.3533391 |
| 2129 | 3.3281757 | 2193 | 3.3410386 | 2257 | 3.3535316 |
| 2130 | 3.3283796 | 2194 | 3.3412366 | 2258 | 3.3537239 |
| 2131 | 3.3285834 | 2195 | 3.3414345 | 2259 | 3.3539162 |
| 2132 | 3.3287872 | 2196 | 3.3416323 | 1260 | 3.3541084 |
| 2133 | 3.3289909 | 2197 | 3.3418301 | 2261 | 3.3543006 |
| 2134 | 3.3291944 | 2198 | 3.3420277 | 2262 | 3.3544926 |
| 2135 | 3.3293979 | 2199 | 3.3422252 | 2263 | 3.3546846 |
| 2136 | 3.3296012 | 2200 | 3.3424227 | 2264 | 3.3548764 |
| 2137 | 3.3298045 | 2201 | 3.3426200 | 2265 | 3.3550682 |
| 2138 | 3.3400077 | 2202 | 3.3428173 | 2266 | 3.3552599 |
| 2139 | 3.3302108 | 2203 | 3.3430145 | 2267 | 3.3554515 |
| 2140 | 3.3304138 | 2204 | 3.3432116 | 2268 | 3.3556430 |
| 2141 | 3.3306167 | 2205 | 3.3434086 | 2269 | 3.3558345 |
| 2142 | 3.3308195 | 2206 | 3.3436055 | 2270 | 3.3567259 |
| 2143 | 3.3310222 | 2207 | 3.3438023 | 2271 | 3.3562171 |
| 2144 | 3.3312248 | 2208 | 3.3439991 | 2272 | 3.3564083 |
| 2145 | 3.3314273 | 2209 | 3.3441957 | 2273 | 3.3565994 |
| 2146 | 3.3316297 | 2210 | 3.3443923 | 2274 | 3.3567905 |
| 2147 | 3.3318320 | 2211 | 3.3445887 | 2275 | 3.3569814 |
| 2148 | 3.3320343 | 2212 | 3.3447851 | 1276 | 3.3571723 |
| 2149 | 3.3322364 | 2213 | 3.3449814 | 2277 | 3.3573630 |
| 2150 | 3.3324385 | 2214 | 3.3451776 | 2278 | 3.3575537 |
| 2151 | 3.3326404 | 2215 | 3.3453737 | 2279 | 3.3577443 |
| 2152 | 3.3328423 | 2216 | 3.3455698 | 2280 | 3.3579348 |
| 2153 | 3.3330440 | 2217 | 3.3457657 | 2281 | 3.3581253 |
| 2154 | 3.3332457 | 2218 | 3.3459615 | 2282 | 3.3583156 |
| 2155 | 3.3334473 | 2219 | 3.3461573 | 2283 | 3.3585059 |
| 2156 | 3.3336488 | 2220 | 3.3463530 | 2284 | 3.3586961 |
| 2157 | 3.3338501 | 2221 | 3.3465486 | 2285 | 3.3588862 |
| 2158 | 3.3340514 | 2222 | 3.3467441 | 2286 | 3.3590762 |
| 2159 | 3.3342526 | 2223 | 3.3469395 | 2287 | 3.3592662 |
| 2160 | 3.3344537 | 2224 | 3.3471348 | 2288 | 3.3594560 |
| 2161 | 3.3346548 | 2225 | 3.3473330 | 2289 | 3.3596458 |
| 2162 | 3.3348557 | 2226 | 3.3475252 | 2290 | 3.3558355 |
| 2163 | 3.3350565 | 2227 | 3.3477202 | 2291 | 3.3600251 |
| 2164 | 3.3353572 | 2228 | 3.3479152 | 2292 | 3.3602146 |
| 2165 | 3.3354579 | 2229 | 3.3481101 | 2293 | 3.3604041 |
| 2166 | 3.3356585 | 2230 | 3.3483049 | 2294 | 3.3605934 |
| 216 | 3.3358589 | 2231 | 3.3484996 | 2295 | 3.3607827 |
| 2168 | 3.3360593 | 2232 | 3.3486942 | 2296 | 3.3609719 |
| 2169 | 3.3362596 | 2233 | 3.3488887 | 2297 | 3.3611610 |
| 2170 | 3.3364597 | 2234 | 3.3490832 | 2298 | 3.3613500 |
| 2171 | 3.3366598 | 2235 | 3.3492775 | 2299 | 3.3615390 |
| 2172 | 3.3368598 | 1236 | 3.3494718 | 2300 | 3.3617278 |
| 2173 | 3.3370597 | 2237 | 3.3496660 | 2301 | 3.3619166 |
| 2174 | 3.3372595 | 2238 | 3.3498601 | 2302 | [illegible] |
| 2175 | 3.3374593 | 2239 | 3.3500541 | 2303 | 3.3622939 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 2204 | 3.3432116 | 2268 | 3.3556430 | 2332 | 3.3677285 |
| 2205 | 3.3434086 | 2269 | 3.3558345 | 2333 | 3.3679147 |
| 2206 | 3.3436055 | 2270 | 3.3560259 | 2334 | 3.3681008 |
| 2207 | 3.3438023 | 2271 | 3.3562171 | 2335 | 3.3682869 |
| 2208 | 3.3439991 | 2272 | 3.3564083 | 2336 | 3.3684728 |
| 2209 | 3.3441957 | 2273 | 3.3565994 | 2337 | 3.3686587 |
| 2210 | 3.3443923 | 2274 | 3.3567905 | 2338 | 3.3688445 |
| 2211 | 3.3445887 | 2275 | 3.3569814 | 2339 | 3.3690302 |
| 2212 | 3.3447851 | 2276 | 3.3571323 | 2340 | 3.3692159 |
| 2213 | 3.3449814 | 2277 | 3.3573630 | 2341 | 3.3694014 |
| 2214 | 3.3431776 | 2278 | 3.3575537 | 2342 | 3.3695869 |
| 2215 | 3.3453737 | 2279 | 3.3577443 | 2343 | 3.3997723 |
| 2216 | 3.3455698 | 2280 | 3.3579348 | 2344 | 3.3699576 |
| 2217 | 3.3457657 | 2281 | 3.3581253 | 2345 | 3.3701428 |
| 2218 | 3.3459615 | 2282 | 3.3583156 | 2346 | 3.3703280 |
| 2219 | 3.3461573 | 2283 | 3.3585019 | 2347 | 3.3705131 |
| 2220 | 3.3463530 | 2284 | 3.3586961 | 2348 | 3.3706981 |
| 2221 | 3.3465486 | 2285 | 3.3588862 | 2349 | 3.3708830 |
| 2222 | 3.3467441 | 2286 | 3.3590762 | 2350 | 3.3710679 |
| 2223 | 3.3469395 | 2287 | 3.3592662 | 2351 | 3.3712526 |
| 2224 | 3.3471348 | 2288 | 3.3594560 | 2352 | 3.3714373 |
| 2225 | 3.3473300 | 2289 | 3.3596458 | 2353 | 3.3716219 |
| 2226 | 3.3475252 | 2290 | 3.3598355 | 2354 | 3.3718065 |
| 2227 | 3.3477202 | 2291 | 3.3600251 | 2355 | 3.3719909 |
| 2228 | 3.3479152 | 2292 | 3.3602146 | 2356 | 3.3721753 |
| 2229 | 3.3481101 | 2293 | 3.3604041 | 2357 | 3.3713596 |
| 2230 | 3.3483049 | 2294 | 3.3605934 | 2358 | 3.3725438 |
| 2231 | 3.3484996 | 2295 | 3.3607827 | 2359 | 3.3727279 |
| 2232 | 3.3486942 | 2296 | 3.3609719 | 2360 | 3.3729120 |
| 2233 | 3.3488887 | 2297 | 3.3611610 | 2361 | 3.3730960 |
| 2234 | 3.3490832 | 2298 | 3.3613500 | 2362 | 3.3732799 |
| 2235 | 3.3492775 | 2299 | 3.3615390 | 2363 | 3.3734637 |
| 2236 | 3.3494718 | 2300 | 3.3617278 | 2364 | 3.3736475 |
| 2237 | 3.3496660 | 2301 | 3.3619166 | 2365 | 3.3738311 |
| 2238 | 3.3498601 | 2302 | 3.3621053 | 2366 | 3.3740147 |
| 2239 | 3.3500541 | 2303 | 3.3622639 | 2367 | 3.3741983 |
| 2240 | 3.3502480 | 2304 | 3.3624823 | 2368 | 3.3743817 |
| 2241 | 3.3504419 | 2305 | 3.3626709 | 2369 | 3.3745651 |
| 2242 | 3.3506356 | 2305 | 3.3628593 | 2370 | 3.3747483 |
| 2243 | 3.3508293 | 2307 | 3.3630476 | 2371 | 3.3749316 |
| 2244 | 3.3510128 | 2308 | 3.3632358 | 2372 | 3.3751147 |
| 2245 | 3.3512163 | 2309 | 3.3634239 | 2373 | 3.3752977 |
| 2246 | 3.3514098 | 2310 | 3.3636120 | 2374 | 3.3754807 |
| 2247 | 3.3516031 | 2311 | 3.3637999 | 2375 | 3.3756636 |
| 2248 | 3.3517963 | 2312 | 3.3639878 | 2376 | 3.3738465 |
| 2249 | 3.3519895 | 2313 | 3.3641756 | 2377 | 3.3760292 |
| 2250 | 3.3521825 | 2314 | 3.3643633 | 2378 | 3.3762118 |
| 2252 | 3.3523755 | 2315 | 3.3645510 | 2379 | 3.3763944 |
| 2252 | 3.3525684 | 2316 | 3.3647386 | 2380 | 3.3765769 |
| 2253 | 3.3527612 | 2317 | 3.3649260 | 2381 | 3.3767594 |
| 2254 | 3.3529539 | 2318 | 3.3651134 | 2382 | 3.3769418 |
| 2253 | 3.3531465 | 2319 | 3.3653007 | 2383 | 3.3771240 |
| 2256 | 3.353339 | 2320 | 3.3654880 | 2384 | 3.3773062 |
| 2257 | 3.3533316 | 2 21 | 3.3656751 | 2385 | 3.3774884 |
| 2258 | 3.3537239 | 2322 | 3.3658622 | 2386 | 3.3776704 |
| 2259 | 3.3539162 | 2323 | 3.3660492 | 2387 | 3.3778524 |
| 2260 | 3.354108 | 2324 | 3.3662361 | 2388 | 3.3780343 |
| 2261 | 3.354300 | 2325 | 3.3664230 | 2389 | 3.3782161 |
| 2262 | 3.354492 | 2326 | 3.3666097 | 2390 | 3.3783979 |
| 2263 | 3.354684 | 2327 | 3.3667964 | 2391 | 3.3785796 |
| 2264 | 3.3548764 | 2328 | 3.3669830 | 2392 | 3.3787612 |
| 2265 | 3.3350682 | 2329 | 3.3671695 | 2393 | 3.3789427 |
| 2266 | 3.3332599 | 2330 | 3.3672559 | 2394 | 3.3791241 |
| 2267 | 3.3554515 | 2331 | 3.3675423 | 3395 | 3.3793055 |
| 2268 | 3.3556430 | 2332 | 3.3637285 | 2396 | 3.3794868 |

| N | Logarit. | N. | Logarit | N | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 2396 | 3.3794868 | 2460 | 3.3909351 | 2524 | 3.4020893 |
| 2397 | 3.3796680 | 2461 | 3.3111116 | 2525 | 3.4022614 |
| 2398 | 3.3798492 | 2462 | 3.3912880 | 2526 | 3.4024333 |
| 2399 | 3.3800302 | 2463 | 3.3914644 | 2527 | 3.4026052 |
| 2400 | 3.3802112 | 2464 | 3.3916407 | 2528 | 3.4027771 |
| 2401 | 3.3803922 | 2465 | 3.3918169 | 2529 | 3.4029488 |
| 2402 | 3.3805730 | 2466 | 3.3919931 | 2530 | 3.4031205 |
| 2403 | 3.3807538 | 2467 | 3.3921691 | 2531 | 3.4032921 |
| 2404 | 3.3809345 | 2468 | 3.3923452 | 2532 | 3.4034637 |
| 2405 | 3.3811151 | 2469 | 3.3925211 | 2533 | 3.4036352 |
| 2406 | 3.3812956 | 2470 | 3.3926969 | 2534 | 3.4038066 |
| 2407 | 3.3814761 | 2471 | 3.3928727 | 2535 | 3.4039780 |
| 2408 | 3.3816565 | 2472 | 3.3930485 | 2536 | 3.4041492 |
| 2409 | 3.3818368 | 2473 | 3.3932241 | 2537 | 3.4043205 |
| 2410 | 3.3820170 | 2474 | 3.3933997 | 2538 | 3.4044916 |
| 2411 | 3.3821972 | 2475 | 3.3935752 | 2539 | 3.4046627 |
| 2012 | 3.3823773 | 2476 | 3.3937506 | 2540 | 3.4048337 |
| 2413 | 3.3825573 | 2477 | 3.3939260 | 2541 | 3.4050047 |
| 2414 | 3.3827373 | 2478 | 3.3941013 | 2542 | 3.4051755 |
| 2415 | 3.3819.71 | 2479 | 3.3942765 | 2543 | 3.4053468 |
| 2416 | 3.3830969 | 2480 | 3.3944517 | 2544 | 3.4055171 |
| 2417 | 3.3832766 | 2481 | 3.3946268 | 2545 | 3.4056878 |
| 2418 | 3.3834563 | 2482 | 3.3948018 | 2546 | 3.4058584 |
| 2419 | 3.3836359 | 2483 | 3.3949767 | 2547 | 3.4060289 |
| 2420 | 3.3838154 | 2484 | 3.3951516 | 2548 | 3.4061994 |
| 2421 | 3.3839948 | 2485 | 3.3953264 | 2549 | 3.4063698 |
| 2422 | 3. 841741 | 2486 | 3.3955011 | 2550 | 3.4065402 |
| 2423 | 3.3843534 | 2487 | 3.3956758 | 2551 | 3.4067105 |
| 2424 | 3.3845326 | 2488 | 3.3958504 | 2552 | 3.4058807 |
| 2425 | 3.3847117 | 2389 | 3.3960249 | 2353 | 3.4070508 |
| 2426 | 3.3848908 | 2490 | 3.3961993 | 2554 | 3.4072209 |
| 2427 | 3.3850698 | 2491 | 3.3963737 | 2555 | 3.4073909 |
| 2428 | 3.3852487 | 2492 | 3.3965480 | 2556 | 3.4075608 |
| 2429 | 3.3854275 | 2493 | 3.3967223 | 2557 | 3.4077307 |
| 2430 | 3.3856063 | 2494 | 3.3968964 | 2358 | 3.4079005 |
| 2431 | 3.3857850 | 2495 | 3.3970705 | 2559 | 3.4080703 |
| 2432 | 3.3859636 | 2496 | 3.3972446 | 2560 | 3.4082400 |
| 2433 | 3.3861421 | 2497 | 3.3974185 | 2561 | 3.4084096 |
| 2434 | 3.3863206 | 2498 | 3.3975924 | 2562 | 3.4085791 |
| 2435 | 3.3864990 | 2499 | 3.3977662 | 2563 | 3.4087486 |
| 2436 | 3.3866773 | 2500 | 3.3979400 | 2564 | 3.4089180 |
| 2437 | 3.3868555 | 2501 | 3.3981137 | 2565 | 3.4090874 |
| 2438 | 3.3870337 | 2502 | 3.3982873 | 2566 | 3.4092567 |
| 7439 | 3.3872118 | 2503 | 3.3984608 | 1567 | 3.4094259 |
| 2440 | 3.3873898 | 2504 | 3.3986343 | 2568 | 3.4095950 |
| 2441 | 3.3875678 | 2505 | 3.3988077 | 2569 | 3.4097641 |
| 2442 | 3.3877457 | 2506 | 3.3989811 | 2570 | 3.4099331 |
| 2443 | 3.3879235 | 2507 | 3.3991543 | 2571 | 3.4101021 |
| 2444 | 3.3881012 | 2508 | 3.3993275 | 2572 | 3.4102710 |
| 2445 | 3.3882789 | 2509 | 3.3995007 | 2573 | 3.4104398 |
| 2446 | 3.3884565 | 2510 | 3.3996737 | 2574 | 3.4106085 |
| 2447 | 3.3886340 | 2511 | 3.3998467 | 2575 | 3.4107772 |
| 2448 | 3.3888114 | 2512 | 3.4000196 | 2576 | 3.4109459 |
| 2449 | 3.3889888 | 2513 | 3.4001925 | 2577 | 3.4111144 |
| 2450 | 3.3891661 | 2514 | 3.4003653 | 2578 | 3.4112829 |
| 2451 | 3.3893433 | 2515 | 3.4005380 | 2579 | 3.4114513 |
| 2452 | 3.3895205 | 2516 | 3.4007106 | 2580 | 3.4116197 |
| 2453 | 3.3896975 | 2517 | 3.4008832 | 2581 | 3.4117880 |
| 2454 | 3.3898746 | 2518 | 3.4010557 | 2582 | 3.4119562 |
| 2455 | 3.3900515 | 2519 | 3.4012282 | 2583 | 3.4122244 |
| 2456 | 3.3902284 | 2520 | 3.4014005 | 2584 | 3.4122925 |
| 2457 | 3.3904052 | 2528 | 3.4015728 | 2585 | 3.4124605 |
| 2458 | 3.3905819 | 2522 | 3.4017451 | 2586 | 3.4126285 |
| 2459 | 3.3907585 | 2523 | 3.4019173 | 2587 | 3.4127964 |
| 2460 | 3.3909351 | 2524 | 3.4020893 | 2588 | 3.4129643 |

| N. | Logarit. | N | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 2588 | 3.4129643 | 2652 | 3.4235735 | 2715 | 3.4337698 |
| 2589 | 3.4131320 | 2653 | 3.4237372 | 2716 | 3.4339298 |
| 2590 | 3.4132998 | 2654 | 3.4239009 | 2717 | 3.4340896 |
| 2591 | 3.4134673 | 2655 | 3.4240645 | 2718 | 3.4342494 |
| 2592 | 3.4136350 | 2656 | 3.4242281 | 2719 | 3.4344092 |
| 2593 | 3.4138025 | 2657 | 3.4243916 | 2720 | 3.4345689 |
| 2594 | 3.4139700 | 2658 | 3.4245550 | 2721 | 3.4347285 |
| 2595 | 3.4141374 | 2659 | 3.4247183 | 2722 | 3.4348881 |
| 2596 | 3.4143047 | 2660 | 3.4248816 | 2723 | 3.4350476 |
| 2597 | 3.4144719 | 2661 | 3.4250449 | 2724 | 3.4352071 |
| 2598 | 3.4146391 | 2662 | 3.4252080 | 2725 | 3.4353665 |
| 2599 | 3.4148063 | 2663 | 3.4253712 | 2726 | 3.4355258 |
| 2600 | 3.4149733 | 2664 | 3.4255342 | 2727 | 3.4356851 |
| 2601 | 3.4151404 | 2665 | 3.4256972 | 2728 | 3.4358444 |
| 2602 | 3.4153073 | 2666 | 3.425[illegible]601 | 2729 | 3.4360035 |
| 2603 | 3.4154742 | 2667 | 3.4260230 | 2730 | 3.4361626 |
| 2604 | 3.4156410 | 2668 | 3.4261858 | 2731 | 3.4363217 |
| 2605 | 3.4158077 | 2669 | 3.3263486 | 2732 | 3.4364807 |
| 2606 | 3.4159744 | 2670 | 3.4265113 | 2733 | 3.4366396 |
| 2607 | 3.4161410 | 2671 | 3.4266739 | 2734 | 3.4367985 |
| 2608 | 3.4163076 | 2672 | 3.4268365 | 2735 | 3.4369573 |
| 2609 | 3.4164741 | 2673 | 3.4269990 | 2736 | 3.4371161 |
| 2610 | 3.4166405 | 2674 | 3.4271614 | 2737 | 3.4372748 |
| 2611 | 3.4168069 | 2675 | 3.4273238 | 2738 | 3.4374334 |
| 2612 | 3.4169732 | 2676 | 3.4274861 | 2739 | 3.4375920 |
| 2613 | 3.4171394 | 2677 | 3.4276484 | 2740 | 3.4377506 |
| 2614 | 3.4173056 | 2678 | 3.4278106 | 2741 | 3.4379090 |
| 2615 | 3.4174717 | 2679 | 3.4279726 | 2742 | 3.4380674 |
| 2616 | 3.4176377 | 2680 | 3.4281343 | 2743 | 3.4382258 |
| 2617 | 3.4178037 | 2681 | 3.4282968 | 2744 | 3.4383841 |
| 2518 | 3.4179696 | 2682 | 3.4284588 | 2745 | 3.4385425 |
| 2619 | 3.4181355 | 2683 | 3.4286207 | 2746 | 3.4387005 |
| 2620 | 3.418[illegible]13 | 2684 | 3.4287825 | 2747 | 4.4388587 |
| 2621 | 3.4184670 | 2685 | 3.4289443 | 2748 | 3.4390167 |
| 2622 | 3.4186327 | 2686 | 3.4291060 | 2749 | 3.4391747 |
| 2623 | 3.4187983 | 2687 | 3.4292677 | 2750 | 3.4393327 |
| 2624 | 3.4189638 | 2688 | 3.4294293 | 2751 | 3.4394906 |
| 2625 | 3.4191293 | 2689 | 3.4295908 | 2752 | 3.4396484 |
| 2626 | 3.4192947 | 2690 | 3.4297523 | 2753 | 3.4398062 |
| 2627 | 3.4194601 | 2691 | 3.4299137 | 2754 | 3.4399639 |
| 2628 | 3.4196254 | 2692 | 3.4300751 | 2755 | 3.4401216 |
| 2629 | 3.4197906 | 2693 | 3.4302364 | 2756 | 3.4402792 |
| 2630 | 3.4199557 | 2694 | 3.4303976 | 2757 | 3.4404368 |
| 2631 | 3.4201208 | 2695 | 3.4305588 | 2758 | 3.4405943 |
| 2632 | 3.4202859 | 2696 | 3.4307199 | 2759 | 3.4407517 |
| 2633 | 3.4204509 | 2697 | 3.4308809 | 2760 | 3.4409091 |
| 2634 | 3.4206158 | 2698 | 3.4310419 | 2761 | 3.4410664 |
| 2635 | 3.4207806 | 2699 | 3.4312029 | 2762 | 3.4412237 |
| 2636 | 3.4209454 | 2700 | 3.4313638 | 2763 | 3.4413809 |
| 2637 | 3.4211101 | 2701 | 3.4315246 | 2764 | 3.4415380 |
| 2638 | 3.4212748 | 2702 | 3.4316853 | 2765 | 3.4416951 |
| 2639 | 3.4214394 | 2703 | 3.4318460 | 2766 | 3.4418522 |
| 2640 | 3.4216039 | 2704 | 3.4320067 | 2767 | 3.4420092 |
| 2641 | 2.4217684 | 2705 | 3.4321673 | 2768 | 3.4421662 |
| 2642 | 3.4219328 | 2706 | 3.4323278 | 2769 | 3.4423229 |
| 2643 | 3.4220972 | 2707 | 3.4324882 | 2770 | 3.4424798 |
| 2644 | 3.4222614 | 2708 | 3.4326487 | 2771 | 3.4426365 |
| 2645 | 3.4224257 | 2709 | 3.4328090 | 2772 | 3.4427932 |
| 2646 | 3.4225898 | 2710 | 3.4329693 | 2773 | 3.4429459 |
| 2647 | 3.4227539 | 2711 | 3.4331295 | 2774 | 3.4431065 |
| 2648 | 3.4229180 | 2712 | 3.4332897 | 2775 | 3.4432630 |
| 2649 | 3.4230820 | 2712 | 3.4332897 | 2776 | 3.4434193 |
| 2650 | 3.4232459 | 2713 | 3.4334498 | 2777 | 3.4435759 |
| 2651 | 3.4234097 | 2714 | 3.4336098 | 2778 | 3.4437322 |
| 2652 | 3.4235735 | 2715 | 3.4337698 | 2779 | 3.4438885 |

| N. | Logarit | N. | Logarit. | N | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 2779 | 3.4438885 | 2843 | 3.4537769 | 2907 | 3.4634450 |
| 2780 | 3.4440448 | 2844 | 3.4539296 | 2908 | 3.4635944 |
| 2781 | 3.4442010 | 2845 | 3.4540823 | 2909 | 3.4637437 |
| 2782 | 3.4443571 | 2846 | 3.4542349 | 2910 | 3.4638930 |
| 8783 | [illegible].4445132 | 2847 | 3.4543875 | 2911 | 3.4640422 |
| 2784 | 3.4446692 | 2848 | 3.4545400 | 2912 | 3.4641914 |
| 2785 | 3.4448252 | 2849 | 3.4546924 | 2913 | 3.4643405 |
| 2786 | 3.4449811 | 2850 | 3.4548449 | 2914 | 3.4644895 |
| 2787 | 3.4451370 | 2851 | 3.4549972 | 2915 | 3.4646386 |
| 2788 | 3.4452928 | 2852 | 3.4551495 | 2916 | 3.4647875 |
| 2789 | 3.4454485 | 2853 | 3.4553018 | 2917 | 3.4649364 |
| 2790 | 3.4456042 | 2854 | 3.4554540 | 2918 | 3.4650853 |
| 2791 | 3.4457598 | 2855 | 3.4556061 | 2919 | 3.4652341 |
| 2792 | 3.4459154 | 2856 | 3.4557582 | 2920 | 3.4653828 |
| 2793 | 3.4460709 | 2857 | 3.4559102 | 2921 | 3.4655316 |
| 2794 | 3.4462264 | 2858 | 3.4560622 | 2922 | 3.4656802 |
| 2795 | 3.4463818 | 2859 | 3.4562142 | 2923 | 3.4658288 |
| 2796 | 3.4465372 | 2860 | 3.4563660 | 2924 | 3.4659774 |
| 2797 | 3.4466925 | 2861 | 3.4565179 | 2925 | 3.4661259 |
| 2798 | 3.4468477 | 2862 | 3.4566696 | 2926 | 3.4662743 |
| 2799 | 3.4470029 | 2863 | 3.4568213 | 2927 | 3.4664227 |
| 2800 | 3.4471580 | 2864 | 3.4569730 | 2928 | 3.4665711 |
| 2801 | 3.4473131 | 2865 | 3.4571246 | 2929 | 3.4667194 |
| 2802 | 3.4474681 | 2866 | 3.4572762 | 2930 | 5.4668676 |
| 2803 | 3.4476231 | 2867 | 3.4574277 | 2931 | 3.4670158 |
| 2804 | 3.4477780 | 2868 | 3.4575791 | 2932 | 3.4671640 |
| 2805 | 3.4479329 | 2869 | 3.4577305 | 2933 | 3.4673121 |
| 2806 | 3.4480877 | 2870 | 3.4578819 | 2934 | 3.4674601 |
| 2807 | 3.4482424 | 2871 | 3.4580332 | 2935 | 3.4676081 |
| 2808 | 3.4483971 | 2872 | 3.4581844 | 2936 | 3.4677560 |
| 2809 | 3.4485517 | 2873 | 3.4583356 | 2937 | 3.4679039 |
| 2810 | 3.4487063 | 2874 | 3.4584867 | 2938 | 3.4680518 |
| 2811 | 3.4488608 | 2875 | 3.4586378 | 2939 | 3.4681996 |
| 2812 | 3.4490153 | 2876 | 3.4587889 | 2540 | 3.4683473 |
| 2813 | 3.4491697 | 2877 | 3.4589399 | 2941 | 3.4684950 |
| 2814 | 3.4493241 | 2878 | 3.4590908 | 2942 | 3.4686427 |
| 2815 | 3.4494784 | 2879 | 3.4592417 | 2943 | 3.4687903 |
| 2816 | 3.4496326 | 2880 | 3.4593925 | 2944 | 3.4689378 |
| 2817 | 3.4497868 | 2881 | 3.4595433 | 2945 | 3.4690853 |
| 2818 | 3.4499410 | 2882 | 3.4596940 | 2946 | 3.4692327 |
| 2819 | 3.4500951 | 2883 | 3.4598446 | 2947 | 3.4693801 |
| 2820 | 3.4502491 | 2884 | 3.4599953 | 2948 | 3.4695275 |
| 2821 | 3.4504031 | 2885 | 3.4601458 | 2949 | 3.4696748 |
| 2822 | 3.4505570 | 2886 | 3.4602963 | 2950 | 3.4698220 |
| 2823 | 3.4507109 | 2887 | 3.4604468 | 2951 | 3.4699692 |
| 2824 | 3.4508647 | 2888 | 3.4605972 | 2952 | 3.4701163 |
| 2825 | 3.4510184 | 2889 | 3.4607475 | 2953 | 3.4702634 |
| 2826 | 3.4511721 | 2890 | 3.4608978 | 2954 | 3.4704105 |
| 2827 | 3.4513258 | 2891 | 3.4610481 | 2455 | 3.4705575 |
| 2828 | 3.4514794 | 2892 | 3.4611983 | 2956 | 3.4707044 |
| 2829 | 3.4516329 | 2893 | 3.4613484 | 2957 | 3.4708513 |
| 2830 | 3.4517864 | 2894 | 3.4614985 | 2958 | 3.4709982 |
| 2831 | 3.4519399 | 2895 | 3.4616486 | 2959 | 3.4711450 |
| 2832 | 3.4520932 | 2896 | 3.4617986 | 2960 | 3.4712917 |
| 2833 | 3.4522466 | 2897 | 3.4619485 | 2961 | 3.4714384 |
| 2834 | 3.4523998 | 2898 | 3.4520984 | 2162 | 3.4715851 |
| 283[illegible] | 3.4525531 | 2899 | 3.4622482 | 2963 | 3.4717317 |
| 28[illegible] | 3.4527062 | 2900 | 3.4623980 | 2964 | 3.4718782 |
| 283[illegible] | 3.4528593 | 2901 | 3.4625477 | 2965 | 3.4720247 |
| 2838 | 3.4530124 | 2902 | 3.4626974 | 2966 | 3.4721711 |
| 2839 | 3.4531654 | 2903 | 3.4628470 | 2967 | 3.4723175 |
| 2840 | 3.4533183 | 2904 | 3.4629966 | 2968 | 3.4724639 |
| 2841 | 3.4534712 | 2905 | 3.4631461 | 2969 | 3.4726102 |
| 2842 | 3.4536241 | 2906 | 3.4632956 | 2970 | 3.4727564 |
| 2843 | 3.4537769 | 2907 | 3.4634450 | 2971 | 3.4729[illegible]27 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 2970 | 3.4727564 | 3034 | 3.4820156 | 3098 | 3.4910814 | 3162 | 3.4999619 | 3226 | 3.5086644 | 3291 | 3.5173279 |
| 2971 | 3.4729027 | 3035 | 3.4821587 | 3099 | 3.4912216 | 3163 | 3.5000992 | 3227 | 3.5087990 | 3292 | 3.5174598 |
| 2972 | 3.4730488 | 3036 | 3.4823018 | 3100 | 3.4913617 | 3164 | 3.5002365 | 3228 | 3.5089335 | 3293 | 3.5175917 |
| 2973 | 3.4731949 | 3037 | 3.4824448 | 3101 | 3.4915018 | 3165 | 3.5003737 | 3229 | 3.5090680 | 3294 | 3.5177236 |
| 2974 | 3.4733410 | 3038 | 3.4825878 | 3102 | 3.4916418 | 3166 | 3.5005109 | 3230 | 3.5092025 | 3295 | 3.5178554 |
| 2975 | 3.4734870 | 3039 | 3.4827307 | 3103 | 3.4917818 | 3167 | 3.5006481 | 3231 | 3.5093370 | 3296 | 3.5179872 |
| 2976 | 3.4736329 | 3040 | 3.4828736 | 3104 | 3.4919217 | 3168 | 3.5007852 | 3832 | 3.5094713 | 3297 | 3.5181189 |
| 2977 | 3.4737788 | 3041 | 3.4830164 | 3105 | 3.4920616 | 3169 | 3.5009222 | 3233 | 3.5096057 | 3298 | 3.5182506 |
| 2978 | 3.4739247 | 3042 | 3.4831592 | 3106 | 3.4922014 | 3170 | 3.5010593 | 3234 | 3.5097400 | 3299 | 3.5183823 |
| 2979 | 3.4740703 | 3043 | 3.4833019 | 3107 | 3.4923413 | 3171 | 3.5011962 | 3235 | 3.5098743 | 3300 | 3.5185139 |
| 2980 | 3.4742163 | 3044 | 3.4834446 | 3108 | 3.4924810 | 3172 | 3.5013332 | 3236 | 3.5100085 | 3301 | 3.5186455 |
| 2981 | 3.4743620 | 3045 | 3.4835873 | 3109 | 3.4926207 | 3173 | 3.5014701 | 3237 | 3.5101427 | 3302 | 3.5187772 |
| 2982 | 3.4745076 | 3046 | 3.4837299 | 3110 | 3.4927604 | 3174 | 3.5016069 | 3238 | 3.5102768 | 3303 | 3.5189486 |
| 2983 | 3.4746533 | 3047 | 3.4838725 | 3111 | 3.4929000 | 3175 | 3.5017437 | 3239 | 3.5104109 | 3304 | 3.5190400 |
| 2984 | 3.4747988 | 3048 | 3.4840150 | 3112 | 3.4030396 | 3176 | 3.5018805 | 3240 | 3.5105450 | 3305 | 3.5191715 |
| 2985 | 3.4749443 | 3049 | 3.4841574 | 3113 | 3.4931791 | 3177 | 3.5020172 | 3241 | 3.5106790 | 3306 | 3.5193028 |
| 2986 | 3.4750898 | 3050 | 3.4842998 | 3114 | 3.4933186 | 3178 | 3.5021539 | 3242 | 3.5108130 | 3307 | 3.5194342 |
| 2087 | 3.4752352 | 3051 | 3.4844422 | 3115 | 3.4934580 | 3179 | 3.5022905 | 3243 | 3.5109469 | 3308 | 3.5195655 |
| 2988 | 3.4753806 | 3052 | 3.4845845 | 3116 | 3.4935974 | 3160 | 3.5024271 | 3244 | 3.5110802 | 3309 | 3.5196968 |
| 2989 | 3.4755259 | 3053 | 3.4847268 | 3117 | 3.4937368 | 3182 | 3.5025637 | 3245 | 3.5112147 | 3310 | 3.5198289 |
| 2990 | 3.4756712 | 3054 | 3.4848690 | 3118 | 3.4938761 | 3181 | 3.5027002 | 3246 | 3.5113485 | 3311 | 3.5199592 |
| 2991 | 3.4758164 | 3055 | 3.4850112 | 3119 | 3.4940154 | 3183 | 3.5028366 | 3247 | 3.5114823 | 3312 | 3.5200903 |
| 2992 | 3.4759616 | 3056 | 3.4451533 | 3120 | 3.4541546 | 3184 | 3.5029731 | 3248 | 3.5116160 | 3313 | 3.5202214 |
| 2993 | 3.4761067 | 3057 | 3.4852954 | 3121 | 3.4942938 | 3185 | 3.5031094 | 3249 | 3.5117497 | 3314 | 3.5203525 |
| 2994 | 3.4762518 | 3058 | 3.4854375 | 3122 | 3.4944329 | 3186 | 3.5032418 | 3250 | 3.5118834 | 3315 | 3.5204835 |
| 2995 | 3.4763968 | 3059 | 3.4855795 | 3123 | 3.4945720 | 3187 | 3.5033821 | 3251 | 3.5120170 | 3316 | 3.5206145 |
| 2996 | 3.4765418 | 3060 | 3.4857214 | 3124 | 3.4947110 | 3188 | 3.5035183 | 3252 | 3.5121509 | 3317 | 3.5207455 |
| 2997 | 3.4766867 | 3061 | 3.4858633 | 3125 | 3.4948500 | 3189 | 3.5036545 | 3253 | 3.5122841 | 3318 | 3.5208764 |
| 2998 | 3.4768316 | 3062 | 3.4760032 | 3126 | 3.4949890 | 3190 | 3.5037907 | 3254 | 3.5124175 | 3319 | 3.5210073 |
| 2999 | 3.4769765 | 3063 | 3.4861470 | 3127 | 3.4951279 | 3191 | 3.5039268 | 3255 | 3.5125510 | 3320 | 3.5211381 |
| 3000 | 3.4771212 | 3064 | 3.4862888 | 3128 | 3.4952667 | 3192 | 3.5040629 | 3256 | 3.5126844 | 3321 | 3.5212689 |
| 3001 | 3.4772660 | 3065 | 3.4864305 | 3129 | 3.4954056 | 3193 | 3.5041989 | 3257 | 3.5128178 | 3322 | 3.5213996 |
| 3002 | 3.4774107 | 3066 | 3.4865721 | 3130 | 3.4955443 | 3194 | 3.5043349 | 3258 | 3.5129511 | 3323 | 3.5215303 |
| 3003 | 3.4775553 | 3067 | 3.4867138 | 3131 | 3.4956831 | 3195 | 3.5044709 | 3259 | 3.5130844 | 3324 | 3.5216610 |
| 3004 | 3.4776999 | 3068 | 3.4868554 | 3132 | 3.4958218 | 3196 | 3.5046068 | 3260 | 3.5132176 | 3325 | 3.5217916 |
| 3005 | 3.4778445 | 3069 | 3.4869969 | 3133 | 3.4959604 | 3197 | 3.5047426 | 3261 | 3.5133508 | 3326 | 3.5219222 |
| 4006 | 3.4779890 | 3070 | 3.4871384 | 3134 | 3.4960990 | 3198 | 3.5048785 | 3262 | 3.5134840 | 3327 | 3.5220528 |
| 3007 | 3.4781334 | 3071 | 3.4872798 | 3135 | 3.4962375 | 3199 | 3.5050142 | 3263 | 3.5136872 | 3328 | 3.5221833 |
| 3008 | 3.4782778 | 3072 | 3.4874212 | 3136 | 3.4963761 | 3200 | 3.5051500 | 3264 | 3.5137501 | 3329 | 3.5223138 |
| 3009 | 3.4784222 | 3073 | 3.4875626 | 3137 | 3.4965145 | 3201 | 3.5052857 | 3265 | 3.5138832 | 3330 | 3.5224422 |
| 3010 | 3.4785665 | 3074 | 3.4877039 | 3138 | 3.4966529 | 3202 | 3.5054213 | 3266 | 3.5140162 | 3331 | 3.5225746 |
| 3011 | 3.4787108 | 3075 | 3.4878451 | 3139 | 3.4967913 | 3203 | 3.5055569 | 3267 | 3.5141492 | 3332 | 3.5227050 |
| 3012 | 3.4788550 | 3076 | 3.4879863 | 3140 | 3.4969296 | 3204 | 3.5056925 | 3268 | 3.5142820 | 3333 | 3.5228353 |
| 3013 | 3.4789991 | 3077 | 3.4881275 | 3141 | 3.4970679 | 3205 | 3.5058280 | 3269 | 3.5144149 | 3334 | 3.5229656 |
| 3014 | 3.4791432 | 3078 | 3.4882686 | 3142 | 3.4972062 | 3206 | 3.5059635 | 3270 | 3.5145478 | 3335 | 3.5230958 |
| 3015 | 3.4792873 | 3079 | 3.4884097 | 3143 | 3.4973444 | 3207 | 3.5060990 | 3271 | 3.5146805 | 3336 | 3.5232260 |
| 3026 | 3.4794313 | 3080 | 3.4885507 | 3144 | 3.4974825 | 3208 | 3.5062344 | 3272 | 3.5148133 | 3337 | 3.5233562 |
| 3017 | 3.4795753 | 3081 | 3.4886917 | 3145 | 3.4976206 | 3209 | 3.5063697 | 3273 | 3.5149460 | 3338 | 3.5234863 |
| 3018 | 3.4797192 | 3082 | 3.4888326 | 3146 | 3.4977587 | 3210 | 3.5065050 | 3274 | 3.5150787 | 3339 | 3.5236164 |
| 3019 | 3.4798631 | 3083 | 3.4889735 | 3147 | 3.4978967 | 3211 | 3.506640[illegible] | 3275 | 3.5152113 | 3340 | 3.5237465 |
| 3020 | 3.4800069 | 3044 | 3.4891144 | 3148 | 3.4980347 | 3212 | 3.50677[illegible] | 3276 | 3.5153439 | 3841 | 3.5238765 |
| 3021 | 3.4801507 | 3085 | 3.4892352 | 5149 | 3.4981727 | 3213 | 3.5069107 | 3277 | 3.5154764 | 3342 | 3.5240064 |
| 3022 | 3.4802945 | 3086 | 3.4893959 | 3450 | 3.4983106 | 3214 | 3.5070459 | 3278 | 3.5156089 | 3343 | 3.5241364 |
| 3023 | 3.3804381 | 3087 | 3.4895368 | 3151 | 3.4984484 | 3215 | 3.5071810 | 3279 | 3.5157414 | 3344 | 3.5242663 |
| 3024 | 3.4805818 | 4088 | 3.4896773 | 3152 | 3.4985862 | 3216 | 3.5073160 | 3280 | 3.5158738 | 3345 | 3.5243961 |
| 3025 | 3.4807254 | 3089 | 3.4898179 | 3153 | 3.4987240 | 3217 | 3.5074511 | 3281 | 3.5560062 | 3346 | 3.5245259 |
| 3026 | 3.4808689 | 3090 | 3.4899585 | 3154 | 3.4988617 | 3218 | 3.5075860 | 3282 | 3.5161386 | 3347 | 3.5246557 |
| 3027 | 3.4810124 | 3091 | 3.4900990 | 3155 | 3.4989994 | 3219 | 3.5077210 | 3283 | 3.5162709 | 3348 | 3.5247854 |
| 3028 | 3.4811559 | 3092 | 3.4902395 | 3156 | 3.4991370 | 3220 | 3.5078559 | 3284 | 3.5164031 | 3349 | 3.5249151 |
| 3029 | 3.4812993 | 3093 | 3.4903799 | 3157 | 3.4992746 | 3221 | 3.5079907 | 3285 | 3.5165354 | 3350 | 3.5250448 |
| 3030 | 3.4814426 | 3094 | 3.4905203 | 2158 | 3.4994121 | 3222 | 3.5081255 | 3286 | 3.5166676 | 3351 | 3.5251744 |
| 3031 | 3.4815859 | 3093 | 3.4906607 | 3159 | 3.4995496 | 3223 | 3.5082603 | 3287 | 3.5167997 | 3352 | 3.5233040 |
| 3032 | 3.4817292 | 3096 | 3.4908009 | 3160 | 3.4996871 | 3224 | 3.5083950 | 3288 | 3.5129318 | 3353 | 3.5254335 |
| 3033 | 3.4818724 | 3097 | 3.4909412 | 3161 | 3.4998245 | 3225 | 3.5085297 | 3289 | 3.5170639 | 3354 | 3.5255631 |
| 3034 | 3.4820156 | 3098 | 3.4910814 | 3162 | 3.4999619 | 3226 | 3.5086644 | 3290 | 3.5171958 | 3355 | 3.5256925 |

| N. | Logarit. | N | Lgaorit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 3355 | 3.5256925 | 3419 | 3.5338991 | 3483 | 3.5419535 |
| 3356 | 3.3258219 | 3420 | 3.5340261 | 3484 | 3.5420781 |
| 3357 | 3.5259513 | 3421 | 3.5341531 | 3485 | 3.5422028 |
| 3358 | 3.5260807 | 3422 | 3.5342800 | 3486 | 3.5423274 |
| 3359 | 3.5262100 | 3423 | 3.5344069 | 3487 | 3.5424519 |
| 3360 | 3.5263393 | 3424 | 3.5345338 | 3488 | 3.5425765 |
| 3361 | 3.5264685 | 3425 | 3.5346606 | 3489 | 3.5427010 |
| 3362 | 3.3265977 | 3426 | 3.5347874 | 3490 | 3.5428254 |
| 3363 | 3.5267269 | 3427 | 3.5349141 | 3491 | 3.5429498 |
| 3364 | 3.5268560 | 3428 | 3.5350408 | 3492 | 3.5430742 |
| 3365 | 3.5269851 | 3429 | 3.5351675 | 3493 | 3.5431986 |
| 3366 | 3.5271141 | 3430 | 3.5352941 | 3494 | 3.5433229 |
| 3367 | 3.5272431 | 3431 | 3.5354207 | 3495 | 3.5434472 |
| 3368 | 3.5273721 | 3432 | 3.5355473 | 3496 | 3.5435714 |
| 3369 | 3.5275010 | 3433 | 3.5356738 | 3497 | 3.5436956 |
| 3370 | 3.5276299 | 3334 | 3.5358005 | 3498 | 5.5438198 |
| 3371 | 3.5277588 | 3435 | 3.5359267 | 3499 | 3.5439439 |
| 3372 | 3.5278876 | 3436 | 3.5360532 | 3500 | 3.5440680 |
| 3373 | 3.3280163 | 3437 | 3.5361795 | 3501 | 3.5441921 |
| 3374 | 3.5281452 | 3438 | 3.5563059 | 3502 | 3.5443161 |
| 3375 | 3.5282738 | 3439 | 3.5364322 | 3503 | 3.5444401 |
| 3376 | 3.5284024 | 3440 | 3.5365584 | 3504 | 3.5445641 |
| 3377 | 3.5285311 | 3441 | 3.5366847 | 3505 | 3.5446880 |
| 3378 | 3.5286596 | 3442 | 3.5368109 | 3506 | 3.5448119 |
| 3379 | 3.5287882 | 3443 | 3.5369370 | 3507 | 3.5449358 |
| 3380 | 3.5289167 | 3444 | 3.5370631 | 3508 | 3.5450596 |
| 3381 | 3.5290452 | 3445 | 3.5371892 | 3509 | 3.5451834 |
| 3382 | 5.5291736 | 3446 | 3.5373153 | 3510 | 3.5453071 |
| 3383 | 3.3293020 | 3447 | 3.5374413 | 3512 | 3.5454308 |
| 3384 | 3.5294303 | 3448 | 3.5375672 | 3512 | 3.5455543 |
| 3385 | 3.5295587 | 3449 | 3.5376932 | 3513 | 3.5456781 |
| 3386 | 3.5296869 | 3450 | 3.5378191 | 3514 | 3.5458018 |
| 3387 | 3.5298152 | 3451 | 3.5379450 | 3515 | 3.5459253 |
| 3388 | 3.5299434 | 3452 | 3.5380708 | 3516 | 3.5460489 |
| 3389 | 3.5300716 | 3453 | 3.5381966 | 3317 | 3.5461724 |
| 3390 | 3.5301997 | 3454 | 3.5383223 | 3518 | 3.5462958 |
| 3391 | 3.5303278 | 3435 | 3.5384481 | 3519 | 3.5464193 |
| 3392 | 3.5304558 | 3456 | 3.5385737 | 3520 | 3.5465427 |
| 3393 | 3.5305839 | 3457 | 3.5386994 | 3521 | 3.5466660 |
| 3394 | 3.5307118 | 3458 | 3.5388250 | 3522 | 3.5467894 |
| 3395 | 3.5308398 | 3459 | 3.5389506 | 3523 | 3.5469126 |
| 3395 | 3.5309677 | 3460 | 3.5390761 | 3524 | 3.5470359 |
| 3397 | 3.5310955 | 3461 | 3.5392016 | 3525 | 3.5471591 |
| 3398 | 3.5312254 | 3462 | 3.5393271 | 3526 | 3.5472823 |
| 3399 | 3.5313512 | 3463 | 3.5394523 | 3527 | 3.5474055 |
| 3400 | 3.5314789 | 3464 | 3.5395779 | 3528 | 3.5475286 |
| 3401 | 3.5316066 | 3465 | 3.3397032 | 3529 | 3.5476517 |
| 3402 | 3.5317343 | 3466 | 3.5398286 | 3530 | 3.5477747 |
| 3403 | 3.5318619 | 3467 | 3.5399538 | 3531 | 3.5478977 |
| 3404 | 3.5319895 | 3468 | 3.5400791 | 3532 | 3.5480207 |
| 3405 | 3.5321171 | 3469 | 3.5402043 | 3533 | 3.5481436 |
| 3406 | 3.5322446 | 3470 | 3.5403295 | 3534 | 3.5482665 |
| 3407 | 3.5323721 | 3471 | 3.5404546 | 3535 | 3.5483894 |
| 3408 | 3.5324996 | 3472 | 3.5405797 | 3536 | 3.5485123 |
| 3409 | 3.5326270 | 3473 | 3.5407048 | 3537 | 3.5486351 |
| 3410 | 3.5327544 | 3474 | 3.5408289 | 3538 | 3.5487578 |
| 3411 | 3.5328817 | 3475 | 3.5409548 | 3539 | 3.5488806 |
| 3412 | 3.5330090 | 3476 | 3.5410798 | 3540 | 3.5490033 |
| 3413 | 3.5331363 | 3477 | 3.5412047 | 3541 | 3.5491259 |
| 3414 | 3.5332633 | 3478 | 3.5413296 | 3542 | 3.5491486 |
| 3415 | 3.5333907 | 3479 | 3.5414544 | 3543 | 3.5493712 |
| 3416 | 3.5335179 | 3480 | 3.5415792 | 3544 | 3.5494937 |
| 3417 | 3.5336450 | 3481 | 3.5417040 | 3545 | 3.5495162 |
| 3418 | 3.3337721 | 3482 | 3.5418288 | 3546 | 3.5497387 |
| 3419 | 3.5338991 | 3483 | 3.5419535 | 3547 | 3.5498612 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 3547 | 3.5498612 | 3611 | 3.5576275 | 3675 | 3.5652573 |
| 3548 | 3.5499856 | 3612 | 3.5577477 | 3676 | 3.3653755 |
| 3549 | 3.5501060 | 3613 | 3.5578680 | 3677 | 3.5654936 |
| 3550 | 3.5502283 | 3614 | 3.5579881 | 3674 | 3.5656117 |
| 3551 | 3.5503507 | 3615 | 3.5581083 | 3679 | 3.5657298 |
| 3552 | 3.5504730 | 3616 | 3.5582284 | 3680 | 3.5658478 |
| 3553 | 3.5505952 | 3617 | 3.5583485 | 3681 | 3.5659658 |
| 3554 | 3.3507174 | 3618 | 3.5584686 | 3682 | 3.5660838 |
| 3555 | 3.3508396 | 3619 | 3.5585886 | 3683 | 3.5662017 |
| 3556 | 3.5509618 | 3620 | 3.5586086 | 3684 | 3.5763195 |
| 3557 | 8.3510839 | 3621 | 3.5588285 | 3685 | 3.5664375 |
| 3558 | 3.5512059 | 3622 | 3.5589484 | 3686 | 3.5665553 |
| 3559 | 3.5513280 | 3623 | 3.5590684 | 3687 | 3.5666731 |
| 3560 | 3.5314050 | 3624 | 3.5591882 | 3688 | 3.5667909 |
| 3561 | 3.5515720 | 3625 | 3.5593080 | 3689 | 3.5669087 |
| 3562 | 3.5516939 | 3626 | 3.5594278 | 3690 | 3.5670264 |
| 3563 | 3.5518158 | 3627 | 3.5595476 | 3691 | 3.5671440 |
| 3564 | 3.5519377 | 3628 | 3.5596673 | 3692 | 3.5672617 |
| 3565 | 3.5520595 | 3629 | 3.5597870 | 3693 | 3.5673793 |
| 3566 | 3.5521813 | 3630 | 3.5599066 | 3694 | 3.5674969 |
| 3567 | 3.5523031 | 3631 | 3.5600262 | 3695 | 3.5676144 |
| 3568 | 3.5524248 | 3632 | 3.5601458 | 3696 | 3.5677320 |
| 3569 | 3.5525465 | 3633 | 3.5602654 | 3698 | 3.5678494 |
| 3570 | 3.5526682 | 3634 | 3.5603849 | 3698 | 3.5679669 |
| 3571 | 3.5527898 | 3635 | 3.5605044 | 3699 | 3.5680843 |
| 3572 | 3.5529114 | 3636 | 3.5606239 | 3700 | 3.5682017 |
| 3573 | 3.3530330 | 3637 | 3.5607433 | 3701 | 3.5683191 |
| 3574 | 3.5531545 | 3638 | 3.5608627 | 3702 | 3.5684264 |
| 3575 | 3.5532760 | 3639 | 3.5609820 | 3703 | 3.5685537 |
| 3576 | 3.5533975 | 3640 | 3.5611014 | 3704 | 3.5686710 |
| 3577 | 3.5535189 | 3641 | 3.5612207 | 3705 | 3.5687882 |
| 3578 | 3.5536403 | 3642 | 3.5613399 | 3706 | 3.5689054 |
| 3579 | 3.5537617 | 3643 | 3.5614592 | 3707 | 3.5690225 |
| 3580 | 3.5538830 | 3644 | 3.5615784 | 3708 | 3.5691397 |
| 3581 | 3.5540043 | 3645 | 3.5616975 | 3709 | 3.5692568 |
| 3582 | 3.5541256 | 3646 | 3.5618167 | 3710 | 3.5693739 |
| 3583 | 3.5542468 | 3647 | 3.5619358 | 3711 | 3.5694910 |
| 3584 | 3.5543680 | 3648 | 3.5620548 | 3712 | 3.5696080 |
| 3585 | 3.5544892 | 3649 | 3.5621739 | 3713 | 3.5697249 |
| 3586 | 3.5546103 | 3650 | 3.5622929 | 3714 | 3.5698419 |
| 3587 | 3.5647314 | 3651 | 3.5624118 | 3715 | 3.5699588 |
| 3588 | 3.5548524 | 3652 | 3.5625308 | 3716 | 3.3700757 |
| 3589 | 3.5549735 | 3653 | 3.5626497 | 3717 | 3.5701926 |
| 3590 | 3.5550944 | 3654 | 3.5627685 | 3718 | 3.5703094 |
| 3591 | 3.5552154 | 3655 | 3.5628874 | 3719 | 3.5704262 |
| 3592 | 3.5553363 | 3656 | 3.5630061 | 3720 | 3.5705429 |
| 3593 | 3.5554572 | 3657 | 3.5631250 | 3721 | 3.5706597 |
| 3594 | 3.5535781 | 3658 | 3.5635437 | 3722 | 3.5707764 |
| 3395 | 3.3556989 | 3659 | 3.5633624 | 3723 | 3.5708930 |
| 3396 | 3.3558197 | 3660 | 3.5634811 | 3724 | 3.5710097 |
| 3597 | 3.5659404 | 3661 | 3.5655997 | 3725 | 3.5711263 |
| 3598 | 3.3560612 | 3662 | 3.5637183 | 3726 | 3.5712428 |
| 3599 | 3.5561818 | 3663 | 3.5638369 | 3727 | 5.5713594 |
| 3600 | 3.5563025 | 3664 | 3.5639555 | 3728 | 3.5714759 |
| 3601 | 3.5564231 | 3665 | 3.5640740 | 3729 | 3.5715924 |
| 3602 | 3.5565437 | 3666 | 3.5641925 | 3730 | 3.5717088 |
| 3603 | 3.5566643 | 3667 | 3.5643109 | 3731 | 3.5718252 |
| 3604 | 3.5367848 | 3668 | 3.5644293 | 3732 | 3.5719416 |
| 3605 | 3.5569053 | 3669 | 3.5645477 | 3733 | 3.5720580 |
| 3606 | 3.5570257 | 3670 | 3.5646661 | 3734 | 3.5721743 |
| 3607 | 3.5571461 | 3671 | 3.5647844 | 3735 | 3.5722906 |
| 3608 | 3.5572665 | 3672 | 3.5649027 | 3736 | 3.5724069 |
| 3609 | 3.5573869 | 3673 | 3.5650209 | 3737 | 3.5725231 |
| 3610 | 3.5575072 | 3674 | 3.5651392 | 3738 | 3.5726393 |
| 3611 | 3.5376275 | 3675 | 3.5652573 | 3739 | 3.5727555 |

3740

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 3739 | 3.5727533 | 3803 | 3.5801263 | 3867 | 3.5873748 |
| 3740 | 3.5728716 | 3804 | 3.5802405 | 3868 | 3.5874885 |
| 3741 | 3.5729877 | 3805 | 3.5803547 | 3869 | 3.5875987 |
| 3742 | 3.5731038 | 3806 | 3.5804688 | 3870 | 3.5877110 |
| 3743 | 3.5732198 | 3807 | 3.5805829 | 3871 | 3.5878232 |
| 3744 | 3.5733358 | 3808 | 3.5806969 | 3872 | 3.5879353 |
| 3745 | 3.5734518 | 3809 | 3.5808110 | 3873 | 3.5880475 |
| 3746 | 3.5735678 | 3810 | 3.5809250 | 3874 | 3.5881596 |
| 3747 | 3.5736837 | 3811 | 3.5810389 | 3875 | 3.5882717 |
| 3748 | 3.5737996 | 3812 | 3.5811529 | 3876 | 3.5883838 |
| 3749 | 3.5739154 | 3813 | 3.5812668 | 3877 | 3.5884958 |
| 3750 | 3.5740313 | 3814 | 3.5813807 | 3878 | 3.5886078 |
| 3751 | 3.5741471 | 3815 | 3.5814945 | 3879 | 3.5887198 |
| 3752 | 3.5742628 | 3816 | 3.5816084 | 3880 | 3.5888317 |
| 3753 | 3.5743786 | 3817 | 3.5817222 | 3881 | 3.5889436 |
| 3754 | 3.5744943 | 3818 | 3.5818359 | 3882 | 3.5890553 |
| 3755 | 3.5746099 | 3819 | 3.5819497 | 3883 | 3.5891674 |
| 3756 | 3.5747256 | 3820 | 3.5820634 | 3884 | 3.5892792 |
| 3757 | 3.5748412 | 3821 | 3.5821770 | 3885 | 3.5893910 |
| 3758 | 3.5749568 | 3822 | 3.5822907 | 3886 | 3.5895028 |
| 3759 | 3.5750723 | 3823 | 3.5824043 | 3887 | 3.5896143 |
| 3760 | 3.5751878 | 3824 | 3.5825179 | 3888 | 3.5897262 |
| 3761 | 3.5753033 | 3825 | 3.5826314 | 3889 | 3.5898379 |
| 3762 | 3.5754188 | 3826 | 3.5827450 | 3890 | 3.5899496 |
| 3763 | 3.3755342 | 3827 | 3.5828585 | 3891 | 3.5900612 |
| 3764 | 3.5756498 | 3828 | 3.5829719 | 3892 | 3.5901728 |
| 3765 | 3.5757650 | 3829 | 3.5830854 | 3893 | 3.5902844 |
| 3766 | 3.5758803 | 3830 | 3.5831988 | 3894 | 3.5903959 |
| 3767 | 3.5759956 | 3831 | 3.5833122 | 3895 | 3.5905075 |
| 3768 | 3.5771109 | 3832 | 3.5834253 | 3896 | 3.5906189 |
| 3769 | 3.5762262 | 3833 | 3.5835388 | 3897 | 3.5907304 |
| 3770 | 3.5763413 | 3834 | 3.5836521 | 3898 | 3.5908418 |
| 3771 | 3.5764565 | 3835 | 3.5837654 | 3899 | 3.5909532 |
| 3772 | 3.5765717 | 3836 | 3.5838786 | 3900 | 3.5910646 |
| 3773 | 3.5766868 | 3837 | 3.5839918 | 3901 | 3.5911759 |
| 3774 | 3.5768019 | 3838 | 3.5841050 | 3902 | 3.5912873 |
| 3775 | 3.5769169 | 3839 | 3.5842181 | 3903 | 3.5913985 |
| 3776 | 3.5770320 | 3840 | 3.5843312 | 3904 | 3.5915098 |
| 3777 | 3.5771470 | 3841 | 3.5844443 | 3905 | 3.5916210 |
| 3778 | 3.5772620 | 3842 | 3.5845574 | 3906 | 3.5917322 |
| 3779 | 3.5773769 | 3843 | 3.5846704 | 3907 | 3.3918434 |
| 3780 | 3.5774918 | 3844 | 3.5847834 | 3908 | 3.5919546 |
| 3781 | 3.5776067 | 3845 | 3.5848263 | 3909 | 3.5920657 |
| 3782 | 3.5777213 | 3846 | 3.5850093 | 3910 | 3.5921768 |
| 3783 | 3.5778363 | 3847 | 3.5851222 | 3911 | 3.5922878 |
| 3784 | 3.3779521 | 3848 | 3.5852351 | 3912 | 3.3923988 |
| 3785 | 3.3780659 | 3849 | 3.5853479 | 3913 | 3.5925098 |
| 3786 | 3.5781806 | 3850 | 3.5854607 | 3914 | 3.5926208 |
| 3787 | 3.5782953 | 3851 | 3.5855733 | 3915 | 3.5927318 |
| 3788 | 3.5784100 | 3852 | 3.5856863 | 3916 | 3.5928427 |
| 3789 | 3.5785246 | 3853 | 3.5857990 | 3917 | 3.5929536 |
| 3790 | 3.5785392 | 3854 | 3.5859117 | 3918 | 3.5930644 |
| 3791 | 3.5787538 | 3855 | 3.5860244 | 3919 | 3.5931753 |
| 3792 | 3.3788683 | 3856 | 3.5861370 | 3920 | 3.5932861 |
| 3793 | 3.5789828 | 3857 | 3.5862496 | 3921 | 3.5933968 |
| 3794 | 3.5790973 | 3858 | 3.5863628 | 3922 | 3.5935076 |
| 3795 | 3.3792118 | 3859 | 3.5864748 | 3923 | 3.5936183 |
| 3796 | 3.5793262 | 3860 | 3.5865873 | 3924 | 3.5937290 |
| 3797 | 3.5794406 | 3861 | 3.5866998 | 3925 | 3.5938397 |
| 3798 | 3.5795550 | 3862 | 3.5868123 | 3926 | 3.5939503 |
| 3799 | 3.5796693 | 3863 | 3.5869247 | 3927 | 3.5940609 |
| 3800 | 3.5797836 | 3664 | 3.5870372 | 3928 | 3.5941715 |
| 3801 | 3.5798979 | 3865 | 3.5871495 | 3929 | 1.5942820 |
| 3802 | 3.5800121 | 3866 | 3.5872618 | 3930 | 3.5943925 |
| 3803 | 3.5801263 | 3887 | 3.5873742 | 3931 | 3.5945030 |

| N | Logarit. | N. | Logarit. | N | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 3931 | 3.5945030 | 3995 | 3.6015168 | 4059 | 3.6084190 |
| 3932 | 3.5946135 | 3996 | 3.6016255 | 4060 | 3.6085260 |
| 3933 | 3.5947239 | 3997 | 3.6017341 | 4061 | 3.6086330 |
| 3934 | 3.5948344 | 3998 | 3.6018428 | 4062 | 3.6087399 |
| 3935 | 3.5949447 | 3999 | 3.6019514 | 4063 | 3.6088468 |
| 3936 | 3.5950551 | 4000 | 3.6020600 | 4064 | 3.6089537 |
| 3937 | 3.5951654 | 4001 | 3.6021685 | 4065 | 3.6090605 |
| 3938 | 3.5952757 | 4002 | 3.6022771 | 4066 | 3.6091674 |
| 3939 | 3.5953860 | 4003 | 3.6023858 | 4067 | 3.6092742 |
| 3940 | 3.5954962 | 4004 | 3.6024941 | 4068 | 3.6093809 |
| 3941 | 3.5956064 | 4005 | 3.6026025 | 4069 | 3.6094877 |
| 3942 | 3.5957166 | 4006 | 3.6027109 | 4070 | 3.6095944 |
| 3943 | 3.5958268 | 4007 | 3.6028193 | 4071 | 3.6097011 |
| 3944 | 3.5959369 | 4008 | 3.6029277 | 4072 | 3.6098078 |
| 3945 | 3.5980470 | 4009 | 3.6030361 | 4073 | 3.6099144 |
| 3946 | 3.5961571 | 4010 | 3.6031444 | 4074 | 3.6100210 |
| 3947 | 3.5962871 | 4611 | 3.6032527 | 4075 | 3.6101276 |
| 3948 | 3.5963771 | 4012 | 3.8033609 | 4076 | 3.6102342 |
| 3949 | 3.5964871 | 4013 | 3.6034692 | 4077 | 3.6103407 |
| 3950 | 3.5965971 | 4014 | 3.6035774 | 4078 | 3.6104472 |
| 3951 | 3.5967070 | 4015 | 3.6036855 | 4079 | 3.6105537 |
| 3952 | 3.5968169 | 4016 | 3.6037937 | 4080 | 3.6106602 |
| 6953 | 3.5969268 | 4017 | 3.6039018 | 4081 | 3.6107668 |
| 3954 | 3.5970367 | 4018 | 3.6040099 | 4082 | 3.6108730 |
| 3955 | 3.5971465 | 4019 | 3.6041180 | 4083 | 3.6109794 |
| 3956 | 3.5972563 | 4020 | 3.6042261 | 4084 | 3.8110857 |
| 3957 | 3.5973660 | 4021 | 3.6043341 | 4085 | 9.6111921 |
| 3958 | 3.5974758 | 4022 | 3.6044421 | 4086 | 3.6112984 |
| 3959 | 3.5975855 | 4323 | 3.6045500 | 4087 | 3.6114046 |
| 3960 | 3.5976952 | 4024 | 1.6046580 | 4088 | 3.6115109 |
| 3981 | 3.5978048 | 4025 | 3.6047659 | 4089 | 3.6116171 |
| 3962 | 3.5979145 | 4026 | 3.6048738 | 4090 | 3.6117233 |
| 3963 | 3.5960241 | 4027 | 3.8049818 | 4891 | 3.6118295 |
| 3964 | 3.5981136 | 4028 | 3.6050895 | 4092 | 3.6119356 |
| 3965 | 3.5982432 | 4029 | 3.6051973 | 4093 | 3.6120417 |
| 3966 | 3.5983527 | 4030 | 3.6053050 | 4094 | 3.6121478 |
| 3967 | 3.5984622 | 4031 | 3.6054128 | 4095 | 3.6122539 |
| 3968 | 3.5985717 | 4032 | 3.6055205 | 4096 | 3.6123599 |
| 3969 | 3.5986812 | 4033 | 3.6056282 | 4097 | 3.6124660 |
| 3970 | 3.5987905 | 4034 | 3.6057359 | 4098 | 3.6125720 |
| 3972 | 3.5988999 | 4035 | 3.6058435 | 4099 | 3.6126779 |
| 3972 | 3.5990092 | 4036 | 3.6059512 | 4100 | 3.6127839 |
| 3973 | 3.5991186 | 4037 | 3.6060587 | 4101 | 3.6128898 |
| 3974 | 3.5992279 | 4038 | 3.8061683 | 4102 | 3.6129957 |
| 3975 | 3.5993371 | 4039 | 3.6062738 | 4103 | 3.6131015 |
| 3976 | 3.5994464 | 4040 | 3.6063814 | 4104 | 3.6132073 |
| 3977 | 3.5995556 | 4041 | 3.6064888 | 4105 | 3.6133132 |
| 3978 | 3.5996648 | 4042 | 3.6065963 | 4106 | 3.6134189 |
| 3979 | 3.5997739 | 4043 | 3.6067037 | 4107 | 3.6135247 |
| 3980 | 3.5998831 | 4044 | 3.6068111 | 4108 | 3.6136304 |
| 3981 | 3.5999922 | 4045 | 3.6069185 | 4109 | 3.6137361 |
| 3982 | 3.6001013 | 4046 | 3.6070259 | 4110 | 3.6138418 |
| 3983 | 3.6002103 | 4047 | 3.6071332 | 4112 | 3.6139475 |
| 3984 | 3.6003193 | 4048 | 3.6072405 | 4112 | 3.6140531 |
| 3985 | 3.6004283 | 4049 | 3.6073478 | 4113 | 3.6141587 |
| 3986 | 3.6005373 | 4050 | 3.8074550 | 4114 | 3.6142643 |
| 3987 | 3.6006462 | 4051 | 3.6075622 | 4115 | 3.6143698 |
| 3988 | 3.6007551 | 4052 | 3.6076694 | 4116 | 3.6144754 |
| 3989 | 3.6008640 | 4053 | 3.6077786 | 4117 | 3.6145809 |
| 3990 | 3.6009729 | 4054 | 3.6078837 | 4118 | 3.6146863 |
| 3991 | 3.6010817 | 4053 | 3.8079909 | 4119 | 3.6147918 |
| 3992 | 3.6011905 | 4056 | 3.6080979 | 4120 | 3.6148972 |
| 3993 | 3.6012993 | 4057 | 3.6082050 | 4121 | 3.6150026 |
| 3994 | 3.6014080 | 4058 | 3.6083120 | 4122 | 3.6151080 |
| 3995 | 3.6015168 | 4059 | 3.6084190 | 4123 | 3.6152133 |

| N. | Logarit. | N | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 4124 | 3.6153187 | 4188 | 3.6220067 | 4252 | 3.6285933 |
| 4125 | 3.6154240 | 4189 | 3.6221104 | 4253 | 3.6286954 |
| 4126 | 3.6155292 | 4190 | 3.6222140 | 4254 | 3.6287975 |
| 4127 | 3.6156345 | 4191 | 3.6223177 | 4255 | 3.6288996 |
| 4128 | 3.6157397 | 4192 | 3.6224213 | 4256 | 3.6290016 |
| 4129 | 3.6158449 | 4193 | 3.6225249 | 4257 | 3.6291036 |
| 4130 | 3.6159501 | 4194 | 3.6226284 | 4258 | 3.6292057 |
| 4131 | 3.6160552 | 4195 | 3.6227320 | 4259 | 3.6293076 |
| 4132 | 3.6161603 | 4196 | 3.6228355 | 4260 | 3.6294096 |
| 4133 | 3.6162654 | 4197 | 3.6229390 | 4261 | 3.6295115 |
| 4134 | 3.6163705 | 4198 | 3.6230424 | 4262 | 3.6296134 |
| 4135 | 3.6164755 | 4199 | 3.6231459 | 4263 | 3.6297153 |
| 4136 | 3.6165805 | 4200 | 3.6232493 | 4264 | 3.6298172 |
| 4137 | 3.6166855 | 4201 | 3.6233527 | 4265 | 3.6299190 |
| 4138 | 3.6167905 | 4202 | 3.6234560 | 4266 | 3.6300208 |
| 4139 | 3.6168954 | 4203 | 3.6235594 | 4267 | 3.6301226 |
| 4140 | 3.6170003 | 4204 | 3.6236627 | 4268 | 3.6302244 |
| 4141 | 3.6171052 | 4205 | 3.6237660 | 4269 | 3.6303262 |
| 4142 | 3.6172101 | 4206 | 3.6238693 | 4270 | 3.6304279 |
| 4143 | 3.6173149 | 4207 | 3.6239725 | 4271 | 3.6305296 |
| 4144 | 3.6174197 | 4208 | 3.6240757 | 4172 | 3.6306312 |
| 4145 | 3.6175245 | 4209 | 3.6241789 | 4273 | 3.6307329 |
| 4146 | 3.6176293 | 4210 | 3.6242821 | 4274 | 3.6308345 |
| 4147 | 3.6177340 | 4211 | 3.6243852 | 3275 | 3.6309361 |
| 4148 | 3.6178387 | 4212 | 3.6244844 | 4276 | 3.6310377 |
| 4149 | 3.6179434 | 4213 | 3.6245915 | 4277 | 3.6311392 |
| 4150 | 3.6180481 | 4214 | 3.6246945 | 4278 | 3.6312408 |
| 4151 | 3.6181527 | 4215 | 3.6247976 | 4279 | 3.6313423 |
| 4152 | 3.6182573 | 4216 | 3.6249006 | 4280 | 3.6314438 |
| 4153 | 3.6183619 | 4217 | 3.6250036 | 4281 | 3.6315452 |
| 4154 | 3.6184665 | 4218 | 3.6251066 | 4282 | 3.6316467 |
| 4155 | 3.6185710 | 4219 | 3.6252095 | 4283 | 3.6317481 |
| 4156 | 3.6186755 | 4220 | 3.6253124 | 4284 | 3.6318495 |
| 4157 | 3.6187800 | 4221 | 3.6254153 | 4285 | 3.6319508 |
| 4158 | 3.6188845 | 4222 | 3.6255182 | 4286 | 3.6320522 |
| 4159 | 3.6189889 | 4223 | 3.6256211 | 4287 | 3.6321535 |
| 4160 | 3.6190933 | 4224 | 3.6257239 | 4288 | 3.6322548 |
| 4161 | 3.6191977 | 4225 | 3.6258267 | 4189 | 3.6323560 |
| 4162 | 3.6193021 | 4226 | 3.6259295 | 4290 | 3.6324573 |
| 4163 | 3.6194064 | 4227 | 3.6260322 | 4291 | 3.6325585 |
| 4164 | 3.6195107 | 4228 | 3.6261350 | 4292 | 3.6326597 |
| 4165 | 3.6196150 | 4229 | 3.6262377 | 4293 | 3.6327609 |
| 4166 | 3.6197193 | 4230 | 3.6263404 | 4294 | 3.6328620 |
| 4167 | 3.6198235 | 4231 | 3.6264430 | 4295 | 3.6329632 |
| 4168 | 3.6199277 | 4232 | 3.6265457 | 4296 | 3.6330643 |
| 4169 | 3.6200319 | 4233 | 3.6266483 | 4297 | 3.6331653 |
| 4170 | 3.6201360 | 4234 | 3.6267509 | 4298 | 3.6332664 |
| 4171 | 3.6202402 | 4235 | 3.6268534 | 4294 | 3.6333674 |
| 4172 | 3.6203443 | 4236 | 3.6269559 | 4300 | 3.6334685 |
| 4173 | 3.6204484 | 4237 | 3.6270585 | 4301 | 3.6335694 |
| 4174 | 3.6205524 | 8238 | 3.6271610 | 4302 | 3.6336704 |
| 4175 | 3.6206565 | 4239 | 3.6272634 | 4303 | 3.6337713 |
| 4276 | 3.6207605 | 4240 | 3.6273659 | 4304 | 3.6338723 |
| 4177 | 3.6208645 | 4241 | 3.6274683 | 4305 | 3.6339732 |
| 4178 | 3.6209684 | 4242 | 3.6275707 | 4306 | 3.6340740 |
| 4179 | 3.6210724 | 4243 | 3.6276730 | 4307 | 3.6341749 |
| 4180 | 3.6211763 | 4244 | 3.6277754 | 4308 | 3.6342757 |
| 4181 | 3.6212802 | 4245 | 3.6278777 | 4309 | 3.6343765 |
| 4182 | 3.6213840 | 4246 | 3.6279800 | 4310 | 3.6344773 |
| 4183 | 3.6214879 | 4247 | 3.6280823 | 4311 | 3.6345780 |
| 4184 | 3.6215917 | 4248 | 3.6281845 | 4312 | 3.6346788 |
| 4185 | 3.6216955 | 4249 | 3.6282867 | 4313 | 3.6347795 |
| 4186 | 3.6217992 | 4250 | 3.6283889 | 4314 | 3.6348801 |
| 4187 | 3.6219030 | 4251 | 3.6284911 | 4315 | 3.6349808 |
| 4188 | 3.6220067 | 4252 | 3.6285933 | 4316 | 3.6350814 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 4316 | 3.6350814 | 4380 | 3.6414741 | 4444 | 3.6477740 |
| 4317 | 3.6351820 | 4381 | 3.6415733 | 4445 | 3.6478718 |
| 4318 | 3.6352826 | 4382 | 3.6416724 | 4446 | 3.6479695 |
| 4319 | 3.6353832 | 4383 | 3.6417715 | 4447 | 3.6480671 |
| 4320 | 3.6354837 | 4384 | 3.6418705 | 4448 | 3.6481648 |
| 4321 | 3.6355843 | 4385 | 3.6419696 | 4449 | 3.6482624 |
| 4322 | 3.6356848 | 4386 | 3.6420686 | 4450 | 3.6483600 |
| 4323 | 3.6357852 | 4387 | 3.6421676 | 4451 | 3.6484576 |
| 4324 | 3.6358857 | 4388 | 3.6422666 | 4452 | 3.6485552 |
| 4325 | 3.6359861 | 4389 | 3.6423656 | 4453 | 3.6486527 |
| 4326 | 3.6360865 | 4390 | 3.6424645 | 4454 | 3.6487502 |
| 4327 | 3.6361869 | 4391 | 3.6425634 | 4455 | 3.6488477 |
| 4328 | 3.6362872 | 4392 | 3.6426623 | 4456 | 3.6489452 |
| 4329 | 3.6363876 | 4393 | 3.6427612 | 4457 | 3.6490426 |
| 4330 | 3.6364879 | 4394 | 3.6428601 | 4458 | 3.6491402 |
| 4331 | 3.6365882 | 4295 | 3.6429589 | 4459 | 3.6492375 |
| 4332 | 3.6366884 | 4396 | 3.6430577 | 4460 | 3.6493349 |
| 4333 | 3.6367887 | 4397 | 3.6431565 | 4461 | 3.6494322 |
| 4334 | 3.6368889 | 4398 | 3.6432552 | 4462 | 3.6495296 |
| 4335 | 3.6369891 | 4399 | 3.6433540 | 4463 | 3.6496269 |
| 4336 | 3.6370893 | 4400 | 3.6434527 | 4464 | 3.6497242 |
| 4337 | 3.6371894 | 4401 | 3.6435514 | 4465 | 3.6498215 |
| 4338 | 3.6372895 | 4402 | 3.6436500 | 4466 | 3.6499187 |
| 4339 | 3.6373896 | 4403 | 3.6437487 | 4467 | 3.6500160 |
| 4340 | 3.6374897 | 4404 | 3.6438473 | 4468 | 3.6501132 |
| 4341 | 3.6375898 | 4405 | 3.6439459 | 4469 | 3.6502104 |
| 4342 | 3.6376898 | 4406 | 3.6440445 | 4470 | 3.6503075 |
| 4343 | 3.6377898 | 4407 | 3.6441430 | 4471 | 3.6504047 |
| 4344 | 3.6378898 | 4408 | 3.6442416 | 4472 | 3.6505018 |
| 4345 | 3.6379898 | 4409 | 3.6443401 | 4473 | 3.6505989 |
| 4346 | 3.6380897 | 4410 | 3.6444386 | 4474 | 3.6506960 |
| 4347 | 3.6381896 | 4411 | 3.6445371 | 4475 | 3.6507930 |
| 4348 | 3.6382895 | 4412 | 3.6446355 | 4476 | 3.6508902 |
| 4349 | 3.6383894 | 4413 | 3.6447339 | 4477 | 3.6509871 |
| 4350 | 3.6384893 | 4414 | 3.6448323 | 4478 | 3.6510841 |
| 4351 | 3.6385891 | 4415 | 3.6449307 | 4479 | 3.6511811 |
| 4352 | 3.6386889 | 4416 | 3.6450291 | 4480 | 3.6512780 |
| 4353 | 3.6387887 | 4417 | 3.6451274 | 4481 | 3.6513749 |
| 4354 | 3.6388884 | 4418 | 3.6452257 | 4482 | 3.6514719 |
| 4355 | 3.6389882 | 4419 | 3.6453240 | 4483 | 3.6515687 |
| 4356 | 3.6390879 | 4420 | 3.6454223 | 4484 | 3.6516656 |
| 4357 | 3.6391876 | 4421 | 3.6455205 | 4485 | 3.6517624 |
| 4358 | 3.6392872 | 4422 | 3.6456187 | 4486 | 3.6518593 |
| 4359 | 3.6393869 | 4423 | 3.6457169 | 4487 | 3.6519561 |
| 4360 | 3.6394865 | 4424 | 3.6458151 | 4488 | 3.6520528 |
| 4361 | 3.6395861 | 4425 | 3.6459133 | 4489 | 3.6521496 |
| 4362 | 3.6396857 | 4426 | 3.6460114 | 4490 | 3.6522463 |
| 4363 | 3.6397852 | 4427 | 3.6461095 | 4491 | 3.6523430 |
| 4364 | 3.6398847 | 4428 | 3.6462076 | 4492 | 3.6524397 |
| 4365 | 3.6399842 | 4429 | 3.6463057 | 4493 | 3.6525364 |
| 4366 | 3.6400837 | 4430 | 3.6464037 | 4494 | 3.6526331 |
| 4367 | 3.6401832 | 4431 | 3.6465017 | 4495 | 3.6527297 |
| 4368 | 3.6402826 | 4432 | 3.6465997 | 4496 | 3.6528263 |
| 4369 | 3.6403820 | 4433 | 3.6466977 | 4497 | 3.6529229 |
| 4370 | 3.6404814 | 4434 | 3.6467957 | 4498 | 3.6530195 |
| 4371 | 3.6405808 | 4435 | 3.6468936 | 4499 | 3.6531160 |
| 4372 | 3.6406802 | 4436 | 3.6469915 | 4500 | 3.6532125 |
| 4373 | 3.6407795 | 4437 | 3.6470894 | 4501 | 3.6533090 |
| 4374 | 3.6408788 | 4438 | 3.6471873 | 4502 | 3.6534055 |
| 4375 | 3.6409781 | 4439 | 3.6472851 | 4503 | 3.6535019 |
| 4376 | 3.6410773 | 4440 | 3.6473830 | 4504 | 3.6535984 |
| 4377 | 3.6411765 | 4441 | 3.6474808 | 4505 | 3.6536948 |
| 4378 | 3.6412758 | 4442 | 3.6475785 | 4506 | 3.6537912 |
| 4379 | 3.6413749 | 4443 | 3.6476763 | 4307 | 3.6538876 |
| 4380 | 3.6414741 | 4444 | 3.6477740 | 4508 | 3.6539839 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 4508 | 3.6539839 | 4572 | 4.6601062 | 4636 | 3.6661434 |
| 4509 | 3.6540802 | 4573 | 3.6602012 | 4637 | 3.6662371 |
| 4510 | 3.6541765 | 4574 | 3.6602962 | 4638 | 3.6663307 |
| 4511 | 3.6542728 | 4575 | 3.6603911 | 4639 | 3.6664244 |
| 4512 | 3.6543691 | 4576 | 3.6604860 | 4640 | 3.6665180 |
| 4513 | 3.6544653 | 4577 | 3.6605809 | 4641 | 3.6666116 |
| 4514 | 3.6545616 | 4578 | 3.6606758 | 4642 | 3.6667051 |
| 4515 | 3.6546578 | 4579 | 3.6607706 | 4643 | 3.6667987 |
| 4516 | 3.6547539 | 4580 | 3.6608655 | 4644 | 3.6668922 |
| 4517 | 3.6548501 | 4581 | 3.6609603 | 4645 | 3.6669857 |
| 4518 | 3.9549462 | 4582 | 3.6610551 | 4646 | 3.6670792 |
| 4519 | 3.6550423 | 4583 | 3.6711499 | 4647 | 3.6671727 |
| 4520 | 3.6551384 | 4584 | 3.6612446 | 4648 | 3.6672661 |
| 4521 | 3.6552345 | 4585 | 3.6613393 | 4649 | 3.6673595 |
| 4522 | 3.6553306 | 4586 | 3.6614340 | 4650 | 3.6674530 |
| 4523 | 3.6554266 | 4587 | 3.6615287 | 4651 | 3.6675463 |
| 4524 | 3.6555226 | 4588 | 3.6616234 | 4652 | 3.6676397 |
| 4525 | 3.6556186 | 4589 | 3.6617181 | 4653 | 3.6677331 |
| 4526 | 3.6557145 | 4590 | 3.6618127 | 4654 | 3.6678264 |
| 4527 | 3.6558105 | 4591 | 3.6619073 | 4655 | 3.6679197 |
| 4528 | 3.6559064 | 4992 | 3.6620019 | 4656 | 3.6680130 |
| 4529 | 3.6560023 | 4593 | 3.6620964 | 4657 | 3.6681062 |
| 4530 | 3.6560982 | 4594 | 3.6621910 | 4658 | 3.6681995 |
| 4531 | 3.6561941 | 4595 | 3.6622855 | 4659 | 3.6682927 |
| 4532 | 3.6562899 | 4596 | 3.6623800 | 4660 | 3.6683859 |
| 4533 | 3.6563857 | 4597 | 3.6624745 | 4661 | 3.6684791 |
| 4534 | 3.6564815 | 4598 | 3.6625690 | 4662 | 3.6685723 |
| 4535 | 3.6565773 | 4599 | 3.6626634 | 4663 | 3.6686654 |
| 4536 | 3.6166730 | 4600 | 3.6627578 | 4664 | 3.6687585 |
| 4537 | 3.6567684 | 4601 | 3.6628522 | 4665 | 3.6688516 |
| 4538 | 3.6568645 | 4602 | 3.6629466 | 4666 | 3.6689447 |
| 4539 | 3.6569602 | 4603 | 3.6630410 | 4667 | 3.6690378 |
| 4540 | 3.6570559 | 4604 | 3.6631353 | 4668 | 3.6691308 |
| 4541 | 3.6571515 | 4605 | 3.6632296 | 4669 | 3.6692239 |
| 4542 | 3.6572471 | 4606 | 3.6633239 | 4670 | 3.6693169 |
| 4943 | 3.6573427 | 4607 | 3.6634182 | 4671 | 3.6694099 |
| 4544 | 3.6574383 | 4608 | 3.6635125 | 4672 | 3.6695028 |
| 4545 | 3.6575339 | 4609 | 3.6636067 | 4673 | 3.6695958 |
| 4546 | 3.6576294 | 4610 | 3.6637009 | 4674 | 3.6696887 |
| 4547 | 3.6577250 | 4611 | 3.6637951 | 4675 | 3.6697816 |
| 4548 | 3.6578205 | 4612 | 3.6638893 | 4676 | 3.6698745 |
| 4549 | 3.6579159 | 4613 | 3.6639835 | 4677 | 3.6699674 |
| 4550 | 3.6580114 | 4614 | 3.6640776 | 4678 | 3.6700602 |
| 4551 | 3.6581068 | 4615 | 3.6641717 | 4679 | 3.6701530 |
| 4552 | 3.6582023 | 4616 | 3.6642658 | 4680 | 3.6702459 |
| 4553 | 3.6582976 | 4617 | 3.6643599 | 4681 | 3.6703386 |
| 4554 | 2.6583930 | 4618 | 3.6644539 | 4682 | 3.6704314 |
| 4555 | 3.6584884 | 4619 | 3.6645480 | 4683 | 3.6705242 |
| 4556 | 3.6585837 | 4620 | 3.6646420 | 4684 | 3.6706169 |
| 4557 | 3.6586790 | 4621 | 3.6647360 | 4685 | 3.6707096 |
| 4558 | 3.6587743 | 4622 | 3.6648299 | 4686 | 3.6708023 |
| 4559 | 3.6588696 | 4623 | 3.6649239 | 4687 | 3.6708950 |
| 4360 | 3.6589648 | 4624 | 3.6650178 | 4688 | 3.6709876 |
| 4561 | 3.6590601 | 4225 | 3.6651117 | 4689 | 3.6710802 |
| 4562 | 3.6591553 | 4626 | 3.6652056 | 4690 | 3.6711728 |
| 4563 | 3.6592505 | 4627 | 3.6652995 | 4691 | 3.6712654 |
| 4564 | 3.5593456 | 4628 | 3.6653933 | 4692 | 3.6713580 |
| 4565 | 3.6594408 | 4629 | 3.6654872 | 4693 | 3.6714506 |
| 4566 | 3.6595359 | 4630 | 3.6655810 | 4694 | 3.6715431 |
| 4567 | 3.6596310 | 4631 | 3.6656748 | 4695 | 3.6716356 |
| 4568 | 3.6597261 | 4632 | 3.6657685 | 4696 | 3.6717281 |
| 4569 | 3.6598212 | 4633 | 3.6658623 | 4697 | 3.6718206 |
| 4570 | 3.6599162 | 4634 | 3.6659560 | 4698 | 3.6719130 |
| 4571 | 3.6600112 | 4635 | 3.6660497 | 4699 | 3.6720054 |
| 4572 | 3.6601062 | 4636 | 3.6661434 | 4700 | 3.6720979 |

| N | Logarit | N. | Logarit | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 4700 | 3.6720979 | 4764 | 3.6779718 | 4828 | 3.6837673 |
| 4701 | 3.6721903 | 4765 | 3.6780629 | 4829 | 3.6838572 |
| 4702 | 3.6722826 | 4766 | 3.6781540 | 4830 | 3.6839471 |
| 4703 | 3.6723750 | 4767 | 3.6782452 | 4831 | 3.6840370 |
| 4704 | 3.6724673 | 4768 | 3.6783362 | 4832 | 3.6841269 |
| 4705 | 3.6725596 | 4769 | 3.6784273 | 4833 | 3.6842168 |
| 4706 | 3.6726519 | 4770 | 3.6785184 | 4834 | 3.6843066 |
| 4707 | 3.6727442 | 4771 | 3.6786094 | 4835 | 3.6843965 |
| 4708 | 3.6728365 | 4772 | 3.6787004 | 4836 | 3.6844863 |
| 4709 | 3.6729287 | 4773 | 3.6787914 | 4837 | 3.6845761 |
| 4710 | 3.6730209 | 4774 | 3.6788824 | 4838 | 3.6646659 |
| 4711 | 3.6731131 | 4775 | 3.6789734 | 4839 | 3.6647556 |
| 4712 | 3.6732053 | 4776 | 3.6790643 | 4840 | 3.6848454 |
| 4713 | 3.6732974 | 4777 | 3.6791552 | 4841 | 3.6849351 |
| 4714 | 3.6733896 | 4778 | 3.6792461 | 4842 | 3.6850248 |
| 4715 | 3.6734817 | 4779 | 3.6793370 | 4843 | 3.6851145 |
| 4716 | 3.6735738 | 4780 | 3.6794279 | 4844 | 3.6852041 |
| 4717 | 3.6736659 | 4781 | 3.6795187 | 4845 | 3.6852938 |
| 4718 | 3.6737579 | 4782 | 3.6796096 | 4846 | 3.6853834 |
| 4719 | 3.6738500 | 4783 | 3.6797004 | 4847 | 3.6854730 |
| 4720 | 3.6739420 | 4784 | 3.6797912 | 4848 | 3.6855626 |
| 4721 | 3.6740340 | 4785 | 3.6798819 | 4849 | 3.6856522 |
| 4722 | 3.6741260 | 4786 | 3.6799727 | 4850 | 3.6857417 |
| 4723 | 3.6742179 | 4787 | 3.6800634 | 4851 | 3.6858313 |
| 4724 | 3.6743099 | 4788 | 3.6801541 | 4852 | 3.6859208 |
| 4725 | 3.6744018 | 4789 | 3.6802448 | 4853 | 3.6860103 |
| 4726 | 3.6744937 | 4790 | 3.6803355 | 4854 | 3.6860998 |
| 4727 | 3.6745856 | 4791 | 3.6804261 | 4855 | 3.6861892 |
| 4728 | 3.6746775 | 4792 | 3.6705168 | 4856 | 3.6862787 |
| 4729 | 3.6747693 | 4793 | 3.6806074 | 4857 | 3.6863681 |
| 4730 | 3.6748611 | 4794 | 3.6806980 | 4858 | 3.6864575 |
| 4731 | 3.6749529 | 4795 | 3.6807886 | 4859 | 3.6865469 |
| 4732 | 3.6750447 | 4796 | 3.6808792 | 4860 | 3.6866363 |
| 4733 | 3.6751365 | 4797 | 3.6809697 | 4861 | 3.6867256 |
| 4734 | 3.6752283 | 4798 | 3.6810602 | 4862 | 3.6868149 |
| 4735 | 3.6753200 | 4799 | 3.6811507 | 4863 | 3.6869042 |
| 4736 | 3.6754117 | 4800 | 3.6812412 | 4864 | 3.6869936 |
| 4737 | 3.6755034 | 4801 | 3.6813317 | 4865 | 3.6870828 |
| 4738 | 3.6755951 | 4802 | 3.6814222 | 4866 | 3.6871721 |
| 4739 | 3.6756867 | 4803 | 3.6815126 | 4867 | 3.6872613 |
| 4740 | 3.6757783 | 4804 | 9.6816030 | 4868 | 3.6873506 |
| 4741 | 3.6758700 | 4805 | 3.6816934 | 4869 | 3.6874398 |
| 4742 | 3.6759615 | 4806 | 3.6817838 | 4870 | 3.6875290 |
| 4743 | 3.6760531 | 4807 | 3.6818741 | 4871 | 3.6876181 |
| 4744 | 3.6761447 | 4808 | 3.6819645 | 4872 | 3.6877073 |
| 4745 | 3.6762362 | 4809 | 3.6820548 | 4873 | 3.6877964 |
| 4746 | 3.6763277 | 4810 | 3.6821451 | 4874 | 3.6878855 |
| 4747 | 3.6764192 | 4811 | 3.6822354 | 4875 | 3.6879746 |
| 4348 | 3.6765107 | 4812 | 3.6823256 | 4876 | 3.6880637 |
| 4749 | 3.6766022 | 4813 | 3.6824159 | 4877 | 3.6881528 |
| 4750 | 3.6766936 | 4814 | 3.6825061 | 4878 | 3.6882418 |
| 4751 | 3.6767850 | 4815 | 3.6825963 | 4879 | 3.6883308 |
| 4752 | 3.6768764 | 4816 | 3.6826865 | 4880 | 3.6884198 |
| 4753 | 3.6769678 | 4817 | 3.6827766 | 4881 | 3.6885088 |
| 4754 | 3.6770592 | 4818 | 3.6828668 | 4882 | 3.6885978 |
| 4755 | 3.6771505 | 2819 | 3.6829569 | 4883 | 3.6886867 |
| 4756 | 3.6772418 | 4820 | 3.6830470 | 4884 | 3.6887756 |
| 4757 | 3.6773332 | 4821 | 3.6831371 | 4885 | 3.6888646 |
| 4758 | 3.6774244 | 4822 | 3.6832272 | 4886 | 3.6889535 |
| 4759 | 3.6775157 | 4823 | 3.6833173 | 4887 | 3.6890423 |
| 4760 | 3.6776069 | 4824 | 3.6834073 | 4888 | 3.6891312 |
| 4761 | 3.6776981 | 4825 | 3.6834973 | 4889 | 3.6892200 |
| 4762 | 3.6777894 | 4826 | 3.6835873 | 4890 | 3.6893089 |
| 4763 | 3.6778806 | 4827 | 3.6836773 | 4891 | 3.6893977 |
| 4764 | 3.6779718 | 4828 | 3.6837673 | 4892 | 3.6894864 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 4892 | 3.6894864 | 4956 | 3.6951313 | 5020 | 3.7007037 |
| 4893 | 3.6895752 | 4957 | 3.6952189 | 5021 | 3.7007902 |
| 4894 | 3.6896640 | 4958 | 3.6953065 | 5022 | 3.7008767 |
| 4895 | 3.6897527 | 4959 | 3.6953941 | 5023 | 3.7009532 |
| 4896 | 3.6898414 | 4960 | 3.6954817 | 5024 | 3.7010496 |
| 4897 | 3.6899301 | 4961 | 3.6955692 | 5025 | 3.7011361 |
| 4898 | 3.6900188 | 4962 | 3.6956568 | 5026 | 3.7012225 |
| 4899 | 3.6901074 | 4963 | 3.6957443 | 5027 | 3.7013089 |
| 4900 | 3.6901961 | 4964 | 3.6958318 | 5028 | 3.7013953 |
| 4901 | 3.6902847 | 4965 | 3.6959193 | 5029 | 3.7014816 |
| 4902 | 3.6903733 | 4966 | 3.6960067 | 5030 | 3.7015680 |
| 4903 | 3.6904619 | 4967 | 3.6960942 | 5031 | 3.7016543 |
| 4904 | 3.6905505 | 4968 | 3.6961816 | 5032 | 3.7017406 |
| 4905 | 3.6906390 | 4969 | 3.6962690 | 5033 | 3.7018269 |
| 4906 | 3.6907275 | 4970 | 3.6963564 | 5034 | 3.7019132 |
| 4907 | 3.6908161 | 4971 | 3.6964438 | 5035 | 3.7019995 |
| 4908 | 3.6909046 | 4972 | 3.6965311 | 5036 | 3.7020857 |
| 4909 | 3.6909930 | 4973 | 3.6966185 | 5037 | 3.7021719 |
| 4910 | 3.6910815 | 4974 | 3.6967058 | 5038 | 3.7022582 |
| 4911 | 3.6911699 | 4975 | 3.6967931 | 5039 | 3.7023444 |
| 4912 | 3.6912584 | 4976 | 3.6968804 | 5040 | 3.7024305 |
| 4913 | 3.6913468 | 4977 | 3.6969676 | 5041 | 3.7025167 |
| 4914 | 3.6914352 | 4978 | 3.6970549 | 5042 | 3.7026028 |
| 4915 | 3.6915235 | 4979 | 3.6971421 | 5043 | 3.7026890 |
| 4916 | 3.6916119 | 4980 | 3.6972293 | 5044 | 3.7027751 |
| 4917 | 3.6917002 | 4981 | 3.6973165 | 5045 | 3.7028612 |
| 4918 | 3.6917885 | 4982 | 3.6974037 | 5046 | 3.7029472 |
| 4919 | 3.6918768 | 4983 | 3.6974909 | 5047 | 3.7030333 |
| 4920 | 3.6919651 | 4984 | 3.6975780 | 5048 | 3.7031193 |
| 4921 | 3.6920534 | 4985 | 3.6976652 | 5049 | 3.7032054 |
| 4922 | 3.6921416 | 4986 | 3.6977523 | 5050 | 3.7032914 |
| 4923 | 3.6922298 | 4987 | 3.6978394 | 5051 | 3.7033774 |
| 4924 | 3.6923180 | 4988 | 3.6979264 | 5052 | 3.7034633 |
| 4925 | 3.6924062 | 4989 | 3.6980135 | 5053 | 3.7035493 |
| 4926 | 3.6924944 | 4990 | 3.6981005 | 5054 | 3.7036352 |
| 4927 | 3.6925826 | 4991 | 3.6981876 | 5055 | 3.7037212 |
| 4928 | 3.6926707 | 4992 | 3.6982746 | 5056 | 3.7038071 |
| 4929 | 3.6927588 | 4993 | 3.6983616 | 5057 | 3.7038929 |
| 4930 | 3.6928469 | 4994 | 3.6984485 | 5058 | 3.7039788 |
| 4931 | 3.6929350 | 4995 | 3.6985355 | 5059 | 3.7040647 |
| 4932 | 3.6930231 | 4996 | 3.6986224 | 5060 | 3.7041505 |
| 4933 | 3.6931111 | 4997 | 3.6987093 | 5061 | 3.7042363 |
| 4934 | 3.6931991 | 4998 | 3.6987963 | 5062 | 3.7043221 |
| 4935 | 3.6932872 | 4999 | 3.6988831 | 5063 | 3.7044079 |
| 4936 | 3.6933752 | 5000 | 3.6989700 | 5064 | 3.7044937 |
| 4937 | 3.6934632 | 5001 | 3.6990569 | 5065 | 3.7045794 |
| 4938 | 3.6935511 | 5002 | 3.6991437 | 5066 | 3.7046652 |
| 4939 | 3.6936390 | 5003 | 3.6992305 | 5067 | 3.7047509 |
| 4940 | 3.6937269 | 5004 | 3.6993173 | 5068 | 3.7048366 |
| 4941 | 3.6938148 | 5005 | 3.6994041 | 5069 | 3.7049223 |
| 4942 | 3.6939027 | 5006 | 3.6994908 | 5070 | 3.7050080 |
| 4943 | 3.6939906 | 5007 | 3.6995776 | 5071 | 3.7050936 |
| 4944 | 3.6940785 | 5008 | 3.6996643 | 5072 | 3.7051792 |
| 4945 | 3.6941663 | 5009 | 3.6997510 | 5073 | 3.7052649 |
| 4946 | 3.6942541 | 5010 | 3.6998377 | 5074 | 3.7053505 |
| 4947 | 3.6943419 | 5011 | 3.6999244 | 5075 | 3.7054360 |
| 4948 | 3.6944297 | 5012 | 3.7000111 | 5076 | 3.7055216 |
| 4949 | 3.6945174 | 5013 | 3.7000977 | 5077 | 3.7056072 |
| 4950 | 3.6946052 | 5014 | 3.7001843 | 5078 | 3.7056927 |
| 4951 | 3.6946929 | 5015 | 3.7002709 | 5079 | 3.7057782 |
| 4952 | 3.6947806 | 5016 | 3.7003575 | 5080 | 3.7058637 |
| 4953 | 3.6948683 | 5017 | 3.7004441 | 5081 | 3.7059492 |
| 4954 | 3.6949560 | 5018 | 3.7005307 | 5082 | 3.7060347 |
| 4955 | 3.6950437 | 5019 | 3.7006172 | 5083 | 3.7061201 |
| 4956 | 3.6951313 | 5020 | 3.7007037 | 5084 | 3.7062055 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 5084 | 3.7062055 | 5148 | 3.7116385 | 5212 | 3.7170044 |
| 5085 | 3.7062910 | 5149 | 3.7117229 | 5213 | 3.7170877 |
| 5086 | 3.7053764 | 5150 | 3.7118072 | 5214 | 3.7172710 |
| 5087 | 3.7064617 | 5151 | 3.7118915 | 5215 | 3.7172543 |
| 5088 | 3.7065471 | 5152 | 3.7119759 | 5216 | 3.7173376 |
| 5089 | 3.7066324 | 5153 | 3.7120601 | 5217 | 3.7174208 |
| 5090 | 3.7067178 | 5154 | 3.7121444 | 5218 | 3.7175041 |
| 5091 | 3.7068031 | 5155 | 3.7122287 | 5219 | 3.7175873 |
| 5092 | 3.7068884 | 5156 | 3.7123129 | 5220 | 3.7176705 |
| 5093 | 3.7069737 | 5157 | 3.7123971 | 5221 | 3.7177537 |
| 5094 | 3.7070589 | 5158 | 3.7124813 | 5222 | 3.7178369 |
| 5095 | 3.7071442 | 5159 | 3.7125655 | 5223 | 3.7179200 |
| 5096 | 3.7072294 | 5160 | 3.7126497 | 5224 | 3.7180032 |
| 5097 | 3.7073146 | 5161 | 3.7127339 | 5225 | 3.7180863 |
| 5098 | 3.7073998 | 5162 | 3.7128180 | 5226 | 3.7181694 |
| 5099 | 3.7074850 | 5163 | 3.7129021 | 5227 | 3.7182525 |
| 5100 | 3.7075702 | 5164 | 3.7129862 | 5228 | 3.7183356 |
| 5101 | 3.7076553 | 5165 | 3.7130703 | 5229 | 3.7184186 |
| 5102 | 3.7077405 | 5166 | 3.7131544 | 5230 | 3.7185017 |
| 5103 | 3.7078256 | 5167 | 3.7132385 | 5231 | 3.7185847 |
| 5104 | 3.7079107 | 5168 | 3.7133225 | 5232 | 3.7186677 |
| 5105 | 3.7079957 | 5169 | 3.7134065 | 5233 | 3.7187507 |
| 5106 | 3.7080808 | 5170 | 3.7134905 | 5234 | 3.7188337 |
| 5107 | 3.7081659 | 5171 | 3.7135745 | 5235 | 3.7189167 |
| 5108 | 3.7082509 | 5172 | 3.7136585 | 5236 | 3.7189996 |
| 5109 | 3.7083359 | 5173 | 3.7137425 | 5237 | 3.7190826 |
| 5110 | 3.7084209 | 5174 | 3.7138264 | 5238 | 3.7191653 |
| 5111 | 3.7085059 | 5175 | 3.7139104 | 5239 | 3.7192484 |
| 5112 | 3.7085908 | 5176 | 3.7139943 | 5240 | 3.7193313 |
| 5113 | 3.7086758 | 5177 | 3.7140782 | 5241 | 3.7194142 |
| 5114 | 3.7087607 | 5178 | 3.7141620 | 5242 | 3.7194970 |
| 5115 | 3.7088456 | 5179 | 3.7142459 | 5243 | 3.7195799 |
| 5116 | 3.7089305 | 5180 | 3.7143298 | 5244 | 3.7196627 |
| 5117 | 3.7090154 | 5181 | 3.7144136 | 5245 | 3.7197455 |
| 5118 | 3.7091003 | 5182 | 3.7144974 | 5246 | 3.7198283 |
| 5119 | 3.7091851 | 5183 | 3.7145812 | 5247 | 3.7199111 |
| 5120 | 3.7092700 | 5184 | 3.7146650 | 5248 | 3.7199938 |
| 5121 | 3.7093548 | 5185 | 3.7147488 | 5249 | 3.7200766 |
| 5122 | 3.7094396 | 5186 | 3.7148325 | 5250 | 3.7201593 |
| 5123 | 3.7095244 | 5187 | 3.7149162 | 5251 | 3.7202420 |
| 5124 | 3.7096091 | 5188 | 3.7150000 | 5252 | 3.7103247 |
| 5125 | 3.7096939 | 5189 | 3.7150837 | 5253 | 3.7204074 |
| 5126 | 3.7097786 | 5190 | 3.7151674 | 5254 | 3.7204900 |
| 5127 | 3.7098633 | 5191 | 3.7152510 | 5255 | 3.7205727 |
| 5128 | 3.7099480 | 5192 | 3.7153347 | 5256 | 3.7206554 |
| 5129 | 3.7100327 | 5193 | 3.7154183 | 5257 | 3.7207380 |
| 5130 | 3.7101174 | 5194 | 3.7155019 | 5258 | 3.7208206 |
| 5131 | 3.7102020 | 5195 | 3.7155856 | 5259 | 3.7209032 |
| 5132 | 3.7102866 | 5196 | 3.7156691 | 5260 | 3.7209857 |
| 5133 | 3.7103713 | 5197 | 3.7157527 | 5261 | 3.7210683 |
| 5134 | 3.7904559 | 5198 | 3.7158363 | 5262 | 3.7211508 |
| 5135 | 3.7105404 | 5199 | 3.7159198 | 5263 | 3.7212334 |
| 5136 | 3.7106250 | 5200 | 3.7160033 | 5264 | 3.7213159 |
| 5137 | 3.7107096 | 5201 | 3.7160829 | 5265 | 3.7213984 |
| 5138 | 3.7107941 | 5202 | 3.7161703 | 5266 | 3.7214809 |
| 5139 | 3.7108786 | 5203 | 3.7162538 | 5267 | 3.7215633 |
| 5140 | 3.7109631 | 5204 | 3.7163373 | 5268 | 3.7216458 |
| 5141 | 3.7110476 | 5205 | 3.7164207 | 5269 | 3.7217282 |
| 5142 | 3.7111321 | 5206 | 3.7165042 | 5270 | 3.7218106 |
| 5143 | 3.7112165 | 5207 | 3.7165876 | 5271 | 3.7218930 |
| 5144 | 3.7113010 | 5208 | 3.7166710 | 5272 | 3.7219754 |
| 5145 | 3.7113854 | 5209 | 3.7167544 | 5273 | 3.7220578 |
| 5146 | 3.7114698 | 5210 | 3.7168377 | 5274 | 3.7221401 |
| 5147 | 3.7115542 | 5211 | 3.7169211 | 5275 | 3.7222225 |
| 5148 | 3.7116385 | 5212 | 3.7170044 | 5276 | 3.7223048 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 5276 | 3.7223048 | 5340 | 3.7275413 | 5404 | 3.7327155 |
| 5277 | 3.7223871 | 5341 | 3.7276226 | 5405 | 3.7327957 |
| 5278 | 3.7224694 | 5342 | 3.7277039 | 5406 | 3.7328760 |
| 5279 | 3.7225517 | 5343 | 3.7277852 | 5407 | 3.7329564 |
| 5280 | 3.7226339 | 5344 | 3.7278664 | 5408 | 3.7330367 |
| 5281 | 3.7227162 | 5345 | 3.7279477 | 5409 | 3.7331170 |
| 5282 | 3.7227984 | 5346 | 3.7280290 | 5410 | 3.7331973 |
| 5283 | 3.7228805 | 5347 | 3.7281102 | 5411 | 3.7332775 |
| 5284 | 3.7229628 | 5348 | 3.7281914 | 5412 | 3.7333578 |
| 5285 | 3.7230450 | 5349 | 3.7282726 | 5413 | 3.7334380 |
| 5286 | 3.7231272 | 5350 | 3.7283538 | 5414 | 3.7335182 |
| 5287 | 3.7232093 | 5351 | 3.7284349 | 5415 | 3.7335985 |
| 5288 | 3.7232914 | 5352 | 3.7285161 | 5416 | 3.7336787 |
| 5289 | 3.7233736 | 5353 | 3.7285972 | 5417 | 3.7337588 |
| 5290 | 3.7234557 | 5354 | 3.7286784 | 5418 | 3.7338350 |
| 5291 | 3.7235378 | 5355 | 3.7287595 | 5419 | 3.7339191 |
| 5292 | 3.7236198 | 5356 | 3.7288406 | 5420 | 3.7339993 |
| 5293 | 3.7237019 | 5357 | 3.7289216 | 5421 | 3.7340794 |
| 5294 | 3.7237839 | 5358 | 3.7290027 | 5422 | 3.7341595 |
| 5295 | 3.7238660 | 5359 | 3.7290838 | 5423 | 3.7342395 |
| 5295 | 3.7239480 | 5360 | 3.7291648 | 5424 | 3.7343197 |
| 5297 | 3.7240300 | 5361 | 3.7292458 | 5425 | 3.7343997 |
| 5298 | 3.7241120 | 5362 | 3.7293268 | 5426 | 3.7344798 |
| 5299 | 3.7241939 | 5363 | 3.7294078 | 5427 | 3.7345598 |
| 5300 | 3.7242759 | 5364 | 3.7294888 | 5428 | 3.7346398 |
| 5301 | 3.7243578 | 5365 | 3.7295697 | 5429 | 3.7347198 |
| 5302 | 3.7244397 | 5366 | 3.7296507 | 5430 | 3.7347998 |
| 5303 | 3.7245216 | 5367 | 3.7297316 | 5431 | 3.7348798 |
| 5304 | 3.7246035 | 5368 | 3.7298125 | 5432 | 3.7349598 |
| 5305 | 3.7246854 | 5369 | 3.7298934 | 5433 | 3.7350397 |
| 5306 | 3.7247672 | 5370 | 3.7299743 | 5434 | 3.7351196 |
| 5307 | 3.7248491 | 5371 | 3.7300551 | 5435 | 3.7351995 |
| 5308 | 3.7249309 | 5372 | 3.7301360 | 5436 | 3.7352794 |
| 5309 | 3.7250127 | 5373 | 3.7302168 | 5437 | 3.7353593 |
| 5310 | 3.7250945 | 5374 | 3.7302977 | 5438 | 3.7354392 |
| 5311 | 3.7251763 | 5375 | 3.7303785 | 5439 | 3.7355191 |
| 5312 | 3.7252581 | 5376 | 3.7304593 | 5440 | 3.7355989 |
| 5313 | 3.7253398 | 5377 | 3.7305400 | 5441 | 3.7356787 |
| 5314 | 3.7254215 | 5378 | 3.7306108 | 5442 | 3.7357585 |
| 5315 | 3.7255033 | 5379 | 3.7307015 | 5443 | 3.7358383 |
| 5316 | 3.7255850 | 5380 | 3.7307823 | 5444 | 3.7359181 |
| 5317 | 3.7256667 | 5381 | 3.7308630 | 5445 | 3.7359979 |
| 5318 | 3.7257483 | 5382 | 3.7309437 | 5446 | 3.7360776 |
| 5319 | 3.7258300 | 5383 | 3.7310244 | 5447 | 3.7361574 |
| 5320 | 3.7259116 | 5384 | 3.7311051 | 5448 | 3.7362371 |
| 5321 | 3.7159933 | 5385 | 3.7311857 | 5449 | 3.7363168 |
| 5322 | 3.7260749 | 5386 | 3.7312663 | 5450 | 3.7363965 |
| 5323 | 3.7261563 | 5387 | 3.7313470 | 5451 | 3.7364762 |
| 5324 | 3.7262380 | 5388 | 3.7314276 | 9452 | 3.7365558 |
| 5325 | 3.7263196 | 5389 | 3.7315082 | 5453 | 3.7366355 |
| 5326 | 3.7264011 | 5390 | 3.7315888 | 5454 | 3.7367141 |
| 5327 | 3.7264817 | 5391 | 3.7316693 | 5455 | 3.7367948 |
| 5328 | 3.7265642 | 5392 | 3.7317499 | 5456 | 3.7368744 |
| 5329 | 3.7266457 | 5393 | 3.7318304 | 5457 | 3.7369540 |
| 5330 | 3.7267272 | 5394 | 3.7319109 | 5458 | 3.7370335 |
| 5331 | 3.7268087 | 5395 | 3.7319914 | 5459 | 3.7371131 |
| 5332 | 3.7268901 | 5396 | 3.7320719 | 5460 | 3.7371926 |
| 5333 | 3.7269816 | 5397 | 3.7321524 | 5461 | 3.7372722 |
| 5334 | 3.7170530 | 5398 | 3.7322329 | 5462 | 3.7373517 |
| 5335 | 3.7271344 | 5399 | 3.7323133 | 5463 | 3.7374312 |
| 5336 | 3.7272158 | 5400 | 3.7323938 | 5464 | 3.7375107 |
| 5337 | 3.7272972 | 5401 | 3.7324742 | 5465 | 3.7375901 |
| 5338 | 3.7273786 | 5402 | 3.7325546 | 5466 | 3.7376696 |
| 5339 | 3.7274599 | 5403 | 3.7326350 | 5467 | 3.7377491 |
| 5340 | 3.7275413 | 5404 | 3.7327153 | 5468 | 3.7378285 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 5468 | 3.7378285 | 5532 | 3.7428822 | 5596 | 3.7478777 |
| 5469 | 3.7379079 | 5533 | 3.7429607 | 5597 | 3.7479553 |
| 5470 | 3.7379873 | 5534 | 3.7430392 | 5598 | 3.7480319 |
| 5471 | 3.7380667 | 5535 | 3.7431176 | 5599 | 3.7481105 |
| 5472 | 3.7381461 | 5536 | 3.7431961 | 5600 | 3.7481880 |
| 5473 | 3.7382254 | 5537 | 3.7432745 | 5601 | 3.7482656 |
| 5474 | 3.7383048 | 5538 | 3.7433530 | 5602 | 3.7483431 |
| 5475 | 3.7383841 | 5539 | 3.7434314 | 5603 | 3.7484206 |
| 5476 | 3.7384634 | 5540 | 3.7435098 | 5604 | 3.7484981 |
| 5477 | 3.7385427 | 5541 | 3.7435881 | 5605 | 3.7485756 |
| 5478 | 3.7386220 | 5542 | 3.7436665 | 5606 | 3.7486531 |
| 5479 | 3.7387013 | 5543 | 3.7437449 | 5607 | 3.7487306 |
| 5480 | 3.7387806 | 5544 | 3.7438232 | 5608 | 3.7488080 |
| 5481 | 3.7388598 | 5545 | 3.7439015 | 5609 | 3.7488854 |
| 5482 | 3.7389390 | 5546 | 3.7439799 | 5610 | 3.7489629 |
| 5483 | 3.7390182 | 5547 | 3.7440582 | 5611 | 3.7490403 |
| 5484 | 3.7390974 | 5548 | 3.7441365 | 5612 | 3.7491177 |
| 5485 | 3.7391766 | 5549 | 3.7442147 | 5613 | 3.7491950 |
| 5486 | 3.7392558 | 5550 | 3.7442930 | 5214 | 3.7492724 |
| 5487 | 3.7393350 | 5551 | 3.7443712 | 5615 | 3.7493498 |
| 5488 | 3.7394141 | 5552 | 3.7444495 | 5616 | 3.7494271 |
| 5489 | 3.7394932 | 5553 | 3.7445277 | 5617 | 3.7495044 |
| 5490 | 3.7395724 | 5554 | 3.7446059 | 5618 | 3.7495817 |
| 5491 | 3.7396514 | 5555 | 3.7446841 | 5619 | 3.7496590 |
| 5492 | 3.7397305 | 5556 | 3.7447622 | 5620 | 3.7497363 |
| 5493 | 3.7398096 | 5557 | 3.7448404 | 5621 | 3.7498136 |
| 5494 | 3.7398886 | 5558 | 3.7449185 | 5622 | 3.7498908 |
| 5495 | 3.7399677 | 5559 | 3.7449967 | 5623 | 3.7499681 |
| 5496 | 3.7400467 | 5560 | 3.7450748 | 5624 | 3.7500455 |
| 5497 | 3.7407257 | 5561 | 3.7451529 | 5625 | 3.7301225 |
| 5498 | 3.7402047 | 5562 | 3.7452310 | 5626 | 3.7501997 |
| 5499 | 3.7402837 | 5563 | 3.7433091 | 5627 | 3.7502369 |
| 5500 | 3.7403627 | 5564 | 3.7433871 | 5628 | 3.7503541 |
| 5501 | 3.7404416 | 5565 | 3.7434652 | 5629 | 3.7504312 |
| 5502 | 3.7405206 | 5566 | 3.7455432 | 5630 | 3.7505084 |
| 5503 | 3.7405995 | 5567 | 3.7456212 | 5631 | 3.7305855 |
| 5504 | 3.7406784 | 5568 | 3.7456992 | 5632 | 3.7506626 |
| 5505 | 3.7407573 | 5569 | 3.7457772 | 5633 | 3.7507398 |
| 5506 | 3.7408362 | 5570 | 3.7458352 | 5634 | 3.7508168 |
| 5507 | 3.7409151 | 5571 | 3.7459332 | 5635 | 3.7508939 |
| 5508 | 3.7409939 | 5572 | 3.7460121 | 5636 | 3.7309710 |
| 5509 | 3.7410728 | 5573 | 3.7460890 | 5637 | 3.7510480 |
| 5510 | 3.7411516 | 5574 | 3.7461670 | 5638 | 3.7311251 |
| 5511 | 3.7412304 | 5575 | 3.7462449 | 5639 | 3.7312021 |
| 5512 | 3.7413092 | 5576 | 3.7463228 | 5640 | 3.7312791 |
| 5513 | 3.7413880 | 5577 | 3.7464006 | 5641 | 3.7313561 |
| 5514 | 3.7414668 | 5578 | 3.7464785 | 5642 | 3.7314331 |
| 5515 | 3.3415455 | 5579 | 3.7465564 | 5643 | 3.7515100 |
| 5516 | 3.7416243 | 5580 | 3.7466342 | 5644 | 3.7515870 |
| 5517 | 3.7417030 | 5581 | 3.7467120 | 5645 | 3.8516639 |
| 5518 | 3.7417817 | 5582 | 3.7467898 | 5646 | 3.7517409 |
| 5519 | 3.7418604 | 5583 | 3.7468676 | 5647 | 3.7518178 |
| 5520 | 3.7419391 | 5584 | 3.7469454 | 5648 | 3.7518947 |
| 5521 | 3.7420177 | 5585 | 3.7470232 | 5649 | 3.7519716 |
| 5522 | 3.7420964 | 5586 | 3.7471009 | 5650 | 3.7520484 |
| 5523 | 3.7421750 | 5587 | 3.7471787 | 5651 | 3.7521253 |
| 5524 | 3.7422537 | 5588 | 3.7472564 | 5652 | 3.7322022 |
| 5525 | 3.7423323 | 5589 | 3.7473341 | 5653 | 3.7522790 |
| 5526 | 3.7424109 | 5590 | 3.7474118 | 5654 | 3.7523558 |
| 5527 | 3.7424895 | 5591 | 3.7474893 | 5655 | 3.7514326 |
| 9528 | 3.7425680 | 5592 | 3.7475672 | 5656 | 3.7523094 |
| 5529 | 3.7426466 | 5593 | 3.7476448 | 5657 | 3.7525862 |
| 5530 | 3.7427251 | 5594 | 3.7477225 | 5658 | 3.7526629 |
| 5531 | 3.7428037 | 5595 | 3.7478001 | 5659 | 3.7527397 |
| 5532 | 3.7428822 | 5596 | 3.7378777 | 5660 | 3.7528164 |

# Tabula Logarithmorum

| N. | Logarit. | N | Lgarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 5660 | 3.7528164 | 5724 | 3.7576996 | 5788 | 3.7625285 | 5852 | 3.7673043 | 5916 | 3.7720282 | 5980 | 3.7767012 |
| 5661 | 3.7528932 | 5725 | 3.7577755 | 5789 | 3.7626035 | 5853 | 3.7673785 | 5917 | 3.7721016 | 5981 | 3.7767738 |
| 5662 | 3.7529699 | 5726 | 3.7578513 | 5790 | 3.7626786 | 5854 | 3.7674527 | 5918 | 3.7721750 | 5982 | 3.7768464 |
| 5663 | 3.7530466 | 5727 | 3.7579272 | 5791 | 3.7627536 | 5855 | 3.7675269 | 5919 | 3.7722483 | 5983 | 3.7769190 |
| 5664 | 3.7531232 | 5728 | 3.7580030 | 5792 | 3.7628286 | 5856 | 3.7676011 | 5920 | 3.7723217 | 5984 | 3.7769916 |
| 5665 | 3.7531999 | 5729 | 3.7580788 | 5793 | 3.7629035 | 5857 | 3.7676752 | 5921 | 3.7723951 | 5985 | 3.7770642 |
| 5666 | 3.7532766 | 5730 | 3.7581546 | 5794 | 3.7629785 | 5858 | 3.7677494 | 5922 | 3.7724684 | 5986 | 3.7771367 |
| 5667 | 3.7533532 | 5731 | 3.7582304 | 5795 | 3.7630534 | 5859 | 3.7678235 | 5923 | 3.7725417 | 5987 | 3.7772093 |
| 5668 | 3.7534298 | 5732 | 3.7584062 | 5796 | 3.7631284 | 5860 | 3.7678976 | 5924 | 3.7726150 | 5988 | 3.7772818 |
| 5669 | 3.7535065 | 5733 | 3.7583815 | 5797 | 3.7632033 | 5861 | 3.7679717 | 5925 | 3.7726884 | 5989 | 3.7773543 |
| 5670 | 3.7535831 | 5734 | 3.7584577 | 5798 | 3.7632782 | 5862 | 3.7680458 | 5926 | 3.7727616 | 5990 | 3.7774268 |
| 5671 | 3.7536596 | 5735 | 3.7585334 | 5799 | 3.7633531 | 5863 | 3.7681199 | 5927 | 3.7728349 | 5991 | 3.7774993 |
| 5672 | 3.7537362 | 5736 | 3.7586091 | 5800 | 3.7634280 | 5864 | 3.7681940 | 5928 | 3.7729082 | 5992 | 3.7775718 |
| 5673 | 3.7538128 | 5737 | 3.7586848 | 5801 | 3.7635029 | 5865 | 3.7682680 | 5929 | 3.7729814 | 5993 | 3.7776443 |
| 5674 | 3.7538893 | 5738 | 3.7587605 | 5802 | 3.7635777 | 5866 | 3.7683421 | 5930 | 3.7730547 | 5994 | 3.7777167 |
| 5675 | 3.7539659 | 5739 | 3.7588362 | 5803 | 3.7636526 | 5867 | 3.7684161 | 5931 | 3.7731279 | 5995 | 3.7777892 |
| 5676 | 3.7540424 | 5740 | 3.7589119 | 5804 | 3.7637274 | 5868 | 3.7684901 | 5932 | 3.7732011 | 5996 | 3.7778616 |
| 5677 | 3.7541189 | 5741 | 3.7589875 | 5805 | 3.7638022 | 5869 | 3.7685641 | 5933 | 3.7732743 | 5997 | 3.7779340 |
| 5678 | 3.7541954 | 5742 | 3.7590632 | 5806 | 3.7638770 | 5870 | 3.7686381 | 5934 | 3.7733475 | 5998 | 3.7780065 |
| 5679 | 3.7542719 | 5743 | 3.7591388 | 5807 | 3.7639518 | 5871 | 3.7687121 | 5935 | 3.7734207 | 5999 | 3.7780719 |
| 5680 | 3.7543483 | 5744 | 3.7592144 | 5808 | 3.7640266 | 5872 | 3.7687860 | 5536 | 3.7734939 | 6000 | 3.7781512 |
| 5681 | 3.7544248 | 5745 | 3.7592900 | 5809 | 3.7641014 | 5873 | 3.7688600 | 5937 | 3.7735670 | 6001 | 3.7782236 |
| 5682 | 3.7545012 | 5746 | 3.7593656 | 3810 | 3.7641761 | 5874 | 3.7689339 | 5938 | 3.7736402 | 6002 | 3.7782960 |
| 5683 | 3.7545777 | 5747 | 3.7594412 | 5811 | 3.7642509 | 5875 | 3.7690079 | 5939 | 3.7737133 | 6003 | 3.7783683 |
| 5684 | 3.7546541 | 5748 | 3.7595168 | 5812 | 3.7643256 | 5876 | 3.7690818 | 5940 | 3.7737864 | 6004 | 3.7784407 |
| 5685 | 3.7547305 | 5749 | 3.7595923 | 5813 | 3.7644003 | 5877 | 3.7691557 | 5941 | 3.7738596 | 6005 | 3.7785130 |
| 5686 | 3.7548069 | 5750 | 3.7596678 | 5814 | 3.7644750 | 5878 | 3.7692296 | 5942 | 3.7739326 | 6006 | 3.7785853 |
| 5687 | 3.7548832 | 5751 | 3.7597434 | 5815 | 3.7645497 | 5879 | 3.7693035 | 5943 | 3.7740057 | 6007 | 3.7786576 |
| 5688 | 3.7549596 | 5752 | 3.7598189 | 5816 | 3.7646244 | 5880 | 3.7693773 | 5944 | 3.7740788 | 6008 | 3.7787299 |
| 5689 | 3.7550359 | 5753 | 3.7598944 | 5817 | 3.7646991 | 5881 | 3.7694512 | 3945 | 3.7741519 | 6009 | 3.7788022 |
| 5690 | 3.7551123 | 5754 | 3.7599699 | 5818 | 3.7647737 | 5882 | 3.7695250 | 5946 | 3.7742249 | 6010 | 3.7788743 |
| 5691 | 3.7551886 | 5755 | 3.7600453 | 5819 | 3.7648484 | 5883 | 3.7695988 | 5947 | 3.7742979 | 6011 | 3.7789467 |
| 5692 | 3.7552649 | 5756 | 3.7601208 | 5820 | 3.7649230 | 5884 | 3.7696727 | 5948 | 3.7743710 | 6012 | 3.7790190 |
| 3693 | 3.7553412 | 5757 | 3.7601962 | 5821 | 3.7649976 | 5885 | 3.7697465 | 5949 | 3.7744440 | 6013 | 3.7790982 |
| 5694 | 3.7554175 | 3758 | 3.7602717 | 5822 | 3.7650722 | 5886 | 3.7698203 | 5950 | 3.7745170 | 6014 | 3.7791634 |
| 5695 | 3.7554937 | 5759 | 3.7603471 | 5823 | 3.7651468 | 5887 | 3.7698940 | 5951 | 3.7745899 | 6015 | 3.7792356 |
| 5696 | 3.7555700 | 5760 | 3.7604223 | 5824 | 3.7252214 | 5888 | 3.7699678 | 5952 | 3.7746629 | 6016 | 3.7793078 |
| 5697 | 3.7556462 | 5761 | 3.7604979 | 5825 | 3.7652959 | 5889 | 3.7700416 | 5953 | 3.7747359 | 6017 | 3.7793800 |
| 5698 | 3.7557224 | 5762 | 3.7605733 | 5826 | 3.7653705 | 5890 | 3.7701153 | 5954 | 3.7748088 | 6018 | 3.7794522 |
| 5699 | 3.7557987 | 5763 | 3.7606486 | 5827 | 3.7654450 | 5891 | 3.7701890 | 5955 | 3.7748818 | 6019 | 3.7795243 |
| 5700 | 3.7558749 | 3764 | 3.7607240 | 5828 | 3.7655195 | 5892 | 3.7702627 | 5956 | 3.7749547 | 6020 | 3.7795963 |
| 5701 | 3.7559510 | 5765 | 3.7607993 | 5829 | 3.7655941 | 5893 | 3.7703364 | 5957 | 3.7750276 | 6021 | 3.7796686 |
| 5702 | 3.7560272 | 5766 | 3.7608746 | 5830 | 3.7656686 | 5894 | 3.7704101 | 5958 | 3.7751005 | 6022 | 3.7797408 |
| 5703 | 3.7561034 | 5767 | 3.7609500 | 5831 | 3.7657430 | 5895 | 3.7704838 | 5959 | 3.7751734 | 6023 | 3.7798129 |
| 5704 | 3.7561795 | 5768 | 3.7610253 | 5832 | 3.7658175 | 5896 | 3.7705573 | 5960 | 3.7752463 | 6024 | 3.7798850 |
| 5705 | 3.7362556 | 5769 | 3.7611005 | 5833 | 3.7658920 | 5897 | 3.7706311 | 3961 | 3.7753191 | 6025 | 3.7799578 |
| 5706 | 3.756 318 | 5770 | 3.7611758 | 5834 | 3.7659664 | 5898 | 3.7707048 | 5962 | 3.7753920 | 6026 | 3.7800291 |
| 5707 | 3.7564079 | 5771 | 3.7612511 | 5835 | 3.7660409 | 5899 | 3.7707784 | 5963 | 3.7754648 | 6027 | 3.7801012 |
| 5708 | 3.7564840 | 5772 | 3.7613263 | 5836 | 3.7661153 | 5900 | 3.7708520 | 5964 | 3.7755376 | 8028 | 3.7801732 |
| 5709 | 3.7565600 | 3773 | 3.7614016 | 5837 | 3.7661897 | 5901 | 3.7709256 | 5965 | 3.7756104 | 6029 | 3.7802453 |
| 5710 | 3.7566361 | 5774 | 3.7614768 | 5838 | 3.7662641 | 5902 | 3.7709992 | 5966 | 3.7756832 | 6030 | 3.7803173 |
| 5711 | 3.7567122 | 5775 | 3.7615520 | 5839 | 3.7663385 | 5903 | 3.2710728 | 5957 | 3.7757560 | 6031 | 3.7803893 |
| 5712 | 3.7567882 | 5776 | 3.7616272 | 5840 | 3.7664128 | 5904 | 3.7711463 | 5968 | 3.7758288 | 6032 | 3.7804613 |
| 5713 | 3.7568642 | 5777 | 3.7617024 | 5841 | 3.7664872 | 5905 | 3.7712199 | 5969 | 3.7759016 | 6033 | 3.7803333 |
| 5714 | 3.7569402 | 5778 | 3.7617773 | 5842 | 3.7665616 | 5906 | 3.7712934 | 5970 | 3.7759743 | 6034 | 3.7806053 |
| 3715 | 3.7570162 | 5779 | 3.7618527 | 5843 | 3.7666359 | 5907 | 3.7713670 | 5971 | 3.7760471 | 6035 | 3.7806773 |
| 5716 | 3.7370922 | 5780 | 3.7619278 | 5844 | 3.7667102 | 5908 | 3.7714405 | 5972 | 3.7761198 | 6036 | 3.7807492 |
| 5717 | 3.7571682 | 5781 | 3.7620030 | 5845 | 3.7667845 | 5909 | .7715140 | 5973 | 3.7761925 | 6037 | 3.7808212 |
| 5718 | 3.7572441 | 5782 | 3.7620781 | 5846 | 3.7668588 | 5910 | 3.7715875 | 5974 | 3.7762652 | 6038 | 3.7808932 |
| 5719 | 3.7573201 | 5783 | 3.7621532 | 5847 | 3.7669331 | 5911 | 3.7716610 | 5975 | 3.7763379 | 6039 | 3.7809650 |
| 5720 | 3.7373960 | 5784 | 3.7622283 | 5848 | 3.7670074 | 5912 | 3.7717344 | 5976 | 3.7764106 | 6040 | 3.7810369 |
| 5721 | 3.7574719 | 5785 | 3.7623034 | 5849 | 3.7670816 | 5913 | 3.7718079 | 5977 | 3.7764833 | 6041 | 3.7811088 |
| 5722 | 3.7575479 | 5786 | 3.7623784 | 5850 | 3.7671559 | 5914 | 3.7718813 | 5978 | 3.7765559 | 6042 | 3.7811807 |
| 5723 | 3.7576237 | 5787 | 3.7624535 | 3851 | 3.7672301 | 1915 | 3.7719547 | 5979 | 3.7766286 | 6043 | 3.7812526 |
| 5724 | 3.7576996 | 5788 | 3.7625285 | 3852 | 3.7673043 | 5916 | 3.7720282 | 5980 | 3.7767012 | 6044 | 3.7813245 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 6045 | 3.7813963 | 6111 | 3.7861123 | 6177 | 3.7907776 | 6243 | 3.7953933 | 6309 | 3.7999605 | 6375 | 3.8044802 |
| 6046 | 3.7814681 | 6112 | 3.7861833 | 6178 | 3.7908479 | 6244 | 3.7954629 | 6310 | 3.8000294 | 6376 | 3.8045483 |
| 6047 | 3.7815400 | 6113 | 3.7862544 | 6179 | 3.7909182 | 6245 | 3.7955324 | 6311 | 3.8000982 | 6377 | 3.8046164 |
| 6048 | 3.7816118 | 6114 | 3.7863254 | 6180 | 3.7909885 | 6246 | 3.7956020 | 6312 | 3.8001670 | 6378 | 3.8046845 |
| 6049 | 3.7816836 | 6115 | 3.7863965 | 6181 | 3.7910587 | 6247 | 3.7956715 | 6313 | 3.8002358 | 6379 | 3.8047526 |
| 6050 | 3.7817554 | 6116 | 3.7864675 | 6182 | 3.7911290 | 6248 | 3.7957410 | 6314 | 3.8003046 | 6380 | 3.8048207 |
| 6051 | 3.7818272 | 6117 | 3.7865385 | 6183 | 3.7911992 | 6249 | 3.7958105 | 6315 | 3.8003734 | 6381 | 3.8048887 |
| 6052 | 3.7818989 | 6118 | 3.7866095 | 6184 | 3.7912695 | 6250 | 3.7958800 | 6316 | 3.8004421 | 6382 | 3.8049568 |
| 6053 | 3.7819707 | 6119 | 3.7866805 | 6185 | 3.7913397 | 6251 | 3.7959495 | 6317 | 3.8005109 | 6383 | 3.8050248 |
| 6054 | 3.7820424 | 6120 | 3.7867514 | 6186 | 3.7914099 | 6252 | 3.7960190 | 6318 | 3.8005796 | 6384 | 3.8050929 |
| 6055 | 3.7821141 | 6121 | 3.7868224 | 6187 | 3.7914801 | 6253 | 3.7960884 | 6319 | 3.8006484 | 6385 | 3.8051609 |
| 6056 | 3.7821859 | 6122 | 3.7868933 | 6188 | 3.7915503 | 6254 | 3.7961579 | 6320 | 3.8007171 | 6386 | 3.8052289 |
| 6057 | 3.7822576 | 6123 | 3.7869643 | 6189 | 3.7916205 | 6255 | 3.7962273 | 6321 | 3.8007858 | 6387 | 3.8052969 |
| 6058 | 3.7823293 | 6124 | 3.7870352 | 6190 | 3.7916906 | 6256 | 3.7962967 | 6322 | 3.8008545 | 6388 | 3.8053649 |
| 6059 | 3.7824010 | 6125 | 3.7871061 | 6191 | 3.7917608 | 6257 | 3.7963662 | 6323 | 3.8009232 | 6389 | 3.8054329 |
| 6060 | 3.7824726 | 6126 | 3.7871770 | 6192 | 3.7918309 | 6258 | 3.7964356 | 6324 | 3.8009919 | 6390 | 3.8055009 |
| 6061 | 3.7825443 | 6127 | 3.7872479 | 6193 | 3.7919011 | 6259 | 3.7965050 | 6325 | 3.8010605 | 6391 | 3.8055688 |
| 6062 | 3.7826159 | 6128 | 3.7873188 | 6194 | 3.7919712 | 6260 | 3.7965743 | 6326 | 3.8011292 | 6392 | 3.8056368 |
| 6063 | 3.7826876 | 2129 | 3.7873896 | 6195 | 3.7920413 | 6261 | 3.7966437 | 6327 | 3.8011978 | 6393 | 3.8057047 |
| 6064 | 3.7827592 | 6130 | 3.7874605 | 6196 | 3.7921114 | 6262 | 3.7967131 | 6328 | 3.8012665 | 6394 | 3.8057726 |
| 6065 | 3.7828308 | 6131 | 3.7875313 | 6197 | 3.7921815 | 6263 | 3.7967824 | 6329 | 3.8013351 | 6395 | 3.8058405 |
| 6066 | 3.7829024 | 6132 | 3.7876021 | 6198 | 3.7922516 | 6264 | 3.7968517 | 6330 | 3.8014037 | 6396 | 3.8059085 |
| 6067 | 3.7829740 | 6133 | 3.7876730 | 6199 | 3.7923216 | 6265 | 3.7969211 | 6331 | 3.8014723 | 6397 | 3.8059763 |
| 6068 | 3.7830456 | 6134 | 3.7877438 | 6200 | 3.7923917 | 6266 | 3.7969904 | 6332 | 3.8015409 | 6398 | 3.8060442 |
| 6069 | 3.7831171 | 6135 | 3.7878146 | 6201 | 3.7924617 | 6267 | 3.7970597 | 6333 | 3.8016095 | 6399 | 3.8061121 |
| 6070 | 3.7831887 | 6136 | 3.7878853 | 6202 | 3.7925318 | 6268 | 3.7971290 | 6334 | 3.8016781 | 6400 | 3.8061800 |
| 6071 | 3.7832602 | 6137 | 3.7879561 | 6203 | 3.7926018 | 6269 | 3.7971973 | 6355 | 3.8017466 | 6401 | 3.8062478 |
| 6072 | 3.7833318 | 6138 | 3.7880269 | 6204 | 3.7926718 | 6270 | 3.7972675 | 6336 | 3.8018152 | 6402 | 3.8063157 |
| 6073 | 3.7834033 | 6139 | 3.7880976 | 6205 | 3.7127418 | 6271 | 3.7973368 | 8337 | 3.8018837 | 6403 | 5.8063835 |
| 6074 | 3.7834748 | 6140 | 3.7881684 | 6206 | 3.7928118 | 6272 | 3.7974060 | 6338 | 3.8019522 | 6404 | 3.8064515 |
| 6075 | 3.7835463 | 6141 | 3.7882391 | 6207 | 3.7928817 | 6273 | 3.7974753 | 6339 | 3.8020208 | 6405 | 3.8065191 |
| 6076 | 4.7836178 | 6142 | 3.7883098 | 6208 | 3.7929517 | 6274 | 3.7975445 | 6340 | 3.8020893 | 6406 | 3.8065869 |
| 6077 | 3.7836892 | 6143 | 3.7883805 | 6209 | 3.7930217 | 6275 | 3.7976137 | 6341 | 3.8021578 | 6407 | 3.8066547 |
| 6078 | 3.7837607 | 6144 | 3.7884512 | 6210 | 3.7930916 | 6276 | 3.7976829 | 6342 | 3.8022262 | 6408 | 3.8067225 |
| 6079 | 3.7838321 | 6145 | 3.7885219 | 6211 | 3.7931615 | 6277 | 3.7977521 | 6343 | 3.8022947 | 6409 | 3.8067903 |
| 6080 | 3.7839036 | 6146 | 3.7885926 | 6212 | 3.7932314 | 6278 | 3.7978213 | 6344 | 3.8023632 | 6410 | 3.8068580 |
| 6081 | 3.7839750 | 6147 | 3.7886632 | 6213 | 3.7933014 | 6279 | 3.7978905 | 6345 | 3.8024316 | 6411 | 3.8069258 |
| 6082 | 3.7840464 | 6148 | 3.7887339 | 6214 | 3.7933712 | 6280 | 3.7979596 | 6346 | 3.8025001 | 6412 | 3.8069935 |
| 6083 | 3.7841178 | 6149 | 3.7888045 | 6215 | 3.7934411 | 6281 | 3.7980288 | 6347 | 3.8025685 | 6413 | 3.8070612 |
| 6084 | 3.7841892 | 6150 | 3.7888751 | 6216 | 3.7935110 | 6282 | 3.7980979 | 6348 | 3.8026369 | 6414 | 3.8071290 |
| 6085 | 3.7842606 | 6151 | 3.7889457 | 6217 | 3.7935809 | 6283 | 3.7981671 | 6349 | 3.8027053 | 6415 | 3.8071967 |
| 6086 | 3.7843319 | 6152 | 3.7890163 | 6218 | 3.7936507 | 6284 | 3.7982362 | 6350 | 3.8027737 | 6416 | 3.8072644 |
| 6087 | 3.7844033 | 6153 | 3.7890869 | 6219 | 3.7937206 | 6285 | 3.7983053 | 6351 | 3.8028421 | 6417 | 3.8073320 |
| 6088 | 3.7844746 | 6154 | 3.7891575 | 6220 | 3.7937904 | 6286 | 3.7983744 | 6352 | 3.8089105 | 6418 | 3.8073997 |
| 6089 | 3.7845460 | 6155 | 3.7892281 | 6221 | 3.7938602 | 6287 | 3.7984435 | 6353 | 3.8029789 | 6419 | 5.8074674 |
| 6090 | 3.7846173 | 6156 | 3.7892986 | 6222 | 3.7939300 | 6288 | 3.7985125 | 6354 | 3.8030472 | 6420 | 3.8075350 |
| 6091 | 3.7846886 | 6157 | 3.7893691 | 6223 | 3.7939998 | 6289 | 3.7985816 | 6355 | 3.8031156 | 6421 | 3.8076027 |
| 6092 | 3.7847599 | 6158 | 3.7894397 | 6224 | 3.7940696 | 6290 | 3.7986506 | 6356 | 1.8031839 | 6422 | 3.8076703 |
| 6093 | 3.7848312 | 6159 | 3.7895102 | 6225 | 3.7941394 | 6291 | 3.7987197 | 6357 | 3.8032522 | 6423 | 3.8077379 |
| 6094 | 3.7849024 | 6160 | 3.7895807 | 6226 | 3.7942091 | 6292 | 3.7987887 | 6358 | 3.8033205 | 6424 | 3.8078055 |
| 6095 | 3.7849737 | 6161 | 3.7896512 | 6227 | 3.7942789 | 6293 | 3.7988577 | 6359 | 3.8033888 | 6425 | 3.8078731 |
| 6096 | 3.7850450 | 6162 | 3.7897217 | 6228 | 3.7943486 | 6294 | 3.7989267 | 6360 | 3.8034571 | 6426 | 3.8079407 |
| 6097 | 3.7851162 | 6163 | 3.7897921 | 6229 | 3.7944183 | 6295 | 3.7989957 | 6361 | 3.8035254 | 6427 | 3.8080083 |
| 6098 | 3.7851874 | 6164 | 3.7898626 | 6230 | 3.7944880 | 6296 | 3.7950547 | 6362 | 3.8035937 | 6428 | 3.8080759 |
| 6099 | 3.7852586 | 6265 | 3.7899331 | 6231 | 3.7945578 | 6297 | 3.7991337 | 6363 | 3.8036619 | 6429 | 3.8081434 |
| 6100 | 3.7853298 | 6166 | 3.7900035 | 6232 | 3.7946274 | 6298 | 3.7592027 | 6364 | 3.8037301 | 6430 | 3.8082110 |
| 6101 | 3.7854010 | 6167 | 3.7900739 | 6233 | 3.7946971 | 6299 | 3.7992716 | 6365 | 3.8037984 | 6431 | 3.8082785 |
| 6101 | 3.7854722 | 6168 | 3.7901444 | 6234 | 3.7947668 | 6300 | 3.7993405 | 6366 | 3.8038666 | 6432 | 3.8083460 |
| 6103 | 3.7855434 | 6169 | 3.7902148 | 6235 | 3.7948365 | 6301 | 3.7994095 | 6367 | 3.8039348 | 6433 | 3.8084136 |
| 6104 | 3.7856145 | 6170 | 3.7902852 | 6236 | 3.7949061 | 6302 | 3.7994784 | 6368 | 3.8040031 | 6434 | 3.8084811 |
| 6105 | 3.7856857 | 6171 | 3.7903555 | 2237 | 3.7949757 | 6303 | 3.7995473 | 6369 | 3.8040712 | 6435 | 3.8085485 |
| 6106 | 3.7857568 | 6172 | 3.7904259 | 6238 | 3.7950454 | 6304 | 3.7996162 | 6370 | 3.8041394 | 6436 | 3.8086160 |
| 6107 | 3.7858279 | 6173 | 3.6904963 | 6239 | 3.7951150 | 6305 | 3.7996851 | 6371 | 3.8042076 | 6437 | 3.8086835 |
| 6108 | 3.7858990 | 6174 | 3.7905666 | 6240 | 3.7951846 | 6306 | 3.7997540 | 6372 | 3.8042758 | 6438 | 3.8087510 |
| 6109 | 3.7859701 | 6175 | 3.7906370 | 6241 | 3.7952542 | 6307 | 3.7998228 | 6373 | 3.8043439 | 6439 | 3.8088184 |
| 6110 | 3.7860412 | 6176 | 3.7907073 | 6242 | 3.7953238 | 6308 | 3.7998917 | 6374 | 3.8044121 | 6440 | 3.8088859 |

| N. | Logarit | N | Lgaorit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 6441 | 3.8089533 | 6507 | 3.8133808 | 6573 | 3.8177636 |
| 6442 | 3.8090207 | 6508 | 3.8134475 | 6574 | 3.8178297 |
| 6443 | 3.8090881 | 6509 | 3.8135143 | 6575 | 3.8178958 |
| 6444 | 3.8091555 | 6510 | 3.8135810 | 6576 | 3.8179618 |
| 6445 | 3.8092229 | 6511 | 3.8136477 | 6577 | 3.8180278 |
| 6446 | 3.8092903 | 6512 | 3.8137144 | 6578 | 3.8180939 |
| 6447 | 3.8093577 | 6513 | 3.8137811 | 6579 | 3.8181599 |
| 6448 | 3.8094250 | 6514 | 3.8138478 | 6580 | 3.8182259 |
| 6449 | 3.8094924 | 6515 | 3.8139144 | 6581 | 3.8182919 |
| 6450 | 3.8095597 | 6516 | 3.8139811 | 6582 | 3.8183579 |
| 6451 | 3.8096270 | 6517 | 3.8140477 | 6583 | 3.8184239 |
| 6452 | 3.8096944 | 6518 | 3.8141144 | 6584 | 3.8184898 |
| 8453 | 3.8097617 | 6519 | 3.8141810 | 6585 | 3.8185558 |
| 6454 | 3.8098290 | 6520 | 3.8142476 | 6586 | 3.8186217 |
| 6455 | 3.8098962 | 6521 | 3.8143142 | 6587 | 3.8186877 |
| 6456 | 3.9099635 | 6522 | 3.8143808 | 6588 | 3.8187536 |
| 6457 | 3.8100308 | 6523 | 3.8144474 | 6589 | 3.8188195 |
| 6458 | 3.8100980 | 6524 | 3.8145140 | 6590 | 3.8188854 |
| 6459 | 3.8101653 | 6525 | 3.8145805 | 6591 | 3.8189513 |
| 6460 | 3.8102325 | 6526 | 3.8146471 | 6592 | 3.8190172 |
| 6461 | 3.8102997 | 6527 | 3.8147136 | 6593 | 3.8190831 |
| 6462 | 3.8103670 | 6528 | 3.8147801 | 6594 | 3.8191489 |
| 6463 | 3.8104342 | 6529 | 3.8148467 | 6595 | 3.8192148 |
| 6464 | 3.8105013 | 6530 | 3.4149132 | 6596 | 3.8192806 |
| 6465 | 3.8105685 | 6531 | 3.8149797 | 6597 | 3.8193465 |
| 6466 | 3.8106357 | 6532 | 3.8150462 | 6598 | 3.8194123 |
| 6467 | 3.8107029 | 6533 | 3.8151127 | 6599 | 3.8194781 |
| 6468 | 3.8107700 | 6534 | 3.8151791 | 6600 | 3.8195439 |
| 6469 | 3.8108371 | 6535 | 3.8152456 | 6601 | 3.8196097 |
| 6470 | 3.8109043 | 6536 | 3.8153120 | 6602 | 3.8196755 |
| 6471 | 3.8109714 | 6537 | 3.8153785 | 6603 | 3.8197413 |
| 6472 | 3.8110385 | 6538 | 3.8154449 | 6604 | 3.8198071 |
| 6473 | 3.8111056 | 6539 | 3.8155113 | 6605 | 3.8198728 |
| 6474 | 3.8111727 | 6540 | 3.8155777 | 6606 | 3.8199386 |
| 6475 | 3.8112398 | 6541 | 3.8156441 | 6607 | 3.8200043 |
| 6476 | 3.8113068 | 6542 | 3.7157105 | 6608 | 3.8200700 |
| 6477 | 3.8113739 | 6543 | 3.8157769 | 6509 | 3.8201358 |
| 6478 | 3.8114409 | 6544 | 3.8158433 | 6610 | 3.8202015 |
| 6479 | 3.8115080 | 6545 | 3.8159096 | 6611 | 3.8202672 |
| 6490 | 3.8115750 | 6546 | 3.8159760 | 6612 | 3.8203328 |
| 6481 | 3.8116420 | 6547 | 3.8160423 | 6613 | 3.8203985 |
| 6482 | 3.8117090 | 8548 | 3.8161087 | 6614 | 3.8204642 |
| 6483 | 3.8117760 | 6549 | 3.8161750 | 6615 | 3.8205298 |
| 6484 | 3.8118430 | 6550 | 3.8162413 | 6616 | 3.8205955 |
| 6485 | 3.8119100 | 6551 | 3.8163076 | 6617 | 3.8206611 |
| 6486 | 3.8119769 | 6552 | 3.8163739 | 6618 | 4.8207268 |
| 6487 | 3.8120439 | 6553 | 3.8164402 | 6619 | 3.8207924 |
| 6488 | 3.8121108 | 6554 | 3.8165064 | 6620 | 3.8208580 |
| 6489 | 3.8121778 | 6555 | 3.8165727 | 6621 | 3.8209236 |
| 6490 | 3.8122447 | 6556 | 3.8166389 | 6622 | 3.8209892 |
| 6491 | 3.8123116 | 6557 | 3.8167052 | 6623 | 3.8210548 |
| 6492 | 3.8123785 | 6558 | 3.8167714 | 6624 | 3.8211203 |
| 6493 | 3.8124454 | 6559 | 3.8168376 | 6625 | 3.8211859 |
| 6494 | 3.8125123 | 6560 | 3.8169038 | 6626 | 3.8212514 |
| 6495 | 3.8125792 | 6561 | 3.8169700 | 6627 | 3.8213170 |
| 6496 | 3.8126460 | 6562 | 3.8170362 | 6628 | 3.8213825 |
| 6497 | 3.8127129 | 6563 | 3.8171024 | 6229 | 3.8214480 |
| 6498 | 3.8127797 | 6564 | 3.8171686 | 6630 | 3.8215135 |
| 6499 | 3.8128465 | 6565 | 3.8172347 | 6631 | 3.8215790 |
| 6500 | 3.8129134 | 6566 | 3.8173009 | 6632 | 4.8216445 |
| 6501 | 3.8129802 | 6567 | 3.8173670 | 6633 | 3.8217100 |
| 6502 | 3.8130470 | 6568 | 3.8174331 | 6634 | 3.8217755 |
| 6503 | 3.8131138 | 6569 | 3.8174993 | 6635 | 3.8218409 |
| 6504 | 3.8131805 | 6570 | 3.8175654 | 6636 | 3.8219064 |
| 6505 | 3.8132473 | 6571 | 3.8176315 | 6637 | 3.8219718 |
| 6506 | 3.8133148 | 6572 | 3.8176976 | 6638 | 3.8220372 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 6639 | 3.8221027 | 6703 | 3.8263988 | 6771 | 3.8306528 |
| 6640 | 3.8221681 | 6706 | 3.8264635 | 6772 | 3.8307169 |
| 6641 | 3.8222335 | 6707 | 3.8265283 | 6773 | 3.8307811 |
| 6642 | 3.8222989 | 6708 | 3.8265931 | 6774 | 3.8308452 |
| 6643 | 3.8223643 | 6709 | 3.8266578 | 6775 | 3.8309093 |
| 6644 | 3.8224296 | 6710 | 3.8267225 | 6776 | 3.8309734 |
| 6645 | 3.8224950 | 6711 | 3.8267872 | 6777 | 3.8310375 |
| 6645 | 3.8225603 | 6712 | 3.8268519 | 6778 | 3.8311016 |
| 6647 | 3.8226257 | 6713 | 3.8269166 | 6779 | 3.8311656 |
| 6648 | 3.8226910 | 6714 | 3.8269813 | 6780 | 3.8312297 |
| 6649 | 3.8227563 | 6715 | 3.8270460 | 6781 | 3.8312937 |
| 6650 | 3.8228216 | 6716 | 3.8271107 | 6782 | 3.8313578 |
| 6651 | 3.6228869 | 6717 | 3.8271753 | 6783 | 3.8314218 |
| 6652 | 3.8229522 | 6718 | 3.8272400 | 6784 | 3.8314858 |
| 6653 | 3.8230175 | 6719 | 3.8273046 | 6785 | 3.8315499 |
| 6654 | 3.8230828 | 6720 | 3.8273693 | 6786 | 3.8316139 |
| 6655 | 3.8231481 | 6721 | 3.8274339 | 6787 | 3.8316778 |
| 6656 | 3.8232133 | 2722 | 3.8274925 | 6788 | 3.8317418 |
| 6657 | 3.8232786 | 6723 | 3.8275531 | 6789 | 3.8318058 |
| 6658 | 3.8233438 | 6724 | 3.8276177 | 6790 | 3.8318698 |
| 6659 | 3.8234090 | 6725 | 3.8276923 | 6791 | 3.8319337 |
| 6660 | 3.8234742 | 6726 | 3.8277569 | 6792 | 3.8319977 |
| 6661 | 3.8235394 | 6727 | 3.8278214 | 6793 | 3.8320616 |
| 6662 | 3.8236045 | 6728 | 3.8278860 | 6794 | 3.8321255 |
| 6663 | 3.8236698 | 6729 | 3.8279505 | 6795 | 3.8321895 |
| 6664 | 3.8237350 | 6730 | 3.8280151 | 6796 | 3.8322534 |
| 6665 | 3.8238002 | 6731 | 3.8280796 | 6797 | 3.8323173 |
| 6666 | 3.8238653 | 6732 | 3.8281441 | 6798 | 3.8323816 |
| 6667 | 3.8239305 | 6733 | 3.8282086 | 6799 | 3.8324450 |
| 6668 | 3.8239956 | 6734 | 3.8282731 | 6800 | 3.8325089 |
| 6669 | 3.8240607 | 6735 | 3.8283376 | 6801 | 3.8325728 |
| 6670 | 3.8241258 | 6736 | 3.8284021 | 6802 | 3.8326366 |
| 6671 | 3.8241909 | 6737 | 3.8284665 | 6803 | 3.8327005 |
| 6672 | 3.8232560 | 6738 | 3.8285310 | 6804 | 3.8327643 |
| 6673 | 3.8243211 | 6739 | 3.8285955 | 6805 | 3.8328281 |
| 6674 | 3.8243862 | 6740 | 3.8286599 | 6806 | 3.8328919 |
| 6675 | 3.8244513 | 6741 | 3.8287243 | 6807 | 3.8329558 |
| 6976 | 3.8245163 | 6742 | 3.8287887 | 6808 | 3.8330195 |
| 6677 | 3.8245814 | 6743 | 3.8288532 | 6809 | 3.8330833 |
| 6678 | 3.8246464 | 6744 | 3.8289176 | 6810 | 3.8331471 |
| 6679 | 3.8247114 | 6745 | 3.8289820 | 6811 | 3.8332109 |
| 6680 | 3.8247763 | 6745 | 3.8290463 | 6812 | 3.8332746 |
| 6681 | 3.8248415 | 6747 | 3.8291107 | 6813 | 3.8333384 |
| 6682 | 3.8249065 | 6748 | 3.8291751 | 6814 | 3.8334021 |
| 6683 | 3.8249715 | 6749 | 3.8292394 | 6815 | 3.8334659 |
| 6684 | 3.8250364 | 6750 | 3.8293038 | 6816 | 3.8335296 |
| 6685 | 3.8251014 | 6751 | 3.8293681 | 6817 | 3.8335933 |
| 6686 | 3.8251664 | 6752 | 3.8294324 | 6818 | 3.8336570 |
| 6687 | 3.8252313 | 6753 | 3.8294967 | 6819 | 3.8337207 |
| 6688 | 3.8252963 | 6754 | 3.8295611 | 6820 | 3.8337844 |
| 6689 | 3.8253612 | 6755 | 3.8296254 | 6821 | 3.8338480 |
| 6690 | 3.8254261 | 6756 | 3.8296896 | 6822 | 3.8339117 |
| 6691 | 3.8254910 | 6757 | 3.8297539 | 6823 | 3.8339754 |
| 6692 | 3.8255559 | 6758 | 3.8298182 | 6824 | 3.8340390 |
| 6693 | 3.8256208 | 6759 | 3.8298824 | 6825 | 3.8341027 |
| 6694 | 3.8256857 | 6760 | 3.8299467 | 6826 | 3.8341663 |
| 6695 | 3.8257506 | 6761 | 3.8300109 | 6827 | 3.8342299 |
| 6695 | 3.8258154 | 6762 | 3.8300752 | 6828 | 3.8342935 |
| 6697 | 3.8258803 | 6763 | 3.8301394 | 6829 | 3.8343571 |
| 6698 | 3.8259451 | 6764 | 3.8302036 | 6830 | 3.8344207 |
| 6699 | 3.8260100 | 6765 | 3.8302678 | 6831 | 3.8344843 |
| 6700 | 3.8260748 | 6766 | 3.8303320 | 6832 | 3.8345479 |
| 6701 | 3.8261396 | 6767 | 3.8303962 | 6833 | 3.8346114 |
| 6702 | 3.8262044 | 6768 | 3.8304603 | 6834 | 3.8346750 |
| 6703 | 3.8262692 | 6769 | 3.8305245 | 6835 | 3.8347385 |
| 6704 | 3.8263340 | 6770 | 3.8305887 | 6836 | 3.8348021 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 6837 | 3.8348658 | 6903 | 3.8390379 | 6969 | 3.8431705 |
| 6818 | 3.8349291 | 6904 | 3.8391008 | 6970 | 3.8432328 |
| 6839 | 3.8349926 | 6905 | 3.8391637 | 6971 | 3.8432951 |
| 6840 | 3.8350561 | 6906 | 3.8392266 | 6972 | 3.8433574 |
| 6841 | 3.8351196 | 6907 | 3.8392895 | 6973 | 3.8434197 |
| 6842 | 3.8351831 | 6908 | 3.8393523 | 6974 | 3.8434819 |
| 6843 | 3.8352465 | 6909 | 3.8394152 | 6975 | 3.8435442 |
| 6844 | 3.8353100 | 6910 | 3.8394780 | 6976 | 3.8436065 |
| 6845 | 3.8353735 | 6911 | 3.8395409 | 6977 | 3.8436687 |
| 6846 | 3.8354369 | 6912 | 3.8396037 | 6978 | 3.8437310 |
| 6847 | 3.8355003 | 6913 | 3.8396666 | 6979 | 3.8437932 |
| 6848 | 3.8355638 | 6914 | 3.8397294 | 6980 | 3.8438554 |
| 6849 | 3.8356272 | 6915 | 3.8397922 | 6981 | 3.8439176 |
| 6850 | 3.8356906 | 6916 | 3.8398550 | 6982 | 3.8439798 |
| 6851 | 3.8357540 | 6917 | 3.8399178 | 6983 | 3.8440420 |
| 6852 | 3.8358174 | 6918 | 3.8399806 | 6984 | 3.8441042 |
| 6853 | 3.8358807 | 6919 | 3.8400433 | 6985 | 3.8441664 |
| 6854 | 3.8359441 | 6920 | 3.8401061 | 6986 | 3.8442286 |
| 6855 | 3.8360075 | 6921 | 3.8401688 | 6987 | 3.8442907 |
| 6856 | 3.8360708 | 6922 | 3.8402316 | 6988 | 3.8443529 |
| 6857 | 3.8361341 | 6923 | 3.8402943 | 6989 | 3.8444150 |
| 6858 | 3.8361975 | 6924 | 3.8403571 | 6990 | 3.8444772 |
| 6859 | 3.8362608 | 6925 | 3.8404198 | 6991 | 3.8445393 |
| 6850 | 3.8363241 | 6926 | 3.8404825 | 6992 | 3.8446014 |
| 6861 | 3.8363874 | 6927 | 3.8405452 | 6993 | 3.8446635 |
| 6862 | 3.8364507 | 6928 | 3.8406079 | 6994 | 3.8447256 |
| 6863 | 3.8365140 | 6929 | 3.8406706 | 6995 | 3.8447877 |
| 6864 | 3.8365773 | 6930 | 3.8407332 | 6996 | 3.8448498 |
| 6865 | 3.8366405 | 6931 | 3.8407959 | 6957 | 3.8449119 |
| 6866 | 3.8367038 | 6932 | 3.8408586 | 6998 | 3.8449739 |
| 6867 | 3.8367670 | 6933 | 3.8409212 | 6999 | 3.8450360 |
| 6868 | 3.8368303 | 6934 | 3.8409838 | 7000 | 3.8450980 |
| 6869 | 3.8368935 | 6935 | 3.8410465 | 7001 | 3.8451601 |
| 6870 | 3.8359567 | 6936 | 3.8411091 | 7002 | 3.8452221 |
| 6871 | 3.8370199 | 6937 | 3.8411717 | 7003 | 3.8452841 |
| 6872 | 3.8370832 | 6938 | 3.8412343 | 7004 | 3.8453461 |
| 6873 | 3.8371463 | 6939 | 3.8412969 | 7005 | 3.8454081 |
| 6874 | 3.8372095 | 6940 | 3.8413595 | 7006 | 3.8454701 |
| 6875 | 3.8372727 | 6941 | 3.8414220 | 7007 | 3.8455321 |
| 6876 | 3.8373359 | 6942 | 3.8414846 | 7008 | 3.8455941 |
| 6877 | 3.8373990 | 6943 | 3.8415472 | 7009 | 3.8456561 |
| 6878 | 3.8374622 | 6944 | 3.8416097 | 7010 | 3.8457180 |
| 8879 | 3.8375253 | 6945 | 3.8416722 | 7011 | 3.8457800 |
| 6880 | 3.8375844 | 6946 | 3.8417348 | 7012 | 3.8458419 |
| 6881 | 3.8376516 | 6947 | 3.8417973 | 7013 | 3.8459038 |
| 6882 | 3.8377147 | 6948 | 3.8418598 | 7014 | 3.8459658 |
| 6883 | 3.8377778 | 6949 | 3.8419223 | 7015 | 3.8460277 |
| 6884 | 3.8378409 | 6950 | 3.8419848 | 7016 | 3.8460896 |
| 6885 | 3.8379039 | 6951 | 3.8420473 | 7017 | 3.8461515 |
| 6886 | 3.8379670 | 6952 | 3.8421098 | 7018 | 3.8462134 |
| 6887 | 3.8380301 | 6953 | 3.8421722 | 7019 | 3.8462752 |
| 6888 | 3.8380931 | 6954 | 3.8422347 | 7020 | 3.8463371 |
| 6889 | 3.8381561 | 6955 | 3.8422971 | 7021 | 3.8463990 |
| 6890 | 3.8382192 | 6956 | 3.8423536 | 7022 | 3.8464608 |
| 6891 | 3.8382822 | 6957 | 3.8424220 | 7023 | 3.8465227 |
| 6892 | 3.8383453 | 6958 | 3.8424844 | 7024 | 3.8465845 |
| 6893 | 3.8384082 | 6959 | 3.8425468 | 7025 | 3.8466463 |
| 6894 | 3.8384712 | 6960 | 3.8426092 | 7026 | 3.8467081 |
| 6895 | 3.8385343 | 6961 | 3.8426716 | 7027 | 3.8467700 |
| 6896 | 3.8385973 | 6962 | 3.8427340 | 7028 | 3.8468318 |
| 6897 | 3.8386602 | 6963 | 3.8427964 | 7029 | 3.8468935 |
| 6898 | 3.8387232 | 6964 | 3.8428588 | 7030 | 3.8469553 |
| 6899 | 3.8387861 | 6965 | 3.8429211 | 7031 | 3.8470171 |
| 6900 | 3.8388491 | 6966 | 3.8429835 | 7032 | 3.8470789 |
| 6901 | 3.8389120 | 6967 | 3.8430458 | 7033 | 3.8471406 |
| 6902 | 3.8389750 | 6968 | 3.8431081 | 7034 | 3.8472024 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 7035 | 3.8472648 | 7101 | 3.8513195 | 7167 | 3.8553374 |
| 7036 | 3.8473258 | 7102 | 3.8513807 | 7168 | 3.8553980 |
| 7037 | 3.8473876 | 7103 | 3.8514418 | 7169 | 3.8554589 |
| 7038 | 3.8474493 | 7104 | 3.8515030 | 7170 | 3.8555192 |
| 7039 | 3.8475110 | 7105 | 3.8515641 | 7171 | 3.8555797 |
| 7040 | 3.8475727 | 7106 | 3.8516252 | 7172 | 3.8556403 |
| 7041 | 3.8476343 | 7107 | 3.8516863 | 7173 | 3.8557008 |
| 7042 | 3.8476960 | 7108 | 3.8517474 | 7174 | 3.8557614 |
| 7043 | 3.8477577 | 7109 | 3.8518085 | 7175 | 3.8558219 |
| 7044 | 3.8478193 | 7110 | 3.8518696 | 7176 | 3.8558824 |
| 7045 | 3.8478810 | 7111 | 3.8519307 | 7177 | 3.8559429 |
| 7046 | 3.8479426 | 7112 | 3.8519917 | 7178 | 3.8560035 |
| 7047 | 3.8480043 | 7113 | 3.8520528 | 7179 | 3.8560640 |
| 7048 | 3.8480659 | 7114 | 3.8521139 | 7180 | 3.8561244 |
| 7049 | 3.8481275 | 7115 | 3.8521749 | 7181 | 3.8561849 |
| 7050 | 3.8481891 | 7116 | 3.8522359 | 7182 | 3.8562454 |
| 7051 | 3.8482507 | 7117 | 3.8522970 | 7183 | 3.8563059 |
| 7052 | 3.8483123 | 7118 | 3.8523580 | 7184 | 3.8563663 |
| 7053 | 3.8483739 | 7119 | 3.8524190 | 7185 | 3.8564268 |
| 7054 | 3.8484355 | 7120 | 3.8524800 | 7186 | 3.8564872 |
| 7055 | 3.8484970 | 7121 | 3.8525410 | 7187 | 3.8565476 |
| 7056 | 3.8485586 | 7122 | 3.8526020 | 7388 | 3.8566081 |
| 7057 | 3.8486201 | 7123 | 3.8526629 | 7189 | 3.8566685 |
| 7058 | 3.8486817 | 7124 | 3.8527239 | 7190 | 3.8567289 |
| 7059 | 3.8487432 | 7125 | 3.8527849 | 7191 | 3.8567893 |
| 7060 | 3.8488047 | 7126 | 3.8528458 | 7192 | 3.8568497 |
| 7061 | 3.8488662 | 7127 | 3.8529068 | 7193 | 3.8569101 |
| 7062 | 3.8489277 | 7128 | 3.8529677 | 7194 | 3.8569704 |
| 7063 | 3.8489892 | 7129 | 3.8530286 | 7195 | 3.8570308 |
| 7064 | 3.8490507 | 7130 | 3.8530895 | 7196 | 3.8570912 |
| 7065 | 3.8491122 | 7131 | 3.8531504 | 7197 | 3.8571515 |
| 7066 | 3.8491736 | 7132 | 3.8532113 | 7198 | 3.8572118 |
| 7067 | 3.8492351 | 8133 | 3.8532722 | 7199 | 3.8572722 |
| 7068 | 3.8492965 | 7134 | 3.8533331 | 7200 | 3.8573325 |
| 7069 | 3.8493580 | 7135 | 3.8533940 | 7201 | 3.8573928 |
| 7070 | 3.8494194 | 7136 | 3.8534548 | 7202 | 3.8574531 |
| 7071 | 3.8494808 | 7137 | 3.8535157 | 7203 | 3.8575134 |
| 7072 | 3.8495423 | 7138 | 3.8535765 | 7204 | 3.8575737 |
| 7073 | 3.8496037 | 7139 | 3.8536374 | 7205 | 3.8576340 |
| 7074 | 3.8496651 | 7140 | 3.8536982 | 7206 | 5.8576945 |
| 7075 | 3.8497264 | 7141 | 3.8537590 | 7207 | 3.8577545 |
| 7076 | 3.8497878 | 7142 | 3.8538198 | 7208 | 3.8578148 |
| 7077 | 3.8498492 | 7143 | 3.8538806 | 7209 | 3.8578750 |
| 7078 | 3.8499106 | 7144 | 3.8539414 | 7210 | 3.8579353 |
| 7079 | 3.8499719 | 7145 | 3.8540022 | 7211 | 3.8579955 |
| 7080 | 3.8500333 | 7146 | 3.8540630 | 7212 | 3.8580557 |
| 7081 | 3.8500946 | 7147 | 3.8541238 | 7213 | 3.8581159 |
| 7082 | 3.8501559 | 7148 | 3.8541845 | 7214 | 3.8581761 |
| 7083 | 3.8502172 | 7149 | 3.8542453 | 7215 | 3.8582365 |
| 7084 | 3.8502786 | 7150 | 3.8545960 | 7216 | 3.8582965 |
| 7085 | 3.8503399 | 7151 | 3.8543668 | 7217 | 3.8583567 |
| 7086 | 2.8504011 | 7152 | 3.8544275 | 7218 | 3.8584169 |
| 7087 | 3.8504624 | 7153 | 3.8544882 | 7219 | 3.8584770 |
| 7088 | 3.8505237 | 7154 | 3.8545489 | 7220 | 3.8585372 |
| 7089 | 3.8505850 | 7155 | 3.8546096 | 7221 | 3.8585973 |
| 7090 | 3.8506462 | 7156 | 3.8546703 | 7222 | 3.8586575 |
| 7091 | 3.8507075 | 7157 | 3.8547310 | 7223 | 3.8587176 |
| 7092 | 3.8507687 | 7158 | 3.8547917 | 7224 | 3.8587777 |
| 7093 | 3.8508300 | 7159 | 3.8548524 | 7225 | 3.8588378 |
| 7094 | 3.8508912 | 7160 | 3.8549130 | 7226 | 3.8588980 |
| 7095 | 3.8509524 | 7161 | 3.8549737 | 7227 | 3.8589581 |
| 7096 | 3.8510136 | 7162 | 3.8550343 | 7228 | 3.8590181 |
| 7097 | 3.8510748 | 7163 | 3.8550949 | 7229 | 3.8590782 |
| 7098 | 3.8511360 | 7164 | 3.8551556 | 7230 | 3.8591383 |
| 7099 | 3.8511972 | 7165 | 3.8552162 | 7231 | 3.8591984 |
| 7100 | 3.8512583 | 7166 | 3.8552768 | 7232 | 3.8592584 |

| N. | Logarit. | N | Lgaerit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 7234 | 3.8593785 | 7300 | 3.8633229 | 7366 | 3.8672317 |
| 7235 | 3.8594385 | 7301 | 3.8633823 | 7367 | 3.8672907 |
| 7236 | 3.8594986 | 7302 | 3.8634418 | 7368 | 3.8673496 |
| 7237 | 3.8595586 | 7303 | 3.8635013 | 7369 | 3.8674086 |
| 7238 | 3.8596186 | 7304 | 3.8635608 | 7370 | 3.8674675 |
| 7239 | 3.8596786 | 7305 | 3.8636202 | 7371 | 3.8675264 |
| 7240 | 3.8597386 | 7306 | 3.8636797 | 7372 | 3.8675853 |
| 7241 | 3.8597985 | 7307 | 3.8637391 | 7373 | 3.8676442 |
| 7242 | 3.8598585 | 7308 | 3.8637985 | 7374 | 3.8677031 |
| 7243 | 3.8599185 | 7309 | 3.8638580 | 7375 | 3.8677620 |
| 7244 | 3.8599784 | 7310 | 3.8639174 | 7376 | 3.8678209 |
| 7245 | 3.8600384 | 7311 | 3.8639768 | 7377 | 3.8678798 |
| 7246 | 3.8600983 | 7312 | 3.8640362 | 7378 | 3.8679386 |
| 7247 | 3.8601583 | 7313 | 3.8640956 | 7379 | 3.8679975 |
| 7248 | 3.8602182 | 7314 | 3.8641550 | 7380 | 3.8680564 |
| 7249 | 3.8602781 | 7315 | 3.8642143 | 7381 | 3.8681152 |
| 7250 | 3.8603380 | 7316 | 3.8642737 | 7382 | 3.8681740 |
| 7251 | 3.8603979 | 7317 | 3.8643331 | 7383 | 3.8682329 |
| 7252 | 3.8604578 | 7318 | 3.8643924 | 7384 | 3.8682917 |
| 7253 | 3.8605177 | 7319 | 3.8644517 | 7385 | 3.8683505 |
| 7254 | 3.8605776 | 7320 | 3.8645111 | 7386 | 3.8684093 |
| 7255 | 3.8606374 | 7321 | 3.8645704 | 7387 | 3.8684681 |
| 7256 | 3.8606973 | 7322 | 3.8646297 | 7388 | 3.8685269 |
| 7257 | 3.8607571 | 7323 | 3.8646890 | 7389 | 3.8685857 |
| 7258 | 3.8608180 | 7324 | 3.8647483 | 7390 | 3.8686444 |
| 7259 | 3.8608768 | 7325 | 3.8648076 | 7391 | 3.8687032 |
| 7260 | 3.8609366 | 7326 | 3.8648669 | 7392 | 3.8687620 |
| 7261 | 3.8609964 | 7327 | 3.8649262 | 7393 | 3.8688207 |
| 7262 | 3.8610562 | 7328 | 3.8649855 | 7394 | 3.8688794 |
| 7263 | 3.8611160 | 7329 | 3.8650447 | 7395 | 3.8689382 |
| 7264 | 3.8611758 | 7330 | 3.8651040 | 7396 | 3.8689969 |
| 7265 | 3.8612356 | 7331 | 3.8651632 | 7397 | 3.8690556 |
| 7266 | 3.8612954 | 7332 | 3.8652225 | 7398 | 3.8691143 |
| 7267 | 3.8613552 | 7333 | 3.8652817 | 7399 | 3.8691730 |
| 7268 | 3.8614149 | 7334 | 3.8653409 | 7400 | 3.8692317 |
| 7269 | 3.8614747 | 7335 | 3.8654001 | 7401 | 3.8692904 |
| 7270 | 3.8615344 | 7336 | 3.8654593 | 7402 | 3.8693491 |
| 7271 | 3.8615941 | 7337 | 3.8655185 | 7403 | 3.8694077 |
| 7272 | 3.8616539 | 7338 | 3.8655777 | 7404 | 3.8694664 |
| 7273 | 3.8617136 | 7339 | 3.8656369 | 7405 | 3.8695251 |
| 7274 | 3.8617733 | 7340 | 3.8656961 | 7406 | 3.8695837 |
| 7275 | 3.8618330 | 7341 | 3.8657552 | 7407 | 3.8696423 |
| 7276 | 3.8618927 | 7342 | 3.8658144 | 7408 | 3.8697010 |
| 7277 | 3.8619524 | 7343 | 3.8658735 | 7409 | 3.8697596 |
| 7278 | 3.8620120 | 7344 | 3.8659327 | 7410 | 3.8698182 |
| 7279 | 3.8620717 | 7345 | 3.8659918 | 7411 | 3.8698768 |
| 7280 | 3.8621314 | 7346 | 3.8660509 | 7412 | 3.8699354 |
| 7281 | 3.8621910 | 7347 | 3.8661100 | 7413 | 3.8699940 |
| 7282 | 3.8622507 | 7348 | 3.8661691 | 7414 | 3.8700526 |
| 7283 | 3.8623103 | 7349 | 3.8662282 | 7415 | 3.8701111 |
| 7284 | 3.8623699 | 7350 | 3.8662873 | 7416 | 3.8701697 |
| 7285 | 3.8624296 | 7351 | 3.8663464 | 7417 | 3.8702283 |
| 7286 | 3.8624892 | 7352 | 3.8664055 | 7418 | 3.8702868 |
| 7287 | 3.8625488 | 7353 | 3.8664646 | 7419 | 3.8703454 |
| 7288 | 3.8626084 | 7354 | 3.8665236 | 7420 | 3.8704039 |
| 7289 | 3.8626679 | 7355 | 3.8665827 | 7421 | 3.8704624 |
| 7290 | 3.8627275 | 7356 | 3.8666417 | 7422 | 3.8705209 |
| 7291 | 3.8627871 | 7357 | 3.8667008 | 7423 | 3.8705795 |
| 7292 | 3.8628467 | 7358 | 3.8667598 | 7414 | 3.8706380 |
| 7293 | 3.8629062 | 7359 | 3.8668188 | 7425 | 3.8706965 |
| 7294 | 3.8629658 | 7360 | 3.8668778 | 7426 | 3.8707549 |
| 7295 | 3.8630253 | 7361 | 3.8669368 | 7427 | 3.8708134 |
| 7296 | 3.8630842 | 7362 | 3.8669958 | 7428 | 3.8708719 |
| 7297 | 3.8631423 | 7363 | 3.8670548 | 7429 | 3.8709304 |
| 7298 | 3.8632039 | 7364 | 3.8671138 | 7430 | 3.8709888 |
| 7299 | 3.8632634 | 7365 | 3.8671728 | 7431 | 3.8710473 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 7432 | 3.8711057 | 7498 | 3.8749454 | 7564 | 3.8787513 |
| 7433 | 3.8711641 | 7499 | 3.8750034 | 7565 | 3.8788089 |
| 7434 | 3.8712226 | 7500 | 3.8750613 | 7566 | 3.8788663 |
| 7435 | 3.8712810 | 7501 | 3.8751192 | 7567 | 3.8789237 |
| 7436 | 3.8713394 | 7502 | 3.8751771 | 7568 | 3.8789811 |
| 7437 | 3.8713978 | 7503 | 3.8752349 | 7569 | 3.8790385 |
| 7438 | 3.8714562 | 7504 | 3.8752928 | 7570 | 3.8790959 |
| 7439 | 3.8715146 | 7505 | 3.8753507 | 7571 | 3.8791532 |
| 7440 | 3.8715729 | 7506 | 3.8754086 | 7572 | 3.8792106 |
| 7441 | 3.8716313 | 7507 | 3.8754664 | 7573 | 3.8792680 |
| 7442 | 3.8716897 | 7508 | 3.8755243 | 7574 | 3.8793253 |
| 7443 | 3.8717480 | 7509 | 3.8755821 | 7575 | 3.8793826 |
| 7444 | 3.8718064 | 7510 | 3.8756399 | 7576 | 3.8794400 |
| 7445 | 3.8718647 | 7511 | 3.8756978 | 7577 | 3.8794973 |
| 7446 | 3.8719230 | 7512 | 3.8757556 | 7578 | 3.8795546 |
| 7447 | 3.8719814 | 7513 | 3.8758134 | 7579 | 3.8796119 |
| 7448 | 3.8720397 | 7514 | 3.8758712 | 7580 | 3.8796692 |
| 7449 | 3.8720980 | 7515 | 3.8759290 | 7581 | 3.8697265 |
| 7450 | 3.8721563 | 7516 | 3.8759868 | 7552 | 3.8797836 |
| 7451 | 3.8722146 | 7517 | 3.8760445 | 7583 | 3.8798411 |
| 7452 | 3.8722728 | 7518 | 3.8761023 | 7584 | 3.8798983 |
| 7453 | 3.8723311 | 7519 | 3.8761601 | 7585 | 3.8799556 |
| 7454 | 3.8723894 | 7520 | 3.8762178 | 7586 | 3.8800128 |
| 7455 | 3.8724476 | 7521 | 3.8762756 | 7587 | 3.8800701 |
| 7456 | 3.8725059 | 7522 | 3.8763333 | 7588 | 3.8801273 |
| 7457 | 3.8725641 | 7523 | 3.8763911 | 7589 | 3.8801846 |
| 7458 | 3.8726224 | 7524 | 3.8764488 | 7590 | 3.8802418 |
| 7459 | 3.8726806 | 7525 | 3.8765065 | 9591 | 3.8802990 |
| 7460 | 3.8727388 | 7526 | 3.8765642 | 7592 | 3.8803562 |
| 7461 | 3.8727970 | 7527 | 3.8766219 | 7593 | 3.8804134 |
| 7462 | 3.8728552 | 7528 | 3.8766796 | 7594 | 3.8804708 |
| 7463 | 3.8729134 | 7529 | 3.8767373 | 7595 | 3.8805278 |
| 7464 | 3.8729716 | 7530 | 3.8767950 | 7596 | 3.8805850 |
| 7465 | 3.8730298 | 7531 | 3.8768526 | 7597 | 3.8806421 |
| 7466 | 3.8730880 | 7532 | 3.8769103 | 7598 | 3.8806993 |
| 7467 | 3.8731461 | 7533 | 3.8769680 | 7599 | 3.8807564 |
| 7468 | 3.8732043 | 7534 | 3.8770256 | 7600 | 3.8808136 |
| 7469 | 3.8632624 | 7535 | 3.8770833 | 7601 | 3.8808707 |
| 7470 | 3.8733206 | 7535 | 3.8771409 | 7602 | 3.8809279 |
| 7471 | 3.8733787 | 7537 | 3.8771985 | 7603 | 3.8809850 |
| 7472 | 3.8734369 | 7538 | 3.8772561 | 7604 | 3.8810421 |
| 7473 | 3.8734950 | 7539 | 3.8773237 | 7605 | 3.8810992 |
| 7474 | 3.8735531 | 7540 | 3.8773713 | 7606 | 3.8811563 |
| 7475 | 3.8736112 | 7541 | 3.8774289 | 7607 | 3.8812134 |
| 7476 | 3.8736693 | 7542 | 3.8774865 | 7608 | 3.8812705 |
| 7477 | 3.8737274 | 7543 | 3.8775441 | 7609 | 3.8813276 |
| 7478 | 3.8737855 | 7544 | 3.8776017 | 7610 | 3.8813847 |
| 7479 | 3.8738435 | 7545 | 3.8776592 | 7611 | 3.8814417 |
| 7480 | 3.8739016 | 7546 | 3.8777168 | 7612 | 3.8814988 |
| 7481 | 3.8739597 | 7547 | 3.8777743 | 7613 | 3.8815558 |
| 7482 | 3.8740177 | 7548 | 3.8778319 | 7614 | 3.8816129 |
| 7483 | 3.8740757 | 7549 | 3.8778894 | 7615 | 3.8816999 |
| 7484 | 3.8741338 | 7550 | 3.8779469 | 7616 | 3.8817269 |
| 7485 | 3.8741918 | 7551 | 3.8780045 | 7617 | 3.8817840 |
| 7486 | 3.8742498 | 7552 | 3.8780620 | 7618 | 3.8818410 |
| 7487 | 3.8743078 | 7553 | 3.8781195 | 7619 | 3.8818980 |
| 7488 | 3.8743658 | 7554 | 3.8781770 | 7620 | 3.8819550 |
| 7409 | 6.8744238 | 7555 | 3.8782345 | 7621 | 3.8820120 |
| 7490 | 3.8744818 | 7556 | 3.8782919 | 7622 | 3.8820689 |
| 7491 | 3.8745398 | 7557 | 3.8783494 | 7623 | 3.8821259 |
| 7492 | 1.8745978 | 7558 | 3.8784069 | 7624 | 3.8821829 |
| 7493 | 3.8746557 | 7559 | 3.8784643 | 7625 | 3.8822398 |
| 7494 | 3.8747137 | 7560 | 3.8785218 | 7626 | 3.8822968 |
| 7495 | 3.8747716 | 7561 | 3.8785792 | 7627 | 3.8823537 |
| 7496 | 3.8748295 | 7562 | 3.8786367 | 7628 | 3.8824107 |
| 7497 | 3.8748875 | 7563 | 3.8786941 | 7629 | 3.8824676 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 7630 | 3.8825245 | 7696 | 3.8862651 | 7762 | 3.8899736 | 7828 | 3.8936508 | 7894 | 3.8972971 | 7960 | 3.9009131 |
| 7631 | 3.8825815 | 7697 | 3.8863215 | 7763 | 3.8900296 | 7829 | 3.8937063 | 7895 | 3.8973521 | 7961 | 3.9009676 |
| 7532 | 3.8826384 | 7698 | 3.8863779 | 7764 | 3.8900855 | 7830 | 3.8937618 | 7896 | 3.8974071 | 7962 | 3.9010222 |
| 7633 | 3.8826953 | 7699 | 3.8864343 | 7765 | 3.8901415 | 7831 | 3.8938172 | 7897 | 3.8974621 | 7963 | 3.9010767 |
| 7634 | 3.8827522 | 7700 | 3.8864907 | 7766 | 3.8901974 | 7832 | 3.8938727 | 7898 | 3.8975171 | 7964 | 3.9011313 |
| 7635 | 3.8828090 | 7701 | 3.8865471 | 7767 | 3.8902533 | 7833 | 3.8939281 | 7899 | 3.8975721 | 7965 | 3.9011858 |
| 7636 | 3.8828659 | 7702 | 3.8866035 | 7768 | 3.8903092 | 7834 | 3.8939836 | 7900 | 3.8976271 | 7966 | 3.9012403 |
| 7637 | 3.8829228 | 7703 | 3.8866599 | 7769 | 3.8903651 | 7835 | 3.8940390 | 7901 | 3.8976821 | 7967 | 3.9012948 |
| 7638 | 3.8829797 | 7704 | 3.8867163 | 7770 | 3.8904210 | 7836 | 3.8940944 | 7902 | 3.8977370 | 7968 | 3.9013493 |
| 7639 | 3.8830365 | 7705 | 3.8867726 | 7771 | 3.8904769 | 7837 | 3.8941498 | 7903 | 3.8977920 | 7969 | 3.9014038 |
| 7640 | 3.8830934 | 7706 | 3.8868290 | 7772 | 3.8905328 | 7838 | 3.8942053 | 7904 | 3.8978469 | 7970 | 3.9014583 |
| 7641 | 3.8831502 | 7707 | 3.8868854 | 7773 | 3.8905887 | 7839 | 3.8942607 | 7905 | 3.8979019 | 7971 | 3.9015128 |
| 7642 | 3.8832070 | 7708 | 3.8869417 | 7774 | 3.8906445 | 7840 | 3.8943161 | 7906 | 3.8979568 | 7972 | 3.9015673 |
| 7643 | 3.8832639 | 7709 | 3.8869980 | 7775 | 3.8907004 | 7841 | 3.8943715 | 7907 | 3.8980117 | 7973 | 3.9016218 |
| 7644 | 3.8833207 | 7710 | 3.8870544 | 7776 | 3.8907562 | 7842 | 3.8944268 | 7908 | 3.8980667 | 7974 | 3.9016762 |
| 7645 | 3.8833775 | 7711 | 3.8871107 | 7777 | 3.8908121 | 7843 | 3.8944822 | 7909 | 3.8981216 | 7975 | 3.9017307 |
| 7646 | 3.8834343 | 7712 | 3.8871670 | 7778 | 3.8908679 | 7844 | 3.8945376 | 7910 | 3.8981765 | 7976 | 3.9017851 |
| 7647 | 3.8834911 | 7713 | 3.8872233 | 7779 | 3.8909238 | 7845 | 3.8945929 | 7911 | 3.8982314 | 7977 | 3.9018396 |
| 7648 | 3.8835479 | 7714 | 3.8872796 | 7780 | 3.8909796 | 7846 | 3.8946483 | 7912 | 3.8982863 | 7978 | 3.9018940 |
| 7649 | 3.8836047 | 7715 | 3.8873359 | 7781 | 3.8910354 | 7847 | 3.8947036 | 7913 | 3.8983412 | 7979 | 3.9019485 |
| 7650 | 3.8836614 | 7716 | 3.8873922 | 7782 | 3.8910912 | 7848 | 4.8947590 | 7914 | 3.8983960 | 7980 | 3.9020029 |
| 7651 | 3.8837182 | 7717 | 3.8874485 | 7783 | 3.8911470 | 7849 | 3.8948143 | 7915 | 3.8984509 | 7981 | 3.9020573 |
| 7652 | 3.8837750 | 7718 | 3.8875048 | 7784 | 3.8912028 | 7450 | 7.8948696 | 7916 | 3.8985058 | 7982 | 3.9021117 |
| 7653 | 3.8838317 | 7719 | 3.8875610 | 7785 | 3.8912586 | 7851 | 3.8949250 | 7917 | 3.8985606 | 7983 | 3.9021661 |
| 7654 | 3.8838885 | 7720 | 3.8876173 | 7786 | 3.8913144 | 7852 | 3.8949803 | 7918 | 3.8986155 | 7984 | 3.9022205 |
| 7655 | 3.8839452 | 7721 | 3.8876736 | 7787 | 3.8913702 | 7855 | 3.8950356 | 7919 | 3.8986703 | 7985 | 3.9022749 |
| 7656 | 3.8840019 | 7722 | 3.8877298 | 7788 | 3.8914259 | 7854 | 3.8950909 | 7920 | 3.8987252 | 7986 | 3.9023293 |
| 7657 | 3.8840586 | 7723 | 3.8877860 | 7789 | 3.8914817 | 7855 | 3.8951462 | 7921 | 3.8987800 | 7987 | 3.9023837 |
| 7658 | 3.8841154 | 7724 | 3.8878423 | 7790 | 3.8915375 | 7856 | 3.8952015 | 7922 | 3.8988348 | 7988 | 3.9024381 |
| 7659 | 3.8841721 | 7725 | 3.8878985 | 7791 | 3.8915932 | 7857 | 3.8952567 | 7923 | 3.8988897 | 7989 | 3.9024924 |
| 7660 | 3.8842288 | 7726 | 3.8879547 | 7792 | 3.8916489 | 7858 | 3.8953120 | 7924 | 3.8989445 | 7990 | 3.9025468 |
| 7661 | 3.8842855 | 7727 | 3.8880109 | 7793 | 3.8917047 | 7859 | 3.8953673 | 7925 | 3.8989993 | 7991 | 3.9026011 |
| 7662 | 3.8843421 | 7828 | 3.8880671 | 7794 | 3.8917604 | 7860 | 3.8954225 | 7916 | 3.8990541 | 7992 | 3.9026555 |
| 7663 | 3.8843988 | 7729 | 3.8881233 | 7795 | 3.8918161 | 7861 | 3.8954778 | 7927 | 3.8991089 | 7993 | 3.9027098 |
| 7664 | 3.8844555 | 7730 | 3.8881795 | 7796 | 3.8918718 | 7862 | 3.8955330 | 7928 | 3.8991636 | 7994 | 3.9027641 |
| 7665 | 3.8845122 | 7731 | 3.8882357 | 7797 | 3.8919275 | 7863 | 3.8955884 | 7929 | 3.8992184 | 7995 | 3.9028185 |
| 7666 | 3.8845688 | 7732 | 3.8882918 | 7798 | 3.8919832 | 7864 | 3.8956435 | 7930 | 3.8992732 | 7996 | 3.9028728 |
| 7667 | 3.8846255 | 7733 | 3.8883480 | 7799 | 3.8920389 | 7865 | 3.8956987 | 7931 | 3.8993279 | 7997 | 3.9029271 |
| 7668 | 3.8846821 | 7734 | 3.8884042 | 7800 | 3.8920946 | 7866 | 3.8957539 | 7932 | 3.8993827 | 7998 | 3.9029814 |
| 7669 | 3.3847387 | 7735 | 3.8884603 | 7801 | 3.8921503 | 7867 | 3.8958092 | 7933 | 3.8994375 | 7999 | 3.9030357 |
| 7670 | 3.8847954 | 7736 | 3.8885165 | 7802 | 3.8922059 | 7868 | 3.8958644 | 7934 | 3.8994922 | 8000 | 3.9030900 |
| 7671 | 3.8848520 | 7737 | 3.8885726 | 7803 | 3.8922616 | 7869 | 3.8959195 | 7935 | 3.8995469 | 8001 | 3.9031443 |
| 7672 | 3.8849086 | 7738 | 3.8886287 | 7804 | 3.8923173 | 7870 | 3.8959747 | 7936 | 3.8996017 | 8002 | 3.9031985 |
| 7673 | 3.8849652 | 7739 | 3.8886848 | 7805 | 3.8923729 | 7871 | 3.8960299 | 7937 | 3.8996564 | 8003 | 3.9032528 |
| 7674 | 3.8850218 | 7740 | 3.8887410 | 7806 | 3.8924285 | 7872 | 3.8960851 | 7938 | 3.8997111 | 8004 | 3.9033071 |
| 7675 | 3.8850784 | 7741 | 3.8887971 | 7807 | 3.8924842 | 7873 | 5.8961403 | 7939 | 3.8997658 | 8005 | 3.9033613 |
| 7676 | 3.8851350 | 7742 | 3.8888532 | 7808 | 3.8925398 | 7874 | 3.8961954 | 7940 | 3.8998205 | 8006 | 3.9034156 |
| 7677 | 3.8851915 | 7743 | 3.8889093 | 7809 | 3.8925954 | 7875 | 3.8962506 | 7941 | 3.8998752 | 8007 | 3.9034698 |
| 7678 | 3.8852481 | 7744 | 3.8889653 | 7810 | 3.8926510 | 7876 | 3.8963057 | 7942 | 3.8999299 | 8008 | 3.9035241 |
| 7679 | 3.8853047 | 7745 | 3.8890214 | 7811 | 3.8927066 | 7877 | 3.8963608 | 7943 | 5.8999846 | 8009 | 3.9035783 |
| 7680 | 3.8853612 | 7746 | 3.8890775 | 7812 | 3.8927622 | 7878 | 3.8964160 | 7944 | 3.9000392 | 8010 | 5.9036325 |
| 7681 | 3.8854178 | 7747 | 3.8891335 | 7813 | 3.8928178 | 7879 | 3.8964711 | 7945 | 3.9000939 | 8011 | 3.9036867 |
| 7682 | 3.8854743 | 7748 | 3.8891896 | 7814 | 3.8928734 | 7880 | 3.8965262 | 7946 | 3.9001486 | 8012 | 3.9037409 |
| 7683 | 3.8855308 | 7749 | 3.8892457 | 7815 | 3.8929290 | 7881 | 3.8965813 | 7947 | 3.9002032 | 8013 | 3.9037951 |
| 7684 | 3.8855874 | 7750 | 3.8893017 | 7816 | 3.8929845 | 7882 | 3.8966364 | 7948 | 3.9002579 | 8014 | 3.9038493 |
| 7685 | 3.8856439 | 7751 | 3.8893577 | 7817 | 3.8930401 | 7885 | 3.8966915 | 7949 | 3.9003125 | 8013 | 3.9039035 |
| 7686 | 3.8857004 | 7752 | 3.8894138 | 7818 | 3.7930957 | 7884 | 3.8967466 | 7950 | 3.9003671 | 8016 | 3.9039577 |
| 7687 | 3.8857569 | 7753 | 3.8894698 | 7819 | 3.8931512 | 7885 | 3.8968017 | 7951 | 3.9004218 | 8017 | 3.9040119 |
| 7688 | 3.8858134 | 7754 | 3.8895258 | 7810 | 3.8932067 | 7886 | 3.8968568 | 7952 | 3.9004764 | 8018 | 3.9040661 |
| 7689 | 3.8858699 | 7755 | 3.8895818 | 7821 | 3.8932623 | 7887 | 3.8969118 | 7953 | 3.9005310 | 8019 | 3.9041202 |
| 7690 | 3.8859263 | 7756 | 3.8896378 | 7822 | 3.8933178 | 7888 | 3.8969669 | 7954 | 3.9005856 | 8020 | 3.9041744 |
| 7691 | 3.8859828 | 7757 | 3.8896938 | 7823 | 3.8933733 | 7889 | 3.8970219 | 7955 | 3.9006402 | 8021 | 3.9042285 |
| 7692 | 3.8860393 | 7758 | 3.8897498 | 7824 | 3.8934288 | 7890 | 3.8970770 | 7956 | 3.9006948 | 8022 | 3.9042827 |
| 7693 | 5.8860957 | 7759 | 3.8898057 | 7825 | 3.893484 | 7891 | 3.8971320 | 7957 | 3.9007494 | 8023 | 3.9043368 |
| 7694 | 3.8861522 | 7760 | 3.8898617 | 7826 | 3.8935398 | 7892 | 3.8971871 | 7958 | 3.9008039 | 8024 | 3.9043909 |
| 7695 | 3.8862086 | 7761 | 3.8899177 | 7827 | 3.8935953 | 7893 | 3.8972421 | 7959 | 3.9008585 | 8025 | 3.9044450 |

| N. | Logarit. | N | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 8026 | 3.9044992 | 8092 | 3.9080559 | 8158 | 3.9115837 |
| 8027 | 3.9045533 | 8093 | 3.9081095 | 8159 | 3.9116369 |
| 8028 | 3.9046074 | 8094 | 3.9081632 | 8160 | 3.9116902 |
| 8029 | 3.9046615 | 8095 | 3.9082169 | 8161 | 3.9117434 |
| 8030 | 3.9047155 | 8096 | 3.9082705 | 8162 | 3.9117966 |
| 8031 | 3.9047696 | 8097 | 3.9083241 | 8163 | 3.9118498 |
| 8032 | 3.9048237 | 8098 | 3.9083778 | 8164 | 3.9119030 |
| 8033 | 3.9048778 | 8099 | 3.9084314 | 8165 | 3.9119562 |
| 8034 | 3.9049318 | 8100 | 3.9084850 | 8166 | 3.9120094 |
| 8035 | 3.9049859 | 8101 | 3.9085386 | 8167 | 3.9120625 |
| 8036 | 3.9050399 | 8102 | 3.9085922 | 8168 | 3.9121157 |
| 8037 | 3.9050940 | 8103 | 3.9086458 | 8169 | 3.9121689 |
| 8038 | 3.9051480 | 8104 | 3.9086994 | 8170 | 3.9122220 |
| 8039 | 3.9052020 | 8105 | 3.9087530 | 8171 | 3.9122752 |
| 8040 | 3.9052560 | 8106 | 3.9088966 | 8172 | 3.9123283 |
| 8041 | 3.9053101 | 8107 | 3.9088602 | 8173 | 3.9123815 |
| 8042 | 3.9053641 | 8108 | 3.9089137 | 8174 | 3.9124346 |
| 8043 | 3.9054181 | 9109 | 3.9089673 | 8175 | 3.9124878 |
| 8044 | 3.9054721 | 8110 | 3.9090209 | 8176 | 3.9125409 |
| 8045 | 3.9055260 | 8111 | 3.9090744 | 8177 | 3.9125940 |
| 8046 | 3.9055800 | 8112 | 3.9091279 | 8178 | 3.9126471 |
| 8047 | 3.9056340 | 8113 | 3.9091815 | 8179 | 2.9127002 |
| 8048 | 3.9056880 | 9114 | 3.9092350 | 8180 | 3.9127533 |
| 8049 | 3.9057419 | 8113 | 3.9692885 | 8181 | 3.9128064 |
| 8050 | 3.9057959 | 8116 | 3.9693420 | 8182 | 3.9128593 |
| 8051 | 3.9058498 | 8117 | 3.9093955 | 8183 | 3.9129125 |
| 8052 | 3.9059038 | 8118 | 3.9094490 | 8184 | 3.9129656 |
| 8053 | 3.9059577 | 8119 | 3.9095025 | 8185 | 3.9130187 |
| 8054 | 3.9060116 | 8120 | 3.9095560 | 8186 | 3.9130717 |
| 8055 | 3.9060655 | 8121 | 3.9096095 | 8187 | 3.9131248 |
| 8056 | 3.9061195 | 8122 | 3.9096630 | 8188 | 3.9131778 |
| 8057 | 3.9061734 | 8123 | 3.9097164 | 8189 | 3.9132309 |
| 8058 | 3.9062273 | 8124 | 3.9097699 | 8190 | 3.9132839 |
| 8059 | 3.9062812 | 8125 | 3.9098234 | 8191 | 3.9133369 |
| 8060 | 3.9063350 | 8126 | 3.9098768 | 8192 | 3.9133899 |
| 8061 | 3.9063889 | 8127 | 3.9099302 | 8193 | 3.9134429 |
| 8062 | 3.9064428 | 8128 | 3.9099837 | 8194 | 3.9134959 |
| 8063 | 3.9064967 | 8129 | 3.9100371 | 8195 | 3.9135489 |
| 8064 | 3.9065505 | 8130 | 3.9100905 | 8196 | 3.9136019 |
| 8065 | 3.9066044 | 8131 | 3.9101440 | 8197 | 3.9136549 |
| 8066 | 3.9606582 | 8132 | 3.9101974 | 8198 | 3.9137079 |
| 8067 | 3.9067121 | 8133 | 3.9102508 | 8199 | 3.9137609 |
| 8068 | 3.9067659 | 8134 | 3.9103042 | 8200 | 3.9138139 |
| 8069 | 3.9068197 | 8135 | 3.9103575 | 8201 | 3.9138668 |
| 8070 | 3.9068735 | 8136 | 3.9104110 | 8202 | 3.9139198 |
| 8071 | 3.9069273 | 8137 | 3.9104643 | 8203 | 3.9139727 |
| 8072 | 3.9069812 | 8138 | 3.9105177 | 8204 | 3.9140256 |
| 8073 | 3.9070350 | 8139 | 3.9105710 | 8205 | 3.9140786 |
| 8074 | 3.9070887 | 8140 | 3.9106244 | 8206 | 3.9141315 |
| 8075 | 3.9071425 | 8141 | 3.9106777 | 8207 | 3.9141844 |
| 8076 | 3.9071963 | 8142 | 3.9107311 | 8208 | 3.9142373 |
| 8077 | 3.9072501 | 8143 | 3.9107844 | 8209 | 3.9142902 |
| 8078 | 3.9073038 | 8144 | 3.9108378 | 8210 | 3.9143432 |
| 8079 | 3.9073576 | 8145 | 3.9108911 | 8211 | 3.9143960 |
| 8080 | 3.9074114 | 8146 | 3.9109444 | 8212 | 3.9144489 |
| 8081 | 3.9074651 | 8147 | 3.9109977 | 8213 | 3.9145018 |
| 8082 | 3.9075188 | 8148 | 3.9110510 | 8214 | 3.9145547 |
| 8083 | 3.9375726 | 8149 | 3.9111043 | 8215 | 3.9146076 |
| 8084 | 3.9076263 | 8150 | 3.9111576 | 8216 | 3.9146604 |
| 8085 | 3.9076800 | 8151 | 3.9112109 | 8217 | 3.9147133 |
| 8086 | 3.9077337 | 8152 | 3.9112642 | 8218 | 3.9147661 |
| 8087 | 3.9077874 | 8133 | 3.9113174 | 8219 | 3.9148190 |
| 8088 | 3.9078411 | 8154 | 3.9113707 | 8220 | 3.9148718 |
| 8089 | 3.9078948 | 8155 | 3.9114240 | 8221 | 3.9149246 |
| 309- | 3.9079485 | 8156 | 3.9114772 | 8222 | 3.9149775 |
| 8091 | 3.9080022 | 8157 | 3.9115305 | 8223 | 3.9150303 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 8224 | 3.9150831 | 8290 | 3.9185545 | 8356 | 3.9219984 |
| 8225 | 3.9151359 | 8291 | 3.9186069 | 4357 | 3.9220504 |
| 8226 | 3.9151887 | 8292 | 3.9186593 | 8358 | 3.9221024 |
| 8227 | 3.9152415 | 8293 | 3.9187117 | 8359 | 3.9221543 |
| 8228 | 3.9152943 | 8294 | 3.9187640 | 8360 | 3.9222063 |
| 8229 | 3.9153471 | 8295 | 3.9188164 | 8361 | 3.9222582 |
| 8230 | 3.9153998 | 8296 | 3.9188687 | 8362 | 3.9223102 |
| 8231 | 3.9154526 | 8297 | 3.9189211 | 8363 | 3.9223621 |
| 8232 | 3.9155054 | 8298 | 3.9189734 | 8364 | 3.9224140 |
| 8233 | 3.9155581 | 8299 | 3.9190258 | 8365 | 3.9224659 |
| 8234 | 3.9156109 | 8300 | 3.9190781 | 8366 | 3.9225179 |
| 8235 | 3.9156636 | 8301 | 3.9191304 | 8367 | 3.9225698 |
| 8236 | 3.9157163 | 8302 | 3.9191827 | 8368 | 3.9226217 |
| 8237 | 3.9157691 | 8303 | 3.9192350 | 4369 | 3.9226736 |
| 8238 | 3.9158218 | 8304 | 3.9192873 | 8370 | 3.9227255 |
| 8239 | 3.9158745 | 8305 | 3.9193396 | 4371 | 3.9227773 |
| 8240 | 3.9159272 | 8306 | 3.9193919 | 8372 | 3.9228292 |
| 8241 | 3.9159799 | 8307 | 3.9194442 | 8373 | 3.9228811 |
| 8242 | 3.9160326 | 8308 | 3.9194965 | 8374 | 3.9229330 |
| 8243 | 3.9160853 | 8309 | 3.9195488 | 8373 | 3.9229848 |
| 8244 | 3.9161380 | 8310 | 3.9196010 | 8376 | 3.9230367 |
| 8245 | 3.9161907 | 8311 | 3.9196533 | 8377 | 3.9230885 |
| 8246 | 3.9162433 | 8312 | 3.9197055 | 8378 | 3.9231404 |
| 8247 | 3.9162960 | 8313 | 3.9197578 | 8379 | 9.9231922 |
| 8248 | 3.9163487 | 8314 | 3.9198100 | 8380 | 3.9232440 |
| 8249 | 3.9164013 | 8315 | 3.9198623 | 8381 | 3.9232958 |
| 8250 | 3.9164539 | 8316 | 3.9199145 | 8382 | 3.9233477 |
| 8251 | 3.9165066 | 8317 | 3.9199667 | 8383 | 3.9233995 |
| 8252 | 3.9165592 | 8318 | 3.9200189 | 8384 | 3.9234513 |
| 8253 | 3.9166118 | 8319 | 3.9200711 | 8385 | 3.9235031 |
| 8254 | 3.9166645 | 8320 | 3.9201233 | 8386 | 3.9235549 |
| 8255 | 3.9167171 | 8321 | 3.9201755 | 8387 | 3.9236066 |
| 8256 | 3.9167697 | 8322 | 3.9202277 | 8388 | 3.9236584 |
| 8257 | 3.9168223 | 8323 | 3.9202799 | 8389 | 3.9237102 |
| 8258 | 3.9168749 | 8324 | 3.9203321 | 8390 | 3.9237620 |
| 8259 | 3.9169275 | 8325 | 3.9203842 | 8391 | 3.9238137 |
| 8260 | 3.9169800 | 8326 | 3.9204364 | 8392 | 3.9238655 |
| 8261 | 3.9170326 | 8327 | 3.9204886 | 8393 | 3.9239172 |
| 8262 | 3.9170852 | 8328 | 3.9205407 | 8394 | 3.9239690 |
| 8263 | 3.9171377 | 8329 | 3.9205929 | 8395 | 3.9240207 |
| 8264 | 3.9171903 | 8330 | 3.9206450 | 8396 | 3.9240724 |
| 8265 | 3.9172428 | 8331 | 3.9206971 | 8397 | 3.9241242 |
| 8166 | 3.9172954 | 8332 | 3.9207493 | 8398 | 3.9241759 |
| 8267 | 3.9173479 | 8333 | 3.9208014 | 8399 | 3.9242276 |
| 8268 | 3.9174005 | 8334 | 3.9208535 | 8400 | 3.9242793 |
| 8269 | 3.9174530 | 8335 | 3.9209056 | 8401 | 3.9243310 |
| 8270 | 3.9175055 | 8336 | 3.9209577 | 8402 | 3.9243827 |
| 8271 | 3.9175580 | 8337 | 3.9210098 | 8403 | 3.9244344 |
| 8272 | 3.9176105 | 8338 | 3.9210619 | 8404 | 3.9244860 |
| 8273 | 3.9176630 | 8339 | 3.9211140 | 8405 | 3.9245377 |
| 8274 | 3.9177155 | 8340 | 3.9211661 | 8406 | 3.9245894 |
| 8275 | 3.9177680 | 8341 | 3.9212181 | 8407 | 3.9246410 |
| 8276 | 3.9178205 | 8342 | 3.9212702 | 8408 | 3.9246927 |
| 8277 | 3.9178729 | 8343 | 8.9213222 | 8409 | 3.9247444 |
| 8278 | 3.9179254 | 8344 | 3.9213743 | 8410 | 3.9247960 |
| 8279 | 3.9179779 | 8345 | 3.9214263 | 8411 | 3.9248476 |
| 8280 | 3.9180303 | 8345 | 3.9214784 | 8412 | 3.9248993 |
| 6281 | 3.9180828 | 8347 | 3.9215304 | 8413 | 3.9249509 |
| 18· | 3.9181352 | 8348 | 3.9215824 | 8414 | 3.9250025 |
| 8283 | 3.9181876 | 8349 | 3.9216345 | 8415 | 3.9250542 |
| 8284 | 3.9182401 | 8350 | 3.9216865 | 8416 | 3.9251057 |
| 8285 | 3.9182925 | 8351 | 3.9217385 | 8427 | 3.9251573 |
| 8286 | 3.9183449 | 8352 | 3.9217905 | 8418 | 3.9252089 |
| 8287 | 3.9183973 | 8353 | 3.9218425 | 8419 | 3.9252605 |
| 8288 | 3.9184497 | 8354 | 3.9218945 | 8420 | 3.9253121 |
| 8189 | 3.9185021 | 8355 | 3.5219465 | 8421 | 3.9253637 |

8422

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 8422 | 3.9254152 | 8488 | 3.9288054 | 8554 | 3.9321692 |
| 8423 | 3.9254668 | 8489 | 3.9288565 | 8555 | 3.9322200 |
| 8424 | 4.9255184 | 8490 | 3.9289077 | 8556 | 3.9322708 |
| 8425 | 3.9255699 | 8491 | 3.9289588 | 8557 | 3.9323215 |
| 8426 | 3.9256215 | 8492 | 3.9290100 | 8558 | 3.9323723 |
| 8427 | 3.9256730 | 8493 | 3.9290611 | 8559 | 3.9324230 |
| 8428 | 3.9257245 | 8494 | 3.9291123 | 8560 | 3.9324738 |
| 8429 | 3.9257761 | 8495 | 3.9291634 | 8561 | 3.9325245 |
| 8430 | 3.9258276 | 8496 | 3.9292145 | 8562 | 3.9325752 |
| 8431 | 3.9258791 | 8497 | 3.9292656 | 8563 | 3.9326259 |
| 8432 | 3.9259306 | 8498 | 3.9293167 | 8564 | 3.9326766 |
| 8433 | 3.9259821 | 8499 | 3.9293678 | 8565 | 3.9327274 |
| 8434 | 3.9260336 | 8500 | 3.9294189 | 8566 | 3.9327781 |
| 8435 | 3.9260851 | 8501 | 3.9294700 | 8567 | 3.9328288 |
| 9436 | 3.9261366 | 8502 | 3.9295211 | 8568 | 3.9328794 |
| 8437 | 3.9261880 | 8503 | 3.9295722 | 8569 | 3.9329301 |
| 8438 | 3.9262395 | 8504 | 3.9296232 | 8570 | 3.9329808 |
| 8439 | 3.5262910 | 8505 | 3.9296743 | 8571 | 3.9330315 |
| 8440 | 3.9263424 | 8506 | 3.9297254 | 8572 | 3.9330822 |
| 8441 | 3.9263939 | 8507 | 3.9297764 | 8573 | 3.9331328 |
| 8442 | 3.9264453 | 8508 | 3.9298275 | 8574 | 3.9331835 |
| 8443 | 3.9264968 | 8509 | 3.9298785 | 8575 | 3.9332341 |
| 8444 | 3.9265482 | 8510 | 3.9299296 | 8576 | 3.9332848 |
| 8445 | 3.9265997 | 8511 | 3.9299806 | 8577 | 3.9333354 |
| 8446 | 3.9266511 | 8512 | 3.9300316 | 8578 | 3.9333860 |
| 8447 | 3.9267025 | 8513 | 3.9300826 | 8579 | 3.9334367 |
| 8448 | 3.9267539 | 8514 | 3.9301336 | 8580 | 3.9334873 |
| 8449 | 3.9268053 | 8515 | 3.9301846 | 8581 | 3.9335379 |
| 8450 | 3.9268567 | 8516 | 3.9302356 | 8582 | 3.9335885 |
| 8451 | 3.9269081 | 8517 | 3.9302866 | 8583 | 3.9336391 |
| 8452 | 3.9269595 | 8518 | 3.9303376 | 8584 | 3.9336897 |
| 8453 | 3.9270109 | 8519 | 3.9303886 | 8585 | 3.9337403 |
| 8454 | 3.9270622 | 8520 | 3.9304396 | 8586 | 3.9337909 |
| 8455 | 3.9271136 | 8521 | 3.9304906 | 8587 | 3.9338415 |
| 8456 | 3.9271650 | 8522 | 3.9305415 | 8588 | 3.9338920 |
| 8457 | 3.9272163 | 8523 | 3.9305925 | 8589 | 3.9339426 |
| 8458 | 3.9272677 | 8524 | 3.9306434 | 8590 | 3.9339932 |
| 8459 | 3.9273190 | 8525 | 3.9306944 | 8591 | 3.9340437 |
| 8460 | 3.9273704 | 8526 | 3.9307453 | 8592 | 3.9340943 |
| 8451 | 3.9274217 | 8527 | 3.9307963 | 8593 | 3.9341448 |
| 8462 | 3.9274730 | 8528 | 3.9308472 | 8594 | 3.9341953 |
| 8463 | 3.9275243 | 8529 | 3.9308981 | 8595 | 3.9342459 |
| 8464 | 3.9275757 | 8530 | 3.9309490 | 8596 | 3.9342964 |
| 8465 | 3.9276270 | 8531 | 3.9309999 | 8597 | 3.9343469 |
| 8466 | 3.9276783 | 8532 | 3.9310508 | 8598 | 3.9343974 |
| 8467 | 3.9277296 | 8533 | 3.9311017 | 8599 | 3.9344479 |
| 8468 | 3.9277808 | 8534 | 3.9311526 | 9600 | 3.9344984 |
| 8469 | 3.9278321 | 8535 | 3.9312035 | 8601 | 3.9345489 |
| 8470 | 3.9278834 | 8536 | 3.9312544 | 8602 | 3.9345994 |
| 8471 | 3.9279347 | 8537 | 3.9313053 | 8603 | 3.9346499 |
| 8472 | 3.9279859 | 8538 | 3.9313561 | 8604 | 3.9347004 |
| 8473 | 3.9280372 | 8539 | 3.9314070 | 8605 | 3.9347509 |
| 8474 | 3.9280885 | 8540 | 3.9314579 | 8606 | 3.9348013 |
| 8475 | 3.9281397 | 8541 | 3.9315087 | 8607 | 3.9348518 |
| 8476 | 3.9281909 | 8542 | 3.9315596 | 8608 | 3.9349022 |
| 8477 | 3.9282422 | 8543 | 3.9316104 | 8609 | 3.9349527 |
| 8478 | 3.9282934 | 8544 | 3.9316612 | 8610 | 3.9350031 |
| 8479 | 3.9283446 | 8545 | 3.9317121 | 8611 | 3.9350536 |
| 8480 | 3.9283959 | 8546 | 3.9317629 | 8612 | 3.9351040 |
| 8481 | 3.9284471 | 8547 | 3.9318137 | 8613 | 3.9351544 |
| 8482 | 3.9284983 | 8548 | 3.9318945 | 8614 | 3.9352049 |
| 8483 | 3.9285495 | 8549 | 3.9319153 | 8615 | 3.9352553 |
| 8484 | 3.9286007 | 8550 | 3.9319661 | 8616 | 3.9353057 |
| 8485 | 3.9286518 | 8551 | 3.9320169 | 8617 | 3.9353561 |
| 8486 | 3.9287030 | 8552 | 3.9320677 | 8618 | 3.9354065 |
| 8487 | 3.9287542 | 8553 | 3.9321185 | 8619 | 3.9354569 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 8620 | 3.9355073 | 8686 | 3.9388198 | 8752 | 3.9421078 |
| 8621 | 3.9355576 | 8687 | 3.9388698 | 8753 | 3.9421569 |
| 8622 | 3.9356080 | 8688 | 3.9389198 | 8754 | 3.9421065 |
| 8623 | 3.9356584 | 8689 | 3.9389698 | 8755 | 3.9422561 |
| 8624 | 3.9357087 | 8690 | 3.9390198 | 8756 | 3.9423058 |
| 8625 | 3.9357591 | 8691 | 3.9390697 | 8757 | 3.9423553 |
| 8626 | 3.9358094 | 8692 | 3.9391197 | 8758 | 3.9424049 |
| 8627 | 3.9358598 | 8693 | 3.9391697 | 8759 | 3.9424545 |
| 8628 | 3.9359101 | 8694 | 3.9392196 | 8760 | 3.9425041 |
| 8629 | 3.9359605 | 8695 | 3.9392696 | 8761 | 3.9425537 |
| 8630 | 3.9360108 | 8696 | 3.9393195 | 8762 | 3.9426032 |
| 8631 | 3.9360611 | 8697 | 3.9393695 | 8763 | 3.9426528 |
| 8632 | 3.9361114 | 8698 | 3.9394194 | 8764 | 3.9427024 |
| 8633 | 3.9361617 | 8699 | 3.9394693 | 8765 | 3.9427518 |
| 8634 | 3.9362120 | 8700 | 3.9395192 | 8766 | 3.9428015 |
| 8635 | 3.9362623 | 8701 | 3.9395692 | 8767 | 3.9428510 |
| 8636 | 3.9363126 | 8702 | 3.9396191 | 8768 | 3.9429005 |
| 8637 | 3.9363629 | 8703 | 3.9396690 | 8769 | 3.9429501 |
| 8938 | 3.9364132 | 8704 | 3.9397189 | 8770 | 3.9429996 |
| 8639 | 3.9364635 | 8705 | 3.9397688 | 8771 | 3.9430491 |
| 8640 | 3.9365137 | 8706 | 3.9398187 | 8772 | 3.9430986 |
| 8641 | 3.9365640 | 8707 | 3.9398685 | 8773 | 3.9431481 |
| 8642 | 3.9366143 | 8708 | 3.9399184 | 8774 | 3.9431976 |
| 8643 | 3.9366645 | 8709 | 3.9399683 | 8775 | 3.9432471 |
| 8644 | 3.9367147 | 8710 | 3.9400182 | 8776 | 3.9432966 |
| 8645 | 3.9367650 | 9711 | 3.9400680 | 8777 | 3.9433461 |
| 8646 | 3.9368152 | 8412 | 3.9401179 | 8778 | 3.9433956 |
| 8647 | 3.9368654 | 8713 | 3.9401677 | 8779 | 3.9434450 |
| 8648 | 3.9369157 | 8714 | 3.9402176 | 8780 | 3.9434945 |
| 8649 | 3.9369659 | 8715 | 3.9402674 | 8781 | 3.9435440 |
| 8650 | 3.9370161 | 8716 | 3.9403172 | 8782 | 3.9435934 |
| 8651 | 3.9370663 | 8717 | 3.9403670 | 8783 | 3.9436429 |
| 8652 | 3.9371165 | 8718 | 3.9404169 | 8784 | 3.9436923 |
| 8653 | 3.9371667 | 8719 | 3.9404667 | 8785 | 3.9437418 |
| 8654 | 3.9372169 | 8720 | 3.9405165 | 8786 | 3.9437912 |
| 8655 | 3.9372671 | 8721 | 3.9405663 | 8787 | 3.9438406 |
| 8656 | 3.9373172 | 8722 | 3.9406161 | 8788 | 3.9438900 |
| 8657 | 3.9373674 | 8723 | 3.9406659 | 8789 | 3.9439395 |
| 8658 | 3.9374176 | 8724 | 3.9407157 | 8790 | 3.9439889 |
| 8659 | 3.9374677 | 8725 | 3.9407654 | 8791 | 3.9440383 |
| 8660 | 3.9375179 | 8726 | 3.9408152 | 8792 | 3.9448 77 |
| 8661 | 3.9375680 | 8727 | 3.9408650 | 8793 | 3.9441371 |
| 8661 | 3.9376182 | 8728 | 3.9409147 | 8794 | 3.9441865 |
| 8663 | 3.9376683 | 8729 | 3.9409645 | 8795 | 3.9442358 |
| 8664 | 3.9377184 | 8730 | 3.9410142 | 8396 | 3.9442852 |
| 8665 | 3.9377686 | 8731 | 3.9410640 | 8797 | 3.9443346 |
| 8666 | 3.9378187 | 8732 | 3.9411137 | 8798 | 3.9443840 |
| 8667 | 3.9378688 | 8733 | 3.9411635 | 8799 | 3.9444333 |
| 8668 | 3.9379189 | 8734 | 3.9412132 | 8800 | 3.9444827 |
| 8669 | 3.9379690 | 8735 | 3.9412629 | 8801 | 3.9445320 |
| 8670 | 3.9380191 | 8736 | 3.9413126 | 8802 | 3.9445814 |
| 8671 | 3.9380692 | 8737 | 3.9413623 | 8803 | 3.9446307 |
| 8672 | 3.9381193 | 8738 | 3.9414120 | 8804 | 3.9446800 |
| 8673 | 3.9381693 | 8739 | 3.9414617 | 8805 | 3.9447294 |
| 8674 | 3.9382194 | 8740 | 3.9415114 | 8806 | 3.9447787 |
| 8675 | 3.9382695 | 8741 | 3.9415611 | 8807 | 3.9448280 |
| 8676 | 3.9383195 | 8742 | 3.9416108 | 8808 | 3.9448773 |
| 8677 | 3.9383696 | 8743 | 3.9416605 | 8809 | 3.9449266 |
| 8678 | 3.9384196 | 8744 | 3.9417101 | 8810 | 3.9449759 |
| 8679 | 3.9384697 | 8745 | 3.9417598 | 8812 | 4.9450252 |
| 8680 | 3.9385197 | 8746 | 3.9418095 | 8812 | 3.9450745 |
| 8681 | 3.9385697 | 8747 | 3.9418591 | 8813 | 3.9451238 |
| 8682 | 3.9386198 | 8748 | 3.9419088 | 8814 | 3.9451730 |
| 8683 | 3.9386698 | 8749 | 3.9419584 | 8815 | 3.9452223 |
| 8684 | 3.9387198 | 8750 | 3.9420081 | 8816 | 3.9452716 |
| 8685 | 3.9387698 | 8751 | 3.9420577 | 8817 | 3.9453208 |

| N. | Logarit. | N. | Lgaorit. | N. | Logarit. | N. | Logarit | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 8818 | 3.9453701 | 8884 | 3.9486085 | 8950 | 3.9518230 | 9916 | 3.9550139 | 9082 | 3.9581815 | 9148 | 3.9613261 |
| 8819 | 3.9454193 | 8885 | 3.9486574 | 8951 | 3.9518716 | 9017 | 3.9550621 | 9083 | 3.9582293 | 9149 | 3.9613736 |
| 8820 | 3.9454686 | 8886 | 3.9487063 | 8952 | 3.9519201 | 9018 | 3.9551102 | 9084 | 3.9582771 | 9150 | 3.9614211 |
| 8821 | 3.9455178 | 8887 | 3.9487552 | 8953 | 3.9519686 | 9019 | 3.9551584 | 9085 | 3.9583249 | 9151 | 3.9614685 |
| 8822 | 3.9455670 | 8888 | 3.9488040 | 8954 | 3.9520171 | 9020 | 3.9552065 | 9086 | 3.9583727 | 9152 | 3.9615160 |
| 8823 | 3.9456163 | 8889 | 3.9488529 | 8955 | 3.9520656 | 9021 | 3.9552547 | 9087 | 3.9584205 | 9153 | 3.9615635 |
| 8824 | 3.9456655 | 8890 | 3.9489018 | 8956 | 3.9521141 | 9022 | 3.9553028 | 9088 | 3.9584683 | 9154 | 3.9616109 |
| 8825 | 3.9457147 | 8891 | 3.9489506 | 8957 | 3.9121626 | 9023 | 3.9553510 | 9089 | 3.9585161 | 9155 | 3.9616583 |
| 8826 | 3.9457639 | 8892 | 3.9489994 | 8958 | 3.9522111 | 9024 | 3.9553951 | 9090 | 3.9585639 | 9156 | 3.9617058 |
| 8827 | 3.9458131 | 8893 | 3.9490483 | 8959 | 3.9522595 | 9025 | 3.9554472 | 9091 | 3.9586117 | 9157 | 3.9617532 |
| 8828 | 3.9458623 | 8894 | 3.9490971 | 8960 | 4.9523080 | 9026 | 3.9554953 | 9092 | 3.9586594 | 9158 | 3.9618006 |
| 8829 | 3.9459115 | 8895 | 3.9491460 | 8961 | 3.9523565 | 9027 | 3.9555434 | 9093 | 3.9587072 | 9159 | 3.9618482 |
| 8830 | 3.9459607 | 8896 | 3.9491948 | 8962 | 3.9524049 | 9028 | 3.9555915 | 9094 | 3.9587549 | 9160 | 3.9618955 |
| 8831 | 3.9460099 | 8897 | 3.9492436 | 8963 | 3.9524534 | 9029 | 3.9556397 | 9095 | 3.9588027 | 9161 | 3.9619429 |
| 8832 | 3.9460591 | 8898 | 3.9492924 | 8964 | 3.9525018 | 9030 | 3.9556877 | 9096 | 3.9588505 | 9162 | 3.9619903 |
| 8833 | 3.9461082 | 8899 | 3.9493412 | 8965 | 3.9525503 | 9031 | 3.9557358 | 9097 | 3.9588982 | 9163 | 3.9620377 |
| 8834 | 3.9461574 | 8900 | 3.9493900 | 8966 | 3.9525987 | 9032 | 3.9557839 | 9098 | 3.9589459 | 9164 | 3.9620851 |
| 8835 | 3.9462065 | 8901 | 3.9494388 | 8967 | 3.9526472 | 9033 | 3.9558320 | 9099 | 3.9589937 | 9165 | 3.9621325 |
| 8836 | 3.9462557 | 8902 | 3.9494876 | 8968 | 3.9526956 | 9034 | 3.9558801 | 9100 | 3.9590414 | 9166 | 3.9621799 |
| 8837 | 3.9463048 | 8903 | 3.9495364 | 8969 | 3.9527440 | 9035 | 3.9559282 | 9101 | 3.9590891 | 9167 | 3.9622272 |
| 8838 | 3.9463540 | 8904 | 3.9495852 | 8970 | 3.9527924 | 9036 | 3.9559762 | 9102 | 3.9591368 | 9168 | 3.9622746 |
| 8839 | 3.9464031 | 8905 | 3.9496339 | 8971 | 3.9528409 | 9037 | 3.9560242 | 9103 | 3.9591845 | 9169 | 3.9623220 |
| 8840 | 3.9464523 | 8906 | 3.9496827 | 8972 | 3.9528893 | 9038 | 3.9560723 | 9104 | 3.9592322 | 9170 | 3.9623693 |
| 8841 | 3.9465014 | 8907 | 3.9497315 | 8973 | 3.9529377 | 9039 | 3.9561204 | 9105 | 3.9552799 | 9171 | 3.9624167 |
| 8842 | 3.9465505 | 8908 | 3.9497802 | 8974 | 3.9529861 | 9040 | 3.9561684 | 9106 | 3.9593276 | 9172 | 3.9624640 |
| 8843 | 3.9465996 | 8909 | 3.9498290 | 8975 | 3.9530345 | 9041 | 3.9562165 | 9107 | 3.9553753 | 9173 | 3.9625114 |
| 8844 | 3.9466487 | 8910 | 3.9498777 | 8976 | 3.9530828 | 9042 | 3.9562645 | 9108 | 3.9594230 | 9174 | 3.9625587 |
| 8845 | 3.9466978 | 8911 | 3.9499264 | 8977 | 3.9531312 | 9043 | 3.9563125 | 9109 | 3.9594707 | 9175 | 3.9626061 |
| 8846 | 3.9467469 | 8912 | 3.9499752 | 8978 | 3.9531796 | 9044 | 3.9563606 | 9110 | 3.9595184 | 9176 | 3.9626534 |
| 8847 | 3.9467960 | 8913 | 3.9500239 | 8979 | 3.9532280 | 9045 | 3.9564086 | 9111 | 3.9595660 | 9177 | 3.9627007 |
| 8848 | 3.9468451 | 8914 | 3.9500726 | 8980 | 3.9532763 | 9045 | 3.9564566 | 9112 | 3.9596137 | 9178 | 3.9627480 |
| 8849 | 3.9468942 | 8915 | 3.9501213 | 8981 | 3.9533247 | 9047 | 3.9565046 | 9113 | 3.9596614 | 9179 | 3.9627954 |
| 8850 | 3.9469433 | 8916 | 3.9501701 | 8982 | 3.9533730 | 9048 | 3.9565526 | 9114 | 3.9597090 | 9180 | 3.9628427 |
| 8851 | 3.9469923 | 8917 | 3.9402188 | 8983 | 3.9534214 | 9049 | 3.9566008 | 9115 | 3.9597567 | 9181 | 3.9628900 |
| 8852 | 3.9470414 | 8918 | 3.9502675 | 8984 | 3.9534697 | 9050 | 3.9566486 | 9116 | 3.9598043 | 9182 | 3.9629373 |
| 8853 | 3.9470905 | 8919 | 3.9503162 | 8985 | 3.9535181 | 9051 | 3.9566966 | 9117 | 3.9598520 | 9183 | 3.9629846 |
| 8854 | 3.9471395 | 8920 | 3.9503649 | 8986 | 3.9535664 | 9052 | 3.9567445 | 9118 | 3.9598996 | 9184 | 3.9630319 |
| 8855 | 3.9471886 | 8921 | 3.9504135 | 8987 | 3.9536147 | 9053 | 3.9567925 | 9119 | 3.9599472 | 9185 | 3.9630792 |
| 8856 | 3.9472376 | 8922 | 3.9504622 | 8988 | 3.9536631 | 9054 | 3.9568405 | 9120 | 3.9559948 | 9186 | 3.9631264 |
| 8857 | 3.9472866 | 8923 | 3.9505109 | 8989 | 3.9537114 | 9055 | 3.9568885 | 9121 | 3.9600424 | 9187 | 3.9631737 |
| 8858 | 3.9473357 | 8924 | 3.9505596 | 8990 | 3.9547597 | 9056 | 3.9569364 | 9122 | 3.9600901 | 9188 | 3.9632210 |
| 8859 | 3.9473847 | 8925 | 3.9506082 | 8991 | 3.9538080 | 9057 | 3.9569844 | 9123 | 3.9601337 | 9189 | 3.9632683 |
| 8860 | 3.9474337 | 8925 | 3.9506529 | 8992 | 3.9538563 | 9058 | 3.9570323 | 9124 | 3.9601853 | 9190 | 3.9633155 |
| 8861 | 3.9474827 | 8927 | 3.9507055 | 8993 | 3.9539046 | 9059 | 3.9570803 | 9125 | 3.9602329 | 9191 | 3.9633628 |
| 8862 | 3.9475317 | 8928 | 3.9507542 | 8994 | 3.9539529 | 9060 | 3.9571282 | 9126 | 3.9602805 | 9192 | 3.9634100 |
| 8863 | 3.9475807 | 8929 | 3.9508028 | 8995 | 3.9540012 | 9061 | 3.9571761 | 9127 | 3.9603280 | 9193 | 3.9634572 |
| 8864 | 3.9476297 | 8930 | 3.9508515 | 8996 | 3.9540494 | 9062 | 3.9572241 | 9128 | 3.9603756 | 9194 | 3.9635045 |
| 8865 | 3.9476787 | 8931 | 3.9509001 | 8997 | 3.9540977 | 9063 | 3.9572720 | 9129 | 3.9604232 | 9195 | 3.9635517 |
| 8866 | 3.9477277 | 8932 | 3.8509487 | 8998 | 3.9541460 | 9064 | 3.9573199 | 9130 | 3.9604708 | 9196 | 3.9635990 |
| 8867 | 3.9477767 | 8933 | 3.9509973 | 8999 | 3.9541943 | 9065 | 3.9573678 | 9131 | 3.9605183 | 9197 | 3.9636462 |
| 8868 | 3.9478257 | 8934 | 3.9510459 | 9000 | 3.9542425 | 9066 | 3.9574157 | 9132 | 3.9605659 | 9198 | 3.9636934 |
| 8869 | 3.9478746 | 8935 | 3.9510946 | 9001 | 3.9542908 | 9067 | 3.9574636 | 9233 | 3.9606134 | 9199 | 3.9637406 |
| 8970 | 3.9479236 | 8936 | 3.9511432 | 9002 | 3.9543390 | 9068 | 3.9575115 | 9134 | 3.9606610 | 9200 | 3.9637878 |
| 8871 | 3.9479726 | 8937 | 3.9511918 | 9003 | 3.9543872 | 9069 | 3.9575594 | 9135 | 3.9607085 | 9201 | 3.9638350 |
| 8872 | 3.9480215 | 8938 | 3.9512404 | 9004 | 3.6544355 | 9070 | 3.9576073 | 9136 | 3.9607561 | 9202 | 3.9638822 |
| 8873 | 3.9480705 | 8939 | 3.9512889 | 9005 | 3.9544837 | 9071 | 3.9576552 | 9137 | 3.9608036 | 9203 | 3.9639294 |
| 8874 | 3.9481194 | 8940 | 3.9513375 | 9006 | 3.9545319 | 9072 | 3.9577030 | 9138 | 3.9608511 | 9204 | 3.9639766 |
| 8875 | 3.9481684 | 8941 | 3.9513861 | 9007 | 3.9545802 | 9073 | 3.9577509 | 9139 | 3.9608987 | 9205 | 3.9640238 |
| 8876 | 3.9482173 | 8942 | 3.9514347 | 9008 | 3.9546284 | 9074 | 3.9577988 | 9140 | 3.9609462 | 9206 | 3.9640710 |
| 8877 | 3.9482662 | 8943 | 3.9514832 | 9009 | 3.9546766 | 9075 | 3.9578466 | 9141 | 3.9609937 | 9207 | 3.9641181 |
| 8878 | 3.9483151 | 8944 | 3.9515318 | 9010 | 3.9547248 | 9076 | 3.9578945 | 9142 | 3.9610412 | 9208 | 3.9641653 |
| 8879 | 3.9483641 | 8945 | 3.9515803 | 9011 | 3.9547730 | 9077 | 3.9579423 | 9143 | 3.9610887 | 9209 | 3.9642125 |
| 8880 | 3.9484130 | 8946 | 3.9516289 | 9012 | 3.9548212 | 9078 | 3.9579902 | 9144 | 3.9611362 | 9210 | 3.9642596 |
| 8881 | 3.9484619 | 8947 | 3.9516774 | 9013 | 3.9548694 | 9079 | 3.9580380 | 9145 | 3.9611837 | 9211 | 3.9643068 |
| 8882 | 3.9485108 | 8948 | 3.9517260 | 9014 | 3.9549176 | 9080 | 3.9580858 | 9146 | 3.9612312 | 9212 | 3.9643539 |
| 8883 | 3.9485597 | 8949 | 3.9517745 | 9015 | 3.9549657 | 9081 | 3.9581337 | 9147 | 3.9612787 | 9213 | 3.9644011 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 9214 | 3.9644482 | 9280 | 3.9675480 | 9346 | 3.9706258 |
| 9215 | 3.9644953 | 9281 | 3.9675948 | 9347 | 3.9706722 |
| 9216 | 3.9645425 | 9282 | 3.9676416 | 9348 | 3.9707187 |
| 9217 | 3.9645896 | 9283 | 3.9676883 | 9349 | 3.9707652 |
| 9218 | 3.9646367 | 9284 | 3.9677351 | 9350 | 3.9708116 |
| 9219 | 3.9646838 | 9285 | 3.9677819 | 9351 | 3.9708581 |
| 9220 | 3.9647309 | 9286 | 3.9678287 | 9352 | 3.9709045 |
| 9221 | 3.9647780 | 9287 | 3.9678754 | 9353 | 3.9709509 |
| 9222 | 3.9648251 | 9288 | 3.9679222 | 9354 | 3.9709973 |
| 9223 | 3.9648722 | 9289 | 3.9679690 | 9355 | 3.9710438 |
| 9224 | 3.9649193 | 9290 | 3.9680157 | 9356 | 3.9710902 |
| 9225 | 3.9649664 | 9291 | 3.9680625 | 9357 | 3.9711366 |
| 9226 | 3.9650134 | 9292 | 3.9681092 | 9358 | 3.9711830 |
| 9227 | 3.9650605 | 9293 | 3.9681559 | 9359 | 3.9712294 |
| 9228 | 3.9651076 | 9294 | 3.9682027 | 9360 | 3.9712758 |
| 9229 | 3.9651546 | 9295 | 3.9682494 | 9361 | 3.9713222 |
| 9230 | 3.9652017 | 9296 | 3.9682961 | 9362 | 3.9713686 |
| 9231 | 3.9652487 | 9297 | 3.9683428 | 9363 | 3.9714150 |
| 9232 | 3.9652958 | 9298 | 3.9683895 | 9364 | 3.9714614 |
| 9233 | 3.9653428 | 9299 | 3.9684362 | 9365 | 3.9715078 |
| 9234 | 3.9653899 | 9300 | 3.9684829 | 9366 | 3.9715542 |
| 9235 | 3.9654369 | 9301 | 3.9685296 | 9367 | 3.9716005 |
| 9236 | 3.9654839 | 9302 | 3.9685763 | 9368 | 3.9716469 |
| 9237 | 3.9655309 | 9303 | 3.9686230 | 9369 | 3.9716932 |
| 9238 | 3.9655780 | 9304 | 3.9686697 | 9370 | 3.9717396 |
| 9239 | 3.9656250 | 9305 | 3.9687164 | 9371 | 3.9717859 |
| 9240 | 3.9656720 | 9306 | 3.9687630 | 9372 | 3.9718323 |
| 9241 | 3.9657190 | 9307 | 3.9688097 | 9373 | 3.9718786 |
| 9242 | 3.9657660 | 9308 | 3.9688564 | 9374 | 3.9719249 |
| 9243 | 3.9658130 | 9309 | 3.9689030 | 9375 | 3.9719713 |
| 9244 | 3.9658599 | 9310 | 3.9689497 | 9376 | 3.9720176 |
| 9245 | 3.9659069 | 9311 | 3.9689963 | 9377 | 3.9720639 |
| 9246 | 3.9659539 | 9312 | 3.9690430 | 9378 | 3.9721102 |
| 9247 | 3.9660009 | 9313 | 3.9690896 | 9379 | 3.9721565 |
| 9248 | 3.9660478 | 9314 | 3.9691362 | 9380 | 3.9722028 |
| 9249 | 3.9660948 | 9315 | 3.9691829 | 9381 | 3.9722491 |
| 9250 | 3.9661417 | 9316 | 3.9692295 | 9382 | 3.9722954 |
| 9251 | 3.9661887 | 9317 | 3.9692761 | 9383 | 3.9723417 |
| 9252 | 3.9662356 | 9318 | 3.9693227 | 9384 | 3.9723880 |
| 9253 | 3.9662826 | 9319 | 3.9693693 | 9385 | 3.9724343 |
| 9254 | 3.9663295 | 9320 | 3.9694159 | 9386 | 3.9724805 |
| 9255 | 3.9663764 | 9321 | 3.9694625 | 9387 | 3.9725268 |
| 9256 | 3.9664233 | 9322 | 3.9695091 | 9388 | 3.9725731 |
| 9257 | 3.9664703 | 9323 | 3.9695557 | 9389 | 3.9726193 |
| 9258 | 3.9665172 | 9324 | 3.9696023 | 9390 | 3.9726656 |
| 9259 | 3.9665641 | 9325 | 3.9696488 | 9391 | 3.9727118 |
| 9260 | 3.9666110 | 9326 | 3.9696954 | 9392 | 3.9727581 |
| 9261 | 3.9666579 | 9327 | 3.9697420 | 9393 | 3.9728043 |
| 9262 | 3.9667048 | 9328 | 3.9697885 | 9394 | 3.9728506 |
| 9263 | 3.9667517 | 9329 | 3.9698351 | 9395 | 3.9728968 |
| 9264 | 3.9667985 | 9330 | 3.9698816 | 9396 | 3.9729430 |
| 9265 | 3.9668454 | 9331 | 3.9699282 | 9397 | 3.9729892 |
| 9266 | 3.9668923 | 9332 | 3.9699747 | 9398 | 3.9730354 |
| 9267 | 3.9669392 | 9333 | 3.9700213 | 9399 | 3.9730816 |
| 9268 | 3.9669860 | 9334 | 3.9700678 | 9400 | 3.9731279 |
| 9269 | 3.9670329 | 9335 | 3.9701143 | 9401 | 3.9731741 |
| 9270 | 3.9670797 | 9336 | 3.9701608 | 9402 | 3.9732202 |
| 9271 | 3.9671266 | 9337 | 3.9702074 | 9403 | 3.9732664 |
| 9272 | 3.9671734 | 9338 | 3.9702539 | 9404 | 3.9733126 |
| 9273 | 3.9672202 | 9339 | 3.9703004 | 9405 | 3.9733588 |
| 9274 | 3.9672672 | 9340 | 3.9703469 | 9406 | 3.9734050 |
| 9275 | 3.9673139 | 9341 | 3.9703934 | 9407 | 3.9734511 |
| 9276 | 3.9673607 | 9342 | 3.9704399 | 9408 | 3.9734973 |
| 9277 | 3.9674075 | 9343 | 3.9704863 | 9409 | 3.9735435 |
| 9278 | 3.9674544 | 9344 | 3.9705328 | 9410 | 3.9735896 |
| 9279 | 3.9675012 | 9345 | 3.9705793 | 9411 | 3.9736358 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 9412 | 3.9736819 | 9478 | 3.9767167 | 9544 | 3.9797304 |
| 9413 | 3.9737281 | 9479 | 3.9767625 | 9545 | 3.9797759 |
| 9414 | 3.9737742 | 9480 | 3.9768083 | 9546 | 3.9798214 |
| 9415 | 3.9738203 | 9481 | 3.9768541 | 9547 | 3.9798669 |
| 9416 | 3.9738664 | 9482 | 3.9769000 | 9548 | 3.9799124 |
| 9417 | 3.9739126 | 9483 | 3.9769457 | 9549 | 3.9799579 |
| 9418 | 3.9739587 | 9484 | 3.9769915 | 9550 | 3.9800034 |
| 9419 | 3.9740048 | 9485 | 3.9770373 | 9551 | 3.9800488 |
| 9420 | 3.9740509 | 9486 | 3.9770831 | 9552 | 3.9800943 |
| 9421 | 3.9740970 | 9487 | 3.9771289 | 9553 | 3.9801398 |
| 9422 | 3.9741431 | 9488 | 3.9771747 | 9554 | 3.9801852 |
| 9423 | 3.9741892 | 9489 | 3.9772204 | 9555 | 3.9802307 |
| 9424 | 3.9742353 | 9490 | 3.9772662 | 9556 | 3.9802761 |
| 9425 | 3.9742814 | 9491 | 3.9773120 | 9557 | 3.9803216 |
| 9426 | 3.9743274 | 9492 | 3.9773577 | 9558 | 3.9803670 |
| 9427 | 3.9743735 | 9493 | 3.9774035 | 9559 | 3.9804125 |
| 9428 | 3.9744196 | 9494 | 3.9774492 | 9560 | 3.9804579 |
| 9429 | 3.9744656 | 9495 | 3.9774950 | 9561 | 3.9805033 |
| 9430 | 3.9745117 | 9496 | 3.9775407 | 9562 | 3.9805487 |
| 9431 | 3.9745577 | 9497 | 3.9775864 | 9563 | 3.9805941 |
| 9432 | 3.9746038 | 9498 | 3.9776322 | 9564 | 3.9806396 |
| 9433 | 3.9746498 | 9499 | 3.9776779 | 9565 | 3.9806850 |
| 9434 | 3.9746959 | 9500 | 3.9777236 | 9566 | 3.9807304 |
| 9435 | 3.9747419 | 9501 | 3.9777693 | 9567 | 3.9807758 |
| 9436 | 3.9747879 | 9502 | 3.9778150 | 9568 | 3.9808211 |
| 9437 | 3.9748340 | 9503 | 3.9778607 | 9569 | 3.9808665 |
| 9438 | 3.9748800 | 9504 | 3.9779064 | 9570 | 3.9809119 |
| 9439 | 3.9749260 | 9505 | 3.9779521 | 9571 | 3.9809573 |
| 9440 | 3.9749720 | 9506 | 3.9779978 | 9572 | 3.9810027 |
| 9441 | 3.9750180 | 9507 | 3.9780435 | 9573 | 3.9810480 |
| 9442 | 3.9750640 | 9508 | 3.9780892 | 9574 | 3.9810934 |
| 9443 | 3.9751100 | 9509 | 3.9781348 | 9575 | 3.9811388 |
| 9444 | 3.9751560 | 9510 | 3.9781805 | 9576 | 3.9811841 |
| 9445 | 3.9752020 | 9511 | 3.9782262 | 9577 | 3.9812295 |
| 9446 | 3.9752479 | 9512 | 3.9782718 | 9578 | 3.9812748 |
| 9447 | 3.9752939 | 9513 | 3.9783175 | 9579 | 3.9813202 |
| 9448 | 3.9753399 | 9514 | 3.9783631 | 9580 | 3.9813655 |
| 9449 | 3.9753858 | 9515 | 3.9784088 | 9581 | 3.9814108 |
| 9450 | 3.9754318 | 9516 | 3.9784544 | 9582 | 3.9814562 |
| 9451 | 3.9754778 | 9517 | 3.9785001 | 9583 | 3.9815015 |
| 9452 | 3.9755237 | 9518 | 3.9785457 | 9584 | 3.9815468 |
| 9453 | 3.9755697 | 9519 | 3.9785913 | 9585 | 3.9815921 |
| 9454 | 3.9756156 | 9520 | 3.9786369 | 9586 | 3.9816374 |
| 9455 | 3.9756615 | 9521 | 3.9786826 | 9587 | 3.9816827 |
| 9456 | 3.9757075 | 9522 | 3.9787282 | 9588 | 3.9817280 |
| 9457 | 3.9757534 | 9523 | 3.9787738 | 9589 | 3.9817733 |
| 9458 | 3.9757993 | 9524 | 3.9788194 | 9590 | 3.9818186 |
| 9459 | 3.9758452 | 9525 | 3.9788650 | 9591 | 3.9818639 |
| 9460 | 3.9758911 | 9526 | 3.9789106 | 9592 | 3.9819092 |
| 9461 | 3.9759370 | 9527 | 3.9789562 | 9593 | 3.9819544 |
| 9462 | 3.9759829 | 9528 | 3.9790017 | 9594 | 3.9819997 |
| 9463 | 3.9760288 | 9529 | 3.9790473 | 9595 | 3.9820450 |
| 9464 | 3.9760747 | 9530 | 3.9790929 | 9596 | 3.9820902 |
| 9465 | 3.9761206 | 9531 | 3.9791385 | 9597 | 3.9821355 |
| 9466 | 3.9761665 | 9532 | 3.9791840 | 9598 | 3.9821807 |
| 9467 | 3.9762124 | 9533 | 3.9792296 | 9599 | 3.9822260 |
| 9468 | 3.9762582 | 9534 | 3.9792751 | 9600 | 3.9822712 |
| 9469 | 3.9763041 | 9535 | 3.9793207 | 9601 | 3.9823165 |
| 9470 | 3.9763500 | 9536 | 3.9793662 | 9602 | 3.9823617 |
| 9471 | 3.9763958 | 9537 | 3.9794118 | 9603 | 3.9824069 |
| 9472 | 3.9764417 | 9538 | 3.9794573 | 9604 | 3.9824521 |
| 9473 | 3.9764875 | 9539 | 3.9795028 | 9605 | 3.9824974 |
| 9474 | 3.9765334 | 9540 | 3.9795484 | 9606 | 3.9825426 |
| 9475 | 3.9765792 | 9541 | 3.9795939 | 9607 | 3.9825878 |
| 9476 | 3.9766251 | 9542 | 3.9796394 | 9608 | 3.9826330 |
| 9477 | 3.9766709 | 9543 | 3.9796849 | 9609 | 3.9826782 |

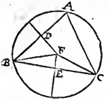
| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 9610 | 3.9827234 | 9676 | 3.9856958 | 9742 | 3.9886481 |
| 9611 | 3.9827686 | 9677 | 3.9857407 | 9743 | 3.9886927 |
| 9612 | 3.9828138 | 9678 | 3.9857856 | 9744 | 3.9887373 |
| 9613 | 3.9828589 | 9679 | 3.9858305 | 9745 | 3.9887818 |
| 9614 | 3.9829041 | 9680 | 3.9858754 | 9746 | 3.9888264 |
| 9615 | 3.9829493 | 9681 | 3.9859202 | 9747 | 3.9888710 |
| 9616 | 3.9829944 | 9682 | 3.9859651 | 9748 | 3.9889155 |
| 9617 | 3.9830396 | 9683 | 3.9860099 | 9749 | 3.9889601 |
| 9618 | 3.9830848 | 9684 | 3.9860548 | 9750 | 3.9890046 |
| 9619 | 3.9831299 | 9685 | 3.9860996 | 9751 | 3.9890492 |
| 9620 | 3.9831751 | 9686 | 3.9861445 | 9752 | 3.9890937 |
| 9621 | 3.9832202 | 9687 | 3.9861893 | 9753 | 3.9891382 |
| 9622 | 3.9832654 | 9688 | 3.9862341 | 9754 | 3.9891828 |
| 9623 | 3.9833105 | 9689 | 3.9862790 | 9755 | 3.9892273 |
| 9624 | 3.9833556 | 9690 | 3.9863238 | 9756 | 3.9892718 |
| 9625 | 3.9834007 | 9691 | 3.9863686 | 9757 | 3.9893163 |
| 9626 | 3.9834458 | 9692 | 3.9864134 | 9758 | 3.9893608 |
| 9627 | 3.9834910 | 9693 | 3.9864582 | 9759 | 3.9894053 |
| 9628 | 3.9835361 | 9694 | 3.9865030 | 9760 | 3.9894498 |
| 9629 | 3.9835812 | 9695 | 3.9865478 | 9761 | 3.9894943 |
| 9630 | 3.9836263 | 9696 | 3.9865926 | 9762 | 3.9895388 |
| 9632 | 3.9836714 | 9697 | 3.9866374 | 9763 | 3.9895833 |
| 9632 | 3.9837165 | 9698 | 3.9866822 | 9764 | 3.9896278 |
| 9633 | 3.9837616 | 9699 | 3.9867270 | 9765 | 3.9896722 |
| 9634 | 3.9838066 | 9700 | 3.9867717 | 9766 | 3.9897167 |
| 9635 | 3.9838517 | 9701 | 3.9868165 | 9767 | 3.9897612 |
| 9636 | 3.9838968 | 9702 | 3.9868613 | 9768 | 3.9898056 |
| 9637 | 3.9839419 | 9703 | 3.9869060 | 9769 | 3.9898501 |
| 9638 | 3.9839869 | 9704 | 3.9869508 | 9770 | 3.9898946 |
| 9639 | 3.9840320 | 9705 | 3.9869955 | 9771 | 3.9899390 |
| 9640 | 3.9840770 | 9706 | 3.9870403 | 9772 | 3.9899835 |
| 9641 | 3.9841221 | 9707 | 3.9870850 | 9773 | 3.9900279 |
| 9642 | 3.9841671 | 9708 | 3.9871298 | 9774 | 3.9900723 |
| 9643 | 3.9842122 | 9709 | 3.9871745 | 9775 | 3.9901168 |
| 9644 | 3.9842572 | 9710 | 3.9872192 | 9776 | 3.9901612 |
| 9645 | 3.9843022 | 9711 | 3.9872640 | 9777 | 3.9902056 |
| 9646 | 3.9843473 | 9712 | 3.9873087 | 9778 | 3.9902500 |
| 9647 | 3.9843923 | 9713 | 3.9873534 | 9779 | 3.9902944 |
| 9648 | 3.9844373 | 9714 | 3.9873981 | 9780 | 3.9903389 |
| 9649 | 3.9844823 | 9715 | 3.9874428 | 9781 | 3.9903833 |
| 9650 | 3.9845273 | 9716 | 3.9874875 | 9782 | 3.9904277 |
| 9651 | 3.9845723 | 9717 | 3.9875322 | 9783 | 3.9904721 |
| 9652 | 3.9846173 | 9718 | 3.9875769 | 9784 | 3.9905164 |
| 9653 | 3.9846623 | 9719 | 3.9876216 | 9785 | 3.9905608 |
| 9654 | 3.9847073 | 9720 | 3.9876663 | 9786 | 3.9906052 |
| 9655 | 3.9847523 | 9721 | 3.9877109 | 9787 | 3.9906496 |
| 9656 | 3.9847972 | 9722 | 3.9877556 | 9788 | 3.9986940 |
| 9657 | 3.9848422 | 9723 | 3.9878003 | 9789 | 3.9907383 |
| 9658 | 3.9848872 | 9724 | 3.9878449 | 9790 | 3.9907827 |
| 9659 | 3.9849322 | 9725 | 3.9878896 | 9791 | 3.9908270 |
| 9660 | 3.9849771 | 9726 | 3.9879343 | 9792 | 3.9908714 |
| 9661 | 3.8500221 | 9727 | 3.9879789 | 9793 | 3.9909158 |
| 9662 | 3.9850670 | 9728 | 3.9880236 | 9794 | 3.9909601 |
| 9663 | 3.9851120 | 9729 | 3.9880682 | 9795 | 3.9910044 |
| 9664 | 3.9851569 | 9730 | 3.9881128 | 9796 | 3.9910488 |
| 9665 | 3.9852018 | 9731 | 3.9881575 | 9797 | 3.9910931 |
| 9666 | 3.9852468 | 9732 | 3.9882021 | 9798 | 3.9911374 |
| 9667 | 3.9852917 | 9733 | 3.9882467 | 9799 | 3.9911823 |
| 9668 | 3.9853366 | 9734 | 3.9882913 | 9800 | 3.9912261 |
| 9669 | 3.9853816 | 9735 | 3.9883360 | 9801 | 3.9912704 |
| 9670 | 3.9854265 | 9736 | 3.9883806 | 9802 | 3.9913147 |
| 9671 | 3.9854714 | 9737 | 3.9884252 | 9803 | 3.9913590 |
| 9672 | 3.9855163 | 9738 | 3.9884698 | 9804 | 3.9914033 |
| 9673 | 3.9855612 | 9739 | 3.9885144 | 9805 | 3.9914476 |
| 9674 | 3.9856061 | 9740 | 3.9885590 | 9806 | 3.9914919 |
| 9675 | 3.9856510 | 9741 | 3.9886035 | 6807 | 3.9915362 |

| N. | Logarit. | N. | Logarit. | N. | Logarit. |
|---|---|---|---|---|---|
| 9808 | 3.9915805 | 9874 | 3.9944931 | 9940 | 3.9973864 |
| 9809 | 3.9916247 | 9875 | 3.9945371 | 9941 | 3.9974301 |
| 9810 | 3.9916690 | 9876 | 3.9945811 | 9942 | 3.9974737 |
| 9811 | 3.9917133 | 9877 | 3.9946251 | 9943 | 3.9975174 |
| 9812 | 3.9917575 | 9878 | 3.9946690 | 9944 | 3.9975611 |
| 9813 | 3.9918018 | 9879 | 3.9947130 | 9945 | 3.9976048 |
| 9814 | 3.9918461 | 6880 | 3.9847569 | 9946 | 3.9976484 |
| 9815 | 3.9918903 | 9881 | 3.9948009 | 9947 | 3.9976921 |
| 9816 | 3.9919345 | 9882 | 3.9948448 | 9948 | 3.9977358 |
| 9817 | 3.9919788 | 9883 | 3.9948888 | 9949 | 3.9977794 |
| 9818 | 3.9910230 | 9884 | 3.9949327 | 9950 | 3.9978231 |
| 9819 | 3.9910673 | 9885 | 3.9949767 | 9951 | 3.9978667 |
| 9820 | 3.9921115 | 9886 | 3.9950206 | 9952 | 3.9979104 |
| 9821 | 3.9921557 | 9887 | 3.9950645 | 9953 | 3.9979540 |
| 9822 | 3.9921999 | 9888 | 3.9951085 | 9954 | 3.9979976 |
| 9823 | 3.9922441 | 9889 | 3.9951524 | 9955 | 3.9580413 |
| 9824 | 3.9922884 | 9890 | 3.9951963 | 9956 | 3.9980849 |
| 9825 | 3.9923326 | 9891 | 3.9952402 | 9957 | 3.9981285 |
| 9826 | 3.9923768 | 9892 | 3.9952841 | 9958 | 3.9981721 |
| 9827 | 3.9924210 | 9893 | 3.9953280 | 9959 | 3.9982157 |
| 9828 | 3.9924651 | 9894 | 3.9953719 | 9960 | 3.9982593 |
| 9829 | 3.9925093 | 9895 | 3.9954158 | 9961 | 3.9983029 |
| 9830 | 3.9925535 | 9896 | 3.9954597 | 9962 | 3.9983465 |
| 9831 | 3.9925977 | 9897 | 3.9955036 | 9963 | 3.9983901 |
| 9832 | 3.9926419 | 9898 | 3.6955474 | 9964 | 3.9984337 |
| 9833 | 3.9926860 | 9899 | 3.9955913 | 9965 | 3.9984773 |
| 9834 | 3.9927302 | 9900 | 3.9956352 | 9966 | 3.9985209 |
| 9835 | 3.9927744 | 9901 | 3.9956791 | 9967 | 3.9985644 |
| 9836 | 3.9918185 | 9902 | 3.9957229 | 9968 | 3.9986080 |
| 9837 | 3.9928627 | 9903 | 3.9957668 | 9969 | 3.9986516 |
| 9838 | 3.9929068 | 9904 | 3.9958106 | 9970 | 3.9986952 |
| 9839 | 3.9929510 | 9905 | 3.9958545 | 9971 | 3.9987387 |
| 9840 | 3.9929951 | 9906 | 3.9958983 | 9972 | 3.9987823 |
| 9841 | 3.9930392 | 9907 | 3.9959422 | 9973 | 3.9988258 |
| 9842 | 3.9930834 | 9908 | 3.9959860 | 9974 | 3.9988694 |
| 9843 | 3.9931275 | 9909 | 3.9960298 | 9975 | 3.9989129 |
| 9844 | 3.9931716 | 9910 | 3.9960737 | 9976 | 3.9989564 |
| 9845 | 3.9932197 | 9911 | 3.9961175 | 9977 | 3.9990000 |
| 9846 | 3.9932598 | 9912 | 3.9961613 | 9978 | 3.9990435 |
| 9847 | 3.9933039 | 9913 | 3.9962051 | 9979 | 3.9990870 |
| 9848 | 3.9933480 | 9914 | 3.9962489 | 9980 | 3.9991305 |
| 9849 | 3.9933921 | 9915 | 3.9962927 | 9981 | 3.9991741 |
| 9850 | 3.9934362 | 9916 | 3.9963365 | 9982 | 3.9992176 |
| 9851 | 3.9934803 | 9917 | 3.9963803 | 9983 | 3.9992612 |
| 9852 | 3.9935244 | 9918 | 3.9964241 | 9984 | 3.9993046 |
| 9853 | 3.9935685 | 9519 | 3.9964679 | 9585 | 3.9994381 |
| 9854 | 3.9936126 | 9920 | 3.9965117 | 9986 | 3.9993916 |
| 9855 | 3.9936566 | 9921 | 3.9965554 | 9987 | 3.9994350 |
| 9856 | 3.9937007 | 9922 | 3.9965992 | 9988 | 3.9994785 |
| 9857 | 3.9937448 | 9923 | 3.9966430 | 9989 | 3.9995220 |
| 9858 | 3.9937888 | 9924 | 3.9966867 | 9990 | 3.9995655 |
| 9859 | 3.9938329 | 9925 | 3.9967305 | 9991 | 3.9996090 |
| 9860 | 3.9938769 | 9926 | 3.9967743 | 9992 | 3.9996524 |
| 9861 | 3.9939210 | 9927 | 3.9968180 | 9993 | 3.9996959 |
| 9862 | 3.9939650 | 9928 | 3.9968618 | 9994 | 3.9997392 |
| 9863 | 3.9940090 | 9929 | 3.9969055 | 9995 | 3.9997828 |
| 9864 | 3.9940531 | 9930 | 3.9969492 | 9996 | 3.9998262 |
| 9865 | 3.9940971 | 9931 | 3.9969930 | 9997 | 3.9998697 |
| 9866 | 3.9941411 | 9932 | 3.9970367 | 9998 | 3.9999131 |
| 9867 | 3.9941851 | 9933 | 3.9970804 | 9999 | 3.9999566 |
| 9868 | 3.9942291 | 9934 | 3.9971241 | 10000 | 4.0000000 |
| 9869 | 3.9942731 | 9935 | 3.9971679 | | |
| 9870 | 3.9943172 | 9936 | 3.9972116 | | |
| 9871 | 3.9943612 | 9937 | 3.9972553 | | |
| 9872 | 3.9944051 | 9938 | 3.9972990 | | |
| 9873 | 3.9944491 | 9939 | 3.9973427 | | |

# TRIGONOMETRIÆ
## LIBER TERTIVS
## Reſolutio triangulorum Rectilineorum.

### PROPOSITIO I.
Theorema.

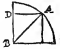
*In triangulis rectilineis vniuerſis, latera ſunt proportionalia ſinubus, angulorum oppoſitorum.*



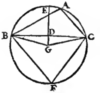

Sit triangulum quodcumque ABC rectilineum; dico ita eſſe latus AB, ad BC, ſicut ſinus anguli ACB, ad ſinum anguli BAC. circa triangulum ABC, circulus deſcribatur (*per* 5. 4.) diuidanturque bifariam latera AB, BC in D, & E, & ex centro F, ducantur lineæ FE, FD, FA, FB, FC.

Demonſtratio. Ita ſe habet latus A B, ad latus BC; ſicut medietas BD, ad medietatem BE (*per* 15. 5.) ſed medietas BD, eſt ſinus anguli ACB. & medietas BE, eſt ſinus anguli BAC. nam angulus BFA ad centrum duplus eſt anguli ACB in circũferentia (*per* 1.3.) idem etiam angulus BFA, eſt duplus anguli BFD (oſtenditur enim in triãgulis AFD, BFD, omninò æquilateris angulos BFD, AFD eſſe æquales; ergo angulus BFD æqualis eſt angulo ACB, ſed linea AB, diuiſa bifariam in D, eſt perpendicularis ad FD (*per* 3. 3.) ergo per definitionem ſinus, B D eſt ſinus anguli BFD, & conſequenter anguli ACD illi æqualis. eôdem modô oſteudam BE eſſe ſinum anguli BFE, & anguli B A C illi æqualis: ergo in triangulis rectilineis latera ſunt ſinubus angulorum oppoſitorum proportionalia, quod erat demonſtrandum.

Licèt hæc demonſtratio, etiam triangulis rectangulis applicetur, facilior tamen datur in iis demonſtratio. ſit enim triangulum ABC, rectangulum in C. deſcriptô ex B, interuallô BA, cir-




culô, hypothenuſa AB, ſit ſinus totus ſeu ſinus anguli recti. latus AC eſt ſinus anguli ABC. latus BC, aut AD, eſt ſinus anguli ABD. ſeu illi æqualis BAC. ergo facilior eſt demonſtratio. ideóque in rectangulis, vt latus vnum ad ſinum lateris oppoſiti; ita hypothenuſa ad ſinum totum.



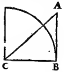

Poſſet fieri aliqua difficultas in triangulo obtuſangulo, reſpectu lateris oppoſiti obtuſo angulo. verbi gratiâ lateris BC, oppoſiti angulo BAC obtuſo, quomodo poſſit eius medietas eſſe ſinus anguli BAC obtuſi. diuidatur latus BC bifariam in D. aſſumatur in circumferentiâ BFC, punctum F, ducanturque lineæ BF, CF. & ex centro G, lineæ GB, GC GD.

Demonſtratio. angulus BGC ad centrum, duplus eſt anguli F. & pariter duplus eſt vt ſupra anguli BGE; ſed anguli BGE, linea BD eſt ſinus, cum ſit perpendicularis ad BC; (*per* 3. 3.) ergo linea BD erit etiam ſinus anguli F. ſed angulus obtuſus A nullum habet ſinum, niſi ſinum anguli reliqui, ad ſemicirculum, ſeu ad duos rectos, & in quadrilatero ABFC (*per* 22. 3.) anguli A & F ſunt duobus rectis æquales. ergo idem eſt ſinus anguli A, & F. ergo adhuc medietas lineæ BC, erit ſinus anguli A.

## PROPOSITIO II.

Theorema.

*In triangulis rectangulis, vt latus vnum, ad aliud, ita sinus totus, ad tangentem anguli lateri secundo oppositi. & vt latus vnum ad hypothenusam, ita tangens anguli prædicto lateri oppositi, ad secantem eiusdem.*



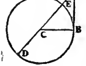

Sit triangulum rectangulum A B C. dico ita esse latus CB, ad AB (voco autem simpliciter latera, ea quæ angulum rectum comprehendunt) vt sinus totus, ad tangentem anguli ACB; fiat enim circulus ex puncto C vt centrô, interuallô autem CB.

Demonstratio. quia angulus ABC est rectus (*per* 16. 3.) linea BA circulum tanget, eritque tangens anguli C.& CB est radius. & quia ostendimus in omni circulo eandem esse rationem, omnium linearum similiter ductarum, eadem erit ratio lateris CB, ad AB, quæ est sinus totius in tabula notati, ad tangentem anguli ACB. Eôdem modô ostendam ita se habere latus AB, ad hypothenusam AC; sicut tangens anguli C. ad eiusdem secantem. Item probari potest ita esse latus CB, ad hypothenusam, sicut radius ad secantem anguli acuti C. sibi adiacentis.

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*In triangulis rectangulis, quadratum vnius cruris æquale est rectangulo comprehenso sub aggregato, & sub differentia alterius cruris, & hypothenusæ.*



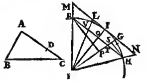

Sit triangulum ABC. rectangulum in B. dico quadratum cruris verbi gratiâ A B, æquale esse rectangulo comprehenso, sub aggregatô reliquorum laterum CB, & CA, & sub differentia eorum. ex C vt centrô, interuallô CB describatur circulus, qui necessariò secabit hypothenusam CA, in puncto E, cum ea vt opposita maiori angulo B sit maior. producatur hypothenusa AC, vsque in D. quia CB, CE, CD sunt æquales, AD, erit æqualis aggregato ex CA, & CB, & EA, erit differentia inter CA, & CB nempe id quod restat ex CA, ablatâ CE; aut CB.demonstrare debeo rectangulum sub AD, EA esse æquale quadrato cruris AB.

Demonstratio. cum angulus B rectus sit, erit (*per* 16. 3.) AB tangens circulum. A D autem illum secat; (*per* 36. 3.) erit quadratum lineæ AB, æquale rectangulo comprehenso sub AD. & EA quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO IV.

Theorema.

*In triangulis rectilineis, vt summa duorum laterum, ad differentiam eorumdem, ita tangens semisummæ, angulorum oppositorum, ad tangentem semidifferent.æ eorum.*




Sit triangulum ABC rectilineum; dico ita esse summam laterum AB, AC, ad lineam DC differentiam, (quâ latus maius AC, minorem AB superat) sicut se habet tangens semisummæ, angulorum oppositorum B & C; ad tangentem semidifferentiæ eorum: fiat angulus EFG æqualis angulo B, & angulus GFH æqualis angulo C. eritque angulus EFH summa angulorum B. & C, hic angulus totalis EFH diuidatur bifariam lineâ FI. eritque angulus IFH semisumma. sit angulus LFI æqualis angulo IFG. & quia anguli EFI, IFH facti sunt æquales, & sunt æquales LFI IFG, erunt reliqui EFL, GFH æquales. angulus autem LFG est angulus, quô EFG superat EFL, ergo, & eôdem superabit angulum GFH, ergo est differentia rôrum, & angulus IFG semidifferentia. describatur ex centro F, quolibet interuallo circulus. & per punctum I ducatur tangens, eritque IM, aut IN tangens semisummæ, & IL, aut IG tangens semidifferentiæ. ducatur linea EH; & ex E, & H; EP, HS perpendiculares ad EG. erunt per defin. sinuum, EP, HS sinus angulorum EFG, GFH. hoc est angulorum B & C.

Demonstratio. triangula E P T, T S H sunt æquiangula; cùm anguli in S, & P sint facti recti; & anguli E T P, HTS ad verticem sint æquales: ergo ita est sinus EP, ad sinum HS, sicut ET, ad TH: sed vt sinus, ad sinum; ita latus ad latus; (*per primam huius*) ergo vt latus AC, ad AB; ita ET, ad T H. & componendo. ita erit tota EH, ad lineam VT differentiam, quâ maior ET, superat minorem TH; sicut summa laterum AB, B C, ad D C differentiam, quâ maius latus AC, superat minus AB. sed vt tota E H, ad totam VT, ita dimidia O H, ad dimidium OT, & vt OH ad OT, ita IN, ad IG, (*per cor.* 4. 6.) cum in triangulo FIN; docta sit OH parallela basi: igitur vt summa laterum, ad

ad differentiam eorum; ita IN tangens ſemiſummæ angulorum, ipſis oppoſitorum; ad IG tangentem ſemidifferentiæ eorum quod erat demonſtrandum.

COROLLARIVM.

In omni triangulo, vt ſe habet ſumma ſinuum duorum angulorum, ad differentiam eorum; ita ſe haber tangens ſemiſummæ, ad tangentem ſemidifferentiæ. eum enim latera, & ſinus ſint proportionales; erit componendo vt ſumma ſinuum, ad differentiam eorum; ita ſumma laterum, ad differentiam eorum. Immò abſolutè oſtendimus ita ſe habere ſummam ſinuum, ad differentiam eorum. ſicut tangens ſemiſummæ, ad tangentem ſemidifferentiæ.

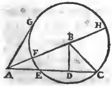
COROLLARIVM.

Datâ ratione ſinuum: & datâ differentiâ arcuum dantur ipſi arcus. nam termini ſub quibus datur ratio ſinuum, ſimul addantur, & vnus ab alio ſubtrahatur, habebunturque quantitates proportionales aggregato ſinuum, & differentiæ, quare ſi tangens ſemidifferentiæ detur; quartus proportionalis erit tangens ſemiſummæ, vel viciſſim ſi detur ſemiſumma.

PROPOSITIO V.

Theorema.

*In triangulo, vt latus maximum, ad aggregatum reliquorum; ita differentia eorum ad differentiam ſegmentorum maioris diuiſi à perpendiculari.*



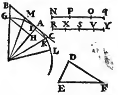

Sit triangulum ABC cuius maximum latus AC. ad quod cadat perpendicularis BD, & maius ſegmentum AD ſuperet minus DC, lineâ AE: dico ita eſſe latus AC, ad aggregatum aliorum AB, BC, ſicut AF differentia eorum, ad AE differentiam ſegmentorum AD, DC. ex puncto B vt centro, interuallo BC minoris lateris, deſcribatur circulus, producaturque latus AB in H. erit AH ſumma laterum, cum BC, BH ſint æquales. ducatur linea AG tangens circulum.

Demonſtratio. quoniam BD eſt perpendicularis ad EC; erunt ED, DC æquales (*per* 3. 3.) quare AE erit differentia, quâ ſegmentum AD, ſuperat ſegmentum DC; AF pariter erit differentia, quâ maius latus AB, ſuperat minus BC. ſed (*per* 36. 3.) tam rectangulum ſub AH, AF, quam ſub AE, AC. æquale eſt quadrato AG, ergo rectangula ſunt inter ſe æqualia. quare ſi ita diſponantur AC, AH, AF, AE cum rectangulum ſub extremis, æquale ſit rectangulo ſub mediis (*per* 16. 6.) ita erit AC, ad AH; ſicut AF, ad AE. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Si tangentes duorum arcuum, fuerint proportionales ſinubus aliorum arcuum, aut angulorum; erunt ſinus ſummæ, & differentiæ primorum arcuum, proportionales tangentibus ſemiſummæ, & ſemidifferentiæ arcuum ſecundorum, aut angulorum.*




Sint tangentes AB, AC, proportionales ſinubus angulorum E, & F. dico ſinus GH, KI. proportionales eſſe tangentibus ſemiſummæ, & ſemidifferentiæ angulorum E & F. ponatur arcus AL æqualis arcui AG. & arcus AM, æqualis angulo AK. eruntque arcus GM, KL æquales, & arcus AK erit ſemidifferentia, quæ eſt inter arcus GK, KL.

Demonſtratio. quoniam eſt tangens AB, ad tangentem AC, vt ſinus anguli E; ad ſinum anguli F, vt autem AB, ad AC (*per* 4. *huius*) ita ſumma duorum ſinuum arcuum GK, KL, ad differentiam eorum; ita erit ſinus E, ad ſinum F, vt ſumma ſinuum GK, KL, ad differentiam eorum. Eſt autem GK aggregatum arcuum datorum, & KL, ſeu GM, differentia, quâ maior AG, minorem AK ſuperat; igitur ita eſt ſinus E, ad ſinum F: ſicut ſinus ſummæ arcuum GA; AK; & ſinus differentiæ ſimul, ad differentiam eorum, ad determinandam autem imaginationem, ſit NO æqualis ſinui anguli E; & linea NP, æqualis ſinui anguli F. ſitque illi æqualis OQ. ſit item RS æqualis ſinui ſummæ arcuum GA, AK, & SV differentiæ eorum, cui ſit æqualis SX. ita vt RX ſit differentia inter ſinum ſummæ, & ſinum differentiæ arcuum GA, AK: ſitque VY æqualis ipſi RX.

Quoniam ita eſt NO, ad NP; vt RV, ad RX. erit permutando, vt RV, ad NO, ita RX, ad NP. & rurſus diuidendo, & componendo vt RV, ad NO, ita XV, ad PO; ſed pariter iam ita eſt VY, ad OQ. ergo (*per* 12. 5.) ita eſt RY, ad NQ, ergo vt RY ad NQ; ita XV ad PO. & rurſus permutando vt RY, ad XV, ita NQ; ad PO. ſed vt RY ad XV, ita dimidia RS ad SV. ergo vt RS. (ſinus ſummæ AG, AK,) ad SV ſinum differentiæ: ita NQ ſumma ſinuum E, & F; ad PO differentiam eorum: ſed (*per* *coroll*. 3. *huius*) vt ſumma ſinuum E, & F, ad differentiam eorum, ita tangens ſemiſummæ ad tangentem, ſemidifferentiæ; ergo vt ſumma ſinuum arcuum AG, AK ad ſinum differentiæ eorum ita tangens ſemiſummæ angulorum E, & F,

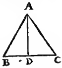
ad tangentem semidifferentiæ eorum quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Vt duplum rectanguli sub lateribus angulum quemcumque comprehendentibus, ad differentiam, quæ est inter quadrata illorum laterum simul sumpta; & quadratum lateris oppositi; ita sinus totus, ad sinum complementi anguli comprehensi.*



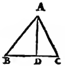

Sit angulus ABC. dico ita esse, duplum rectangulum sub AB, BC, ad differentiam quæ est inter quadrata laterum AB, BC simul sumpta, & quadratum lateris AC oppositi dicto angulo. sicut sinus totus, ad sinum complementi anguli B ex puncto A demittatur AD perpendicularis ad BC, quæ primò cadat intra triangulum.

Demonstratio. quoniam angulus D rectus est (*per primam huius*) ita est sinus totus, ad sinum anguli BAD, complementi anguli B; sicut linea AB, ad BD. sumptâ autem communi altitudine BC, erit, vt AB, ad BD; ita rectangulum sub AB, BC; ad rectangulum sub BD, BC, (*per* 1.6.) & ita etiam duplum rectangulum sub AB, BC, ad duplum rectangulum sub BD, BC. sed (*per* 13. 2.) quadratum AC. vna cum rectangulo sub BC, BD, bis sumptô, æquale est quadratis AB, BC, & consequentet duplum rectangulum sub BD, BC, est differentia inter quadrata AB, BC, & quadratum AC; ergo vt sinus totus, ad sinum complementi anguli B, ita duplex rectangulum sub AB, BC, ad differentiam inter quadrata AB, BC, & quadratum AC, quod erat demonstrandum.

Si verò angulus ABC obtusus fuerit, adhibenda erit demonstratio. 12.l.2. Eucl.) hôc modô angulus DAB, est complementum anguli ABC, obtusi. nam (*per* 32. 1.) angulus ABC, est æqualis angulis ADB DAB; ergo superat angulum rectum ADB, angulo DAB: ergo DAB est eius complementum sed vt AB, ad DB, ita sinus totus, ad sinum anguli DAB. (*per primam huius*) vt autem AB, ad DB sumptâ communi altitudine BC (*per primam* 6.) ita duplex rectangulum sub AB, BC, ad duplex rectangulum sub DB, BC; sed (*per* 12.2.) quadrata AB, BC vnà cum rectangulo sub BC, DB bis sumptô æqualia sunt quadrato AC. atque adeò duplex rectangulum sub BC. DB est differentia inter quadrata AB, BC, & quadratum AC. ergo ita est sinus totus, ad sinum complementi anguli ABC; vt rectangulum duplex sub AB, BC ad differentiam inter quadrata AB, BC & quadratum AC.

## PROPOSITIO VIII.

*In quolibet triangulô, vt sinus totus, ad sinum anguli cuiuscumque, ita crus comprehendens talem angulum, ad perpendicularem, quæ ab alio angulo huic cruri adiacente ad aliud crus ducitur.*







Sit triangulum ABC. dico ita esse sinum totum, ad sinum anguli B; vt latus AB, angulum B comprehendens, ad perpendicularem AD, quæ ducitur ab angulô A, ad aliud latus BC, eundem angulum comprehendens.

Demonstratio. patet per primam. est enim angulus D rectus. cuius sinus est sinus totus.

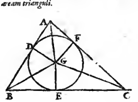
## COROLLARIVM.

Vt sinus totus, ad sinum anguli, ita rectangulum sub eius cruribus, ad duplum trianguli; nam cum sit vt sinus totus, ad sinum anguli B. ita AB, ad AD, vt autem AB ad AD, sumptâ communi altitudine BC (*per* 6. 1.) ita rectangulum sub AB, BC, ad rectangulum sub AD, BC; quod (*per* 41. 1.) est duplum trianguli ABC; erit vt sinus totus, ad sinum anguli ABC, ita rectangulum sub AB, BC, ad duplum trianguli.

## PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Vt sinus totus ad tangentem, semianguli cuiuscumque; ita rectangulum comprehensum sub semisummâ laterum, & sub differentia quæ est inter semisummam, & latus oppositum, tradicto angulo; ad aream trianguli.*




Sit triangulum ABC; dico ita esse sinum totum, ad tangentem semianguli BAC; sicut rectangulum comprehensum sub semisumma laterum & sub differentia, quæ est inter latus BC, oppositum, & semisummam; ad aream trianguli, ABC. Inscribatur enim (*per* 4. 4.) triangulo ABC circulus DEF, tangens latera AB, AC.BC, in punctis D, E, F. eruntque triangula DAG, GFA. æqualia cum enim anguli ad F, & D sint recti,

recti, cùm GF, DG, EG sint tangentes, erit quadratum AG æquale, tàm quadratis AF, DG, (*per* 47. 1.) ergo ablatis quadratis GD, GF, æqualibus, per definitionem circuli; erunt lineæ AD, AF æquales. & anguli DAG, GAF æquales, ideoque GAF est media pars anguli BAC. eôdem modô CE, CF; BD, BE. æquales erunt quare BE, EC, AF, simul erunt semisumma laterum. ex quâ si consetantur BE; EC, seu latus BC, erit AF differentia inter latus BC, oppositum angulo, BAC; & semisummam, ostendere debeo, ita esse sinum totum, ad tangentem anguli GAF; sicut rectangulum sub semisummâ, & lineâ AE, ad aream trianguli BAC.

Demonstratio in triangulô GAF rectangulô (*per* 2.) Erit vt AF, ad FG; ita sinus totus, ad tangentem anguli GAF: sed vt AF; ad FG. assumptâ pro communi altitudine semisummâ laterum, ita rectangulum sub AF, & semisummâ; ad rectangulum sub GF, & semisummâ comprehensum: sed rectangulum sub GF, & semisummâ est triangulo ABC æquale. nam triangulum ABC æquale est tribus triangulis AGC, AGB, BGC sed (*per* 41. 1.) triangulum AGC, æquale est rectangulo, sub lineâ FG, & dimidiâ AC, item triangulum AGB æquale est rectangulo comprehenso sub linea DG, seu FG illi æquali & dimidiâ basi AB. item triangulum BGC æquale est rectangulo comprehenso sub EG, seu FG, & dimidio latere BC; ergo triangulum ABC æquale est rectangulo sub FG, & dimidia summâ laterum. ergo ita est sinus totus, ad tangentem anguli FAG, vt rectangulum sub semisummâ, & lineâ AF, seu differentiâ quæ est inter semisummam, & latus BC. ad triangulum. quod erat ostendendum.

## COROLLARIVM.

Ex hoc vides quòd auferendo latus BC, ex semisummâ, restat linea AF, aut AD, & cògnoscitur punctum in quod cadit perpendicularis. item auferendo AC, ex semisummâ restat linea BF, aut BD, & auferendo AB ex semisummâ restat linea CE, aut CF. ideoque differentiæ laterum à semisummâ assignant puncta perpendicularium.

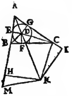
## PROPOSITIO X.

Theorema.

*In omni triangulo, area trianguli media est proportionalis inter rectangulum subsemisumma laterum, & differentia vnius lateris a semisummâ. Et rectangulum sub differentiis aliorum laterum ab eadem semisummâ.*

Sit triangulum ABC; dico si singula latera, à semisummâ laterum subducantur: fiantque eôrum differentiæ, aream trianguli esse mediam proportionalem inter rectangulum comprehensum sub vnâ differentiâ, & sub semisummâ, & rectangulum comprehensum sub aliis duabus differentiis.

Diuidantur sicut prius, anguli ABC, BAC lineis AD, BD & ex punctô D, ducantur perpendiculares DF, DE, DG, quæ sicut prius



ostendentur esse æquales. & (*per Corollar. superius*) linea AG; aut AE erit differentia lateris BC, à semisummâ laterum. Et EB ipsius AC; & FC aut CG ipsius AB. Insuper AE, EB, & FC simul æquales sunt semisummæ laterum; ideoque si lineæ AB addas lineam BH æqualem lineæ FC; & lineæ AC; lineam CI, æqualem lineæ BF; tam AH, quam AI æquales erunt semisummæ laterum. ducatur linea HK perpendicularis ad AH, quæ cum lineâ AD productâ conueniat in K, conuenies autem, cùm linea ED perpenpendicularis ad eandem AH eum AK Concurrat; ducanturque lineæ KI, KC, KB, abscindatur linea HM lineæ BF æqualis, ducaturque linea KM volo primò probare triangula BHK BFD esse æquiangula.

In triangulis AHK, AIK, latus AL commune est, latus AH, lateri AI ex constructione est æquale; anguli HAK, IAK æquales, cum angulus BAC fuerit diuisus bifariàm; ergo & (*per* 4. 1. bases HK, KI æquales erunt. & anguli I & K recti. pariter in triangulis KCI, MHK propter eandem rationem bases MK, KC, æquales erunt.in triangulis BCK, BMK omnia latera sunt æqualia ex constructione, BC, & BM æqualia sunt, BK commune, si ducerentur & BC, BM ostensa sunt æqualia. ergo anguli KBC, KBM æquales sunt: ergo angulus HBC diuisus est bifariàm; in quadrilatero EDFB omnes anguli æquiualent quatuor rectis, & ablatis duobus rectis in F, & E, erunt duo EBF, EDB duobus rectis æquales; sed EBF, HBC sunt duobus rectis æquales: ergo EBF, HBC, æquales sunt duobus EBF, EDF. auferatur communis EBF, erunt HBC, BDF æquales: & cum vterque sit diuisus bifariàm, erunt anguli HBK, BDF æquales; anguli autem F, & H recti sunt; ergo æquiangula sunt triangula HBK, BDF. & hæc præparationis gratiâ.

Demonstratio (*per superiorem*) vt AE, ad ED, ita rectangulum sub AE, & semisummâ; ad trianguli ABC aream, sed vt AE, ad ED, ita AH semisumma ad HK, cum ED, HK sint parallelæ; vt autem semisumma, ad HK sumptâ æquali altitudine FD, ita rectangulum sub semisummâ, & ED, seu area trianguli ad rectangulum sub HK, & FD. Et quia duo triangula BHK, BDF sunt æquiangula, ita est HK, ad BF; vt HB, ad FD. quare (*per* 16. 6.) rectangul. sub extremis HK, FD, æquale est rectangulo sub mediis BF, FC. igitur ita est rectangulum sub AE & semisummâ ad aream trianguli, vt hæc ad rectang. sub BF. FC.

Ex superioribus theorematibus facile omnia triangula rectilinea soluemus. & vnicâ vt

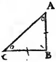
vt plurimum proportione quod quæritur inueniemus in figuris id quod datur notabitur hac notâ 1. quod verò quæritur illa o. & primò incipiemus à rectangolis,in quibus latera angulum rectum comprehendentia vocamus crura; latus verò oppositum angulo recto basin.

## PROPOSITIO XI.

Problema.

*In triangulô rectangulô datis cruribus inuenire angulos.*

Io triangulo ABC rectangulô in B sint data



crura AB 606.CB 1124. quæritur angulos C. aut A fiat.

Vt latus CB 1124.
Ad latus AB 606.
Ita finus totus 1000000.

Ad quartum nempè 5391459. tangentem anguli C. graduum 28. 20 si velis angulum A, erit complementum prioris nempe 61. 40.

Demonstratio ( *per Th.2* ) in rectangulis triangulis,ita est latus vnum; nempe CB ad latus aliud AB; sicut finus totus, ad tangentem anguli oppositi secundo lateri: ergo si multiplices secundum per tertium,nempe latus AB, per finum totum;& productum diuidas per primum, quotiens erit tangens anguli C, quæ inuenta in tabolâ dabit è regione, angulum C & in aliâ paginâ complementum eius,nempe angulum A.

Praxis per logarithmos. a ldantur logarithmi, secundi, & tertij; & ex summâ subtrahatur logarithmos primi, & restabit logarithmus quarti nempe tangentis anguli C.

Logarithmus lateris CB 1124 est 30507663.
Logarithmus AB 606 est 2.7924726.
Logarithmus finus 10.0000000.

summa 12.7824726.

Subtrahe primum, & restabit logarithmus tangentis anguli C.9.731763.

## PROPOSITIO XII.

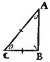
Problema.

*In triangulo rectangulo, dato vno crure, & basi, inuenire angulum quocumque.*

In triangulô ABC, rectangulô in B. detur basis AC, & latus CB fiat.

Vt basi AC.
Ad latus CB;
Ita finus totus.

Ad finum anguli oppositi nempe A. cuius complementum erat angulus.C.



Demonstratio ( *per primum huius* ) Latera sunt proportionalia, finubus angulorum oppositorum ergo vt latus AC, ad latus CB, ita finus anguli C recti, ad finum anguli A.

Per logarithmos idem haberi potest.

Idem per secantes.
Vt latus CB.
Ad basin AC;
Ita finus totus.

Ad secaotem anguli adiacentis nempe C.

Demonstratio ( *per 1. huius* ) ita est crus vnum ad basin, seu hypothenusam, vt finus totus, ad secantem anguli adiacentis.

## PROPOSITIO XIII.

Problema.

*In triangulo rectangulo, dato obliquo angulo & vno crure inuenire aliud crus.*

In triangulô rectangulô ABC, detur latus



AB, & angulos qoicumque C. cognoscitur angulus A. nempe complementum anguli C, nam Cum angulus B rectus supponatur; erunt alij duo A, & C, simul æquales vni recto. ( *per 32. 1.* ) fiat ergo.

Vt finus anguli, C.
Ad finum anguli A;
Ita latus A B,
Ad latus C B.

Demonstratio ( *per primam huius* ) latera sunt proportionalia finubus angulorum oppositorum.

## PROPOSITIO XIV.

Problema.

*In triangulo rectangulo, dato angulo obliquo, & hypothenusâ, inuenire quodlibet crus.*

In

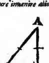



In triangulô rectangulô iu B. detur hypothenusa A C, & angulus obliquus C. quæritur quodcumque crus A B. primò cognitô angulô C. cognoscitur augulus A eius complementum.
Fiat vt finus totus,
Ad finum anguli C;
Ita hypothenusa AC
Ad latus AB.
Demonstratio. (*per primam huius*) latera sunt proportionalia finubus angulorum oppositorum.
Per secantes idem fieri poteſt
Vt secans anguli C,
Ad tangentem eiusdem anguli C;
Ita hypothenusa AC,
Ad latus AB,
Demonstratio. (*per secundam huius*) satis patet si nempe CB fiat radius; AC erit secans anguli C.& AB tangens.

## PROPOSITIO XV.

Problema V.

*In triangulo rectangulo, datâ hypothenusa, & vno crure inuenire aliud crus.*




Sit in triangulo rectangulo ABC, data hypothenusa A C, & crus AB quæritur aliud crus CB.
Primò per a. problema quæratur angulus C & habebis angulum A.
Tum fiat vt finus anguli C,
Ad finum anguli A;
Ita latus AB,
Ad latus AC
Demonſtratio. patet per primam huius.

Aliô modô.

Fiat quadratum hypothenusæ AC;
Ex quo subtrahes quadratum lateris AB;
Et relinquetur quadratum CB
Ex quo si extrahas radicem quadratam habebis latus CB.
Demonstratio. (*per* 47. 1.) quadratum AC, æquale eſt quadratis AB,CB;ergo ablatô quadratô AB,ex quadrato AC,relinquitur quadratū BC.
Quia difficilior videtur hæc praxis propter duas multiplicationes, & extractionem radicis quadratæ,facilitabitur per logarithmos.
Hypothenusæ A C logarithmus dupletur, habebitur logarithmus quadrati eius, & consequenter quadratum.



Item cruris AB logarithmus dupletur, & habebitur logarithmus quadrati & consequenter quadratum eius quod subtrahes ex quadrato hypothenusæ:restabit quadratum lateris BC. cuius logarithmum diuides bifariam habebis logarithmum radicis eius.
Demonstratio. quia vt vnitas ad radicem, ita radix ad quadratum. nam cum radix vnitatem multiplicando faciat seipsam, & multiplicando seipsam faciat quadratum, erit (*per* 15. 5.) vt vnitas ad radicem,ita radix ad quadratum, quod vt imaginationi subiiciam.
Sit vnitas A. 1. B. 3. radix fit D iterum radix 3. E quadratum 9.
D Multiplicando A faciat D, & multiplicando B, faciat 9. erit vt A ad B, ita D, seu B ad E. quare duplus logarithmus medij æquatur logarithmis extremorum; logarithmus autem vnitatis eſt o. ergo duplus logarithmus radicis eſt logarithmus quadrati, ergo diuidendo logarithmum quadrati per 2. habebitur logarithmus radicis quod erat oſtendendum.

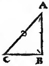
Aliô modô.

Latus A B, addatur hypothenusæ A C, fiatque aggregatum, ex vtroque, subtrahatur item AB, ex hypothenusa, & dabitur differentia.multiplica illud aggregatum per differentiam, exurget quadratum lateris CB ex quo, si extrahas radicem quadratam habebis crus CB.
Demonstratio. (*per* 5. *huius*) rectangulum sub aggregato ex AB, & AC, & sub differentiâ eorum comprehensum, æquatur quadrato alterius cruris,nempe CB.
Per logarithmos vt vitetur multiplicatio, & extractio radicis,adde logarithmum aggregati ex hypothenusa,& crure AB,logarithmo differentiæ eorum, & habebis logarithmum quadrati cruris CB,quem logarithmum diuides bifariam, vt habeatur logarithmus cruris BC.

## PROPOSITIO XVI.

Problema VI.

*Datô angulô, & vno crure inuenire hypothenusam.*




In triangulo ABC rectangulo in B. datur crus AB. & angulus A. quæritur hypothenusa AC, cognito angulo A, cognoscitur eius complementum C. fiat.
Vt finus anguli C
Ad finum totum
Ita latus AB
Ad hypothenusam AC.
Demonstratio. (*per primam huius*) latera sunt proportionalia, finubus angulorum oppositorum;

Aliô modô.

Fiat vt finus totus,
Ad fecantem anguli A;
Ita latus AB
Ad hypothenufam AC.
Demonftratio(*per fecundam huius*)fatis patet.

Aliô modô.

Fiat vt tangens anguli C,
Ad fecantem eiufdem anguli C,
Ita latus AB.
Ad hypothenufam AC.

Demonftratio. affumptô pro radiô crure CB. crus BA, fit tangens anguli C, & AC fecans eiufdem anguli.

## PROPOSITIO XVII.

Problema VII.

*In triangulo rectangulo, datis cruribus; inuenire hypothenufam.*



Primò inueniantur anguli per problema primum.& per 6.hypothenufa.

Aliô modô.

Fiant quadrata crurum AB, CB quæ fimul addantur fietque(*per* 47.1.)quadratum hypothenufæ quam per extractionem radicis cognofces. Per Logarithmos.

Dupletur logarithmus cruris AB, & habebitur logarithmus eius quadrati, & confequenter quadratum,dupletur item logarithmus lateris BC & pariter habebitur logarithmus quadrati eius & confequenter quadratum.

Hæc quadrata addantur, fiet quadratum hypothenufæ (*per* 47. 1.) cuius radix habebitur, fi illius quadrati logarithmus bifariam diuidatur, nam habebitur logarithmus radicis.

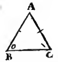
De triangulis rectilineis obliquangulis.

## PROPOSITIO XVIII.

Problema VIII.

*Datis duobus lateribus, & angulô vni eorum oppofitô;alteri oppofitum angulum cognofcere, modò fciatur vtrum fit acutus,aut obtufus.*

Sit triangulum ABC, cuius cognofcantur latera AB, AC. & angulus C. quæritur angulus B. fiat.



Vt latus AB.oppofitum angulo C dato
Ad latus AC;
Ita finus anguli C,
Ad finum anguli B.

Quia autem idem eft finus anguli acuti,& obtufi,reliqui nempe ad femicirculum; debet cognofci an angulus B acutus fit,an obtufus.

Demonftratio. (*per primam huius*) latera funt proportionalia, finubus angulorum oppofitorum.

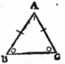
## COROLLARIVM.

Cognitis angulis B, & C. cognofcitur angulus A, nempe reliquus ad duos rectos. & per hoc problema latus BC,

## PROPOSITIO XIX.

Problema IX.

*Cognitis duobus lateribus, & angulô ab ipfis comprehenfo reliquos angulos cognofcere.*



Sit triangulum ABC, cuius cognofcantur latera AB,AC & angulus A ab ipfis comprehenfus.
Fiat vt fumma laterum AB,AC,
Ad differentiam eorumdem;
Ita tangens femifummæ angulorum B,& C.
Ad tangentem femidifferentiæ eorum.

Quæ femidifferentia, addita femifummæ angulorum, dat maiorem angulum, verbi gratiâ angulum B, & detracta ab eâdem femifummâ, dat minorem nempe C.

Demonftratio. (*per* 4. *huius*) vt fumma duorum laterum, ad differentiam eorum ita tangens femifummæ angulorum oppofitorum, ad tangentem femidifferentiæ. dantur autem tres primi, fi nempe addantur fimul AB, AC habetur fumma,fi minus latus AB fubtrahatur à maiori AC, habetur differentia;cognofcitur fumma angulorum, auferendo angulum A ex duobus rectis.cognofcitur item quis angulorum B & C,maior effe debeat,ergo facilè abfoluetur problema.

Aliô modô.

Sumatur quæcumque tangens quæ prima occurret nomineturque tangens D. fiat vt. AB, ad AC ita tangens D ad tangentem E. arcus refpondentes huiufmodi tangentibus addantur, vt fiat fumma eorum, & minor à maiori

detrahatur

detrahatur vt fiat eorum differentia, fiatque.

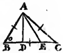
Vt sinus summæ istorum arcuum
Ad sinum differentiæ eorum,
Ita tangens semisummæ angulorum B & C
Ad tangentem semidifferentiæ eorum.

Demonstratio. cum tangentes D & E, sint proportionales lateribus AB, AC; latera autem AB, AC (*per primam*) sint proportionalia sinubus angulorum C, & B. erunt etiam tangentes D, & E iisdem sinubus angulorum C, & B proportionales, quare (*per 6. huius*) sinus summæ arcuum, respondentium tangentibus D, & E; ad sinum differentiæ, eorum erit; vt tangens semisummæ angulorum B & C, ad tangentem semidifferentiæ eorum.

## PROPOSITIO XX.

Problema X.

*Cognitis tribus lateribus trianguli cognoscere angulos.*




Sint trianguli ABC cognita singula latera: quæritur aliquis angulus sed maius latus BC, ex angulo ipsi opposito cadat perpendicularis AD. dividens triangulum in duo triangula rectangula:

Fiatque vt basis BC,
Ad summam laterum AB, AC;
Ita differentia eorumdem laterum AB, AC
Ad differentiam segmentorum basis, seu ad EC

Cognitâ autem EC, & BE, reliquâ diuisâ bifariam, habebitur segmentum BD, item, vt patet, segmentum DC.

Si velis angulum B, fiat
Vt latus AB
Ad segmentum BD
Ita sinus totus

Ad sinum anguli BAD; cuius complementum est angulus B. quod patet per primam.

Demonstratio. primæ analogiæ petitur ex propositione 5. huius, in quâ ostenditur in quolibet triangulô; ita esse maius latus, ad summam reliquôrum; vt differentia eorum, se habet ad differentiam segmentorum maioris lateris.

Aliô modô.

Dentur tria latera trianguli ABC, quæratur angulus B. fiat rectangulum comprehensum sub lateribus AB, BC ipsum comprehendentibus, vocetur que rectangulum ABC. fiant quadrata eorumdem laterum, quæ simul sumpta aufetantur ex quadrato alterius lateris: (nempe oppositi angulo B.) si fieri potest, vel si maiora sint illo (quod accidet quando angulus B. acutus erit) ab ipsis aufetatur quadratum lateris AC. & fiat vt duplex rectangulum ABC,

Ad differentiam quadratorum;
Ita sinus totus,
Ad sinum complementi anguli B.

Demonstratio. est ipsa propositio 7.

## PROPOSITIO XXI.

Problema XI.

*Datis duobus lateribus trianguli; & angulô ab ipsis comprehensô: inuenire basin.*




Sit triangulum ABC, cuius cognoscuntur latera AB, AC, & angulus A, ab ipsis comprehensus: fiat rectangulum sub AB, AC voceturque rectangulum BAC.

Fiatque vt sinus totus
Ad sinum complementi anguli A;
Ita duplex rectangulum BAC;
Ad differentiam quadratorum basis, & crurum.

Hæc differentia addita quadratis AB, AC simul sumptis, dabit quadratum basis, BC; si angulus A obtusus fuerit.

Si verò angulus A acutus fuerit, hæc differentia subtrahatur ex quadratis AB, AC & restabit quadratum basis BC.

Demonstratio. est ipsa propositio 7.

Praxis per logarithmos addantur simul

addeᐩ{Logarithmum lateris AB duplum
Logarithmum lateris AC duplum
Logarithmum sinus complementi anguli A

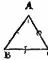
Fiatque eorum summa, ex qua subtrahe logarithmum sinus totius, & restabit logarithmus differentiæ quæsitæ, dupletur logarithmus AB fietque logarithmus quadrati AB. eodem modo dupletur logarithmus AC, vt habeatur eius quadratum, ex quibus vel subtrahes differentiam inuentam, vel illis addes. fietque quadratum BC. cuius logarithmum, si bifariam diuidas habebitur logarithmus basis BC.

Similis est omninò praxis logarithmica problematis 11.

## PROPOSITIO XXII.

Problema XII.

*Datis duobus lateribus, & angulo vni eorum oppositô inuenire tertium latus.*




Sit triangulum ABC cuius cognoſcatur angulus A, & latera AB, BC. quæritur autem latus AC. hoc fieri non poteſt niſi primò quæratur angulus C, qui facilè habebitur per primam huius ſi fiat.

Vt latus BC,
Ad latus BA;
Ita ſinus anguli A;
Ad ſinum anguli C,

Ex quò cognoſcetur angulus B, quò cognitò fiet.

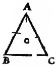
Vt ſinus anguli A,
Ad ſinum anguli B;
Ita latus BC,
Ad latus AC,

## DE AREA TRIANGVLI.

### PROPOSITIO XXIII.

Problema XIII.

*Datis duobus lateribus trianguli, & angulô ab ipſis comprehenſô inuenire aream trianguli.*




Sit triangulum cuius cognoſcantur latera AB, AC, & angulus A. quæritur area trianguli.

Fiat vt ſinus totus,
Ad ſinum anguli A;
Ita rectangulum ſub AB.AC
Ad duplum trianguli.

Hoc demonſtratum eſt in corollario propoſitionis octauæ huius.

Praxis logarithmica adde ſimul.

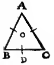
adde { Logarithmum ſinus anguli A
Logarithmum lateris AB
Logarithmum lateris AC

Fiatque eorum ſumma, à quâ ſubtrahe logarithmum ſinus totius: reſtabit logarithmus dupli ipſius trianguli.

### PROPOSITIO XXIV.

Problema XIV.

*Cognitis trianguli lateribus aream inuenire.*




Sint cognita in triangulo ABC, omnia latera primò (*per problema* 10.) quæratur angulus B. tum (*per præcedentem*) inuenietur area.

Vel fiat vt ſinus totus,
Ad tangentem ſemianguli B
Ita rectangulum comprehenſum ſub ſemiſummâ laterum, & differentiâ lateris AC à ſemiſummâ, ad aream trianguli.

Demonſtratio. huius poſtremæ analogiæ eſt problema 10. vel inuentiô angulô B.

Fiat vt ſinus totus, ſeu ſinus anguli AB recti,
Ad ſinum anguli B:
Ita latus AB,
Ad perpendicularem AD, ſi duceretur.

Iam (*per* 41. 1.) rectangulum comprehenſum ſub perpendiculari AD, & dimidia baſi BC æquale eſt triangulo ABC.

Aliô modô ſine inuentione angulorum.

Addantur ſimul tria latera & ſumma diuidatur bifariam, ita vt fiat ſemiſumma laterum, à qua ſubducantur ſingula latera, vt fiant eorum differentiæ à ſemiſummâ. Fiatque rectangulum comprehenſum ſub ſemiſummâ, & ſub differentiâ lateris BC, fiat item rectangulum comprehenſum ſub differentiis reliquorum laterum.

Trianguli area eſt media proportionalis inter hæc duo rectangula. ideoque multiplica vnum rectangulum per aliud, & ex producto extrahe radicem quadratam hæc erit area trianguli.

Demonſtratio. & ipſa propoſitio 11. in quâ probatur area trianguli eſſe media proportionalis inter rectangulum comprehenſum ſub ſemiſummâ & differentiâ vnius lateris à ſemiſummâ, & rectangulum comprehenſum ſub differentiis aliorum laterum.

Praxis Logarithmica.

Fiat ſemiſumma laterum
Subducantur ab ea ſingula latera, fiantque
Tres differentiæ laterum à ſemiſumma:
Addantur ſimul logarithmus ſemiſummæ
Et tres logarithmi differentiarum.

Hoc aggregatum diuidatur bifariam, & habebis logarithmum areæ trianguli.

Ratio clara eſt ſuppoſitâ priori analogiâ: nempe quòd area trianguli, ſit media proportionalis inter rectangulum, ſub ſemiſummâ, & ſub differentiâ vnius lateris, & rectangulum comprehenſum ſub differentiis aliorum laterum, nam hôc ſuppoſitô: duplus logarithmus medij æqualis eſt logarithmis extremorum. logarithmus autem rectanguli comprehenſi ſub ſemiſummâ, & vnâ differentiâ habetur per additionem logarithmorum ſemiſummæ, & illius differentiæ; nam quoties duo numeri ſe multiplicant inuicem, logarithmus producti, æqualis eſt logarithmis numerorum ſe multiplicantium, eôdem modô habetur

tur logarithmus rectanguli comprehensi sub aliis differentiis, addendo logarithmos differentiarum ergo per additionem illorum quatuor logarithmorum fit duplus logarithmus areæ. qui diuisus bifariam dat logarithmum areæ.

PROPOSITIO XXV.

Problema XV.

*Datis trianguli duobus angulis, & vno latere aream trianguli inuenire.*



In triangulo ABC, cognoscantur duo anguli A & B, & latus AB. quæritur eius area. primò quæratur latus BC. fiatque per primum vt sinus anguli C, qui cognoscitur aliis cognitis.
Ad sinum anguli A,
Ita latus AB,
Ad latus BC.
Quo cognito fiat vt sinus totus
Ad sinum anguli B
Ita rectangulum sub AB, BC.
Ad duplum trianguli.

PROPOSITIO XXVI.

Problema XVI.

*Datis tribus trianguli lateribus angulum quemcumque inuenire.*



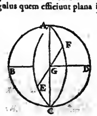
Sit triangulum ABC cuius latera omnia cognoscantur. quæritur angulus A; (*per superiorem*) cognoscatur area trianguli. deinde fiat.
Vt rectangulum sub semisummâ, & differentiâ lateris BC, à semisummâ, ad aream trianguli;
Ita sinus totus,
Ad tangentem dimidij anguli A.

Demonstratio. huius analogiæ est propositio 10. huius. Per logarithmos. Adde logarithmos areæ trianguli & sinus totius, ab iis subtrahe logarithmos semisummæ laterum, & differentiæ lateris AC à semisummâ: restabit logarithmus tangentis semianguli A.

# TRIGONOMETRIÆ
## LIBER QVARTVS.
## Isagogicus ad soluenda triangula Sphærica.

DEFINITIO I.

Angulus duorum circulorum in Sphærâ, est angulus quem efficiunt plana ipsorum.



Sint duo circuli in Sphærâ ABCD, AECF. & communis sectio planorum sit linea AC, ad quam, ex eodem puncto G excitentur in vtroque plano, duæ perpendiculares; BD, in plano circuli ABCD; EF in plano circuli AECF. vocamus angulum BAE, tot graduum quot erit angulus BGE, qui (*per def. 6. 11.*) est angulus inclinationis planorum.

DEFINITIO II.

Maximi circuli in Sphærâ sunt qui per centrum Sphæræ transeunt hoc est vocamus maximos circulos, in quorum planis inuenitur centrum, vt circulus ABCD posito quod, punctum G, centrum Sphæræ, sit in eius plano. probauit autem Theodosius eos esse maximos circulos.

PROPOSITIO I.

*Circuli maximi se bifariam secant.*

Circuli ABCD, AECF, se secent in A, & C. dico ABC, CDA, item AEC, CFA esse semicirculos.

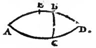
Demonstratio. ducatur linea A C. cum centrum G sit in vtroque plano, non potest esse nisi in communi sectione nempe in linea AC. sit igitur punctum G, & per def. centri Sphæræ, lineæ GA, BG, CG, æquales erunt: ergo G est centrum circuli ABCD. eodem modo ostendam esse centrum circuli AECF. ergo AC per centrum vtriusque transiens est diameter vtriusque;

figurâ si supponatur BE esse quadrans, sitque EA quadrans, & per puncta A, & B transeat maximus circulus, erit (*per 5. huius*) BA mensura anguli AEB recti, ergo BA erit quadrans, sed EA erat etiam quadrans; ergo facilè ostendemus circulum BEDF vndique distare quadrante à puncto A. *Licèt istæ propositiones sint vniuersaliores in theodosio iis tamen non indigemus nisi in ordine ad circulos maximos.*

### PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Quodlibet trianguli Sphærici latus, minus est semicirculô.*



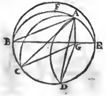

Sit triangulum Sphæricum ABC: dico quodcumque eius latus minus esse semicirculô. sit enim AB si fieri potest maius semicirculo, ita vt AE sit semicirculus iam (*per primam huius*) circulus AC conuenisset cum eô in puncto E, atque adeò nullus relinqueretur locus lateri BC.

Vel alitèr demonstrari potest AB, AC continuentur donec rursus conueniant in D (*per primam huius*) erunt arcus ABD, ACD semicirculi: ergo AB, AC minores sunt semicirculo: idem probabitur de BA, BC productis.

### PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Si à punctô quod circuli polus non sit, in eius circumferentiam ducantur arcus maximorum circulorum: ille maximus est, qui per polos eius incedit & reliquus minimus, reliqui verò pro vt à maiore recedunt, minores erunt; facientque cum priore circulo angulum obtusum, ex parte maioris arcus.*



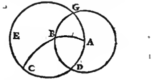

Punctum A in superficie Sphæræ, non sit polus circuli BCDE, ducaturque arcus maximi circuli AFB, qui per polum F incedat, & reliquus sit AE, item ducantur alij arcus AC, AD: dico arcum AFB esse maximum, AC maiorem quàm AD; & AE minimum. & primò quidem cum AFB, transeat per polum E; erit eius planum, rectum ad planum circuli FGD (*per 6. huius*) ex A demittatur AG perpendicularis ad GE, communem sectionem, quæ etiam est diameter circuli EDCB ducantur lineæ GC, GD, item AB, AC, AD, AE.

Demonstratio, linea AG est recta ad planum circuli BCDE, (*per defin. 3. 11.*) quare anguli omnes in G recti sunt, & (*per 47. 1.*) quadratum AB, æquale erit quadratis B G, G A; & quadratum A C, quadratis CG, G A, & ita de reliquis; sed quadrata BG, GA, maiora sunt, quam GC, GA, & hæc maiora quam DG, GA, cum GA sit commune, & linea BG, maior quàm GC, & hæc adhuc maior quàm D G, & G E minima; (*per 7. 3.*) quare quadratum AB maximum erit, AC maius, quam AB, & AE minimum; ergo & linea AB maxima erit, AC maior quam AD, quara (*per 18. 3.*) arcus AB erit maximus, AE minimus: Dico insuper angulos ACB, ADB obtusos esse; ducatur enim ex polo F arcus FC, quia arcus FC, transit per polum, erit (*per 6. huius*) angulus FCB rectus: ergo ACB obtusus, idem probabitur de ADB.

### PROPOSITIO IX.

Teorema.

*Duo trianguli Sphærici latera, reliquô sunt maiora.*




Sit triangulum ABC. dico quæcumque duo eius latera AB, BC, reliquô AC esse maiora. si enim dicatur AC esse maius aliis simul sumptis; ex puncto A, interuallô AB, fiat circulus, eruntque (*ex defin. poli*) arcus A B, A D, æquales, & cùm AC supponatur maior, quàm A B, erit etiam maior quàm AD; AC autem (*per 7. huius*) est minor semicirculô, quare cum alter polus circuli BD distet à polo A semicirculô, non erit punctum C polus circuli BD.

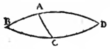
Demonstratio (*per 8. huius*) cùm C, non sit polus circuli BD, erit arcus CEG maximus, & CD minimus, omnium ductorum ex punctô C, in circumferentiam DGB: ergo CD minor est quam CB; quibus si addas æquales arcus, AB, AD, erit totus AC, minor quàm AB, BC. quod erat demonstrandum.

### PROPOSITIO X.

Theorema.

*Tria trianguli Sphærici latera, circulô integrô; sunt minora.*

Ii



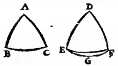

In triangulo ABC. dico tria latera esse integrò circulò minora. producantur BA, BC donec denuò concurrant in D.

Demonstratio. (*per 9. huius*) AD, CD, simul maiora sunt, quàm AC; addantur vtrinque AB, CB fient tria latera AB, BC, CA minora, quàm BAD, BCD. id est per primam, quam integer circulus.

## PROPOSITIO XI.

Theorema.

*Si duo triangula Spherica, habeant duo latera singula singulis æqualia, & angulum comprehensum, æqualem; basis, & reliqua æqualia erunt.*



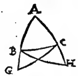

Sint duo triangula Sphærica ABC, DEF, sitque arcus AB, arcui DE; & DF ipsi AC; item angulus A, angulo D æqualis; dico cætera omnia esse æqualia.

Demonstr. si ED intelligatur superponi arcui AB, ita vt D, in A; & E, cadat in B, cùm sint æquales, congruent. tunc autem DE coincidet cum AC, alioquin angulus D, maior, aut minor esset angulo A, & quia DF est æqualis ipsi AC. punctum F coincidet cum C. & EF cadet supra BC, neque poterunt tantum concurrere in punctis E & F, alioquin EF, & EGF seu BC essent semicirculi, quod (*per 7.*) esse non potest. ergo basis basi quadrabit, & angulus B, angulo E; sicut angulus C angulo F æqualis erit.

## PROPOSITIO XII.

Theorema.

*In Isoscelibus triangulis Sphericis, anguli ad basin sunt æquales.*




Sit triangulum Sphæricum ABC, cuius duo latera AB, AC sint æqualia: dico angolos ad basin esse æquales; hoc est angulos ABC, ACB; item productis lateribus AB, AC, angulos GBC, HCB infra basin esse æquales. Cum AB sit semicirculô minor poterit abscindi arcus ABG semicirculo minor. abscindatur huic æqualis AH tum per puncta B & H sicut & per puncta G & C. ducantur arcus maximorum circulorum.

Demonstr. primò (*per 11.*) ostendam triangula A B H, ACG esse omninò æqualia, & angulos ABH, ACG esse æquales; sicut & angulos G & H. & bases BH, GC. rursus triangula GBC, HCB ostendentur æqualia in omni sensu (*per 11.*) ergo anguli HCB, GBC sub basi sunt æquales. item anguli HBC, GCB ostenduntur æquales; quibus sublatis ex æqualibus ABH, ACG, restant anguli ABC, ACB æquales. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XIII.

Theorema.

*Triangulum Sphericum, cuius anguli ad basim, æquales sunt; est Isosceles.*



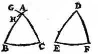

Sit in triangulo ABC, anguli ABC, ACB. æquales. dico latera AB, AC esse æqualia. si enim non sunt æqualia sit AB maius si fieri potest. abscindatur ex maiori AB, arcus BD, arcui AC æqualis, ducaturque arcus CD.

Demonstr. triangula ABC, DCB habent latus BC commune, & latera AC & BD æqualia & insuper angulos B & ACB ex suppositione, ergo (*per 11.*) sunt æqualia totum & pars, quod est absurdum.

## PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*Si duo triangula Spherica, singula latera singulis æqualia habuerint: angulos quoque æquales habebunt.*




Sint duo triangula ABC, DEF, quorum singula latera, singulis sint æqualia: dico angulos eorum æquales esse. ex punctu B, vt polò, interuallô BA circulos describatur. pariter ex polo C, interuallô CA alius describatur.

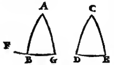
Demonstr. Intelligatur latus EF superponi lateri BC, cùm illi æquale sit quadrabit: tunc autem punctum D cadet in A; neque enim potest extra

extra circuli AG, circumferentiam cadere; alioquin latus ED, aut maius aut minus esset latere BA.contra suppositionem, neque extra circumferentiam circuli HA;alioquin latus FD,aut maius, aut minus esset latere CA, cadit igitur D in A, & ED coincidet cum BA, cum quodlibet latus sit semicircu̇lô minus (*per* 7.) ergo etiam anguli sunt æquales,

## PROPOSITIO XV.

Problema.

***Ad datum punctum circuli maximi constituere angulum,datô æqualem.***



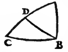

Sit datum punctum A, circuli maximi AB, in quô constituendus est angulus Sphæricus æqualis angulo C. ex C, & A intervallô quadrantis circuli describantur DE, GB sintque arcus DE,BG æquales.sit item GF quadrans. ducatur circulus ex F vt polô,intervallô FG,dico illum circulum transire per punctum A, & angulum BAG esse æqualem angulo C.

Demonstrat.cum A,sit polus circuli GF,distabit vndique ab eô, intervallô quadrantis;ergo ex F, ad A est intervallum quadrantis, sed circulus GA descriptus est intervallô quadrantis: ergo transit per A. mensuræ angulorum A,& C(*per* 5. *huius*)sunt arcus BG,DE, æquales;ergo anguli A, & C sunt æquales:vel (*per* 14.*huius*) cum latera AB,AG, sicut CD, CE sint æqualia, sunt enim quadrantes;& basis BG, basi DE æqualis, anguli A & C, æquales erunt.

## PROPOSITIO XVI.

Theorema.

***In triangulô Sphæricô maior angulus, maiori lateri subtenditur, & vicissim.***




Sit trianguli ABC, angulus ABC,maior angulo A: dico latus AC, maius esse latere BC,fiat angulus ABD.æqualis angulo A.

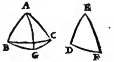
Demonstr. cum anguli A, & ABD sint æquales erūt(*per* 13.*huius*)latera AD DB æqualia;& additô communi CD, erit AC æquale lateribus CD,DB,quæ (*per* 9. *huius*) reliquo CB sunt maiora, ergo AC est maiūs quam BC.

Conversa ita demonstratur, positô latere AC maiore, quam BC:dico angulum ABC maiorem esse quam A. si enim esset æqualis, (*per* 13.) latera essent æqualia. si minor, latus AC esset minus (*per primam partem huius*) quod vtrumque est contra suppositionem.

## PROPOSITIO XVII.

Theorema.

***Si triangulum duo latera singula, singulis æqualia habuerit lateribus alterius; & angulum contentum maiorem.basin etiam maiorem habebit.& vicissim si basin maiorem habeat angulum basi oppositum; maiorem habebit.***




Sint duo triangula Sphærica ABC, DEF;sitque AB lateri DE,& AC ipsi EF æquale, sed angulus BAC. sit maior angulo E; dico basin BC, maiorem esse basi DF.fiat angulus BAG angulo E æqualis,sitque latus AG æquale ipsi EF, ducaturque BC arcus,item arcus GC.

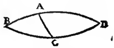
Dem. In triangulis BAG,DEF, cum sint latera BA,DE,& AG, EF, æqualia;& angulus BAG angulo E,æqualis;erunt bases BG,DF æquales. (*per* 13.*huius*)rursus cùm latera AG, AC sint æqualia, vt potè æqualia lateri EF, anguli AGC, ACG æquales erunt,sed BGC, maior est quàm AGC, & BCG minor quàm ACG: ergo angulus BGC maior erit quàm BCG,ergo basis BC, maior erit (*per* 16.*huius*)quam BG,seu quàm DF.

Conversa huius facile demonstratur;nempè in eâdem suppositione si basis BC,sit maior, quàm DF,angulum BAC maiorem esse.si enim angulus BAC non sit maior angulo E,erit aut minor, & tunc basis BC minor erit,vel erit æqualis, & sic basis BC æqualis erit ipsi DF, vtrumque autem est contra suppositionem.

## PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

***Si duo latera trianguli Sphærici sint æqualia semicirculo,& basis producatur erit angulus externus interno opposito æqualis.& anguli supra basin æquales duobus rectis, si latera maiora sint semicirculô; externus internô maior erit, & anguli ad basin minores duobus rectis si minora: angulus externus internô maior erit, & anguli ad basin maiores duobus rectis.***




*Vicissim Si angulus externus æqualis fuerit interno, opposito,aut anguli ad basin trianguli æquales duobus rectis latera erunt æqualia semicirculô.*

*Si angulus externus minor fuerit,aut anguli ad basin maiores duobus rectis:duo latera maiora erunt semicirculô.*

*Denique si angulus externus maior fuerit internô; aut anguli ad basin minores duobus rectis, latera minora erunt semicirculô.*

In triangulo ABC, duo latera AB.AC, sint primò æqualia semicirculo, dico productâ basi BC ad D, angulum externum ACD, æqualem esse interno B opposito, supra basin. Item angulos ABC. ACB ad basin, duobus rectis æquales esse. producatur latus BA donec concurrat in D cum basi BC.

Demonstr. arcus AB, AD æquales sunt semicirculo, item AB AC supponuntur æquales: quare AC, AD æquales erunt. est igitur ACD Isosceles; & (*per 11. huius*) anguli ACD & D æquales erunt. (*sed per 3. huius*) D, & B sunt æquales: igitur anguli ACD, & B. sunt æquales quod erat primum. Item anguli ABC, ACD, erunt æquales angulis ACB, ACD seu duobus rectis. conuertetur facilè hæc pars. si anguli ACD & D, sint æquales erunt æquales ACD, & B ergo (*per 13. huius*) latera AC, AD sunt æqualia, & additô communi AB, erunt AC, AB æqualia semicirculo BAD.

2. Sint latera AB, AC maiora semicirculô BAD; ablatô communi AB, erit latus AC maius quàm AB. ergo (*per 16. huius*) angulus ACD minor erit quàm D, seu quàm B. & additô communi ACB: erunt duo B & ACB, duobus ACB, & ACD seu duobus rectis maiores.

Vicissim sit angulus ACD, minor quàm B, seu quàm D, erit (*per 16. huius*) latus AD minus quàm AC, & additô communi AB, erunt AB, AC maiora quam AB, AD seu semicirculo.

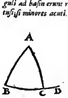
3. Sint BA, AC minora semicirculo BAD, ablato communi BA. erit latus AC, minus quàm AD; ergo (*per 12. huius*) angulus ACD, maior erit, quàm D, seu B & addito communi ACB, erunt duo ABC, ACB ad basin minores quàm ACB, ACD. hoc est duobus rectis.

E contrà sit angulus ACD, maior angulo B, seu D (*per 13 huius*) latus AD, maius erit latere AC, & addito communi BA, erunt duo latera AB. AC, minora duobus BA, AD; hoc est semicirculo. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XIX.

Theorema.

*In triangulis Isoscelibus si latera sint quadrantes, anguli ad basin erunt recti; si maiores quadrante obtusi; si minores acuti. & vicissim.*




Sit triangulum Isosceles ABC, sintque eius crura AB, AC, quadrantes: erunt (*per 18.*) anguli ABC, ACB duobus rectis æquales, qui cum sint æquales (*per 12.*) recti erũt.

Vicissim sint anguli B, & ACB recti. latera AB, AC (*per cor. 6. huius*) transeunt per polum circuli BC. ergo punctum A est polus; ergo AB, AC quadrantes.

Secondò sint latera AB, AC maiora quadrante; anguli B & ACD (*per 18.*) sunt maiores duobus rectis, qui cùm sint æquales inter se; vterque obtusus erit.

E contrà, anguli B, & ACB sint obtusi; ambo simul maiores erunt duobus rectis, quare externus ACD minor erit quam B, & (*per 18.*) latera AB, AC, maiora erunt semicirculo, quæ cum sint æqualia inter se, vtrumque maius erit quadrante.

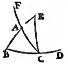
Tertiò sit vterque angulus ACB, & B acutos, angulus ACD maior erit angulo B, obtusus enim erit ergo (*per 18.*) duo latera AB. AC minora erunt semicirculo, & cum sint æqualia, vtrumque minus erit quadrante.

Denique si latera singula AB, AC sint minora quadrante, duo simul minora erunt semicirculo, & (*per 18.*) angulus ACD maior erit interno B, & addito communi ACD, duo ABC, ACD minores erunt duobus ACB, ACD seu duobus rectis.

## PROPOSITIO XX.

Theorema.

*Cuiuscumque trianguli Spharici tres anguli simul sumpti duobus rectis sunt maiores, & sex rectis minores.*



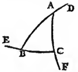

Sit triangulum quodcumque ABC; dico eius omnes angulos simul sumptos; maiores esse duobus rectis. producatur latus BC in D.

Demonst. angulus externus ACD, vel est maior, vel minor, vel æqualis angulo opposito B, sed quomodocumque se habeat semper sequitur tres angulos trianguli ABC maiores esse duobus rectis. sit primo æqualis; igitur (*per 18.*) anguli ABC. ACB ad basin sunt duobus rectis æquales: ergo tres ABC, ACB, BAC duobus rectis maiores sunt.

Sit secundò ACD minor quàm B (*per 18.*) anguli ad basin B, & ACB maiores erunt duobus rectis: ergo tres maiores erunt duobus rectis.

Denique angulus externus ACD, sit maior angulo B, fiatque angulus ECD illi æqualis, producaturque BA donec concurrat cum CE.

Demonstr. angulus externus ECD æqualis est interno B: ergo (*per* 18. latera BE, CE, æqualia sunt semicirculo, ergo EC, AE, minora erunt semicirculo, quare angulus externus FAE, aut illi oppositus ad verticem BAC maior erit quàm ACE, & additis vtrinque ECD, & B æqualibus, & ACB communi, erunt tres anguli B, BAC, & BCA maiores angulis ECD, ACE, BCA, hoc est duobus rectis.



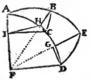

Secunda pars facilè demonstratur, quòd tres anguli A, B, C sint minores sex rectis. producatur quodlibet latus ex vnâ parte. anguli DAC, CAB (*per 4. huius*) sunt æquales duobus rectis, sicut FCB. BCA, item EBA, ABC; ergo tres BAC, ABC, ACB sunt minores sex rectis.

# TRIGONOMETRIÆ
## LIBER QVINTVS
## De resolutione triangulorum Sphæricorum rectangulôrum.

### PROPOSITIO I.

Theorema.

*In omni triangulo Sphærico sinus laterum, & sinus angulorum oppositorum, sunt proportionales.*

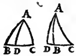



Sit primò triangulum Sphæricum ABC rectangulum; cuius angulus ABC rectus: dico ita esse sinum anguli recti ABC, ad sinum hypothenusæ AC ipsi oppositæ; sicut se habet sinus anguli BAC, ad sinum lateris BC ipsi oppositi. perficiantur quadrantes ACD, ABE, & ex A, vt polô, interuallô quadrantis, describatur arcus DE. sitque centrum Sphæræ F, ex quô ducantur lineæ FD, FE, FB. FA. ex D ad FE ducatur perpendicularis DG. sicut ex C ad FB, quæ sit CH & ex C, ad AF, perpendicularis CI. Iungaturque HI. primò per defin. sinuum DG est sinus arcus ED, qui cum (*per 5. præcedentis*) sit mensura anguli DAB. erit DG sinus anguli DAB. CH est sinus arcus BC; CI sinus arcus CA; FD sinus anguli recti, nempe sinus totus, debeo probare ita esse FD, ad CI; sicut DG, ad HC.

Demonstratio. BF, est communis sectio plani AEF, & plani FBC; ad ipsum recti, cum angulus ABC rectus sit. ad quam communem sectionem ducta est perpendicularis CH. quare CH est ad planum AEF recta (*per def. 4. 11.*) & (*per def. 3.*) angulus CHI rectus est. deinde cum arcus AE, AD, sint quadrantes (*per 19. præcedentis*) angulus AED rectus est. Igitur planum FDE; est rectum ad FAE, & vtriusque communis sectio est FE, ad quàm ducta est perpendicularis DG; ergo vt priùs DG est recta ad planum FAE. ergo (*per 6. 11.*) lineæ CH; GD, sunt parallelæ item sunt CI, FD, cùm sint perpendiculares ad eandem AF. quare (*per 10. 11.*) anguli HCI, GDF sunt æquales. erant autem iam ostensi æquales CHI, DGF nempe recti. ergo triangola HCI, GDF sunt æquiangula: vnde (*per 4. 6.*) erit vt FD sinus totus anguli recti ABC, ad CI sinum hypothenusæ AC; ita DG, sinus anguli A; ad CH, sinũ lateris BC, quod erat demonst. si id probandum fuisset de angulo ACB; & latere AB, figura aliô modo formanda fuisset.




Licèt autem id probauerimus de angulo acuto, id tamen facilè demonstrabo de obtuso. sit enim triangulum rectangulum ABC, cuius angulus ACB, sit obtusus, & BAC rectus. dico ita esse sinum anguli BAC, ad sinum BC, sicut sinus anguli ACB ad sinum AB. producantur AB, BC donec concurrant in D. fiet aliud triangolum CAD, in quo erit angolus DAC rectus, & ACD acutus: ergo vt sinus anguli recti CAD, ad sinum CD; id est BC; (cum CD, & BC eundum sinum habeant, sunt enim sibi inuicem supplementa ad semicirculum) ita sinus anguli ACB, seu ACD, ad sinum AB seu AD.




Sit iam triangulum ABC non rectangulum: dico ita esse sinum anguli ABC; ad sinum lateris AC; sicut sinus anguli ACB se habet, ad sinum lateris oppositi AB ex A ducatur arcus perpendicularis AD, qui primò cadat intra triangulum, sunt duo triangula rectangula in D ideóque in vtroque erit.

Vt sinus totus ad sinum AC. ita sinus C. ad sinum AD & in alio

Vt sinus AB ad sinum totum ita sinus AD ad sinum B

Igitur est perturbata ratio, atque adeò (*per 23. 5.*) erit

Vt sinus AB, ad sinum AC, ita sinus C, ad sinum B. quod erat demonstrandum.

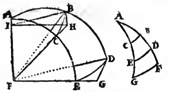
Si verò perpendicularis cadat extra; idem omninò fit. sed notandum est angulus ABC,

ABD eundem finum habere cum fint fibi inuicem fupplementa ad duos rectos.

PROPOSITIO II.

Theorema.

*In rectangulis triangulis ita eft finus totus, ad finum cruris comprehendentis angulum rectum; vt tangens anguli prædicto cruri adiacentis, ad tangentem alterius cruris nempe oppofiti.*




Sit triangulum ABC, rectangulum in B. dico ita effe finum totum, ad finum cruris AB, vt tangens anguli A, adiacentis lateri AB, ad tangentem alterius cruris BC. perficiantur quadrantes ABD, ACE, & ex A vt polo, defcribatur arcus ED ex centro Sphæræ F ducantur lineæ FD, FEG, FC, FB FA.

In plano FDE ducatur ad FD perpendicularis DG, quæ tanget circulum ED in D, & concurret cum FG, producta, eritque tangens arcus ED, feu anguli A. pariter in plano FBC, ducatur BH perpendicularis ad FB, quæ concurret cum FC producta, eritque tangens arcus BC. tum ex puncto B, ducatur ad AF, perpendicularis BI, quæ ex def. finuum eft finus arcus AB probare debeo ita effe FD finum totum, ad GD, ficut eft BI ad BH.

Demonftratio. cum angulus ABC, fit rectus ex fuppofitione ficut & angulus FDE, eò quod A fit polus arcus ED. erunt plana ABH, FDG, (*ex def anguli Sphærici*) ad planum ADF recta, & cum ad communes fectiones F B, F D ductæ fint perpendiculares HB, GD; illæ erunt (*per 4. def* 11.) ad planum AFD rectæ:eruntque (*per 6.* 11.) parallelæ, & angulus HBI rectus (*per def.*3. 11.) item planum IBH ductum, per lineam BH, eft (*per* 18. 11.) rectum ad planum AFC. & cùm ad communem fectionem BI, in plano AFE, ducta fit perpendicularis A F, hæc (*per def.* 4. 11.) erit recta ad planum BIH, ergo angulus FIH rectus eft; fed rectus etiam eft angulus IFG. ergo (*per* 27. 1.) parallelæ funt FG, IH, fed BH,EG,funt iam oftenfæ parallelæ. Igitur (*per* 10. 11.) anguli BHI, DGF funt æquales. funt igitur æquiangula triangula IBH,FDG; ergo vt IB,finus arcus AB,ad BH, tangentem arcus BC;ita FD finus totus,ad DG tangentem anguli A.quod erat demonftr.

COROLLARIVM.

Si fint plurimi circuli continentes angulum rectum, ita vt formentur plurima triangula habentia alium etiam angulum æqualem: erit finus cruris vnius, ad tangentem, cruris alterius; vt finus cruris in alio triangulo, ad tangentem alterius cruris, hoc eft fint anguli ABC, ADE recti. dico ita effe finum AB, ad tangentem CB ficut fe habet finus AD, ad tangentem DE.quia enim vt finus AB, ad tangentem BC: ita eft finus totus, ad tangentem anguli A, & vt finus totus,ad tangentem anguli A: ita finus AD, ad tangentem DE,erit vt finus AB, ad tangentem BC;ita finus AD,ad tangentem DE.

*Licèt ex his duobus theorematibus omnia triangula rectangula foluere poffimus; quoniam tamen multa poffunt accidere ambiguitates, ideo fequentia adduntur theoremata.*

PROPOSITIO III.

Theorema.

*Si duo trianguli Sphærici latera continuentur ad concurfum vfque, fiet aliud triangulum cuius bafis eft eadem, idem angulus ba oppofitus,cætera verò funt partium fibi refpondentium in alio triangulo complementa ad femicirculum.*




Sit triangulum Sphæricum ACB. cuius continuentur duo latera AB, BC,donec denuò concurrant in D. dico fieri aliud triangulum ACD cuius eadem bafis AC, angulus D æqualis angulo B, arcus CD eft complementum ad femicirculum arcûs BC,item AD ipfius AB.angulus CAB anguli CAD;& angulus ACB,anguli ACD.

Dem.(*per 3 fuperioris*) anguli D, & B funt æquales,& cum(*per* 1.*eiufdem*) arcus DCB,DAB,fint femicirculi,erit CB complementum ad femicirculû arcus CD,& AD, arcus AB. cum denique anguli ACD,ACB(*per 4 eiufdem*)fint duobus rectis æquales:erit angulus ACB complementum ad duos rectos,feu ad femicirculum anguli ACD;ficut CAB ipfius CAD.quod erat demonftrandum.

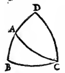
Duo prima theoremata funt præcipuè accommodata, iis triangulis quórum latera funt quadrante minora,& duo anguli funt acuti.fi accideret vt aut angulus obtufus effet; aut latus quadrante maius; continuanda effent latera vfque ad concurfum, fieretque aliud triangulum, in quo angulus effet acutus, & latus quadrante minus.

PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Si in triangulo Sphærico rectangulo producatur vnum crus, comprehendens angulum rectum vfque ad polos alterius cruris;à quo ducatur arcus ad aliud extremum eiufdem cruris, fiet triangulum cuius vnum latus commune, & latus vnum æquale angulo prioris, & viciffim angulus lateri reliquum latus prioris complementum; ficut angulus oppofitus alterius anguli complementum, & tandem reliquus angulus prioris complementum, ad femicirculum.*

Sit




Sit triangulum ABC rectangulum in B. producatur latus AB comprehendens angulum rectum vsque ad D, polum alterius cruris BC.ducaturque DC.dico fieri triangulum ADC.cuius latus DC æquale est angulo B, nempè est quadrans, cum ducatur ex polo D. vsque ad circulum BC, cuius est polus. secundò angulus D est æqualis lateri BC (*per 5. præcedentis*) tertiò latus AD, est complementum lateris AB, cum BD sit quadrans. quartò angulus DCA, est complementum anguli ACB. cum totus ACB sit rectus (*per 6. huius*) & D sit polus lateris BC. angulus denique CAD est complementum ad semicirculum anguli BAC. cum (*per 4. huius*) circulus in circulum incidens faciat angulos duobus rectis æquales.

COROLLARIVM.

*In triangulo obliquangulo cuius vnum latus quadrans idem accidit.*

Hæc propositio est quasi conuersa superioris. ostenditque, si DC sit quadrans in triangulo DAC, & DA producatur, donec perficiat quadrantem DB cum ducatur arcus BC, idem accidere; hoc est arcum AB, esse complementum arcûs DA. arcum BC esse mensuratam arcus D. angulum ACD, esse complementum anguli ACB. & angulum DAC esse complementum ad duos rectos anguli BAC.

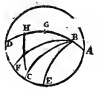
Hinc sequitur quòd cognitò, ex superioribus vnò triangulò cognoscitur aliud illi contiguum, siue fuerit rectangulum, aut quadrantale simplex, vt in hoc posteriori exemplo : siue fuerit in genere,quodcumque triangulum.

Neperus obseruationem peculiem addit pro quadrantibus triangulis. vocat autem quadrantale triangulum, in quò, vel est angulus rectus, vel vnum latus est quadrans.statuit autem angulum rectum, aut quadrantem tanquam primum. deinde sequuntur duæ partes contiguæ angulo recto, aut quadranti quas non mutat omninò, aliæ verò tres mutentur in sua complementa, quibus factis, ostendit triangula superiùs descripta in propositione hâc esse prorsus eadem. statuatur enim primo angulus rectus B in triangulo BAC, deinde hinc inde statuantur duo latera BA, BC. quæ non mutentur : deinde mutetur angulus BAC in suum complementum sicut & angulus BCA, in suum complementum, ostendo triangulum DAC easdem partes habere. statuatur pro primo quadrans DC qui respondet, & æqualis est angulo recto, partes vicinæ non mutentur nempè angulus D. qui idem est; ac latus BC, quod consetuatum fuerat in alio triangulo; angulus item DCA propè quadrantem non mutetur, estque idem qui in alio triangulo fuerat nempè complementum anguli BCA. DA mutetur in suum complementum quod erit AB. quod in alio triangulo inuenitur non enim fuit mutatum; mutetur alia pars seu arcus AC in suum complementum sicut in alio triangulo mutatus fuerat angulus DAC in suum complementum, mutetur; est autem idem complementum anguli DAC verbi gratiâ obtusi, & anguli BAC acuti. quæ notatio facilitatem quam maximam affert facietque vt eædem regulæ quæ pro triangulis rectangulis afferuntur quadrantalibus applicari possint.

PROPOSITIO V.

Theorema.

*In triangulis rectangulis crura angulum rectum comprehendentia sunt eiusdem affectionis, ac anguli ipsis oppositi.*




Sit rectangulum triangulum cuius angulus A rectus: dico quòd si latus AC comprehendens angulum rectum A, sit quadrans angulus CBA, illi oppositus, rectus erit. si maior quadrante, vt FA angulus FBE obtusus erit; si minor vt EA,quòd angulus ABE erit acutus.

Demonstratio. quoniam angulus A rectus est (*per corol. 5 superioris*) circulus ACD per polos circuli ABD transit, & cum AC sit quadrans punctum C, erit polus illius, quare (*per 5. superioris*) erit CB, ad ABD rectus; seu angulus ABC rectus est.

Si verò fuerit latus AF quadrante maius, erit etiam angulus FBA maior angulò CBA rectò.

Si denique EA fuerit minus quadrante, erit etiam angulus EBA minor quadrante.

Conuersa etiam patet. si enim angulus EBA, sit acutus; dico latus EA, illi oppositum esse minus quadrante, si enim esset quadrans,angulus esset rectus, contra suppositionem idem dico si esset quadrante maius.

Atque hoc modò,cognito angulo,tollitur ambiguitas quæ posset esse respectu lateris,& vicissim;

Pro soluendâ ambiguitate circa basin.

COROLLARIVM I.

Si latus ambiens angulum rectum fuerit quadrans; basis erit quadrans. ostendimus enim punctum C, esse polum circuli ABD. ergo CB est quadrans.

COROLLARIVM II.

Si duo latera angulum rectum comprehendentia fuerint affectionis eiusdem, non tamen quadrantes, basis erit quadrante minor. primò quidem BA, AE sint minora quadrante, tunc autem, cum circulus ABD sit rectus ad ACD;& AB sit minus quadrante punctum B non erit polus illius, sed G erit polus; cum ergo ex B, non polo, cadant plurimi arcos, ad circulum

ACD (*per 18. superioris*) erit BE minor quam BC, sed BC est quadrans; ergo BE erit minor quadrante.

## COROLLARIVM III.

Sint iam ambo maiora nempe DB, DE ostendam (*per eandem*) BE minorem esse, quàm BC.

## COROLLARIVM IV.

Si trianguli Sphærici alter angulorum ad basin, fuerit rectus, basis erit quadrans, hoc est si duo fuerint anguli recti, sit enim triangulum ABC, cuius angulus A, sit rectus. sit item angulus ABC rectus: dico basin BC esse quadrantem. Cum enim angulus A rectus sit (*per 5. super.*) circulus CA, per polum circuli ABC transit: idem dico de circulo CB, ergo C polus est circuli ABD; ergo CB est quadrans.

## COROLLARIVM V.

In rectangolis, si vterque angulus ad basin fuerit affectionis eiusdem, non tamen rectus basis erit quadrante minor. vt in triangulo ABE, anguli ABE, AEB sint acuti, latera ipsis opposita (*per superiorem*) erunt minora quadrante; quæ eum angulum rectum comprehendant, (*per cor. 2.*) basis erit quadrante minor. idem ostendetur si ambo fuerint obtusi.

## COROLLARIVM VI.

Si snguli ad basin fuerint affectionis diuersæ, & nullus rectus; basis erit quadrante maior, vt in triangulo ABF. sit angulus ABF obtusus, & BFA acutus; erit (*per superiorem*) latus AB quadrante minus; & AF quadrante maius. sunt ergo affectionis diuersæ, & angulum rectum A comprehendunt; quare (*per corol. 3.*) basis BF erit quadrante maior.

## COROLLARIVM VII.

In triangulô quocumque si fuerint, vel duo anguli recti; vel duo latera, sint quadrantes, vel vnus angulus rectus; & vnum latus sit quadrans, necessariò quatuor in triangulo æquabuntur quadranti. Sint enim primò anguli recti CAB, CBA vterque arcus CB, CA transit per polum circuli ABD: ergo vterque arcus CA, CB est quadrans. si verò vterque arcus AC, BC sit quadrans; erunt etiam (*per 19. præcedentis*) anguli CAB CBA recti. si fuerit angulus A rectus, & AC quadrans ostendemus sicut in cor. 1. basin AB esse quadrantem.

In huiusmodi autem triangolis opus non est calculo, cùm oppositum latus AB sit mensura anguli sibi oppositi ACB. quod si ex puncto C. ducantur quicumque arcus, vt CH, semper erunt quadrantes, & anguli recti: quare nihil deduci potest, eò quòd habeamus duo latera & angulos ad basin, si anguli sint recti, & latera quadrantes.

Licèt ex hac propositione, & suis corol. possint ferè solui omnes ambiguitates quæ accidere possunt in rectangulis, omittere tamen non possumus, casus in quibus nulla est ambiguitas. in genere ergo quoties ex tribus datis in triangulo, si qui non possont duo diuersa, nulla est ambiguitas. hoc est quoties fieri non potest, vt duo triangula inæqualia, habeant hæc tria quæ conceduntur, proponam autem hic aliqua etiam communia omnibus triangulis.

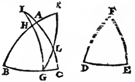
Vt quia vidimus duo triangula habentia duo latera æqualia, vtrumque vtrique, & angulum contentum æqualem habere basin, basi æqualem; cæterosque angulos vtrũq; vtrique æquales. ideò in eô triangulô in quô cognoscuntur duo latera comprehendentia angulum cognitum, nulla potest esse ambiguitas, neque enim fieri potest, vt detur triangulum habens æqualia latera, & angulum & basin inæqualem.

Pariter datis omnibus lateribus, tollitur omnis ambiguitas, fieri enim non potest, vt duo triangula habeant tria latera singula singulis æqualia, angulos tamen inæquales habeant, vt ostendimus in alio libro.

## PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Triangula Sphærica æquales habentia angulos, singulos singulis, æqualia habent latera.*




Sint duo triangula ABC, DEF; habentia singulos angulos, singulis æquales; & latera angulis opposita habebunt æqualia: sit enim si fieri potest latus BC maius, quàm DE abscindatur BG, ipsi DE æquale, & ducatur arcus AG.

Demonstratio. quia triangulum ABG, habet latus BG lateri DE, & latus BA lateri DF, & angulum B angulo D æqualem, ex suppositione; (*per 17. superioris*) erunt triangula ABG, DEF omni modò æqualia, & consequenter anguli F, & BAG æquales. quod est absurdum cum F suppositus sit æqualis ipsi BAC.

Neque etiam AB maius erit, quàm DF, abscindatur enim BH æquale, lateri DF. ducaturque arcus GHI concurrens cum CA producto.

Demonstratio. triangula BHG, DFE, similiter (*per 17. præcedentis*) æqualia essent & angulus BGH, angulo E æqualis, qui E æqualis erat angulo C. ergo angulus externus BGH æqualis est angulo C interno, quare (*per 18. præcedentis*) latera GI, CI sunt æqualia semicirculo. pariter æqualis erit angulus BHG, aut IHA ei oppositus ad verticem, angulo F. vel angulo BAC vel IAK. est igitur angulus IAK externus æqualis interno AHI, quare (*per 18. præcedentis*) erunt arcus AI, IH æquales semicirculo quod est absurdum cum iam GI, CI æquales ostensi sint semicirculo.

Denique si sit BA, minor quàm DF, producatur BA, sitque BK æqoalis lateri DF ducaturque arcus KG.

Demonstratio. (*per 17. præcedentis*) erunt triangula DEF, & BKG omni modo æqualia, quare anguli E & BGK æquales erunt. sed angulo E, erat æqualis angulus C, ergo anguli C & BGK sunt

ſunt æquales (*quàe per* 18. *præcedentis*) latera CL, GL ſunt ſimul æqualia ſemicirculo, eôdem modô oſtendam latera AL, KL æqualia eſſe ſemicirculo. ergo latera AC, KG æqualia erunt ſemicirculo, quod abſurdum eſt cùm vtrumque ſit minus (*per* 5 *præced*)

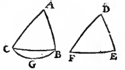
COROLLARIVM.

Ex hoc ſequitur, quòd ſi in triangulo quocumque dentur tres anguli, nullum ſit periculum fallaciæ quia duo triangula Sphærica non poſſunt habere angulos omnes æquales, quin latera etiam ſingula ſingulis ſint æqualia.

PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Si duo triangula, duos angulos vtrumque vtrique æquales habeant, & latera his angulis adiacentia æqualia; erunt triangula omninò æqualia.*




Sint duo triangula ABC, DEF, quôrum anguli B, & E; C & F ſint æquales, & latera CB, EF, his angulis adiacentia ſint æqualia: dico illa triangula eſſe omninò æqualia, hoc eſt latus AB, lateri DE eſſe æquale; item AC, lateri DF, & angulum A angulo D.

Demonſtratio. intelligatur FE ſuperponi ipſi CB, ita vt F incumbat punctô C, & punctum E punctô B, tunc, cùm arcus CB, FE ſint æquales, & minores ſemicirculo, non poterunt ſpatium comprehendere eô modô quô CGB, & CB, alioquin (*per* 1. *ſuperioris*) CB, FE eſſent ſemicirculi. tunc autem ED quadrabit ipſi BA, alioquin angulus E maior aut minor eſſet angulo B; idem dico de latere FD, igitur quadrabunt ſibi inuicem triangula.

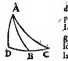
COROLLARIVM.

Ex quo ſequitur, quòd datis in triangulo quocumque duobus angulis; & latere ipſis adiacente, cætera ſint ſufficienter determinata, nec vlla poſſit eſſe ambiguitas.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Poſſunt duo triangula inæqualia, habere duos angulos æquales, vtrumque vtrique, & latus æqualibus angulis oppoſitum æquale.*




Sit triangulum ABC, cuius duo latera AB, AC ſimul ſumpta ſint æqualia ſemicirculo. Ideóque (*per* 18. *ſuperioris*) angulus ABD ſit æqualis angulô interno ACB, producatur latus CB, vſque ad D, & vtrumque ducatur arcus AD.

Demonſtrat. triangula ADB, ADC ſunt inæqualia; ſed illa habent duos angulos æquales nempe angulum D communem, ABD; ACD æquales, & latus AD oppoſitum angulis æqualibus ABD, ACB commune ergo &c.

Vnde ſi velis inſtituere analogiam communem, vt ſinus anguli ABD, aut ACD ſibi æqualis, ad ſinum lateris AD, ità ſinus anguli D, ad quartum, habebis quidem ſinum, tàm lateris AB, quàm AC (eundem enim ſinum habent cum ſibi inuicem ſint complementa ad ſemicirculum) ſed debebis ſcire aliunde an latus, quod quæris ſit maius, aut minus quadrante.

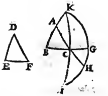
Quod etiam verum eſſe poteſt in triangulis, vt ſi angulus D rectus eſſet, & daretur latus AD, oppoſitum angulo obliquo ABD, aut ACD.

Soluetur autem hæc ambiguitas ſi aliquid aliud cognoſcas, nempe ſi AD eſſet quadrans, baſis AB, aut AC eſſet quadrans, ſi AD, & AB fuerint affectionis eiuſdem, baſis erit quadrante minor; ſi diuerſæ, maior. ſi anguli obliqui nempe DAB, DBA fuerint eiuſdem denominationis, tunc recti, baſis AB erit quadrante minor. ſi diuerſæ maior. quòd ſi nihil horum ſciatur non ſoluetur ambiguitas.

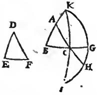
PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Triangula rectangula habentia vnum angulum æqualem, & hypothenuſam ſunt omninò æqualia.*




Sint duo triangula ABC, DEF, rectangula in B, & E ſintque inſuper anguli ACB, DFE æquales; ſicut baſes AC, DF oppoſitæ angulis rectis; dico triangula omni modo eſſe æqualia; producantur latera AC, BC, fiatque latus CG, lateri EF æquale; ſicut CH lateri DF, aut AC. & quia angulus GCH æqualis eſt angulo ACB, ad verticem oppoſito, & hic ex ſuppoſitione æqualis eſt angulo F, triangula CGH, DEF, omninò æqualia erunt. & anguli G recti erit. producantur BA, GH, quæ cum faciant angulos rectos in G & B, tranſeunt per polos circuli BG, (*per* 5. *ſuperioris*) ſint illi poli I & K, & ex I ducatur circulus IC coincidet cum punctô K, cum IGK ſit ſemicirculus,




ſemicirculus.ex deſin.poli arcus BK,CK,GK,item CI IG ſunt quadrantes & æquales.

Demonſtratio. primò triangula ACK, ICH. habent angulos ad verticem æquales, latera AC, CH æqualia ſicut CI, CK. ergo (*per 17. præcedentis*) ſunt omni modò æqualia, & arcus AK, IH, ſunt æquales: ergo & reliqui ad quadrantem AB. GC ſeu DE: anguli HIC, BKC ſunt æquales; ergo eorum menſuræ BC, CG, ſeu EF. item anguli KAC, IHC ſunt æquales; ergo eorum ſupplementa ad duos rectos nempe BAC, CHG, ſeu D; quod erat oſtendendum.

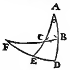
Cæteræ ambiguitates quæ accidere poſſunt potiùs pertinent ad triangula obliquangula; ideoque ibi ſoluentur.

Notandum autem in ſequentibus problematibus nos quantùm fieri poteſt incepturos analogias omnes, à ſinu toto, vt vitetur diuiſio; cum enim ſinus totus ſit 10000000. factâ multiplicatione delebuntur tantum 7. cyphræ. vitatur item in logarithmis ſubtractio.

## PROPOSITIO X.

### Problema I.

*In triangulis rectangulis cognitô angulô obliquô, & crure ipſi adiacente, dare alium, angulum.*




In triangulô ABC, rectangulô in B, cognoſcatur præter angulum rectum B, angulus C, & latus BC quæritur angulus A. fiat.

Vt ſinus totus,
Ad ſinum anguli C
Ita ſinus complementi lateris BC
Ad ſinum complementi anguli A

Præparatio. producantur latera AB, AC ita vt AD. AE ſint quadrantes, ex A, vt polô interuallô AD deſcribatur arcus DF; donec concurrat cum BC productô & quia AD, AE ſunt quadrantes (*per 6. præcedentis*) anguli E, & D recti: ſed iam angulus B rectus erat. quare (*per 6 præcedentis*) arcus BC, DE concurrunt in polo arcus ABD ſunt igitur quadrantes BF, DF; & FC complementum lateris BC; ſicut FE eſt complementum lateris ED, ſeu anguli A. cum ED (*per 5 præcedentis*) ſit eius menſura. hæc præparatio ſæpe net ideò notanda eſt.

Demonſtratio. In triangulô rectangulô FCE, ita eſt ſinus totus nempe anguli E recti; ad ſinum anguli C. ſicut ſinus lateris FC. complementi BC, ad ſinum lateris FE. complementi lateris ED ſeu angoli A (*per 1. huius*) quod erat demonſtrandum.

## COROLLARIVM.

Poſſet hoc problema dari per modum theorematis in rectangulis; vt ſinus totus, ad ſinum anguli obliqui, ita ſinus complementi lateris ei adiacentis ad ſinum complementi anguli alterius.

Quia autem radius eſt medius proportionalis inter ſecantem arcus, & ſinum complementi, hoc eſt vt ſecans arcus ad ſinum totum, ita ſinus totus, ad ſinum complementi: poſſet ita inſtitui analogia.

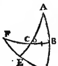
Vt ſecans lateris CB,
Ad ſinum totum;
Ita ſinus anguli C,
Ad ſinum complementi anguli A.

Hoc problema non patitur vllam ambiguitatem quia cum (*per 5. huius*) in rectangulis crura ſint eiuſdem affectionis, ac anguli oppoſiti, cognitô crure BC. ſcietur ſpecies anguli A.

## PROPOSITIO XI.

### Problema II.

*Dato angulo obliquo, & latere ipſi oppoſito inuenire alium angulum, modo vel eius ſpecies cognoſcatur; vel an baſis ſit quadrans, aut maior, vel minor quadrante.*




In triangulô ABC, præter angulum rectum B, cognoſcatur angulus A, & latus ipſi oppoſitum BC. quæritur autem angulus C.

Fiat vt ſinus complementi lateris BC
Ad ſinum totum,
Ita ſinus complementi anguli A
Ad ſinum anguli C

Præparatio conſueta fiat.

Demonſtratio. In triangulo FEC rectangulo in punctô E (*per 1. huius*) ita eſt ſinus lateris FC. complementi lateris BC, ad ſinum totum anguli recti E, vt ſinus lateris FE, hoc eſt complementi ipſius ED ſeu anguli A, ad ſinum anguli C quod erat oſtendendum.

Et quia ſinus totus eſt medius proportionalis inter ſinum complementi & ſecantem anguli: erit vt ſinus complementi lateris BC ad ſinum totum; ita ſinus totus, ad ſecantem ipſius BC quare fiat vt ſinus totus

Ad ſecantem lateris BC
Ita ſinus complementi anguli A,
Ad ſinum anguli C.

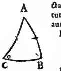
In hoc caſu eſt ambiguitas quam oſtendimus (*prop. 8. huius*) quæ ſolui non poteſt, niſi primò cognoſcatur ſpecies angoli C. vel cognoſcatur ſpecies lateris BA. nam (*per 5. huius*) erit

erit, angulus C, eiusdem affectionis, ac BA, vel cognoscatur species ipsius hypothenusæ AC, iuxta corollaria (*prop.* 5.)

## PROPOSITIO XII.

### Problema III.

*Datâ hypothenusa, & vno crure inuenire angulum prædicto cruri oppositum.*




Sit datum triangulum ABC rectangulum in B', cuius cognoscatur latus AB,& basis AC.quæritur autem angulus C

Fiat vt sinus lateris AC ;
Ad sinum totum;
Ita sinus lateris AB:
Ad sinum anguli C.

Demonstratio.(*per* 1.*huius*) vt sinus lateris AC, ad sinum anguli B recti, id est, ad sinum totum; ita sinus lateris A B, ad sinum anguli C ipsi oppositi.

Vel

Vt sinus totus
Ad secantem complementi AC
Ita sinus lateris AB
Ad sinum anguli C

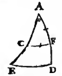
Quia nempe sinus est medius proportionalis inter sinum lateris AC, & secantem complementi eius, erit sicut sinus lateris AC primæ analogiæ ad sinum totum;ita sinus totus, ad secantem complementi lateris AC.

Hic casus nullam patitur ambiguitatem, quia ex latere AB cognitô(*per* 5.*huius*)innotescit species anguli C.com sint eiusdem affectionis.

## PROPOSITIO XIII.

### Problema IV.

*Cognitis cruribus cognoscere quemlibet angulum obliquum.*




In triangolô AFC rectangulô in B,dentur latera AF,FC,quæritur angulus A.

Fiat vt sinus lateris AF,
Ad sinum totum
Ita tangens lateris FC,
Ad tangentem anguli A.

Producantur enim AE, AC ad quadrantem vsque; & ex A vt polô describatur arcus ED.

Demonstratio. (*per* 2.*huius*) ita est sinus A F, ad sinum totum quadrantis A D, sicut tangens FC ad tangentem lateris ED, seu anguli A, est enim eius mensura.

Vel

Vt sinus totus
Ad secantem complementi lateris AF
Ita tangens lateris FC
Ad tangentem anguli A.

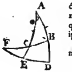
In eôdem modô demonstratur, quô in aliis. hic casus non patitur difficultatem oam ex latere FC(*per* 5. *huius*)innotescit species anguli A.



## PROPOSITIO XIV.

### Problema V.

*Datâ basi, & crure cognoscere angulum ab ipsis comprehensum.*




Sit triangulum A B C. rectangulum in B, cuius cognoscitur basis AC,& crus AB. quæritur autem angulus A,ab ipsis comprehensus.

Fiat vt tangens complementi lateris AB,
Ad sinum totum;
Ita tangens complementi basis AC,
Ad sinum complementi anguli A.

Fiat constructio consueta.

Demonstratio. (*per* 2. *huius*) in triangulo FEC, rectangulô in E,ita est tangens lateris DB, seu complementi lateris AB, ad sinum totum: sicut tangens lateris CE, seu complementi basis AC,ad sinum EF, complementi lateris ED, seu anguli A cum sit eius mensura.

Et quia sinus totus est medius proportionalis inter tangentem arcus & complementi (*per* 24. 1. *huius*) ita erit.

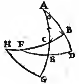
Sinus totus,
Ad tangentem lateris AB,
Sicut tangens complementi basis AC
Ad sinum complementi A.

Hic casus nullam patitur ambiguitatem quia datur basis AC, quæ (*per* 5. *huius*) si sit quadrans angulos A erit quadrans,si maior esset quadrante anguli A & C ita se haberent, vt vnus esset acutus, & alius obtusus, & latus AB manifestaret cuius speciei esset angulus C, & consequenter speciem anguli A. si verò esset minor, anguli A, & C essent affectionis eiusdem, cùm autem AB manifestet speciem anguli C. manifestabit etiam speciem anguli A.

## PROPOSITIO XV.

### Problema IV.

*Data basi, & vno angulo inuenire alium angulum*




In triangulo ABC, præter angulum rectum B, cognoscatur basis AC, & angulus C quæritur angulus A. fiat

Vt sinus totus,
Ad sinum complementi basis AC;
Ita tangens anguli C
Ad tangentem complementi anguli A.

Præparat.consueto more,perficiatur quadrantes ABD,ACE,ducaturque ex A vt polô circulos DE,

O o coocurrens

concurrens cum CB productâ in F. item perficiantur quadrantes CFH, CEG, & ex C vt polo describatur arcus GH. cum AE, CG sint quadrantes: erit arcus EG æqualis basi AC. & HG erit mensura anguli C.

Demonstratio. (*per 2. huius*) in triangulo CFF rectangulo in E, cum AE, AD, sint quadrantes, erit vt sinus totus lateris CG, ad sinum lateris CE, ita tangens arcus GH. seu anguli C, ad tangentem arcus FE complementi arcus ED; seu anguli A quod erat demonstrandum.

Hic casus nullam patitur ambiguitatem, nam si basis sit quadrante minor, anguli A, & C erunt eiusdem affectionis, si maior diuersæ.

## PROPOSITIO XVI.

### Problema VII.

*Datâ basi, & angulo obliquo, latus ipsi oppositum inuenire.*




In triangulo ABC præter angulum rectum B, cognoscatur basis AC, & angulus A, quæritur latus BC. fiant

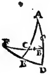
Vt sinus totus,
Ad sinum anguli A;
Ita sinus basis AC;
Ad sinum lateris BC.

Demonstratio est ipsamet (*prop. 1. huius*) nulla est in hoc casu perplexitas; cùm (*per 5. huius*) in triangulis rectangulis latera, & anguli oppositi sint eiusdem affectionis.

## PROPOSITIO XVII.

### Problema VIII.

*Datâ basi, & vno latere aliud latus inuenire.*




In triangulo ABC detur basis AC, & latus BC, quæritur latus AB. fiat

Vt sinus complementi BC
Ad sinum totum;
Ita sinus complementi basis AC,
Ad sinum complementi lateris AB.

Fiat consueta constructio.

Demonstr. in triangulo FEC rectangulo in E, (*per 1. huius*) est vt sinus lateris FC, ad sinum totum: nempe anguli E recti, ita sinus lateris EC, complementi basis AC, ad sinum anguli F seu mensuræ, eius BD; hoc est complementi lateris AB quæsiti

Si velis retrahere sinũ totũ in primũ locum fiat
Vt sinus totus,
Ad secantem lateris BC;
Ita sinus complementi basis AC,
Ad sinum complementi lateris AB.

Soluetur omnis ambiguitas ex basi AB cognitâ; quæ si sit minor quadrante, latera CB, AB, erunt eiusdem affectionis.

## PROPOSITIO XVIII.

### Problema IX.

*Cognitis omnibus angulis cognoscere latus, angulum rectum comprehendens.*




Sit triangulum ABC eius anguli omnes cognoscuntur. & B sit rectus quæritur latus BC, fiat

Vt sinus anguli C. adiacentis lateri quæsito
Ad sinum totum
Ita sinus compl anguli A oppos.
Ad sinum complem. lateris BC.

Dem probauimus in prop. 10. huius hanc esse analogiam

Vt sinus totus ad sinum anguli C
Ita sinus complementi lateris BC, ad sinum complementi anguli A.

Quare permutando erit vt sinus anguli C, ad sinum totum

Ita sinus complementi anguli A, ad sinum complementi lateris BC.

Si velis retrahere sinum totum in primũ locum
Fiat vt sinus totus
Ad secantem complementi anguli C
Ita sinus complementi anguli A
Ad sinum complementi lateris BC.

Non est ambiguitas in hoc casu quia (*per 5. huius*) anguli indicant cuius affectionis sint latera.

## PROPOSITIO XIX.

### Problema X.

*Cognito angulo obliquo, & latere adiacente, dare latus oppositum.*




Sit triangulum ABC cuius cognoscatur latus AB, & angulus obliquus A ipsi adiacens: requiritur latus BC fiat

Vt sinus totus, lateris AD
Ad tangentem anguli A, seu lateris ED,
Ita sinus lateris AB,
Ad tangentem lateris CB.

Demonstratio. est ipsamet prop. 5.

Cùm (*per 5. huius*) anguli obliqui in rectangulis sint eiusdem affectionis, ac latera sibi opposita, angulus A deteget speciem lateris CB quæsiti.

## PROPOSITIO XX.

### Problema XI.

*Cognito crure, & angulo obliquo ipsi opposito; cognoscere aliud crus, modo sciatur eius species, aut cuius speciei sit hypothenusa, vel vtrum alius angulus sit acutus.*

Siot



Sint in triangulo ABC cognita, primò angulus rectus B, angulus obliquus A & latus ipsi oppositum B C, quæritur latus AB

Fiat vt tangens anguli A, seu lateris ED

Ad sinum totum, quadrantis AD;

Ita tangens lateris CB,

Ad sinum lateris AB.

Demonstrat.est ipsamet prop 2. huius

Si velis sinum totum retrahere in primam sedem, cùm sit medius proportionalis inter tangentes arcus, & complementi. fiat

Vt sinus totus,

Ad tangentem complementi anguli A;

Ita tangens lateris CB,

Ad sinum lateris AB

Est ambiguitas in hôc casu, nescitur enim, an sinus datus respondeat arcui A B minori quadrante, vel maiori quadrante. quæ ambiguitas tollitur (*per 5. huius*) si sciatur cuius affectionis, sit alius angulus C. vel sciatur cuius affectionis sit basis AC, si sit minor quadrante latera AB. BC sunt eiusdem affectionis, si sit maior erunt affectionis diuersæ.

PROPOSITIO XXI.

Problema XII.

*Datâ basi, & angulô obliquo; inuenire latus dato angulo adiacens.*



Sit præter angulum rectum B, data basis AC, & angulus obliquus A,quæritur latus ipsi adiacens AB.

Fiat vt sinus complementi anguli A,nempe FE,

Ad sinum totum, quadrantis DF;

Ita tangens complementi basis nempe EC,

Ad tangentem DB,complementi lateris AB,

Demonstratio. patet ex 2.huius

Et quia (*per 15. 1. huius*) tangentes arcuum, & complementorum sunt reciprocè proportionales, erit vt tangens complementi basis,ad tangentem complementi lateris AB,ita tangens lateris AB.ad tangentem basis,quare.

Fiat vt sinus totus,

Ad sinum complementi anguli A;

Ita tangens basis AC,

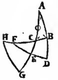
Ad tangentem lateris AB.

Soluetur omnis ambiguitas in hôc triangulô; quia si basis AC cognita, fuerit minor quadrante, erunt A, & C affectionis eiusdem; si maior diuersæ, eiusdem autem affectionis est latus AB, cuius est angulus C.

PROPOSITIO XXII.

Problema XIII.

*Cognitis angulis cognoscere basin.*



Sint cogniti in triangulô ABC,omnes anguli, & B sit rectus,quæritur basis AC

Fiat vt tangens anguli C

Ad sinum totum.

Ita tangens compl anguli A,

Ad sinum compl. basis AC.

Perficiantur quadrantes ABD, ACE more consuetô,item.perficiantur quadrantes CEG, CFH.

Demonstratio. (*per 2. huius*) In triangulo CGH, erit vt tangens arcus GH, seu anguli C, ad sinum totum, quadrantis CG ita tangens arcus FE; seu complementi arcus E D seu anguli A,ad sinum arcus CE,seu complementi basis.

Si velis retrahere sinum totum in primam sedem; quia sinus totus, est medius proportionalis inter tangentes arcus, & complementi, erit vt tangens anguli C, ad sinum totum, ita sinus totus, ad tangentem complementi anguli C quare

Fiat vt sinus totus,

Ad tangentem complementi anguli C;

Ita tangens complementi anguli A,

Ad sinum complementi basis AC.

In hoc casu nulla est ambiguitas, quia si anguli A & C, sint eiusdem affectionis (*per corol. 4. 5.*) erit basis AC quadrante minor, si diuersæ maior. si vnus rectus, basis erit quadrans.

PROPOSITIO XXIII.

Problema XIV.

*Datis cruribus inuenire basin.*



Sint data crura AB, B C; cum angulo B rectô,quæritur basis AC.

Fiat vt sinus totus

Ad sinum complementi lateris BC;

Ita sinus complementi lateris AB

Ad sinum complementi basis AC.

Perficiantur quadrantes more consuetô.

Demonstratio. in triangulô FEC, rectangulo in E, (*per 1. huius*) ita est sinus totus, anguli E recti; ad sinum lateris oppositi FC;seu complementi lateris CB; vt sinus anguli F, seu arcus B D qui est complementum lateris A B; ad sinum arcus C E, qui est complementum basis AC.

Latera AB, BC tollent ambiguitatem circa basin AC si enim sint eiusdem affectionis, basis erit quadrante minor.si diuersæ maior.

PROPOSITIO XXIV.

Problema XV.

*Datô crure, & angulô ipsi oppo^{ci}to, habere hypothenusam, modo sciatur species eius, vel species alterius lateris, aut anguli.*




In triangulo ABC, præter angulum rectum B, cognoscatur angulus C, & latus AB, ipsi oppositum, quæritur autem basis AC.

Fiat
Vt sinus anguli C,
Ad sinum totum;
Ita sinus lateris AB;
Ad sinum basis AC.

Demonstratio. patet (*ex 1. huius*)

Si velis retrahere sinum totum in primam sedem.

Fiat vt sinus totus,
Ad secantem complementi anguli C;
Ita sinus lateris AB;
Ad sinum basis AC.

In hoc casu, est ambiguitas possunt enim dari duo triangula in quibus tres primæ partes istius analogiæ inueniantur, quæ tamen non habebunt eandem basin; si nempe vnum habeat basin minorem quadrante, & aliud maiorem, (*vt propositione 7. ostendimus*) non potest tolli ista ambiguitas nisi cognoscatur species, aut alterius anguli, aut alterius lateris, iuxta propositionem 5. huius & eius corollaria.

## PROPOSITIO XXV.

### Problema XVI.

*Dato crure, & angulo obliquo, ipsi adiacente; cognoscere basin.*




In triangulo ABC, rectangulo in B; dentur angulus A; & latus AB, ipsi adiacens; quæritur basis AC.

Fiat vt sinus totus
Ad sinum complementi anguli A,
Ita tangens complementi lateris AB,
Ad tangentem complementi basis AC.

Perficiatur tota constructio more consueto.

Demonstratio. In triangulo FEC rectangulo in E, (*per 1. huius*) ita est sinus totus quadrantis FD, ad sinum arcus FE; id est complementi arcus ED, seu anguli A; sicut tangens, arcus BD, complementi lateris AB; ad tangentem arcus EC, complementi basis AC.

## PROPOSITIO XXVI.

### Theorema.

*Omne triangulum rectangulum cuius duo latera sunt quadrante maiora, & consequenter duo anguli obtusi, resolui potest per triangulum rectangulum cuius latera erunt minora quadrante, & anguli acuti.*




Sit triangulum ABC rectangulum in B, cuius duo crura AB, BC, sint quadrante maiora, & consequenter anguli obliqui CAB, ACB (*per 5. huius*) obtusi: dico esse aliud triangulum rectangulum, cuius solutione soluitur triangulum ABC. producantur latera BA, BC donec concurrant in D.

Demonstr. triangulum DAC est rectangulum in D, cuius basis eadem, angulus DAC supplementum ad semicirculum anguli BAC; ideoque eundem sinum habens, & ita de cæteris partibus vt intuenti patet.

Licet nullus sit casus in triangulis rectangulis qui solui non possit facilè, quia tamen illarū analogiarum obliuisci possumus; ita vt nisi semper liber habeatur præ manibus, non sit facile earum recordari; vnicam Neperi propositionem afferemus, omnes huiusmodi analogias complectentem.

Diximus suprà ipsum diuisisse omnia triangula in quadrantalia, & non quadrantalia (scilicet quæ nullam partem habent quadranti, aut angulo recto æqualem) hæc diuidi possunt in duo triangula rectangula demittendo perpendicularem, vnde etiam hac solâ propositione solui possunt. loquimur ergo de quadrantalibus simplicibus, quæ vnicam tantùm partem habent angulo recto, aut quadranti æqualem.

In triangulo autem rectangulo verbi gratiâ ABC cuius angulus B, sit rectus; mutat tres partes magis remotas ab angulo recto B, nempe angulos A, C, & basin AC in sua complementa. & hanc notam C, appusuimus pro complementis. In qualibet autem triangulo præter angulum rectum dantur aliæ duæ partes, & quæritur tertia.




Quare partes, tàm quæ dantur, quàm quæ quæritur, (non recenseo inter partes datas angulum rectum, aut quadrantem) partes inquam aliæ duæ, quæ dantur, & tertia quæ inquiritur, vel continuè se sequuntur, ita vt nulla sit alia quæ inter illas cadat, vel est inter illas interruptio aliqua. (non censetur autem esse interruptio, quando angulus rectus solus earum ordinem interrumpit) vt si proponantur anguli A complementum, complementum basis AC; complementum anguli C, & harum trium duæ dentur, & altera quæratur, vel proponatur arcus AB, anguli A compl. basis AC complementum, vel compl. basis AC compl. anguli C, latus BC vel anguli C compl. latus CB, latus BA. interruptio quæ est propter angulum rectum ne computetur pro interruptione. Pariter si detur latus CB, latus AB, & anguli A complementum neque alia fieri potest combinatio, quæ non habeat interruptionem propriè dictam. Ex tribus illis propositis partibus non interruptis quàtum duæ dantur, & altera quæritur, quæ medium locum obtinet vocetur media, aliæ duæ vocentur extremæ. vt da-

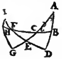
tis

tis angulorum A & B, complementis; & basis AC complementò. complementum basis AC. vocetur media. complementa angulorum A & B vocentur partes extremæ.

## PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

*In triangulis quadrantalibus, ex tribus partibus continuis, vt sinus totus, ad tangentem vnius extremæ, ita tangens alterius extremæ ad sinum intermediæ.*




In triangulô ABC rectangulô in B. Primò proponantur tres partes non interruptæ, complementum anguli A. complementum basis AC, & complementum anguli C. dico ita esse sinum totum,

Ad tangentem complementi C
Sicut tangens complementi A,
Ad sinum complementi AC

Perficiantur quadrantes more consuetô.

Demonstratio. In triangulô CGH (*per 2. huius*) ita est tangens arcus GH, seu anguli C, ad sinum totum; vt tangens arcus FE, complementi anguli A, ad sinum arcus EC, seu complementi basis AC. quia autem sinus totus est medius proportionalis inter tangentes arcuum & complementorum (*per 24. 1. huius*) erit vt, tangens anguli C, ad sinum totum, ita sinus totus, ad tangentem complementi, anguli C: ergo vt sinus totus, ad tangentem complementi anguli C,

Ita tangens complementi anguli A
Ad sinum complementi basis AC.

Quare si harum trium partium duæ dentur; dabitur tertia.

Secundò dentur latus BC, anguli C compl. & complementum basis AC. dico

Ita esse sinum totum,
Ad tangentem complementi basis AC,
Sicut tangens lateris BC,
Ad sinum complementi anguli C.

Perficiantur quadrantes CG, CH, & ex C, vt polô ducatur arcus CHI. erunt EI, GI, quadrantes; eritque FH arcus æqualis lateri CB, cùm CH, FB sint quadrantes; pariter arcus HI, erit complementum arcus GH, seu anguli C, & arcus GE æqualis erit, arcui AC, cum AE, CG sint quadrantes.

Demonstr. In triangulo IGE (*per 2. huius*) ita est tangens arcus GE. seu AC,

Ad sinum totum quadrantis IG;
Sicut tangens. arcus FH, seu BC,
Ad sinum arcus HI, complementi arcus GH seu anguli C.

Sed vt tangens arcus AC; ad sinum totum (*per 24. 1. huius*) ita sinus totus, ad tangentem complementi arcus AC; ergo

Vt sinus totus
Ad tangentem complementi basis AC,
Ita tangens, lateris BC;
Ad sinum complementi anguli C

Tertiò. Proponantur latus AB, latus BC, & complementum anguli A. dico pariter.

Ita esse sinum totum,
Ad tangentem complementi anguli A
Sicut tangens lateris BC,
Ad sinum lateris AB.

Demonstratio. in triangulo ADE.

Ita est tangens arcus DE, seu anguli A.
Ad sinum totum; quadrantis AD;
Sicut tangens lateris BC,
Ad sinum lateris AB

Sed (*per 24. 1. huius*) vt tangens anguli A, ad sinum totum; ita sinus totus, ad tangentem complementi anguli A. ergo

Vt sinus totus,
Ad tangentem complementi anguli A
Ita tangens lateris BC,
Ad sinum lateris AB.

Eôdem modô demonstrabitur; si detur latus AB; complementum anguli A, complementum basis AC, quô demonstrauimus, datis latere BC, complementò anguli C, & complementò basis AC, veram esse propositionem. vt fecimus in secundo casu.

Pariter demonstratus est alter casus, in quo dantur duo crura AB, CB, & complementum anguli C. est enim casus similis tertio, in quo dabatur complementum anguli A.

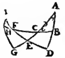
Pars dicitur alteri opposita; inter quam, & alteram aliquid mediat, præter angulum rectum, cui autem duæ oppositæ sunt, hæc vocetur media. vt si dentur partes, AB complementum AC, & BC. latus AB, erit oppositum basi AC, & BC eidem opponetur ideóque AC cui duæ partes opponuntur dicitur media. dentur item tres partes BC, complementum basis AC, & complementum anguli A, AC opponetur Ipsi CB; quia C mediat. item complementum A ipsi opponetur, cum mediet AB, quare BC dicetur media cui duæ opponuntur, & aliæ duæ dicentur oppositæ.

## PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

*In quadrantalibus triangulis simplicibus, est vt sinus totus, ad sinum complementi vnius oppositæ; ita sinus complementi alterius oppositæ ad sinum intermediæ.*

Sit triangulum ABC rectangolum in B, cuius proponantur tres aliæ partes distinctæ, ab angulo recto B. inter quas sit aliqua interruptio propriè dicta, vt si detur latus AB. latus BC & compl. basis AC. eritque basis AC intermedia, & aliæ duæ partes ipsi erunt oppositæ. dico.




Ita esse sinum totum
Ad sinum complementi oppositæ AB
Vt sinus complementi oppositæ B C
Ad sinum intermediæ AC

Perficiantur quadrantes more consueto.

In triangulo FEC. ita est sinus totus anguli E recti (*per primam huius*) ad sinum anguli E F C, aut arcus D B complementi oppositæ AB; sicut sinus arcus F C. complementi alterius oppositæ BC, ad sinum arcus EC, complemti AC: ergo in hoc casu vera est propositio.

Secundò proponantur tres partes latus BC, complementum anguli A. complementum basis AC. tàm complementum basis AC, quam complementum anguli A, opponuntur lateri BC; BC ergo intermedia erit. quare vt sinus totus, ad sinum complementi oppositæ, seu complementi basis AC, hoc est ad sinum basis AC,

Ita sinus complementi, complementi anguli A, hoc est sinus anguli A
Ad sinum intermediæ BC.

Demonstratio patet (*ex 1. huius*) est enim vt sinus totus, ad sinum basis A C, ita sinus anguli A, ad sinum lateris B C.

Tertiò proponantur complementum anguli A, complementum anguli C. & latus BC. tàm latus BC, quàm complementum anguli C, opponuntur complemento anguli A: igitur complementum anguli A est pars intermedia, debet ergo esse

Vt sinus totus
Ad sinum complementi, complementi anguli C, hoc est
Ad sinum anguli C
Ita sinus complementi lateris BC
Ad sinum complementi, anguli A.

Demonstr. In triangulo F E C. vt sinus totus anguli recti E, ad sinum anguli C; ita (*per 1. huius*) sinus arcus FC, complementi BC, ad sinum arcus FE, complementi arcus ED; seu anguli A. quod erat demonstrandum.

Neque fieri potest alia combinatio quæ non sit similis prioribus. quod enim demonstratum est de vno latere C B, idem demonstrari potest de alio latere AB, & quod de vno angulo obliquo probatum est, de alio æqualiter probari potest.

Notandum autem ex duabus partibus datis, præter angulum rectum, posse per regulam trium innotescere tertiam. Easdem tamen in hâc methodô esse ambiguitates quas explicuimus.

Notaui etiam suprà, triangula in quibus latus erat quadrans, solui eôdem prorsus modô, quo rectangula. & habere easdem omninò partes. modò tres magis remotæ à quadrante mutentur in sua complementa.

# TRIGONOMETRIÆ
## LIBER SEXTVS.
## De triangulis Sphæricis non rectangulis.

*DVas methodos in hoc libro prosequimur; primam per resolutionem triangulorum obliquangulorum, in duo triangula rectangula, qua methodus facilius demonstratur. sed praxin habet difficiliorem, cùm sæpè opus sit triplici analogiâ. hoc est triplici regulâ trium. secundam methodum sine resolutione in duo triangula, difficiliorem tamen in suis demonstrationibus, faciliorem quoad praxin, quia vnicâ aut alterâ contenta est analogiâ. dabimus etiam propositiones aliquas necessarias ad vitandas omnes perplexitates, & ambiguitates; & præponemus theoremata, tum praxes omnes in varijs problematibus demonstrabimus.*

### DEFINITIO.

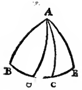
*Perpendicularem simpliciter vocamus circulum, ex angulo verticali ductum, & cum basi oppositâ angulum rectum comprehendentem.*

### PROPOSITIO I.

Theorema.

*In quocumque triangulo Sphærico, si anguli ad basin fuerit affectionis eiusdem, perpendicularis cadet intra triangulum si diuersæ extra.*

In




In triangulo Sphærico ABC, sint anguli B, & ACB eiusdem affectionis; dico circulum perpendicularem ab angulo A, ad basin BC ductum, cadere intra triangulum in punctum D sint enim anguli B & ACB primò acuti, & cadat si fieri potest perpendicularis extra triangulum vt AE.

Demonstratio. in triangulo AEB, rectangulo in E, cùm AE dicatur esse perpendicularis, erit latus AE oppositum angulo B acuto, minus quadrante (*per 5. 4. huius*) & in triangulo A C E, item rectangulo in E, cùm angulus ACB, sit acutus; ACE obtusus erit; ergo AE erit quadrante maior. quod est absurdum.

Eadem fiet ratiocinatio, si anguli B, & ACB sint obtusi Intelligitur autem propositio quod non sint recti.

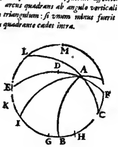
Secunda pars propositionis, nempe si anguli B, & ACB sint affectionis diuersæ, quòd perpendicularis cadat extra triangulum; ita probabitur. cadat enim si fieri potest intra triangulum, sitque AD; supponaturque angulus A B C obtusus, & ACB acutus.

Demonstr. In triangulo ADB rectangulo in D, cum angulus B, sit obtusus (*per 5. 4. huius*) latus AD maius erit quadrante. & in triangulo ADC, pariter rectangulo in D, cùm angulus ACD sit acutus, erit (*per eandem*) latus AD minus quadrante quod est absurdum.

## PROPOSITIO II.

Theorema.

*Si trianguli Sphærici crura, fuerint affectionis eiusdem arcus quadrans ab angulo verticali, cadet extra triangulum: si vnum minus fuerit, aliud maius quadrante cadet intra.*




Sit triangulum Sphæricum ABC cuius duo crura AB, AC, sint minora quadrante. dico arcum quadrantem ductum ab angulo A, ad basin BC cadere extra triangulum. sit D polus circuli BC; & per A & D ducatur circulus ADE, & arcus FBE diuidatur bifariam in G. primò ostendam G esse polum circuli ADE. cum enim FDE circulus transeat per polum D circuli B C. erit (*per 5. 5.*) angulus F rectus, & consequenter circulus FCB transit per polos circuli ADE. non potest autem esse aliud punctum in circulo FGE, quàm punctum G. & (*ex definitione poli.*) si ducatur arcus GA ille erit quadrans. dico quod si in puncto quocumque H intra triangulum ducatur arcus HA ille erit minor quadrante.

Demonst. si esset ductus arcus HA, ille (*per 8. 5.*) esset minor crure AB, quod suppositum est minus quadrante, ergo multò magis AH arcus, erit quadrante minor.

Secunda pars ostenditur, sit triangulum IAB, sitque crus AB minus quadrante, & IA maius. dico arcum quadrantem cadere intra. cadat enim extra vt AK aut AC.

Demonstr. (*per 8. 5. huius*) est AK arcus, maior quàm AI qui supponitur maior quadrante, & AC minor quàm AB, qui supponitur minor quadrante: ergo non est quadrans.

Tertia pars ostenditur, sit triangulum LAI. cuius duo crura LA, AI sint maiora quadrante; dico arcum quadrantem cadere extra triangulum. sit M alius polus circuli FDE.

Demonstr. dico nullum arcum intra triangulum LAI posse duci, qui non sit maior quadrante: nam si duceretur AK, ille esset maior. quàm arcus AI, qui tamen supponitur maior quadrante.

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*Trianguli Sphærici acutanguli, latus quodlibet, est quadrante minus.*



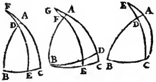

Triangulum ABC sit acutangulum, hoc est singuli eius anguli sint acuti: dico eius latera esse singula quadrante minora, nam in punctis B, & C excitentur arcus perpendiculares BD, & CD. qui (*per 6. 4.*) conuenient in puncto D, polò circuli B C. per A & D ducatur arcus DAE, qui (*per 1. huius*) cadet intra triangulum, cùm anguli ABC, ACB sint affectionis eiusdem, eritq; DE quadrans.

Dem. In triangulò AEC rectangulò in E, cum anguli EAC, ECA sint acuti. (*per cor. 5. 4 huius*) erit basis AC quadrante minor. eodem modo ostendam de latere AB. & factâ aliâ constructione idem ostendetur de BC.

## PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Trianguli Sphærici cuius omnia latera sunt quadrante maiora, vel vnus quadrans, & alia duo maiora quadrante, omnes anguli sunt obtusi.*




Sit primò triangulum ABC cuius omnia latera sint quadrante maiora, & æqualia clarum est, quòd erit omnifariam Isosceles (*ergo per* 19. 4. *huius*) erunt anguli omnes obtusi.

Secundò sit ABC Isosceles cuius omnia latera sint quadraote maiora, eruntque (*per* 19. 4.) anguli B & C, obtusi, abscindantur BD, BE quadrantes ducaturque EDF concurrens cum CA producto in F.

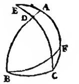
Dem. quia BD, BE sunt quadrantes erunt anguli D, & E recti (*per* 19. 4. *huius*) & B erit polus, & cùm angulus B iam sit probatus obtusus, erit DE eius mensura maior quadrante, CA autem ex suppositione maior est quadrante, quare FD, AF minores erunt semicirculo, & (*per* 18. 4. *huius*) angulus externus D rectus, maior erit angulo FAD; ergo angulus BAC eius complementum ad semicirculum obtusus erit.

Sit deinde scalenum triangulum ABC, sitque AC latus, maius latere A B, abscindatur A D illi æqoale. & quia AB supponitur maius quadrante; AD etiam quadrante maius erit. quare (*per superiorem casum*) angulus A B D obtusus erit; ergo multò magis ABC. ex BA & BC maioribus quadrante, abscindantur quadrantes BF, BE, & ex B vt polô ducatur arcus EFG concurrens cum CA productô in G.

Demonstratio. cùm BF, BE sint qoadrantes, erunt anguli E, & F recti. arcus autem FE est mensura anguli FBE obtusi; igitur maior est quadrante; A C item supponitur maior quadrante, quare GF, AG simul minores erunt semicirculo, & (*per* 18. 4. *huius*) angulus externus F rectus, maior erit interno FAG, qui consequenter acutus erit, & BAD eius supplementum ad duos rectos erit obtusus: pariter in triangulo EGC, cùm latera E G, C G sint maiora semicirculo (*per eandem*) erit angulus externus E rectus minor angulo C interno, qui consequenter obtusus erit.

Sit iam triangulum isosceles ABC, cuius duo latera AB, AC æqualia, sint maiora quadrante, & BC quadrans: dico omnes angulos obtusos esse. & primò (*per* 18. 4. *huius*) constat angulos B, & ACB obtusos esse. restat id probandum de angulo A; abscindatur B D quadrans, & cùm BC sit etiam quadrans, ex B vt polo, interuallo BC, aut B D describatur arcus CDE concurrens cum CA producto in E.

Demonstr. quia BC, BD sunt quadrantes, angulus D rectus erit, & CD mensura anguli B obtusi, maior erit quadrante; arcus autem AC supponitur maior quadrante. quare cùm tam CDE, quàm CAE sit æquales semicirculo, tam D E quàm AE minor erit quadrante; ergo duo simul minora semicirculo, quare (*per* 19. 4. *huius*) angulus externus D rectus, DAE interno maior erit, ergo BAC residuus ad duos rectos obtusus erit.



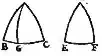

Denique sint latera A B; A C inæqualia; & maiora quadrante, & BC quadrans, abscindatur BD quadrans; & ex B vt polo, interuallo BD, aut BC ducatur circulus CDE concurrens cum CA producto in E, abscindaturque AF arcus; æqualis lateri AB, ducaturque BF. (*per* 18. 4. *huius*) erit angulus ABF obtusus.

Dem. quoniam BC BD sunt quadrantes, erunt anguli ad basin recti (*per* 18. 4. *huius*) quare angulus D, rectus erit, sicut & BCD; ergo angulus BCA obtusus erit. item arcus CD mensura anguli obtusi ABC. maior erit quadrante; ergo DE reliquus ad semicirculum minor erit quadrante, sunt enim CDE, CAE semicirculi (*per* 1. 4.) pariter AE minor erit quadrante. ergo in triangulo DEA, latera AE, DE, minora erunt semicirculo (*per* 19. 4. *huius*) angulus externus D, qui rectus, est maior erit interno DAE. atque adeò angulus BAC reliquus ad duos rectos maior erit recto.

## PROPOSITIO V.

### Theorema.

*Si duo triangula habeant duos angulos, singulos singulis æquales, & latus æquali angulo oppositum æquale; & aliud latus oppositum angulo æquali in vtroque triangulo fuerit eiusdem affectionis, & non quadrans erunt triangula omnimodè æqualia.*




In duobus triangulis ABC, DEF, sit angulus C angulo F; & angulus B angulo E æqualis & latus DF æquale lateri AC; item D E, AB sint eiusdem affectionis, & non quadrantes. dico triangula omnimodè esse æqualia. si enim non sunt sit latus BC maius. sitque arcus CG æqoalis ipsi EF, ducaturque AG.

Dem. triangula ACG, DEF (*per* 11. 4. *huius*) sunt omninò æqualia, ideoque anguli AGC, & E æquales erunt sed B & E æquales supponuntur ergo AGC & B, externus & internus æquales sunt: quare (*per* 19. 4. *huius*) BA, & GA seu DE sunt æquales semicirculo, quare cum non sint quadrantes si DE sit minus quadrante, AB maius erit. quare si sint affectionis eiusdem BC, & EF æquales erunt & consequenter tota triangula.

COROL

## COROLLARIVM I.

Ex hoc sequitur, quod si in triangulo ABC dentur duo anguli B, & C; & latus AC angulo B oppositum; poterit quidem institui (*per primam 4. huius*) hæc analogia; vt sinus anguli B, ad sinum lateris oppositi AC; ita sinus anguli C, Ad sinum quartum, ille autem sinus, tàm pertinebit ad latus AG, quàm A B, habent enim eundem sinum, cum sint sibi inuicem supplementa ad semicirculum.

## COROLLARIVM II.

Si punctum A esset polus basis BC; ita vt arcus AC, AB, AG essent quadrantes, tale triangulum esset quadrantale non simplex, quod calculo non indigeret, nihil enim concludi potest de basi BC, aut angulo A cuius mensura est.

## PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Si duo triangula habeant vnum angulum æqualem, & latera circa alium angulum æqualia vtrumque vtrique & alius angulus in vtroque triangulo sit eiusdem affectionis non tamen rectus, erunt triangula omninò æqualia.*




In triangulis ABC, DEF, sint anguli B, & E æquales, & duo latera BC, CA duobus E F, FD æqualia vtrumque vtrique & reliqui anguli A, & D sint eiusdem affectionis non tamen recti dico reliqua latera AB, DE esse æqualia, si enim non sint, sit AB maius siatque BC æquale ipsi DE, ducatur arcus CG.

Demonstratio. (*per 11. 4. huius*) triangulá BGC, & DEF sunt omni modò æqualia, & latera CG, DF æqualia; sed ipsi DF æquale suppositum fuerat latus AC ergo latera AC, GC, sunt æqualia quare (*per 12. 4. huius*) anguli A, & CGA sunt æquales, & anguli A & BGC seu D sunt duobus rectis æquales, vnde si vnus sit minor recto; alius erit maior recto, contra suppositionem, si ergo sint affectionis eiusdem latera AB, DE non erunt inæqualia.

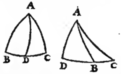
## COROLLARIVM.

Ex eo sequitur non sufficere, vt in triangulo dentur duo latera, & angulus vni eorum oppositus, sint enim duo arcus CA, CG æquales, productòque latere AG, in B ducatur arcus BC, vides duo triangula ABC, GBC habere angulum B, communem, & latus BC, item latus CG, lateri AC æquale, non tamen esse æqualia; quia anguli A & BGC sunt affectionis diuersæ.

## PROPOSITIO VII.

Theorema.

*In triangulis obliquangulis, demissâ perpendiculari, ita erunt sinus segmentorum basis, vt tangentes angulorum basi adiacentium reciprocè.*




Sit triangulum ABC; & ex A ad basin BC cadat perpendicularis AD. dico ita esse sinum arcus BD, ad sinum arcus DC, sicut tangens anguli C, ad tangentem anguli B.

Dem. (*per 2. 5. huius*) in triangulo ABD rectangulo in D, ita est sinus totus, ad sinum arcus BD; sicut tangens anguli B, ad tangentem perpendicularis AD.

Et per eandem, ita est sinus arcus DC, ad sinum totum; vt tangens arcus AD, ad tangentem anguli C; igitur ita disponi possunt secundùm æqualitatem perturbatam sinus DC, sinus totus, sinus BD tangens B, tangens A D, tangens C quare ablatis intermediis ita erit.

Sinus DC ad sinum BD

Sicut tangens B ad tangentem C. quod erat demonstrandum. quod verum est siue perpendicularis cadat intra, siue extra triangulum.

## PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*In triangulis obliquangulis demissâ perpendiculari, tangentes segmentorum basis, proportionales sunt tangentibus partium anguli verticalis.*

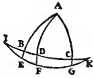
Sit triangulum ABC, & ex angulo A demittatur perpendicularis AD. dico ita esse tangentem arcus BD, ad tangentem arcus DC; sicut tangens anguli BAD, ad tangentem anguli DAC.

Demonstratio. (*per 2. 5. huius*) in triangulo rectangulo ABD, vt sinus totus, ad sinum AD; ita est tangens anguli BAD, ad tangentem arcus DB; sed pariter in triangulo rectangulo ADC, vt sinus totus ad sinum lateris AD, ita tangens anguli CAD ad tangentem arcus DC: ergo vt tangens anguli B A D, ad tangentem BD, ita tangens anguli CAD, ad tangentem arcus CD, quomodocumque cadat perpendicularis, quòd erat ostendendum.

## PROPOSITIO IX.

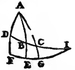
Theorema.

*In obliquangulis demissa perpendiculari, ita sunt sinus complementorum partium anguli verticalis, sicut tangentes complementorum laterum.*




Sit triangulum ABC, à cuius angulo A, demittatur perpendicularis, quæ primò cadat intra triangulum. dico ita esse sinum complementi anguli BAD, ad sinum complementi anguli CAD, sicut tangens complementi AB, ad tangentem complementi AC. perficiantur quadrantes AE, AF, AG; & ex A vt polo describatur circulus IFK, concurrens cum B C, productô in I; & K. eruntque ID, DK, IF, FK quadrantes & (*per 19. 4. huius*) anguli E & G recti.

Dem. (*per 2. 5. huius*) in triangulo IFD, ita est sinus totus, ad tangentem FD, vt sinus EI compl. EF, seu anguli BAD ad tangentem BE; compl lateris AB; sed in triangulo KFD (*per eandem*) ita est sinus totus quadrantis KF, ad tangentem FD; vt sinus arcus KG compl. arcus FG, seu anguli DAC, ad tangentem arcus CG, complementi lateris AC: ergo vt sinus complementi anguli BAD, ad tangentem complementi AB, ita sinus complementi CAB, ad tangentem complementi AC.




Si cadat perpendicularis extra triangulum paulò alia est constructio; perfectis pariter quadr. AF, AE, AG; ductôq; ex A vt polo; circulo FI, erunt quadrantes FI, DI. & anguli F, E, & G recti.

Dem. (*per 2. 5. huius*) ita est sinus GI, complementi arcus FG: seu anguli FAG; ad tangentem CG, complementi lateris AC, sicut sinus arcus EI, complementi arcus FE, seu anguli DAB ad tangentem EB, complementi lateris AB.

Licèt autem assumpserimus latera minora quadrante; id etiam verissimum est si assumantur latera maiora quadrante.

### COROLLARIVM.

Vt sinus partis anguli verticalis, ad tangentem complementi lateris, ita sinus totus ad tangentem complementi lateris perpendicularis; ostendimus enim in primâ figurâ, ita esse sinum IE ad tangentem EB sicut sinus totus, ad tangentem DF complementi perpendicularis AD.

## PROPOSITIO X.

Theorema.

*In triangulis obliquangulis, demissâ perpendiculari, ita sunt sinus complementorum laterum, vt sinus complementorum segmentorum basis.*

Sit eadem figura. dico ita esse sinum complementi BA, ad sinum complementi BD; vt sinus complementi AC, ad sinum complementi DC.

Dem. (*per 15. huius*) ita est in triangulo IBE, sinus totus quadrantis ID, aut anguli recti E, ad sinum arcus DF, seu anguli I, complementi perpendicularis, vt sinus IB, complementi segmenti BD, ad sinum BE, complementi lateris AB: sed pariter in triangulo KCG, vt sinus totus anguli G recti; ad sinum anguli K. seu arcus DF, complementi perpendicularis, ita sinus CK, complementi segmenti DC, ad sinum CG, complementi lateris AC: ergo vt sinus complementi BD, ad sinum complementi AB, ita sinus complementi DC; ad sinum compl. AC quod erat demonstr.

Idem ostendi potest in aliâ figurâ si perpendicularis cadat extra triangulum.

### COROLLARIVM.

Ita est sinus compl. BD, ad sinum complementi AB, sicut sinus totus, ad sinum DF, complementi perpendicularis.

## PROPOSITIO XI.

Theorema.

*In triangulis obliquangulis demissâ perpendiculari, ita sunt tangentes laterum sicut sinus complementorum angulorum verticalium reciprocè.*

In eâdem figura. dico ita esse tangentem AB ad sinum complementi DAC, vt tangens AC, ad sinum complementi DAB. fiat eadem constructio,

Demonstr. (*per 9. huius*)

Ita est sinus complementi BAD
Ad sinum complementi CAD
Sicut tangens complementi AB
Ad tangentem complementi AC.

Sed (*per 25. 1. huius*) tangentes arcuum, tangentibus complementorum reciprocè sunt proportionales; ideoque

Vt tangens compl. AB
Ad tangentem compl. AC
Ita tangens arcus AC
Ad tangentem arcus AB.

Ergo ita erit

Sinus compl. BAD
Ad sinum compl. CAD
Sicut tangens AC
Ad tangentem AB. quod erat demonstr.

PROPO

PROPOSITIO XII.

Theorema.

*In triangulis obliquangulis demissâ perpendiculari; erunt sinus angulorum verticalium sinubus compl. angulorum ad basin proportionales.*

Sit triangulum ABC, sitque perpendicularis AD, dico ita esse
Sinum anguli DAB
Ad sinum complementi anguli B
Sicut sinus anguli CAD
Ad sinum compl. anguli C.

Demonstr (*prop.* 18. 5.) ostendimus ita esse
Sinum compl. alicuius anguli, vt B
Ad sinum alterius anguli BAD
Vt sinus complem. lateris oppositi primò angulo, nempè sinus complementi AD;
Ad sinum totum

Sed similiter in triangulo ADC, ita erit
Sinus complementi anguli C
Ad sinum anguli CAD,
Sicut sinus complementi AD,
Ad sinum totum

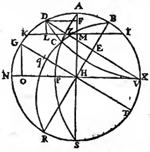
Ergo ita erit sinus compl. B
Ad sinum anguli DAB
Sicut sinus compl. C
Ad sinum anguli CAD. quod erat demonstrandum.

Quod verissimum est etiam quando perpendicularis cadit extra triangulum vt applicanti patebit.

PROPOSITIO XIII.

Theorema.

*In triangulis vniuersis ita est rectangulum sub sinubus crurum, ad quadratum radij: vt differentia sinus versi basis. & sinus versi differentiæ crurum, ad sinum versum anguli verticalis.*



Sit triangulum ABC; dico ita esse rectangulum comprehensum sub sinubus crurum AB, BC ad quadratum radij,
Sicut differentia, quæ est inter sinum versum basis AC, & sinum versum differentiæ crurum,
Ad sinum versum anguli verticalis ABC

Constructio. perficiatur circulus ABR. ducantur; semicirculi BCR, ACS, & diametri BR. AS, quibus sint perpendiculares GT, NX, tum ex polô B, interuallô BC intelligatur ductus parallelus cuius diameter sit DV quam circulum repraesentamus per DCV, ita vt punctum C intelligatur in superficie Sphæræ.

Item ex puncto A vt polô, interuallô AC, intelligatur parallelus, (qui ductus non est vt vitaretur confusio. illius diameter est KI, secans lineam DV in Z. quare linea CZ erit communis sectio planorum vtriusque paralleli, quæ plana, cùm sint recta ad planum circuli AB SD per vtriusque polos transeuntis, linea inquam) CZ (*per* 19. 11.) ad idem planum rectâ erit, & erit sinus versus arcus CD, in paralleli diametrô. hnc est anguli ABC, ex D ducantur ad lineas AS, KI perpendiculares DF, DL, & ex G ad NX perpendicularis GO, sitq; CQ sinus versus anguli ABC in diametrô Sphæræ GT.

Præparatio. quia BG, & AN sunt quadrantes, ablatô communi AG, restant arcus AB, GN æquales, ideoque GO est sinus arcus AB.

Item quia ex polo B ductus est parallelus per punctum C, qui est DCV. erunt arcus BC, BD æquales, & BE sinus arcus BD; erit etiam sinus arcus BC; AD erit differentia crurum AB, BC cum BD sit ipsi BC æqualis, & AF eius sinus versus, quia autem ex A vt polo, interuallo basis AC ductus est parallelus cuius diameter KI, erunt AC, AK arcus æquales eritque KD excessus, quô basis AK, seu A C superat AD differentiam crurum MA est sinus versus basis AC, FA autem ipsius AD; quare erit FM, seu DL, differentia inter sinum basis & sinum versum differentiæ crurum.

Demonstratio. triangula GOH, DLZ sunt æquiangula propter parallelas DV, GT, KI, OH, GO DL, quare (*per* 4. 6.) ita erit GO, ad GH, vt DL, ad DZ, pariter ita est. DE ad GH. vt DZ, ad DQ, cum DZ & GQ sint sinus versi eiusdem anguli ABC, vnus in diametro paralleli DV, & GQ in ipsa diametro Sphæræ.

Quare rectangulum sub GO. DE, ad rect. sub GH, GH est in ratione composita, ex ratione GO, ad GH, seu DL ad DZ, & ex ratione DE ad GH, seu DZ ad DQ. ratio autem composita ex DL ad DZ & DZ ad DQ est ratio D L ad D Q, igitur vt rectangulum sub G O, DE, ad quadr. radij GH ita DL, ad DQ.

Sed vt vidimus DE, est sinus lateris BC, & GO est sinus lateris G N, aut A D, seu A C, DL autem seu FM est differentia inter M A sinum versum arcus AK, seu basis A C, & FA sinum versum AK seu AC basis, arcus AD, seu differentiæ crurum, & CQ est sinus versus anguli verticalis; ergo vt rectangulum sub sinubus crurum ad quadratum radij, ita differentia sinus versi basis, & sinus versi differentiæ crurum, ad sinum versum anguli verticalis quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

*In triangulis omnibus ita est rectangulum sub sinubus crurum, ad quadratum radij: vt differentia sinus complementi basis & sinus complementi differentia crurum.*

Ad sinum versum anguli verticalis.

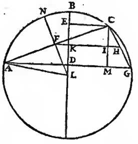
Quia enim linea DL seu FM, non tantùm est differentia sinuum versorum &c. sed etiam differentia inter MH, & FH; MH autem est sinus

finus arcus KN complementi arcus AK, seu basis AC; & FH est finus arcus DN complementi, arcus AD differentiæ cruri ergo est,

Vt rect. sub finubus crurum
Ad quadratum radij
Ita differentia inter finum complem. basis
Et finum compl. differentiæ crurum
Ad finum versum anguli verticalis

LEMMA

*Datis duobus arcubus; ita est finus totus, ad finum semisumma illorum vt finus semidifferentia eorumdem, ad semissem differentia finuum versorum.*




Sint duo arcus AB, BC, fitque fumma eorum ABC, ducatur linea AC bifariam diuisa in F, ideóque AF, vel FC erit finus femifummæ.

Differentia eorum fit CG, linea C G diuidatur bifariam in H, ducatur FH, & ex C demittatur CM perpendicularis ad AG; ficut C E, AG funt perpendiculares ad L B, erit A L radius. AF finus femifummæ, CH finus femidifferentiæ, & EK media pars lineæ ED, differentiæ finuum verforum DB, BE quod autem CI fit dimidia pars lineæ C M, aut E D, oftenditur, quia cùm fit vt C F, ad FA, ita C H, ad HC (*per* 2. 6.) erit F H. parallela lineæ AG, & per eandem erit vt CH, ad H G ita C I ad IM. CH autem & HG funt æquales ex fuppofitione, ergo & CI, IM æquales erunt. dico ita effe AL ad AF ficut CH ad CI.

Demonftr. triangula AFL, CIH, funt æquiangula, nam anguli F, & I funt recti. angulus ALN eft tot graduum, quot arcus AN, cùm fit io centro; & angulus AGC in peripheria, eft pariter tot graduum quot funt in dimidio ABC, feu quot funt in AN. anguli autem G & CHI fuot æquales. (*per* 27. 1.) igitur ALN, CI H funt æquiangula ergo ita

Eft AL radius
Ad AF, finum dimidiæ fummæ
Vt CH finus dimidiæ differentiæ
Ad CI dimidiam differentiam finuum verforum DB, EB

Huic lemmati omninò fimile proponit Cauallerius quadratum radij ita eft ad rectangulum fub finubus rectis femifummæ & femidifferentiæ duorum arcuum, vt diameter, ad differentiam finuum verforum cum enim fit vera præcedens analogia ractang. fub radio, & femidifferentiâ, eft æquale rectangulo fub femifummâ & femidifferentiâ.

Sed quadratum radij, ad rectangulum fub radio, & femifummâ fumptô radiô vt altitudine communi (*per* 1. 6.) eft vt radius ad femidifferentiam, aut diameter ad differentiam: ergo ita eft quadratum radij, ad rectangulum fub finubus femifummæ, & femidifferentiæ duorum arcuum, vt diameter ad differentiam finuum verforum.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*In triangulis vniuerfis vt rectangulum fub finubus rectis crurum ad quadratum radij ita rectangulum fub finu femifumma bafis, & differentia crurum, & fub finu femidifferentia bafis, & differentia crurum, ad quadratum finus dimidij anguli verticalis*




Sit triangulum ABC cuius duo crura AB 24. BC, 30. graduum. fitque bafis AC 42. differentia laterum eft 6. femifumma bafis; & differentiæ eft 24. femidifferentia bafis & differentiæ crurû eft 18.

Dico ita effe rectangulum fub finubus AB, 24. & BC 30. ad quadratum radij ficut rect. fub finu femifummæ bafis, & differentiæ crurum, id eft 24. & fub finu 18. femidifferentiæ bafis & differentiæ crurum ad quadratum finus dimidij anguli verticalis.

Demonftratio (*per præcedentem*) ita eft rectangulum fub finubus crurum, ad quadratum radij vt differentia finuum verforum bafis, & differentiæ crurum

Ad finum verfum anguli verticalis
Et fumptô pro communi altitudine radiô.

Ita erit etiam rectangulum fub radio & fub differentia finuum verforum bafis & differentiæ crurum ad rectangulum fub radio, & finu verfo anguli verticalis.

Eorum etiam dimidiâ in eâdem ratione erunt.

Nempe rectangulum fub radio, & femidifferentiâ finuum bafis & differentiæ crurum ad rectangulum fub femi radio, & finu verfo anguli verticalis.

Et eorum æqualia in eâdem ratione erunt nempe cùm ex vnâ parte (*per lemma fuperius*) ita fit radius ad finum femifummæ bafis & differentiæ crurum, vt finus femidifferentiæ crurum ad femidifferentiam finuum verforum bafis & differentiæ crurum; & ex alia parte cum ita fit femiradius ad finum rectum dimidij arcus, idem finus rectus ad finum verfum totius arcus (*per* 6. 1. *huius*) rectangulum fub extremis æquabitur quadrato medij.

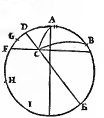
Quare vt ractang. fub finubus crurum ad quadratum radij ita rectangulum fub finu femifummæ bafis & differentiæ crurum, & fub finu femidifferentiæ

differentiæ basis, & semidifferentiæ crurum ad quadratum sinus recti anguli verticalis.

## PROPOSITIO XV.

### Theorema.

*In rectangulis vniuersis, ita est rectangulum sub sinubus rectis crurum, ad quadratum radij, vt rectangulum sub sinubus differentiarum crurum, à semisumma trium laterum, ad quadratum, dimidij anguli verticalis.*




Sit vt priùs triangulum ABC, cuius crura AB BC; fiat summa trium laterum, & à semisummâ earum subducantur sigillatim crura AB, BC, ita vt habeantur eorum differentiæ. Dico ita esse,

Rectangulum sub sinubus crurum AB, BC
Ad quadratum radij
Sicut rectangulum sub sinubus differentiarum crurum AB, BC, & sub semisummâ trium laterum,
Ad quadratum dimidij anguli ABC.

Cruri BC sint æquales arcus BD, BE, basis AC sit æqualis AF. erit AD differentia crurum, addatur FH æqualis arcui AD, differentiæ crurum, & FD, dividatur bifariàm in G sit item arcus FI, æqualis cruri BC.

Demonstr. arcus AH, est summa basis AC seu AF & arcûs FD, qui est æqualis differentiæ crurum A D. & AG dimidium est semisumma basis, & differentiæ crurum, pariter arcus BDI, est aggregatum trium laterum AB, AF, seu AC & FI, seu BC. & FG est semisumma cum BD, FI, eidem BC sint æquales, & FD divisus bifariàm, ergo AG quæ priùs erat semisumma basis, & differentiæ crurum, est differentia cruris AB, à semisummâ BG, pariter GD semidifferentia basis AF, & differentiæ crurum, est differentia lateris BC; seu BD à semisummâ trium laterum nempe à BG,

Sed per præcedentem ita est rectangulum sub sinubus crurum
Ad quadratum radij vt rectang. sub sinubus semisummæ, & semidifferentiæ basis, & differentiæ crurum; ad quadratum sinus dimidij anguli verticalis:
Ergo vt rectang. sub sinubus crurum
Ad quadratum radij
Ita erit rectang. sub differentiis crurum à semisummâ trium laterum
Ad quadratum sinûs semianguli verticalis.

## COROLLARIVM.

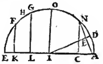
Vt quadratum radij
Ad rectangulum sub secantibus complementorum crurum.
Ita rectangulum sub differentiis crurum
Ad quadratum dimidij, anguli verticalis,

A, C. D — B, C. E — Quia vt sinus ad radium, ita radius, ad secantem, complementi, siue A, & B sinus crurum. C sit radius. D, & E secantes complementorum crurum. quia vt A ad C, ita C ad D, & vt B ad C ita C ad E. rectang. autem sub A, A, ad rectangulum sub C, C, componitur ex ratione A ad C seu C ad D, & ex ratione C ad D, seu C ad E, & rectangulum sub C, C, ad rectangulum sub D, E componitur ex ratione C ad D, & C ad E, ita erit rectangulum sub sinubus crurum A & B, ad quadratum radij; vt quadratum radij, ad rectangulum sub D & E secantibus complementorum crurum; ideóque ita erit quadratum radij ad rectangulum sub secantibus complementorum crurum sicut rectangulum sub differentiis crurum, ad quadratum dimidij anguli verticalis.

## LEMMA II.

*Vt quadratum sinûs. arcûs, ad rectangulum sub sinu semisummæ, & sinu semidifferentiæ aliorum duorum arcuum.*

*Ita sinus versus arcus dupli illius primi*
*Ad differentiam sinuum versorum posteriorum arcuum.*




Sit AB, sinus arcus AD, & AC sinus versus arcus AN dupli. sintque alij duo arcus EF. EG. dividatur differentia eorum nempè FG bifariàm, addaturque arcus GO æqualis minori EF, erit EO summa, & EH semisumma. erunt LE. sinus versus arcus EG, & KE, sinus versus minoris. KL differentia eorum.

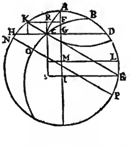
Dico ita esse quadratum AB
Ad rect. sub sinu semisummæ EK, & sinu semidifferentiæ FH,
Sicut CA ad KL
Demonstr. vt CA ad KL sumptâ pro communi altitudine radiô.
Ita rect. sub semiradio & sub CA, ad rectangulum sub semiradio, & sub KL differentia sinuum versorum.
Et eorum æqualia in eâdem ratione erunt
Nempe per 6. 1. huius
Quadratum AB & rectang. per Lemma 1. sub sinubus semisummæ EH & semidifferentiæ FH
Ergo vt quadratum AB ad rectangulum sub sinubus semisummæEH, & semidifferentiæ FH,
Ita CL sinus versus

Ad KL differentiam finuum verſurum arcuum EF.EG. quod erat demonſtrandum.

### PROPOSITIO XVI.

Theorema.

*In triangulis vniuerſis differentia ſnuum verſorum baſ s, & differentiæ crurum. I adem eſt cum differentia ſnuum verſorum baſis, & ſumma duorum crurum, alterius trianguli æquicruri cum priori, & cuius angulus verticalis eſt complementum ad duos rectos, anguli verticalis prioris trianguli.*




Sit triangulum ABC, cuius crura AB, BC, angulus verticalis ABC. ſit item aliud triangulum CBD cuius angulus verticalis CBD, complementum ad duos rectos, anguli A B C, & crura CB, BD, ſint æqualia cruribus AB, BC prioris trianguli, & baſis ſit C D. ſit item in triangulô ABC linea FG differentia ſinuum verſorum baſis AC; & differentiæ crurum AK. in triangulô DCB; AE eſt ſumma duorum crurum BD, BC. cum BD AB, item BC, BE ſint æquales. ſinus verſus illius ſummæ eſt I A. Sit AL arcus, æqualis baſi CD, & MA eius ſinus verſus; MI differentia ſinuum verſorum baſis, & arcus AE, ſummæ crurum. dico F G, MI eſſe æquales.

Demonſtratio (*per* 13. *huius*) ita eſt rectangulum ſub ſinubus crurum AB, BC, in triangulo ABC. aut BC BD in triangulo CBD; ad quadratum radij; vt FG, ad NO ſinum verſum anguli ABC; & in triangulo CBD, vt FM differentia inter MA, ſinum verſum baſis CD; aut AL. & AF ſinum verſum differentiæ crurum. & OP ſinum verſum anguli CED. Sed vt NO, ad KC, ita OP ad C E; ſunt enim ſinus verſi ſibi correſpondentes in duobus parallelis. Ergo ex æqualitate ordinatâ, vt FG, aut CR, ad KC ita FM ad CE; ſed vt CR, ad KC; ita CS, aut GI ad CE; ergo FM, GI. ſunt æquales & ablatâ communi MG; MI FG ſunt æquales. quod erat demonſtrandum.

### COROLLARIVM.

Sequitur AF ſinum verſum differentiæ crurum, AG ſinum verſum baſis AC AM ſinum verſum alterius baſis DC, & AI ſinum verſum ſummæ crurum eſſe æquidifferentes, ſeu arithmeticè proportionales.

### PROPOSITIO XVII.

Theorema.

*In triangulis vniuerſis. vt rectangulum ſub ſinubus crurum; ad quadratum radij; ita rectangulum ſub ſinu dimidiæ ſummæ trium laterum; & ſub ſinu differentiæ baſis a ſemiſummâ trium laterum, ad quadratum ſinus dimidij complementi, ad duos rectos, anguli verticalis; vel quod idem eſt complementi dimidij anguli verticalis.*

Sit idem triangulum A B C. dico ita eſſe rectangulum ſub ſinubus crurum AB, BC ad quadratum radij. vt rectang. ſub ſinu ſemiſummæ laterum AB, BC, CA, & ſinu differentiæ baſis à ſemiſummâ. ad quadratum complementi dimidij anguli verticalis ABC.

Demonſt. (*per* 13.) in triangulô CBD, ita eſt rect. ſub ſinubus CB, BD, ſeu AB, BC ad quadratum radij.

Vt differentia ſinuum verſorum baſis CD, & differentiæ crurum AK, nempe linea FM, ſeu GI quam vidimus illi eſſe æqualem.

Ad ſinum verſum anguli, CBD ſeu complementi ad duos rectos anguli ABC.

GI autem eſt differentia ſinuum verſorum baſis AC, ſeu AH, & arcus AE, ſummæ duorum crurum AB, BE.

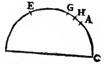
Ergo vt rectang. ſub ſinubus crurum;
Ad quadr. radij
Ita differentia ſinuum verſorum baſis AC, & ſummæ duôrum crurum AB, BC
Ad ſinum verſum anguli CBD.

Ponatur pro primô arcu ſumma duôrum crurum, & pro alio baſis ipſa, & pro angulo totali, angulus CBD. per Lemma ſecundum.

Ita erit rectangulum ſub ſinu ſemiſummæ baſis, & duorum crurum, id eſt ſemiſummæ trium laterum. & ſub ſinu ſemidifferentiæ baſis, & ſummæ crurum, vt differentia ſinuum verſorum baſis AC, & ſummæ duorum crurum, ad ſinum verſum anguli CBD.

Ergo ita erit
Rectangulum ſub ſinubus crurum
Ad quadratum radij
Vt rectangulum ſub ſinu ſemiſummæ trium laterum & ſub ſinu ſemidifferentiæ baſis, à ſummâ crurum aut quod idem eſt differentiæ baſis, à ſemiſummâ trium laterum, ad quadratum ſinus dimidij anguli C B D. angulus autem C B D eſt complementum anguli ABC, ad ſemicirculum, cuius dimidium eſt complementum dimidij:cum anguli ABC, BCD æquentur duobus rectis, eôrum dimidia æquabuntur vni recto: ergo dimidium vnius erit complementum dimidij alterius.

Dixi




Dixi ſemidifferentiam baſis AC, à ſummâ crurum, æqualem eſſe differentia baſis à ſemiſummâ trium laterum. Sit arcus AC baſis, CG ſummâ duorum crurum; AH ſemidifferentiæ baſis à ſummâ crurum: addatur GE æqualis baſi AC. CH erit ſemiſumma trium laterum, & AH differentia baſis, à ſummâ trium laterum.

## COROLLARIVM I.

Vt rectangulum ſub ſioubus ſemiſummæ, & ſemidifferentiæ baſis, & differentiæ crorum. ſeu qood idem eſt (*per* 15. *huius*) rectangulum ſub ſinubus differentiarum crutumà ſemiſummâ laterum, ad quadratum tangentis ſemianguli verticalis, ita rectangulum ſub ſino ſemiſummæ, trium laterum, & ſub ſinu differentiæ baſia, à ſemiſummâ trium laterum, ad quadratum radij. Quoniam enim, vt rectangulum ſub ſinubus crurum ad quadratum tadij, ita eſt (*per* 14. *huius*) rectangulum ſub ſinubus differentiatum crorum, & ſub ſemiſummâ laterum, ad quadratum ſinus dimidij anguli verticalis, & (*per* 17.) ita eſt rectangulum ſob ſinu ſemiſummæ trium laterum & ſub ſino differeotiæ baſis, à ſemiſumma trium laterum, ad quadratum ſinus complementi dimidij anguli verticalis. & vt quadratum dimidij anguli verticalis ad quaitatum tangentis eiuſdem, ita quadratum ſmus complementi ad quadratum radij. Ex æqualitate, ita erit rectangulum ſub ſmubus differentiarum crurum, à ſemiſummâ trium laterom ad quadratum tangentis ſemianguli verticalis, vt rectangulum ſub ſinubus ſemiſummæ trium laterum, & differentiæ baſis ab eâ ſemiſommâ, ad quadratum radij quod erat demooſtrandum.

## COROLLARIVM II.

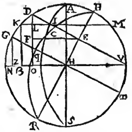
Vt rectangulom ſub ſinubus diffetentlarom crutum, à ſemiſummâ ttium laterum, ad quadratum radij.

Ita rectangulom ſub finubus ſemiſummæ trium laterum, & differentiæ baſis ab eâ, ad quadratom tangentis complementi ſemianguli verticalis. oam eſt (*per* 15.) & (*per* 17.) vt rectangulum ſub finobus crutum, ad quadratum radij; ita rectangulom ſub ſiouboa differentiarum crurum à ſemiſumma, ad quadtatum dimidij anguli verticalis, & vt quadratom ſinus dimidij anguli verticalis ad quadratum tadij, ita rectangulum ſub ſinu ſemiſummæ, & ſub ſinu differentiæ baſis à ſemiſumma, ad qoadratum ſinus complementi anguli verticalis: ergo ex æqualitate ordinatâ relictis mediis, ita eſt rectangulum ſub fioubus differeotiarom eturum, à ſemiſummâ trium laterum, ad quadratum tadij, vt rectangulum ſub ſinu ſemiſummæ, & ſub ſinu differentiæ baſis à ſemiſumma trium laterom, ad quadratum tangeotis dimidij anguli verticalis.

## PROPOSITIO XVIII.

### Theorema.

*Si trianguli duo crura æqualia ſint quadranti; ita erit dimidius ſinus aggregati ex minori crure, & ex complemento maioris, ad differentiam ſinus complementi baſis à ſinu talis aggregati, vt ſinus totus, ad ſinum verſum anguli verticalis.*




In triangulo ABC, ſint duo crura AB, BC æqualia quadranti, ſiutqoe arcos BC, BD, BV æquales. Et AK, AM æquales baſi AC. docaotur duæ diametri parallelorum DV, KM. ducantut item pet centrum lioeæ AS, BR, & ad angulos rectus ipſis ducantur pet centrum GT, NV. quæ erunt parallelæ diametris parallelorum vt patet; Ex G,K,D, demittaotur perpendiculares GZ, K; DO diuisâqoe lineâ DO bifariàm in F. ducatur linea FE. paralleli ducti ex polis A, & B quorum diametri DV, KM, habent communem ſectionem lineam C I, & cum ſiut ad planũ circuli ABT recti (*per* 6.4.*huius*) cum in eo ſint eorum poli, erit (*per* 19. t r.) lioea CI, ad idem planum recta. eritque angulus CID rectus; & conſequentet ID ſinos verſus arcus paralleli, intercepti inter maximus circulos BA, BC. atque adeò totidem graduum ac angulus ABC, & GQ erit ſinus verſus eiuſdem anguli in diametro ſphæræ. cùm autẽ BG & AN, ſint quadrantes, eò quòd anguli GHB, NHA facti ſunt recti, ablato communi GA, erunt arcus AB, GN æquales. GD eſt complemeotum arcus DB, ſeu BC, ideóque arcus N D eſt aggregatum ex minori arcu AB; & ex complemento maioris. illiuſque dimidios ſinus, eſt DF. arcus verò NK eſt complementum baſis A K, ſeu AC; D L, eſt differentia ioter ſinum aggregati ND, & ſinom K; complementi baſis. Dico ita eſſe FD ad DL. ſicut ſinus tutus ad G Q ſinum verſum anguli A B C.

Demonſt. quia AB, BV, ſeu BC æquantur quadranti, parallelus DV incidet io punctom V lineæ N V. Et quia tam DF eſt dimidia lineæ DO, ſicut DE eſt dimidia lineæ DV, erit vt DF, ad FO ita DE, ad EV. ideóque (*per* 5. 6.) FE erit parallela, tàm lineæ NV, quam lineæ KM. ſunt igitur æquiangula triangula DFE, DLI. quare

Ita eſt, FD, ad DL; ſicor DE, ad DI.

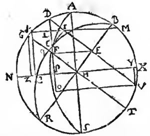
Sed vt D E ad D I ita G H, ad G Q cùm ſious atcuum ſimilium in diverſis circulis ſe habeant

beant vt radij: ergo vt FD ad DL, ita GH ad GQ. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XIX.

Theorema.

*Si trianguli duo crura fuerint quadrante maiora: erit vt semisumma sinuum excessus crurum, supra quadrantem; & sinus arcus compositi ex minori crure, & complemento maioris ad differentiam inter sinum complementi basis, & sinum arcus illius compositi, ita sinus totus, ad sinum versum anguli verticalis.*




Sit eadem constructio nisi quòd crura AB, BC, seu BV superent quadrantem excessu XV, cuius sinus sit VY, aut PO; PD est sinus arcûs ND, compositi ex NG, seu AB, & GD complementô maioris BC, aut AD. quare DO est summa sinuum; excessus XV, & arcûs illius compositi, & FD est semisumma. Dico ita esse FD ad DL differentiam inter K; sinum complementi basis; & DP sinum arcûs compositi, vt sinus totus GH, ad GQ sinum versum anguli verticalis ABC.

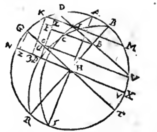
Demonstr. triangula DFE, DLI sunt æquiangula, quare ita est FD, ad DL sicut DE, ad DI (*per* 4. 6.) sed vt DE ad DI in diametrô paralleli ita GH, ad GQ. ergo ita est FD; ad DI; sicut DH, ad DQ quod erat demonstr.

## PROPOSITIO XX.

Theorema.

*Si trianguli duo crura minora sint quadrante. & auferatur à sinu arcûs compositi, ex minori crure, & complementô maioris, sinus defectus crurum à quadrante; erit dimidium reliqui, ad differentiam sinus complementi basis, & sinus arcûs illius compositi, vt sinus totus; ad sinum versum anguli verticalis.*

Eâdem constructione positâ, nisi quòd arcus AB, BV deficiant à quadrante; DP est sinus arcus ND compositi ex NG seu AB & GD complementô maioris BC, seu BD. DL differentia inter DP, & K; sinum complementi basis, & VY seu PO sinus defectus crurum AB, BC seu




BV à quadrante, ablatâ autem PO, ex DP, reliqui dimidium erit FD. Dico ita esse FD ad DL sicut GH, ad GQ.

Demonstratio eadem est cum superiori.

## COROLLARIVM I.

In triangulis rectangulis, quorum crura æquantur quadranti, dimidius sinus arcus compositi, ex minori arcu, & complementô maioris, æqualis est sinui complementi basis. Hoc est linea FD, est differentia inter sinum complementi basis, & arcus compositi, quia vt radius ad sinum versum anguli recti verticalis, ita dimidius sinus arcus compositi, ad sinum complementi basis. Sed duo primi æquantur, ergo & secundi.

## COROLLARIVM II.

Si trianguli rectanguli, duo crura maiora sint quadrante, & addatur sinus excessus, & sinus arcus compositi, ex minori crure, & complemento maioris, illius dimidium erit differentia inter sinum complementi basis, & sinum arcus compositi.

## COROLLARIVM III.

Si denique in triangulo rectangulo, duo crura sint minora quadrante, & à sinu arcus compositi, ex minori crure, & complementô maioris, auferas sinum defectus crurum à quadrante, erit dimidium reliqui æquale differentiæ inter sinum complementi basis, & sinum arcus compositi.

Hoc est in secundô casu si ex sinu arcus compositi ex minori crure, & complementô maioris, auferas dimidium aggregati ex sino excessus crurum, supra quadrantem, & ex sinu arcus compositi, &c. restabit sinus complementi basis.

In tertiô autem casu adde sinum defectus crurum à quadrante; sinus arcus compositi ex minori arcu, & complementô maioris. dimidium illius aggregati est sinui complementi basis.

In omnibus istis propositionibus si auferatur sinus versus à sinu toto, restat sinus complementi.

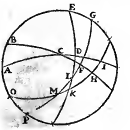
Notandum quidem quod in tribus vltimis propositionibus, si accidat lineam FD minorem esse lineâ DL, seu differentiâ inter sinum complementi basis & sinum arcus compositi ex crure minore & complemento maioris, tunc angulus verticalis obtusus est. Et ablatô radiô ex eo restat sinus complementi. Atque ita plurima triangula per additionem, & subtractionem solves.

PROPO

## PROPOSITIO XXI.

Theorema.

*Propositô quolibet triangulo Sphærico datur aliud triangulum in Sphæra cuius latera singula, singulis angulis alterius æqualia sunt ; & vicissim. mutato tamen angulo maximo in suum complementum ad semicirculum.*




Sit triangulum ABC, cuius maximus angulus ABC. dico, quòd modò ille angulus in suum complementum ad semicirculum mutetur ; dabitur in Sphærâ, aliud triangulum cuius singula latera æqualia sint singulis angulis trianguli ABC.

Constructio. Ex A vt polô, interuallô quadrantis, describatur circulus EDK. & ex B, circulus GMP. item ex C, IMO. dico triangulum MKL esse illud quod quæritur.

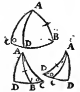
Dem. ED arcus (*per 3. 4. huius*) est mensura anguli A, & cùm sint AD, AE quadrantes erunt anguli D & E recti (*per 19.4.huius*) pariter anguli G,& BFG recti sunt.cùm BF, B G sint quadrantes. Item H, & I recti sunt cum arcus CH, CI sint quadrantes. cùm ergô anguli E; & G sint recti (*per 6. 4. huius*) circuli ED; GF concurrent in L polô circuli ABEG. rursus quia anguli I & D recti sunt, erit K polus circuli IDCA, & M circuli HFC. sunt igitur quadrantes LE, LG; KD, KI; MF, MH. quare si ex quadrantibus KD, LE auferas communem arcum LD. erit arcus DE mensura anguli A (*per 5. 4.huius*) æqualis lateri LK. pariter si ex quadrantibus MF, LG auferas arcum L F, erit latus M L æquale arcui F G, mensuræ anguli FBG complementi ad semicirculum anguli maximi ABC. Denique erit latus MK æquale arcui HI, mensuræ anguli ICH. seu ACB.

Secunda pars etiam patet. nempe quòd si mutetur angulus MKL in suum complementum ad semicirculum. erit eius mensura DI, æqualis lateri AC qui opponitur maximo angulo A. anguli MLK seu ELG mensura est arcus EG, æqualis lateri AB, quare solutô triangulô MLK solnitur ABC.

## PROPOSITIO XXII.

Problema I.

*Datis duobus angulis trianguli obliquanguli ; & latere inter ipsos posito tertium angulum inuenire.*




Sint in triangulo ABC, cogniti anguli A, & B, & latus intermedium AB : quæritur angulus C. ex alterutrô angulorum cognitorum, demittatur perpendicularis ad basin BC productam si opus sit, quæratur in triangulô rectangulô ABD (*per 15.5.huius*) angulus DAC.

Fiat ergo vt sinus totus
Ad sinum complementi lateris AB,
Ita tangens anguli B
Ad tangentem complementi anguli DAB

Quô subductô ex CAB, vt in priori casu, restabit DAC cognitus ; vel subductô B A C ex ipso, restabit DAB cognitus vt in secundo & tertio casu 2. fiat

Vt sinus anguli BAD
Ad sinum anguli CAD
Ita sinus complementi anguli ABC
Ad sinum complementi anguli C

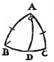
Prima analogia demonstrata est in 15. huius.

Demonstratio, secundæ analogiæ (*per 12. huius*) sinus angulorum verticalium, sinubus angulorum ad basin sunt proportionales. in tertio casu sumitur supplementum ad duos rectos anguli ACD inuenti.

## PROPOSITIO XXXIII.

Problema II.

*Datis duobus lateribus, & angulo vni eorum opposito: angulum ab ipsis comprehensum inuenire.*




In triangulo ABC dentur duo latera AB, AC & angulus vni ipsorum oppositus. nempe B. quæritur angulus BAC ab ipsis comprehensus. primò in triangulo BAD (*per 15. 5. huius*) quæratur angulus BAD fiat enim

Vt sinus totus
Ad sinum complementi lateris AB
Ita tangens anguli B
Ad tangentem complementi anguli DAB

Tum, fiat vt tangens AC
Ad tangentem AB
Ita sinus complementi anguli BAD

Ad finum complementi anguli CAD

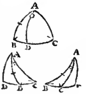
Demonstratio. fecundæ aoalogiæ. ( *per 51. huius* ) tangenres latetum, funt teciprocè ptoportiooales, finubus complemeotorum angulotum verticalium.

In primo cafu quô perpendicularis cadit intta triangulum, anguli BAD, DAC addendi funt vt habeatur rotus BAC, in aliis cafibus eotum differentia eft angulus quæfitus.

## PROPOSITIO XXIV.

### Problema.

*Datis duobus angulis, & latere vni eorum oppofitô, tertium angulum inuenire, modò fciatur cuius fit affectionis, vel cuius fit affectionis latus alteri angulo dato oppofitum.*




Sinr in triangulo ABC, cogniti duo anguli B, & C,& latus AB oppofitum angulo C. quæritur angulus BAC.quzratur ficut prius,angulus DAB, hôc modô fiat vt finus totus

Ad finum complementi AB;
Ita tangens anguli B,
Ad tangeutem complementi anguli BAD
Deinde fiat
Vt finus complementi ABC
Ad finum complementi ACD.
Ita finus anguli BAD.
Ad finum anguli CAD.

Si perpendicularis cadit intra triangulum, anguli BAD,CAD angulum quæfitom componunt, hoc eft fumma illotum eft angulus quæfitus; fi extra,differentia iuter BAD, & CAD eft angulus BAC quæfitus.

Dem.fecundæ analogiæ eft *(prop.12.huius)*

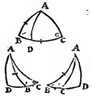
Ratio autam additæ conditionis, petitur ex prop.5 huios,ex quâ deducitur,poffe dari(*per 5.5. huius*) ambiguitatem, hæc tamen ambiguitas foluitor primò,in triangulô rectangulô ABD, bafis AB foluit ambiguitatem. nam fi fit minor quadrante;duo anguli BAD,& B erunt eiufdem affectionis,& cùm B fit cognitus alter etiam cognofcetur, fi bafis AC fuerit maior, erunt B, & BAD affectionis diuerfæ, & cum A cognitus fit, alter etiam cognofcetor.

In triangulo ACD poteft effe ambiguitas in cognofcendo angulo BAC, quæ foluitur, modò fpecies anguli BAC. cognofcatur, vel fi fciatur fpecies lateris AC, quod in triaogulo DAC rectangulo, eft bafis, qoæ fi fit quadraute miuor erunt anguli C, & CAD affectionis eiufdem; fi maior diuerfæ ( *per 5.4.huius*)

## PROPOSITIO XXV.

### Problema.

*Cognitis duobus lateribus, & angulô ab ipfis comprehenfô, alium quemcumque angulum inuenire.*




Sit triangulum ABC, cuius cognofcantur latera AB, CB, & angulus B, ab ipfis comprehenfus, quæritur alius angulus C. à punctô A extremitate lateris oppofiti angulo C, demittatur perpendicularis ad aliud latus cognitum BC, productum fi opus. fit tum in triangulo rectangulo ABD quæratut ( *per 21.5. huius*) latus BD. fiat ergo

Vt finus totus
Ad finum complementi anguli B;
Ita tangens AB
Ad tangentem BD

Tùm differentia inter BD, & BC eft vel DB vel DC.addantur in vltimo cafu tum fiat

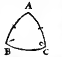
Vt finus CD
Ad finum BD,
Ita tangens ABD
Ad rangeotem ACD cuius iu fecuudo cafu accipitur complementum ad duos rectos.

Demonftratio. ( *per 7. huius* ) finus fegmentorum bafis, funt vt tangentes angulorum bafi adiaceutium reciptocè.

## PROPOSITIO XXVI.

### Problema.

*Cognitis in triangulo duobus lateribus, & angulô vni eorum oppofito, cognofcere angulum alteri lateri cognito oppofitum,cuius fpecies cognofcitur.*




Sint iu triangulo ABC, cognita latera AB,AC; & angulus B;quætitur angulus C,cuius fpecies cognofcitur, fiat vt
Sinus AC, ad fioum AB;
Ita finus anguli B; ad finum anguli C.

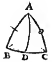
Demonftratio.eft prop.1.5. buius.

PROPO

## PROPOSITIO XXVII.

Problema.

*Cognitis duobus anguiis, & latere vni eorum oppositò, latus alteri angulo cognito oppositum, specie tamen praecognitum inuenire.*




In eôdem rectangulô ABC sint dati anguli B & C,& latus AB anguio C.oppositum quæritur latus AC.cuius species cognoscitur.

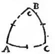
Fiat vt sinus anguli C
Ad sinum anguli B
Ita sinus lateris AB
Ad sinum lateris AC.

Eadem demonstratio,*(per 1. 5.huius)*

## PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

*Cognitis tribus trianguli Sphærici lateribus, quemlibet angulum reperire.*




Multiplicem huius problematis dabimus praxin primò aptissimas, dum quis logarithmis vtitur:dabimus item alias dum quis vtitur sinubus & tangentibus.

Sint igitur trianguli Sphærici ABC, tria latera data, quæraturque angulus B,qui vocetur verticalis,& AC basis,latera AB,BC dicantur crura.

### PRAXIS I.

Primò subducantur crus minus, à maiori & habeatur differentia crurum, addaturque basis & differentia crurum, vt habeatur semisumma basis & differentiæ crurum, item subducatur differentia crurum à basi, si minor sit, & habeatur semidifferentia basis à differentia crurum; & hôc modô disponantur semisummæ basis & differentiæ crurum logarithmus semidifferentiæ basis à differentiâ crurum logarithmus.

Duplus logarithmus radij hi tres addantur, simul; & ab eâ summâ subducantur logarithmus cruris AB,& logarithmus cruris BC,restabit duplus logarithmus semianguli verticalis qui diuisus bifariam dabit logarithmum semianguli verticalis.

Demonstratio *(per 14 huius)*

Ita est rectangulum sub sinubus crurum,
Ad quadratum radij;
Vt rectangulum sub sinu semisummæ basis, & differentiæ crurum; & sub semidifferentia basis, à differentia crurum; ad quadratum sinus semianguli verticalis.

Logarithmus rectanguli sub sinubus crurum, æqualis est duobus logarithmis sinuum crurum.

Logarithmus quadrati radij est duplus logarithmus radij vt vidimus cum de logarithmis.

Igitur si à summa dupli logarithmi radij, & logarithmorum semisummæ, & semidifferentiæ basis, & differentiæ crurum auferas logarithmos sinuum crurum, restabit logarithmus quadrati sinus, semianguli verticalis.

### PRAXIS II.

Locô logarithmorum semisummæ basis, & differentiæ crurum &c. fiat semisumma trium laterum, & ab eâ semisummâ, aufer singillatim duo crura, vt habeatur crurum differentiæ ab eâ semisumma.

Adde {
Ponaturque duplus logarithmus radij
Sinus differentiæ cruris AB, à semisumma logarithmus
Sinus differentiæ cruris BC logarithm.
}

Et ex ea summa aufer logarithmos vtriusque cruris, restabit logarithmus quadrati sinus, semianguli verticalis.

Demonstratio. (*prop.15. huius*) vidimus ita esse rectangulum sub sinubus crurum ad quadratum radij; sicut rectangulum sub sinubus differentiarum crurum,à semisumma trium laterum;
Ad quadratum sinus semianguli verticalis.
Ideóque debet fieri regula proportionum logarithmica.

### PRAXIS III.

Fiat semisumma trium laterum AB, BC, AC à qua auferatur basis, vt habeatur differentia basis.

Adde {
Ponantur duplus logarithmus radij
Sinus semisummæ trium laterum logarithmus
Differentiæ basis logarithmus
}

Hæc tria simul addantur, & ab eorum summa subtrahantur logarithmi sinuum crurum, & habebitur logarithmus quadrati, sinus semianguli verticalis, hoc est logarithmus, quô diuiso bifariam, quotiens erit logarithmus complementi semianguli verticalis.

Demonstr. patet (*ex 17. huius*) quæ ostendit ita esse rectangulum sub sinubus crurum ad quadratum radij, vt rectangulum sub sinu semisummæ trium laterum, & sub sinu differentiæ basis, ad quadratum complementi semianguli verticalis.

### PRAXIS IV.

Adde {
Duplum logarithmum radij, &
Logarithmum differentiæ cruris AB, à semisumma trium laterum
Et logarithmum differentiæ cruris BC. Adde
}

Et à summâ horum trium logarithmorum subtrahe logarithmum semisummæ trium laterum, & logarithmum differentiæ basis: relinquetur logarithmus quadrati tangentis semianguli verticalis.

Dem. (*In coroll.1.17.huius*) demonstrauimus ita esse rectangulum sub sinu semisummæ trium laterum, & sub differentia basis, ad quadratum radij, vt rectangulum sub sinubus differentiarum crurum, ad quadratum tangentis semianguli verticalis.

### PRAXIS V.

Si inuertatur hæc analogia habebitur tangens complementi semianguli verticalis hôc modô.

Adde { Duplum logarithmum radij
Logarithmum semisummæ trium laterum
Et logarithmum differentiæ basis ab ea.

Et à summa eorum subtrahe, summam logarithmorum differentiarum crurum à semisumma trium laterum. restabit duplus logarithmus tangentis complementi semianguli verticalis

Dem. ( *est coroll.* 2. 17. *huius* ) in quo ostenditur esse rectangulum sub sinubus differentiarum crurum, ad quadratum radij

Vt rectangulum sub sinu semisummæ trium laterum; & sub sinu differentiæ basis ab ea semisumma,

Ad quadratum tangentis complementi anguli verticalis.

## PRAXIS VI.

Complementum arithmeticum est id quod relinquitur ablatô logarithmô sinus alicuius arcus, à logarithmo radij; estque logarithmus secantis complementi. si illi addatur logarithmus radij, cum enim radius sit media proportionalis inter sinum, & secantem complementi: logarithmi extremorum æquabuntur duplo logarithmo medij. ideoque si ex logarithmo medij bis sumpto vnum subtraxeris relinquitur logarithmus alterius.

Adde { Complementa arithmetica crurum, Logarithmis differentiarum crurum à semisumma trium laterum, & fiet.

Duplus logarithmus sinus semianguli verticalis.

Demonstr. ( *in corol.* 15. ) ostendimus ita esse quadratum radij, ad rectangulum sub secantibus crurum; vt rectangulum sub sinubus differentiarum crurum, à semisumma trium laterum, ad quadratum sinus semianguli verticalis: ergo additis logarithmis, secantium crurum, & logarithmis differentiarum; si ab iis subtraxeris duplum logarithmum radij; relinquitur duplus logarithmus semianguli verticalis, dum autem pro logarithmis secantium assumuntur complementa arithmetica, subtractio inuenitur facta.

Atque hæ sunt praxes dum vtimur logarithmis aliô enim modô operari debemus per sinus, nam deberent primò fieri, tam quadratum radij, quàm alia rectangula sub sinubus: deinde instituenda regula trium; excrescerent autem in immensum numeri. ideoque molliendæ sunt huiusmodi praxes vt sinubus aptentur.

Sum autem longior in soluendô hôc problemate quod authores vt mirabile attollunt, vnde volui illud in omnem partem versare.

## PRAXIS VII.

Vingat in suis logarithmis hanc praxin profert sine demonstratione quam hic demonstrare contendo. Addantur simul tria latera fiatque eorum semisumma; ex qua auferatur basis vt habeatur eius differentia.

Fiatque vt sinus totus
Ad sinum AB,
Ita sinus BC
Ad quartum sinum deinde fiat
Vt quartus sinus
Ad sinum semisummæ trium laterum,
Ita sinus differentiæ basis AC,
Ad septimum sinum

Si iste septimus sinus multiplicetur per sinum totum, producetur quadratum complementi dimidij anguli verticalis B

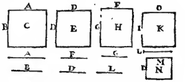
Demonstr. ( *prop.* 17. *huius* ) demonstrauimus ita esse rectangulum sub sinubus crurum, ad quadratum radij, vt rectangulum sub sinu semisummæ; & sub sinu differentiæ basis à semisummâ ad quadratum complementi dimidij anguli verticalis B.

In prima analogia multiplicatur sinus AB per sinum BC, hoc est fit rectangulum sub sinubus crurum, quod diuiditur per sinum totum, & quotiens est quartus sinus. supponatur item sinus totus diuidere suum quadratum; quotiens erit sinus totus. cum ergo sinus totus etiam diuidat rectangulum sub sinubus crurum, quotientes eandem rationem habebunt, quam habent diuisi quare.

Vt rectangulum sub sinubus crurum
Ad quadratum radij,
Ita se habet quartus ille sinus
Ad sinum totum. deberet igitur ita institui secunda analogia.

Vt quartus sinus, ad sinum totum; ita rectangulum sub sinu semisummæ trium laterum; & sub sinu differentiæ basis, ad quadratum complementi semianguli B ( *per prop* 21 *arithmetices*) habetur quartus proportionalis. si tertium per primum diuidamus, & quotientem multiplicemus per secundum vnde instituitur secunda analogia in qua multiplicantur secundus & tertius numerus, vt fiat rectangulum sub sinu semisummæ, & sub sinu differentiæ basis & hoc rectangulum diuiditur per quartum sinum inuentum, & septimus qui exurgit per secundum multiplicatur, nempe per sinum totum. ergo benè per hanc praxin inuenitur quadratum sinus complementi semianguli verticalis.

## LEMMA.




Si duo numeri A, B, se inuicem multiplicantes fecerint C: item D & D fecerint quadratum E. & F, & G, fecerint H, sitque alius numerus K; ita vt sit C ad H, sicut E, ad K; quod si sit vt A ad F; ita G, ad L, & vt B ad D; ita L ad M, & D multiplicando M, faciat N; dico quod rectangula K & N sint æqualia. sit vt A, ad D; ita F ad O. & rectangulum K, aut illi æquale intelligatur descriptum super lineam O. & quia supponitur esse vt C ad E; ita H ad K ratio C ad E; H ad K componitur ex rationibus A ad D, seu F ad O & B ad D & debebit esse G ad I, sicut B ad D.

Dem. quia D multiplicans M, facit N; & multiplicans seipsum facit E. cum sit eadem altitudo D ( *per* 1. 6. ) erit vt E, ad N; ita D, ad M. aut

M. aut B, ad L. debeo probare, E ad K se habere vt B, ad L; tunc enim (*per* 7. 5.) K & N sunt æquales hoc autem ita ostendo, ratio E ad K componitur ex rationibus D, ad I, seu B ad G; & A ad F, seu G, ad L. ratio autem composita ex rationibus B ad G, & G ad L. est ratio B ad L: igitur E, ad K se habet vt B ad L hoc est vt E ad N. ergo K, & N sunt æqualia.

PRAXIS VIII.

Hæc praxis profertur à Vlac. addantur tria latera, ita vt fiat eorum semisumma, & ab eâ subducantur duo crura, habeanturque eorum differentiæ à semisummâ trium laterum.

Fiat vt sinus cruris AB A.
Ad sinum vnius differentiæ F.
Ita sinus alterius differentiæ G.
Ad quartum sinum L.
Rursus. vt sinus cruris BC B.
Ad sinum totum D.
Ita quartus sinus. L.
Ad septimum sinum. M.
Si M multiplicetur per sinum totum,
Exurget quadratum sinus dimidij anguli verticalis.

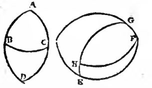
Demonstr. per Lemma superius, ille producitur numerus hâc praxi, qui est quartus proportionalis ad tres, nempè rectangulum sub A & B seu sub sinubus crurum, quadratum numeri D, seu sinus totius. rectang. sub F, G. seu sub sinubus differentiarum crurum à semisummâ trium laterum, sed quartus proportionalis ad tres propositos (*per* 15. *huius*) est quadratum sinus dimidij anguli verticalis; ergo qui invenitur hâc praxi est quadratum sinus dimidij anguli verticalis.

Possent dari aliæ praxes deductæ ex 18. 19. 20. sed de his infra cum de prostaphæresi.

PROPOSITIO XXIX.

Problema.

*Datis tribus trianguli lateribus cognoscere cuius affectionis sit angulus quilibet.*




Si duo crura A C A B, fuerint quadrantes basis erit mensura anguli verticalis A. (*per* 6. 3. *huius*) si AB, CA crura fuerint affectionis eiusdem, & basis non minor quadrante angulus A verticalis erit obtusus. Primò sint crura quadrante maiora & basis quadrante non minor: erunt (*per* 4. *huius*) omnes anguli obtusi. Si verò fuerint AB, CA, crura, quadrante minora producantur donec concurrant in D. erunt DB, & CD quadrante maiora. & supponitur basis quadrante non minor (*ergo per* 4.) in triangulo BDC omnes anguli obtusi erunt: ergo cum D obtusus sit etiam angolus A obtusus erit: Si crura fuerint affectionis diversæ, & basis quadrante non maior angulus verticalis acutus erit. Sit enim triangulum EFG rectangulum in F, & latera GF, FE sint affectionis diversæ (*per* 5. 4.) basis EG erit maior quadrante; vt ergo fiat non maior quadrante minuatur in H, fiet angulus GFH minor recto.

Si crura eiusdem fuerint affectionis & basis quadrante minor. Si sinus complementorum crurum multiplicentur, & dividatur productum per sinum totum, & reliquum sit æquale sinui complementi basis, angulus rectus est.

Hoc est si ita est sinus totus,
Ad sinum complementi AB,
Vt sinus complementi BC
Ad sinum complementi AC.

PROPOSITIO XXX.

Problema.

*Datis omnibus trianguli Spharici angulis, invenire latera.*

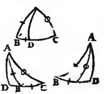
Per propositionem 21. huius, mutentur anguli in latera alterius trianguli, quod solvatur; hoc est cuius inveniantur anguli ex quibus cognitis innotescent latera trianguli propositi.

Notandum si tres anguli fuerint acuti singula latera erunt quadrante minora (*per* 3 *huius*) cætera innotescent ex alterius trianguli solutione.

PROPOSITIO XXXI.

Problema.

*Cognitis duobus trianguli sphærici lateribus, & angulô ab ipsis comprehensô: invenire basin.*




Sit triangulum ABC cuius cognoscuntur crura AB, BC, & angulus B quæritur basis AC.

Fiat vt quadratum radij
Ad rectangulum sub sinubus crurum,
Ita sinus versus anguli ABC
Ad differentiam inter sinum complementi basis
Et sinum complementi differentiæ crurum.

Habetur autem sinus complementi differentiæ crurum; quare additâ differentiâ, habebitur sinus complementi basis vt habeatur sinus versus anguli B; subducendus est sinus complementi anguli B. ex radio.

Aliô modô.

Sit triangulum ABC cuius cognoscuntur crura AB,

ra AB, BC & angulus B, ab ipsis comprehensus, quæritur autem latus AC, ex aliô quôcum que angulô A, ad vnum ex crutibus cognitis, demittatur perpendicularis, quæ vel cadet intra triang vel extra ad partes B, vel ad partes C. fiat

Vt finus totus
Ad finum compl. ABC.
Ita tangens AB
Ad tangentem BD

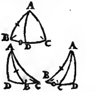
Quâ cognita cognoſcitur CD, tum fiat vt finus complementi BD, ad finum complementi CD ita finus complementi AB, ad finum complementi AC.

Dem. prima analogia (*eſt* 11. 5. *huius*) ſecunda analogia eſt 10. huius in qua probauimus finus compl. ſegmentorum baſis, proportionales eſſe finubus complementorum crurum.

## PROPOSITIO XXXII.

Problema.

*Cognitis duobus angulis; & latere vni eorum oppoſitô, inuenire latus adiacens duobus angulis cognitis, modo vel cognoſcatur eius ſpecies, vel ſpecies alterius lateris incogniti.*



Sit triangulum ABC cuius cognoſcitur latus AB, & anguli ABC, ACB; quæritur latus BC, oportet autem vt eius ſpecies cognoſcatur vel ſpecies lateris AC. fiat

Vt finus totus
Ad finum compl. ABC
Ita tangens AB
Ad tangentem BD. fiat rurſus
Vt tangens ACB, ad tangentem ABC, ita finus BD, ad finum CD.

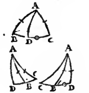
Dem. prima analogia ficut in præcedente problemate, ſecunda analogia eſt 7. huius.

Ratio cautionis adhibitæ, prima quidem cautio tollit omnem ambiguitatem. In prima analogia baſis AB quæ datur, tollit omnem ambiguitatem (*per cor.* 5. 4. *huius*) pro latere BD; item in ſecunda, ſi cognoſcatur ſpecies lateris AC quod habet vicem baſis in triangulo ACD rectangulô; tollet omnem ambiguitatem circa latus CD; cognitis autem BD, DC facilè cognoſcitur tota BC.

## PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

*Cognitis duobus lateribus, & angulô vni eorum oppoſitô cognoſcere tertium latus.*



Sit triangulum ABC, cuius duo latera AB, AC ſint cognita; & angulus ABC lateri AC oppoſitus, quæritur aliud latus nempe BC, demiſſâ perpendiculari ex angulo A.

Fiat ficut in præcedenti
Vt finus totus
Ad finum compl. ABC,
Ita tangens AB
Ad tangentem BD

Rurſus fiat vt finus complementi AB, ad finum complem. AC
Ita finus compl.BD, ad finum compl.CD

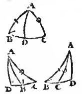
Quæ ſecundum varietatem caſuum, perpendicularis vel addi debet vt in primo caſu, vel ſubtrahi.

Prima analogia demonſtrata eſt in ſuperioribus ſecunda eſt 10.huius.

## PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

*Cognitis duobus angulis, & latere vtrique adiacente, aliud latus inuenire.*



Sit triangulum ABC cuius cognoſcuntur anguli ABC, BAC, & latus AB, quæritur latus AC. primò demittatur perpendicularis ab angulo A cognitô, & adiacenti lateri quæſito, fiatque, vt finus totus ad finum complem. AB ita tangens ABC, ad tangentem complementi BAD cognitô BAD cognoſcitur CAD. fiat item vt finus complementi CAD, ad finum complementi BAD, ita tangens AB ad tangentem AC. ſic etiam tangens complementi AC, ad tangentem complementi AB.

Demonſtratio. prima analogia demonſtratur (*per* 15. 5. *huius*) ſecunda analogia demonſtratur in 11.huius.

Iſta quidem ſufficerent ad perfectam Trigonometriam, quæ maximam facilitatem habet ex logarithmorum vſu. ſi quis tamen vellet diſcere modum quô fine logarithmis ſatis facilè ſoluebantur triangula ferè omnia per proſthaphæreſin vt

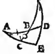
vt vocant, id est per solam additionem & subtractionem id exequar sequentibus propositionibus.

## PROPOSITIO XXXV.

Problema.

*Multiplicationem, & diuisionem euitare: quando primò locò est radius, secundò & tertiò est sinus.*

Mutentur duo latera aut anguli quorum sinus dantur in sua complementa, & habebitur triangulum solubile sine vllâ multiplicatione & diuisione. nam in quocumque triangulo ponitur sinus totus, in primo loco, signum est aliquid in tali triangulo esse æquale quadranti.




Sit v. g. triangulum A B C cuius angulus C rectus, & ad quod soluendum dicitur vt sinus totus anguli C recti, ad sinum lateris AB, ita sinus anguli A, ad sinum lateris B C. mutetur AB in suum complementum BD, & A seu ED in suum complementum. Fit triangulum BDF. cuius cognoscitur primo angulus D rectus; deinde duo crura talem angulũ comprehendentia; quoties autem angulus rectus est, & cognoscuntur duo crura per cor. prop. 19. primo addantur simul crura, quæ vel simul sumpta æquabuntur quadranti, vel maiora erunt, vel minora.

Sint primò æqualia, fiat arcus compositus, ex minori crure, & complementô maioris. illius dimidius sinus æqualis erit sinui arcûs BC. complementi basis BF. si verò crura BD, DF maiora sint quadrante, sinui arcûs compositi ex minori crure, & complementô maioris; addatur sinus excef ûs; illius aggregati dimidium, erit æquale differentiæ sinûs arcûs BC, nempè complem. basis F B. & sinus arcûs compositi: hoc est auferatur hæc differentia ex sinu arcus compositi, & habebitur sinus complementi basis.

Si denique duo crura BF, DF simul sumpta minora sint quadrante: subtrahatur sinus defectus, ex sinu arcûs compositi, ex minori crure, & complementô maioris. & residui dimidium erit differentia sinûs arcûs BC; complementi basis FB. & sinus arcus compositi, vnde hæc differentia subtrahatur ex sinu arcûs compositi restabit sinus complementi basis.

## PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

*Si sinus totus sit in primò, secundò & tertiò loco, diuisionem euitare.*

Primò quoties sinus est in primô locô, certum est diuisionem nullam esse, quia cum sinus totus sit 1000000. tot tantùm delendæ sunt cyphræ numeri diuidendi, quot sunt o. in diuisore, seu in sinu totô, vt docetur in arithmetica.

Si verò sinus totus sit in secundo loco, retrahendus est in primum, nam si in primo loco sit sinus alicuius arcus, mutetur in secantem sui complementi: sic enim sinus totus ponitur in primo, secans complementi ponitur in loco sinûs totius, verbi gratiâ.

Sit vt sinus anguli 30 ad tangentem aliquam, ita sinus totus ad aliud.

Fiat vt sinus totus, ad tangentem eandem, ita secans anguli 60. ad idem.

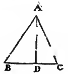
Ratio est quia quod in secundo, aut tertiò locò sit sinus totus perinde est.

Nam si sit vt A ad B, ita C ad D, erit etiam vt A ad C, ita B ad D, quare vt sinus anguli 30. ad sinum totum, ita sinus totus, ad secantem anguli 60: ergo vt sinus totus ad secantem 60. ita tangens illa ad quartum. si sinus totus sit in secundo, aut tertio loco; & in primo sit tangens, sinus totus ponatur in primo loco, & tangens illa mutetur in tangentem complementi, ponaturque in secundo loco, quia nempe (*per* 14. 1. *huius*) radius est medius proportionalis inter tangentes, arcus, & complementi. Pariter si in primo loco sit secans, mutetur in sinum complementi, ponaturque in secundo loco.

## PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

*Si primo loco sit sinus, & nullibi radius; diuisionem in duplicem multiplicationem conuertere.*




Triangulum soluendum, in duplex triangulum demissâ perpendiculari diuidatur fiatque duplex analogia, in qua radius primum locum obtineat. Sit verbi gratia quærendum latus AC ex cognitis angulis B & C, & latere AB. debeatque fieri vt sinus anguli C, ad sinum anguli B, ita latus AB, ad latus AC. demittatur perpendicularis AD, fiatque vt radius ad sinum anguli B, ita AB ad AD pariter vt sinus anguli C, ad sinũ totum anguli scilicet recti D, ita AD, ad AC, muteturque hæc secunda in banc, vt radius ad secantem complementi C. ita AD ad AC.

PROPO

## PROPOSITIO XXXVIII.

### Problema.

*Si primo loco sit sinus totus, & secundo, & tertio partim secantes, partim sinus, aut tangentes: quartum proportionalem invenire, per prostaphæresin.*




Radio primum locum obtinente, in secundò, aut tertio loco non sit sinus, sed vel secantes, vel tangentes, immò quicumque alij numeri, operandum erit secundùm diversitatem casuum.

Primus casus erit si numeri in primo, & secundò loco collocati sint minores sinu toto, atque adeo si pro sinubus accipiantur habeant in tabula sinuum arcus sibi respondentes. vtere ergo illis tanquam sinubus, hoc est finge triangulum ABC, in quo radius sit in primo loco, nempe sinus anguli B recti, secundus numerus fingatur esse sinus anguli A, tertius numerus quicumque ille sit ponatur esse sinus lateris AC, quæritur quartus proportionalis B C. modò autem tales numeri, secundò scilicet, & tertiò loco positi, minores sint sinu toto, possibile est tale triangulum, quærantur ergo arcus respondentes numeris illis, habebitur talis trianguli fictitij angulus A, & latus A C. quæ si mutentur in sua complementa C E. EF, tunc solvetur triangulum CEF (*per 34. huius*) & habebitur sinus lateris BC, qui erit quartus proportionalis, etiamsi revera esset tangens, & secans.

Secundus casus est quando vnus ex numeris in secundô, & tertiô loco positis, est maior sinu toto, & tunc duplex est via habendi quartum per prostaphæresin. Primus modus erit si hunc numerum maiorem sinu toto, minua deletâ vnâ eius cyphrâ ad dexteram, eoque sic decurtato vtaris, quartum enim proportionalem invenies decuplo minorem, quàm oporteat, quare addendus illi erit in fine, vnus aut alter character. vt si quæratur ad sequentes numeros quartus proportionalis.

| | | |
|---|---|---|
| Sinus totus | tangens gr.21.2. | tangens gr.60. |
| 10000000. | 3912247. | 17320508. |

Cum tertius sit maior sino toto, eum decurtabo, deleto vltimo charactere 8. factaque regula inveniam pro quarto numerum 677185. cui addes o. vt fiat 6771850.

Demonstratio factâ regulâ, quæ est ratio primi, ad secundum, ea est tertij decurtati, ad quartum decurtatum, sed quæ est tertij decurtati, ad quartum decurtatum, eadem erit tertij aucti, ad quartum eodem modo auctum, ergo, &c.

Alia item methodo idem numerus haberi potest, supponendo quod si quatuor numeri proportionales sint A, B, C, E & tertius,

| | | | |
|---|---|---|---|
| A. | B. | C 3 | E 6 |
| 4. | 8. | D 2 | F 4. |

Et quartus simíliter dividantur, vel eorum similes partes accipiantur, nempe D & F, ita erit A ad B, vt D ad F, quia similes partes, in eadem sunt ratione, ac tota.

Suppono item ex Arithmetica, inveniri quartum proportionalem si primus dividat tertium, & quotientem multiplices per primum. Sint ergo propositi priores numeri nempe sinus totus, & tangentes, divide tertium per sinum totum, quotiens erit 1, qui si multiplicetur per secundum, habebitur quartus 3912247. tangens autem divisa fuerat in duas partes quarum prima fuit 10000000. Secunda 7320508. & invenimus quartum proportioalem respondentem primæ parti nempe 3912247. Secundæ parti respondens habebitur per primum casum facilè; cum hæc secunda pars minor sit sinu toto; invenies igitur illam esse 2863963. addantur illæ partes; fietque summa 6776210.

Tertius casus est si ambo numeri qui sunt in tertio, & secundo loco fuerint maiores sinu toto, sunt igitur ambo decurtandi. abiectâ vnâ, aut altera cyphrâ, quæ tamen addendæ erunt numero invento, nempe si vnam ex vtroque abiecisti, duæ restituentur.

*Qui logarithmis vtitur, ne valdè curet huiusmodi prostaphæresin.*

TRACTA

# TRACTATVS QVINTVS
# GEOMETRIA PRACTICA.

*GEOMETRIA practica non terræ tantùm quam præseferre videtur huius vocis significatio; sed cuiuscumque quantitatis dimensionem complectitur. Dicitur tamen Geometria, eò quod dimetiendis agris, in Ægypto præcipuè, vbi Nili alluvione agrorum limites confundebantur, fuerit adhibita: immò vt artium, & scientiarum mater est necessitas, eâ occasione adinuenta dicatur. Practica item nuncupatur vt ab elementari, quam in Euclidis Elementis contentam suprà tradidimus distinguatur. Huius tractatûs genuina, & naturalis divisio satis ex se manifesta est; cum enim tres communiter quantitatis species distinguantur, nempe linea superficies, & corpus; in tres etiam libros hunc tractatum dividere deberemus: quia tamen nimis multa de superficiebus occurrunt, quartum addemus.*

*Quare primus linearum mensuram; Secundus superficierum capacitatem, Tertius superficierum divisionem Quartus solidorum magnitudinem investigabit. Conabor autem ita facilibus, & vniversalibus demonstrationibus propositiones omnes stabilire, vt qui in iis bene versatus fuerit, non tantùm praxes allatas, ad prima principia revocare: sed alias quascumque (innumeræ siquidem praxes, & instrumenta noua circumferuntur) ex positis principiis facile possit demonstrare.*

---

## LIBER PRIMVS.
## MENSVRA LINEARVM.

*IN hoc libro, agemus primò de linearum rectarum dimensione quomodocumque tandem fuerint exporrectæ. Quæcumque autem linea proponitur; vel ita accessibilis est, vt tota secundùm omnes partes percurri possit, vel est accessibilis secundum vnum, aut alterum extremum, ita vt partes singula, ob varios obices percurri non possit, aut denique secundum se totam inaccessibilis est, de his ordine dicemus, variaque indicabimus instrumenta ad mensurationem peragendam idonea. Exinde de lineis curvis præcipuè verò de circuli circumferentia agemus.*

### DEFINITIONES.

Vice definitionum varias mensoratum species proferemus: vt nempe linearom omnium longitudinem ad certam, & indubitatam meosuram reuocemus. mirùm certè quanta sit io mensuris hallucinatio. ex eo profecta quòd non eadem vbique mensuræ species vsurpeiur. quamvis enim communiter dicantur in vno gradu terræ, esse 20. Leucæ Gallicæ. Nihil tamen hac assertione docemur, cum definitom non sit, quanta sit Leucæ Gallicæ præcisa longitudo. minima omnium mensura est latitudo grani hordeacei, qoam incertam esse, & indeterminatam nemo non videt, cùm turgidiora sint hordei grana, in aliquibus regionibus, quàm in aliis, digitus alias dicebatur continere quatuor grana, palmus quatuor digitos, per quatuor palmos. hæc tameo divisio obsoleuit, quare receptis & ordinariis vtendum est mensuris.

Pes igitur nobis erit prima mensura, cuius duodecima pars dicitur digitus, pollex, Italis vncia. duodecima pars digiti dicatur linea. Sed adhuc hæremus in limine, nam apud diversas nationes, diversa est pedis longitudo, quare vt aliquid magis determinemus.

Prima nobis erit mensura gradus integer terræ. seu trecentesima pars circuli maximi terrestris. quam in sexaginta milliaria divisam esse volumus. Quodlibet milliare in mille passus; passum geometricum in quinque pedes geometricos dividemus. Quare exhibenda hic esset longitudo passus Geometrici. Dominus Mouton Ecclesiæ Lugdunensis sancti Pauli Beneficiarius, in tractatu quod ea de re conscripsit, ex obseruationibus Patris Riccioli passus geometrici cuius gradu

vnicus terræ millia sexaginta continet longitudinem exacte determinat, demonstratque quod si fiat pendulum ex filo oloserico, cuius globus metallicus habeat diametrum vnius passus fore vt tale pendulum intra semihoram peragat vibrationes simplices 1252. quod ex comparatione pedis Bononiensis metallici à Patre Ricciolio sibi communicati, & experientiis à se pluries repetitis confirmati. Quare iam habemus passum geometricum, quam ipse virgam vocat geometricam. de eius methodo plura dicentur inferius cum de terræ dimensionibus agemus.

Decima pars virgæ seu passus Geometrici ab ipso virgula nuncupatur, possetque optime dici semipes Geometricus, cum enim in quolibet passu, fiot quinque pedes, erunt consequenter decem semipedes. Virgulam igitur pro semipede vsurpemus: huius virgulæ exemplar habes hic expressum, quantum exactè licuit, quia tamen charta exsiccatur, & contrahitur, eius longitudinem facile determinabimus si dicamus pendulum, semipedi geometrico æquale tale esse vt intra semihoram vibrationes simplices peragat 3959. $\frac{1}{1}$.

Pes Romanus Antiquus qualem pater Ricciolius proponit absolvit intra dimidiam horam vibrationes simplices 3163 $\frac{3}{10}$.

Pes Bononiensis 2899 $\frac{6}{10}$.

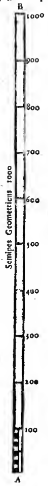
Pes Parisiensis annis prætetitis vsitatus 3114 $\frac{5}{10}$.

Parisiensis nuper reformatus 3140 $\frac{4}{10}$

Lugdunensis 3061 $\frac{3}{10}$.

Melius autem has omnes mensuras ad eandem revocabimus si virgam seu passum geometricum in partes 10000. seu puncta geometrica dividamus hoc est virgulum seu semipedem geometricum in 1000. partes. & pedem geometricum in 2000. hæc sit prima mensura.

| | Partes seu puncta Geometrica. | Vibrationes simplices intra semihoram. |
|---|---|---|
| Virga Geometrica seu passus Geometricus | 10000. | 1252. |
| Virgula Geometrica seu Semipes Geomætricus | 1000. | 3958 $\frac{1}{10}$ |
| Pes Geometricus | 2000. | 2807. |
| Pes Romanus antiquus Riccioli | 1471 $\frac{9}{10}$ | 3263 $\frac{3}{10}$ |
| Pes Bononiensis | 1864. | 2899 $\frac{6}{10}$ |
| Pes Ferrariensis | 1984 $\frac{6}{10}$ | |
| Pes Parisiensis nuper vsitatus | 1605 $\frac{6}{10}$ | 3124 $\frac{5}{10}$ |
| Pes Parisiensis reformatus | 1589 $\frac{4}{10}$ | 3140 $\frac{4}{10}$ |
| Pes Lugdunensis Galliæ | 1672 $\frac{6}{10}$ | 3061 $\frac{3}{10}$ |
| Pes Antiqous Romanus ex snellio idem qui Rynlandicus qui se habet ad procedentem pedem Romanum vt 1218. ad 1200. | 1494 $\frac{2}{25}$ | |
| Sequentes mensuræ sont extractæ ex snellio | | |
| Pes Toletanos | 1295 $\frac{1}{4}$ | |
| Pes Malinensis | 1330. | |
| Pes Strasburg. | 1331. | |
| Pes Amsterod. | 1351. | |
| Pes Lovaniensis | 1381. | |
| Pes Tergoviensis | 1434. | |
| Pes Londin. | 1445. | |
| Pes Norimberg. | 1455. | |
| Pes Zirie | 1476. | |
| Pes Dodrectensi | 1569. | |
| Pes Grzens Antiqous | 1557. | |
| Pes Venetus | 1673. | |
| Pes Babyl. | 1751. | |
| Pes Alexandrinus | 1793. | |
| Pes Antiochenus | 2031. | |




Cubitus

Cubitus sesquipedem continet
Passus quinque pedes
Stadium passus 125.pedes 625.
Milliare stadia 8. passus 1000. pedes 5000.
Leuca stadia 24 passus 3000. pedes 15000.
Leuca Belgica stadia 16.milliaria 2.
Milliare Germanicum,stadia 32.milliaria 4.

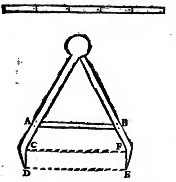
PROPOSITIO I.

Problema.

*Lineam accessibilem metiri.*

Lineam accessibilem voco quam facillimum est totam, & singulas eius partes percurrere; in ea autem metienda, licèt nulla opus sit demonstratione; est tamen aliqua difficultas & cum sit, fundamentalis operatio, & non tantùm speculationem, sed etiam praxin inquiramus, ideò illam prætermittendam non censui. modus communis & omnibus obuius erit, si habeatur exapeda, aut octopeda pro vt libuerit, in suos exactè distributa pedes, & vncias; & per applicationem exapedæ, tota linea percurratur. in quo vitari debent incommoda, & fallaciæ, quæ in pannorum mensuratione communiter accidunt, nempe si exapeda duas extremitates satis crassas habeat, & ipsæ extremitates hoc est bases, lineæ metiendæ applicentur, committetur error. Hæc methodus incommoda est, eò quòd corpus toties incuruandum est,& erigendum.

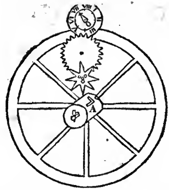
Huic incommodo vt alij eant obuiam, funes longiores diuisos adhibent; qui tamen modus exactus esse nequit, cum madore imbuti funes, breuiores, exsiccati longiores fiant. vnde eadem, & stabilis mensura funis esse nequit. quare nonnulli catenulis vtuntur, non quidem longioribus, sed quæ vnam tantùm, aut alteram orgyam adæquent, commodiores alij existimant regulas ferreas complicatiles; quarum singulæ semipedem, aut pedem integrum contineant. sed in his omnibus non vitatur incommodum priùs notatum,nempe quod in metiendo solo demittendum sit corpus.



Quare commodiores vulgò quò ad vsum censentur circini longiores, licèt difficilius transferantur. hi debent vnam, aut alteram saltem orgyam diuaricatis crutibus comprehendere. Immò nonnullas velim cautiones adhiberi. quarum prima hæc sit, vt ex ligno solido constent, habeantque transuersum tigillum AB ferè in crurum extremitate positum, quo in eôdem semper situ contineantur.

Secunda vt crurum extremitates sint ferreæ, & ad vnum, aut alterum digitum sibi inuicem parallelæ, vt in appositâ figurâ lineæ CD, FE, sint parallelæ, ratio huius cautionis est, quòd nisi sint parallelæ, dum sæpè altiùs solo infiguntur, minus spatium comprehendent, quàm si leuiter imprimerentur. tertia cautio erit, vt inter metiendum rectà semper procedatur; & ad signum in lineæ metiendæ extremitate positum respiciatur, ne pro linea recta, sinuosa percurratur. audiui autem à peritissimo Geometra hoc instrumentum, & fidelissimum, & commodissimum esse, faciliusque & citiùs illô quamcumque longitudinem mensurari posse, quàm intet ambulandum percurri: eò quòd circini istius passus longiores sint passibus Geometræ, qui vt circini motum adæquet, gradum accelerate cogitur.

Hi sunt modi communes metiendæ lineæ omni modo accessibilis, si quis tamen longiores distantias puta vnius, aut alterius Leucæ aggrederetur hâc viâ, operosum esset negotium, & tædij plenum. quare Claudius Flamand. instrumentum refert, non adeo difficile. rota enim vtitur communi cuius circumferentia sit 15. pedum exactè, nempe quæ vna circumvolutione 15. pedes percurrat. Et primò quidem si numerentur circumvolutiones; exactus habebitur pedum numerus, & hoc non tantum in rota pedum 15. sed in omni cuius circumferentia nota erit; vt autem præcisè habeatur circumferentia. vnâ ex methodis superiùs traditis iter trecentorum, aut quadringentorum pedum exactè metire, numera item circumvolutiones in toto illo itinere perfectas, habebisque rotæ tuæ circumferentiam. Vt faciliùs numerare possis rotæ gyros, primò si in tota clauum affigas, qui campanam impellat, singulis circumvolutionibus, numerus ictuum idem erit, ac circumvolutionum. vt si rota in circumferentiâ pedes 15. habuerit: cum campanulæ trecenti triginta tres ictus fuerint auditi. vnum milliare fuerit peragratum. Quod si tædiosum videatur tot ictus numerare, addatur vna rota, aut stellula vt vocant, decem radiis instructa quæ ternos habeat clauos ad percutiendam campanam, debet autem primæ rotæ clauos A singulis circumvolutionibus radium vnum stellulæ impellere, ita vt decies circumvoluatur prima rota intet ea dum secunda semel rotabitur. quare dum percurrentur decies quindecim pedes, stellula vnam circumvolutionem peraget, & ter campanam impellet,hoc est semel in singulos,quinquaginta pedes, seu vigesies intra vnum milliare.




Si vlterius procedere velis in axe primæ totæ sint denticuli sex, addaturque tettia rota denticulis 40. instructa. hæc in singula milliaria semel torabitur. Denique axis tertiæ, tres babeat denticulos, & quatta addatur denticulos habens 36. quæ semel intra duodecim milliaria torabitur. huic deber affigi index, vt in communibus horologiis, immo & in ea quæ semel intta milliare vnicum circumvolutur, alius index addendus esset, vt milliaria percussa.& pattes milliatij currentis facile notari possent Hæc ita in curru communi, aut in Rheda aptari possent, vt qui ea vehuntur decursum iter quoties liberet, intueri possent.

Dantur & alij modi valde ingeniosi, inter quos, hic maximè attidet; vt sonō metiamur quascumque longitudines. Experientiâ compertum est, sonum intta minutum secundum, percurrere 230. exapedas; si quis ergo longiores tractus metiendos haberet; catapultâ vtatur. Hōc fere modô. duo Geometræ conveniant, quorum vterque catapultâ instructus sit. & dum longitudinem aliquam metiendam suscipiunt, sintque in distantia ad quam audiri potest esplosæ catapultæ sonus, vnus explodit catapultam, alter autem vbi videt ignem, pendulum ad motum incitat, numeratque vibrationes donec sonum audiat, si pro singulis miuntis secundis, numeret 230 Exapedas, totam distantiam notam habebit. Melius idem habebitur, si priùs explosâ vnâ catapultâ, quâ significetur parata esse omnia. Vnus explodat catapultam suam, & eō tempore pendulum incitet, vbi alter audiet respondebit explosione suæ catapultæ, cuius sonum vbi primus audierit, sistet pendulum. dimidiatum spatium respondens huic tempori, dabit distantiam quæsitam.

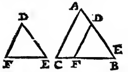
Hæc praxis potest esse vtilis, etiam quando non patet prospectus ab vno ad alium.Supponit tamen exquisitas experientias circa sonum factas, quas quilibet nullis expensis facere poterit. vtatur autem eôdem semper instrumento, neque enim omnes soni eâdem celeritate spatium decurrunt.

PROPOSITIO II.

Theorema.

*Principium vniversale metiendarum linearum.*

*Triangula æquiangula a tra æqualibus angulis opposita, habent proportionalia.*




Hæc propositio est quarta libri sexti Elementorum Euclidis, quia tamen ita vniversalis est, vt omnia ferè complectatur, quæ in hoc libro sumus tradituri; maioris evidentiæ gratiâ, eam hic repetere volui.

Sint ergo duo triangula ABC, DEF, æquiangula; nempe vt non tantum omnes simul anguli vnius, sint omnibus alterius trianguli anguli æquales; quod omnibus triangulis rectilineis convenit; sed etiam singuli singulis. triangula igitur ABC DEF, ita se habeant; sintque angulus A, angulo D; angulus B, angulo E; & angulus C angulo F, æquales. Dico ita esse AB ad BC sicut DE ad EF, & BC, ad AC; sicut EF ad DF; &c.intelligatur triangulum DEF superponi triangulo ABC, in puncto B, congruent, cum anguli B & E sint æquales.

Demonstratio. cum triangula DEF, ABC, sint æquiangula nempe angulus DFE, sit æqualis angulo C, erunt lineæ DF, & AC parallelæ (*per* 27. 1.) quare (*per* 2. 6.) Erit vt DE ad EF; ita AB, ad BC quod erat demonstr.

COROLLARIVM I.

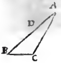
Quotiescumque duo triangula rectilinea habent duos angulos, vtrumque vtrique æquales; habent etiam proportionalia latera.cum enim(*per cor.* 3.32.*primi*) habeant & reliquum angulum æqualem,erunt æquiangula,ergo latera eorum proportionalia erunt per hanc propositionem.

COROLLARIVM II.

Datis duobus. vnius trianguli alteri proportionalis lateribus; & datô vnô alterius trianguli latere,dabitur & aliud.sint enim data seu cognita latera DE,EF,trianguli DEF,item cognoscatur latus AB, dico cognitum iri latus BC.

Primò per Arithmeticam, nempe per regulam, quam vocant trium, fiat enim vt DE, ad EF. ita AB ad quartum, & proveniet BD, sit verbi gratiâ DE. 10. digitorum, & EF duodecim Sitque AB 30. orgyarum multiplica triginta per 12. fient 360. quæ divides per 10. quotiens erit 36. dico BC esse triginta-sex orgyarum. Si velis euitare regulam trium si habeas descriptum in charta triangulum. quia AB continet orgyas 30.divide latus DE in partes æquales 30.& vide quot huiusmodi partes

Partes inueniantur in EF; tot enim orgyæ inuenientur in latere BC. atque hoc est vniuersalissimum principium, quo lineas inaccessibiles metimur. mente enim triangulum in aëre aut in solo, excogitamus; cuius linea metienda, sit vnum latus; aliudque triangulum in charta, aut tabula, illi æquiangulum describimus. metimur item vnum latus trianguli, in solo, aut aëre excogitati, & diuidimus latus trianguli in charta descripti, in tot partes, quot pedes sunt, in latere maioris trianguli, quot enim partes similes inueniemtur in alio latere trianguli in charta descripti, tot erunt pedes in latere maioris trianguli. Ad hoc principium reuocantur, illæ praxes, in quibus triangulum in aëre aut solo excogitatum, est certæ cuiusdam speciei, nobis notæ, hoc est tale est, vt ex angulis cognoscatur laterum proportio, vt si efformetur triangulum cuius duo anguli sint æquales, (*per* 5. 1. *Eucl.*) latera iis angulis opposita erunt æqualia inter se; quorum vnum si metiri eapedâ liceat, cognitum erit aliud latus. idem dico si triangulum habuerit omnes angulos inter se æquales, latera etiam æqualia erunt. & ita de cæteris. omnes (inquam) istæ praxes eodem nituntur principio. licet enim nullum in charta, aut alia quauis materia formetur triangulum, potest tamen in mente fingi, cum ex prædictis circumstantiis, sciamus, omnia triangula similia eam habere proprietatem, vt latus tali angulo oppositum, ad aliud determinatam habeat rationem.



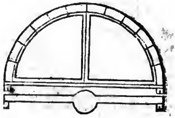

Notandum autem est in omni triangulo, quod ad cognitionem alicuius lineæ excogitamus aut fingimus, necessarium esse, vt linea quam eapedâ metimur, & quæ est quasi fundamentum operationis, certam & determinatam habeat rationem ad aliam quam inquirimus. vt verbi gratiâ sit linea AB cuius longitudinem inuestigare volumus, factumque sit triangulum ABC, in quo sit BC, linea, quam modò commoni, seu erapedâ metimur, vt ex ea ad cognitionem lineæ AB deueniamus, dico necessarium esse vt BC, rationem habeat notabilem, ad AB, hoc est si BC esset tantùm vigesima pars lineæ AB; periculum subesset maximi erroris, nam quilibet vel minimus error in angulo B malè accepto, commissus, longiorem, aut breuiorem notabiliter, lineam AB exhiberet, eò quòd non directè, sed valde obliquè respiciatur. & in eo sita est difficultas metiendarum linearum cœlestium, quod lineæ fundamentales in terra acceptæ breuiores sint, quàm vt habeant rationem conuenientem, ad distantias cœlestes.

## PROPOSITIO III.

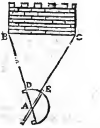
### Problema.

*Varia instrumenta ad metiendas lineas idonea.*

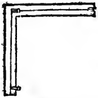
Quamuis infinitus pene sit numerus instrumentorum, quæ communiter à geometris adhibentur, ita vt vix quisquam vel mediocriter in geometria versatus sit, qui aliquid noui in hac materia non excogitarit, ea tamen omnia ad duo genera reuoco. primum sit eorum quæ ad angulorum tantùmque quantitatem indicandam sunt idonea. Secundum eorum quæ præterea efformant triangulum aliquod, ea cuius analogia, cum alio maiori, in aëre aut solo efformato totum negotium absoluunt.



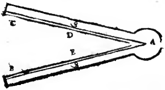
Instrumenta quibus angulorum quantitas dignoscitur sunt primo semicirculus, in suos 180. gradus diuisus, suisque pinnulis instructus, cuius centro mobilis regula suis item pinnacidiis munita aptatur: vt circa centrum moueri possit. hoc instrumentum præcipuum sibi locum vendicat, cum enim circulus, sit angulorum mensura naturalis apposite ad talem vsum adhibetur, potestque esse vsui ad omnem angulum metiendum.



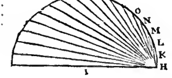

Illius vsus ita facilis est vt, indicare sufficiat; sit enim determinandus angulus quem duæ lineæ AB, AC comprehendunt quas fingimus in aëre duci ab oculo A, ad puncta B, & C in extremitatibus alicuius ædificij posita, puncto A applicetur centrum circuli, & per pinnulas immobiles diametri, respiciatur punctum B, tum alidada moueatur, donec per eius pinnacidia videatur punctum C, arcus DE. exhibebit numerum graduum anguli BAG.



Secundum inſtrumentum erit angulus rectus ligneus aut cupreus, quem vocant ſquadram, hæc angulum tantum rectum indicat & metitur, ad maiorem autem certitudinem poſſet aut tribus clauis prominentibus inſtrui, quorum vnus in puncto concurſus alij duo in extremitatibus inſiat eſſent. hi autem claui prominentes vicem dioptrarum obeunt, in quo vnum notandum, quotieſcumque per eos, collineamus ad obiecta remotiora; neceſſarium eſſe, vt duplici vtamur lineâ viſoriâ; nempe vnâ quæ extremitatem verbi gratie dexteram, vtriuſque claui redat, & alterâ quæ ſiniſtram.



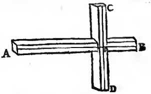

Tertium inſtrumentum, ex duebus regulis, circa centrum vnum, ita mobilibus, vt quemcumque angulum poſſint comprehendere, compactum eſt, lineæ quæ regulis inſcribuntur plurimæ ſunt. quatuor, aut quinque commoditer ſunt vtiles. prima eſt linea partium æqualium, ſint enim duæ lineæ AB, AC in centro C concurrentes, quæ diuiduntur in ducentas partes æquales. hôc inſtrumentô vitamus omnem arithmeticam, regulamque quam vocant trium ſine vllo calculo abſoluimus, ex quo huic inſtrumento impoſitum eſt nomen, circini, aut compaſſi proportionum, infrà autem, illius vſum ſatis indicabimus fundetum in ſecunda propoſitione libri ſexti Euclidis.




Alia linea quæ huiuſmodi regulis inſcribitur, eſt linea chordarum ſeu ſubtenſarum, quæ ad præſens inſtitutum maxime vtilie eſt. vt autem in hoc inſtrumento notetur. primo diuidantur lineæ AB AC biſariam in E, D, tum interuallô AD, aut AE, deſcribatur in tabulâ ſeparatâ ſemicirculus HG, diuiſus in ſuos gradus. & ex eodem puncto H, ducantur aut ductæ intelligantur, lineæ HK, HL, HM, HN &c. quæ erunt ſubtenſæ HK graduum 15. HL graduum 30. HM 45. HN 60. quæ erit æqualis ſemidiametro IH, ſeu AD. & ita de cæteris. hæ transferantur in regulas AB, AC. initiô ſemper factô à puncto A. nullaque erit quæ perueniat, ad puncta B, & C. nam cum lineæ AB, AC, duplæ ipſius AD ſint æquales diametro HI, nulla autem ſubtenſa æqualis ſit diametro (*per* 7. 3.) nulla ex his lineis ad puncta B, & C perueniet.

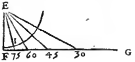
Vt menſurationi linearum, vtile reddatur hoc inſtrumentum: debent ſingulis lineis AB, AC infigi duo pinnacidia per quæ, collineare poſſimus. debet item alterutri regularum aptari ſuſtentaculum, vt planum per eas ductum omnem ſitum aſſumere, & omni plano horizontali, verticali, inclinato accommudari poſſit.

Vſus iſtius inſtrumenti, quantùm ad præſens inſtitutum pertinet, talis erit. nempe quæritur angulus quem comprehendunt regulæ ſecundum quamlibet aperturam, aut diuaricationem, verbi gratiâ in præſenti exemplo quæritur angulus BAC; intelligatur ex puncto A, interuallô AD, aut AE deſcriptus circulus, quæritur quot gradus contineat arcus DE. ſumatur circino interuallum DE, quod ſi transferetur ſupra circulum HNG in puncto H, facilè cognoſceretur numerus graduum; nempe ſi poſitô pede circini in puncto H, alius perueniret ad punctum N, angulus BAC eſſet quadraginta graduum. hoc eſt ſi circini crure, comprehenderent lineam HN. Hæc comparatio fiat ſupra lineam AB aut AC. quare apertis regulis vt cognoſcatur angulus ab iis comprehenſus. circinô aſſumitur interuallum inter D, & E, in quo eſt nota graduum ſexaginta, (nam vt diximus ſubtenſa graduum ſexaginta, æqualis eſt ſemidiametro.) tum interuallum illud transfertur in lineam AB, aut AC, initiô factô à puncto A, finie interualli oſtendet in linea ſubtenſarum numerum graduum.




Quartum inſtrumentum componetur ex duabus regulis, ita interſe aptatis, vt angulum rectum ſemper efficiant prout figura ſatis oſtendit. vt autem ſit faciliot collineatio tres aut etiam quatuor aptentur claui perpendiculariter poſiti A, B, C, D. poſſumus autem vti ad collineandum, vel tribus clauis A, B, C vel tribus D, A, C. dum angulus minor erit, tres adhibebuntur A, B, C. dum verò maior erit vtendum clauis A, C, D. vt notetur hoc inſtrumentum, vel vti debes tabulâ ſinuum, hoc modo. Intelligatur duci linea AC. fiatque linea OC ſinus totus, hoc eſt intelligatur diuiſa in 100. vel 1000. vel 10000. &c. erit AO tangens anguli OCA. ſeu

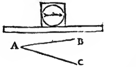
fen complementi anguli OAC. quare qualium OC est partium 1000. talium fit AO 2747. hoe est tangens anguli 70. graduum. dico angulum OAC, esse graduum 20. & ita de reliquis, si ergo tangentibus complementorum apponantur numeri angulorum habebis in AB, omnes notas ad quas si pronchatus regula, transuersalis OC; angulus BAC erit totidem graduum & angulus DAC erit illius duplus.



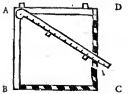

Qui verò non est assuefactus, tabulæ tangentium, ita operetur, sit linea FE æqualis lineæ OC, ad quam ducatur perpendicularis FG. tum ex puncto, E vt centro describatur quadrans FH, in 90. partes æquales diuisus, ducanturque ex centro E, lineæ occultæ per singula diuisionum puncta. quæ sibi correspondentia notent puncta in linea FG. quibus non proprios characteres, sed notæ complementorum adhibeantur, vt si arcus FI sit graduum 15. in puncto sibi correspondente, adde numerum 75. & ita de reliquis, interualla F 75. F 60. & cætera transferes in lineam AB incipiendo à puncto A. sit verbi gratiâ AK æqualis interuallo F 75. dico angulum BAC io tali casu esse graduum 75. est enim æqualis vt patet (*per* 7. 1. *Eucl.*) angulo F 75. E, quem dico esse graduum 75. cum enim angulus F, sit rectus, & angulus FE 75. graduum 15. cum omnes anguli trianguli sint duobus rectis æquales, erit angulus F 75. E graduum 75. quare in tali casu angulus BAC esset graduum 75. & totus angulus DAC graduum 150.

Quia tamen adhuc restatent anguli, quibus æquales in instrumento fieri non possent, alij duo claui, in regula DC addendi essent, non multum à se inuicem distantes; quibus alia scala, in vno latere, esset tribuenda, eâdem aut simili praxi diuidenda.

Aliô modò huius instrumenti regulæ diuidantus, nempe in partes omnino æquales, liberum autem est, numerum partium assignare, nam perinde operamur, quicumque tandem partium numerus assumatur. sed tunc instrumentum potiùs ad efformandum triangulum æquale alteri daso accommodatum est, quàm ad angulorum quantitatem metiendam, atque hæc sunt communiora instrumenta quæ ad cognoscendos angulos vsurpantur.




Quintum instrumentum erit regula, magneticâ pixide instructa, in qua sit arcus, circulusque divisus in suos gradus. debet autem regula habere pinnacidia duo, vsus facilis est quoties anguli metiendi sunt horizontales, hoc est in plano horizontali. si enim signum aliquod respiciās; notesque gradum ab acu magnetica indicatum, tum ad aliud signum collinees. & pariter ad gradum acui subiectum attendas, differentia illorum graduum, seu arcus inter eos interceptus, erit mensura anguli propositi. quod vt exemplo manifestum fiat. sit metiendus angulus BAC. per regulæ diuptras ex A puncto respice signum B. & acus indicet verbi gratia gradum meridianum signum est lineam AB, esse in plano meridiano. dum sensim regula dirigetur ad punctum C. acus semper respicet idem punctum B, licèt in pixide alteri gradui insistat; & prout regula vno gradu recedit à linea AB, gradus ille medius qui lineæ meridianæ tribuitur, secedet tantumdem ab acu, ergo differentia graduum, in vtroque situ ab acu indicatorum, erit mensura anguli BAC. hoc instrumento satis commode areium, & vrbium ichnographia describitur; vt suo loco docebimus; sufficiat modò instrumentum & vsum indicasse.



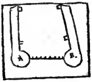

Alia Instrumentorum species vtilis est, vt in eo triangula facilè describantur, illis æquiangula, quæ ad lineæ cuiuscumque quantitatem cognoscendam, in aëre, aut in plano alio excogitamus, inter illa primum locum sibi vendicat quadratum Geometricum, cuius constructio facilis est. efformatur enim ex ligno aut cupro, quadratum, cuius latus sit vnus circiter pedis, communitet autem, ex quatuor tantum segulis appositè sibi cohærentibus efformatur, ne si continuum existeret, nimiô pondere incommodum redderetur, tale erit quadratum ABCD. In concursu duorum laterum adhibetur regula mobilis in orbem, circa centrum duo latera à centro remotiora vt BC, CD in partes æquales quotcumque diuiduntus, putà in 100. ita vt initium numerationis desumatus à punctis B, & D, desinatque in punctum C. vnum latus vocant communiter vmbram versam, aliud vmbram rectam, quodnam autem latus debeat vocati vmbra versa, aut recta, ex modo vtendi dependet, ideoque confusionis vitandæ gratia, his appellationibus supersedebo. diuidatur item regula in partes æquales, iis in quas diuisa sunt latera.

Vsus istius instrumenti, sola respicit triangula rectangula. nam regula cum duobus quibuscumque quadrati lateribus triangulum rectangulum componit, vt verbi gratia, triangulum ABI; instrumentum autem indicat, quænam sit ratio lateris AB ad BI. cû latus AB pariter supponatur partium 100. & regula ostendat quot partium sit BI. regula item diuisa est, vnde cognoscitur quot hypothenusa AI, sit partium. quare si sit triangulum in aëre, aut plano quocumque exaratum; aut menta cogitatum, quod sit simile

mile seu æquiangulum triangulo ABI. cuius cognoscatur vnum latus, cætera duo latera facilè innotescent.

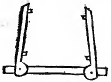
Quia restat In medio huius instrumenti spatium vacuum & inutile; poterit pixis magnetica inseri, quam nonnulli volunt mobilem, hoc est vt in orbem circumagi possit intra cauitatem sibi consentaneam.

Latus vnum quadrati Geometrici, vt AB sieut & regula, pinnacidiis instrui debet.




Secundum instrumentum erit asserculus, duabus allidadis, instructus, quæ circumagi possint circa centra A, & B. debet autem linea AB, in 100. aut mille partes diuidi. aliqui centrum alterutrum putà B, mobile reddunt. lineam enim AB excauant, cui eursorem inserunt, ita vt centrum B provt opus fuerit, magis, aut minus à puncto A removeri possit. debet autem asserculus esse vnius aut alterius pedis.

Vsus satis facilis est, quando enim proponitur linea inaccessibilis metienda, cogitatur, vt iam sæpè indicavi triangulum aliquod cuius vnum latus percurri possit. sitque simile triangulum in plano assereuli, & linea AB sit homologa lateri accessibili.



Tertium instrumentum isti ferè simile tres regulas continet, diuisas in partes æquales quarum duæ versatiles sunt circa centrum. debet autem vnius centrum sicut prius removeri posse ab alterius centro. eoque differt, ab instrumentó superiori notabiliter commune est omnibus instrumentis, vt pedem habeant cui firmiter insistant, circumagi tamen & omnem situm assumere possint. quod multis modis haberi potest, vt si globus plusquàm mediâ sui parte locolamento suo immersus, in omnem partem circumvolui possit. quod vt cum aliqua firmitate fiat, debet posse constringi.

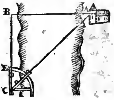


Methodus & ordo quem in hoc libro observabimus erit vt propositum problema singulis instrumentis solvamus.

PROPOSITIO IV.

Problema.

*Lineam horizontalem vnâ tantùm extremitate accessibilem, metiri.*




Sit linea AB accessibilis tantum in puncto B, cuius longitudinem inquirimus primò in puncto B illi excitetur perpendicularis BC cuiuscumque longitudinis quò longior erit, eo præcisior operatio. quomodo autem sit excitanda perpendicularis indico tantum centrum semicirculi statue in puncto B. & per dioptras eius immobiles punctum A respice & allidadam move; donec recedat ab extremitatibus quadrante integro, si per allidadam respicias signum aliquod positum in C habebis angulum rectum ABC.

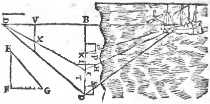
Eandem perpendicularem aliis omnibus instrumentis ducere puteris, & primò quidem squadra, seu Gnomone, & normâ idem præstabis; si nempe apicem normæ imponas puncto B, & per eius vnum latus respicias punctum A, & per aliud signum quodcumque C.

Eandem perpendicularem habebis & eódem modó, ope circini proportionalis, si eum aperias ad angulum rectum. quod fiet si circinó sumas subtensam 90. graduum in regula notatam, tum intervallum illud transferas in puncta D, E, hoc est D ab E distet, subtensâ angoli recti. tunc enim normæ seo squadræ vices obibit. crux Geometrica idem præstabit si regulam mobilem, ita removeas, Secundùm distantiam, quæ notata est pro angulo recto.

Regula magnetica id exequetur, si enim per eam respicias punctum A notaverisque gradum cui incumbit acus magnetica, tum eandem regulam dirigas versus C donec acus gradum alium à priori distantem per quadrantem integrum attingat; tunc linea per regulæ dioptras ducta perpendicularis erit ad AB.

Quadratum Geometricum continet angulum normalem, seu angulum rectum, vnde si punctum eius A imponas puncto B, & per vtrumque latus respicias per vnum quidem signum A, per aliud punctum C perpendicularem habebis.

In tabula superiùs descripta potuit notari in puncto eius A linea perpendicularis. si enim pariter respicias signa A, & C habebis perpendicularem dabo inferius alias praxes ad ducendam perpendicularem.




Transferatur instrumentum in signum C. & primò quidem transferri potest supra lineam BC, donec per vnum latus semicirculi respiciendo signum A, & per regulam signum B inveniatur angulus graduum 45. seu semirectus, nempe inveniatur angulus ACB graduum 45. tunc lineæ AB, BC erunt æquales. Idem præstabis compassó proportionali, nempe si circinum proportionum aperias ad angulum 45. quod præstabis transferendo subiensam graduum 45. in puncta D, & E instrumenti & recedas in linea BC, donec respiciendo per vnam regulam videas signum A. & per aliam signum B, tunc angulus ACB erit angulus graduum 45. crux Geometrica eundem exhibebit si mobilem eius regulam removeas vsque ad notam angulo graduum 45. competentem, quadratum Geometricum habet angulum graduum 45. in concursu laterum divisorum. Inventô punctô C, cognoscitur linea AB cum æqualis sit lineæ BC, quàm metiri possumus & percurrere.

Demonstratio. trianguli ABC tres anguli (*per cor.1.32.1.Eucl.*) sunt æquales duobus rectis, sed angulus ABC rectus est. ergo alij duo simul sumpti æquivalent vni recto: sed angulus ACB factus est semirectus, ergo & reliquus BAC semirectus erit. sunt igitur æquales anguli BAC, ACB, quare (*per 6. 1.*) erunt latera AB, BC æqualia. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO V.

### Problema.

*Alia praxis metiendæ lineæ horizontalis.*

Quia operosum videtur ita recedere secundùm lineam BC, donec fiat angulus ACB semirectus, eò quòd per plurimas, attentationes id præstandum est, applica centrum semicirculi puncto cuicumque C, lineæ BC; & per latus semicirculi respice signum A, immotòque instrumento regulam movebis, donec per eius dioptras appareat signum B. videbisque quantitatem anguli ACB metire lineam BC. tum in chartâ separatâ duc lineam FG in tot partes æquales divisam, quot in linea BC inventi sunt pedes fiatque angulus FGE, æqualis angulo ACB. denique per punctum F, ducatur perpendicularis FE, occurrens lineæ GE, in puncto E. si circino metiaris, quot sunt partes in FE, æquales partibus lineæ FG, dico totidem esse pedes in AB.

Demonstratio. triangula ABC, EFG sunt æquiangula (*per 3. coroll. trigesima secundæ 1. Eucl.*) igitur (*per secundam huius*) erit vt FG, ad FE, ita BC, ad AB, quare quot FE, continet partes aliquotas lineæ FG; totidem AB continebit partes aliquotas similes lineæ BC.

Quod semicirculo præstitimus idem regulis proportionalibus, cruce Geometricâ, regulâ magneticâ exequemur, cum ea instrumenta anguli cuiuscumque quantitatem indicent.

Poteris hunc laborem describendi trianguli EFG, tribus instrumentis evitare, primò cruce Geometricâ, cuius regulæ divisæ sint in partes æquales, factô enim vt priùs angulo recto in B, assumptoque in linea BC, quocumque puncto C. transferes extremitatem A crucis Geometricæ in punctum C. & per lineam illius AB, respicies signum B. tunc transversale brachium instrumenti ita movebis donec per clavum H videas, signum A. sit linea HI representans brachium transversale instrumenti. applicatum & CIB illius longiorem regulam. dico si fiat regula trium, in qua primus numerus sit linea CI, secundus linea IH, tertius linea BC, quartus erit linea AB. vt si HI sit partium 50. & CI. 60. linea CB 1000 orgyarum: si fiat vt 60. ad 50. ita 1000. ad 833 $\frac{1}{3}$. dico lineam AB. esse orgyarum 833. $\frac{1}{3}$.

Demonstratio. cùm enim angulus B sit rectus. sicut & angulus CIH, (cum in cruce Geometrica vnum brachium cum alio, angulum semper rectum efficiat) erunt lineæ AB. HI parallelæ. quare (*per 2. 6.*) erit vt CI, ad IH, ita CB ad AB. quod erat demonstrandum.

Quadratum Geometricum idem præstat. applicetur enim quadrati Geometrici punctum cui infixa est allidada, in puncto C, & per dioptras eius immobiles intuere signum B; tum per dioptræ pinnacidia respice signum A, triplex casus esse potest, vel enim allidada coincidit cum linea diametrali, & tunc linea AB, æqualis esset lineæ BC, vel allidada secat latus quod parallelum est lineæ AB: vt accidit in T, fit enim in quadrato triangulum DTS, simile triangulo ABD. cum enim angulus B sit rectus, sit etiam rectus angulus DTS (*per defin. quadrati*) erunt lineæ AB, TS. parallelæ, quare (*per 4. 6.*) erit DT, ad TS, sicut DB, ad AB, metiri igitur debemus lineam DB. & per regulam trium habebitur AB. In tertio autem casu, allidada secat latus quadrati, perpendiculare lineæ AB. vt in KPO. dico si fiat vt OP, ad KP, ita KB ad quartum habebitur linea AB.

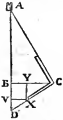
Demonstratio, cum lineæ AB. PK, sint parallelæ, erunt anguli alterni BAK, OKP æquales, sunt item anguli B, & P æquales vtpote recti: igitur *per corol. 3. trigesimæ secundæ, 1 Eucl.*) erunt triangula ABK, KOP æquiangula (*vnde per 3. 6.*)

erit vt OP, ad PK, ita KB, ad AB quod erat demonstrandum.

Idem per vltimum instrumentum habebis. si nempe punctum A instrumenti transferas in punctum B. notatum in terra: & per dioptras eius immobiles quæ sunt in linea AB instrumenti; respicias signum C; & per dioptras vnius regulæ AM respicias signum A navigij. transferes instrumenti punctum B, in punctum C notatum in terra & per dioptras BO respicies signum A. regula BO secabit regulam AM secet eam in pun o M, fiet in instrumento triangulum ABM, æquiangulum triangulo ABC notato in terrâ. fiat ergo vt linea AB instrumenti ad lineam AM; ita BC notata in terra ad AB: cognoscetur linea AB, quæ quærebatur.

Quod tam bene invenietur sive angulus ABC fuerit rectus sive non.

Norma sola idem problema absolvet, factô enim illius ope angulo rectô ABC. transferatur norma in punctum C,& per vnum eius latus respice punctum A,tum per aliud latus respice punctum quodcumque aliud D in linea AB productâ, notatum.dico ita esse DB,ad BC,sicut BC.ad AB. quare si metiamur tàm BD, quàm BC. multiplicemusque BC per seipsam, & productum dividamus per BD quotiens erit linea AB.




Demonstratio. cum angulus ACD sit rectus, eò quòd angulus normalis illi conveniat, erunt triangula ACD, BCD habentia prætet angulos rectos ACD, DBC; angulum BDC communem: erunt inquam (*per 3. cor. 32. 1. Eucl*) æquiangula. item sunt triangula ABC, ACD; igitur æquiangula sunt triangula ABC, BCD,eruntq; anguli BCD BAC,sicut BDC,BCA æquales quare (*per 1.huius*)erit vt BD, ad BC ita BC ad AB quod erat demonstrandum.

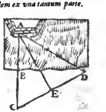
Si propter impedimentum aliquod lineam BD totam metiri non liceat: ducatur alia perpendiculatiris VX quæ erit parallela vt patet lineæ BC & (*per 4. 6.*) erit vt DV, ad VX ita DB ad BC, sed vt DB ad BC, ita BC, ad AB; vt vidimus; igitur vt DV, ad VX, ita BC ad AC. si ergo metiamur DV, VX, BC, multiplicemusqua VX per BC, & productum dividamus per DV: quotiens erit linea AB Possunt aliæ multæ methodi excogitari, nempe postquam ducta est perpendicularis BC, & mensi fuimus angulum BCA, fiat angulus BCD æqualis, quod facilè exequemur simplici translatione instrumenti, in tali casu linea AB æqualis esset lineæ BD.

Demonstratio. triangula ABC,BCD, haberent angulos in punctô B æquales vt pote rectos, anguli item BCA BCD,facti essent æquales & latus BC commune;igitur(*per 26.1.Eucl*) erunt lateta BD,AB,æqualia quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VI.

### Problema.

*Tertius modus metiendi lineam horizontalem accessibilem ex vna tantum parte.*




Sit lineæ AB longitudo cognoscenda: producatur si fuerit opus vsque ad C,& semicirculô aut proportionali circino fiat angulus ACD graduû 60. respiciendo scilicèt per dioptras immobiles semicirculi, punctum A, & per dioptras regulæ ad gradum sexagesimum translatæ signum quodcumque D. transfer instrumentum immotatum supra lineam CD, ita vt respiciendo denuò per dioptras, eôdem modô dispositas videantur signa C,& A,eruntque anguli ACD,ADC graduum 60. erit igitur angulus etiam CAD,graduum 60.cum (*per 32. 1.*) omnes anguli trianguli æquivaleant duobus rectis:seu sint 180. graduum. quare tres anguli trianguli ACD sunt æquales, & (*per 6.1.*) æquilaterum est triangulum. suor ergo latera AC CD æqualia. metire exapedâ lineam CD, & habebis cognitam AC, ex qua si aoferas BC restabit AB cognita.

Vel postquam angulum ACD, graduum 60. constituisti,quære in linea CD punctum in quod cadit perpendicularis ea punctô A ducta, quod non erit difficile,si vtaris normâ,semicirculô cruce Geometricâ, applicando scilicet hæc instrumenta, ad angulum rectum constituta, in punctô lineæ CD e quo simul videri possint, signa A, & C, sit punctum E. dico EC esse dimidiam lineæ AC, quare metiendo exapedâ lineam CE cognoscitur AC.

Demonstr.triangula ACE, ADE;habent latera AC, AD æqualia vt iam vidimus, habent item latos AE commune,item angulos in punctô E,æquales vtpote rectos,& angulos,C & D æquales, igitor(*per 26.1.*) lineæ DE,EC sunt æquales; sed DC est æqualis lineæ AC, igitur EC, est media pars lineæ AC quod erat demonstrandum.

Si cognoscenda esset linea AE, factô in punctô E angulô rectô AEC, & quæsitô punctô in linea EC, in quo constitui possit angulus ECA graduum 60.erit pariter AC ipsius EC dupla,cognoscitur autem linea EC,cum exapedâ eam metiri possimus;quare cognoscitur & AC. fiat quadratum lineæ AC, ex quo si subtrahas quadratum lineæ CE, restabit quadratum lineæ AE, ex quo si radicem quadratam eatrahas habebis longitudinem lineæ AE.

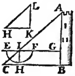
Demonstratio. cum angulus E sit rectus: (*per 47. 1.*) erit quadtatum lateris AC æquale quadratis

quadratis laterum AE, EC, ergo si auferatur quadratum lineæ, C E, ex quadrato lineæ A C, restabit quadratum lineæ AE, quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VII.

Problema.

*Altitudinem accessibilem metiri per planum horizontale.*




Quamvis aliquæ ex superioribus methodis lineis verticalibus facilè accommodari possint, nihilominus quia planorum mutatio solet confusionem parere; opus fuit ista non omittere. suppono autem altitudinem AB subiectam esse planitiem BC, in qua liceat recedere quantùm libuerit. prima igitur praxis erit, tamdiu recede cum semicirculo, cuius vnum latus sit horizontale, quod consequeris ope perpendiculi. vt per regulæ dioptras gradui quadragesimo quinto impositæ, videatur signum A. dico IG æqualem esse altitudini, AG aut CB ipsi AB.

Demonstratio. cùm angulus E I C supponatur semirectus, erit oppositus ad verticem nempe AIG, illi æqualis, & semirectus, quare in triangulo AIG, cum angulus AGI supponatur rectus, vt pote angulo B, externus interno æqualis, erit reliquus IAG semirectus (*per coroll.* 1. 32. 1.) cum ergo anguli IAG, GIA sint æquales, (*per* 6. *primi*) erunt latera AG, G I æqualia quod erat demonstrandum, pariter ostendam latera A B, B C esse æqualia. quia autem metiri possumus expeditè lineam BC, supponimus enim accessibilem esse turrim AB, cognoscetur altitudo AB.

Quod executus sum semicirculo idem circino proportionali exequi poteris, si nempe eius vnum latus sit vertualiter dispositum ope perpendiculi, sintque duæ circini regulæ apertæ ad angulum graduum 45.

Crux Geometrica idem præstabit, si regula vna sit ad horizontem perpendicularis; sitque in tali distantia vt angulus sit semirectus.

Quadrato Geometrico facilius operaberis si vnum eius latus sit horizonti parallelum, tantumque recedas à turri donec per dioptras respicias signum A, & regula diagonali lineæ insistat, tunc enim tantum oculus distat à turri, quantùm alta est; demptâ tamen ex turris altitudine, instrumenti altitudine.

Norma id exequetur si eius duo brachia fuerint æqualia, alterumque fuerit verticale, seu ad perpendiculum directum; aliud verò horizontale.

Hæc tamen methodus in hoc minus procedit, quòd attentando varias distantias; ea tandem eligatur in qua angulus semirectus efficitur. quare distantiam assume quamcumque volueris, vt sequens praxis docebit.

## PROPOSITIO VIII.

Problema.

*Secundus modus metiendi altitudinem accessibilem.*

Vtere vt priùs semicirculo, ita dispositio vt eius latus seu diameter, sit horizonti parallela. Tùm eius regulam attolle, aut demitte, donec per dioptras, vertex A videatur. tum respice per easdem dioptras deorsùm, vt habeas punctum C. noteturque diligenter angulus A I G, seu EIC, qui etiam æqualis est vt patet angulo ACB. metire expeditè lineam B C sit verbi gratiâ pedum 70. In charta separata assumatur linea HK diuisa in partes æquales septuaginta. quod erit facillimum, si habeas scalam partium æqualium, alicubi diuisam, sufficiet enim circinò partes eius 70. assumere, in puncto H fiat angulus KHL. æqualis angulo ACB, & in puncto K, excitetur perpendicularis KL occurrens lineæ HL in puncto L. sitque KL partium 80. qualium HK est septuaginta. quod circinô facile matiri poteris. dico lineam AB esse pedum 80.

Demonstratio. cum enim triangula H K L, A B C sint æquiangula (*per* 32. 1.) erit (*per* 4. 6.) vt HK, ad KL, ita CB, ad AB, quare AB tot continet partes septuagesimas lineæ C B, hoc est pedes, quot K L continet partes septuagesimas lineæ H K, sed KL ex suppositione continet octoginta tales partes: ergo & AB pedes octoginta continebit. quod erat demonstrandum.

Non dissimili ratione haberetur longitudo lineæ AC. nam circinô facile metiri possumus, quot partes contineat H L. tot autem erunt pedes in AC.

Si Trigonometriam adhibere volueris factô C B sinu totô, erit A B tangens anguli C; fiat ergo vt sinus totus, ad tangentem anguli C, ita CB pedum 70. ad AB & habebitur eius longitudo. & quia in eadem hypothesi A C est secans anguli C. fiat vt sinus totus, ad secantem anguli C, ita C B, ad quartam, & innotescet longitudo lineæ AC.

Vel si A C supponatur sinus totus, erit AB sinus anguli C, & B C sinus anguli A, complementi ipsius C. fiat ergo vt sinus complementi anguli C, ad sinum anguli C ita BC, ad aliam, & inuenietur AB. si velis AC, fiat vt sinus complementi anguli C, ad sinum totum, ita linea B C cognita, ad lineam A C, igitur inuenietur AC.

Quæ tantum indico: vt demonstrata In

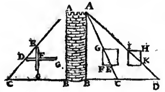
Trigonometria. hæc doctina sinuum applicari poterat superiori propositioni.

Vsus circini proportionalis est ferè idem, cum tam benè illô innotescat angulus ACB, immò vsû faciliorem in circino proportionum habebis si illius ad angulum rectum aperti, statuas brachium vnum verticale, & aliud horizontale, & ex eius extremo D respicias turris verticem A, notando quot partes linea visualis DA abscindat in brachio FE, si enim fiat vt DF, ad FE ita CB quarta proportionalis erit AB quæsita, vt habeatur linea AC, circinô accipere debes distantiam DE, eamque transferre super brachium DF, diuisum vt supponimus in partes æquales.

Demonstr. clarissima est. nam cum EF sit parallela lineæ AB, (*per* 4. 6.) erit vt DF ad FE, ita DG, ad AG. pariter cum DG sit parallela lineæ CB, erit DG, ad GA, vt CB ad BA: ergo erit vt DF ad FE, ita CB ad AB quod erat demonstrandum.

Norma eundem vsum exhibebit modo brachia eius, in partes æquales diuisa sint. quod satis manifestum est. nam circinus proportionalis apertus ad angulum rectum, normam præcisè refert.

Crux Geometrica id adhuc faciliùs habet, modò eius vnum latus sit verticale. adducatur enim brachium transuersale, donec per eius extrema vertex appareat, vt DF ad FE, ita CB ad AB.




Quadratum Geometricum eundem vsum præbet; potest enim esse triplex casus, primus in quo vnô latere verticaliter. aliô horizontaliter collocatô, regula ad punctum A directa, secat latus horizontale EF in punctô E, in tali casu fiat vt EF, ad FG, ita CB ad BA. cuius demonstratio facilis est, eò quòd triangula EFG, ABC sint æquiangula, angulus enim F. æqualis est angulo B, vt potè vterque rectus; Item cum lineæ GF, AB sint parallelæ, erunt angoli EGF, GAB internus externo æqualis; quare (*per* 3.6.) erit vt EF, ad FG, ita CB ad AB.

Secundus casus erit, si regula ad punctum A collineans, secet latus quadrati verticale, nempe KH. tunc fiat vt IH ad KH, ita DB ad AB. nam cum angulus I sit rectus, sicut angulus B, item cum lineæ HI, BD sint parallelæ; erunt anguli alterni IHK, ADB æquales. vnde pariter æquiangula sunt triangula.

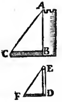
Tertius casus erit si dioptra cadat in diagonalem, tunc lineæ CB AB essent æquales.

Regula magnetica in altitudinibus metiendis inutilis est, eò quòd acus magnetica situm horizontalem tantùm admittat.

Tabulæ possunt esse vtiles, modò dioptræ immobiles horizontaliter statuantur, & earum altera nempe vicinior turri fiat verticalis.

## PROPOSITIO VIII.

*Ex vmbra altitudinem accessibilem metiri.*




Ex vmbrâ altitudinem metiemur. sit enim altitudo quæcumque AB sole lucente vmbram faciens BC. quemcumque baculum DE notæ longitudinis perpendiculariter statue, cuius vmbram eôdem tempore nota, & metire. sit ergo baculus DE pedum trium, seu digitorum 36. & vmbræ eius digitorum 30. sitque vmbra turris BC. orgyarum 15. dico si fiat vt vmbra FD, 30. digitorum, ad baculum DE, digitorum 36. ita vmbra CB 15. quartus numerus 18 erit altitudo turris.

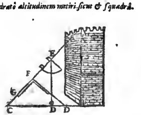
Demonstratio. in triangulis ABC, EDF anguli B & D supponuntur recti, & cum omnes lineæ à sole ad terras ductæ eôdem tempore, sint parallelæ vt pote ex tantâ distantiâ, anguli ACB EFD. æquales erunt, atque adeò, erunt æquiangula triangula ABC, EDF. quare (*per primam huius*) erit vt FD ad DE, ita CB. ad BA.

Sine baculo idem habebis si nempe eôdem tempore, quô turris vmbram notas, solis eleuationem accipias. illa enim erit æqualis angulo ACB, Ideoque fiat vt sinus complementi eleuationis solis, ad sinum eleuationis solis; ita vmbra inuenta, ad altitudinem turris; vel vt sinus totus, ad tangentem eleuationis solis, ita vmbra inuenta ad altitudinem turris quæsitam.

## PROPOSITIO IX.

Problema.

*Quadrantô altitudinem metiri, sicut & squadrâ.*




Quadrante circuli eamdem altitudinem deprehendes, si enim per eius dioptras punctum A respicias, demittasque perpendiculum donec pauimentum attingat in punctô D, & per easdem dioptras respicias deorsum, vt habeas punctum C. manifestum est ita esse CD ad DE, sicut CB ad BA.

Item si normam GFH ita statuas sub contrariè, vt figura exhibet, ita vt respiciendo per GF, videas punctum A, & collimando secundùm latus FH habeas punctum D in pauimento. fiet triangulum CFD, quod contendo æquiangulum esse triaoPulo ABC. & ita se habere CF, ad FD, sicut se habet CB ad BA.

Demonstratio.

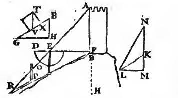
Demonstratio triangulum CFD rectangulum est in F, sicut triangulum ABC habet angulum rectum in puncto B; habent item angulum C communem; igitur (*per 32 1.*) æquiangula sunt triangula CFD ABC. quare (*per primam huius*) ita est CF, ad FD, sicut CB, ad AB. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO X.

### Problema.

*Altitudinem accessibilem, cui planum inclinatum subest metiri.*

Non rarò altitudini alicui verticaliter erectæ, accessibili quidem, subest aliquod planum, non horizontale, sed declive. quod multis modis potest accidere. Et primò quidem, si declivitas exigua sit: ita vt in ea distantia in quâ operaris, non auferat instrumenti altitudinem, nihil est immutandum in operatione, cum ferè in plerisque instrumentum indicet, punctum ipsi horizontaliter respondens. Quod vnico exemplo manifestum reddo. Sit enim turris AB cui subsit planum declive BC. sitq; dispositus semicirculus ad venandam altitudinem AB. diameter semicirculi debet disponi horizontaliter ope perpendiculi, respice per dioptras diametro insistentes, hoc est secundum lineam DE, vt habeas in ipsâ turri punctum F, tunc autem pro linea quam metiri debes exaped â; habebis EF cætera fiant vt in præcedenti propositione.

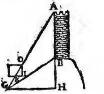



Si vero subiectum planum esset declivius, aut longius primo cognoscenda est inclinatio plani, hæc omnibus fere instrumentis haberi potest.

Si enim semicirculi diametrum D E, plano applices; & regulam verticaliter disponas, habebis angulum æqualem angulo ABR. sit ille 120. graduum. hoc est superet angulum rectum gradibus 30. quocumque instrumento, vt priùs accipiatur angulus DEO, seu AEF à quo si auferas angulum 30. graduum habebis angulum ARB. quibus præparatis multis modis habebis altitudinem AH, & BH. metire exapedâ lineam RB. sit verbi gratia quinquaginta pedum. In chartâ separatâ duc lineam KL partium quinquaginta; fiatque angulus KLN æqualis angulo ARB, & angulus LKN æqualis angulo ABR 120. graduum dico quot partium erit KN, totidem pedum erit AB.

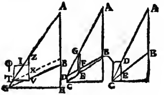
Demonstratio clarissima est, triangula ABR, NKL, cum duos angulos habeant erunt æquiangula; & (*per primam huius*) erit vt RB, ad AB, ita LK, ad KN; ergo KN tot partes aliquotas ipsius KL continebit, AB quot ipsius RB. quod erat demonstrandum. Et hæc methodus benè convenit semicirculo. pariter si circini proportionalis crus vnum imponas plano RB, & aliud verticale facias, ope perpendiculi, habebis angulum ABR, & eô iem modô operaberis, vel facilius si circinum proportionalem, ita statuas, vt latus vnum, nempe RP quadret plano RB, vel illi sit parallelum, aliud verò latus sit verticale quale est PO. si per eius extremitatem alteram R, respicias signum A, notesque punctum in quo linea visualis RA, secat latus PO, sitque punctum O dico ita esse RP, ad PO, sicut RB, ad BA, sunt enim æquiangula triangula RPO, GBA, vt satis patet.

Quadratô geometricô ita negotium absolves quadratum geometricum impone plano GB, ita vt latus vnum sit parallelum plano GB aut illi quadret, & allidada TV sit verticalis. huius partes notentur, supposui enim eam esse diuisam, fiatq; vt TV. ad TX ita GB ad GH. habebitur linea GH. nam triangula BGH, TVX. sunt æquiangula; eò quòd anguli in H & X sint recti. & cum lineæ TV, BH sint parallelæ, anguli alterni HBV, BVT erunt æquales Pariter habebis lineam BH si sit opus; nam vt TV ad VX, ita GB ad BH.




Applicetur rursus quadratum geometricum OIK, cuius regula OK secet latus IK in puncto K, dico si fiat vt KI, ad IO ita GH priùs inventa ad HA, qui tamen hæc praxis, triplicem continet regulam trium, ideo aliam adbibebimus in quâ vnicâ analogiâ contenti erimus. habuimus enim superiori praxi triangulum TVX æquiangulum triangulo GHB. vtendum igitur quadratô. sed inversô situ, ad determinandam imaginationem; in eo sit iam notatum triangulum TVX, triangulo BGH æquiangulum. Sitque quadratum in suo situ naturali, hoc est habeat vnum latus horizonti parallelum, attollatur regula, TZ donec videatur summitas A. regula secet latus VX productum, in puncto Z, clarum est ita esse TX, quæ priùs erat cognita ad XZ. sicut GB ad BA, quare per regulam trium innotescet AB.

Quando accidit vt regula non secet latus VX nisi extra quadratum, vt in proposito exemplo, in quo secat latus ϕI in puncto I tunc vt habeatur latus VZ; ita dicendum est, vt ϕI, ad ϕT, ita TV ad VZ. sunt enim triangula TVZ. ϕIT æquiangula, vt patet; cum anguli in punctis ϕ, & V sint recti, & alterius ϕTI, TZV sint æquales.




Aliô modô idem consequeris. sit altitudo AB cognoscenda, sit subiectum planum decliue BC. infigatur palus quicumque DC, item alius palus perpendicularis, seu parallelus altitudini AB, tum ex punctô D, respice tam punctum B, quam punctum A, lineæque visuales DB, DA baculum EG, attingant in punctis F, & G; dico si fiat vt DF. ad FG; ita DB ad quartam quantitatem, ea erit altitudo AB

Demonstratio in triangulo ADB, cum linea FG, sit parallela lateri AB erit ( *per* 2.6. ) vt DF, ad DB; ita FG, ad AB quod erat demonstrandum.

Ad eandem praxin reuocatur ista, quôlibet assereulô quadratô, secundum vnum latus horizontaliter dispositô, respice signa A, & B, lineis CA CB, ducatur; linea verticalis DE, clarum est ita esse CE, ad ED sicut CB, ad AB.

## PROPOSITIO XI.

Problema.

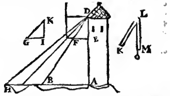
*Lineam horizontalem ex altitudine nota, inuestigare.*

Hæc propositio est vt plurimum conuersa superiorum sit ergo linea horizontalis AB, cognoscenda. Sitque cognita altitudo A D. primò quadratô geometricô horizontaliter secundùm vnum latus dispositô, respice ex D signum B, per dioptram, quæ secet latus FE in punctô F. si latus horizontale secetur à regula. in punctô F, fiat vt latus DE, ad latus FE, ita AD, ad AB quod manifestum est, ex æqualitate angulorum vtriusque trianguli si in tali casu regula cadat in angulum quadrati, erit linea AD æqualis lineæ AB quæsitæ.

Denique si regula secet latus quadrati verticale fiat vt DE, ad EC, ita AC, ad AH vt manifestum est.

Aliis instrumentis idem habebis, nam crucem geometricam si adhibeas horizontaliter, admoueasque brachium transuersale, donec per eius extremitatem videas signum propositum, idem habebis.

Semicirculus exhibebit angulum ADB, cui si fiat æqualis angulus GKI sitque KI, tot partium, quot pedum inuenta DA, & per punctum I ducatur perpendicularis ad KI: ita erit KI, ad IG; vt DA, ad AB. circinus proportionalis exhibebit eundem angulum ADB, si oempe statuatur eo situ, quo KLM indicat.




Si cognoscenda esset longitudo lineæ HB quæratur AH, tum AB, quæ auferatur ex AH, & restabit BH. modo tamen HB producta, cadat in pedem altitudinis AD.

Cautio est in his omnibus adhibenda, nempe vt altitudo AD proportionem, seu rationem sensibilem habeat cum linea AB. vt si quis assumpta altitudine, quinque aut sex pedum, lineam AB ducentorum aut trecentorum pedum metiri vellet, haud dubiè in erroris periculum incideret, quia anguli ita fierent acuti, vt ex minimo defectu circa angulos, error intolerabilis in lineis sequeretur. quod monitum toti trigonometriæ commune est. vnde qui assumptâ sui corporis altitudine planitiem integram metiendam aggreditur, in hac materia se nouitium, & Tyronem ostendit.

## PROPOSITIO XII.

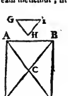
Problema.

*Lineam horizontalem omninò inaccessam metiri.*




Vel linea horizontalis omninò inaccessa, continuari potest vsque ad nos vel non potest. Si primum. sit linea AC omninò inaccessa, sed quæ continuari possit vsque ad punctum B accessibile; tota linea linea AB, fiet accessibilis, ideoque si per propositionem 4. metiamur, tàm lineam AB. quam lineam BC, auferendo BC, ex AB restabit linea AC cognita.

Si verò linea proposita etiam continuata, fieri non potest commodè accessibilis, multis modis eam metiemur, sit ergo linea AB,




quæ videri possit ex loco quocumq; C. collocatô instrumentô, nempe semicirculô in C, per eius dioptras immobiles respice signum A & per regulæ dioptras punctum B. vt habeatur angulus ACB, quem etiam facile cognoscere potes circinô proportionali, cruce geometricâ, regulâ magneticâ: vt iam sæpe ostendi, Sit ergo inuen-

tus

tus angulus ACB graduum 80. huius dimidium assume, productáque linea AC in ea per attentationem applica instrumentum donec occurrat locus D, in quo respiciendo signum B angulus CDB, sit graduum 40. idem præsta circa lineam BC productam, inveniaturque locus E. Dico lineam DE æqualem esse lineæ AB.

Demonstratio. angulus ACB externus respectu trianguli CBD, æqualis est angulis CBD, CDB, (per 32. 1.) sed CDB est factus dimidius anguli ACB; ergo angulus CBD erit æqualis dimidiæ parti eiusdem anguli ACB; quare anguli CBD, CDB sunt æquales, & per 6. primi latera BC CD sunt æqualia, ita ostendam æquales esse AC, CE. quare in triangulo ABC, EBD cum latera AB, BD, sint æqualia lateribus BE, BD vtrumque vtrique, & anguli in puncto C oppositi ad verticem sint æquales, erunt basea AB, DE æquales.

## PROPOSITIO XIII.

### Problema.

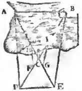
*Secundus modus metiendi lineam inaccessibilem.*

Proponatur linea AB Cùm lineæ AC, BC sint accessibiles in puncto C eas metire (*per 4. huius*) sit inventa AC pedum 50 & BC 60. sitque angulus ACB graduum 80. fiat angulus H æqualis angulo ACB & linea GH totidem partium in scala aliqua acceptarum, quot pedum inventa est AC, item HI, tot partium, quot pedes linea BC continet, ducaturq. linea GI. dico lineam GI tot partes continere, quot pedes continet linea AB cum enim triangula GHI ABC, habeant angulos, C & H æquales, & circa æquales angulos latera proportionalia, erunt (*per 6.6.*) triangula similia; igitur vt CB ad AB ita GH, ad GI, quare quot partes aliquantæ lineæ BC seu pedes continentur in AB; tot in GI continebuntur partes aliquotæ lineæ HI, seu partes ipsius scalæ.

## PROPOSITIO XIV.

### Problema.

*Tertius modus metiendi lineam inaccessam omninò.*



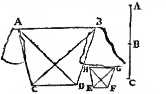

Aliam praxin faciliorem hic propono. Sit pariter linea AB. in puncto quocumque C è quo videri possit vtrumque signum A, & B baculum infige ducantur lineæ CA, CB saltem aliquantulum, versus A & B, & quantum libuerit versus D, & E, transfer instrumentum in punctum D & metire angulum CDA, sit verbi gratiâ graduum 35. fitque linea CF quarta pars lineæ AD; & in puncto F, fiat angulus HFC, æqualis angulo D, producaturque FH donec occurrat lineæ CA in puncto H, idem fiat ex alia parte, inveniaturque in linea CB punctum I, dico lineam AB esse quadruplum lineæ HI.

Demonstratio cum anguli D & F sint facti æquales, (*per 20. 1.*) erunt lineæ AD, HF parallelæ & (*per 4. 6.*) vt DF ad FC, ita AH ad HC, sed FC, est quarta pars lineæ DC, ergo & HC est quarta pars lineæ AC, ita ostendam IC esse quartam partem lineæ CB. quare cum proportionaliter secentur AC BC, lineæ HI, AB erunt parallelæ (*per 4. 6.*) eruntque triangula HCI, ACB proportionalia; quare erit vt CH, ad IH; ita CA, ad AB; quare cum HC, sit quarta pars lineæ AC erit HI quarta pars lineæ AB.

## PROPOSITIO XV.

### Problema.

*Quartus modus metiendi lineam inaccessibilem.*




Sit linea AB proposita, quam metiri oportet. ex quocumque puncto C metire angulum ACB, item respice quodcumque aliud signum D, & metire angulum BCD. transfer instrumentum in punctum D, & metire duos angulos ADB, ADC; & exapedâ metire distantiam CD. sit verbi gratia 50 pedum.

In charta separata. fiat linea EF tot partium, quot pedum inventa fuit linea CD. in puncto E, fiat angulus FEG, æqualis angulo BCD, & angulus HEG, æqualis angulo ACB. item in puncto F, fiat angulus EFH æqualis angulo ADC, & angulus HFG æqualis angulo ADB, ducatur linea HG: hanc dico, tot continere partes æquales scalæ assumptæ ad lineam EF determinandam; quot pedes continet linea AB.

Demonstratio triangula ACD, HEF, sunt æquiangula, cùm anguli ACD, HEF; ADC, HFE sint æquales. quare vt EF, ad FH, ita CD ad AD. pariter ostendam ita esse EF, ad FG; sicut CD, ad DB quare ita erit HF ad FG, sicut AD, ad DB, & cum anguli ADB, HFG sint æquales, (*per 6.6.*) ita erit FG, ad HG, sicut BD, ad AB, & ex æqualitate, ita ostendam esse EF, ad HG, sicut CD, ad AB. quare AB tot continebit partes aliquotas lineæ CD, quot GH, similes continet partes lineæ EF. quod erat demonstrandum.

PROPO

## PROPOSITIO XVI.

Problema.

*Methodus perficiendæ topographiæ.*

In præcedenti figurâ puncta EF, HG, eôdem modô proportionaliter sunt posita ad invicem ac puncta AB, CD, cum omnes lineæ ostendantur facilè proportionales. Ex quo fluxit mirabilis vulgaris licet, & toties vsurpata topographiam, non vnius tantùm pagi; sed etiam regionis integræ, instituendæ methodus, quando non omnia eius loca sunt accessibilia ad invicem, hoc est ab vno ad alium rectâ viâ progredi non licet: dummodo possint quælibet ex duplici statione videri, facile totum absolvetur negotium. Si enim omnia loca essent accessibilia, facilius & certius per primam propositionem descriptionem eius perficeremus.

Vltimô instrumentô à nobis propositô, nempe tabulâ; duabus regulis seu allidadis instructâ ita operabimur, modò vnius regulæ centrum vt dixi sit mobile, possitque ad libitum admoveri, aut removeri ab alterius regulæ centro. Applicetur instrumentum ita vt eius punctum

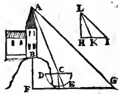



E respondeat puncto C præcedentis figuræ; è quo videri possit vtrumque lineæ AB extremum; tum respice secundum lineam EF instrumenti, quodcumque punctum D. respice item secundum regulam cuius centrum E signum A, noteturque linea in tabulâ Secundùm longitudinem regulæ quæ sit EG: deinde per eiusdem regulæ diopteras, respice signum B; noteturque linea E H; In quot partes divisa erit linea EF verbi gratia 100. per totidem procede pedes, aut orgyas in linea CD. Sitque CD 100. pedum, aut 100. orgyarum. applica puncto D instrumentum, ita vt punctum F instrumenti illi præcise respondeat; & secundum lineam FE, quæ diopteris instrui debet videas punctum C; in quo relictum est signum; tunc per regulam cuius centrum F, respice punctum A, noteturque punctum in quo linea FA, secat lineam EA, sit illud punctum G; item eandem regulam cuius centrum F; dirige ad signum B: linea FB secabit lineam EB, in puncto H. dico lineam GH tot continere partes æquales illis, in quas divisa est linea EH, quot AB continet pedes, aut orgyas in quas divisa. est linea CD. demonstratio eadem quæ superior.

## PROPOSITIO XVII.

Problema.

*Altitudinem omninò accessibilem metiri.*




Sit proposita altitudo AB, ad cuius pedem non patet accessus. Primò semicirculô, quadrante, circinô proportionum; cruce geometrica indagetur quantitas anguli ACD, aut AEF, tùm in directum recede, quantùm libuerit, vsque in G, applicatôque instrumentô cognoscatur angulus AGF. tum metire lineam EG, quæ quò longior erit eò certior evadet operatio. Deinde in charta separata, ducatur linea HI, in qua assumatur IK, tot partium æqualium, ex scala aliqua assumptarum, quot pedum inventa fuit linea EG. fiat angulus HKL æqualis angulo AEF, item angulo AGF, fiat æqualis angulus LIK. ex puncto L, in quo conveniunt rectæ KL, LI, ducatur ad HI perpendicularis LH, dico quot partes continebit LH, tot pedes contineri in AF.

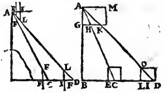
Demonstratio triangula A E G, L K I, item AEF, LKH sunt æquiangula; igitur erit vt LI, ad KL, ita EG, ad AE, & vt KL, ad LH: ita AE, ad AF: ergo ex æquo, ita erit KI, ad LH: sicut EG, ad AF. quare AF tot partes aliquotas lineæ EG, continebit hoc est pedes, quot LH continet partes aliquotas lineæ KI.

Vt quæsivimus altitudinem AF, ita quærenda est altitudo BF, quæ ablata ex AF, relinquit altitudinem AB.

## PROPOSITIO XVIII.

Problema.

*Altitudinem inaccessam aliò modô, metiri.*




Cruce geometrica laborem hunc, describendi trianguli L H I sublevabis. Sit enim altitudo AB, quam spectare possis ex loco C, ibi applica crucis geometricæ extremum C, eiusque longius brachium horizontaliter dispone, donec adductô transversali EF, per extrema C, & E videas signum A; noteturque punctum F. recede secundùm lineam rectam, ita vt applicatô instrumentô in D, & adducto transversali IL per extrema L, & D videas signum A. dico si fiat vt differentia quæ intercedit inter I D & FC, ad IL brachium transversale, ita CD; distantia inter vtramque stationem, ad AB, habebitur vera altitudo AB.

Demonstra

Demonſtratio. crux Geometrica, intelligatur ſtatui in punĉto A. certum eſt triangula AEF, CEF; AIL, DIL eſſe omninò æqualia. quare linea IE in vtroque caſu eſt eadem, & æqualis ipſi FL. clarum autem eſt, cum FL & CD ſint parallelæ, ita eſſe FL, ad F A, ſicut C D ad C A (*per 4 6.*) item quia triangula AEF, CEF & ABC ſunt æquiangula, ita erit FA vel FC ad EF; ſicut AC, ad AB; igitur ex æquo, ita erit IE, ad EF, ſicut CD, ad AB quod erat demonſtrandum.

Si pro cruce vti velis baculô in E, & I collocatô. & ex C per baculum EF, videas ſignum A, item ex D per baculum I L reſpicias idem ſignum A. & ex intervallo D I auferas intervallum DE, æquale intervallo CE. ſi fiat vt IE, ad baculi EF longitudinem ita, CD ad quartam quantitatem, hæc erit AB.

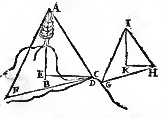
Quadrato Geometrico eadem convenit demonſtratio. ſi enim in punĉto C applicetur quadratum, applicetur & aliud in punĉto A, erunt partes GH, EC æquales, pariter ſi in punĉto D collocetur, erunt lineæ G K, L D æquales. modò vmbra verſa mutetur in reĉtam, ſi acciderit, vt non latus horizontale LK, ſed verticale MK ſecaretur à linea AD. oſtendam enim vt priùs ita eſſe HK, ad AG, ſeu ID, ad LO, ſicut CD, intervallum inter vtramque ſtationem ad altitudinem AB.

Atque hôc modô facilè innoteſcet altitudo AB, modò recedere poſſis in direĉtum in plano horizontali. ſi enim planum horizontale non eſſet, aut in direĉtum, nullus receſſui locus daretur; aliter operandum eſſet, nempe primo quærenda linea AC, quæ cum ſit acceſſibilis ex parte facilè cognoſceretur.

PROPOSITIO XIX.

Problema.

*Tertius modus metiendi altitudinem inacceſſam.*



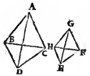

Sit altitudo AB cognoſcenda, applicatô in punĉto C inſtrumentô, quocúmque, vt quadrante circuli, circinô proportionali, cruce Geometricâ &c. metire angulum ACE. tum idem inſtrumentum ita apta, vt per eius pinnulas diametro affixas reſpicias ſignum A, & per regulæ, pinnulas videas ſignum aliquod acceſſibile F, ſive planum horizontale ſit, ſive inclinatum parum intereſt. exhibebitúrque quantitas anguli A C F. transfer ſemicirculum in punĉtum F. & per pinnulas diametri reſpice punĉtum A, & ſecundùm regulæ pinnacidia collinea in punĉtum C, vt cognoſcas angulum F. tum decempedâ metire lineam F C. per Trigonometriam innoteſcet linea AC hôc modô. cognitis angulis F & ACF, cognoſcitur angulus FAC. fiat ergo vt ſinus anguli FAC, ad ſinum anguli F, ita F C. ad A C. pariter vt ſinus totus nempe anguli reĉti E, ad ſinum anguli ACE, ita AC, ad AE· quæ omnia patent ex Trigonometria.

Vel circino & regula ſolves eadem triangula, primò quidem triangulum ACF. ſit linea GH tot partium ex ſcala aſſumptarum; quot pedum inventa fuit FC, fiat angulus G, æqualis angulo F, & angulus GHI æqualis angulo ACF, concurrántque lineæ GI, HI in punĉto I clarum eſt quod IH tot continebit partes æquales ex ſcala deſumptas, quot AC continet pedes. eodem modo fiat angulus IHK, æqualis angulo invento ACE, tum ea punĉto I ad HK ducatur perpendicularis IK. dico IK tot continere partes æquales ea ſcalâ deſumpras, quot AE continet pedes, cui ſi addas altitudinem EB ſeu CD cognoſcetur tota AB.

PROPOSITIO XX.

Problema.

*Quartus modus metiendi altitudinem inacceſſam.*




Quia tamen videtur adhuc hæc operatio non ſatis vniverſalis; eo quod videamur requiſiviſſe aliquem locum D, in eadem altitudine poſitum cum punĉto B; ſequentem praxin proponimus vniverſaliorem. immò non tantùm pro aliqua altitudine, ſeu linea verticali, ſed etiam pro quacúmq; alia linea, inclinata, & vtrinq; inacceſſibili.

Sit ergo talis linea AB. ex quocúmque loco C, reſpice punĉtum A & aliud quodcúmque ſignum acceſſibile D, ita vt cognoſcatur angulus ACD. item angulum BCD: tranſlatóque inſtrumento in punĉtum D metire angulos ADC, ADB, BDC. metire item expedâ lineam CD. per Trigonometriam, primò in triangulo BCD cognitis angulis BDC, BCD, cognoſcetur & tertius CBD; fiat ergo vt ſinus anguli CBD ad ſinum anguli B D C, ita linea DC cognita; ad lineam BC. pariter in triangulo ADC, eâdem via, quæratur linea A C. denique in triangulo ABC cuius angulus ACB cognoſcitur, item duo latera BC, AC, quæruntur primo anguli CBA, CAB. quorum ſcitur ſumma: fiat ergo vt ſumma laterum BC, CA ad differentiam eorum, ita tangens ſemiſummæ angulorũ CBA, CAB ad tangentẽ ſemidifferentiæ eorum

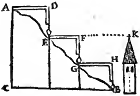
eorum quæ femidiffetentia fi addatur femi-fummæ, efficit angulum maiotem, fi detta-hatur angulum minotem efficit, cognitis angulis fiat vt finus anguli ABC ad finum anguli ACB, ita AC ad AB. atque ita cognoscetur AB.

Qui nolet vti Trigonometriâ, circinô & regula idem præftabit. licet non ita exactè. fi enim fupra quamcumque lineam EF in charta feparata ductam, & tot continentem partes æquales, quot funt pedes in DC faciat angulum GFE angulo ACD æqualem, & ita de reliquis habebit lineam GH tot continentem partes æquales, quot fuot pedes in KG.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

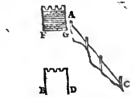
*Lineas horizontales fub montibus latentes metiri.*




Sit mons AB; propofitumque fit lineam horizontalem CB, latentem fub monte, metiri. fit regula AD notæ longitudinis quæ fub extremum habeat angulum rectum, hæc ope penduli DE fiat horizonti parallela. noteturque punctum E, in quo pendulum montem attingit, in quo eadem regula ope perpendiculi fiat horizonti parallela; demiffoque perpendiculô F G notetur punctum G. & ita deinceps, fi omnia ritè procedant; numerus applicationum regulæ, exhibebit, longitudinem lineæ CB, fub montis dorfo latentis: perpendicula autem DE, FG: HB æquantur altitudini AC. vocatur autem huiufmodi praxis cultellatio.

Ex hac praxi facilè poteris turrium non procul diffitarum altitudinem metiri. vt fi effet turris KB, tamdiu cultellationibus vtendum effet donec regulâ horizontaliter pofita, ad turris faftigium directè collineares. tunc enim eius altitudo effet æqualis, omnibus perpendiculis fimul fumptis, ex E in B adhibitis.

Faciliùs tamen tam perpendiculares quàm horizontales lineas fub montibus latentes metiemur. fi metiamur lineam rectam fupra montis durfum extenfam, quam quidem aliquando difficile eft metiri propter voragines, & hiatus, aut foli inæqualitatem longius à linea recta abertantem, fed cum id commode fieri poteft idemtidem fuftentacula adhibenda effent, & vifu collineandum: vt animadvertas quam eorum partem linea recta attingat.




Hæ tamen praxes in altioribus montibus tædij plenæ funt, & laboris: ideoque potius ad fuperiores praxes recurrendum eft, nam fi per duplicem ftationem cognofcatur altitudo AB, cognito angulo C. facilè cognofcetur linea BC, item fi fit opus cognofcetur linea AC.

Occafione iftarum cultellationum movetur à nonnullis quæftio non contenenda, nempe vtrum in venditione agrorum declivium, & ad horizontem inclinatorum, debeamus fuperficiei illius declivis, & inclinatæ rationem habere, an verò eam ad horizontalem revocare. nam cum in agrorum venditionibus, non quantitas, fed vtilitas fpectari debeat; nec maior vtilitas hauriatur ex tota fuperficie AC, in ordine ad fruges, & ad conftruendas ædes, quam ex fubiecta BC. ad eam revocanda videtur.

Et primo quidem certum eft in ædificiis quæ perpendiculariter affurgant. non plura confiftere in linea AC, quàm in lineâ BC. Sit enim turris BD, alia quidem illi æqualis fupra lineam FG, efformari poterit, ita vt parietes parietibus refpondeant. & ita de reliquis. de frugibus & arboribus idem iudicium ferendum eft, quæ etiam perpendiculariter eriguntur. vt verum tamen fatear, id poffunt habere commodi fuperficies inclinatæ, vt ædificia in iis conftructa non fibi officiant, ad lumen excipiendum; de arboribus & frugibus non eft diffimilis ratio, cum enim arbores, non fint cylindri æqualis vbique craffitiei; fed in medio extendant, longiùs ramos, donec in acumen ferè definant. in fuperficie inclinata arbores poterunt plures conferi, eo quod arborum inferiorum rami, fub fuperiorum ramia delitefcant. fuperioribus fupra aliarum apicem fefe longè lateque diffundentibus. idem dico de radicibus; radices enim aliquarum fub radicibus fuperiorum collocabuntur, & terram exfugent.

Eadem quæftio movetur de amphitheatris; an nempe plures confiftant in amphitheatri gradibus, quàm in fubiecto horizontali plano.

Si enim homines effent perfecti cylindri, haud dubiè, plures non confifterent, aut federent in amphitheatro, quia tamen fi fedent vt plurimum genua protendunt, fieri poterit, vt genua fuperiorum non nihil fupra inferiorum capita protendantur. Quod multò magis verum eft fi effet fchola, in qua pulpita collocanda effent, plura haud dubiè in amphitheatro ftatuentur; eo quod fuperiora fupra inferiorum capita faltem ex parte, protendantur.

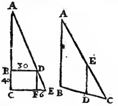
Quo ad vfum igitur agrorum, cum duo fpectentur. & agrimenfor eorum rationem habeat, nempe capacitatis agri, & bonitatis eius, & quod declive eft cæteris paribus deterius cenfeatur; reftat fola capacitas metienda, fine vllâ reductione ad planum horizontale.

PROPO

PROPOSITIO XXII.

Problema.

*Distantiam inaccessam metiri variis aliis modis.*




Quamvis ea quæ hactenna attulimus, sufficere possint ad omnem lineam metiendam; volui tamen aliquas alias praxes hic congerere; vt ex iis. Tyto possit etiam propriô marte alias excogitare, occutrit igitur praxis Gemmafrisij, quæ fit per quadrilaterum.

Sit igitur distantia AB cognoscenda. fiat angulus rectus ABD. & in punctis D & B relioquantor dno signa, recede à signo B quantùm libuerit secundum lineam rectam ABC. fiat in puncto C angulus rectus ACE. & supra lineam CE, quære punctum è quo videas signum A, per signum D, hoc est vt ADE sit linea recta. metire decempedâ tria latera B D quæ sint 30. & CB quod sit 40. & C E qood sit 36. aufer 30. ex 36. restat 6. fiat ergo vt FE, ad FD, 40. ita CE, 30. ad 200. dico distantiam AB esse pedum 200. Demoostratio.elarissima est sunt enim triangula ABD. DFE æquiangula.

PROPOSITIO XXIII.

Problema.

*Eiusdem secundus modus metiendi lineam inaccessam.*

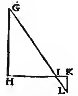
Sit item linea AB metienda. In puncto B fiat quicumque angulus ABC, cui æqualis fiat BDE, clarum est fore vt CD ad DE, ita CB, ad AB, propter similitudinem triangulorum ABC, EDC.

PROPOSITIO XXIIII.

Problema.

*Tertius modus metiendi lineam inaccessam.*






Sit linea GH ducatur ad eam perpendicularis HK, item ad HK perpendicularis KL, ex puncto K quocumque, respiee signum G, ita vt notetur punctom I, in quo linea LG secat rectam HK, erit vt IK ad KL; ita HI ad HG.

Idem quoque accideret etiamsi anguli H; & K recti non essent; sed tantum æquales hob est vt lineæ HG, KI essent parallelæ.

PROPOSITIO XXIV.

Problema.

*Profunditatem metiri.*

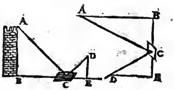



Sit profunditas metiendâ verbi gratia putei AB. quôcùmque instrumeotô, ex puncto. A accipiatur angulus BAC, & consequenter scietur angulus CAD. tum exapedâ metire latitudinem DA, & in charta sepatata, fiat triangulum simile triangulo DAC, quod innuo tantùm; quia satis facilè est ex superioribus praxibus, eôdem modô operandum esset si ex inferiori loco, metienda esser altitudo CD, cognitô enim angulô DCA; & latitudine CB, facilè eâdem methodô habebetur altitudo CD.

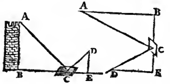
PROPOSITIO XXV.

Problema.

*Modus metiendi lineas per capotricam.*




Nonnulli per catoptricam linearum mensuras agrediuntur; sed hæc scito quidem digna sunt: in praxi tamen inutilia. & primò quidem si speculum sit horizontale; quales sunt superficies liquidorum: facilè altitudines metiemur. sit enim altiudo AB; speculum horizonta




horizontale C, ex puncto D, spectetur reflex in speculo fastigium A, producaturque planum horizontale BCE, ad quod cadat perpendicularis DE. cum angulus incidentiæ ACB, æqualis sit angolo DCE, erunt triangula ABC, CDE, æquiangula, atque adeò erit vt CE ad DE, ita CB, ad AB.

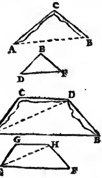
Si lineæ metiendæ sint horizontales speculum verticaliter disponatur, vt si proponeretur AB, & speculum esset in puncto C. pariter producto speculi plano BCE, fierent duo triangula ABC, DEC æquiangula, essetque vt C E, ad ED; ita BC, ad AB. si proponerentur aliæ lineæ inclinatæ, aliter etiam speculum inclinandum esset.

Vnum moneo hæc ad vsum revocanda esse, vt memoriæ hæreant tot. enim in praxi difficultates occurrunt, vt bonus alioquin mathematicus, in multis hæreat, è quibos vulgaris agrimensor, demonstrationum licèt ignarus facillime sese expeditet, quare in hac materia sæpè praxin Theoriæ præferendam puto.

## PROPOSITIO XXVI.

Problema.

*Metiri lineam rectam cuius extrema tantùm videntur.*




Quæritur nonnunquam crassities montis alicuius, verbi gratiâ quæritur linea AB. suppono pro primo casu ex eodem loco C; videri posse puncta A & B; metire angulum ACB, item lineas AC, CB, tum in charta separata, ducatur linea DE, tot partium, quot pedes inventi sunt in AC. fiat angulus DEF æqualis angulo ACB, tum linea EF tot partes contineat, æquales partibus in quas divisa est linea DF, quot pedes continet linea B C; vltimò tandem ducatur linea DF: quam dico tot partes continere, quot pedes sunt in linea AB.

Demonstr. eadem quæ priùs, cum triangula ABC, DEF angulos C & E æquales habeant, & circa illos, latera proportionalia (*per 6. 6.*) æquiangula erunt; quare (*per 1. huius*) omnia latera proportionalia habebunt.

Qui exactiùs procedere cupit, vtatur Trigonometria.

Secundus casus erit si duæ extremitates A, & B videri non possunt ex eodem loco, ita vt plura formanda sint triangula. tunc autem maioris facilitatis causâ, conandum est omnes stationes in eodem sint plano; quia verò plano verticali faciliùs instituitur, eò quòd perpendiculò, aut acu magneticâ ad id præstandum vti possumus, ab eodem plano verticali ne abscedas.

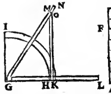
Sit ergo rursus linea AB, selige punctum C, è quo videri possit punctum A & aliud punctum D, è quo videri possunt puncta C, & B; sed ita vt in eodem verseris plano verticali, metire angulos C & D, & exapedà metire lineas A C, CD, DB. tùm in charta separata ducatur linea EG, tot partium, quot pedes sunt in AC, fiatque angulus G æqualis angulo C, linea CD, tot partes lineæ EG contineat quot CD pedes habet, fiat item angulus H, æqualis angulo D, denique HF tot contineat partes lineæ EG, quot sunt pedes in BD, ducaturque EF, hæc tot continebit partes, quot sunt pedes in AB.

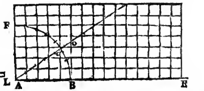
Demonstratio. ducatur linea EH, cogita ductam esse lineam AD; ostendam facilè triangula ACD, EGH esse proportionalia (*per 6.6.*) vnde anguli ADC, EHG erunt æquales; & quia anguli CDB, GHF æquales erant; & ADC, EHG sunt eorum partes, cum ex suppositione duo triangula sint in eodem plano, anguli ADB, EHF erunt æquales. Sed eadem erat ratio lineæ DB, ad AC, quæ est lineæ HF ad EG, cum tot sint assumptæ partes in istis: quot erant pedes in illis, & vt AC, ad AD, ita EG à EH eum triangula sint proportionalia: igitur ex æqualitate ordinata ita erit DB, ad AD, sicut FH ad EH; quare (*per 6. 6.*) triangula ADB, EHF æquiangula erunt; & consequenter latera habebunt proportionalia; quare AB tot pedes aut exapedas continebit, quot EF partes habet.



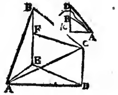
Eôdem modô operandum esset, si montem circuire posses, manendo semper in eodem horizontali plano.

Quoties




Quoties verò, nec idem planum verticale, nec idem planum horizontale observare poteris, sed ascendendum erit, hæc linea inclinata ad horizontalem reducenda est, hoc est pro linea inclinatâ, horizontali illi subiectâ vtendum est. debemus ergo instrumentis observare angulos, quos faciunt lineæ horizontales, seu angulos quos faciunt plana verticalia. Acus magnetica eos ostendere potest fingendo plana verticalia in quibus singulæ lineæ inclinatæ inveniuntur. Vidi alias apud germanos aliquos qui venerant in Sabaudiam, vt in fodinis laborarent, instrumentum aliquod ad modum torqueti, constans plano horizontali & verticali, planum autem verticale quadrantem divisum habebat, sua allidada instructum, allidadæ annexus erat funis in pedes divisus. ita vt circulô inferiori ope acus magneticæ, & perpendiculi probè dispositô, dum extrahitur funis ab vna statione, ad aliam, tria haberentur, verticalis; inclinatio, & distantia.




Aliud item instrumentum habebant, quod reductionis vocare possum in quo quadrantis HI, allidada divisa erat in partes æquales, sicut & regulæ GL, KM, hæc vltima currere poterat secundum alterius longitudinem, semper insistendo perpendiculariter. huius vsus facilis. Elevatur allidada, secundum inclinationem inventam, per prius instrumentum, numeratur in ea à G versus N, distantia inventa, ad quod punctum transfertor regula KM, linea GK dat horizontalem subiectam; linea KO, dat perpendiculi longitudinem. qui eo caret instrumento, Trigonometrice, aut per regulam, & circinum idem consequetur.

Sit ergo linea AB, ita vt per circuitum aliquem, nempe per lineas AC, CB, pervenire possim ab A ad B pono semicirculum in A, & observo verticalem in quo versor, vt procedam à puncto A versus C, ponamus esse meridianum, observo item angulum CAD, quem linea AC inclinata, cum horizontali AD sibi subiectâ comprehendit, item metior lineam AC. transfero instrumentum in C, observo verticalem CB, hoc est scio angulum ADE, in plano horizontali, item angulum inclinationis BCF, & lineam BC metior. finge tibi à puncto B cadere lineam perpendicularem BE, ad planum horizontale ADE, In triangulo ACD cognitâ basi AC, angulô rectô D, & angulô DAC observatô; reliqua cognoscentur, nempe lineæ AD, DC seu FE, vel Trigonometricè; vel per regulam & circinum, ducendo lineam in charta separata, quæ tot partes habeat, quot AC pedes continet, angulum item formando æqualem angulo DAC, & ducendo perpendicularem, habebo lineas quæ tot partes continebunt quot sunt pedes in lineis AD, DC. Simili methodô cognoscam lineas FC, FB cognoscam item AE, quia in triangulo horizontali ADE; cognosco angulum ADE, is est enim quem observavi semicirculô. cognosco item lineas AD, & DE, seu CF restat triangulum AEB solvendum: cuius angulus E rectus est, cognosco item lineas AE EB, cum EB componitur ex lineis BF, & FB, seu CD. quare cognoscetur basis AB, & angulus BAE, ita vt quamvis ex puncto A, non videatur punctum B, liceret tamen collineare, scio enim angulum DAE, & consequenter verticalem plani AEB, cognosco item angulum BAE.

Si pluribus stationibus opus esset, plura requirerentur triangula quæ vel Trigonometricè, vel per regulam & circinum solvi possent. quia autem pleraque rectangula sunt, facilè posset præparari in charta rectangulum cuius ope facili negotiô ea solverentur. fiat igitur rectangulum AD, cuius parvum latus in 100. partes dividatur, saltem quinæ quæque notentur, ducanturque lineæ transversales, latus AE, in partes æquales prioribus dividatur, atque lineæ perpendiculares ducantur, allidada DO pariter dividatur: addatur quadrans circuli BF divisus in suus gradus.

Vsus talis esset. regula ad angulum inclinationis inventum transferator, tum numera in eadem regula, à puncto A, versos O; tot partes, quot pedes invenisti, & lineæ transversales longitudinem horizontalis; perpendiculares longitudinem perpendiculi, exhibebunt. verbi gratiâ ponamus arcum BC esse inclinationem inventam, & AO esse longitudinem stationis triginta pedum BO 15. pedum, erit longitudo perpendiculi, & AB 25. pedum erit longitudo horizontalis.

## PROPOSITIO XXVII.

### Problema.

*Cuniculum subterraneum ita metiri, vt punctum respondens perpendiculariter illius capiti, foris assignetur.*

Hæc propositio plurimos vsus habere poteſt, ſemel ductus ſum in fodinam metallicam, quæ centum circiter & viginti exapedas longa erat, non recta, ſed per anfractus, quia autem difficile erat, materiam ſutas educere, quærebatur punctum foris reſpondens perpendiculariter capiti, ſeu extremo illius fodinæ, vt ibi perfoſſo monte, facilior pateret exitus quod quidem ſuas haber difficultates. Scio quod in obſidione montis Æmiliani anno 1630. erravit ductor cuniculi ſubterranei, cum enim timeret ne lacum, qui eſt in ea parte arcis quam impugnabat, in cuniculum intromitteret, ſi vlteriùs procederet, longiùs abfuit, quàm vt damnum arci inferret; immò vero ei profuit, nam cuniculô partem aliquam abſcidit, de qua diſjicienda ante obſidionem deliberatum fuerat.

Modus ſolvendi problematis, idem erit, nam obſeruatis omnibus flexibus, & inclinationibus, eoſque reducendo ad lineas horizontales, concludo verticalem in quo ſita eſt, linea recta quæ duceretur ab initio cuniculi, ad extremum vſque caput: concluditur item eius longitudo, & inclinatio; Tum dirigo inſtrumentum meum, iuxta idem planũ verticale, & quæro aliam inclinationem paulò maiorem donec videam aliquod ſignum foris poſitum. tum ad eam inclinationem quærere debeo quænam hypothenuſa reſpondeat, quodnam perpendiculum ſupponamus me (*per præcedentem*) invenisse lineam AB, quæ duceretur rectà, ab initio fodinæ A ad extremum B, eſſe 100. exapedarum. perpendiculum BC eſſe 30. horizontalem AC, eſſe 95. & verticalem in quo poſita eſt hæc linea, eſſe meridianum. In eôdem puncto A adhibeo quadrantem, elevoque regulam, donec videam punctum D, extra montem poſitum, manendo tamen in plano meridiano, ita vt ſi angulus BAC erat 20. graduum; angulus DAC ſit 30. aut 35. graduum deinde quæro ad eam inclinationem, cum horizontalis AC, ſit 95. exapedarum, quot exapedas habebit linea DA, & inuenio 120. & pro perpendiculo CD invenio 75. aufero ex CD, lineam CB 30. reſtat BD exapedarum 45. quare numerando in linea AD 120. exapedas. dico punctum D reſpondere perpendiculariter puncto B, & perpendiculum BD eſſe exapedarum 45.

Notandum eſt neceſſarium eſſe, vt initium operationis ducatur ex puncto aliquo A, ex qua videri poſſit, exterior montis ſuperficies, ideoque non ex ipſo ingreſſu fodinæ eſſe incipiendum; ſed ex aliquo loco remotiori. Si ex A, ad D duci non poſſet linea recta, per varias ſtationes illuc perveniendum eſſet, reddereturque operatio difficilior.

Notandum etiam eſt nonnunquam accidere, vt in fodinis ferreis acus magnetica, ſitum naturalem non obſervet; rarò tamen deflectere, eò quòd ferrum ita permixtum materiæ, heterogeneæ vix in diſtantia ſemipedis acum alliciat.

Cauendum præcipue eſt, in notandis anfractibus, ne qui ad læuam ſinuatur, ad dexteram notetur, & vt firmum ſit inſtrumentum, ne quid præpoſtere agatur.

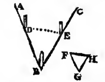
## PROPOSITIO XXVIII.

### Problema.

*Transferre in chartam angulum, in ſolo efformatum.*

In plerisque menſurationibus opus eſt in chartam transferre, angulos qui in ſolo, aut in aëre efformantur, varij autem poſſunt eſſe caſus. in quibus inſtrumenta noſtra locum non habent. Verum, & genuinum ad metiendum angulum quemcumque, inſtrumentum, eſt ſemicirculus, cuius centrũ in apice anguli collocatô, pinnulæ diametri ſecundùm vnam anguli lineam diriguntur, tum per allidadæ pinnacidia ad aliam lineam diriguntur, numerus graduum ab allidada indicatus, erit is qui quæritur. quare factô arcu circuli, ſi ex parvô quadrante aut ſemicirculo in gradus diuiſô, totidem gradus tranſferas; habebis arcum per cuius extrema ſi ex centro ducas duas lineas illæ intercipient angulum æqualem propoſito.

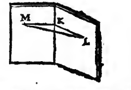
Sed quia ſæpe accidit vt inſtrumenta adhiberi non poſſint, ad alias praxes recurrendum eſt.




Sit ergo propoſitus angulus ABC in ſolo exaratus, in chartam tranſferendus, baculum infige terræ in puncto B tum numeratis aliquibus pedibus in linea AB, alium D infige, & pariter in linea BC numeratis totidem, aut pluribus pedibus infigẽ tertium in puncto E, metire eâdem menſurâ lineam DE, fiat triangulum FGH cuius ſingula latera tot contineant partes ex ſcalâ eâdem deſumptas, quot ſunt pedes, aut (ſi diſtantiæ minores ſunt,) quot ſunt digiti in ſingulis lateribus DF, BE, DE, dico angulum G fore æqualem angulo B.

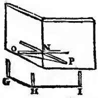
Demonſt. triangulorum DBE, FGH latera proportionalia ſunt: ergo (*per 5. 6.*) æquiangula ſunt.

Eâdem methodo angulos in chartâ notatos, in ſolum transferes; ſi ſingula latera trianguli in charta deſcripti metiaris eâdem ſcalâ, aut menſurâ communi, tum in ſolo triangulum formes cuius ſingula latera totidem pedes contineant habebis pariter triangulum æquiangulum,



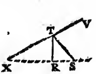

Hâc methodô metieris angulos, quos comprehendunt

prehendunt muri siue interiùs eos metiaris siue exteriùs. Interiùs quidem, si muri scabri non fuerint, metire hinc inde in singulis planis procedendo horizontaliter, duos, aut tres pedes verbi gratiâ, KM, KL, metire etiam filô, distantiam LM: fiet triangulum proportionale triangulo MKL, & habebis angulum æqualem angulo MKL. Si verò muri scabri fuerint regulas ligneas iis applica.




Si exteriùs angulum inquiras; adhibendæ sunt duæ regulæ ligneæ, quæ muros excedant, metiendæq; lineæ NO, NP, OP. Si triangulo NOP, alium in charta æquiangulum describas, angulum habebis æqualem illi quem murorum plana comprehendunt; nam anguli ad verticem oppositi æquales sunt (*per* 15 1.)

Possumus item instrumentis metiri angulum, quem comprehendunt murorum plana, si nempe duos scipiones H & I infigamus distantes à muris æquali intervallô, item G & H æquali item intervallô, à muro seiunctos, nam cum lineæ GH, HI sint parallelæ muris, angulum æqualem comprehendent (*per* 10. 11.)




His methodis metiri possumus, angulum quem duæ lineæ imperfectæ comprehendunt, verbi gratia angulum X, nam metire, angulos TRS, RTV formandô triangulum TRS pro angulo R, & alium pro angulos T, si eos in chartam transferas, & lineas in charta notatas producas, nam in charta produci possunt sine impedimento, in solo autem non semper, habebis angulum æqualem angulo X.

Ad has praxes revoco eas, quibus metiendo latera & diagonales, alicuius ædificij eius ichnographiam in chartam transferimus.

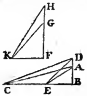
Notandum tamen quoties agitur de altitudine, montis excelsioris, & tractu terræ notabili; habendam esse rationem conuexitatis terræ. vnde Geodesia peculiaris adhibenda est de qua egimus in geographia.

## PROPOSITIO XXIX.

### Theorema.

*In omnibus mensuris, vitentur anguli nimis obtusi, & nimis acuti, ut erroribus obnoxij.*

Hæc propositio cautionem magni momenti continet, ex cuius scilicet neglectu, in maximos errores impingere possumus. ostendo autem angulum nimis acutum periculosũ esse. Sit

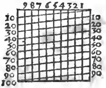



verbi gratia altitudo AB metienda ex punctô C. Ita vt fiat angulus A C B, supponiturque commissus error ita vt pro angulo ACB, assumptus fuerit angulus DCB, eritque DA excessus tangentis anguli DCB, supra tangentem anguli ACB, qui anguli quia valde acuti sunt, & parvi differentiam notabilem non habent; idcóque defectus in angulo metiendo æqualis angulo exiguo ACD, invehit errorem æqualem lineæ AD spectetur eadem AD ex punctô E; ita vt angulus DEA maior sit angulo DCA. error æqualis; anguli DEA, eundem importat errorem lineæ AD. ergo securiùs operabimur in punctô E, quam in punctô C. cum maior requiratur error in punctô E, quam in punctô C. vt aberretur linea AD, supponatur è contra lineam FH, spectari ex distantia nimis parua, quia eius extremitas GH, valde oblique spectatur sub minimo angulo GKH videbitur, ergo pariter exiguus error in angulo metiendo in maximũ errorẽ circa lineam determinandã extenditur, quare ex moderata distantia longitudo quælibet metienda est.

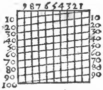
## PROPOSITIO XXX.

### Theorema.

*Scalam exactam componere.*




Qia iam sæpe facta est mentio scalæ, quâ lineam quamcumque in charta notatam, aut metiamur, aut determinatæ longitudinis faciamus. Proponatur linea quæ debeat esse mensura, in operationibus nostris. quæ sit dividenda in 100 partes æquales. dividatur primo in 10 & per divisionis puncta, ducantur perpendiculares. dividantur item duæ extremæ perpendiculares singulæ in 10. partes æquales. ducanturque transver



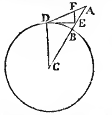

transfversales quæ coniungant numerum 10. cum 20. 10 cum 30. 30 cum 40. & ita consequenter, dico ope huius instrumenti posse assumi quorcũque partes centesimas lineæ propositæ, in prima enim transversali invenio 1.2.3.4.5. partes vsque ad 10. initiô semper factô, à linea superiori, (*per* 4.6.) in secunda transversali invenio partes 11. 12.13.14. vsque ad 20. in tertia 21.22. 24. vsque ad 30. & ita consequenter in aliis.

Pariter si aliquas lineas duxi: hâc mensurâ, potero illarum longitudinem explorare, si eam in lineas perpendiculares transferam.

## PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

*Quantum rotunditas terræ, errorem in altitudinum mensuram inveha.*




Pleráque superiora problemata, ita peregimus, vt nullam rotunditatis terræ rationem habuerimus, eò quòd altitudines quarum mensuram, vt plurimum inquirimus, nihil telluris Sphæricâ figurâ alterentur: quia tamen in montium altitudine determinanda, aliquid influere potest, vnô aut alterô exemplô rem totam expedio. sit mons AB vnius milliaris, quorum diameter BC continet 3600. qui spectetur ex puncto D, sitque circumferentia BD trium milliarium, assumatur linea horizontalis DE respectu puncti D, hoc est sit angulus CDE rectus, & consequenter angulus DEC acutus nempe graduum 89.57. & angulus DEA graduum 90. 3. qui tamen assumatur ab imperito quasi rectus; ducatur FE parallela lineæ DC, hoc est sit angulus DEF rectus, communis Geodesia metitur lineam FE. quæ minor est lineâ AE, cum angulus AFE sit obtusus: ergo FE, multò minor erit quam AB, altitudo montis, quæritur quantum deficiat. primò quidem habebimus facilè lineam BE, est enim CE secans anguli DCE trium minutorum eritque 10000004. qualium radius est 10000000. & BE erit partium 4. fiat vt 10000000. ad milliaria 3600. seu passus 3600000. hoc est pedes 1800000. ita 4. ad pedes $7\frac{1}{5}$ erit ergo BE pedum $7\frac{1}{5}$ habemus iam errorem aliquem. si EF statuatur vnius milliarij seu pedum 5000. cum angulus AEF sit trium minutorum. si FE assumatur vt sinus totus: erit AE secans trium minutorum fiat ergo vt sinus totus 10000000. ad EF. 1000. passuum seu pedum 5000. hoc est digitorum 60000. ita 4. ad quartum non proveniet vna linea quare mons AB minor invenietur quam sit pedibus $7\frac{1}{5}$

Si arcus AB esset vnius gradus longè maior error committeretur hoc est pedum 2663. positâ semidiametro terræ milliariorum 3600.

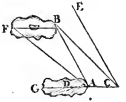
Quomodo montis alicuius altitudo, sit exactè inquirenda, in tractatu geographico docebimus, in quo terræ semidiametrum determinabimus: methodosque varias ad id spectantes ex professo trademus.

In astronomia verò astrorum à terra distantium corporúmque mundanorum magnitudinem exhibebimus.

## PROPOSITIO XXXII.

Problema.

*Altitudinem nubis metiri.*




Tota difficultas quæ in hoc negotio occurrit, ex nubium continuo motu oritur, quare nubes seligenda est quæ sensibiliter non moveatur, & in ea punctum aliquod præcipuum seligendum. sint ergo duo observatores distantes ab invicem vnõ saltem milliari, qui signũ datũ, in idem nubis punctum colliment, angulosque in solo factos observent, generatur enim triangulum, in quo dantur duo anguli & latus inter angulos interceptum, quare distantia nubis à terra, seu duo reliqua latera facilè per Trigonometriam innotescent.

Alias methodos facilè excogitamus, si enim dum per nubis hiatum seu foramen aut limbum radius solaris transmittitur, notetur locus terræ in quem incidit, eodémque tempore observetur elevatio solis supra horizontem, & sub quo angulo prædictus limbus appareat. facilè nubis altitudinem habebimus vmbra nubis incidat in punctum A, observetúrq; angulus BCA, item angulus elevationis solis ECA. cum lineæ EC, BA sint parallelæ physicè, anguli BAD, ECA erunt æquales quare si metiamur lineam AC, innotescent latera BA, BC.

Tertia methodus erit. si ex loco A angulos BAD, FAC observemus & vmbram AG. nam in triangulo BAF, linea, BF, æqualis est vmbræ AG, quam metiri possumus, datur igitur

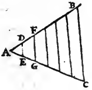
vnum

vnum latus, & duo anguli, erit maior difficultas in metienda Iride, quæ cum pro duobus spectatoribus, sit diversa, è duobus locis eadem spectari non potest, quare nisi supponatur eius distantia quæ tamen varia est, communiter vnum milliare non excedit, eius altitudo baberi non poterit. eâ tamen suppositâ facile eius altitudinem babebimus.

## PROPOSITIO XXXIII.

### Theorema.

*Fundamentum proportionalium regularum.*




Regulæ proportionales, seu vt vocant pro portionalis compassus, aut circinus, ex quarta libri 6. Euclidis deducitur estque vniversale instrumentum, eùm enim tam mira præstemus ex proportionum cognitione, omnis autem proportio in quatuor terminis posita sit, quorum si tres cognoscamus, quartus per arithmeticam innotescet, hoc instrumentum boc habet commodi, vt sine vlla aritbmetices regula, quartum numerum exhibeat. sint ergo duæ lineæ AB, AC, angulum quemcúmque BAC comprehendentes, & similiter divisæ, nempe vt divisiones vnius, sint æquales omninò divisionibus alterius, ducantúrque lineæ transversales, per divisiones sibi correspondentes. Primò singula triangula, verbi gratiâ ADE, AFG & cætera erunt æqui crura cum latera AD, AE, AF; AG supponantur æqualia, & angulus A communis sit, erunt anguli D & E, anguli F, & G æquales, parallelæ igitur sunt lineæ DE, FG, & ita de reliquis omnibus. similiáque erunt triangula ADE, AFG, ( *& per* 4. 6. ) erit vt AE; ad AG, ita DE, ad FG. vnde sequitur quod si AE: sit pars lineæ AG; DE erit similis pars lineæ FG.

## COROLLARIVM.

Si lineæ AB, AC divisæ sint secundum aliquam proportionem quæcúmque illa sit, lineæ etiam transversales eandem observant proportionem. Et hoc, secundùm quemcumque angulum, cum igitur regulæ ita compingantur, vt deduci, & divaricari possint in omnem angulum: in eôdem instrumentô, infinitas, vt ita dicam series linearum transversalium babebis, eandem inter se proportionem servantium, innumeræ igitur tali instrumento proportiones inscribi possent. communiter inscribitur proportio aritbmetica, procedens ab vnitate vsque ad 200. nempe vtráque linea compassi, dividitur in ducentas partes æquales vnde aperto, quomodocúmque instrumento, sicut prima divisio est ducentesima pars totius lineæ, ita prima linea transversalis erit, ducentesima pars vltimæ lineæ transversalis.

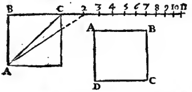
Secunda series quæ inscribitur est chordarum, omnes nempe chordæ, seu subtensæ inscribuntur instrumento, vt suprà docuimus, nempe incipiendo à puncto concursus linearum, hæc subtensarum series primò est vsui, vt regulæ aperiantur, secundùm angulum datum, cum enim subtensa graduum sexaginta sit æqualis radio; si circinò accipias subtensam cuiuscumque arcus, verbi gratia 15. graduum, hoc est aliô quôcumque circino, accipias distantiam, quæ est à puncto A, vsque ad cyphram graduum 15. eamque distantiam transferas à nota graduum sexaginta in vna regula notatam, vsque ad notam sibi in alterâ regulâ correspondentem, angulus BAC in tali casu erit graduum 15.

Poterat item inscribi linea sinuum, linea tangentium, & linea secantium, vt tota in vno instrumento Trigonometria haberetur.

Tertia series est linea planorum, seu superficierum superficies enim seu figuræ similes, se habent in duplicata ratione linearum, eas componentium. verbi gratia, quadrata sunt in duplicata ratione suarum diametrorum, ita circuli sunt in duplicata ratione suarum diametrorum. debet ergo inscribi instrumento series linearum, quæ sit in subduplicatâ ratione, seriei communis arithmeticæ 1. 2. 3. 4. 5. &c. quod vt meliùs intelligatur, proponatur quodcumque quadratum ABCD cuius diameter, seu latus AB inscribatur instrumento, quæri debet latus quadrati cuius area sit dupla, areæ, quadrati AB, item latus quadrati tripli, quadrupli, quintupli sextupli, atque hôc modô poteris cuiuscumque quadrati babentis rationem datam; ad quadratum propositum invenire latus, seu radicem vt vocant. quia autem vt se babent lineæ laterales, ita se habent transversales lineæ in triangulo ABC; potestque aperiri compassus vt libet, infinitas huiusmodi babebimus series laterum, quadratorum, vnde aperto compassô ita vt linea transversalis, sit partium quorumcumque; reliquæ transversales exhibebunt latera, quadratorum, cum hoc primo quamcumque proportionem habentium. Denique quia non tantum hanc babent proportionem quadrata, sed circuli & quæcumque similes figuræ, habebimus seriem laterum quarumcumque figurarum planarum, se habentium sicut series naturalis numerorum 1. 2. 3. 4. 5. &c.

Methodus autem facillima est; proponatur igitur quadratum quodcumque cuius latera AB, BC. producatur latus BC, quantum opus erit. sit autem quadratum mediocre, hoc est vt latus quartam saltem partem compassi obtineat, ducatur diagonalis AC. dico huius quadratum esse duplum, quadrati AC, quare fiat illi æqualis B 2. insuper assero quadratum cuius latus A 2. triplum esse quadrati AC, fiat ergo lineæ A 2. æqualis linea B 3. quadratum lineæ A 3. quadruplum erit quadrati AC, cui si fiat æqualis,

B 4. & afferam pariter quadratum lateris A 4. esse quintuplum, & ita deinceps.

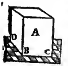



Demonstratio. In triangulo ABC angulus B rectus est, igitur (*per* 47.1.) erit quadratum lineæ AC, æquale quadratis laterum AB, BC æqualium; quorum quadrata singula æqualia sunt quadrato proposito. igitur diagonalis AC, seu B 2. illi æqualis quadratum, duplum est quadrati propositi. pariter in triangulo AB 2. (*per eandem* 47.1.) erit quadratum lateris A 2. æquale quadratis laterum AB, B 2. quorum quadratum ex AB, est ipsummet de quo agitur, & quadratum lateris B 2. est illius duplum: igitur quadratum A 3. seu B 3 est triplum quadrati propositi.

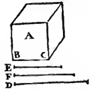
Quia autem (*per* 31.6.) quod probatum fuit de quadratis in quadragesima septima primi, probatur de quovis rectilineo, sequitur, rectilineam figuram supra B 2. descriptam duplam esse figuræ rectilineæ supra BC descriptæ, & figuram supra B 3. esse eiusdem triplam, & ita consequenter.

Denique quia (2. *l.*12.) ostenduntur circuli se habere vt quadrata diametrorum, sequitur circulum cuius diameter B 2. duplum esse circuli cuius diameter BC. & circulum cuius diameter B 3. esse triplum & ita consequenter.

Vsus autem est vt minuantur figuræ, rectilineæ aut circuli in datâ ratione, immò & circulorum segmenta, in alia similia quia autem hæc pertinent ad planimetriam, de his in sequenti libro. linea ergo BD cum suis divisionibus inscribitur, vtrique compassi regulæ, factô initiô à punctô in quo conveniunt. sufficiat indicasse illius lineæ descriptionem ad instrumenti compositionem necessariam, vsum infra aperiam.

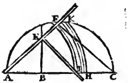



Quarta species linearum, est solidorum, seu cuborum: propositô enim cubô A, cuius latus BC, quæritur latus cubi, qui sit duplus cubi A, deinde latus tripli, quadrupli quintupli; & cæterorum quantum libuerit, quia autem tam cubi, quam parallelepipeda similia; sunt in triplicata ratione laterum homologorum (*per* 33.11.) item pyramides similes (*per* 8. 12.) & prismata similia; & (*per* 12. 12) similes coni, & cylindri: & denique (*per* 18. 12.) Sphæræ, triplicatam suarum diametrorum rationem habent, inventis lateribus cuborum, certam & determinatam ad cubum A rationem habentium, propositô quocúmque solidô, invenitur latus solidi similis quamcúmque ad solidum primò propositum rationem habentis. immò si latera inventa vtrique compassi regulæ inscribantur, quocúmque dato solido alterius cuiuscúmque similis solidi datam cum proposito proportionem habentis, latus inveniemus.




Atque hoc est decantatum id & celebre problema, ab oraculo tanquam insolubile propositum, nempe cubi duplicatio, nos autem aliquid vlterius quærimus: nempe triplicationem quadruplicationem &c. seu dato cubi latere, invenire latus cubi dupli tripli, quadrupli, quintupli & cæterorum quod problema idem est, ac inventio duarum mediarum continuè proportionalium, quod ita explico. sit datus cubus A cuius latus BC duplicandus, sit linea D dupla lateris BC; sintque inventæ inter BC, & D duæ mediæ proportionales E, & F. hoc est ita sit BC ad E, sicut E ad F, & vt E ad F, ita F ad D. dico si fiat cubus cuius latus sit E, fore vt sit duplus ipsius A.

Demonstratio. cum enim istæ lineæ BC, E, F, & D sint continuè proportionales; erit ratio lineæ BC, ad lineam D, triplicata rationis lineæ BC ad lineam E, intelligatur ergo cubus descriptus supra lineam E, erit (*per* 33. 11.) cubus A ad cubum supra E descriptum, in triplicatâ ratione lineæ BC ad lineam E, ergo cubus A, ad cubum supra E descriptum, erit vt linea BC ad lineam, D, sed linea D. facta est dupla lineæ BC, igitur cubus supra E descriptus erit duplus. hoc autem modo duæ mediæ proportionales invenientur.

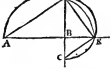



Sint propositæ duæ lineæ AB, AC inter quas reperiendæ sint duæ mediæ proportionales, circa maiorem describatur semicirculus AFC. excitetorque perpendicularis BE, denique ex punctô A tanquam centro, describantur plures arcus FI, KH aliique concentrici. habeatur Gnomon in materia solida efformatus, qualis est AEI qui ita moveatur sursum, deorsum, vt eius punctum E insistat perpendiculari BE, eiusque latus EF attingat in circumferentia AFC, aliquem arcum FI, & aliud latus EI eundem arcum secet in diametro AC. vel ita cadat inter duos arcus, vt eôdem intervallô distet ab iis. hoc est sint lineæ AF, AI æquales. dico lineas AE, AF, esse medias proportionales, inter AB, & AC, hoc est ita esse AB ad AE, sicut AE, ad

ad AF, & ita esse AE ad AF, sicut AB ad AC. ducatur linea FC.

Demonstratio. cum triangula AEI; ABE sint rectangula, item habeant angulum A communem (*per* 32. 1.) æquiangula erunt, ideoque erit in triangulo ABE, vt AB oppositum angulo AEB; ad AE oppositum angulo recto B, ita in triangulo AEI; AE latus oppositum angulo A I E, ad AI, oppositum latus, angulo recto AEI, AI autem & AF sunt æquales item (*per* 4. 6.) vt AE, ad AL, seu AF, ita AF, ad A C; igitur istæ quatuor lineæ AB, AE, AF, AC sunt continuè proportionales,

Quare supposita pro latere primi cubi linea AB; si AC sit dupla; AE erit latus dupli cubi. deinde si lineæ A C fiat tripla linea AB, & eadem operatio repetatur, invenietur latus tripli cubi, & ita deinceps denique si hæc latera, vtrique compassi regolæ inscribantur, datô quocúmque cubo inveniemus latus cubi dupli tripli, &c.




Alia methodus erit facilis, proponantur duæ lineæ AB, BC, inter quas duæ mediæ proportionales inquiruntur, disponantur ad angulos rectos, & vtraque producatur quantum opus fuerit, tum in linea B D fiat ita angulus rectos ADE, vt factô pariter angulô rectô DEC, linea EC cadat in C. quod quidem Geometricè haberi non potest, per attentationem tamen ope squadræ, cuius angulus rectus movetur supra lineam BD, cum alia squadra applicatur supra lineam BE, donec eius vnum latus cadat in C. dico in tali casu lineas B D, B E, esse duas continuas proportionales inter A B, & B C. fiat supra A B semicirculus, qui necessariò transit per punctum D, (*per* 31. 3.) pariter semicirculus supra D C descriptus transit per E.

Demonstratio. (*per* 8. 6.) linea B D est media proportionalis inter A B, B E, & per eandem, linea BE est media proportionalis inter BD, & BC: est igitur vt AB ad BD, ita BD ad BE, & vt BD ad BE; ita BE ad BC. quod erat demonstrandum.

Constitutâ logarithmorum tabolâ faciliùs operabimur, tabulámque construemos, cuius ope facilè lineas solidorum inscribemus. latus primi solidi sumitur ad libitum; intelligitúrque divisum in 100. 1000. aut alias partes æquales, supponamus divisum lo 100. partes. Illius logarithmus est 2. 000000. quæritur latus cubi dupli. sumatur logarithmus numeri 200. qui duplus est eritque 2. 3010300. Ex quo si auferas logarithmum numeri 100. restabit 0. 3010300. huoc numerum divide per 3. dabitur 0. 1003433. huic adde logarithmum numeri 100. fiet 2. 1003433. logarithmus numeri inter 125. & 126. dico



numerum 125. esse latus cubi dupli di[illegible] enim excessu numeri 200. in tres partes æquales fiunt tres logarithmi æque differentes nempe eadem est differentia logarith ni 125. suprà logarithmum 100. quæ alterius supra logarithmum supra 125. & quæ logarithmi numeri 200. supra tertium; quare dantur quatuor logarithmi continuè proportionales Arithmeticè: Ergo numeri ipsis respondentes, sunt Geometricè proportionales: quare cubus suprà primum descriptus, ad cubum supra tertium se habet vt primus numerus ad quartum (*per cor.* 33. 11.) quartus autem est duplus primi, ergo cubus supra secundum numerum seu 125. est duplus cubi supra primum seu 100. descripti.

Eâdem methodô habebitur latus cubi tripli, assumendo numeri 300. logarithmum, ex quo subtrahes logarithmum numeri 100. & differentiam divides per 3. addesque quotientem logarithmo numeri 100. hàc methodô sequens tabula constructa est, quæ vsui erit non tantum pro cubis, sed etiam pro globis, & quibuscumquo solidis similibus.

Poterat idem ità haberi, sed viâ difficiliori, fiat cubus numeri 100. qui duplicetur, quadruplicetur &c. tum ex duplicato triplicato, quadruplicato extrahe radicem cubicam, & habebis eandem tabulam.

| Cub. | Rad. | Cub. | Rad. | Cub. | Rad. | Cub. | Rad. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 100. | 26. | 296. | 51. | 371 | 76. | 424. |
| 2. | 125. | 27. | 300. | 52. | 373 | 77. | 425. |
| 3. | 144. | .8. | 304. | 53. | 376 | 78. | 427. |
| 4. | 159. | 29. | 307. | 54 | 378. | 79. | 429. |
| 5. | 171. | 30. | 311. | 55 | 380 | 80. | 431. |
| 6. | 182. | 31. | 314. | 56. | 382 | 81. | 433. |
| 7. | 191. | 32. | 317. | 57 | 385. | 82. | 434. |
| 8. | 200. | 33. | 321. | 58. | 387. | 83. | 436. |
| 9. | 208. | 34. | 324. | 59. | 389. | 84. | 438. |
| 10. | 215. | 35. | 327. | 60. | 391 | 85. | 440. |
| 11. | 222. | 36. | 330. | 61. | 394. | 86. | 442 |
| 12. | 229. | 37. | 333. | 62. | 396. | 87. | 443. |
| 13. | 235. | 38. | 336. | 63. | 398. | 88. | 445. |
| 14. | 241. | 39. | 339. | 64. | 400. | 89. | 446. |
| 15. | 247. | 40. | 342. | 65. | 402. | 90. | 448. |
| 16. | 252. | 41. | 345. | 66. | 404 | 91. | 450. |
| 17. | 257. | 42 | 348. | 67. | 406. | 92. | 451. |
| 18. | 262. | 43. | 350. | 68 | 408. | 93. | 453. |
| 19. | 267. | 44. | 353. | 69 | 410. | 94. | 455. |
| 20. | 271. | 45 | 356. | 70 | 412. | 95. | 456. |
| 21. | 276. | 46. | 358. | 71. | 414. | 96. | 458. |
| 22. | 180. | 47. | 361. | 72. | 416. | 97. | 459. |
| 23. | 284. | 48. | 363. | 73 | 418. | 98. | 461. |
| 24. | 288. | 49 | 366. | 74 | 420. | 90. | 463. |
| 25. | 292. | 50. | 368. | 75. | 422. | 100 | 464. |

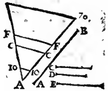
## PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

*Lineam datam in partes æquales quotcúmque dividere.*



Sit




Sit linea data AB in septem partes æquales diuidenda, circinô communi accipe lineam AB, atque ita aperi compassum, vt à nota numeri cuiuscumque, qui diuidi possit per septenarium numerum, ad similem notam in alia regula, sit distantia æqualis lineæ AB; tunc distantia quæ erit inter septimam illius numeri partem, in vna tegula, ad aliam similem notam in alia regula, erit septima lineæ A B pars. vt si accipiatur numerus 70. aperiatur compassus, ita vt à charactere 70. ad 70. sit distantia æqualis lineæ AB, tunc compassô ita aperto, interuallum quod erit inter 10. & 10. erit septima pars lineæ AB.

Demonstr. lineæ 10.-10. & 70.-70. sunt parallelæ, igitur vt 70. A ad 10 A, ita 70.-70. ad 10.-10. sed A 10. est septima pars lineæ A-70. igitur & 10.-10. erit septima pars lineæ 70.-70. seu AB. quod erat demonstrandum.

Immò etiamsi linea data non posset interiici, inter compassi crura posset tamen eius septima pars assignari, verbi gratia sit linea pedum 140. circinô accipe centum quadraginta partes, lineæ instrumenti quæ diuisa supponitur in partes æquales. hanc lineam transfer hinc inde in numerum qui diuidi possit in partes æquales verbi gratia à 70. in 70: interuallum inter 10. & 10. acceptum circino, & in lineam partium æqualium translatum, exhibebit numerum partium verbi gratiâ pedum, quos continet septima pars lineæ propositæ.

## PROPOSITIO XXXV.

### Problema.

*Tribus datis lineis quartam proportionalem inuenire*

Sint tres datæ lineæ C, D, E, quibus quæritur quarta F, nempe quæritur vt sit C ad D vt E ad F. sit in instrumento linea AC æqualis lineæ C; itáque aperiatur, vt interuallum C. C æquale sit lineæ D: sit item AF æqualis lineæ E; dico interuallum FF æquale esse lineæ quæsitæ.

Demonstr. satis ex se patet, nam (*per* 4. 6.) vt AC, ad CC, hoc est vt C ad D, ita AF, seu E, ad FF.

Quod dixi in lineis; In numeris fieri potest, si pro numeris accipiantur, in linea partium æqualium instrumenti rectæ totidem partium.

## PROPOSITIO XXXVI.

### Problema.

*Tribus datis sinubus quartum sinum proportionalem reperire.*

Quia nimis incommodum est, semper canonem sinuum circumferre; in hoc instrumento easdem ferè vtilitates habebis, quas ex sinuum tabulâ expectare potes. pro sinubus tamen vtere subtensis arcuum duplorum habeantur tres sinus 15 graduum. 25. 35. vtere subtensis graduum 30. 50. 70. interuallum inter A, & characterem 50. transfer à charactere 30. ad 30. tunc interuallum quod inuenitur inter 70. & 70. acceptum circino & translatum in lineam subtensarum exhibebit 96. 6. seu in sinubus 48. 3.

Ratio clara est sinus ita se habent, vt subtensæ arcuum duplorum, hoc est vt vidimus, sinus verbi gratiâ graduum 30. est dimidia subtensa arcus 60. graduum, & ita de cæteris, quare cum sit eadem ratio totorum ac partium; tam facilè inueniemus sinus per subtensas, quàm per sinus ipsos.

Ex quo sequitur in omni triangulo, ita se habere latera, non tantum vt sinus angulorum oppositorum, sed etiam vt subtensas angulorum qui sint oppositorum dupli.

Eâdem methodô non tantum datis tribus sinubus, quartum proportionalem inueniemus, sed etiam datis tribus, partim sinubus, partim lineis quartum pariter proportionalem eruemus, vt si dicatur vt sinus anguli 30. graduum, ad sinum graduum 60. ita linea pedum 70. circino intercipe partes æquales 70. easque transfer in characterem, dupli anguli 30. nempe à 60. in 60. tunc ita consistente compasso, interuallum inter 120. & 120. circino acceptum, & translatum in lineam partium æqualium, exhibebit longitudinem lineæ quæsitæ.

Quidquid igitur in Trigonometria ope sinuum præstamus, hôc instrumentô absolui potest.

## PROPOSITIO XXXVII.

### Problema.

*Determinare quot graduum sit angulus datus.*

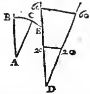
Multis modis potest proponi angulus datus, potest enim esse in charta, aut alio plano descriptus. Illius quantitatem habebis, si eius apici centrum compassi applices, cuius crura ita aperias, vt lineæ subtensarum in vtraque regula ductæ, congruant lineis angulum propositum comprehendentibus, tunc circinô assume interuallum inter 60. & 60. illudque transfer in lineam sinuum incipiendo à centro instrumenti, & habebis cognitos gradus, illius anguli, ratio clara est. distantia à centro instrumenti ad numerum 60. æqualis est semidiametro circuli, quare si inter 60. & 60. inuenitur subtensa verbi gratiâ 15. graduum, dicendum est apertum esse instrumentum secundùm angulum graduum 15. quod manifestum est, si intelligatur

gatur

gatur describi circulus ex centro instrumenti per numerum 60.

Quâ methodô veteris, ad definiendum angulum, quem comprehendunt duæ lineæ, non ductæ seu notatæ realiter, sed tantum intellectæ in aëre, aut in solo, nam collocatô compassi centrô, in linearum concursu, si per instrumenti pinnulas in vtraque regula collocatas, signa aspicias, apertum erit, instrumentum secundum angulum, quem tales lineæ constituunt, eôdem modô per applicationem instrumenti cognoscere poteris angulum quem duo plana efficiunt. in quo tamen negotio cautiones nonnullæ adhibendæ sunt. nam vt plurimum centrum instrumenti seu clavus circa quem voluuntur regulæ, non est in extremitate positus, atque adeo congruere non potest, commoni sectioni duorum planorum impediente scilicet eorum soliditate; in quo casu duæ regulæ planis ita adhibendæ sunt, vt cum iis congruant, regulis autem, compassus imponetur cætera docebit vsus.

Eôdem circinô vtemur ad syderum elevationes indagandas supra horizontem, sed in tali casu, crus vnum fit verticale, poriusque metimur complementum elevationis syderis, vt iam supra indicavimus.




Si angulus datus ita esset in charta descriptus, vt compassum applicare non liceret. ita operare. Sit angulus datus BAC. ex centro A quôlibet intervallô AB, fiat arcus BC. Assume circino semidiametrum AB, illudque intervallum, transfer à centro instrumenti supra lineam subtensarum ponamus pervenire ad 20. lineam BC transfer à 20. in 20. tum ita apertô instrumentô, linea quæ est inter 60. 60. io lineam subtensarum translata, exhibebit numerum graduum anguli B A C.

Demonstratio sit compassus apertus ita vt intervallum à punctô D ad 20. sit æquale lineæ AB, sitque intervallum inter 20. & 20. æquale subtensæ BC & intervallum inter 60. 60. sit 55. gradaum dico angulum B A C esse 55. graduum.

Cum enim triangula 60 D 60. 20 D 20. sint æquiangula erit vt D 60. semidiameter circuli, cuius sunt notatæ subtensæ io instrumento ad D 20. seu AB, ita 60-60. ad 20-20. seu BC, ergo B C est subtensa graduum 55. positô semidiametrô A B. quare angulus A B C est graduum 55.

## PROPOSITIO XXXVIII.

### Problema.

*Ex arcu abscindere quotcumque gradus.*

Sit arcus E C B, ex quo abscindere debes 20. gradus. Semidiametrum AB, transfer à 60. in 60. & sic apertô instrumentô circinum extende à 20. in 20. hoc intervallum transfer à B in C dico arcum BC esse graduum 20.

Demonstratio eadem.

## PROPOSITIO XXXIX.

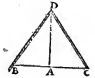
### Problema.

*Perpendicularem ducere, ad lineam in solo notatam, à punctô in ea dato.*

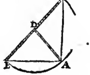
Innumeræ dantur praxes, lineas perpendiculares in charta, aut superficie æquabili ducendi. Cum verô in solo vt plurimum inæquali in quo, nec circini satis magni habentur, deficiant praxes communes, vt sæpè fœdi in ædificiis errores admittantur: praxes aliquas satis faciles in hac propositione exhibebo. quæ vt plurimum instrumentis perficientur. In punctô in quo excitari debet perpendicularis, centrum semicirculi collocetur, & per allidadas in semidiametro consistentes respice signum in ea linea positum, ad quam ducenda est perpendicularis, tum regulam remoue totô quadrante, per cuius ita collocatæ pinnulas respice, & iube apponi signum, quòd per eas videatur, linea ducta à tali signo, ad punctum lineæ cui respondet centrum semicirculi, erit perpendicularis, quadrat enim cum lineis instrumenti angulum graduum nonaginta comprehendentibus. Norma seu Gnomon, præcipue vero si pinnulis instruatur, idem & eôdem modô præstat. compassus item proportionalis si aperiatur ad angulum rectum. Sicut & crux geometrica, si brachium eius transuersale adducatur ad notam, angulo rectô congruenter. quadratum geometricum continet angulum rectum eôdemque modô adhibetur quô norma seu Gnomon. restat regola magnetica, cuius ope ita angulum rectum formabis, regulam acu magneticâ instructam statues iuxta longitudinem lineæ ad quam vis ducere perpendicularem; notabisque gradum cui acus incumbit, tum eam, in punctô, in quo perpendicularis ducenda est collocatam, ita mouebis donec acus insistat gradui, qui à præcedenti distet quadrante seu nonaginta gradibus. linea ducta, secundum regulam, perpendicularis erit ad priorem.

Quia autem sæpe accidit, vt sine instrumento, perpendicularis linea ducenda sit. ita operaberis. sit in lineæ A B punctô A, ducenda perpendicularis. abscindantur hinc inde duo intervalla A B, A C æqualia. Et in chorda seu filo sumantur partes æquales quod simplici duplicatione fili haberi potest. extrema fili applica punctis B & C. extendantur fili partes æqualiter; medium fili notatum, signabit in solo punctum D. & linea D A perpendicularis erit. nam in triangulis A C D, A B D, tria

latera facta sunt æqualia; igitur (*per* 7. 1.) anguli ad A erunt æquales & recti.




Si punctum è quo ducenda est perpendicularis fuerit extremum, duplica pariter filum, illiusque extremis fixis in puncto A, & in puncto B, quomodolibet in linea AB assumptô; inveniatur pariter punctum D. tum extremum A transfer donec vnica fiat linea recta BDC & intervallum DC sit æquale intervallo DA, aut DB, dico angulum ACB rectum esse.




Demonstratio cum lineæ DB, DA, DC sint æquales, si ex D intervallo DA describatur circulus; erit angulus BAC in semicirculo, atque adeo (*per* 31. 3.) rectus erit.

Si punctum è quo perpendicularis ducenda est; extra lineam fuerit vt punctum D pariter post duplicationem fili, ita extendes illud vt duo extrema B & C in linea AB inveniantur. intervallum BC divide bifariam in A. linea AD perpendicularis erit.

Idem omnino exequeris aliâ praxi. ex puncto C quocumque, extende filum vsque in B. in medio fili D pone digitum, & extremitatem C, transfer in lineam AB. invenies punctum A, & pariter linea AC perpendicularis erit, ad AB.

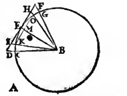
Hæ praxes sunt communes, nec differunt ab iis quas circinô in charta perficimus, eas tamen repetere volui; vt docerem modum iis vtendi in solo, etiam inæquali: vt ex iis discant Tyrones alias praxibus vti.

## PROPOSITIO XL.

### Theorema.

*Datâ lineâ quæ sit maior circumferentiâ circuli; illi circumscribi poterit polygonum ordinatum, cuius ambitus minor sit illâ lineâ.*

Postquam de linearum rectarum mensuratione egimus, testat vt de curuatum mensura agamus, præcipuè verò de circulari, quæremus enim vt datô radiô seu semidiametrô, cuiuscumque circuli, circumferentiam eius definiamus, quod aliquibus propositionibus exequemur.




Sit linea A, maior circumferentiâ circuli, cuius centrum B. dico circulo B circumscribi posse, polygonum ordinatum, hoc est æquilaterum, & æquiangulum, cuius ambitus, sit minor lineâ A; seu cuius omnia latera simul sumpta, minora sint quam linea A; seu cuius ambitus minus excedat circumferentiam circuli quam linea A. intelligatur enim; ita esse radius BC, ad BC; sicut se habet circumferentia, ad lineam A. linea BD maior erit radiô. ex punctô D ducatur tangens DE, quæ vlteriùs producatur, sintque DE, EF æquales. dividatur circuli circumferentia in quatuor partes; tum in octo, sexdecim & ita consequenter. donec occurrat aliquis arcus minor quam CG, sitque ille KO. qui intelligatur bifariam divisus in punctô E. ducantur lineæ BE, BK, BO, etiique IH vnum latus illius polygoni, quod vitandæ confusionis gratiâ non perfeci; & lineâ KO erit latus polygoni similis inscripti. assero ambitum polygoni circumscripti cuius latus IH, minorem habere rationem ad circumferentiam circuli B, quam habeat linea A, & cosequenter minorem esse lineâ A.

Demonstratio. linea BI vt clarum est minor est lineâ BD, eò quòd angulus BED rectus sit; & consequenter BID obtusus. igitur BI, ad BK seu BC, minorem habet rationem quàm BD, ad BC, seu quam linea A, ad circumferentiam circuli. Sed (*per* 2.6.) vt BI, ad BK, ita IH, ad KO, & singula latera polygoni circumscripti ad latera inscripti; igitur, minor est ratio ambitus polygoni circumscripti, ad ambitum inscripti, quàm sit lineæ A ad circumferentiam circuli; sed adhuc minor est ratio ambitus circumscripti, ad circumferentiam circuli, quam ad ambitum inscripti, cum circumferentia maior sit ambitu inscripti; igitur minor est ratio ambitus inscripti, ad circumferentiam circuli; quam lineæ A, ad circumferentiam circuli; quare ambitus circumscripti minor est, lineâ A, quod demonstrandum erat.

## COROLLARIVM I.

Quò polygonum circumscriptum, fuerit plurium laterum; minus superabit circumferentiam circuli. vidimus enim vt ambitus fieret minor quam A, fuisse necessarium vt subdivideretur circulus.

## COROLLARIVM II.

Ex hoc sequitur datâ quâlibet minimâ lineâ, posse circumscribi polygonum, ita vt excessus ambitus eius supra circumferentiam minor sit datâ lineâ.

PROPO

## PROPOSITIO XLI.

### Theorema.

*Si detur linea minor circumferentiâ circuli, poterit circulo inscribi polygonum ordinatum cuius ambitus maior sit eâ lineâ.*

Sit linea A, minor circumferentiâ circuli; cuius centrum B, dico in eo circulo posse inscribi, polygonum ordinatum, cuius ambitus maior sit linea A. fiat enim vt linea A, ad circumferentiam ita BC, ad B D; ductáque vt prius tangente DEF, dividatur, & subdividatur circulus in 4. 8. 16. 32. donec occurrat arcus minor quàm CG, sitque arcus KO. absolvatur eadem constructio.

Demonstr. B I minor est, quam B D; quare BC, aut BK; ad BI maiorem habebit rationem quam ad BD, & consequenter maior est ratio BK ad BI, quàm lineæ A, ad circumferentiam circuli B. vt autem BK ad BI, (*per* 4. 6.) ita KO ad IH, & singula latera inscripti ad singula latera circumscripti: maior autem est ratio ambitus inscripti ad circumferentiam circuli, quàm ad ambitum polygoni circumscripti. (*per* 8. 5.) igitur maior est ratio ambitus polygoni inscripti, ad circumferentiam; quàm lineæ A, ad eandem circumferentiam, igitur (*per* 8. 5.) ambitus polygoni inscripti maior est linea A. quod erat demonstrandum.

### COROLLARIVM I.

Quò polygonum inscriptum erit plurium laterum, eò eius ambitus minus deficit à circumferentia circuli, ostendimus enim, quia linea BI est minor linea BD, ideo ambitum polygoni inscripti maiorem habere rationem; sed quò attua minores sunt, seu polygonum inscriptum fit plurium laterum, eò minor est linea, igitur eò ambitus polygoni maiorem habet rationem, ad circumferentiam circuli.

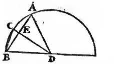
### COROLLARIVM II.

Possunt fieri duo polygona ordinata similia, vnum inscriptum alterum circumscriptum, quæ physicè, & sensibiliter non aberrent à circuli circumferentiâ.

## PROPOSITIO XLII.

### Problema.

*Datâ diametrô, & chordâ alicuius arcus; invenire chordam dimidij arcus.*



Hæc propositio in numeris exhibetur, neque enim difficilè esset invenire, seu ducere chordam arcus dimidij, cognita ergo ratione radij BD, ad chordam AB, divisa chordâ AB, bifariam in F; ductáque lineâ DC, quæ etiam arcum AB. divider bifariam, quæritur quænam sit ratio lineæ BD ad BC.

Sit ergo ratio BD, ad AB vt 100. ad 90. hoc est si BD intelligatur divisa in partes 100. AB sit partium 90. dimidia BE erit partium 45. In triangulo BED rectangulo in E, (*per* 47. 1.) erit quadratum BD, æquale quadratis BE, ED; auferatur ex quadrato BD, quadratum BE, restabit quadratum DE 7975. cuius radix quadrata seu

| | |
|---|---|
| quadratum BD | 10000. |
| Subt. quadratum BE | 2025. |
| Restat quadratum DE | 7975. |
| Radia seu linea DE | 89. |
| Ergo reliqua EC | 11. |
| Quadratum EC | 121. |
| Addatur quadrato EB | 2025. |
| Fiet quadratum BC | 2146. |
| Radix seu linea BC | 46. |

linea DE erit 89. hæc ablata ex DC, seu BD partium 100. relinquit CE partium 11. Item (*per* 47. 1.) quadrata ex CE, EB æqualia sunt quadrato ex BC, hæc autem sunt 121. & 2025. quæ si addantur habebitur quadratum lineæ B C 2146. à quo si extrahatur radix quadrata habebitur linea BC partium 46.

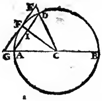
## PROPOSITIO XLIII.

### Problema.

*Invenire proximè rationem diametri circuli, ad circumferentiam.*

Sit circuli diameter AB. quæritur quam rationem habeat AB ad circumferentiam eiusdem circuli. Archimedes hanc ita investigat: supponit circulo circumscriptum polygonum ordinatum laterum 96. & inscriptum esse polygonum simile, & quærit rationem diametri ad vtriusque ambitum, eritque ratio diametri ad ambitum polygoni circumscripti paulo minor; quam eiusdem ad circumferentiam & ad ambitum polygoni inscripti paulo maior, sed vt ad praxin veniamus.

Ponatur AB esse partium 20000000. vt exactior sit calculus, si eidem circulo inscriberetur exagonum eius latus, esset æquale semidiametro: (*per cor.* 15 4.) igitur esset partium 10000000. (*per præcedentem propositionem*) habebis latus dodecagoni, seu subtensam graduum 30. partium 5778380. & pro latere polygoni laterum 24. seu pro subtensa graduum 15. 2610524. pro latere polygoni laterum 48. seu pro subtensa gr. 7 $\frac{1}{2}$ 1308062. pro latere polygoni laterum 96. seu subtensa gr. 3 $\frac{3}{4}$ 654380. & hæc omnia habentur per propositionem præcedentem.




Vt autem habeas latus polygoni circumſcripti laterum pariter 96. ſupponatur AD eſſe latus inſcripti, & GE circumſcripti. ducatur ad contactum linea CF, quæ ſecabit bifariam latus AD, atque adeò erit AI partium 327190. cuius quadratum ſi auferatur ex quadrato radij AC, ( *per* 47. *1.* ) reſtabit quadratum lineæ IC, & per extractionem linea IC invenietur partiũ 9944493. fiat ergo vt CI, ad AI; ita CF radius, ad FG, ( *per* 4. 6. ) habebitur FG partium 327366. & tota EG 654732. ſi negligantur duæ vltimæ cyphræ erit latus inſcripti 6543. & latus circumſcripti 6547. ſi vtrumq; latus per 96 multiplicetur

| | |
|---|---|
| Erit ambitus polygoni circumſcripti | 628512. |
| & ambitus poylgoni inſcripti | 628128. |
| differentia inter vtrumque erit | 382. |
| quæ ſi per medium dividatur erit | 191. |
| hæc ſi addatur polygono inſcripto erit circumferentia | 628320. |
| & diameter erit | 200000. |

Si vſi fuiſſemus polygonô plurium laterum exactior eſſet calculus. vnde multi aſſumunt polygonum mille laterum poterat aſſumi plurium commodiſſime aſſumi poteſt polygonum cuius vnum latus ſubtendat duo minuta; latus inſcripti erit duplum ſinus vnius minuti 5818. & latus circumſcripti erit duplum tangentis vnius minuti nempe 5818. nam in tabulis nulla eſt differentia inter tangentem & ſinum. numerus laterum erit 10800. ſi fiat multiplicatio erit ambitus 628344. 00.
& diameter 200000. 00.
poſſunt autem auferri duæ vltimæ cyphræ.

Secundùm Archimedem.

Diameter eſt 7.
Circumferentia 22. maior verâ; nam Archimedes triplicat diametrum; vt efficiat circumferentiam eique addit ſeptimam diametri partem, non eſt autem addenda ſeptima pars nam 28. non eſt omniò ſeptima pars numeri 200. ſed invenitur ſexies & $\frac{1}{22}$ ſi verò ponatur 283. in 2000. invenies ſepties & $\frac{1}{20}$ in vſu tamen communi poteſt adhiberi.

Vel

Diameter 71.
Circumferentia 223.

Vel

Diameter 497.
Circumferentia 1562. maior verâ
Circumferentia 1561. minor verâ

Metius hanc aſſignat

Diameter 113.
Circumferentia 355.

Ludovicus A ceulen hanc tradit.

Diameter 1000000000000000000000.
Circumf. 3141592653589793238 47. maior vera
Circumf. 3141592653589793238 46. minor vera
bene igitur ſumi poteſt
Diameter 10.
Circumferentia 31. minor vera

Vel

Diameter 100.
Circumferentia 314. adhuc paulo minor vera.

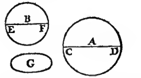
## PROPOSITIO XLIV.

### Theorema.

*Circumferentiæ circulorum ſunt inter ſe vt radij.*

Quamvis hæc propoſitio meliùs, & exactiùs infra demonſtranda ſit: poteſt tamen ſufficienter ad præſens inſtitutum probari.

Sint ergo duo circuli quicumque, dico ita eſſe diametrum vnius ad diametrum alterius, ſicut ſe habet circumferentia vnius, ad circumferentiam alterius: intelligatur enim circumſcribi vtrique polygonum quale deſcripſit Ceulen. vtriúſque circumſcripti ambitus eodem modô ſe habebit ad diametrum, cum enim vtrúmque diviſibile ſit in ſimilia triangula, quorum latus vnum, ſint ſemidiametri, ſi nempe ducantur lineæ à centro ad contactum; ita ſe habebit ſemidiameter vnius, ad ambitum polygoni circa ſuum circulum deſcripti; ſicut ſemidiameter alterius, ad ambitum polygoni pariter circa ſuum circulum deſcripti, idem dicendum eſt de polygonis inſcriptis, quare in vtróque circulo oſtendam rationem ſemidiametri, ad circumferentiam eſſe inter eas rationes à Ludovico Ceulen aſſignatas.




Aliter efficacius demonſtrari poteſt. ſi in vtróque circulo non eſt eadem ratio diametri ad circumferentiam, ſit minor ratio diametri CD ad circumferentiam ſuam, quàm diametri EF ad ſuam, igitur CD ad minorem lineam ſua circumferentia eandem rationem habebit, ac EF ad ſuam circumferentiam. ſit hæc linea G, ſive recta, ſive curua, quæ cum ſit minor circumferentia ( *per* 24. *huius*) poterit inſcribi polygonum ordinatum circulo A, cuius ambitus maior erit linea G, ergo CD ad ambitum talis polygoni, minorem rationem habebit, quam ad lineam G, intelligatur in circulo B ſimile polygonum inſcribi, ad cuius ambitum diameter EF, eandem rationem habebit, quam CD, ad ambitum ſui polygoni; ſed EF ad ambitum polygoni ſibi inſcripti, maiorem rationem habebit, quam ad circumferentiam ſui circuli, ergo CD ad polygoni inſcripti ambitum maiorem rationem habet

bet

ber quam ad lineam G, quod est absurdum, cum linea G sit minor ambitu polygoni inscripti, non igitur est minor ratio diametri CD, ad circumferentiam sui circuli, quam, diametri EF ad suam. eûdem modô ustendam rationem diametri EF ad suam circumferentiam non esse minorem: ergo æquales sunt, quód erat ustendendum.

PROPOSITIO XLV.

Problema.

*Datâ diametrô circuli invenire circumferentiam vel viciſſim.*

Datâ diametrô cuiuscúmque circuli, eius circumferentiam eliciemus, hoc est rectam assignabimus æqualem circumferentiæ, fiat enim vt 71. ad 223. ita data diameter ad quartam lineam hæc, æqualis erit circumferentiæ, detur enim diameter terræ 2292. Leucarum, quæritur circumferentia fiat vt 71. ad 223 ita 2292. ad 7200. dico terræ circumferentiam esse 7200. Leucarum.

Viciſſim si quis sciat vnum terræ gradum continere Leucas 20. & consequenter circumferentiam esse Leucarum 7200. fiat vt 223. ad 71. ita 7200. ad 2292. talis erit terræ diameter. aliæ rationes assumi possunt nempe vt 7. ad 22. 10, 31. 100, 314. 11, 35. 49, 156.

# GEOMETRIÆ PRACTICÆ

## LIBER SECVNDVS

## Planometria, de dimensione superficierum, seu Arearum.

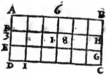
*POstquam superiori librô lineas, tàm rectas, quàm circulares dimensi sumus; sequitur vt superficies etiam, & areas metiamur. per superficiem autem intelligimus, quantitatem, longitudine, & latitudine contentam, seu in longum & latum extensam, ideo non sufficit alicuius figuræ præcisè longitudinem, & latitudinem metiri, vt cognoscatur eius capacitas; sed præterea requiritur vtramque simul, quasi permixtam intelligere, nam latitudo vt plurimum sumitur pro minori quantitatis extensione, quæ cum per lineam intelligatur, ad superiorem librum revocaretur, quare aliquid addendum est.*

*Quemadmodum, vt lineas quascúmque metiamur, vtimur longitudine nobis notâ, quæ communis sit omnium linearum mensura, ita etiam, vt area seu alicuius superficiei capacitas nobis innotescat, eam ad superficiem nobis notam revocamus, omnem igitur figuram, ad quadratum exigimus, & meritò, cum quadratum longitudinem latitudini æqualem habeat; vnde faciliùs oculis subiicitur, existimamus autem aream alicuius figuræ sufficienter determinasse, si exhibeamus quadratum ipsi æquale, cuius latus sit cognitum: accedit quod quadratum lineam breviſſimam contineat. quæ ab vno latere ad oppositum duci potest; perpendicularem nempe, penes quam vera figuræ latitudo desumenda est. Quia tamen difficilè est semper figuras ad vnicum quadratum revocare, satis nobis erit; si numerus quadratorum in figura contentorum, & notæ magnitudinis nobis patefiat, verbi gratiâ quot sint pedes quadrati hoc est quot inveniantur quadrata quorum latus æquale sit pedi.*

PROPOSITIO I.

Theorema.

*Cognitæ longitudine, & latitudine rectanguli cuiuſcumque, seu cognitis duabus lineis. sub quibus continetur; per multiplicationem innotescit eius area.*




Sit rectangulum quodcumque ABCD, cuius maius latus AB, sit sex pedum, & minus AD sit trium pedum. dico si multiplicetur numerus 6. per 3. fieri & exurgere aream rectanguli ABCD, seu numerum quadratorum, quorum latus æquale sit vni pedi. dividantur enim latera AB, CD, opposita in sex pedes, ducanturque lineæ parallelæ lateribus BC, AD; item dividantur latera AD, BC, in tres pedes quibus supponuntur æqualia, ducanturque pariter lineæ parallelæ lateribus AB DC.

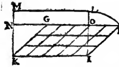
Demonstratio. primò dividetur rectangulum ABCD, in quadrata, quorum latus, sit vnius pedis, cùm enim anguli A B,C,D, sint recti, ductæque sint parallelæ, ostendam, omnes angulos esse rectos, item omnia latera esse æqualia, quia fiunt parua rectangula, quorum (*per* 33.1.) opposita latera æqualia sunt lateri DI DI autem & DE ex constructione sunt æqualia, nempe pes vnus. igitur divisum est rectangulum ABCD in quadrata. si autem DA esset vnius pedis, qualis

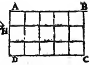
eſt ED, fieri tantum poſſet vnus ordo quadratulorum, oempe tot quadrata, quot ſunt pedes in BC, AD autem eſt æquale tribus pedibus: igitur poterunt fieri tres ordines ſex quadratulorum vnius pedis, ſed tres ordines ſex quadratulorum ſummam efficiunt uctodecim quadratulorum; ergo ſi vnum latus per aliud multiplices exurget numerus quadratulorum in rectangulo comprehenſorum.

Pariter ſi haberetor area, ſeu numerus quadratulorum in rectangulo comprehenſorum, & vnom latus, verbi gratia AB ſex pedum; dico per diuiſionem exurgere aliud latus, intelligatur enim eadem conſtructio; fient totidem ordines ſex quadratulotum, quot ſunt pedes in AD, ſed per diuiſiooem oſtenditur quot ſint ordines ergo oſtenditur qoot ſint pedes in AD.

## COROLLARIVM I.

Supponuntur duo latera AB AD eſſe cognita io iiſdem menſuris, & æqualibus, vt proba ſit multiplicatio. ſi enim linea AB eſſet 6 pedum; & linea AD, duarum vlnarum; non benè multiplicares ſex per duo; ita vt fierent 12 tunc enim ſenſus eſſet eſſe in rectangulo AB D duodecim figuras, quarum ſingularum longitudo, ſit vnios vlnæ, latitudo vnius pedis quod quia difficilè eſt aducrtere, præcipuè enim vna quantitas cum alia comparanda eſt; ideò ſemper omnia ad quadrata reuocanda ſunt.




Quamuis aotem omne parallelogrammum etiã ubliquangulum, diuidi poſſet in alia patua parallelogramma æquiangula, quatum latera æqualia eſſent vni pedi; & per multiplicationem laterum; eorum numerus haberi; quia tamen eſſet ratio habenda anguli, ideò omoia reuocanda ſunt ad angulos rectus. cùm rectangulum omnium parallelogrammorum ſub iiſdem lineis contenturum maximum ſit. nam ſupra eandem KI excitetur rectangulum KL, & parallelogrammum KH; ita vt KM, & KG ſint æqoales, producta HG in N, cùm angulus N rectus ſit, erit KG maior quam KN, ergo vt KM ſit æqualis lineæ KG, punctum M. cadet vltra NH ſed (*per* 36. 1.) parallelogramma KNOI, & KGHI ſunt æqualia, ergo KLMI maius eſt. eùm ergo quò obliquiores ſunt anguli; eò fiant parallelogramma minora: benè recurrimus ad angulũm rectum, ex quo utitur parallelogrammum maximum.

## COROLLARIVM II.

Ex hôc iam habes mudum cubiculorum, aularum, & parietum, murorum, & omnium ferè ædificiorum ſuperficies metiendi; cum enim ædificia vt plurimum rectos habeant angulos. longitudinem per latitudinem multiplicandu eorum aream notam habebis.

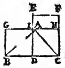
Pariter ſi ſcias quot lateres verbi gratia neceſſarij ſint in longum quot in latum, per multiplicatiooem habebitur numerus laterum neceſſariorum ad inſternendum quemcumque locum.

In quo vnum notaodum: ſi lateres quadrati non ſint, neceſſarium eſſe vt in vna linea diſponaotur ſecundum longitudioem, in alia verò diſponautur ſecundùm latitudinem, & per multiplicationem pariter numerus habebitur. quod ſatis manifeſtum eſt.

## PROPOSITIO II.

Theurema.

*Rectangulum ſuper dimidia baſi trianguli deſcriptum & ipſi iſoperimetrum maius eſt triangulo.*




Hic primò errorem imperitorum detegimus: qui ex ambitu, ſeu perimetro alicuius figuræ, aream & capacitatem, ſe poſſe elicere exiſtimant, habentque pro primo principio, areas eſſe æquales, ſi figurarum ambitus fuerit æqualis, quem errorem, vt melliùs natura arearum, aut ſuperficierom innoteſcat, aliquibus propoſitionibus depellere conabor.

Sit ergo primum triangulum quodcumque ABC, ſuper cuius dimidia baſi DC excitetur rectangulum D E F C iſoperimetrum triangulo ABC. dico illud maius eſſe triangulo ABC, per punctum A lineæ B C ducatur parallela A G, ad quam ex puncto B. ducatur perpendicularis BG.

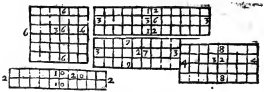
Demonſtratio. cùm in triangulo ABG angulus G ſit rectus, latus AB maius erit latere G B, & conſequenter lineâ ID; pariter oſtendam lineam HC minorem eſſe linea AC, quare rectangulum DIHC, minorem habet ambitum, quam triangulum A B C; erunt igitur augenda latera DI, DH in F & E vt fiant duo ſimul, æqualia duobus lateribus AB, AC. ſed (*per* 41. 1.) triangulum ABC, & rectangulum DIHC, ſunt æqualia, rectangulum aotem DIHC minus eſt rectangulo DEFC, igitur rectangulum DEFC iſoperimetrum triangulo, eò maius eſt quod erat oſtendendum.

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*Rectangulorum iſoperimetrorum illud maius eſt quod latera magis habet æqualia.*

Sic



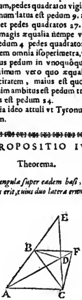
Siot plurima rectangula isoperimetra; dico illud quod latera magis æqualia habebit, maius esse sit igitur rectangulum, cuius latera sunt æqualia, & 6. pedum continet triginta sex pedes quadratos, quod vnum latus habet pedum 10. & aliud duorum pedum, pedes quadratos viginti continet, illud cuius vnum latus est pedum 9. aliud pedum trium continet pedes quadratos 27. Illud cuius latera erunt magis æqualia nempe vnum pedum octo aliud pedum 4 pedes quadratos 32. continet. sunt autem omnia isoperimetra, vt satis constat si numerus pedum in vnoquôque latere inatur. Penultimum vero quo æquale est primo quo ad capacitatem, maius est quo ad perimetrum: eius enim ambitus est pedum triginta primi verò ambitus est pedum 24.

Quæ omnia ideo attuli vt Tyronum imaginationi seruirem.

## PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Si sint duo triangula super eadem basi, isoperimetra illud maius erit, cuius duo latera erunt æqualia.*




Sint duo triangula ABC, ADC, super eâdem basi AC, & isoperimetra sintque duo latera AB, BC æqualia. dico triangulum ABC maius esse triangulô ADC. producatur AB, in E, sintque AB, BE, æquales; & consequenter BE, BC. iungatur linea BD.

Demonstratio. in triangulo ADE latera AD, DE, reliquô AE sunt maiora, hoc est maiora quàm AB, BC, & consequentèr maiora quam AD, DC; quare ablatô communi latere AD, erit linea DC minor quàm DE, quare in triangulis EBD, DBC, in quibus latus BD commune est & BE, BC æqualia, cum basis ED maior sit basi CD; erit angulus EBD, maior angulo DBC. (*per* 25. 1.) igitur angulus EBD est plusqoam media pars anguli totius EBC, qui cum sit externus in triangulo ABC, & æqualis (*per* 32. 1.) angulis BAC, BCA æqualibus inter se(*per* 5.1.)erit angolus EBD maior opposito BAC, fiat igitur EBF æqualis angulo BAC, productâque AD, donec concurrat cum BF, ducatur linea CF, constat lineas BF, AC parallelas esse, & (*per* 37. 1.) triangula ABC, AFC esse æqualia; sed ADC minus est, quam AFC, igitur triangulum ADC, minus est triangulô ABC; quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO V.

Theorema.

*Area trianguli rectanguli, æqualis est dimidio rectangulo, sub cruribus comprehenso.*



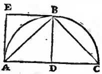

Sit triang ABC rectangulum in B. dico eius aream æqualem esse mediæ parti rectanguli comprehensi sub cruribus AB, BC. perfectô enim rectangulô ABCD clarum est (*per* 34. 1.) triangulum ABC illius esse dimidium.

Quare si latus AB, per dimidiam partem lateris BC, id est per BE multiplices, fiet rectangulum ABEF, cuius area æqualis erit triangulo ABC, quod etiam manifestum fiet eo quod triangula COE, AOF sint æqualia. pariter si totum latus CB multiplices per dimidiam partem lateris AB. idem exurget rectangulum cuius area æqualis erit, areæ triang.

## PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Trianguli isoscelis rectanguli, area æqualis est quadrato dimidiæ basis, & dimidiato quadrato cuiuslibet cruris.*



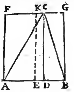

Sit triangulum rectangulum ABC; cuius latera duo AB, BC sint æqualia; dico eius aream æqualem esse, quadrato dimidiæ basis AD. aut mediæ partis quadrati lateris AB. diuidatur basis AC bifariam in D, ducaturque linea BD. cum angulus ABC sit rectus poterit duci semicirculus ABC (*per* 31. 3.) item linea DB erit perpendicularis: sunt enim arcus AB, BC æqoales, cum lineæ AB, BC æquales sint, quare si perficiatur rectangulum DE, clarum est illud esse æquale triangulo ABC, cum triangulum ABD vtriusque sit dimidium. item (*per* 47. 1.) lateris AB, quadratum, æquale est quadratis AD, DB, æqualibus & conse

& conſequenter duplum quadrati lineæ AD;igitur & duplum trianguli ABC. quod erat ſecundum; quare in ſimili triangulô cognita baſi cognoſcitur area trianguli.

## PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Area cuiuſcumque trianguli æqualis eſt rectangulo comprehenſo, ſub dimidia baſi; & ſub perpendiculari ducta, ab angulo ad baſin.*




Sit triangulum ABC, cuius baſis AB: ſitquè ab angulo C, qui baſi oppouitur, ad ipſam baſin ducta perpendicularis DC. ſitque diuiſa bifariam baſis AB, in puncto E; dico triangulum ABC æquale eſſe rectangulo comprehenſo ſub AE, DC. per punctum C ducatur linea CF parallela lineæ AB; item ducantur ad AB perpendiculares AF, E K, BG, quæ parallelæ erunt lineæ CD & ipſi æquales.

Demonſtratio. rectangulum ABGF. (*per 41.1.*) duplum eſt trianguli ABC, ſed etiam duplum eſt rectanguli AEKF. (*per 1. 6.*) igitur rectangulum AEKF. æquale eſt triangulo ACB. quod erat demonſtrandum.

Praxis ſi proponeretur triangulum ABC metiendum, metire tantum eius baſin AB, & eam percurrendo, Gnomone angulum rectum continente;quære punctum D in quod cadit perpendicularis,quod facilè exequeris,ſi relictô ſignô in puncto A, illud reſpicias ſecundum vnum Gnomonis latus, & ſecundum aliud reſpicias punctum C. inuento punctô D,metire perpendicularem DC; multiplica perpendicularem DC, per dimidiam baſin AB; vel è contrà dimidiam perpendicularem CD,per totam baſin AB, numerus ex hac multiplicatione genitus, erit æqualis areæ trianguli ABC.

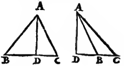
## PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*In omni triangulo, vt ſinus totus, ad ſinum cuiuſcumque anguli; ita rectangulum ſub lateribus talem angulum comprehendentibus, ad duplum trianguli.*

Sit triangulum ABC,dico ita eſſe
Sinum totum
Ad ſinum angulli B
Vt ſe habet rectangulum ſub AB,BC
Ad duplum trianguli.

Ducatur perpendicularis A D ſive cadat intra triangulum,ſive cadat extra.




Demonſtratio. (*per primam 2. trigonom*) cùm angulus D, ſit rectus ita eſt ſinus anguli D recti, ſeu ſinus totus: ad ſinum anguli B: ſicut latus AB ad perpendicularem AD; vt autem AB ad AD, ſumptâ communi altitudine BC, ita rectangulum ſub AB, BC; ad rectangulum ſub AD, BC, quod vltimum rectangulum, eſt duplum trianguli ABC, nempe comprehenſum ſub totâ baſi, & perpendiculari: igitur vt ſinus totus ad ſinum anguli B, ita rectangulum ſub AB, BC, ad duplum trianguli quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO IX.

Problema.

*Cognitis duobus trianguli lateribus,& angulô ab ipſis comprehenſo inuenire aream.*

Sit cognitus angulus B, & latera A B, BC, fiat regula trium in qua primum locum obtineat ſinus totus. Secundum ſinus anguli B. Tertium numerus qui eaurget ex multiplicatione laterum AB, BC, ad inuicem; quartus numerus proportionalis; erit duplus areæ trianguli.

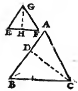
Praxis logarithmica adde ſimul
Logarithmum ſinus anguli ABC
Logarithmum lateris AB
Logarithmum lateris BC

Fiatque eorum ſumma è quâ ſubtrahes logarithmum, ſinus totius:reſtabit logarithmus dupli,ipſius trianguli.

## PROPOSITIO V.

Problema.

*Cognitô vnô latere, & angulis duobus aream trianguli inueſtigare.*




Sint trianguli ABC cogniti anguli B, & C. quæritur area. primò inquiratur latus AB hôc modò; cognitis angulis B, & C cognoſcitur angulus

angulus A; reliquus nempe ad duos rectos, quare fiat (*per primam 2. trigonometriæ.*)

Vt sinus anguli A,
Ad sinum anguli C.
Ita latus BC.
Ad latus AB fiat item
Vt sinus totus ad sinum anguli B ita rectangulum sub AB, BC ad duplum trianguli.

Secundò investigetur perpendicularis BC, si fiat vt sinus totus anguli D recti,

Ad sinum anguli B.
Ita BC.
Ad CD.

Cognitâ autem CD, investiga vt priùs latus AB, cuius si dimidium multiplicees per DC. numerus productos erit area trianguli (*per 7. huius.*)

Tertiò qui careret sinuum tabula, in chartâ separata duceret lineam EF tot partium æqualium, quot orgyarum, aut pedum est linea BC fiat angulus E, angulo B; & angulus F angulo C æqualis, ducaturque perpendicularis GH, & metire quot partes æquales contineat. multiplica numerum partium in GH inventarum, per dimidiam EF, & exurget area trianguli. (*per 7. huius.*)

## PROPOSITIO XI.

### Problema.

*Cognitis tribus trianguli lateribus aream cognoscere.*

Fiat in charta separata triangulum ex tribus lineis, totidem partes æquales continentibus, quot pedes continent latera trianguli propositi (*per 22. 1. Eucl.*) tum ex quolibet trianguli angulo, ad latus oppositum ducatur perpendicularis, si numerum partium æqualium quas continet, per dimidium latus in quod cadit perpendicularis multiplicetur exurget area trianguli. (*per 7. huius.*

Secundò in triangulo ABC, in quo omnia latera cognoscuntur (*per Problema 10. 3. trigon.*) quæratur angulus quicumque B (*& per 8. huius*) cognoscetur area trianguli.

Tertiò cognitô angulo B fiat summa laterum, quæ bifariam dividatur, vt habeatur semisumma, à quâ semisummâ subtrahe latus AC oppositum angulo B, restabitque eius differentia. tum fiat

Vt sinus totus.
Ad tangentem semianguli B.
Ita rectangulum comprehensum sub semisummâ, & differentiâ lateris AC.
Ad aream trianguli.

Hæc analogia demonstrata est propositione decimâ, libri tertij Trigon.

Quartò sine inuentione angulorum. Addantur simul tria latera: fiatque eorum summa, quæ divisa bifariàm dabit semisummam, à qua singillatim singula latera subtrahes vt habeatur singulorum differentia. fiat rectangulum sub semisummâ, & differentiâ lateris cuiuscumque nempe multiplicando, illa per semisummam.

Item fiat rectangulum sub differentiis reliquorum laterum Area trianguli (*per 15. 3. trig.*) est media proportionalis inter hæc duo rectangula. quare multiplicentur in se invicem. Et ex producto extrahatur radix quadrata, hæc erit area trianguli.

## PRAXIS LOGARITHMICA.

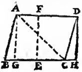
Logarithmi trium differentiarum, & semisummæ simul addantur; & hoc aggregatum dimidatur, bifariam, erit enim logarithmus areæ. Cum enim vt iam diximus vt rectangulum sub semisummâ & vnâ differentia, ad aream trianguli; ita area trianguli, ad rectangulum sub aliis differentiis comprehensum, ergo logarithmus areæ trianguli bis sumptus, æqualis est logarithmis rectangulorum. logarithmus autem rectanguli cuiuscumque æquatur logarithmis linearum sub quibus comprehenditur. hoc est si duo numeri se multiplicent, logarithmus producti æqualis est, logarithmis numerorum in se invicem ductorum secundùm regulas communes logarithmorum.

## PROPOSITIO XII.

### Problema.

*Parallelogramma metiri.*

Postquam methodum metiendorum omnium triangulorum tradidimus ad figuras quadrilateras accedimus. Et primò quidem omnia quadrilatera rectangula facilè innotescunt; si enim vnum latus per aliud multiplicemos exurget area rectanguli vt iam docuimus. primo ergo occurrunt parallelogramma quæcumque,




Sit ergo parallelogrammum ABCD metire vnum eius latus BC, item metire FE perpendicularem ductam ad oppositum latus, dico si multiplices latus BC, per perpendicularem FE, productum iri aream parallelogrammi ABCD. ex punctis A & D demittantur perpendiculares AG, DH, quæ parallelæ erunt inter se, & æquales lineæ FE.

Demonstratio cum triangula ABG, DCH. habeant angulos G, & æquales vt pote rectos, habeant item angulos B & DCH, æquales, externum & internum in parallelis, item lineæ AB, CD, sint æquales, erunt omnia in triangulis æqualia, & consequenter lineæ BG, CH, æqualea erunt; quibus si addas communem lineam GC, erunt lineæ GH, BC æquales. manifestum autem est rectangulum AGHD æquale esse parallelogrammo ABCD, illiusque aream haberi, ex multiplicatione, lineæ GH, aut BC per perpendicularem AG, aut EF; ergo & area parallelogrammi eôdem modô habebitur.

Quod si difficile sit ducere perpendicularem FE, constitue in charta separata parallelogrammum simile parallelogrammo ABCD, quod difficile non erit, si fiat linea tot partes æquales continens quot sunt pedes in BC, item fiat an-

gulus angulo B æqualis, & alia linea tot partes æquales contineat, quot sunt pedes in AB perficiaturque parallelogrammum, in quo ducatur perpendicularis. quot enim partes continebit, tot pedes erunt in perpendiculari maioris trianguli.

Hanc eandem perpendicularem, facilè per instrumentum quodlibet obtinebis, vt per quadratum geometricum, modò in eo exhiberi possit angulus B quæ omnia clara sunt. Meliùs tamen & certius per trigonometriam eandem perpendicularem cognosces. nam in triangulo ABC rectangulum in G. fi fiat vt finus totus, nempe anguli recti G, ad finum anguli B. ita AB ad quartum numerum, hic erit perpendicularis AG.

Dum in charta operaberis si carcas instrumento quo angulum B metiaris: metire diagonalem AC, & ex tribus lineis AB, BC AC constitue triangulum, item ex tribus AC, AD, CD. quod obseruandum est, quotiescumque superficies in chartam transferenda est.

Praxis secunda ad metienda parallelogramma quæcumque, modò habeatur angulus vnus, & duo latera circa talem angulum. hæc erit.ponamus enim angulum B, esse cognitum; simul cum lateribus AB, BC. fiat vt sinus totus.

Ad finum anguli B.

Ita rectang. sub AB, BC.

Ad aream parallelogrammi ABCD.

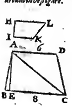
Denstratio in triangulo ABC (*per 8.huius*) vidimus ita esse sinum totum ad sinum anguli B, sicut se habet rectangulum sub AB, BC, ad duplum trianguli ABC nempe ad parallelogrammum ABCD.

Non lubet ista minutius distinguere, cum sint faciliora, & vsu facilè addiscantur. ideoque hic Rhombum à Rhomboide non distinguo cum sit vtriusque metiendi eadem methodus.

## PROPOSITIO XIII.

Problema.

*Trapezij, cuius duo latera opposita sunt parallela, aream inuestigare.*




Sit trapezium ABCD cuius duo latera AD, BC sint parallela: sitque BC 8, & AD 6. fiat summa linearum AD. BC, sictque 14. quam partior bifariàm relinquentur 7. ducatur perpendicularis AE, quæ sit quinque partium; multiplica 7.per 5.fiétque 35 dico trapezij ABCD. aream esse pedum quadratorum 35. ducatur linea AC quâ diuidatur trapezium in duo triangula ABC ADC.

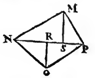
Demonstratio area trapezij ABCD æqualis est duabus areis triangulorum ABC, ADC, sed (*per 5. huius*) area trianguli ABC æqualis est rectangulo sub AE, & dimidia BC, item area trianguli ABC æqualis est rectangulo comprehenso, sub AE & dimidiâ AD: sed (*per primam 2. Eucl.*) rectangula comprehensa sub insectâ AE, & dimidia AC & sub eâdem AE, & dimidia AD æquale est rectangulo quod comprehenditur sub eadem AE, & duabus meditis partibus simul iunctis, tanquam vnicâ lineâ: igitur area rectanguli sub AE, & sub dimidiâ parte rectarum AD, BC, simul iunctarum; æqualis est areæ trapezij ABCD quod erat demonstrandum.

Quod si trapezium constet angulis duobus rectis facilior erit operatio; nempe perpendicularis iam ducta erit: vnde si semisumma laterum parallelorum HL, IK, multiplicetur per latus HI quod supponitur esse perpendiculare, eo quod anguli H. & I sint recti; habebitur area trapezij H I K L.

## PROPOSITIO XIV.

Problema.

*Trapezij cuius nulla sunt latera parallela aream inuestigare.*




Sit trapezium MNOP cuius latera non sint parallela aut nesciatur an sint parallela. diuidatur in duo triangula ductâ lineâ NP, ductisque ex M, & O perpendicularibus OR, MS. multiplica singulas perpendiculares, per dimidiam NP & habebis (*per 5 huius*) aream vtriusque trianguli, vel vtramq, perpendicularem simul adde, & summam diuide bifariàm. hoc dimidium multiplica per totam N P, & habebis rectangulum æquale trapezio.

Demonstratio (*per 1. 2. Eucl.*) rectangulum quod sit ex NP, & duabus medijs partibus perpendicularium MS, & OR æquale est duobus rectangulis comprehensis sub eadem NP, & sub dimidia parte perpendicularium, quorum quodlibet æquale est suo triangulo: ergo tale rectangulum æquale est trapezio quod erat demonstrandum.

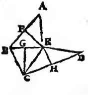
Si accidat vt tam latera N M, N O; quam MP, PO sint æqualia facilior erit operatio, nempe lineæ MS, OR erunt vnica linea: ideoque ductis lineis si NP MO, dimidium vnius per alteram multiplices habebitur area trapezij.

## PROPOSITIO XV.

Problema.

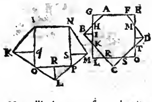
*Cuiuslibet polygoni aream inuestigare.*

Sit polygonum quodcumque irregulare ABCDE cuius area inuestigatur resoluatur polygonum




gonum in duo, tria aut plura triangula, vt in appofito exemplo polygonum ABCD refolve in tria triangula ductis realiter, aut faltem intellectis BE, CE dixi intellectis, fi enim in folo operandum effet tantum apponerem figna vifibilia, in punctis A, B, C, D, E: tum decempedâ metirer latus AB, & illud peteurrendo: inftrumentô quocúmque adverterem punctum F, in quod cadit perpendicularis FE, quam etiam metirer, metirer item latus BE, advertendo in quod punctum lineæ BE, eadit perpendicularis C G; quam etiam metiri debeo, idem dico de latere CD, & perpendiculari E H. tum multiplico AB per dimidium P E, & habebitur area trianguli ABE. tota BE, multiplicata per dimidiam CG, exhibet aream trianguli BEC. denique area trianguli D E C orietur, ex multiplicatione lateris CD, per dimidiam EH. quæ omnia fatis ex fuperioribus patent.

Poterit idem haberi fine perpendicularibus fi cuiuflibet anguli per fola latera area cognofcatur, vt fupra docuimus.




Nonnulli viam operofiorem ineunt quam exactiorem exiftimant. propofito enim quôcumque irregulari polygono, inferibunt, rectangulum quam poffunt maximum; deinde reliquas in triangula redactas praxi fuperiori metiuntur; vti fi proponatur polygonum irregulare I K L M N; ductis perpendicularibus IO, NP. ductâ item linea O P, quæ fit parallela lineæ IN; metiuntur IN, I O, & per multiplicationem exurgit area rectanguli IOPN, tum metiuntur fingula triangula IKO, OLP, NMP.

Hæc pratis facilè demonftrari poteft, non apparet tamen ratio, cur non immediatè polygonum I K L M N non refolvant in tria triangula ductis lineis I L, L N. nifi quod exiftiment menfurationem areæ per triangula in praxi effe erroribus obnoxiam: non video autem cui fundamento innitantur.

Nonnulli propofitô polygono irregulari, rectangulum ita deferibunt, vt fecundum aliquid fui, fit extra polygonum, & fecundum alias partes prioribus æquales, fit intra polygonum, quod fi partes illius quæ funt intra polygonum, non fint omninò æquales; illius exceffus habenda eft ratio. fed exemplô meliùs tota methodus innotefcet.

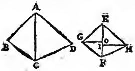
Sit ergo propofitum polygonom A B C D F. productâ linea A F in E, & G, ex dimidio latere AB, nempe ex puncto H ducatur perpendicularis H G quæ vlteriùs producta fecet latus BC in K. ducatur item perpendicularis BI, fitque KL æqualis lineæ KI & per punctum L agatur LO parallela ipfi GE, pariter ex dimidiô latere FD, nempe ex punctô M ducatur perpendicularis ME, quæ producta fecet LO in O. ex D ducatur perpendicularis DN. clarum eft triangula AHG, HBI æqualia effe, item BIK, KLR, item FEM. MND. quare tota inæqualitas erit in triangulis RSC. & NDT; quæ duo triangula fimul, minora funt triangulo S O T, alioquin rectangulum GLOE, æquale effet, polygono ABCDF. vnde metiendum eft triangulum SOT, fimul cum duobus RCS, NDT.

Fateor hanc praxin in multis facilem effe in aliis difficiliorem; fed eum fæpè in vfu communi minutiæ negligantur poterit optimè adhiberi.

## PROPOSITIO XVI.

### Problema.

*Methodus facillima metiendi omnia polygona quantumvis irregularia.*



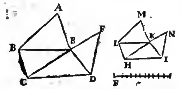

Quia operari in eharta facillimum, in folo verò operofiffimum; ideo methodum proponam facillimam. Sit ergo propofitum polygonum ABCD, excitatis tribus fignis in punctis A, B, D, in puncto C ftatuatur quodcúmque inftrumentum geometricum, vt habeantur duo anguli ACB, ACD. metire, lineam AC, tum relictô figno in punctô C, transfer inftrumentum in punctum A, & metire BAC, C A D. & in eharta feparata fiat linea EF tot partium æqualium, quot AC invenra eft continere pedes, fintque anguli EFG, EFH, angulis A C B, ACD æquales, item FEG, FEH angulis CAB. CAD æquales, fitque polygonum EGFH fimile polygono ABCD. denique in eharta duc ad lineam EF perpendiculares GO, HI, fciafque quot partes in perpendicularibus contineantur, æquales partibus lineæ EF, multiplica perpendiculares fingulas, per dimidiam E F, & habebis numerum pedum quadratorum in polygono ABCD contentorum.

PROPO.

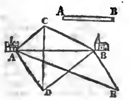
PROPOSITIO XVII.

Problema.

*Dato polygonô,in solo,descriptô,simile polygonum in charta describere per diagonales.*




Antequam vlteriùs procedamus, in investigatione arearum, quia multa facillimè in charta præstare possumus, quæ ob inæqualitatem soli, in terra exequi difficillimum est; ideò methodos aliquas transferendi in chartam,ea quæ in agris, & ædificiis,invenimus,præmittere debui. prima igitur methodus erit per diagonales, si nempe non tantum latera polygonum comprehendentia, sed etiam distantiæ quæcumque cognoscantur. sit enim polygonum quodcúmque ABCDE in terra, sit nempe ager, metire omnes lineas AB, AE, EB, BC, CE, CD, DE. Ita vt eas omnes cognoscas, in communi aliqua mensura, verbi gratiâ pede, scias nempe quot pedum sit vnaquæque recensitarum linearum. fiat scala, quæcúmque F, in charta quæ dividatur in partes æquales, quas prò pedibus substituemus: ducatur linea H I, tot continens partes lineæ F, quot sunt in CD pedes. item circinô tot accipiantur partes scalæ F, quot sunt pedes in lineâ CE, & ex punctô H, eô intervallô fiat arcus circuli; item circinô assume tot scalæ F partes; quot sunt pedes in linea D E, & ex punctô I, eô intervallô fiat arcus secans priorem in punctô K. ducantur lineæ H K, I K, idem præsta in triangulo BEC, vt invenias punctum L, & circa triangulum ABE, vt invenias punctum M: eruntque (*per 5. sexti Eucl.*) singula triangula HILMK, æquiangula triangulis polygoni ABCDE. cum latera lateribus sint proportionalia.



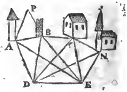

Hac methodô construuntur mappæ geographicæ regionum. si quis enim regionem integram velit delineare, primo debet tenere distantiam, quæ intercedit inter vrbem aliquam, & duo quæcumque alia loca, etiam in mappa notanda. factâ enim vt priùs scalâ, si vrbem de qua est quæstio statuas in quocúmque tuæ chartæ punctô. si vicinum pagum constituere velis, assumes in scala tua,tot partes pro milliaribus suppositas, quot pagus ille milliaribus ab vrbe distat: ibique illum collocabis, tum si alterius pagi locus inveniendus sit, vtraque distantia tam ab vrbe,quam à priori pago cognoscenda est: factôque vt priùs triangulô,eius locum habebis,atque ita ad cætera loca procedes,fietque mappa geographica.

In quo vnum notandum est, necessarium esse cognosci distantiam vnius loci ab alio, viâ rectâ & brevissimâ; alioquin nihil certi præstari poterit, si quis enim Sabaudiam nostram ea methodo delineare voluerit, cum sæpè accidat, vt distantia quæ inter duas vrbes intercedit sit via recta trium Leucarum, & propter montes asperrimos inveniantur duodecim, fallacem esse descriptionem necesse est, nisi eorum ratio habeatur. Immò qui rem accuratissimè exequi voluerit, non via regia, penes quam tamen vt plurimum locorum distantia numeratur, sed rectâ lineâ procedendum esset, & non rudi tantum vulgi sensu sed methodo paulo diligentiori iter emetiendum. quando ergo nihil obstat, hæc praxis non erit inutilis.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

*Dato polygono per angulos, simile polygonum in charta delineare.*




Hæc praxis adhibenda est quotiescúmque, ex vnô eodémque locô, plura simul loca videri possunt; siot ergo aut polygonum irregulare in chartam transferendum, aut regionis alicuius situs describendus sintque in ea regione pagi A, B, C, N aut vrbes, promontoria, & alia huiusmodi. seligantur duo loca D & E satis inter se dissita, ex quibus pagi aut omnes, aut saltem duo aut tres videri possint. dixi satis dissita inter se; quò enim distantia inter D, & E fuerit maior; eò minus erit erroris periculum. statuatur in loco D instrumentum geometricum quodcumque, verbi gratiâ semicirculus, quo angulorum ADE, BDE, CDE quantitatem metieris, percurre item exapedâ, lineam DE, vt scias quot orgyas, & pedes contineat, translatóque in punctum E instrumentô,rursus angulos AED, BED, CED metieris, tum in charta tua, primò scalam constitues, cuius partes orgyas aut pedes aut milliaria repræsentabunt. fiat F G linea, tot partium scalæ tuæ, quot pedum, orgyarum, aut milliariorum inventa est linea D E, fiantque angulis ADE, BDE, CDE æquales anguli HFG, IFG, KFG, angulis autem AED, BED, CED, fiant æquales HGF, IGF,

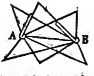
IGF; KGF. dico polygonum FHIKG, simile esse, polygono ABCED.




Demonstratio. cum triangula ADE HFG, duos angulos singulos singulis æquales habeant, nempe ADE HFG, & AED (*per* 32. 1 *Euc*) erunt æquiangula triangula & (*per* 36) latera habebunt proportionalia, idem ostendam de reliquis triangulis. ostendam igitur ita esse AE ad HG, & BE ad IG, sicut DE ad FG. item angulú AEB æqualem esse angulo HGL. cum ergo triangula AEB, HGL habeant vnum angulum æqualem; & circa illum latera proportionalia, erunt (*per* 5. 6.) æquiangula, quare angulus EAB æqualis erit angulo GHL: sed iam DAE ostensus est æqualis angulo FHL: ergo totus angulus DAB æqualis est toti angulo FHL, ita ostendam reliquos angulos vnius polygoni æquales esse angulis alterius, item ostendimus latera esse proportionalia, ergo polygona ABCED GFHLK sunt omnino similia, quod erat demonstrandum.

Si essent aliqua loca quæ ex E, & D videri non possent verbi gratia punctum P, collocatô semicirculo in punctis A & B; si metiamur angulos PAB, PBA, faciamus illis æquales MIH, MIH, constituemus punctum M in suo proprio loco, atque ita omnes pagos, vrbes, montes lacus alicuius regionis in suo situ collocabimus, vnicam tantum distantiam metiendo.

Hâc methodô possunt qui arcem obsident, totius arcis ichnographiam describere, modò ex quatuor, aut quinque stationibus, eius singulas partes perlustrare liceat. nempe propugnaculorum apices, angulos turres cæteráque notatu digna.



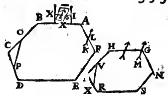

In tabella autem simplici id perficere possumus modò allidadæ centrum in diversis eius punctis sisti possit tunc per simplices allidadæ ductus lineæ in chartâ notentur, diligenter cavendum est à confusione, quæ oriretur si lineæ ad idem punctum pertinentes ab aliis non distinguerentur.

## PROPOSITIO XIX.

Problema.

*Datô polygonô cuius anguli simul ex eodem loco videri non possint, simile polygonum efformare, & cuiuscumque ædificij, aut vrbis ichnographiam delineare.*






Sit polygonum quodcumque ABCDEF propositum, verbi gratiâ ager, sylva, ita vt nec percurri possint lineæ diagunales; nec angulorum ex aliquo loco prospectus pateat, merito primo lineam AB. cui proportionalem in charta duces, voco autem proportionalem, tot partium ex scala desumptarum constantem, quot in linea AB fuerint orgyæ aut pedes, in puncto G constituatur angulus, æqualis angulo A, quod multis instrumentis præstare possumus. ortinò si semicirculô metiamur angulum A, est tamen sæpè inutilis semicirculus; si AB; AF sint duo muri, sive enim interiùs sive exterius procedamus, applicari non poterit instrumentum si item nisi à peritissimo, tunc enim debent haberi regulæ ligneæ quæ applicentur muris, ita vt centrum semicirculi removeatur ab alterutro muro, & allidada, sit muro parallela. compassus proportionalis id præstabit faciliùs, cùm aperiri possit, & coarctari secundùm omnes angulos. Crux Geometrica id facilè exequitur, si interiùs operemur, regula magnetica omnium optimè. si enim eius latus muro AB applices notesque gradum circuli cui acus, acumen incumbit, idemque præstas circa murum AF acus in circulo interceptus inter eos gradus, dabit quantitatem anguli BAF.

Idem qualibet pixide magneticâ exequeris. si asserculum habeas, in quo ducas lineam XI, lateri applicando parallelam. impositâ enim pixide donec acus suæ lineæ incumbat, angulus quem latus pixidis; cum linea XI comprehendit æqualis erit, angulo quem linea meridiana efficit. ponamus enim esse 80. graduum ad dexteram respicientis, idem fiat circa AF; nempe angulus FLK sit graduum 40. sed ad sinistram respicientis, in puncto G fiat angulus HGN æqualis angulo A. si opereris acu magneticâ, fit angulus MGH æqualis angulo invento in pixide, item angulus MGN æqualis angulo FLK tum fiat GN tot partium, ex scala desumptarum, quot pedum, aut orgyarum inventa est linea AF, & ita facies circa reliquas lineas, vel metiendo immediatè reliquos angulos, vel inquirendo angulos qui à muris cum meridiana efficiuntur, atque ita totum polygonum perficies dico polygonum hôc modô descriptum simile esse polygono prop.

Demonstratio. ea polygona sunt similia quæ habent latera proportionalia, hæc autem habent insuper omnes angulos æquales.

Si interius opteria aliô etiam modô quantitatem angulorum habere poteris. sit enim cognoscendus aut potius transferendus angulus C. hinc inde abscinde in lineis CB, CD, partes æquales CO, CP, sint verbi gratia quatuor pedes metire item lineam PO quæ sit sex pedum, & in puncto F lineæ HT sit constituendus angulus T æqualis angulo C, abscinde ex TH, lineam TV quatuor partium æqualium, ex scala

 desumptarum,

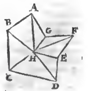
desumptarum, pariter fiat arcus TX ex puncto T tanquam centro qui sit quatuor partium, & ex puncto V pariter vt centro fiat arcus VX, sex partium, intersecans alium arcum in puncto X. ducatur linea TX, erit angulus T æqualis angulo C, eò quòd triangulum COP. habeat latera proportionalia, lateribus trianguli TVX

Hac methodo omnium ædificiorum ichnographiam delineamus, sed habenda est ratio crassitiei murorum In ædificiis tamen in quibus diagonales habere potes facilius, & certius operaberis, si metiaris diagonales: efficiasque triangula proportionalia. Item dum accidit vt muri sint inæquales adhibenda est regula. Secundùm eorum longitudinem. vt hôc modô inæqualitas corrigatur. operosum autem est negotium, eo quod singuli parietes sint ordine percurrendi singulisque applicanda aut pixis magnetica, aut aliud instrumentum, item singulorum longitudo metienda.

PROPOSITIO XX.

Problema.

*Ichnographiam polygoni omninò accessibilis aliter delineare.*




Sit denique polygonum ABCDEFG cuius ichnographia delineanda proponitur. seligo intra tale polygonum punctum aliquod H, ex quo singulos polygoni angulos prospicere liceat, metire omnes angulos AHG, GHF, FHE, EHD, DHC. CHB BHA, metire item omnes lineas HA, HG, HF, HE, HD, HC, HB. in charta tua fiant anguli ordine æquales angulis recensitis, & lineæ fiant tot partium æqualium quot pedum lineæ propositæ inventæ sunt. & habebis ichnographiam propositi polygoni seu polygonum, dato simile.

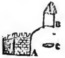
Demonstratio. polygonum hâc methodô in charta descriptum, constabit singulis triangulis quæ prioribus similia erunt, (*per 6.6. Eucl*) eò quòd constent angulo æquali, circa quem latera sunt proportionalia.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

*Omnium ædificiorum, & arcium ichnographiam delineare.*

Quia superiores methodi delineandis ichnographiis commodæ sunt Ideo iis applicandæ sunt ichnos autem Græce vestigium dicitur; sicut ergo dum materiæ molli insistit homo, imprimere dicitur vestigium, ita etiam vestigium domus dicitur, pars illa horizontalis plani cui insistit quare nulla murorum elevationis habita ratione pars illa quam in subiecto plano regit, & occupat ædificium, dicitur vestigium. & illius descriptio, aut delineatio, vocabitur ichnographia. & prima est quam architectus sibi debet proponere, vt enim fundamenta fodiat ichnographiam in solo delineare debet immò si solum declive est aut asperum, nulla huius declivitatis habita ratione reduci debet ad planum horizontale. dum ergo civitatis integræ, aut regionis icbnographiam instituimus, planum horizontale cogitamus, quod omnia ædificia. & pagos secet; atque ita communes istius plani cum describendis corporibus sectiones, eorum ichnographiam componunt.



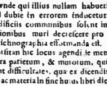

In hoc negotio nihil in mentem venit peculiare, nisi quod dum ea quæ describuntur, sunt in diversis planis horizontalibus: reducenda sunt ad vnum idemque planum horizontale nec declivis distantia metienda est sed tantum horizontalis, vt si sint duæ turres quarum altera sit in colli alia in valle collocata non sit eius distantia linea AB, sed AC. idem observandum est in polygonorum lateribus inclinatis quæ semper ad horizontalem lineam revocari debent. Cavendum etiam est in propugnaculorum aut turrium descriptionibus ne omittatur extuberans talus, vt plurimum enim hæc ædificia basin habent in imo multò latiorem, vnde qui illius nullam habuerit rationem haud dubie in errorem inducetur. Pariter quia in ædificiis communibus solent in singulis contignationibus muri decrescere pro singulis etiam sua ichnographia efformanda est.

Esset forsitan hic locus agendi de mensuratione quadrata parietum, & murorum, quia tamen aliquæ sunt difficultates, quæ ex dicendis penaêt ideo, de hac materia in fine huius libri dicemus.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

*Area polygoni circulo circumscripti, æqualis est rectangulo com, re ensi sub semidiametro, & eius semiambitu.*




Sit circulo cuius centrum A, circumscriptum polygonum

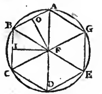
polygonom. dico eius aream æqualem esse rectangulo comprehenso sub semidiametto circuli, nempe AB, & sub semiambitu totius polygoni. resolvatur enim polygonum in triangula, ductis ex centro, ad singulos angulos rectis lineis AC, AD, &c. & ad punctum contactûs ducatur linea AE quæ (*per .6.3.Eucl.*) perpendicularis erit ad latus DC.

Demonstratio. trianguli DAC area æqualis est rectangulo sub AE, & dimidiâ DC, item trianguli CAF area, (*per 5. huius*) æqualis est rectangulo comprehenso sub AB, seu AE, & dimidia CF, & ita de reliquis triangulis, sed area polygoni æqualis est areæ omnium triangulorum simul, igitur area polygoni æqualis est rectangulo comprehenso sub AE, & sub linea composita ex dimidiis basibus DC, CF &c. nempe quæ sit æqualis dimidio ambitui. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

*Area polygoni regularis circulo inscripti, æqualis est rectangulo comprehenso sub semiambitu & perpendiculari ductâ à centro, ad latus vnum.*




Sit polygonum regolare ABCDE circulo inscriptum; dico illius aream æqualem esse, rectangulo comprehenso sub semiambitu polygoni, & perpendiculari FO. resolvatur enim polygonum in triangula, ductis ex centro F, lineis AF, BF, EF, &c.

Demonstratio. (*per 5. huius*) area trianguli ABF, æqualis est rectangulo comprehenso sub perpendiculari FO. & dimidia basi AB. pariter in triangulo BCF, perpendicularis FI æqualis erit perpendiculari FO, supponitur enim, polygonum regulare, hoc est æquiangulum, & æquilaterum cum ergo AB, BC sint æquales earum dimidiæ BI; BO erunt æquales. & (*per 8. 1.*) tota triangula sunt æqualia: ergo FI, FO, æquales sunt, triangulum autem BFC, æquale est rectangulo comprehenso sub FI, seu FO & dimidia BC, & ita de reliquis triangulis, ostendam eorum aream æqualem esse rectangulo comprehenso sub FO, & dimidiâ basi; igitur polygoni area; æqualis est rectangulo comprehenso, sub perpendiculari & dimidiô ambitu, quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM I.

Si fiat triangulum rectangulum cuius eadem sit altitudo nempe linea FO, & basis dopla seu totus ambitus illud erit æquale (*per 41. 1.*) rectangulo prædicto; ergo & toti polygono.



## COROLLARIVM II.

Si aream omnium polygonorum regularium in quadraris partium radij investigemus, quod facillimum est per tabulas sinuum; sciemus, quam rationem habeant inter se.

## PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

*In polygonis regularibus. vt sinus totus ad sinum dimidij anguli ita rectangulum comprehensum sub semiambitu, & lineâ ductâ, à centro, ad angulum ad aream polygoni*

Sit polygonum regulare ABCDE: dico ita esse sinum totum, ad sinum dimidij anguli ABC, seu ad sinum anguli FBA, sicut rectangulum comprehensum sub semiambitu & linea FB. ad aream totius polygoni.

Demonstratio (*per 8. huius*) ita est in triangulo ABF, sinus totus ad sinum anguli ABF, vt rectangulum comprehensum sub AB, BF, ad duplum trianguli, & consequenter vt media pars rectanguli, nempe rectangulum comprehensum sub dimidiâ AB, & linea AF, ad aream trianguli, idem dicendum est de reliquis triangulis; ergo sicut sinus totus, ad sinum dimidij anguli; ita rectangulum comprehensum sub semiambitu, & linea FB ad aream polygoni ABCD. quod erat demonstrandum.

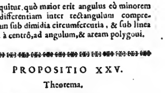
## COROLLARIVM.

Sequitur, quò maior erit angulus eò minorem forè differentiam inter rectangulum comprehensum sub dimidia circumferentia, & sub linea ducta à centrô, ad angulum, & aream polygoni.

## PROPOSITIO XXV.

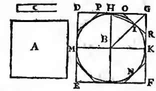
Theorema.

*Si detur quantitas maior circulô; poterit circulò circumscribi. polygonum ordinatum minus illâ quantitate.*




Sit quantitas A, cuius area sit maior circulô cuius centrum B; dico eidem circulo B, circumscribi posse polygonum ordinatum minus quantitate A. sit quantitas C, excessus quô quantitas A superat circulum B. describatur (*per 7. 4.*) quadratum circa circulum B, quod quadratum DEFG. si minus est quantitate A factum est quod quæritur, si verò adhuc maius est, dividantur arcus HK, KL, LM, MH

 bifariam



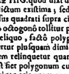

bifariam in I, N, &c. per quæ puncta ducantur tangentes OR & similes, fietque polygonum ordinatum circumſcriptum, nam(*per vltimam tertij Eucl.*) tangentes O H, OI æquales ſunt:ergo PO, OR earum duplæ æquales erunt. quod ſi adhuc polygonum octo laterum minus non eſt quantitate A, ſubdividantur arcus vt fiat polygonum 16.laterum 32.&c.

Demonſtratio. ex figurâ mixtâ HIG, nempe contenta arcu HI,& lineis IG,& HG,auferendo triangulum OIG, aufertur plusquam dimidium. nam in triangulo OIG rectangulo in puncto I,latus OG maius eſt latere OI,ergo maius eſt quam HO;ductâ igitur lineâ HI, cum triangula HIO, OIG (*per* 1. 6. *Eucl.*) ſe habeant vt baſes erit triangulum OIG, maius triangulô HIO; ergo OIG, eſt plusquam media pars trianguli rectilinei HIG,ergo multò magis erit plusquam media pars figuræ mixtæ HIG.quod dixi de illâ figurâ mixtâ, de aliis dictum exiſtima; ſed figuræ illæ mixtæ ſunt exceſſus quadrati ſupra circulum, ex quo exceſſu factô octogonô tollitur plusquam dimidium; & ex reliquo, factô polygonô ſexdecim laterum aufertur plusquam dimidium, & ita de cæteris, tandem relinquetur quantitas minor quam C. hoc eſt fiet polygonum cuius exceſſus ſupra circulum minor erit quam quantitas C.hoc eſt quod minus excedar circulum quam quantitas A.ergo quod minus ſit quam A. quod erat dem.

## PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

*Circulus æqualis eſt triangulo rectangulo, cuius vnum crus æquale eſt radio,& aliud circumferentiæ.*




Sit circulus A, cuius radius AB, circumferentia BCD. dico eius aream æqualem eſſe, triangulo rectangulo cuius altitudo ſit æqualis radio AB & baſis circumferentiæ BCD.

Demonſtratio. triangulum prædictum nec maius,nec minus eſt circulô;ergo æquale;non maius quia (*per* 25. *huius*) poſſet circumſcribi circulo polygonum ordinatum, minus illo triangulo. quod tamen maius eſſet illo nempe(*per* 21.)æquale eſſet rectangulo cuius altitudo radius, & baſis ſemiambitus polygoni, ſeu æquale triangulo rectangulo cuius altitudo radius, & baſis ambitus polygoni circumſcripti,qui ambitus maior eſt,circumferentiâ circuli, & conſequenter maior baſi trianguli propoſiti, eandem altitudinem habentis; ergo polygonum maius eſt triangulo, eſt igitur maius & minus triangulo. quare triangulum non eſt maius circulo.

Sed neque triangulum prædictum minus eſt circulo.quia(*per lemma prop.* 2.12.*Euc.noſtri*) poſſet inſcribi circulo polygonum ordinatum maius illo triangulo,& quod ſimul eò minus eſſet,nempe(*per cor.* 21.*huius*) æquale triangulo rectangulo cuius altitudo eſſet perpendicularis ducta à centro ad latus vnum,& quæ minor eſt radio, item baſis ambitus polygoni inſcripti qui minor eſt circumfer. circuli. ergo cum prædictum triangulum nec maius nec minus ſit circulô; illi æquale erit.

## COROLLARIVM.

Circulus eſt æqualis rectangulo, cuius vnum latus eſt ſemicircumferentia; & altitudo ſeu aliud latus eſt radius, nam triangulum rectangulum,& parallelogrammum etiam rectangulum duplo minorem habens baſin,ſi eandem habeant altitudinem ſeu ſi ſint inter duas parallelas ſunt æqualia.

## PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

*Quadratum ad circulum cui circumſcribitur, ſe habet vt* 14. *ad* 11.

Sit circulus cui circumſcribatur quadratum; dico aream quadrati ad aream circuli eſſe vt 14. ad 11.ferè ſeu quod idem eſt,ſi eadem linea ſit latus quadrati & diameter circuli: quadratum ad circulum ſe babebit vt 14.ad 11.

Demonſtratio. ſi fiat rectangulum, cuius altitudo, ſit æqualis dimidio lateri quadrati, ſeu ſemidiametro circuli, & baſis dupla lateris ſeu ſemidiametri circuli, illud erit æquale quadrato. Rectangulum autem æquale circulo, cuius altitudo eadem nempe ſemidiameter circuli; baſin habet ſemicircumferentiam, rectangula autem quorum eadem altitudo (*per* 1. 6. *Eucl.*) ſe habent vt baſes. ergo quadratum circumſcriptum ad circulum ſe habet vt dupla diametri ad dimidiam circumferentiam,nempe vt 14. ad 11.quod erat demonſtrandum; vel ſi velis aliam rationem exactiorem vt 142. ad $11\frac{1}{2}$ 994. ad 781. vel vt 20.ad $15\frac{1}{2}$ vel 200. ad 157.

Coroll. Datâ vel diametrô, vel circumferentiâ circuli, aream facilè cognoſces; primò datâ diametro,ſi fiat vt 14.ad 11.ita quadratum diametri,ad aliud habebis aream circuli.

Datâ autem circumferentiâ, ita aream habebis; diameter ad circumferentiam ſe habet vt 7. ad 22. quia autem (*per* 2.12.) quadrata ſunt in duplicatâ ratione laterum; fiat vt 7. ad 22. ſeu vt 14. ad 44 ita 44. ad 138. erit quadratum circumferentiæ, ad quadratum diametri vt 138.ad 14. eſt autem quadratum diametri ad circulum vt 14. ad 11. ergo erit quadratum circumferentiæ ad circulum vt 138. ad 11.

Si velis aſſumere quadratum dimidiæ circumferentiæ,erit diameter ad ſemicircumferentiâ vt 14.

ad

ad 22. fiat vt 14. ad 22. ita 22. ad $34.\frac{4}{7}$ fiat ergo vt $34\frac{4}{7}$ ad 11. ita quadratum semicircumferentiæ ad aream circuli.

Si quadrante, circumferentiæ, vti velis cum diameter ad quartam partem circumferentiæ se habeat vt 14. ad 11. fiat vt 14 ad 11. ita 11. ad $9\frac{3}{14}$ erit quadratum quadrantis ad aream; vt $9\frac{2}{14}$ ad 11. aliæ exactiores proportiones inueniri possunt, si aliæ adhiberentur proportiones diametri cum circumferentiâ.

## PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

*Areas sectorum inuenire.*

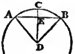
Primò quidem cognitò arcu sectoris alicuius cognoscitur ratio areæ totius circuli, ad sectorem. cum sector graduum verbi gratiâ 45. se habeat ad totum circulum, vt 45. ad 360. ex quo facilè cognoscere poteris, aream cuiuslibet sectoris. cognitâ ( *per præcedentem* ) areâ circuli, si fiat vt 360. ad 45. ita area circuli ad aliud habebitur area sectoris.

Vel si cognita sit, circuli diameter, & sectoris circumferentia, facile habebitur area sectoris, omnis enim sector æqualis est rectangulo, comprehenso sub semidiametrô, & dimidiô eius arcu. nam clarum est semicirculum verbi gratiâ esse, mediam partem circuli, cum ergo rectangulum comprehensum sub dimidiâ peripheriâ, & semidiametrô æquale sit circulo, rectangulum huius dimidium nempe comprehensum sub semidiametro & quarta parte diametri erit æquale semicirculo. cum autem ( *per* 28. 6. ) sectores se habeant vt arcus, & rectangula eandem altitudinem habentia, sint vt bases, omnis sector æqualis erit rectangulo comprehenso sub semidiametro & sub semicircumferentia eius.

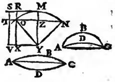
## PROPOSITIO XXIX.

Problema.

*Segmenta circuli metiri.*




Sit datum circuli segmentum ABC. debent autem aliqua cognosci nempe semidiameter AD, & arcus ACB. primò cognosces per superiorem aream sectoris ABD. cognosces item aream trianguli ADB, eò quòd cognoscas, ex suppositione semidiametrum DA, & angulum ADE, cognoscetur AE sinus anguli ADE, & ED sinus complementi. trianguli autem area æqualis est rectangulo comprehenso sub AE, ED; quæ si auferatur ab area sectoris ADB, restabit area segmenti ACB.



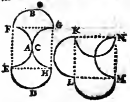

Dubitatur ab aliquibus, an area segmenti ONM æqualis sit rectangulo comprehenso, sub sinu versô ZM, & dimidiô arcu MO, ostendo autem aream esse maiorem. ductâ per O lineâ RX quæ sit parallela lineæ MY, erunt RM, OZ æquales; est autem arcus OM maior lineâ OZ vel RM, sit æqualis lineæ SM, perficiaturque rectangulum SY.

Demonstratio area sectoris OYN æqualis est rectangulo YS ( *per præcedentem* ) area trianguli ONY æqualis est rectangulo XZ ( *per* 5. *huius*) igitur area segmenti ONM æqualis est Gnomoni ZSX, ergo maior est rectangulo ZS, comprehenso sub sinu versô ZM, & arcu MO.

Hoc modò metiri poteris figuras lenticulares, qualis est ABCD. ductâ enim lineâ AC diuisa est figura in duo segmenta. quæ vt metiamur, quærendum est vtriusque centrum ( *per* 25. 3. ) & consequenter quot gradus vnumquodque segmentum contineat; deinde metiri debemus vtrumque sectorem, è cuius area si auferamus triangulum, restabit. vtriusque segmenti area.

Hac methodô metiemur lunulas. vt si sit lunula ABCD; ductâ lineâ AC, si metiamur segmentum ABC, à quo subtrahas segmentum ACD, restabit lunula ABCD.

Pariter aliæ figuræ ex segmentis constantes, quæ sæpe aliis rectilineis. æquales inueniuntur, vt figura ABCD, est æqualis quadrato EFGH. ex quadrato enim ablata sunt segmenta FAE, GCH, & addita aliis extremitis FBG, & EDH.



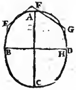

Idem accidit in figura KLMN.

Plura à plurimis hoc modò proponuntur, quæ semper inutilia iudicaui, vtpote quæ vix vllum habere possint vsum, & facilè percipiantur vnicô tantum nixa principiô, vel figurarum communicatione, vel translatione alicuius partis; qui plura volet consulat Betinum Apiario III.

## PROPOSITIO XXX.

Problema.

*Figuras curvilineas metiri*

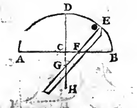



Quamvis ea quæ diximus Theoricè videantur sufficere, ad omnes figuras curvilineas metiendas, attamen com habeant praxin difficiliorem, immò nec omnes lineæ curvæ, ad circulum revocari possint ideò minuendæ difficultatis gratiâ alia praxis afferenda fuit. Sit ergo figura circularis ABCD, cuius area inquiritur, ex puncto F ducatur recta FE, qoæ non multum recedat à curuâ AB, producaturque vlterius, idem fiat ex alia parte, dico quadrilaterum BEFGD non multum, deficere à figora curuilinea BAD, ideóque si metiamur quadrilaterum BEFGD habebimus aream semifiguræ curvilioeæ BAD. Si quis exactius procedere velit, plures lineas ducat, quæ minus à curuilinea figura aberrabunt & habebit iotentum.

## PROPOSITIO XXXI.

Problema.

*Descriptio Ellypsis, seu ovalis figuræ.*

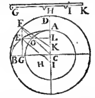



Quia Ellypsis seu ovalis figura, in multis operibus adhibetur eius descriptionem hic tradam, ex qua præcisè sumpta, facilè proprietates aliquas eruam, nollâ ratione habitâ coni cuius est sectio: sic enim bunc tractatum omninò independentem reddam, à principiis conicis, nimium difficilibus, quam vt in Geomerria Practica locum habeant. sint ergo describendæ Ellypseos duæ semidiametri AC, CD, se ioterseeantes perpédiculariter in puncto C, somator regola EG, in qoa notentur duæ semidiametri GE, FE, hoc est sit FE, æqualis semidiametro AC, & EF minori semidiametro DC. tum ita moveatur hæc regula vt ponctum F insistat maiori semidiametro AC, & puoctum G mioori CH, describetur, hoc motu regulæ aliqua figura ACBD, quam ovalem vocabo. fiuot aliqua Instrumenta quæ hanc figuram satis apposite describant. fit enim primò regula GK, in qua sunt duo cursoras H, & I mobiles; cuspis G immobilis, habetur deinde squadra quæ singulis quadrantibus applicatur, cui cuspides H & I ita aptantur, vt eius crura semper tangant & describetur Ellypsis proposita.

## PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

*Ellypsis secat ordinatim applicatas circulo, maioris diametri. In eadem ratione minoris, ad maiorem diametrum.*




Sit qoadrans Ellypsis AB sitque maior semidiameter CD. cuius circulus sit DB, sitque FG ordinatim applicata hoc est parallela minori semidiametro CA. dico lineam FG secari in puncto E, in eâdem ratione minoris diametri AC, ad maiorem CD: hoc est ita esse EG, ad FG; vt CA, ad CD, sit enim EI æqualis radio CD, & HE, radio minori AC. secundùm methodum describeodi Ellypsin suprà traditam, iungaturque linea FC.

Demonsttatio. lineæ E I, FC, supponuntur æquales. sunt autem FE, CI parallelæ. ergo FC, EI, sunt parallelæ. si enim duci posset alia parallela FK, essent parallelogrammum FKIE, & lineæ FK, EI, essent æquales, ergo & FC, FK, quod fieri non potest cum angulus FKC sit obtusus, in triangulo FCG, cum EH sit parallela basi, erit (*per* 4.6) vt FC ad EH, seu DC ad CA ita FG, ad EG, qood erat demonstrandum.

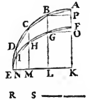
Pariter circulos minoris diametri, secat ordinatim applicatas, mioori diametrô Ellypsis, secundùm eaodem rationem, minoris diametri ad maiorem. ducatur enim per punctum O, linea LOE parallela G C; dico ita esse L O, ad LE, sicut OC minor radius, ad EI maiorem vt patet per 4. 6.

## PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

*Si intra circulum maioris diametri, & Ellypsin inscribantur polygona ordinata, erit polygonum Ellypsis, ad polygonum circuli, vt minor diameter ad maiorem.*

Sit




Sit circulus maioris diametri Ellypsis, cuius quadrantem ABCDE exhibeo, sitque quadrans Ellypsis FGHI. Inscribatur circulo polygonum ordinatum ABCDE, ductisque lineis B L, CM, DN. ducantur lineæ GF, HG, IH, IE, ita vt Ellypsi inscribatur polygonum totidem laterum: dico ita esse polygonum Ellypsi inscriptum, ad polygonum circulo inscriptum, sicut minor diameter KO, ad maiorem KA. ducantur lineæ BP, GO parallelæ diametro EK.

Demonstr. Ita est (*per præcedentem*) L G, ad LB, seu K O ad K P, sicut K F, ad K A; ergo (*per* 19. 5.) ita erit OF, ad HA, sicut KF, ad KA. vt autem KO, ad KP, ita (*per* 1.6.) rectangulum LO, ad rectangulum LP, & vt OF, ad PA, ita triangulum FGO, ad triangulum ABP, cum æquales habeant altitudines GO, BP, ergo ita erit rectangulum LO, ad rectangulum LP, sicut triangulum FGO, ad triangulum ABP. & (*per* 18. 5.) ita erit trapezium LKFG ad LKAB, sicut radius KF, ad radium KA, idem ostendam de reliquis trapeziis, ergo omnia trapezia, seu polygonum inscriptum Ellypsi, ad polygonum inscriptum circulo, se habet; vt minor radius KF, ad maiorem KA, quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXXIV.

### Theorema.

*Ellypsis ad circulum maioris diametri se habet; vt minor radius, ad maiorem.*

Sit quadrans Ellypsis FGHIE, & quadrans circuli maioris diametri ABCDE, dico ita esse Ellypsis, quadrantem, ad quadrantem circuli sicut KF, ad KA.

Nonnulli per methodum indivisibilium, ita rem absolvunt, intelligantur tot ductæ parallelæ, lineæ KA, quot duci possunt. ita vt totum repleant spatium; tam Ellypsis, quam circuli: cum omnes eôdem modô secentur ab Ellypsi, secundum rationem minoris radij ad maiorem, omnes parallelæ intra Ellypsin interceptæ, seu area Ellypsis ad aream circuli, erit vt minor radius ad maiorem.

Placet tamen methodô communi rem expedire. dico igitur ita esse circulum ad Ellypsin, sicut AK ad FK. & ostendo, nec maiorem; nec minorem esse rationem.

Sit enim primò si fieri potest maior ratio circuli, ad Ellypsin quam lineæ AK ad FK. igitur quantitas minor circulô, eandem rationem habebit ad Ellypsin, quam habet linea AK ad FK. detur hæc quantitas sitque R. poterit ergo (*per lemma ad* 2. 12. *Eucl.*) inscribi circulo polygonum ordinatum maius quantitate R. supponatur inscriptum tale polygonum; & inscribi Ellypsi aliud polygonum methodô superiori polygonum circuli maiorem rationem haberet ad Ellypsin, quam AK ad FK, sed habet eandem rationem ad polygonum Ellypsi inscriptum: ergo maiorem rationem habet ad Ellypsin, quam ad polygonum, ergo (*per* 8. 6.) polygonum inscriptum Ellypsi, maius esset Ellypsi, quod est absurdum non ergo circulus ad Ellypsin, habet maiorem rationem, quàm AK ad FK.

Sed neque minorem habet rationem, si enim circulus, ad Ellypsin minorem rationem haberet quam AK ad FK, Ellypsis ad circulum, maiorem rationem habebit, quam FK, & ad AK, & quantitas minor Ellypsi, ad circulum eandem haberet rationem ac, FK, ad AK sit hæc quantitas R. quare sicut in circulo probavimus poterit inscribi Ellypsi, methodô traditâ polygonum maius quantitate R, nam facilè probare possumus per continuam duplicationem laterum polygoni, auferri ab Ellypsi semper pluquam dimidium. Supponatur igitur tale polygonum inscriptum Ellypsi quod sit maius quantitate R, illique respondens polygonum inscriptum esse circulo. Eritque maior ratio polygoni Ellypsis, ad circulum, quam quantitatis R ad circulum, seu quam FK ad AK, sed vt FK, ad AK ita polygonum Ellypsis ad polygonum circuli, ergo maior erit ratio polygoni Ellypsis, ad circulum quam ad polygonum inscriptum circulo, quare (*per* 8. 5.) polygonum maius esset circulo cui inscriptum est, quod est absurdum, non ergo Ellypsis ad circulum maiorem rationem habet quam FK, ad AK, concludendum igitur circulum ad Ellypsin eandem rationem habere, ac AK, ad FK. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXXV.

### Theorema.

*Ellypsis æqualis est circulo, cuius radius medius proportionalis est, inter eius semidiametros.*

Sit linea S media proportionalis inter AK & FK; hoc est ita sit AK, ad S, sicut S ad FK; dico circulum cuius radius S, æqualem esse Ellypsi cuius radij AK, FK.

Demonstratio. circulus cuius radius FK, ad circulum cuius radius S est in duplicata ratione lineæ AK, ad S, hoc est in ratione A K ad FK, sed vt AK ad FK; ita circulus cuius radius AK, ad Ellypsin cuius radij AK. & FK, (*per* 33.) ergo Ellypsis cuius radij AK, & FK, & circulus cuius radius S sunt æquales.

## COROLLARIUM.

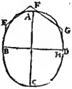
Rectangulum comprehensum sub duabus diametris Ellypsis, seu illi circumscriptum se habet ad quadratum circumscriptum circulo invento, sicut Ellypsis ad circulum, nam rectangulum comprehensum sub duabus lineis (*per* 17. 6. *Eucl.*) æquale est, quadrato mediæ proportionalis quare alternando ita erit rectangulum circumscriptum ovali ad ovalem, sicut quadratum circumscriptum circulo ad circulum. Sed quadratum circumscriptum

circumſcriptum circulo ad circulum ſe habet, vt 14. ad 11. igitur rectangulum circumſcriptum ouali, ad eius aream ſe habebit vt 14. ad 11.

## PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

*Ellypſis aream metiri.*




Sit propoſita Ellypſis cuius aream quærimus, ſintque eius diametri, ſit verbi gratia AC 20. pedum & BD 15. multiplico AC per BD fiuntque 300. fiat vt 14. ad 11. ita 300. ad 235 $\frac{5}{7}$ dico Ellypſis ACBD aream eſſe 235 $\frac{5}{7}$ pedum quadratorum.

Demonſtratio. multiplicando AC, per BD, fecimus rectangulum ouali circumſcriptum; ſed vt oſtendimus, tale rectangulum ſe habet, ad aream oualis vt 14. ad 11. ergo oualis figuræ area, eſt 235 $\frac{5}{14}$ quod erat oſtendendum.

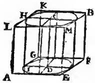
## COROLLARIVM.

Ex hoc ſequitur quod figuræ ouales ſe habent, vt rectangula; nempe ouales figuræ, quarum diametri ſunt reciprocæ; ſunt æquales. erit enim ſemper eadem media proportionalis, item Ellypſes æqualem habentes vnam diametrum ſe habent, vt alia diameter. ouales figuræ quarum diametri eandem habent rationem, ſunt in duplicatâ ratione diametrorum analogarum, & alia multa, quæ ex poſitis principiis facilè deduci poſſunt.

## PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

*Superficies priſmatis circumſcripti cylindro recto, æqualis eſt rectangulo comprehenſo, ſub axe cylindri, & ambitu baſis priſmatis.*



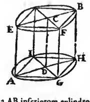

Sit priſma AB circumſcriptum cylindro recto, cuius axis C D; dico ſuperficiem priſmatis, æqualem eſſe, rectangulo comprehenſo, ſub axe CD, & ambitu baſis; nempe AEFGA. vt autem circumſcribatur debet eſſe rectum, hoc eſt eius plana debent eſſe recta ad baſin, & tangere cylindrum in linea HI, quæ ſit recta ad baſin AF, quod ex ipſa generatione cylindri manifeſtum eſt. generatur enim per circumuolutionem rectanguli CDIH.

Demonſtratio. tot ſunt rectangula in priſmate quot ſunt latera in baſi, quorum baſes ſimul ſumptæ efficiunt ambitum ipſius baſis priſmatis, vt in hôc exemplo AE, EF, FG, AG. contendo autem ſingulorum altitudinem æqualem eſſe axi CD. intelligatur planum AK tangere cylindrum ſecundum lineam HI, hanc contendo eſſe parallelam axi. cum enim cylindrus ſit rectus, axis erit perpendicularis ad baſes AF, & LB; quare omnia plana per axem ducta quale eſt DH, recta ſunt ad vtrumque planum; ſuntque lineæ HC, ID parallelæ (*per* 16. 11.) ponatur planum DH tranſire, per contactum circuli ſuperioris in H, atque adeò angulum KHC eſſe rectum, dico lineam DI, tranſire per contactum, ſeu angulum GID rectum eſſe. nam linea HK *per* 3. *def.* 11.) eſt recta ad planum D H, ergo (*per* 13 11.) angulus GID eſt rectus, quare linea IH. erit vera altitudo rectanguli AK, & æqualis axi. quare rectangulum AK habet baſin AG, & altitudinem æqualem axi, idem oſtendato de aliis rectangulis, igitur tota ſuperficies quæ coaleſcit ex omnibus rectangulis, habet pro communi altitudine axem cylindri, & pro baſi totum ambitum AE, EF, FG. AG quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

*Superficies priſmatis inſcripti, cylindro recto, æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub ambitu baſis priſmatis & axe cylindri.*




Sit priſma AB inſcriptum cylindro recto, cuius axis CD: dico ſuperficiem eius, æqualem eſſe, rectangulo comprehenſo ſub ambitu baſis priſmatis nempe lineis AG, GH, HI, AI. & axe CD ducantur lineæ AD, DH. CF, DG.

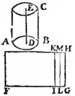
Demonſtratio. plana parallela EB, AH. ſecantur planô A C, ergo (*per* 16. 11.) lineæ AD, EC, ſunt parallelæ, erunt item parallelæ CF, DG; EF, AG. igitur (*per* 10. 11.) æquiangula ſunt triangula ECF, AGD; erit ergo (*per* 4. 6.) vt AG, ad EF; ita AD, ad FC: ſed EC, AD ſunt æquales; igitur æquales erunt EF, AG; & (*per* 33. 1. *Eucl.*) AE, DC æquales erunt & cum CD. ſit ad planum AH recta, (*per* 8. 11.) AE ad idem planum recta erit. quare angulus EAG. rectus eſt. & AE aut CD eſt vera altitudo rectanguli AF; rectangulum igitur AF comprehenditur

henditur sub AG, CD. & GB, sub GH,CD,&c. ideoque(*per primam* 2.) rectangulum æquale omnibus planis AF, GB. IB, IE, seu toti superficiei prismatis, demptis basibus; comprehenditur sub AG,GH,HI,IA,& sub axe CD. quod erat dem.

PROPOSITIO XXXIX.

Theorema.

*Superficies cylindri recti, æqualis est rectangulo comprehenso sub axe, & sub circumferentia basis.*




Sit cylindrus rectus AC; cuius axis ED; dico eius superficiem æqualem esse rectangulo, comprehenso sub circumferentiâ circuli AB, & axe DE. sit tale rectangulum FH, ita vt FG, sit æqualis circumferentiæ circuli AB, & HG, æqualis axi DE. dico superficiem cylndri, nec maiorem, nec minorem esse superficie cylindri AC.

Demonstratio. ponatur enim, si fieri potest superficies cylindri esse minor. fiat vt rectangulum FH; ad superficiem cylindri, ita FG, ad FI; & quia (*per* 1. 6. *Eucl*) vt FG, ad FI; ita rectangulum FH ad FK; rectangolum FK, æquale erit superficiei cylindri. quia verò FI, minor est circumferentiâ circuli AB, poterit circulo AB inscribi polygonum, cuius ambitus sit maior linea FI (*per* 17. *præcedentis*) sit ergo tale polygonum inscriptum, cuius ambitus sit æqualis lineæ FL: & supra illud excitari intelligatur intra cylindrum prisma illius superficies (*per præcedentem*) æqualis erit rectangulo FM, & maior rectangulo FK, seu superficie cylindri AC. quod est absurdum; nempe cylindro inscribi prisma cuius superficies maior sit superficie cylindri ambientis.

Si verò dicatur superficies cylindri AC, maior esse rectangolô FH, ostendam posse circumscribi cylindro prisma cuius superficies minor sit superficie cylindri. quod absurdum etiam est.

COROLLARIVM I.

Superficies cylindrorum rectorum; æque altorum; se habent vt basium diametri. nam rectangula cylindrorum superficiebus æqualia, eam habent rationem, quam circumferentiæ basium (*per* 1. 6.) supponuntur enim habere eandem altitudinem, circumferentia autem eandem habet rationem ac diametri. igitur & parallelogramma, & superficies cylindrorum ipsis æquales, se habent vt basium diametri.

COROLLARIVM II.

Superficies cylindrorum rectorum quorum bases sunt æquales, se habent vt altitudines; si enim fiant rectangula superficiebus æqualia, habentia eandem basin, se habebunt vt altitudinee (*per* 1. 6.) ergo & ipsæ superficies ipsis æquales eôdem modô se habebunt.

COROLLARIVM III.

Superficies cylindrorum, quorum diametri basium, & altitudines reciprocantur sunt æquales, & vicissim.

COROLLARIVM IV.

Cylindrorum rectorum similium superficies, duplicatam habent rationem, aut altitudinum, aut diametrorum suarum basium.

COROLLARIVM V.

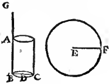
Superficies cylindrorum habent rationem compositam ex ratione altitodinum, & ratione diametrorum, suarum basium.

Possunt quæri aliæ comparationes rectangulorum, quæ superficiebus cylindrorum conveniunt.

PROPOSITIO XL.

Theorema.

*Superficies cylindri recti æqualis est circulo, cuius radius medius est proportionalis inter altitudinem cylindri, & diametrum basis eius.*




Sit cylindrus rectus AC. cuius altitudo AB, diameter BC, sitque circulus cuius radius EF, sit medius proportionalis inter AB, BC. dico aream circuli E, esse æqualem superficiei cylindri AC. sit GB dopla ipsius AB.

Demonstratio. superficies cylindri AC, æqualis est (*per præcedentem*) rectangulo comprehenso, sub AB, & circumferentiâ circuli BDC. seu triangulo rectangulo coius vnum crus est GB, & aliud circumferentia BDC. sed circulus BC æqualis est, triangulo rectangulo cuius vnum crus erit radius BD, & aliud eadem circumferentia BDC, (*per* 25. *huius*) si ergo fiant circumferentiæ altitudines, erit superficies cylindri, ad circulum BDC vt GB, ad BD: cum ergo sit vt AB ad EF, ita EF, ad BC & vt BC ad BD, ita GB ad AB erit secundum perturbatam rationem, vt GB, ad EF ita EF ad BD. igitur EF est media proportionalis inter GB, & BD. circuli autem (*per* 2. 12.) sunt in duplicata ratione suorum radiorum, quare circulus EF ad circulum BC est in duplicata ratione EF, ad BD, seu vt GB, ad BD: sed vt GB, ad BD, ita vidimus esse superficiem cylindri, ad circulum BC. igitur superficies cylindri, & circulus EF eôdem modô se habent ad circulum BDC; ergo (*per* 4. 5.) sunt æquales. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM I.

Superficies cylindri se habet ad basin suam, vt dupla altitudo ad radium basis; hoc enim ostendimus, in decursu demonstrationis, vel etiam vt altitudo, ad quartam partem diametri.

COROLLARIVM II.

Superficies cylindri cuius altitudo est æqualis diametro basis, quadrupla est basis.

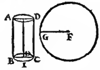
COROLLARIVM III.

Si linea sit media proportionalis inter duas, erit etiam media proportionalis inter duplam vnius, & mediam partem alterius; vidimus enim ex eo quod EF, sit media proportionalis inter AB & BC, eam esse mediam proportionalem inter GB, & BD.

PROPOSITIO XLI.

Theorema.

*Superficies cylindri recti, ad circulum, qui basis est eius, est vt rectangulum per axem, ad quadratum radij basis.*




Sit cylindrus rectus ABCD. dico ita esse superficiem eius, ad circulum BIC, sicut rectangulum per axem nempe AC, ad quadratum radij BO. sit FG media proportionalis inter AB, & BC.

Demonstratio. quadratum lineæ FG, est æquale rectangulo AC, (*per 17. 6. Eucl.*) sed vt quadratum FG, ad quadratum BO, ita circulus FG, aut superficies cylindri illi æqualis, ad circulum BIC (*per precedentem*) ergo vt rectangulum AC, ad quadratum BO, ita superficies cylindri, ad circulum BIC. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XLII.

Theorema.

*Ita est superficies cylindri, ad circulum quemcumque; sicut rectangulum per axem, ad quadratum radij.*

Sit enim circulus quicumque FG, dico ita esse superficiem cylindri ad circulum FG, sicut rectangulum AC, ad quadratum ex FG.

Demonstratio. superficies cylindri ad circulum BIC, se habet vt rectangulum AC, ad quadratum BO. (*per precedentem*) sed vt circulus BIC, ad circulum FG, ita quadratum BO ad quadratum FG; igitur ex æquo vt superficies cylindri ad circulum FG; ita rectangulum AC, ad quadratum FG. quod erat demonstrandum.

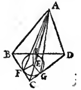
COROLLARIVM.

Si detur media proportionalis inter AB BC, illius quadratum æquale erit rectangulo per axem, & eius circulus æqualis superficiei cylindricæ.

PROPOSITIO XLIII.

Theorema.

*Superficies pyramidis, circumscripta cono recto, æqualis est triangulo cuius altitudo, est latus coni, & basis, ambitus basis pyramidis.*




Sit pyramis ABCD circumscripta cono recto AFGI. dico superficiem pyramidis ABCD, esse æqualem triangulo cuius altitudo, sit æqualis lateri coni, nempe lineæ AF. & basis sit æqualis ambitui basis pyramidis, nempe lineis BC, BD, CD.

Demonstratio. conus supponitur rectus, hoc est axis EA rectus est, ad planum FD quare (*per* 18. 11.) omnia plana per axem ducta sunt ad idem planum recta, tale planum est AEF. & cum linea BC, circulum qui basis est coni tangat in E, erit (*per* 18. 3.) BF perpendicularis ad EF, communem sectionem. & (*per def.* 4. 11.) ad planum AFE recta erit. vnde angulus BFA rectus est, est igitur linea AF altitudo trianguli ABC, & AG altitudo trianguli ACD, sicut AI trianguli ABD. sunt autem AF, AG, AI æquales (*per* 4. 5. *Euc.*) quare si fiat vnicum triangulum cuius basis æqualis sit ambitui basis pyramidis, & altitudo lateri coni illud æquale erit tribus triangulis ABC, ACD, ABD. quod erat demonstrandum.

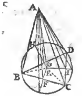
PROPOSITIO XLIV.

Theorema.

*Superficies ordinatæ pyramidis cono recto inscriptæ, æqualis est triangulo cuius basis, est ambitus basis pyramidis, & altitudo minor latere coni.*

Sit pyramis ABCD inscripta cono recto; volo autem eam esse ordinatam, hoc est polygonum, quod est basis pyramidis esse æquilaterum. dico eius superficiem æqualem esse triangulo, cuius basis erit æqualis lineis BC, BD, CD simul sumptis, & altitudo æqualis lineæ AF, dividenti bifariam lineam BC: quæ linea AF minor est latere coni.

Demonstratio.




Demonſtratio. cum axis AE ex ſuppoſitione rectus ſit ad planum BI, anguli AEB, AEC recti erunt. & (*per* 4. 1.) lineæ AB, AC æquales erunt in triangulis AFB, AFC.cum latera ſingula ſingulis ſint æqualia,erunt(*per* 8.1.) anguli AFB, AFC æquales & conſequenter recti. igitur AF, eſt vera altitudo trianguli ABC, ſicut AG trianguli ABD, & AI trianguli ACD. ſunt etiam æquales, illæ lineæ eò quòd volueritnus pyramidem eſſe ordinatam, nempe lineas BC, CD, BD, eſſe æquales, ex quo ſequitur (*per* 14 3.) lineas EF, EG, EI æquales eſſe & (*per* 4. 1.) lineas AF, AI, AG; eſſe æquales. ad. o eas lineas minores eſſe latere coni. vt AG minor eſt linea AH, cum enim angulus AEG rectus ſit, angulus AGE acutus erit, & AGH obtuſus igitur AH maior eſt quam AG. clarum autem eſt ſi fiat triangulum ſub altitudine AF, cuius baſis æqualis ſit lineis BC. BD, DC. illud æquale erit tribus triangulis ABC, ACD, ABD ſeu ſuperficiei pyramidis, quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XLV.

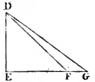
### Theorema.

*Coni recti ſuperficies æqualis eſt triangulo cuius baſis æquatur circumferentiæ circuli qui baſis eſt coni, & altitudo lateri.*

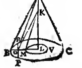
Sit conus rectus ABC. dico illius ſuperficiem æqualem eſſe rectangulo cuius altitudo ſit latus coni, nempe linea AB. & baſis æqualis circumferentiæ circuli BC. ſit tale triangulum DEF.

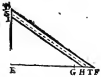
Demonſtratio. triangulum DEF, nec maior, nec minus eſt ſuperficie coni: ergo illi æquale eſt. ſit enim primò ſi fieri poſſit triangulum DEF minus ſuperficie coni. fiatque, vt illud ad ſuperficiem coni ita EF, ad EG; cum autem vt EF ad EG, ita etiam (*per* 1. 6) triangulum DEF, ad triangulum DEG ſuperficies coni & triangulum DEG æqualia erunt, ſed DG, maior eſt circumferentia circuli BC, quare (*per* 17. 1. *huius*) poterit circumſcribi circulo BC; polygonum ordinatum cuius ambitus minor erit linea EG ſupra quod polygonum, ſi intelligatur pyramis cono circumſcripta illius ſuperficies, erit æqualis triangulo, cuius altitudo ſit æqualis lateri coni; ſeu lineæ DE, baſis ambitui polygoni circomſcripti (*per* 38. *huius*) ergo ſuperficies pyramidis circumſcriptæ minor eſt triangulo DEG,ſeo ſuperficie conicâ. quod eſt abſurdum, nempe ſuperficiem pyramidis circumſcriptæ cono,minorem eſſe ſuperficie coni:ergo non poteſt tale triangulum minus eſſe ſuperficie coni.

Sit iam ſi fieri poteſt triangulum DEF, maius ſuperficie coni ABC fiatque vt DEF, ad ſuperficiem coni; ita EF ad EG.




Sit item EH media proportionalis inter EF, & EG. fiat item vt EF ad EH, ita LB ad LM, interuallóque LM deſcribatur circulus MV. denique circulo maiori inſcribatur polygonum ordinatum, non attingens circulum MV. cuius vnum latus ſit PR,diuiſum biſariam,in puncto O. ducatur linea AO. & per M ducatur KM lineæ AB parallela deniqueiungatur linea KO.




Demonſtratio. lineæ EF, EH, EG. ſunt continuè proportionales ex conſtructione, eritque vt prima ad tertiam, ſeu vt triangulum DEF ad ſuperficiem coni, ita rectangulum DEF, ſupra primum deſcriptum ad triangulum IEH, ſimile ſupra ſecundam deſcriptum (*per* 19. 6.) igitur triangulum IEH æquale eſt ſuperficiei coni. item linea EI æqualis eſt lineæ MK. cum ſit vt EF, ad EH; ita LB ad LM. item circumferentia MV æqualis eſt lineæ EH. nam vt LB, ad LM ita (*per* 21. 1. *huius*) circumferentia BC, ſeu EF, ad circumferentiam MV aut ad lineam EH. clarum autem eſt AO maiorem eſſe quàm MK, vt ſatis patet ex angulo L recto; & conſequenter OKL acutò, & OKA obtuſo. Igitur iſtæ lineæ ita ſe habent AB ſeu DE, maior eſt quam AO, AO, maior quàm OK ſeu EI. fiat lineæ AO æqualis ES. punctum S cadet inter I & D.

Ex aliâ parte circuitus polygoni inſcripti circulo BC,cuius nempe PR eſt vnum latus, maior eſt circumferen

circumferentiâ MV ſeu linea EH, minor tamẽ circũferentiâ BC, ſeu linea EF. ſit ergo æqualis lineæ ET, punctum T cadet inter H & F. ducatur linea ST triangulum EST (*per* 38 *huius*) æquale eſt ſuperficiei pyramidis inſcriptæ cono, ſed triangulum EST maius eſt triangulo EHI, ſeu ſuperficie coni; quod abſurdum eſt; igitur triangulum DEF, cuius altitudo DE æqualis, eſt lateri coni: & baſis DF æqualis circumferentiæ eiuſdem coni, maius non eſt ſuperficie coni ſed oſtenſum etiam eſt non eſſe minus; ergo eſt æquale, quod erat demonſtrandum.

## COROLLARIVM I.

Superficies conorum rectorum æqualia latera habentium, ſe habet vt circumferentiæ ſuarum baſium, aut vt diametri earum. quia triangula quibus æquales ſunt, eandem altitudinem habent, conſequenter (*per* 1. 6.) ſe habent vt baſes, ſeu vt circumferentiæ, circumferentiæ autem vt diametri; igitur & ſuperficies eâdem modô ſe habebunt.

## COROLLARIVM II.

Conorum æquales baſes habentium ſuperficies ſe habent vt latera.

## COROLLARIVM III.

Conorum rectorum ſimilium ſuperficies ſe habent, in duplicata ratione laterum, aut circumferentiarum, aut diametrorum, aut altitudinum.

## COROLLARIVM IV.

Ratio ſuperficiei vnius coni, ad ſuperficiem alterius coni, compoſita eſt ex ratione laterum, & circumferentiarum, aut ex ratione altitudinum, & diametrorum baſium.

## COROLLARIVM V.

Conorum rectorum ſuperficies æquales, reciprocant latera, & baſium circumferentias.

## COROLLARIVM VI.

Coni recti ſuperficies æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub eius latere, & dimidia peripheriâ baſis, quia (*per* 41. 1.) hoc rectangulum, æquale eſt triangulo cuius altitudo, eſt æqualis lateri, & baſis peripheriæ, quare multiplicando latus coni per dimidiam peripheriam habetur eius ſuperficies.

## COROLLARIVM VII.

Coni recti ſuperficies, eſt ad aream baſis, vt latus, ad radium. quia tam rectangulum æquale ſuperficiei coni, quam quod æquale eſt circulo comprehenditur ſub ſemiperipheria; ergo ſe habet vt latus coni, ad radium baſis.

## COROLLARIVM VIII.

Si angulus coni ſit graduum 60. nempe triangulum per axem ſit æquilaterum, ſuperficies coni dupla eſt baſis.

## COROLLARIVM IX.

Si triangulum per axem ſit rectangulum. ſuperficies coni ad baſin ſe habet, vt diameter quadrati, ad latus eius.

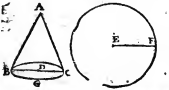
## COROLLARIVM X.

Superficies cylindri recti, eſt ad ſuperficiem coni eandem baſin, & altitudinem habentis, vt latus cylindri ad dimidium latus coni. nam ſuperficies cylindri æqualis eſt rectangulo comprehenſo ſub latere ſuo & circumferentia baſis, pariter ſuperficies coni eſt æqualis rectangulo comprehenſo, ſub dimidio latere & circumferentiâ baſis, ſeu ſub totô latere, & ſemicircumferentiâ: ergo ſi baſis circumferentia fiat altitudo (*per* 1. 6.) erit ſuperficies cylindri, ad ſuperficiem coni vt, altitudo cylindri, ad dimidium latus coni. quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XLVI.

### Theorema.

*Coni recti ſuperficies æqualis eſt circulo cuius radius medius proportionalis eſt inter latus coni, & radium baſis.*




Sit AB ad EF, vt EF ad BD. dico ſuperficiem coni ABC æqualem eſſe circulo EF.

Demonſtr. per cor. 7. ſuperficies coni, ad aream circuli BGC. eſt vt AB ad BD; ſed pariter circulus EF, ad circulum BGC ſe habet vt AB ad BD. (*nam per* 2. 12.) circulus EF ad circulum BGC eſt in duplicatâ ratione EF ad BD. & cum tres lineæ AB, EF, BD. ſint continuè proportionales; eſt ratio AB ad BD duplicata rationis EF, ad BD; igitur circulus EF, ad circulum BGC eſt vt AB, ad BD, ſicut etiam ſe habet ſuperficies cylindri: igitur ſuperficies coni ABC, & circulus EF æquales ſunt.

## COROLLARIVM I.

Superficies coni ad quemcumque circulum ſe habet, vt rectangulum ſub latere coni, & radio baſis, ad quadratum radij. nam primô ſuperficies coni ſe habet ad circulum BGC, vt AB ad BD (*per cor.* 7. *præcedentis*) ſed vt AB ad BD, poſitâ BD altitudine communi, ita (*per* 1. 6.) rectangulum ſub AB, BD, ad rectangulum ſub BD, hoc eſt ad quadratum ex BD; vt autem quadratum ex BD, ad quadratum ex EF, (*per* 2. 12.) ita circulus BGC, ad circulum EF, ergo ex æquo vt ſuperficies coni ABC, ad circulum EF ita rectangulum ſub AB, BD; ad quadratum ex EF. quod erat demonſtrandum.

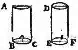
COROLLARIVM II.




Superficies cyliodri recti, ad superficiem coni recti, se habet, vt rectangulum per axem ad rectangulum comprehensum sub latere coni, & radio basis. nam vt superficies cylindri ad circulum BC, ita rectangulum AC, ad quadratum BE (*per 37. huius*) & vt circulus BC, ad circulum LM, ita quadratum BE, ad quadratum LL (*per 2. 12. Eucl.*) & vt circolus LM, ad superficiem coni ita quadratum LI. ad rectangulum sub LK, LI (*per 6 corol 40. huius*)

Ergo ex æquo ordinatè vt superficies cylindri, ad superficiem coni ita rectangulum AC, ad rectangulum sub LK, LI quod erat demonstrand.

COROLLARIVM III.




Superficies cylindrorum se habent vt eorum rectangula per axem, nam vt superficies cylindri AC, ad circulum BC, ita rectangulũ AC, ad quadratum BO (*per 33. huius*) vt circulus BC, ad circulum EF; ita quadratum BO, ad quadratum EI (*per 2. 12.*) vt circulus EF, ad superficiem cyliodri DF ita quadratum EI; ad rectangulum DF, (*per 37. huius*)

Etgo ex æquo ordinatè, vt superficies AC, ad superficiem; DF ita rectangulum AC ad rectangulum DF. quod erat demonstrandum.

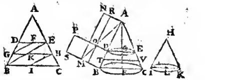
COROLLARIVM IV.

Superficies conorum rectorum se habent sicut rectangula comprehensa sub latere eorum & radio basis. Demonstratio. eadem quæ superior.

LEMMA.

*In triangulo, ductâ lineâ parallelâ basi; si ducatur altera intermedia, ab vtráque distans æqualiter hac erit æqualis medietati vtriusque.*

Sit triangulum ABC, sitque linea DE, parallela basi BC. sitque GH æqualiter distans ab vtrâque; hoc est sint DG, GB; EH, HC æquales; dico lineam GH, æqualem esse medietati linearum DE, & BC. secetur DE bifariam in F, ducaturque linea FG, item BE, item diuisa bifariam linea BC in I, iungatur recta HI.




Demonstratio. In triangulo DBE, quia ita est DF, ad FE, vt DG, ad GB: lineæ GF, EB parallelæ erunt (*per 4. 6.*) item parallelæ erunt BE, HI. quare parallelogrammum erit FGKE, item KHIB: quare (*per 34. 1.*) lineæ GK. FE; BI, KH æquales erunt igitur tota GH æqualis est medietati lineæ DE, & medietati lineæ BC, quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XLVII.

Theorema.

*Si conus rectus secetur planô basi parallelô; erit superficies, coni truncati ad superficiem cuiuscumque coni recti: vt rectangulum sub latere, & sub compositâ, ex duobus radiis circulorum, ad rectangulum sub latere coni, & sub radio basis comprehensum.*

Sit conus rectus ABC, sectus planô DE. basi parallelô, ita vt fiat conus truncatus BCED; dico illius superficiem, se habere ad superficiem coni cuiuscumque HIK, sicut rectangulum comprehensum sub latere DB; & sub compositâ ex BF, & DG; ad rectangulum HIL. ducatur BS perpendicularis ad AB; sitque BM, æqualis ipsi BF, & MS æqualis lineæ DG, perficiaturque rectangulum BP. ductâque diametrô AM, per punctum O, agatur RO parallela. primò OD, DG sunt æquales; nam ita est BF seu MB, ad DG; sit AB, ad AD (*per 4. 6.*) sed per eandem ita est MB, ad DO; sicut AB, ad AD; igitur DO; DG. sunt æquales, & rectangula BO, MP, æqualia erunt.

Demonstratio. superficies coni ABC, ad superficiem ADE, se habet vt rectangulum sub AB, BF ad rectangulum sub AD, DG (*per 4. cor. præcedentis*) hoc est sicut rectangulum AM, ad rectangulum DR: ergo diuidendo erit superficies coni truncati, BCED. ad superficiem coni ADE, sicut Gnomon DMR, aut mutatô NO, in MP ipsi æquali; sicut rectangulum BP. ad rectangulum DR.

Superficies autem coni ADE; ad superficiem coni HIL, se habet vt rectangulum DR, ad rectangulum sub HI; IL (*per 4 cor. præcedentis*) ergo ex æquo ordinatè; erit superficies coni truncati BCED ad superficiem HIK, vt rectangulum sub DB, & BS composita ex BF, & DG, ad rectangulum sub HI, IL quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

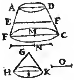
Ducatur linea TV æqualiter à lineis DE, BC. distans; superficies coni truncati BCED, ad superficiem coni HIK, se habet vt rectangulum sub DB, TV, ad rectangulum sub HI, IL. Linea

enim TV per lemma, fupraputitum æqualis eft duabus lineis BF, DG fimul fumptis.

## PROPOSITIO XLVIII.

Theorema.

*Coni truncati fuperficies æqualis eft circulo, cuius radius eft medius proportionalis inter latus ipfius, & compofitam ex duobus radiis bafium.*




Sit conus truncus ABCD, fintque radij bafium AL, BM. divifis lateribus AB, CD bifariam in punctis E, & F. linea EF. (*per lemma præcedens*) erit æqualis duobus radiis AL, BM. fit N media proportionalis inter AB, EF. dico fuperficiem coni truncati ABCD, æqualem effe circulo cuius radius N: fit alius conus GHK, & linea O media proportionalis inter GH, HI.

Demonftratio. (*per præcedentem*) ita eft fuperficies GHK; ad fuperficiem ABCD; ficut rectangulum GHI. ad rectangulum fub AB. EF, fed rectangulum GHI æquale eft quadrato lineæ O, (*per* 17. 6.) & rectangulum fub AB, EF quadrato ex N: igitur ita fe habet fuperficies GHK, ad fuperficiem ABCD, ficut quadratum ex O; ad quadratum ex N, vt autem quadrata, ita circuli. (*per* 2. 12.) fuperficies autem GHK æqualis eft circulo ex O; ergo & fuperficies ABCD æqualis erit circulo ex N. quod erat demonftrandum.

## COROLLARIVM I.

Conorum truncatorum fuperficies fe habent, vt eorum rectangula: nempe comprehenfa fub eorum latere, & fub compofitâ ex duobus radiis bafium.

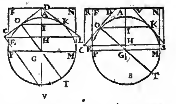
## COROLLARIVM II.

Coni truncati fuperficies fe habet ad fuperficiem coni integri, aut cylindri vt rectangulum eius, ad rectangula iftius.

## PROPOSITIO XLIX.

Theorema.

*Si femicirculo aptetur tangens; ad axem inclinatâ, quæ æqualiter dividatur in puncto contactus, aptetur item alia axi parallela, & ex circumvolutione generetur cylindrus ab vnâ, & ab alia aut conus aut coni fruftum, fi eadem fit vtriufque altitudo habebunt fuperficies æquales.*




Semicirculo APB, aptentur duæ tangentes, DOC quidem inclinata ad axem AB, quæ æqualiter fit divifa in puncto O, contactus; hac eft fint CO, OD, æquales. fit & alia tangens PF, tum immotô axe AB, circumvolvatur femicirculus, cum fuis tangentibus. tangens COD, defcribet conum truncatum, tangens PF cylindrum rectum. dico fuperficiem cylindri truncati DCSV, æqualem effe fuperficiei cylindri eiufdem altitudinis nempe EFNL, FD, OI, CL, PG. fint parallelæ, item CR, EF, AB

Primò trianguli CRD, GOI, recta angula in R, & I funt æquiangula. nam præterea anguli RDC, IGO, funt æquales: quia alterni RDO, DOI fuot æquales (*per* 28. 1.) DOI, eft complementum anguli GOI, cum angulus GOD rectus fit. pariter OGI eft eiufdem GOI complementum, cum angulus I rectus fit.

Demonftratio. triangula CRD, OIG funt æquiangula: igitur (*per* 4. 6.) vt CR feu EF ad CD. ita OI ad OG, vel fumptis eorum duplis. ita OK ad OT. vel FN. quare rectangulum fub extremis, æquale eft rectangulo fub mediis (*per* 16. 6.) hoc eft rectang. fub EF, FN; æquale eft rectangulo fub CD, OK, quare (*per coroll. præcedentis*) fuperficies cylindri EFNL, & coni truncati DC, SV, funt æquales.

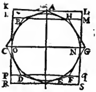
Secundò tangens CD attingat axem in puncto D, dico pariter fuperficiem cylindricam defcriptam à linea EF, æqualem effe fuperficiei conicæ defcriptæ à linea CD, ducatur CV parallela, lineæ OGT. in triangulo igitur DCV, cum OG, fit parallela bafi CV; erit (*per* 4. 6.) vt CD, ad OD; ita CV, ad OG, fed CD, eft dupla ipfius OD, igitur & CV eft dupla ipfius OG: ergo C V æqualis erit lineæ O T aut P M, aut F N. Item triangula VCH, HCD, rectangula; funt æquiangula. nam angulus VCO rectus eft. quare demifsâ perpendiculari CH (*per* 8. 6.) triangula VCH, HCD funt æquiangula.

Demonftratio. triangula CVH; HCD, funt æquiangula, quare (*per* 3. 6.) erit vt CV. aut FN, ad CH; ita CD, ad DH, aut EF. & (*per* 16. 6.) erit rectangulum fub FN, EF. æquale rectangulo fub CH, CD, ideoque (*per cor.* 2 *præcedentis*) fuperficies cylindri EN, æqualis eft fuperficiei conicæ CDL. quod erat demonftrandum.

## COROLLARIVM.

Superficies conicæ defcriptæ, à polygono ordinato, circa circulum, æquales funt fuperficiei cylindricæ eiufdem altitudinis, defcriptæ à tangente.

Sit



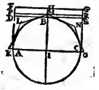

Sit polygonum ordinatum A B C D E F G H, hoc est tale vt eius latera, sint paria numero, item latera tangentia dividantur bifariam in puncto contactus; & circumvolutione circa immotam diametrum AE, generentur conicæ figuræ, item à tangente OK. generetur cylindrus, dico cylindricam superficiem RKLS. æqualem esse omnibus conicis superficiebus ABH, BCGH, CDFN, DEF.

Demonstravimus in præcedenti; conicam superficiem ABH. æqualem esse cylindricæ IKLM, item superficiem coni trunci B C G H, æqualem esse cylindricæ IONM, ergo cylindrica KRSL, æqualis est omnibus cylindricis, quod erat ostendendum.

PROPOSITIO L.

Theorema.

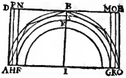
*Superficies hemisphærij æqualis est superficiei cylindri eamdem basin, & altitudinem habentis.*




Sit circumvolutione semicirculi ABC, circa axem BI genitum hemisphærium, & circumvolutione rectanguli ACED, genitus cylindrus, quorum basis eadem erit; nempe circulus cuius diameter AC, & altitudo eadem BI, dico vtriusque superficies æquales esse.

Demonstratio. superficies hemisphærij nec minor, nec maior est superficie cylindrica: ergo æqualis, non primò est maior, sit enim superficies hemisphærij maior: si fieri potest, sitque vt cylindrica, ad hemisphæricam ita AD ad AF. & consequenter superficies hemisphærica, æqualis erit superficiei cylindricæ ACGF. nam vt AD, ad AP, ita superficies cylindrica ADEC, ad superficiem cylindricam AFGC. (*per coroll. 2. 32. huius*)

Iam divisô quadrante AB bifariam, & iterum bifariam quantum opus erit. circumscribatur polygonum ordinatum tot laterum, vt IM minor sit, quàm IH. ducaturque linea PR. superficies conicæ circumscriptæ æquales erunt (*per præcedentem*) cylindricæ APRC; ergo minores cylindrica AFGC. ergo minores hemisphæricâ. quod absurdum est, nempe vt superficies ambientes hemisphæricam, aa sint minores, non ergo hemisphærica maior est, cylindricâ ADEC, sed neque minor.




Sit enim si fieri potest; hemisphærica superficies minor cylindrica, fiatque vt cylindrica, ad hemisphæricam, ita AI ad IF, ducatúrque linea FN. eritque superficies hemisphærica æqualis superficiei cylindricæ FNMG; quia (*per cor. 3. 34. huius*) vt AI ad IF, ita superficies cylindrica ADEC, ad cylindricam, FNMG; sed vt AI ad IF, ita cylindrica ADEC, ad hemisphæricam ABC: ergo hæmisphærica A B C. æqualis est, cylindricæ FNMG.

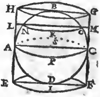
Semicirculo ABC inscribatur polygonum ordinatum, non attingens semicirculum FRG, sed tantum circulum HSK. sitque illud A B O, intelligantúrque omnia circumvolvi circa axē BI.

Demonstratio. superficies cylindricæ generatæ à polygono A B O. æquales sunt cylindricæ HPOK (*per præcedentem*) ergo maiores quam cylindrica FNMG, cui æqualis est hemisphærica ABC, quare maiores sunt quam hemisphærica ABC, quod absurdum etiam est, nempe vt superficies inclusæ intra hemisphæricam ea sint maiores: ergo hemisphærica ABC, non est minor cylindricâ ACED, sed ostensa est non esse maior, ergo æqualis. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO LI.

Theorema.

*Superficies Sphæra quadrupla est maximi in Sphærâ circuli.*




Sit Sphæra ABCD, maximus circulus APCS. dico superficiem Sphæræ illius esse quadruplam. Intelligatur circumscribi Sphæræ, cylindrus eiusdem altitudinis EFGH,

Demonstratio

Demonstratio. superficies cylindrica EFGH, æqualis est superficiei Sphæræ per præcedentem; sed cylindrica æqualis est (*per 35. huius*) circulô cuius radius est medius proportionalis inter HE, EF quæ sunt æquales, ergo qui est æqualis diametro EF aut AC. circulus autem cuius radius est æqualis diametro habet diametrum duplam diametri AC. & cum (*per 2. 12.*) sit in duplicatâ ratione erit quadruplus circulus AECS. igitur superficies cylindrica EFGH, & tota Sphærica quadrupla est maximi circuli AECS, quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM I.

Superficies segmenti Sphæræ, æqualis est superficiei cylindri cuius basis maximus Sphæræ circulus, & altitudo æqualis altitudini segmenti.

Sit enim, segmentum Sphæræ NBO; dico eius superficiem esse æqualem cylindricæ LMGH, eiusdem altitudinis.

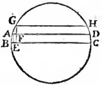
Demonstratio. eadem quæ pro hemisphærio. nihil enim est quod illam coarctet ad hemisphærium.

## COROLLARIVM II.

Superficies coronæ, seu annuli ex Sphæra desumpti seu Zonæ æqualis est, superficiei cylindri eiusdem altitudinis, cuius basis maximus Sphæræ circulus, vt ACON superficies æqualis est, superficiei cylindricæ LACM. quia tota superficies hemisphærica ABC. æqualis est cylindricæ ACGH, & superficies segmenti NBO cylindricæ LMGH, ergo superficies coronæ ACMN æqualis erit reliquæ cylindricæ ACML.

## COROLLARIVM III.

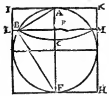
Superficies Zonarum Sphæræ, se habent vt portiones diametri; cum enim se habeant, vt superficies cylindri sibi respondentes, hæ autem se habeant vt partes diametri, Zonæ eôdem modô se habebunt. quare facilè quamlibet Zonam metieris, hôc modô sit enim in terrestri globo Zona quælibet ABCD. cuius vnus limes sit æquinoctialis: cognoscatur sinus AE, pro eius altitudine, & basis æqualis circumferentiæ maximi circuli BC. dico illam Zonam esse æqualem rectangulo, cuius vnum latus sit AE; aliud verò circumferentia maximi circuli Sphæræ. Sit alia Zona GADH. cognoscatur sinus GF, ex quo auferatur sinus AE, restabit GF, Zona GD æqualis erit cono recto cuius altitudo GO, basis æqualis maximo Sphæræ circulo, est enim (*per præcedentem*) æqualis superficiei cylindricæ sibi respondenti.




## PROPOSITIO LII.

Theorema.

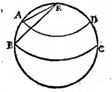
*Superficies segmenti Sphæræ, æqualis est circulo cuius radius est linea ducta a polo ad eius peripheriam.*




Sit segmenti Sphæræ ABC, cuius polus A dico eius superficiem æqualem esse circulo. cuius radius sit AB. pariter superficiem segmenti FBC, æqualem esse circulo, cuius radius FB. ducatur perpendicularis BM.

Demonstratio. (*per 8. 6.*) triangula ABF, ABE, sunt æquiangula igitur ita se habet AF latus maximum in triangulo ABF, ad AB minimum; sicut AB maximum in triangulo ABE, ad AE; igitur AB est media proportionalis inter AE, seu IL, & AF, seu LM. & (*per 35 huius*) circulus cuius radius AB, æqualis est superficiei cylindricæ ILMK. sed per cor. præcedentis illa est æqualis superficiei segmenti: igitur circulus cuius radius AB, æqualis est superficiei segmenti ABCD. quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM.



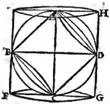

Facilè ex hac propositione omnium Zonarum aream metiemur. sit enim Zonæ ABCD, area seu superficies investiganda. inventô polô E ducantur lineæ EA, EB; certum est totius segmenti EBC, aream æqualem esse circulo cuius radius EB; item segmenti EAD, capacitatem æqualem esse circulo cuius radius AE, quare si vnum ab alio auferas restabit corona æqualis Zonæ. in numeris autem facilè hæc omnia habebis. nam cognitô numerô graduum arcus AE, facilè innotescet linea AE, per tabulam sinuum.

## PROPOSITIO LIII.

Theorema.

*Superficies Sphæræ dupla est superficiei cylindri quadrati, sibi inscripti.*

Sit



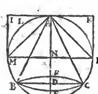

Sit Sphæra ABCD cui inſcriptus ſit cylindrus quadratus ABCD; dico Sphæræ ſuperficiem duplam eſſe ſuperficiei cylindri. ſit enim cylindros circumſcriptus EFGH.

Demonſtratio, ſuperficies Sphæræ æqualis eſt (*per 46. huius*) ſuperficiei cylindri circumſcripti eiuſdem altitudinis: ſed ſuperficies circumſcripti, dupla eſt inſcripti, cum (*per cor. 3. 38. huius*) ſuperficies vnius ſe habeat, ad ſuperficiem alterius; ſicut eorum rectangula per axem, quæ in hoc caſu ſunt quadrata, vnum inſcriptum aliud circumſcriptum eidem circulo, circumſcriptum autem eſt duplum inſcripti vt patet; ergo ſuperficies Sphæræ eſt dupla ſuperficiei cylindri quadrati ſibi inſcripti, quod erat demonſtr.

## PROPOSITIO LIV.

Theorema.

*Superficies portionis Sphæra, ad ſuperficiem coni eandem baſim, & altitudinem habentis, eam rationem habet, quam latus coni, ad radium baſis ſuæ.*




Sit portio Sphæræ BAC, ſitque in ea conus BAC, eandem habens baſio BECF, & eandem altitudinem AD. dico ita ſe habere ſuperficiem Sphæricam BAC, ad conicam BAC, ſicut AB ad BD: ſit G media proportionalis inter AB, & BD.

Demonſtratio. ratio AB, ad BD eſt duplicata rationis AB, ad G. ſed (*per 47. huius*) ſuperficies Sphærica BAC æqualis eſt circulo cuius radius AB, ſuperficies conica (*per 41. huius*) æqualis eſt circulo cuius radius erit G, circuli autem (*per 2. 12 Eucl.*) ſunt in duplicata ratione radiorum, ergo circulus cuius radius AB, ad circulum cuius radius G ſe habent vt AB, ad BD: ergo ſuperficies portionis Sphæræ BAC, ad ſuperficiem coni BAC, ſe habet vt AB ad BD.

## COROLLARIVM I.

Superficies hemiſphærij, ad conum eiuſdem altitudinis, & baſis, ſe habet vt diameter quadrati, ad latus eius. nempe vt AM, ad MN.

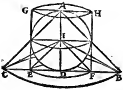
## COROLLARIVM II.

Portio Sphæræ capiens æquilaterum conum, cuius nempe latus duplum eſt radij baſis; dupla eſt ſuperficiei conicæ.

## PROPOSITIO LV.

Theorema.

*Superficies coni cuius altitudo eſt diameter; & baſis circulus quadruplus maximi Sphæræ circuli; ad ſuperficiem Sphæræ ſe habent vt diameter quadrati ad latus eius.*



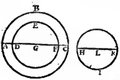

Sit conus rectus ABC cuius altitudo AD, ſit diameter Sphæræ, & baſis circulus CB quadruplus maximi in Sphærâ circuli, dico illius ſuperficiem ſe habere ad ſuperficiem Spæræ, ſicut ſe habet diameter quadrati, ad latus eius.

Demonſtratio. radius circuli quadrupli, maximi in Sphæra circuli; erit æqualis diametro, vt patet. quare DB eſt æqualis diametro A D. ſuperficies cylindri GEFH ſe habet ad ſuperficiem coni ABC, vt rectangulum GF, ad rectangulum comprehenſum ſub AB, DB, ſeu EF. (*per cor. 2. 41. huius*) poſitâ ergo EF altitudine communi, ita (*per 1. 6.*) ſe habebunt rectangula vt AB ad GE, ſeu AD, & cum AD, DB ſint æquales; erit AB diameter quadrati, cuius latus DB. igitur ſuperficies coni ABC ad ſuperficiem cylindri EGHF, ſeu ad ſuperficiem Sphæræ illi æqualem, erit vt diameter quadrati, ad latus eius.

Vel brevius (*per cor. 9. 40.*) cum AD altitudo coni ABC, æqualis ſit radio DB, eius ſuperficies, ad circulum qui baſis eſt eius, ſe habet vt diameter quadrati, ad latus quadrati, ſed circulus ille quadruplus nempe maximi Sphæræ circuli, (*per 46. huius*) æqualis eſt ſuperficiei Sphæræ, ergo ſuperficies coni ABC ad ſuperficiem Sphæræ ſe habet, vt diameter quadrati ad latus eius.

## LEMMA.

*Ita eſt corona ad circulum quemcumque, vt rectangulum coronæ ad quadratum radij ipſius circuli.*



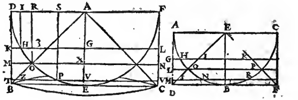

Sit corona comprehensa circulis ABC, DEF. sit item circulus H I K, dico ita esse coronam prædictam, ad circulum H I K; sicut rectangulum comprehensum sub A D, D C; quod voco rectangulum coronæ, ad quadratum radij HL.

Demonstratio. ita se habet circulus ABC, ad circulum DEF, sicut quadratum ex AG, ad quadratum ex DG, cum autem AC divisa sit bifariam in C, & non bifariam in D; erit (*per* 5. 2. *Eucl.*) quadratum dimidiæ A G, æquale rectangulo comprehenso, sub inæqualibus segmentis AD, DC, & quadrato intermediæ DG. cum ergo totum nempe circulus ABC, sit ad ablatum circulum DEF, sicut quadratum AG, ad quadratum DG; erit reliquum nempe corona, ad circulum DEF, sicut rectangulum ADC, ad quadratum DG, vt autem circulus DEF, ad circulum HIK, ita quadratum ex DG, ad quadratum ex HL, (*per* 2. 12.) ergo ita erit corona comprehensa circulis ABC, DEF, ad circulum HIK; vt rectangulum ADC, ad quadratum HL. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO LVI.

### Theorema.

*Si hemisphærium, & conus centrum Sphæræ habens pro vertice, & eandem basim quam cylindrus circumscriptus secentur plano basi parallelo: circulus in cono factus æqualis est coronæ relictæ inter hemisphærium, & superficiem cylindri, aut inter conum, & superficiem cylindri.*




Sit hemisphærium D E F, conus BAC; cylindrus circumscriptus DBCF. secentur ea omnia planis parallelis, plano BC. dico coronam KH, æqualem esse circulo cuius radius 3G, item coronam MO, circulo cuius radius OX. & coronam TZ, circulo cuius radius PV.

Demonstratio. linea HI (*per* 13. 6. *Eucl.*) est media proportionalis inter FI, ID, seu LH, HK: HI autem & AG sunt æquales. AG, & 3G sunt æquales cum AE, EB ex constructione sint æquales, & G3. sit parallela ipsi BE. igitur 3G, & HI sunt æquales: quare 3G est media proportionalis inter LH, HK, & (*per* 17. 6. *Eucl.*) quadratum mediæ 3G æquale est rectangulo sub LH, HK, & per lemma præcedens. corona HK, æqualis est circulo 3G, & quod est primum. & additâ communi coronâ H 3, erit corona K 3. æqualis circulo cuius radius H G.

Eâdem methodo ostendam coronam MO, æqualem esse circulo OX. item coronam TP æqualem esse circulo cuius radius ZV; & ablatâ communi coronâ ZP. coronam TZ æqualem esse circulo PV. quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM I.

Huic propositioni nititur demonstratio quâ ex methodo indivisibilium aliqui probant hemisphærium ABC duplum esse coni DEF. cùm enim ductis quibuscumque planis G K, L P, M R, ostenderimus circulum I K, æqualem esse coronæ GH, circulum OP coronæ LO, & circulum NR coronæ MS. & hoc in quibuscumque planis; erit pars coni EOB, æqualis figuræ solidæ descriptæ ex circumvolutione figuræ mixtæ ADO. quibus si addatur vtrinque A O E, erit hemisphærium æquale solido descripto ex circumvolutione trianguli AED. id est ei solido quod relinquitur si ex cylindro ADFC auferas conum DEF. sed cylindrus ADFC (*per* 10. 12.) est triplus coni DEF, quare id quod relinquitur ex cylindro, ablatô conô, duplum est coni, quare hemisphærium duplum est coni. quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM II.

Si methodus aliquorum sit vera nempe quod quoties duæ figuræ in alias desinentes sunt semper æquales, illæ etiam in quas desinunt, sint æquales. cum coronæ inter partem hemisphærij AO, & superficiem cylindri AL, semper sint æquales circulis, productis in cono per plana basi parallela, item illæ coronæ tandem desinant in circumferentiam maximi circuli, & circuli in cono producti tandem desinant in verticem seu punctum E, sequitur circumferentiam circuli, æqualem esse punctô E, quod cum sit apertè falsum, istæ methodi cum grano salis necessariò intelligendæ sunt.

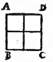
# GEOMETRIÆ PRACTICÆ
## LIBER TERTIVS
## De figurarum planarum diuiſione.

*Liber hic totus practicus erit, principiaque ſuperi`s poſita ad praxin reuocabit, agemus autem de diuiſione figurarum planarum in partes æquales; item de menſuratione ſuperficierum præcipuè verò curuarum, & aliis huius generis, quæ non niſi præſuppoſitis ſuperioribus principiis tractari potuerunt.*

### PROPOSITIO I.

*Menſurarum comparatio.*

Hic errorem vulgarem dérego, quô nonnulli menſuratum ſuperficialium partes, eô modô inter ſe comparant; quô menſuratum linearium & vnicam tantum dimenſionem habentium. cum tamen partes menſuræ ſuperficialis longè aliam habeant rationem, quàm earum appellationes videantur præſeferre. vt autem meam mentem meliùs aperiam & cautiores reddam, in ea materia Tyrones, difficultatem in exemplo proponam. Agebatur aliquando de aula aliqua lateribus ſternenda, aulæ longitudo erat pedum 30. latitudo 20. atque adeò erant pedes quadrati 600. lateres autem paraverat aliquis, quadratos quidem, ſed quorum latus erat ſemipedis, ideoque communi appellatione dicebantur continere ſemipedem quadratum, vnde qui hoc operi præerat; cum ſciret eſſe ſexcentos pedes quadratos in aulâ, mille ducentos parauit lateres, exiſtimans in pede quadrato, duos tantum ſemipedes inueniri, caſu quodam cùm lateritius aceruus mihi patulus videretur, interrogaui an haberet ſufficientem laterum copiam, reſpondit ne vnum quidem deeſſe, interrogaui quotnam eſſent, reſpondit ſe mille ducentos habere, interrogaui vlteriùs quam aream ſinguli lateres, reſpondit ſemipedem. igitur in longum 60. ordinari poſſunt in latum quadraginta, initoque calculo inueni 2400. quare deeſſe mediam partem aſſero, ille contra ita argumentabatur, ſunt in tota aula 600. pedes quadrati; in quolibet pede quadrato duo ſemipedes, ergo in tota aula ſunt mille ducenti pedes, negaui in pede quadrato eſſe tantum duos ſemipedes; ſed aſſerui eſſe quatuor. ſit enim pes quadratus ABCD, hoc eſt quadratum cuius latus ſit vnius pedis aſſero in eo inueniri quatuor quadrata quorum latera ſint vnius ſemipedis. quod ſatis per ſe patet.




Orgya quam vocamus communiter toiſe, continet octo pedes, orgya tamen quadrata habet 64. pedes quadratos; quare diligenter notandum eſt in hac materia, nedum exactiores eſſe volumus, & ab orgyâ ad pedes fit tranſitus, caurgat error intolerabilis. quod multò magis verum erit in figuris ſolidis, vt ſequenti librô explicabimus.

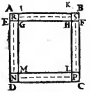


### PROPOSITIO II.

Problema.

*Murorum planorum ſuperficies metiri.*

Quamvis hæc materia nullam peculiarem difficultatem continere videatur, ſuas tamen habet cautiones. duplex igitur cum latomis pactum iniri poteſt, vel vt in ſingulos pedes cubicos, tanta merces ſolvatur vel ſolum in ſingulos pedes quadratos, aut ſi velis in ſingulas orgyas quadratas; & hæc vltima ineundi pacti ratio communis eſt nec ſine ratione; id enim quod latomis faceſſit negotium eſt facies extima, nempe vt ita omnes lapides aptent, vt nullus exorbitet, ſeu ex planâ ſuperficie egrediatur. neque enim cum murus duplo craſſior erit, propterea pretium duplum erit, eo quod eadem maneat vtrinque ſuperficies; debet item haberi ratio altitudinis muri; cum difficiliùs ſit in editiori loco operari, tàm propter pontium conſtructionem, quàm propter materiæ comportationem. ſolent tamen pro ratione ædificij pretium determinatum paciſci, in ſingulas orgyas quadratas, pro toto ædificio, exilitate muri in ſuperioribus partibus, eius altitudinem compenſante. quare reſtat vt plurimum ſola ſuperficies inquirenda, modus autem communis eſt, nempe vt omnia ad rectangula reducantur. & per multiplicationem, numerus pedum quadratorum habeatur, & per diuiſionem factam per numerum 64. (qui eſt numerus pedum quadratorum in orgya contentorum) habebitur numerus octapedarum quadratarum.




Cautio autem quæ adhibenda est in hac materia, est hæc: nempe ne eadem muri pars, bis computetur, quod vt exemplô manifestum fiat. sit turris quadrata ABCD. vt habeatur superficies muri AB, primo quærenda est eius altitudo, quæ si sit eadem vbique; habenda est longitudo, quæ vel secundum interiorem, vel secundum exteriorem faciem assumitur. si secundum interiorem nempe GH, Facta multiplicatione habebetur tantum superficies muri GHIK; quare si totum ædificium metiremur secundùm facies interiores restarent in quatuor angulis quatuor quadrata quæ non fuissent computata, quod in detrimentum latomi cederet; licèt autem hoc nonnullis videatur exigui momenti; quia tamen error à superiore parte ædificij ad imum vsque protenditur, negligi non debet.

E contrà si secundùm exteriorem faciem procedas; bis eadem quadrata computabuntur. si enim sumatur pro muri longitudine tota linea AB, factâ multiplicatione per altitudinem habebitur superficies muri ABFE, & si pro muro BC, sumas lineam BC; habebitur dimensio totius muri BCLK, in quo vides quadratum HB bis fuisse computatum. quare duo muri oppositi secundùm exteriorem faciem sunt assumendi; verbi gratia AB, DC, & alij duo GM, HL secundùm interiorem, atque ita nihil omittetur, & nihil bis assumetur.

Secunda cautio adhibenda; erit vt habeatur ratio crassitiei muri. cùm enim soleant latomi nostri, in singulas contignationes ex muri crassitie semipedem detrahere, & hoc secundum interiorem faciem, inde fit, vt cum superiori præceptô iniunxerimus vt duo ex muris oppositis, debeant sumi secundùm faciem interiorem, nempe GM, HL, addendus sit illi longitudini vtrinque semipes, nempe vt sumatur NR, SP. Quare latomi nostri quotiescumque tres sunt contignationes, aut intervalla, nec infimam, nec supremam assumunt murorum longitudinem sed mediam. Si quis exactè in omnibus procedere cupit, debet etiam rationem habere angulorum obtusorum & acutorum in quibus est aliquid difficultatis; sed sæpè ista minuta etiam à latomis ipsis negliguntur.

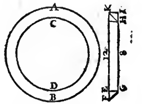
Communiter in ædificiis nostris nulla ratio habetur, fenestrarum & portarum, hoc est in construendo muro, tantum laboris impenditur, in collocandis ad libellam & perpendiculum quadratis lapidibus, alicuius portæ; quantùm, in ædificando muro æquali. vnde si habetur tantum ratio laboris ipsius latomi, in metiendis muris, nulla fenestrarum aut portarum ratio habetur.

Nonnunquam tamen illorum ratio haberi debet, vt cum agitur de pariete inducendo, aut dealbando. tunc enim totius parietis superficiem metimur; exinde singularum fenestrarum & portarum capacitatem subducimus; & habetur sola capacitas parietis inducti, aut dealbati.

## PROPOSITIO III.

Problema.

*De superficie curuâ.*




Proponitur turris rotunda metienda, certum est autem superficiem cuiuscumque cylindri æqualem esse rectangulo comprehenso sub eius altitudine, & circumferentiâ circuli, qui basis est eius. sit ergo turris cuius basis comprehendatur circulis AB, CD. & altitudo nota sit. quæritur vtrum exterioris circumferentia circuli AB, an interioris CD assumenda sit. Respondeo neutrâ circumferentiâ vtendum esse, sed mediâ quapiam, vnde circumferentia A B addatur circumferentiæ CD, & aggregatum dividatur bifariam erit enim media pars aggregati circumferentia quam per altitudinem debes multiplicare, vt habeatur vera turris superficies, verbi gratia sit circumferentia CD pedum 40. sit AB 48. addantur 40. & 48. fient 88. aggregatum hoc, divide bifariam fient 44. circumferentia quâ vtendum erit 44. media inter 40. & 48.

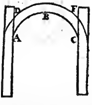
Demonstratio. si daretur murus vna sui parte longior nempe habeat. in vna facie pedes 12. in opposita pedes 8. differentia est pedum 4. quam si bifariam dividamus erunt duo. fiet FE duorum pedum, si enim transferatur triangulum FEG, in HIK. restabit EK pedum 10. & rectangulum EI, æquale trapezio FKHG.

## PROPOSITIO IV.

Problema.

*Fornicis cylindrica superficiem metiri.*

Non aliter metienda est superficies cylindricæ fornicis, quam turris rotundæ, sumptâ enim longitudine fornicis, tum eius circumferentia sive superet semicirculum sive non, sive sit omnino circularis, sive ex duobus constet arcubus, quales sunt omnes Gothicæ, quomodocumque tandem se habeant, si vnam per alteram multiplices exurget vera eius area, & capacitas, vnum tamen hic notandum occurrit; nempe




pe si separatim parietum fornicem sustentantium planam superficiem metiamur, non esse exteriorem, simul & interiorem circumferentiam metiendam: sed sufficere alterutram, eò quòd sint æquales, duo enim concentrici maiores, si lineis parallelis secentur, in arcus æquales sensibiliter secabuntur, quales sunt duo arcus ABC, DF, lineis parallelis AD, CF. comprehensi.

## PROPOSITIO V.

*Fornicis Sphæricæ superficiem metiri,*




Sit Fornix quæcumque Sphærica, sive dimidiam Sphæræ partem, sive minorem contineat. basis eius circumferentiam, per altitudinem multiplica & habebis eius aream, vt si superficies fornicis GHIK metienda esset. primò cognoscatur altitudo L H, tum circumferentia circuli GKI si sit maximus Sphæræ & vnam per aliam multiplica & habebis intentum.

Demonstratio. (*per coroll.* 1. 45. *præcedentis libri*) superficies segmenti Sphæræ, æqualis est superficiei cylindricæ sibi respondentis in cylindro Sphæræ circumscripto. superficies autem cylindri habetur, si altitudinem per circumferentiam circuli, qui basis est illius multiplices: ergo & Sphæræ.

Duæ tamen cautiones adhibendæ sunt. prima est, vt circulus G K I, sit maximus circulus Sphæræ. si enim segmentum GHI, minus esset hemisphærio atque adeò circulus G K I, minor esset maximô Sphæræ circulô, nimis parua per multiplicationem exurgeret superficies fornicis.

2. Cautio est vt tam altitudo, quam circumferentia circuli, qui basis est circuli, sumatur media inter exteriorem & interiorem.

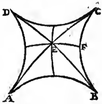
Exactiùs eam superficiem metiemur (*per* 46. *præcedentis libri*) si ducamus lineam HG, camque pro radio circuli. hoc est fiat vt 7. ad 22. ita GH tanquam radius, ad semicircumferentiam, tum multiplicea circumferentiam inventam per GH exurget superficies totius fornicis, quia exurgit superficies circuli cuius radius GH.

## PROPOSITIO VI.

Problema.

*Fornicis decussatæ superficiem metiri.*

Quamvis Architecti communiter afferant praxes huiusmodi fornicibus metiendis accommodatas: nonnullas tamen deprehendi falsas esse in aliquo, quamvis non longiùs à verò abludant, sed semper in vtilitatem artificum, qui propterea earum correctioni non incumbunt. praxes autem non exactas vt pote demonstratione carentes, nec dare lubet, nec etiam si vellem earum meminisse possem, ideo aliquas exactas quamvis longiores hic attexam.




Proponatur ergo fornix, composita ex quatuor segmentis fornicis cylindricæ, sibi invicem occurrentibus, quæ segmenta metienda suscipimus. sit ergo hæc fornix ABCD, & maioris facilitatis gratiâ, supponatur regularis; hoc est cylindri ex quibus desumuntur segmenta sint æquales. si benè inspiciatur superficies huiusmodi fornicis, dividi poterit in 8. triangula quæ non multum recedent à triangulis rectilineis; nam ex tholô huius fornicis, nempe ex puncto E, ducatur linea EF ad summitatem arcus BFC, formabitur triangulum E F B, rectangulum in F. si igitur assumatur linea EF, eamque multiplices per medietatem lineæ FB; habebitur triangulum rectangulum FEB. vel si multiplices lineam F B, per F E, habebuntur duo triangula EFB, EFC. vnde si hunc numerum per 4. multiplices, habebitur superficies totius fornicis.

## COROLLARIVM.

Hâc praxi cylindri secundarij superficiem metieris, multiplicando lineam ductam à Tholo, ad verticem arcus, per medietatem ipsius arcus.

Idem dicito de aliis speciebus fornicum, quales sunt claustrales quæ dividi debent in triangula, vt earum superficies habeatur,

## PROPOSITIO VII.

Problema.

*Triangulum in partes quascumque dividere, per lineas ab vno angulo ductas.*




Sit triangulum ABC dividendum in partes quascumque, & quamcumque proportionem, ita tamen, vt lineæ dividentes ducantur ab vno angulo. dividatur linea BC, in similes, & totidem partes, in quas dividendum est triangulum. ponantur quatuor partes primò æquales, sint igitur BD, DE, EF, FC æquales; ducanturque AD, AE, AF. dico triangulum ABC divisum esse in partes æquales.

Demonstratio. (*per* 1.6. *Eucl.*) triangula ABD, ADE, AEF, AFC eiusdem altitudinis se habent vt bases, sed bases ex suppositione æquales sunt; ergo & triangula; igitur triangulum ABC, divisum est in quatuor partes æquales. quod faciendum erat.

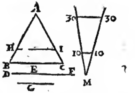
### COROLLARIVM.

Eôdem modô idem triangulum divides, in partes, quamcumque rationem inter se habentes, si basin BC (*per* 10. *sexti*) eô modô dividas quod difficillimum non est. Immò per simplicem arithmetices regulam id exequi poteris. verbi gratiâ, sit triangulum dividendum, in tres partes, ita vt prima sit secundæ dupla, & secunda tertiæ tripla ponantur numeri eam proportionem habentes, sitque primus numerus 6. secundus 3. tertius 1. sitque BC orgyarum 50. fiat aggregatum ex numeris 6. 3. 1. fientque 10. tum si velis basin competentem maiori triangulo 6, dicito. Si 10. dant 50. quid dabunt 6. & habebis 30. pro primo, pro secundo triangulo 3. habebis 15. & pro vltimo 1. habebis 5. si ergo in linea BC assumas primò orgyas 30. exinde 15. & 5. ducasque ex angulo A lineas: divisum erit triangulum ABC in tria triangula proportionem numerorum 6. 3. 1. observantia.

## PROPOSITIO VIII.

### Problema.

*Triangulum dividere secundum proportionem datam, per lineas vni lateri parallelas.*




Sit triangulum ABC, dividendum in duas partes, quarum vna sit alterius dupla. exhibeantur duæ lineæ DE, EF; quarum DF, sit alterius DE, dupla, velimus autem vt pars quæ vergit ad angulum A, sit minor. inter totam DF, & DE, quæratur media proportionalis G, fiatque vt tota DF; ad G, ita AB, ad AH, ducaturque HI; dico trapezium BCIH, trianguli AHI duplum esse.

Demonstratio. (*per* 4. 6. triangula AHI, ABC sunt similia, (*sed per* 19. 6.) triangula similia duplicatam rationem habent, rationis laterum homologorum; ergo triangulum ABC ad triangulum AHI; est in duplicata ratione lineæ AB, ad AH, seu lineæ DF, ad G, sed DF, ad DE, est in duplicata ratione lineæ DF ad G, cum G supponatur media proportionalis; igitur sicut DF, est tripla lineæ DE, ita triangulum ABC triplum erit trianguli AHI, & consequenter trapezium BCIH duplum erit trianguli AHI. quod erat demonstrandum.

Aliam praxin nobis exhibet circinus proportionalis in linea planorum. in qua inscripsimus latera quadratorum, se habentium vt 1. 2. 3. 4. &c. In proposito exemplo quæritur in triangulo ABC, aliud triangulum AHI, ad quod se habeat vt 3. ad 1. quære in linea planorum numeros qui se habeant vt 3. ad 1. quales sunt 30. & 10. assumptóque circinô intervallô AB, transfer illud à 30. in 30. & distantia à 10. ad 10. exhibebit lineam AH.

Demonstratio. quia linea planorum procedit in ratione subduplicata quadratorum, immò omnium planarum figurarum similium. erit vt linea M 30. ad lineam M 10. ita latus figuræ cuiuscumque triginta partium, ad latus figuræ similis, decem tantummodo partium; sed vt M 30. ad M 10. ita 30-30. seu AB ad 10-10. igitur 10 10. erit linea æqualis lateri, cuius triangulum erit tantum tertia pars figuræ similis, supra AB descriptæ.

Notandum autem in regulis proportionalibus, nos posse operari etiam si lineæ transferri non possint in instrumentum vt si AB esset 20. pedum loco 20. pedum assumerem in linea partium æqualium, particulas 20. quibus translatis à 30. in 30. distantia 10-10. assumpta circino, & in lineam partium æqualium translata, exhibebit, quot pedum debeat esse linea AH.

### COROLLARIVM.

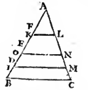
Ex hac praxi vides methodum augendi, & minuendi figuras, modò semper aliæ similes fiant. vt in nostro exemplo construximus triangulo ABC, aliud triangulum simile AHI. in data proportione per inventionem mediæ proportionalis. vel simpliciter in compasso proportionali. quare eâdem methodô, ex datô quôcumque polygonô, aliud polygonum simile auferemus, quod datam quamcumque rationem, cum suo toto observet. Immò datô circulô, alterius circuli quamcumque rationem cum priori habentis diametrum inveniemus.

## PROPOSITIO IX.

### Problema.

*Triangulum dividere in quotcumque partes, per lineas vni lateri parallelas.*

Sit




Sit triangulum ABC dividendum in quatuor partes æquales; lineis basi BC parallelis. dividatur AB in quatuor partes æquales in punctis D, E, F. tum inter AB, & AD; quæratur media proportionalis AI: inter AB, & AE media proportionalis AO, & inter AB, AF, media proportionalis AK. ductis per K, O, I. parallelis, lineæ BC.factum erit,quod proponitur.

Demonstratio. triangulum ABC, ad triangulum simile AIM, est in duplicata ratione, lineæ AB, ad AI, hoc est vt AB ad AD; ergo se habet ad illud vt 4. ad 3. & ad triangulum AON, vt 4.ad 2.& ad triangulum AKL vt 4.ad 1. ergo partes AKL, KLNO, ONMI, MIBC.sunt æquales.quod erat demonstrandum.

COROLLARIUM.

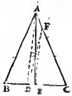
Divisô latere AB in partes quamcumque proportionem observantes, & quæsitis mediis proportionalibus inter illas, dividetur triangulum in partes eandem proportionem observantes.

Qui autem arithmeticè operari voluerit, ad inventionem mediæ proportionalis lineas datas multiplicet,& aggregati quærat radicem quadratam; hæc erit media proportionalis (*per* 17. 6. *Euclid*)

PROPOSITIO X.

Problema.

*Triangulum bifariam dividere.per lineam à quolibet lateris vnius punctô ductam.*



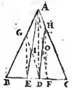

Sit triangulum ABC dividendum bifariam, per lineam ex puncto D ductam. divide bifariam latus BC in puncto E ductisque lineis AE, AD, lineæ AD ducatur parallela EF.tandem iungatur DF. dico trapezium ABDF esse dimidiam partem trianguli ABC.

Demonstratio. triangulum AEB, est dimidia pars trianguli ABC, (*per* 1. 6. *Eucl.*) cùm basis BE, sit dimidia pars basis BC. sed trapezium ABDF æquale est triangulo AEB; nam triangula EAF, EDF, super eâdem basi EF, & inter duas parallelas AD, EF, (*per* 37. 1. *Eucl.*)sunt æqualia. à quibus si auferas commune triangulum EOF. restabunt triangula AOF, DOE, æqualia. quibus si addas trapezium AODB, fient trapezium ABDF,& triangulum AEB æqualia:quare trapezium ABDF,erit media pars trianguli ABC.quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XI.

Problema.

*Triangulum in quotlibet partes æquales dividere, à quolibet punctô in latere assumptô.*




Sit triangulum ABC dividendum in tres partes æquales à puncto D in latere BC assumptô. dividatur idem latus BC, in tres partes æquales in punctis E. & F. ductæque lineæ AD, ducantur duæ parallelæ EG, FH. denique ducantur DG,DH.dico lineas DG,DH, dividere triangulum in tres partes æquales.

Demonstratio. primò ostendo triangulum DHC esse tertiam partem totius trianguli ABC. nam triangulum AFC est tertia pars trianguli ABC, (*per* 1. 6. *Eucl.*) sed huic æquale est triangulum DHC. nam ostendo facilè, vt priùs triangula FHA, FHD super eâdem basi FH, & inter parallelas FH, AD (*per* 37.1.*Eucl*) æqualia esse, quibus si addas. commune triangulum FHC, erunt duo triangula AFC, DHC æqualia. vnde triangulum DHC, est tertia pars trianguli ABC, ita ostendam triangulum BGD esse tertiam partem eiusdem trianguli ABC, quod consequenter divisum est in tres partes æquales, quod faciendum erat.

COROLLARIUM.

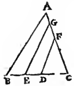
Hâc methodô, ex quôlibet triangulô imperatam partem auferes, si enim linea BC aliter divisa foret, ductis lineæ AD parallelis,eadem applicaretur demonstratio.

PROPOSITIO XII.

Problema.

*Triangulum dividere in plures partes æquales, ex duobus punctis in latere assumptis.*

Sit

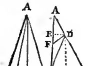



Sit triangulum ABC dividendum in tres partes æquales ex duobus punctis E & D. primò per coroll. præcedens ex puncto E, auferatur ex triangulo A B C tertia pars, ducta lineâ EG, nempe vt præscribit præcedens propositio. reliquum GEC, divide bifariam ex puncto D per decimam. & divisum erit triangulum in tres partes æquales.

### PROPOSITIO XIII.

Problema.

*Ex agro triangulari auferre quotcumque iugera, ex puncto quocumque.*




Sint primò auferenda quotcumque voluerimus iugera, ex agro triangulari ABC per lineam ductam ab angulo A, demittatur perpendicularis AD cuius cognoscatur longitudo. numerum pedum quadratorum in iugeris propositis contentorum, divide per inventam perpendicularem AD, quotiens erit numerus pedum qui duplicatus exhibet numerum pedum in basi BC, numerandorum verbi gratiâ sint 100. pedes quadrati abscindendi ex triangulo ABC. sitque AD 25. pedum, divide 100. per 25. fient 4. doplica quatuor fient octo. dico si BE sit octo pedum ducaturque AE, triangulum ABE esse 100. pedum quadratorum.

Demonstratio. omne triangulum æquale est rectangulo comprehenso sub perpendiculari, & dimidiatâ basi, sed perpendicularis supponitur esse 25. & basis esse 8. vnde dimidiata basis est 4. multiplica 25. per 4. fiunt 100. igitur triangulum ABE, erit 100. pedum quadratorum.

Si verò auferenda essent ea iugera, ex agro triangulari ABC notæ capacitatis, per lineam ductam ex quocumque puncto D in latere AC assumpto. primò ex puncto D, ducatur ad A B perpendicularis DE, per quam divides numerum 100. propositorum pedum quadratorum, & quotientem duplicabis, cui duplicato numerum æqualem pedum, abscindes in linea AB, ponamus esse AF, ducta linea DF, erit triangulum ADF æquale areæ propositæ.

Si verò tot pedes in AB inveniri non possunt, signum est triangulum ADB esse minus area proposita, quare ducta linea DB, cognoscenda est area trianguli ADB, & ex triangulo BDC auferendum est id quod restat; ducta pariter perpendiculari DG, atque ita habebis intentum.

### PROPOSITIO XIV.

Problema.

*Parallelogramma dividere.*

Parallelogrammorum divisio facilis est per lineas parallelas lateribus. si enim vnum latus dividatur in quotcumque partes sive æquales, sive determinatæ rationis, & per divisionum puncta agantur lineæ alteri lateri parallelæ, divisum erit parallelogrammum in partes eiusdem rationis. si verò ab angulis dividendum sit parallelogrammum: resolvetur in triangula, eademque modo dividetur, quo triangula.




Denique si ex parallelogrammo ABCD aream determinatæ capacitatis, velis abscindere, ducta ex angulo quocumque perpendiculari AE, divide propositam aream, per prædictam perpendicularem, quotiens erit longitudo basis; verbi gratiâ si velis assignare 100. pedes quadratos & perpendicularis sit 8. divide 100. per 8. provenient $12\frac{1}{2}$ abscinde ex BC, lineam BF $12\frac{1}{2}$ pedum, ducaturque linea FG, parallela lineæ AB: dico parallelogrammum A B F G, æquale esse centum pedibus quadratis. ducatur perpendicularis GH.

Demonstratio. AEHG parallelogrammum est rectangulum comprehensum sub AE, EH, ideoque ortum ex multiplicatione EH, per AE, linea autem EH, cum tam æqualis sit lineæ AG, quam linea BF, erit etiam æqualis lineæ BF: quare vere rectangulum AEHG æquale est centum pedibus quadratis, sed parallelogrammum ABFG, illi æquale est (*per 35. 1. Eucl.*) igitur erit etiam 100. pedum.

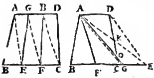
### PROPOSITIO XV.

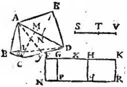
Problema.

*De divisione trapeziorum quorum duo latera sunt parallela.*

Sit trapezium ABCD, cuius latera AD, BC sunt parallela, & quod dividendum est in partes æquales, dividantur latera AD, BC parallela in partes æquales, nempe in punctis E, F, G, H. dico trapezia ABEG, GEFH, HFCD. esse æqualia. ducantur lineæ AE, GF, HC.

Demonstratio.




Demonstratio. triangula BAE, E G F, F B C, (*per* 38. 1.) sunt æqualia, vtpote bases æquales habentia, & inter parallelas constituta. æqualia item sunt AEG, GFB, B C D. quare duo BAE, AEG, seu trapezium A B E G, duobus E G F, G F B, seu trapezio GEFB erunt æqualia. quod erat demonstrandum.

Si ab angulo auferenda sit tertia verbi gratia pars trapezij ABCD producatur latus BC, sitque CE æqualis lateri AD, dividatur BE in tres partes in punctis P, & G. ductâ lineâ AF, dico triangulum A B F esse tertiam partem trapezij A B C D.

Demonstratio. enim lineæ CE, AD sint parallelæ & æquales; erunt (*per* 26 *primi Eucl.*) triangula ADK, CKE æqualia, quibus si addas trapezium ABCK, erit trapezium A B C D æquale triangulo A B E, sed (*per* 1. 6. *Eucl.*) triangulum ABF est tertia pars trianguli ABE; ergo etiam est tertia pars trapezij ABCD. quod est primum.

Idem dicendum esset de sequenti triangulo si eius latus non incutrat in lineam CD, tunc enim ducenda esset linea D E, & illi parallela GO, assero figuram AFCO esse tertiam partem totius trapezij ABCD. seu esse mediam partem reliquæ figuræ AFCD.

Demonstratio triangulum enim AFC, non est tertia pars trianguli ABE, sed deficit à tertia parte; ergo neque est tertia pars trapezij ABCD. id enim quod illi deest vt sit tertia pars; est triangulum A C G, ponamos triangulum ACG esse tertiam partem reliqui nempe trianguli ACE, ostendo triangulum AOC, esse etiam tertiam partem reliqui ACD. ita enim se habet triangulum AOC, ad totum triangulum ADC, vt se habet linea CO, ad CD, & ita se habet triangulum ACG ad triangulum ACE, vt CG ad CE, sed (*per* 4. 6.) vt CG, ad CE, ita CO, ad C D; ergo si triangulum A C G, est tertia pars reliqui ACE, triangulum ACO, erit tertia pars reliqui ACD; ergo figura AFCO est tertia pars trapezij ABCD. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XVI.

Problema.

*Quocumque rectilineo in triangula diviso, invenire rectas lineas triangulis proportionales.*

Sit rectilineum ABCDE, divisum in triangula, quæruntur tres lineæ, tribus triangulis ABC, ACD, AED, proportionales. ita considerentur duo quæcumque triangula, vt eadem basin habeant verbi gratia triangula ABC, A C D ita considerentur vt eorum basis communis sit A C, vnde ex angulis basi AC oppositis; ducantur perpendiculares B I, DO; clarum est (*per* 1. 6. *Eucl.*) ita esse triangulum ABC; ad triangulum ACD, sicut B I ad DO. fiat ergo vt B I ad D O, ita F G. ad G H, pariter ex angulis C & E, ducantur perpendiculares C M, NE, fiatque vt C M, ad E N; ita GH, ad HK, clarum est lineas F G, G H, HK, esse triangulis propositis proportionales. (*per* 1. 6. *Eucl.*)

## COROLLARIVM.

Linea FN sit æqualis, dimidiæ A C, perficianturque rectangula FP, GQ, H R, dico illa esse æqualia triangulis propositis. si patiter linea FG fuerit æqualis lineæ B I. nam triangulum ABC. (*per* 4. *ſ. eiusdem huius*) æquale est rectangulo FP. vt autem FG ad GH, ita triangulum ABC ad triangulum ACD, sed (*per* 1. 6. *Eucl.*) ita etiam est rectangulum FP, seu triangulum ABC, ad rectangulum GQ. ergo triangulum ACD & rectangulum GQ sunt æqualia.

Faciliùs per numeros idem præstabimus, si enim aream triangulorum ABC, ACD, ADE, quæramus in numeris. & lineas tot contioentes partes aliquotas exhibeamus, quot sunt vnitates in singulis triaogulis, habebimus quod requiritur. si autem adhuc velimus numerum indicaotem aream singulorum triangulorum revocare ad numeros primos faciliùs lineas triangulis proportionales exhibebimus.

## PROPOSITIO XVII.

Problema.

*Rectilineum quotcumque dividere, in partes determinatam rationem habentes.*

Sit rectilineum superioris propositionis dividendum in partes rationem habentes, quam habent lineæ ST, TV. primò (*per præcedentem*) divisô rectilineô in triangula quærantur lineæ FG, GH; HK, triangulis proportionales. tum tota F K dividatur in X, secundùm rationem lineæ S T ad T V. hoc est ita sit F X ad X K, sicut S T ad T V. quia autem punctum X cadit in lineam G H, pertinentem ad secundum triangulum ACD. divide lineam CD, in Y, eô modô quô divisa est linea

GH, ducaturque linea AY, dico lineam AY dividere rectilineum ABCDE, fecundum rationem datam.

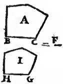
Demonſtratio. eùm ſit vt triangulum ABC, ad triangulum ACD; ita FG; ad GH, & vt ACD ad ADE, ita GH, ad HK. ita etiam erit totum rectilineum ad triangulum ACD, ſicut tota FK, ad GH, ſed vt ACD ad ACY, ita GH ad GY; ergo ita eſt tota FK, ad GY, vt totum rectilineum ad triangulum AGY, ſed pariter vt totum rectilineum, ad ABC, ita tota FK, ad FG; ergo vt totum rectilineum ad trapezium ABCYA, ita tota FK, ad FY. & conſequenter vt ABCYA, ad AYDEA, ita FY ad YK ſed vt FY, ad YK, ita ST, ad TV. igitur vt ST ad TV ita ABCYA, ad AYDEA. quod erat demonſtrandum.

Multa alia problemata eiuſdem rationis proponi poſſunt quæ vſum frequentem non habent, poſſent tamen inutilia non eſſe, ſi quis diviſionis agrorum curam ſuſciperet. in his autem, methodus facillima eſſet, ſi agrum metiaris, ſingulorumque triangulorum in quæ dividitur ager, aream inveſtigates, ex ea enim facilè iudicabis quomodo dividendus ſit, vt partes, determinatam habeant rationem.

## PROPOSITIO XVIII.

Problema.

*Cuicumque rectilineo aliud rectilineum ſimile conſtituere in datâ ratione quoad aream.*



Sit rectilineum A, cui ſimile in certa proportione deſcribendum eſt; nempe in proportione, lineæ BC ad F. inter BC, & F quæratur media proportionalis GH, ſuper quam (*per* 18. 6. *Eucl.*) deſcribatur rectilineum I ſimile rectilineo A.

Demonſtratio. cum tres lineæ BC, HG, & F ſint continuè proportionales: erit ratio BC, ad F, duplicata rationis BC ad HG: ſed (*per* 20.6.*Eucl.*) rectilineum A, ad rectilineum I duplicatam habet rationem lineæ BC ad HG; ergo rectilineum A, ad rectilineum I, rationem habet, lineæ BC, ad F. quod erat faciendum.

## COROLLARIVM.

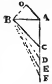
Hæc propoſitio valet etiam in circulis, quæ duplicatam rationem habent diametrorum, aut ſemidiametrorum.

## PROPOSITIO XIX.

Problema.

*Cuicumque figuræ, aliam ſimilem duplam, triplam, quadruplam, pariter ſubduplam ſubtriplam conſtituere.*

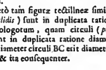
Hæc propoſitio quæ communiter de quadratis proponitur. primò de omnibus figuris rectilineis ſimilibus intelligi debet. ſecundò etiam de omnibus circulis. tertiò de Ellypſibus, ſimilibus, ſeu quarum diametri certam, & determinatam rationem obſervant.



Sit igitur triangulum ABO, cui aliud duplum conſtituere oportet. cuicumque lateri AB, ducatur perpendicularis AC & æqualis, ducaturque linea BC. (*per* 18. 6. *Eucl.*) ſupra BC conſtituatur triangulum ſimile triangulo ABO. dico illud eſſe duplum trianguli ABO.

Demonſtratio. (*per vltimam* 6. *Eucl.*) cum angulus BAC rectus ſit, erit rectilineum ſupra BC, deſcriptum; æquale rectilineis ſimilibus ſuper AB, & BC deſcriptis, quæ cum ſint æqualia erit rectilineum ſupra BC, duplum rectilinei ſupra AB. ſi autem AD ſit æqualis lineæ BC, erit rectilineum ſupra BD triplum rectilinei ſupra AB, nam per eandem æquale eſt rectilineis ſupra AB & AD, hoc eſt rectilineo AB, & eius duplo. ſi AE, ſit æqualis lineæ AD, erit rectilineum ſupra BE quadruplum rectilinei ſupra AB. & ita conſequenter, conſtituemus lineam in quam augere poterimus non tantum quadrata, ſed omnes figuras rectilineas, modò ſint ſimiles.

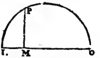
Quia verò tam figuræ rectilineæ ſimiles (*per* 20. 6. *Euclidis*) ſunt in duplicata ratione laterum homologorum, quam circuli (*per* 2. 12. *Eucl.*) ſunt in duplicata ratione diametrorum ſi AB ſit diameter circuli BC erit diameter dupli; BD tripli & ita conſequenter.



SI minuendum eſſet rectilineum ſecundum rationem GH ad HI. ſupra GH fiat ſemicirculus ducaturque perpendicularis IK, dico ſi ſupra lineam HK deſcribatur figura ſimilis illi quæ deſcripta eſt ſupra GH, fore vt ſint in ratione GH ad HI. iungatur linea GK.

Demonſtratio. triangula GKH, HKI ſunt ſimilia, eò quòd habeant angulum H communem, & angulus I ſit rectus, ſicut & angulus GKH in ſemicirculo. quare ita eſt GH oppoſita angulo recto ad KH oppoſitam angulo

angulo G, vt KH opposita angulo recto I, ad HI oppositam angulo IKH. qui est æqualis angulo G. igitur KH est media proportionalis inter GH & HI. ideoque ratio GH, ad HI est duplicata rationis KH ad HI. sed (*per* 20.6.) rectilineum supra GH, ad rectilineum simile supra HK, est in duplicata ratione GH ad HK, ergo est vt GH, ad HI, quod faciendum erat.




Pariter si augendum esset, verbi gratiâ quærendum triplum, aut quadruplum non inventis intermediis. sit verbi gratiâ triplum rectilineum quærendum illius, quod descriptum supponitur supra LM. sit MO tripla. supra LO fiat semicirculus. excitetur perpendicularis MP. dico rectilineum supra MP esse triplum rectilinei supra LM.

Demonstratio. (*per cor.* 8. 6. *Eucl.*) PM, est media proportionalis inter LM, & MO, igitur sicut priùs rectilineum supra MP ad rectil. supra ML se habet vt ML, ad LM.

In praxi verò arithmetice faciliùs id præstabimus. primò si propositum sit quadrati latus, per multiplicationem eius quadratum habebimus, quod si duplicaverimus, triplicaverimus habebimus quadratum duplum, triplum &c. cuius si radicem quadratam extrahamus, habebimus latus quadrati, dupli, tripli, dimidij.

Si proponatur latus cuiuscumque figuræ. cuius area nota sit, ab hac area extrahatur radix quadrata. tum multiplicetur eadem area prout libuerit, & producti extrahatur radix quadrata, tum fiat vt prima radix quadrata ad secundam, ita latus figuræ ad aliud & quarta proportionalis erit latus figuræ prioris multiplæ.

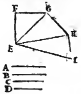
Vel sit linea 20. pedum quæ sit latus cuiuscumque figuræ, cui similis quæritur, verbi gratiâ octupla. sumatur octies 20. fient 160. multiplica 160. per 20. fient 3200. cuius numeri si extrahas radicem quadratam $56\frac{6}{11}$. hæc erit latus figuræ similis, & illius octuplæ.

Demonstratio. 160. est linea octupla lineæ 20. pedum & rectangulum comprehensum sub 160. & 20. est æquale quadrato lineæ $56\frac{6}{11}$ igitur (*per* 17. 6.) $56\frac{6}{11}$ est media proportionalis inter 160. & 20. quare ratio 20. ad $56\frac{6}{11}$ est sub duplicata rationis 20. ad 160. sed (*per* 20. 6. *Eucl.*) rectilineum descriptum super lineam 20. pedum, ad rectilineum descriptum super $56\frac{6}{11}$ est in duplicata ratione lineæ 20. ad $56\frac{6}{11}$ ergo erit vt 20. ad 160. seu ratio erit subοctupla, quod erat ostendendum.

PROPOSITIO XX.

Problema.

*Datis quotcumque figuris similibus vnam exhibere quæ sit omnibus æqualis.*




Sint datæ figuræ quæcumque similes sive, circuli, sive quadrata, sive rectilinea quæcumque similia, quorum latera homologa sint A, B, C, D. quæritur autem latus figuræ similis, quæ omnibus illis sit æqualis. sit EF æqualis, lineæ A, factôque angulô rectô EFG, sit FG æqualis lineæ B. ducatur linea EG, factôque angulô rectô EGH, sit linea GH æqualis lineæ C. ducatur linea EH, ad quam ducatur perpendicularis HI, æqualis lineæ D. dico lineam EI, esse latus figuræ similis, quæ omnibus propositis sit æqualis.

Demonstratio. cum angulus F sit rectus, (*per vltimam* 6. *Eucl.*) erit rectilineum supra EG descriptum, æquale similibus rectilineis supra EF, FG: seu A & B descriptis, pariter quia angulus EGH rectus est, erit rectilineum supra EH æquale, rectilineis supra GH, seu C; & supra EG, hoc est A & B. atque ita rectilineum supra EI æquale est rectilineis similibus supra A, B, C, D, descriptis quod erat demonstrandum.

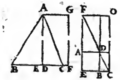
Arithmeticè id faciliùs exequemur. si sciamus aream omnium rectilineorum, sciamus item lineam A. extrahe radicem quadratam rectilinei A, coniunge omnia rectilinea in vnam summam cuius pariter extrahes radicem quadratam. tum fiat vt radix rectilinei A ad radicem, vltimo inventam, ita linea A ad quartam proportionalem: hæc erit latus figuræ similis, quæ omnibus propositis sit æqualis.

Demonstratio. cum extrahitur radix quadrata rectilinei A. supponitur quadratum ipsi æquale cuius quæritur latus. pariter habetur latus quadrati æqualis omnibus figuris simul sumptis, cum autem tam quadrata, quã figuræ quæcumque similes sint in duplicata ratione suorum laterum; si fiat vt latus primi quadrati: ad latus secundi ita linea A ad quartam, supra quartam describi poterit figura ad quam figura A, eam habeat rationem, quam quadratum ipsi A æquale, ad quadratum æquale omnibus figuris simul sumptis: atque adeò quæ sit æqualis omnibus figuris simul sumptis.

## PROPOSITIO XXI.

Problema.

*Cuicumque triangulo immò & rectilineo, æquale rectangulum, & quadratum constituere.*



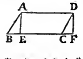

Sit triangulum ABC cui æquale rectangulum quærimus. ex puncto A ducatur ad oppositum latus perpendicularis AD, sitque D F æqualis dimidiæ basi EC; dico rectangulum DG æquale esse triangulo ABC. (*per y. 2. huius*) si quæratur inter DF, AD media proportionalis, supra quam describatur quadratum illud æquale erit rectangulo AF, (*per 17.6.Eucl.*) igitur & æquale erit triangulo ABC.

Si autem datetur rectilineum pluribus constans triangulis singulis triangulis, fiat rectangulum æquale, quæ rectangula vt ad vnicum rectangulum, seu ad vnicam longitudinem reducantur hâc methodô vtendum erit. sit rectangulum AB, cui aliud æquale formandum est, cuius vna linea sit æqualis lineæ BC; ducatur. linea CD. quæ concurret cum linea EA producta in F; dico lineam AF, esse aliud latus rectanguli æqualis ipsi AB. hoc est si fiat rectangulum comprehensum sub BC, & AF fore vt sit æquale ipsi AB perficiatur rectangulum EO.

Demonstratio. rectangulum DO, comprehensum est sub BC, & AF, sed rectangulum DO, (*per 43. primi*) æquale est rectangulo ED. quod faciendum erat.

Arithmeticè faciliùs omnia exequimur. nam cognitam cuinscumque rectilinei aream dividimus per latus datum, & quotiens divisionis exhibet aliud latus rectanguli ipsi æqualis.

Vt verò constituamus alicui rectilineo, aut pluribus æquale quadratum Geometricè quidem parallelogrammum rectangulum ipsis æquale constituimus. tum illius rectanguli lateribus mediam proportionalem quærimus, hæc erit latus quadrati quod quærimus, vt satis manifestum est, vel inter basin & altitudinem quærimus mediam proportionalem si rectangulum non sit, quia sic ad rectangulum reducitur. arithmeticè verò omnium rectilineorum propositorum areas in vnam summam colligimus, cuius radicem quadratam extrahimus.




Non dissimili ratione datis pluribus rectilineis sive tri lateris sive quadrilateris, vnum æquale rectangulum, immò & quadratum constituemus, vt autem transmutemus parallelogramma obliquangula in rectangula æqualia ductis perpendicularibus duabus, id præstabimus clarum est enim parallelogrammum A B C D, æquale esse rectangulo AEFD.

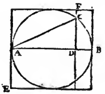
## PROPOSITIO XXII.

Problema.

*Dato circulo, æquale quadratum constituere, vel vicissim.*

Primò inter semicircumferentiam, & semidiametrum, quære mediam proportionalem. hæc erit latus quadrati circulo æqualis.

Demonstratio. rectangulum sub semicircumferentia, & semidiametro æquale est circulo. (*per cor 23. secundi huius*) sed huic rectangulo æquale est quadratum cuius latus medium est proportionale (*per 17. 6.*) ergò tale quadratum æquale est circulo.




Aliô modô. sit circulo constituendum æquale quadratum. diametrum divide in 14. partes æquales, sitque DB trium partium, ita vt AD sit vndecim partium, excitetur perpendicularis DC, & iungatur AC. dico lineam AC esse latus quadrati æqualis circulo.

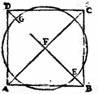
Demonstratio. (*per 24. secundi huius*) circulus se habet, ad quadratum ipsi circumscriptum vt 11. ad 14. quare rectangulum comprehensum sub 11. & 14. hoc est sub AB, AD seu rectangulum EF, est æquale circulo. cum autem sit AC media proportionalis inter AB, & AD erit (*per 17. 6.*) eius quadratum æquale rectangulo EF, & consequenter circulo.

Arithmeticè diametrum divide per 14. eiusque partes 11. multiplica per diametrum integram, exurget area circuli, cuius si extrahas radicem quadratam habebis intentum.

Vicissim autem datô quadrato æqualem circulum describes. inter 14. & 11. quære medium proportionalem tum fiat vt 11. ad numerum medium proportionalem, ita latus quadrati, ad aliud; habebitur diameter circuli quæsiti.

Demonstratio. Intelligatur circulus inscriptus quadrato. certum est quod quadratum, & circulus ipsi æqualis ad circulum inscriptum, cuius diameter est æqualis lateri quadrati, se habet vt 14. ad 11. circuli autem sunt in duplicata ratione diametrorum (*per 2. 12*) quare diameter circuli inscripti, seu latus quadrati, ad diametrum circuli æqualis erit vt 11. ad medium proportionale inter 11. & 14. nempe $12\frac{5}{12}$ quæ accedit ad rationem 7. ad 8.

Aliô




Aliô modô fit quadratum ABCD. cui æqualis circulus proximè quæritur. ductis diagonalibus AC, DB. divide AB in 7. partes æquales, & partem septimam transfer in diagonalem à puncto B in E, circulus descriptus,ex F vt centrô intervallô FE,erit æqualis quadrato.

Demonstratio. supponatur AB esse 7. partium eius quadratum erit 49.quadratum item AD erit totidem partium, quæ duo quadrata efficiunt 98. erit ergo quadratum lateris BD 98. cuius radix quadrata BD, erit ferè 10. dum aufertur vna septima EB, hæ aufertur vtrinque virtualiter, erit ergo GE ferè 8. vidimus autem latus quadrati ad diametrum circuli sibi æqualis sic habere, vt 7. ad 8. ferè igitur hic circulus cuius diameter FG æqualis est, circulo vel aufeeratur ex diametro BD decima pars BE.

## PROPOSITIO XXIII.

Problema.

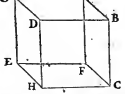
*Data Ellypsi æquale quadratum assignare.*

Inter diametros Ellypsis quæratur madia proportionalis, hæc erit (*per* 28. 2. *huius*) diameter circuli æqualis Ellypsi, huic per præcedentem inveni quadratum æquale, & habebis quadratum Ellypsi æquale.

*Cætera quæ ad quadraturam circuli pertinent, sunt profundioris Geometria quæ modò attingi non debent,ne in immensum augeatur hic tractatus.*

# GEOMETRIÆ PRACTICÆ
## LIBER QVARTVS
## Stereometria.

*CVM sint tres speci⸗s quantitatis nempe linea, superficies & corpus; & de duabus primis speciebus, iam sufficienter dixerimus superioribus libris; restat vt aliqyid de tertia dicamus. & primò quidem sicut constituimus communem mensuram, pro aliis speciebus, debemus & aliquam pro solidis definire, communis autem mensura est cubus, cuius superficies sex quadratis constat, angulisque consequenter omnibus rectis, lineisque brevissimis sub vnicâ autem dimensione continetur. cum eius longitudo latitudini, & altitudini sit æqualis existimamus igitur alicuius corporis soliditatem sufficienter nobis notam esse, si exhibeamus cubum ipsi æqualem, cuius latus cognitum sit. quare si cognoscatur ex solidi alicuius materia efformari posse cubum, cuius latus sit octo pedum, sufficienter cognitum erit illud solidum. quia tamen nonnumquam id operosum est, ideo determinamus, quot cubis podalibus seu pedibus cubicis sit æquale solidum, & vocamus cubum cuius latus est vnius pedis pedem cubicum.*




*Omnis parallelepipedi rectanguli soliditas exurgit, si eius longitudinem, per latitudinem multiplicemus; ex qua multiplicatione oritur area basis eius, quam si per altitudinem iterum multiplicemus habebitur soliditas eius. sit parallelepipedum AH cuius soliditas quæritur, nempe quot pedes cubici in eo contineantur; multiplica AB, per BD; & habebitur area basis AD. vt si AB sit duorum pedum, & BD totidem, per multiplicationem fient 4. sit altitudo AF item duorum, multiplica 4 basin inventam per 2. fient octo. concludo in AH, inveniri octo pedes cubicos si enim altitudo esset tantum vnius pedis, cum basis AD. quatuor habeat pedes quadratos, & supra singulos vnicus constituatur cubus, erit tantum vnus ordo quatuor cuborum si verò altitudo sit duorum pedum fient duo ordines quatuor cuborum, si fuerit duorum cum dimidio, fient duo ordines cum dimidio igitur multiplicando aream basis per altitudinem, habetur soliditas cuiuscumque parallelepipedi rectãguli.*

*Quando proponitur parallelpipedum non rectangulum, cuius basis non erit rectangula, licet super illa constitui possent, pedalia parallelepipeda, obliquangula, quæ possent esse communis mensura, debemus tamen totum corpus, ad cubicos pedes revocare, quia anguli obliqui innumeri esse possunt, & ex maiori aut minori angulo maior, aut minor oritur soliditas.*

*Quotiescumque vasa cylindrica aut conica metimur, non est semper opus, eorum soliditatem ad cubos revocare, possumus enim vsitata in liquidis mensura vti, quæ cylindrica esse debet, ad quam omnium vasorum, tam cylindricorum, quàm conicorum soliditatem exigamus.*

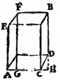
*Notandum item dum fit mutatio mensura, partes aliquotas plures inveniri quam ferat earum denominatio. vt in pede cubico, non duo semipedes cubici inveniuntur, sed octo non quatuor quadrantes cubici, sed 64. in pede cubico, digiti cubici inveniuntur 1728. quare si quis vt exactius procederet, haberet digitos cubicos qui in aliquo corpore inveniuntur, velletque eos reducere ad pedes, deberet summam illam dividere per 1728. & exurgeret numerus pedum cubicorum, quod si post divisionem aliquid relinqueretur esset numerator fractionis, cuius numerus 1728. esset denominator. In octopeda seu toysia cubicà quia toysia linearis continet octo pedes, erunt pedes cubici 512 quod est diligenter notandum, ne fiat error intolerabilis.*

*Recolatur vltima pars libri vndecimi Eucl. & prima pars libri duodecimi quarum propositiones hic ad praxin revoco.*

## PROPOSITIO I.

### Problema.

*Parallelepipedi rectanguli soliditatem metiri.*




Sit parallelepipedum AB rectangulum, cuius soliditas requiritur. multiplicetur AC, per CD, & habebitur area basis AD, quam basin multiplica per altitudinem AE, & exurget soliditas parallelepipedi AB.

Demonstratio. per multiplicationem primam iam ostendimus ex superioribus libris innotescere aream rectanguli AD, suppono enim angulum ACD rectum esse. quare per hanc multiplicationem scimus quot sint verbi gratiâ pedes quadrati in rectangulo A D; ponamus esse decem. quot erunt pedes in linea AE, tot erunt ordines decem cuborum in parallelepipedo A B; ergo multiplicando aream AD per altitudinem AE. habebitur soliditas parallelepipedi AB. quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM.

Eadem soliditas producetur quomodocumque fiat hæc multiplicatio. hoc est sive multiplices lineam AC, per CD, & productum multiplices per AE, vel multiplices AC, per AE, & productum multiplices per CD. sive multiplices AE per EF, seu CD, & productum multiplices per AC. nam in primo casu rectangulum AD fit basis, & AE altitudo. in secundo rectangulum CE fit basis, & CD altitudo. in tertio rectangulum AB, fit basis & AC altitudo. quare si tres numeri se invicem quôcumq; ordine multiplicent, idem tamen numerus producitur vt vidimus in arithmetica.

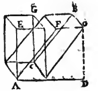
## PROPOSITIO II.

### Problema.

*Parallelepipedi non rectanguli soliditatem metiri.*

Supponatur superiùs parallelepipedum non habere basin rectangulam; sed angulum ACD obtusum esse, licèt linea AE sit recta ad planum A D, quæratur area basis A D, eamque pariter multiplica per altitudinem AE, & habebis eius soliditatem.

Demonstratio. ductâ perpendiculari DH, erit rectangulum G D, æquale parallelogrammo AD, intelligatur supra rectangulum GD excitatum parallelepipedum eiusdem altitudinis AE, quod (*per* 32. 11.) erit æquale parallelepipedo AB; sed illius soliditas habetur multiplicando basin GD per altitudinem (*ex prima huius*) ergo & parallelepipedi AB soliditas habebitur multiplicando basin per altitudinem.



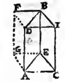

Sit aliud parallelepipedum AB, non rectangulum; basis A C area primò investigetur: tum ex quolibet puncto O, alterius basis, ducatur perpendicularis OD, ad planum AC productum, hæc erit vera illius altitudo, multiplica basin AC per altitudinem OD, & habebitur soliditas parallelepipedi AB. intelligatur parallelepipedum AG super eâdem basi AC, ita vt lineæ AE, GC, & aliæ sint perpendiculares, & sint æquales lineæ OD.

Demonstratio. (*per* 32. 11.) parallelepipeda AB, AG, sunt æqualia, sed parallelepipedi AG habetur soliditas multiplicando basin AC, per altitudinem AE, aut OD; ergo & solidi AB soliditas habebitur multiplicando basin AC per altitudinem OD, quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO .III.

### Problema.

*Prismatis triangularis soliditatem metiri.*




Sit prisma triangulare AB, primò rectangulum, hoc est ita vt lineæ A D, E B, sint rectæ ad planum basis ACE. primò quæratur area basis ACE; quam per altitudinem AD multiplicabis; & habebis soliditatem prismatis triangularis AB. perficiantur parallelogrāma ACEG DFBI, atque adeò fiat parallelepipedum CF.

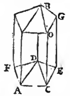
Demonstratio. prisma triangulare AB, est dimidia pars parallelepipedi CF; sed soliditas parallelepipedi, exurgit ex multiplicatione basis C G, per altitudinem AD; ergo soliditas prismatis triangularis exurgit, si dimidium parallelogrammi CG, seu triangulum A C E, multiplices per eandem altitudinem AD. quod erat demonstrandum.

Eôdem modô demonstrabimus cuiuscumque prismaris triangularem basin habentis, soliditatem exurgere, si multiplicetur basis per veram altitudinem perpendicularem. quia tale prisma est dimidium parallelepipedi, eandem altitudinem, & duplam basin habentis.

## PROPOSITIO IV.

### Problema.

*Cuiuscumque prismatis soliditatem metiri.*




Sit prisma quodcumque AB. cuius soliditas quærenda proponitur. primò quæratur area basis ACEDF, quam multiplicabis per altitudinem prismatis; dico hâc dupliei multiplicatione generari soliditatem totius prismatis A B. dividatur vtraq; basis in similia triangula. eritque divisum prisma in prismata triangularia, quorum altitudo æqualis erit, cum enim plana AD, OB, sint parallela quæcumque perpendiculares, ab vno plano ad aliud ducentur æquales erunt.

Demonstratio. singulorum prismatum triangularium soliditas (*per præcedentem*) exurgit ex multiplicatione particularis basis, per altitudinem; ergo & totius prismatis, multiplicatione totius basis, per eandem altitudinem; nam soliditas totius prismatis æqualis est, soliditati omnium prismatum simul sumptorum: sed (*per* 1.2.) si altitudo se habeat per modum lineæ insectæ, & basis per modum lineæ sectæ, id rectangulum sub insecta, & tota secta, æquale est rectangulis sub insecta & omnibus segmentis comprehensis; ergo eadem habebitur soliditas, sive singulæ bases per altitudinem, multiplicentur; sive tota basis per eandem altitudinem multiplicetur.

## PROPOSITIO V.

### Problema.

*Cylindri recti soliditatem metiri.*




Sit cylindrus rectus A B cuius soliditas inquiritur. primò inquiratur area circuli AC, qui basis est cylindri AB, & hanc multiplica per altitudinem AD; dico haberi soliditatem æqualem cylindro. sit enim prisma EK eiusdem altitudinis, æquale soliditati cylindri A B habens basin polygonam.

Demonstratio. vel basis EG æqualis est circulo AC, vel maior vel minor. ostendo non esse maiorem, si enim esset maior (*per lemma ad* 3.12.) circumscribi posset circulo AC polygonum minus basi EG, supra quod si intelligatur excitari prisma eiusdem altitudinis cum cylindro: erit prisma illud circumscriptum, minus prismate EK (*per* 8. 11.) cum minorem habeat basin, & eandem altitudinem ergo minus est cylindro AB. totum parte, quod est absurdum. si verò basis EG sit minor circulô AC; poterit (*per idem lemma*) inscribi circulo AC polygonum maius basi EG, supra quod si excitari intelligatur prisma eiusdem altitudinis cum cylindro, aut cum prismate EK, illud maius erit prismate EK (*per* 28.11.) & consequenter cylindrô AB, pars toto quod est absurdum igitur basis E G, & circulus AC sunt æquales. æqualis autem numerus multiplicatus per eundem, productum generat eundem; ergo ex multiplicatione circuli AC per altitudinem AD exurgit soliditas cylindri, quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VI.

### Problema.

*Cylindri obliqui soliditatem investigare.*




Sit cylindrus AB obliquus, ex quocumque punctô B superiori ducatur ad planum basis AE, productum perpendicularis BC. multiplicetur area basis AE per perpendicularem B C; & habebitur soliditas cylindri AB supra basin AE, intelligatur cylindrus rectus E D eiusdem altitudinis.

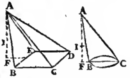
Demonstratio. lineæ D A, B C sunt parallelæ (*per* 6. 11.) quare in eodem sunt plano. pariter eum lineæ DB, AC sint in planis parallelis nunquam

nunquam convenient, vnde lineæ AD, BC sunt æquales, cylindri ED soliditas, fit ex multiplicatione basis AE, per lineam AD aut BC, sed (per 11. 12.) cylindri ED, AB sunt æquales; ergo soliditas cylindri AB generabitur, si multiplicetur area basis AE per perpendicularem BC. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VII.

Problema.

*Pyramides omnes & conos metiri.*



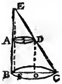

Sit quæcumque pyramis, aut recta aut obliqua, pariter conus similiter quicumque. ex apice pyramidis A ad planum basis ducatur perpendicularis AF multiplicetur area basis BD, per tertiam partem perpendicularis AF & habebitur soliditas pyramidis, aut etiam coni.

Dem. omnis pyramis est tertia pars prismatis eandem basin, & altitudinem habentis (per 7. 12.) & conus est tertia pars cylindri eandem basin & altitudinem habentis (per 10. 12.) sed prismatis, & cylindri soliditas producitur ex multiplicatione basis per altitudinem, vt vidimos, igitur pyramidis aut coni soliditas habebitur, si multiplicetur area basis, per tertiam partem altitudinis. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VIII.

Problema.

*Pyramidem detruncatam, aut coni frustum metiri.*

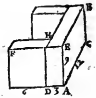



Sit coni detruncati frustum propositum ABCD, cuius soliditas quæritur. producantur per intellectum latera coni, aut pyramidis, ita vt intelligatur perfici conus. ducantur diametri BC, AD, & lateri AB ducatur parallela DO. si fiat vt OC excessus diametri BC supra diametrum AD, ad BC; ita OD, seu AB, ad AE. habebitur tota BE, vel ducta ex vertice E ad planum basis BC, perpendiculari EF, quia plana parallela AD, BC secant lineas EB, EI, proportionaliter (per 17. 11.) si fiat vt OC excessus, ad BC; ita IS ad IE. cognoscetur IE. cognita autem IE, & IS facilè cognoscitur IS. multiplis ea basin BC; per tertiam partem perpendicularis EI, habebitur per superiorem soliditas coni, aut pyramidis EBC, tum multiplicatâ basi AD per tertiam partem altitudinis ES; habebitur soliditas pyramidis EAD; quâ subductâ, ex tota EBC, restabit soliditas coni detruncati ABCD, idem dicendum est de pyramide detroncata.

## PROPOSITIO IX.

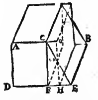
Problema.

*Muri soliditatem metiri.*




Sit murus AB cuius soliditas desideratur, sitque eiusdem crassities, AD pedum 3. longitudo AC pedum 12. & altitudo AE; pedum 9 primò multiplico 12. per 3. fiuntque 36. tum multiplico 36. per 9. fiuntque 314. tot erunt pedes cubici in muro AB. idem præstandum circa murum DF cuius soliditas erit 162.

Eadem cautio adhibetur quæ in superficiebus adhiberi solet; nempe circa angulos, ne eadem muri pars bis sumatur, vt si quis parallelepipedum AH, bis sumeret, nempe semel metiendo murum AB, & semel metiendo murum AF.



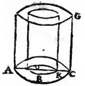

Quando muri crassities non est eadem, sed sensim minuitur media quædam crassities est vsurpanda, vt si proponatur muri AB soliditas, non est vtendum crassitie AC, neque crassitie DE, sed mediâ quâdam, nempe crassitie mediâ, qualis est DH nam si esset muros, AOHD, haberet soliditatem æqualem solliditati muri ACED, triangula enim GCO, GHE, sunt æqualia aliæ nonnullæ difficultates occurrunt propter crassitiei inæqualitatem, quas persequi longum esset.

## PROPOSITIO X.

Problema.

*Turris circularis soliditatem metiri.*

Sit




Sit turris AG, circularis proponitur autem soliditas murorum eius metienda. habeatur area circuli exterioris ABCD, quam per altitudinem multiplicabis; & habebitur soliditas totius cylindri AG, habeatur, & area circuli interioris; quam si multiplices per eandem altitudinem habebitur soliditas cylindri interioris, hanc si subduxeris ex totali cylindro, restabit soliditas murorum.

## PROPOSITIO XI.

Problema.

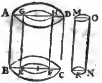
*Corporum irregularium soliditatem metiri.*

Primus modus licèt non adeò exactus erit si corpora irregularia, quatenùs fieri poterit ad corpora regularia reducantur, præcisis, vt ita dicam per intellectum, iis partibus quæ irregularitatem indocebant, quæ etiam separatim considerandæ sunt.

Alius modus in corporibus non adeò magnis, erit si intra aquam mergantur, præcipue verò intra vas parallelepipedum si enim dum tota immersa fuerint aquæ, extrahantur ex vase, si notetur quantum aqua decrescat, & hoc aquæ decrementum erit altitudo prismatis, per quam multiplicanda est basis eiusdem prismatis, quæ omnia satis per se patent, nec vlteriori indigent explicatione.

## DE SOLIDITATE SPHÆRÆ.

*Archimedes soliditatem sphæra assignauit per inscriptionem conicorum, nos vt puto multò breuiùs, & faciliùs per inscriptionem cylindrorum eam expediemus, præmissis aliquibus definitionibus.*




Definitio prima, Tubus cylindricus, est id quod relinquitur ablatô cylindrô concentricô minori, ex maiori æque alto. vt si ex cylindro ABCD maiori, auferatur cylindrus concentricus æquè altus EFHG. relinquitur tubus AEFD. hunc voco tubum cylindricum.

Definitio secunda. Rectangulum tubi cylindrici est rectangulum comprehensum sub eius crassitie, & reliquâ lineâ; quale est rectangulum B E C, seu comprehensum sub lineis BE. EC.

### LEMMA

Rectangulum tubi cylindrici, est excessus quô quadratum semidiametri basis totalis cylindrici, superat quadratum semidiametri basis cylindri ablati.

Sit enim vt suprà cylindrus totalis ABCD, & ablatus GEFH dico rectangulum BEC, esse excessum quô quadratum lineæ BI, superat quadratum lineæ EI.

Demonstratio cùm linea BC diuisa sit bifariàm in I, & non bifariam in E, erit (*per 5. 2.*) quadratum mediæ B I, æquale rectangulo comprehenso sub inæqualibus segmentis BE, EC, vnà cum quadrato intermediæ E I, quod erat ostendendum.

## PROPOSITIO XII.

Theorema.

*Soliditas cylindri, est ad soliditatem tubi cylindrici æque alti; vt quadratum radij basis, cylindri, ad rectangulum tubi cylindrici.*

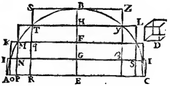
Sit cylindrus M N eiusdem altitudinis cum tubo AEFD. dico cylindrum LMNO, ita esse ad prædictum tubum, vt quadratum radij NK, ad rectangulum BEC.

Demonstratio. cylindrus totalis AC, ad cylindrum GF, ita se habet (*per 11. 12.*) vt basis BC,ad basin EF, vt autem bases,ita quadrata radiorum (*per 2. 12.*) ergo ita est cylindrus A B C D, ad cylindrum G F, vt quadratum ex BI, ad quadratum ex E I. & diuidendo, reliquum nempe tubus, se habebit ad ablatum, seu cylindrum G F, vt reliquum quadrati BI (*nempe per Lemma precedens*) rectangulum B E C, ad quadratum E I, sed vt cylindrus G F, ad cylindrum L O; ita quadratum E I, ad quadratum N K; (*per 11. 12.*) ergo ex æquo ordinatè, vt tubus A E F D, ad cylindrum NM; ita rectangulum B E C, ad quadratum MK. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XIII.

Theorema.

*Hemisphærio inscribi possunt, & circumscribi cylindri æque alti, quorum differentia minor sit solidô datô.*




Sit hemiſphærium cuius maximus ſemicirculus ABC, ſitque datum ſolidum D. dico poſſe hemiſphærio ABC circumſcribi, & inſcribi cylindros eiuſdem altitudinis, ita vt exceſſus circumſcriptorum ſupra inſcriptos, minor ſit ſolidô D. ſit enim axis hemiſphærij BE, quæ dividatur bifariam in F, & quælibet pars iterum bifariam in G & H. & ita deinceps; Item per ſingula diviſionum puncta ſint ductæ lineæ parallelæ diametro AC. quæ peripheriam circuli attingent in punctis MT &c. per quæ puncta demittantur perpendiculares MP, TR, & cæteræ, item excitetur tangens AI. & intelligatur circũvolui hemiſphærium circa axem BE immotum.

Demonſtratio à ſingulis rectangulis deſcribentur cylindri æquè altitiam inſcripti, quàm circumſcripti. ſi cylindrus infimus non eſt minor ſolidô D, ſubdividatur axis. tandem invenietur cylindrus minor ſolidô D; cum enim per ſingulas diviſiones auferatur dimidium:tandem relinquetur cylindrus minor ſolido D. ſit ille qui producitur ex circumvolutione rectangoli AI.exceſſus quô cylindri circumſcripti ſuperant inſcriptos, eſt æqualis cylindro AI. nam circumſcriptus TZ. æqualis eſt cylindrô R 3.differentia circumſcripti ML ab inſcripto QY, eſt tubus MT, æqualis tubo NR, ergo exceſſus quo circumſcripti ſuperant inſcriptos eſt cylindrus AI,minor ſolido D.quod erat demonſtrandum.

## COROLLARIVM I.

Differentia hemiſphærij à cylindris inſcriptis aut circumſcriptis minor etiam eſt ſolidô D.

## COROLLARIVM II.

Datô ſolidô minore, quàm ſit hemiſphærium, poterunt inſcribi,cylindri æqualis inter ſe altitudinis ipſô maiores, id eſt quorum differentia ab hemiſphærio minor ſit, eâ quâ tale ſolidum differt ab hemiſphærio.

## COROLLARIVM III.

Datô ſolidô maiore, quàm ſit hemiſphærium, poterunt illi circumſcribi cylindri eiuſdem inter ſe altitudinis ipſo minores; hoc eſt quorum differentia ab hemiſphærio, minor ſit eâ, quâ à ſolido dato ſuperatur hemiſphærium.

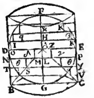
## COROLLARIVM IV.

Hæc demonſtratio applicari poteſt, cuilibet medietati Sphæroidis Ellypticæ quæ generetur ex circumvolutione Ellypſis circa alterutrum axem, ſitque longa aut lata Ellypſis.

## PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*Hemiſphærium duplum eſt coni, cuius baſis eſt maximus ſphæræ circulus & altitudo radius.*

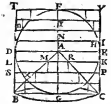



Sit conus ABC cuius baſis circulus BC æqualis circulo maximo Sphæræ, & altitudo radius AG. dico hemiſphærium DGE, illius duplum eſſe. nam cylindrus DBCE triplus eſt coni BAC, (*per* 10. 12.) igitur ſi à cylindro auferas conum BAC id quod reſtat, quod vocabo infundibulum BDAEC duplum erit coni; ſed oſtendo hemiſphærium nec maius, nec minus eſſe infundibulô.

Demonſtratio. ſi infundibulum minus eſt hemiſphæriô, inſcribi poterunt hemiſphærio cylindri æquè alti, infundibulô maiores. ſint igitur in hemiſphærio DFE inſcripti tales cylindri, & in quot partes diviſa fuerit AF in totidem dividatur AG, ducanturque lineæ parallelæ, tum excitatis perpendicularibus MR, S & & aliis, intelligatur circumvolutione circumſcripti cono ABC, vel ſi mavis inſcripti infundibulo BDAEC tubi cylindrici. primò oſtendo lineas AL, LM eſſe æquales, eò quòd AG, BG. æquales ſint; quare lineæ ML, AH, æquales etiam ſunt; quamobrem æquales ſunt lineæ PM, MN, lineis GH, HF; ſed (*per* 13. *ſexti*) linea HK eſt media proportionalis inter GH, & HF; igitur media proportionalis inter PM, MN. vnde (*per* 12. *huius*) cylindrus ex OK, æqualis erit tubo cylindrico PZRN: ita oſtendam cylindrum I3. æqualem eſſe tubo cylindrico Y7&T, & cylindrum QR æqualem eſſe tubo cylindrico V8S; ergo cylindri omnes inſcripti hemiſphærio æquales ſunt tubis cylindricis inſcriptis infundibulo: ergo minores ſunt ipsô infundibulô; maiores tamen iam oſtenſi ſunt ergo ſi hemiſphærium maius eſt infundibulo, cylindri inſcripti hemiſphærio ſimul maiores,& minores eſſent infundibulô,quod cum implicet, hemiſphærium maius non eſt infundibulô.

Sed neque hemiſphærium DFE minus eſt infundibulô, alioquin hemiſphæriô circumſcribi poſſent cylindri minores infundibulô. Supponantur circumſcripti. item cono ABC totidem cylindri inſcripti eiuſdem altitudinis. atque adeo totidem tubi cylindrici circumſcripti infundibulo. oſtendo cylindros circumſcriptos hemiſphærio etiam maiores eſſe infundibulô.

Demonſtratio.




Demonstratio. Primò cylindri ex DI, & DK sunt æquales.cyliodros HO, æqualis est tubo cylindrico PRMS. nam lineæ KM, ML æquales sunt lineis GN, NF. vt supra ostendimus, sed linea NH (*per* 13. 6.) est media proportionalis inter GN, NF; ergo erit etiam media proportionalis inter KM, ML, vnde (*per* 17. 6.) quadratum ex NH æquale erit, rectangulo sub KM, ML. & (*per* 12. *huius*) cylindrus HO, æqualis erit tubo cylindrico PRMS.idem ostendam de cæteris circumscriptis, hemisphærio, & infundibulo. quare si hemisphærium sit minus infundibulô, dabuntur cylindri circumscripti hemisphærio, qui simul maiores, & minores erunt infundibulô, quod implicat. ergo hemisphærium æquale est infundibulo, seu duplo coni ABC. quod erat demonstrandum.

### COROLLARIVM I.

Sphæra est quadrupla coni ABC.

### COROLLARIVM II.

Cylindrus Sphæræ circumscriptus est Sphæræ sesquialter, nam eius pars dimidia nempe cylindrus BDEC, (*per* 10. 12.)est triplus coni ABC, ergo totus BTVC, est eiusdem sextuplus, sed Sphæra est eiusdem quadrupla, ergo Sphæra ad cylindrum circumscriptum se habet vt 4. ad 6. seu vt 2. ad 3.

### COROLLARIVM III.

Si in cylindro circumscripto computentur circuli oppositi nempe bases BC, TYV, tanquam superficies. cylindrus Sphæræ circumscriptus, tam quo ad superficiem, quàm quo ad soliditatem Sphæræ sesquialter erit. nam seclusis illis circulis eius superficies æqualis erat superficiei Sphæræ, circuli autem duo maximi sunt media pars superficiei Sphæræ. quæ ostensa est æqualis 4. maximis circulis, ergo cylindrus circumscriptus omnifariam Sphæræ est sesquialter. *Atque hoc est mirabile illud Theorema ab Archimede primùm demonstrandum. Licèt aliâ viâ difficiliori.*

### COROLLARIVM IV.

Soliditas Sphæræ æqualis est cono recto, cuius basis æqualis est, superficiei Sphæræ, & altitudo radio. nam basis æqualis erit quatuor maximis circulis Sphæræ, ergo quadrupla circuli BC. sed coni eiusdem altitudinis (*per* 11. 12) se habent vt bases, ergo conus, cuius basis æqualis est superficiei Sphæræ, & altitudo radio, quadruplus est coni ABC cuius etiam Sphæra quadrupla, ergo æqualis Sphæræ.

### COROLLARIVM V.

Sphæra est æqualis cylindro, cuius basis æqualis est maximo Sphæræ circulo; & altitudo duabus tertiis partibus diametri. nam hic cylindrus continet duas tertias partes cylindri circumscripti. cum cylindri quorum bases æquales, se habeant vt altitudines, (*per* 10. 12.) sed Sphæra ostensa est æqualis duobus trientibus, cylindri circumscripti, ergo æqualis Sphæræ.

### COROLLARIVM VI.

Ex hôc facilè totam habebis terræ soliditatem. nam si multiplices semicircumferentiam maximi terræ circuli, per semidiametrum, habebis aream maximi terræ circuli, quam si multiplices per tertiam partem diametri exurget eius soliditas.

Vt semidiameter terræ sit 1146. Leucarum, & semicircumferentia 3600. si fiat multiplicatio, erit maximus terræ circulus 4125600. Leucarum quadratarum. quas si multiplices per 1528. duas tertias diametri terræ erunt in terra Leucæ cubicæ 6303916800.

### COROLLARIVM VII.

Infundibulum BDAEC æquale est hemisphærio vt ostendimus.

### COROLLARIVM VIII.

Scutella quæ describitur à figura mixta DBG æqualis est cono ABC, cum enim cylindrus BCED sit triplus coni ABC, & auferendo hemisphærium DEG, auferantur duæ tertiæ, id quod relinquitur nempe scutella æqualis erit cono ABC.

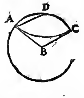
### COROLLARIVM IX.

Figura solida descripta à triangulo mixto DBX æqualis est, parti Sphæræ descriptæ à sectore AXG.

## PROPOSITIO XV.

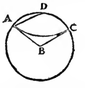
Theorema.

*Sector Sphæra æqualis est cono, cuius altitudo radius, basis verò sectoris superficies; seu circulus cuius radius est linea ducta ab eius polo, ad circumferentiam circuli.*




Sit sector Sphæræ ABC, dicò illius soliditatem æqualem esse cono cuius altitudo sit æqualis semidiametro Sphæræ, & basis superficiei Sphæræ comprehensæ circulô AC. seu basis æqualis

æqualis circulo cuius radius AD. supposito quod D sit polus circuli AC.

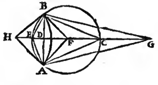



Demonstratio. sector ABC se habet ad totam Sphæram, vt superficies contenta circulo AC, ad superficiem totius Sphæræ, seu ad quatuor maximos Sphæræ circulos. supponatur ergo conus cuius basis sit æqualis 4. maximis circulis, & altitudo æqualis radio, quî vt vidimus æqualis est Sphæræ; igitur ita se habebit sector ABC, ad conum prædictum, sicut superficies contenta circulo AC, ad quatuor maximos circulos: sed pariter conus cuius altitudo radius, & basis est superficies contenta circulo AC, seu (*per 47. præcedentis libri*) basis est circulus cuius radius AD, ita se habet ad conum alium, sicut basis ad basin (*per* 10. 12.) igitur conus cuius altitudo radius, & basis est circulus cuius radius AD æqualis est Sphæræ sectori ABC. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XVI.

### Theorema.

*Segmentum Sphæra æquale est cono, cuius basis est eadem cum segmento, altitudo æqualis lineæ composita ex altitudine segmenti & ex quarta proportionali, altitudini alterius segmenti, radio, & altitudini propria.*

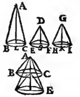



Sit diuisa Sphæra inæqualiter, fiatque vt altitudo ED segmenti AEB, ad radium EF, ita altitudo DC, ad CG atque adeò DG sit composita ex quarta proportionali CG & lineâ DC altitudine segmenti ACB. dico segmentum ABC æquale esse cono cuius basis circulus AB, & altitudo DG, ducantur lineæ AF, BF, BC, AC, AG, BG, AE, BE.

Demonstratio. (*per præcedentem*) sector ACBF. æqualis est cono cuius altitudo radius, semidiameter autem basis, est linea AC. sed illi cono æqualis est conus, cuius altitudo FG; & basis circulus AB, nam ita est AC, ad AD, sicut CE ad AE; (*per* 4. 6.) sed vt CE, ad AE; ita AE, ad ED (*per 13. sexti*) ergo ratio AC, ad ED duplicata est rationis AC, ad AD; seu ita est vt circulus cuius radius AC, ad circulum cuius radius AD; seu circulum AB (*per* 2. 12.) sed vt CE, ad DE, ita GF, ad FC, nam ex suppositione DE, ad CD, sicut FC ad CG; ergo componendo ita est GF ad FC, sicut CD, ad DE; ergo GF, ad FC est duplicata rationis CA, ad AD; hoc est vt circulus ex AC, ad circulum ex AD; quare reciprocæ sunt bases, & altitudines coni cuius basis circulus ex AD, altitudo CF; seu sector ACBF, & coni cuius basis AB, & altitudo FC. addatur vtrobique conus cuius altitudo DF, basis AB, erit segmentum ACB, æquale duobus conis quorum primus habet basin AB, altitudinem FG, & secundus eandem basin AB, & altitudinem DF, quos duos conos æsto æquales esse cono totali AGB. nam cum tres coni eandem basin habeant sub altitudinibus DG, DF, FG; se habebunt vt altitudines, sed altitudo DG æqualis est duabus altitudinibus DF, FG igitur conus AGB, æqualis est duobus conis nempe AFB & cono cuius basis AB altitudo FC. quare segmentum ACB æquale est cono AGB. quod erat demonstrandum.

Pariter ostendam si fiat vt CD, ad DE, ita CF radius ad EH conum sub AHB, æqualem esse segmento AEB.

## COROLLARIVM I.




Si coni ABC, DEF, GHI habeant bases æquales & altitudo AI, fuerit æqualis duabus altitudinibus DO, GK, conus ABC erit æqualis conis DEF, GHI. si enim altitudo DO fuerit tertia pars altitudinis AI, conus DEF erit tertia pars coni ABC, si linea GK contineat duas tertias lineæ AI conus GHI continebit duas tertias coni ABC, quæ partes lineæ si adæquent lineam AI, coni etiam DEF, GHI æquales erunt cono ABC. ex quo aliud deducere possemus nempe si duo coni ABC, ADE habeant bases æquales ablatô ex cono ADE, conô DOE; conum ABC, & infundibulum ADOE æqualia esse.

## COROLLARIVM II.

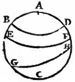
Segmentorum eadem est ratio quæ rectarum DH, DG. cum coni quibus sunt æquales eandem basin habeant. hæc propositio dat dimensionem vasorum Sphæricorum quæ sunt Sphæræ segmenta sed inania.

## PROPOSITIO XVII.

### Problema.

*Cuiuscumque portionis Sphæra soliditatem metiri.*

Sit



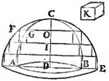

Sit soliditas portionis Sphæræ planis circulorum parallelorum contentæ metienda. primò totius segmenti AEF soliditatem metire (*per superiorem*) metire item soliditatem segmenti ABD, quam subduces ex soliditate segmenti A E F. & restabit soliditas, portionis BEFD.

Eòdem prorsus modò operandum esset etiam si circuli non essent paralleli. nam si soliditatem segmenti GCH subtrahas ex soliditate segmenti ECF, restabit soliditas portionis contentæ inter circulos EF, GH.

## PROPOSITIO XVIII.

### Theorema.

*Sphærois Ellyptica longa, est ad Spheram sibi circumscriptam in duplicata ratione minoris ad maiorem radium.*




Sit dimidia Sphærois longa ABC & hemisphærium circumscriptæ Sphæræ HCE, dico soliditatem Sphæroidis, ad soliditatem Sphæræ, esse in duplicata ratione lineæ AD ad DC. & primò quidem si divisâ diametrô CD, in quotcumque partes æquales ducantur parallelæ lineæ AD, fient totidem rectangula inscripta tam circulo, quam Ellypsi quæ si circumvolvantur, circa immotam CD fient totidem cylindri inscripti. ostendo autem inscriptos Sphæroidi, ad inscriptos Sphæræ esse in duplicata ratione lineæ AD, ad CD. nam cylindrus generatus ex rectangulo IG, ad generatum ex rectangulo IF, cum sit eiusdem altitudinis, se habet vt basis (*per* 11. 11) bases autem sunt in duplicata ratione radij GO ad FO (*per* 2 12.) quæ est eadem, ac lineæ AD ad HD, (*per* 32. 2. *huius*) quod ostendi de istis cylindris; de aliis quibuscumque ostendi potest.

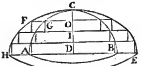
Iam ostendo dimidiam Sphæroidem, ad hemisphærium esse in eadem ratione, nempe duplicata rationis lineæ AD, ad DC. Sphærois nec maiorem, nec minorem habet rationem, ad Sphæram quam duplicatam rationis AD, ad DC; ergo habet duplicatam. si enim maiorem haberet rationem, aliqua quantitas minor Sphæroide, haberet ad Sphæram, rationem duplicatam propositæ. sit hæc quantitas K ergo per cor. 4. 12 huius, inscribi poterunt semisphæroidi cylindri, qui simul sumpti maiores erunt quantitate K. & qui consequenter (*per* 8. 5.) ad hemisphærium maiorem rationem habebunt, quàm duplicatam rationis AD ad DC totidem intelligantur cylindri hemisphærio inscripti, eruntque per primam partem huius, inscripti semisphæroidi, ad inscriptos hemisphærio in duplicata ratione linearum AD ad DC. ergo inscripti semisphæroidi, maiorem rationem habebunt ad hemisphærium, quam ad cylindros inscriptos hemisphærio. & (*per* 8. 5.) hemisphærium minus erit cylindris, sibi inscriptis; quod est absurdum. ergo semisphærois ad hemisphærium maiorem rationem non habet, quam duplicatam rationis lineæ AD ad DC.

Sed neque minorem rationem habet, alioquin hemisphærium ad semisphæroidem maiorem rationem haberet quam duplicatam lineæ A C ad A D. similique ratiocinio applicari posset: & idem elici absurdum: nempe semisphæroidem minorem esse cylindris sibi inscriptis. quod dixi de vnâ medietate de altera intelligi potest.

## PROPOSITIO XIX.

### Theorema.

*Sphærois lata, ad Spheram sibi inscriptam est in duplicata ratione maioris radij ad minorem.*




Sit hemisphærium ABC, & semisphærois lata HCE, dico semisphæroidem ABC esse ad Sphæram ABC, in ratione duplicata maioris radij HD. ad radium AD. cum enim (*per secundam partem* 30. 2. *huius*) omnes ordinatim applicatæ radio CD, secentur à circulo in ratione maioris radij, ad minorem, hoc est, ita sit FO, ad GO, sicut HD, ad AB, eadem demonstratio applicari poterit.

## PROPOSITIO XX.

### Theorema.

*Sphæra maioris diametri, Sphærois lata, Sphærois longa, & Sphæra minoris diametri sunt continuè proportionales in ratione maioris diametri ad minorem.*

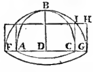
A. B. C. D. Sint 4. lineæ A, B, C, D. continuè proportionales in ratione maioris diametri, ad minorem erit (*per* 18.) vt A ad C. ita Sphæra maioris diametri ad longam Sphæroidem, & vt A ad C. aut B ad D, ita Sphærois lata ad mino-

rem Sphærąm, & vt A ad D, ita maior Sphæra, ad minorem: ergo hæ 4. quantitates se habent vt A,B,C,D. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXI.

Theorema.

*Semisphæroidis soliditas æqualis est cylindro, cuius basis eadem, & altitudo duos altitudinis trientes obtinet.*




Sit primo Sphæroïs longa ABC. dico cylindrum cuius eadem basis A C. & altitudo duos trientes totius BD obtineat, æqualem esse soliditati Sphæroideos ABC. sit enim hemisphærium FBG sitque cylindrus supra eius basin FG, eandem habens altitudinem C I (*per cor. 5. 14. huius*) cylindrus FH æqualis est hemisphærio, FBG, sed hemisphærium FBG, ad Sphæroidem ABC est in duplicata ratione rationis lineæ FD, ad AD; ergo etiam cylindrus F H ad Sphæroidem ABC erit in duplicata ratione linearum FD, AD. sed cylindri eiusdem altitudinis sunt vt bases, (*per 11. 12.*) bases autem seu circuli (*per 2. 12.*) sunt in duplicatâ ratione linearum F D, & AD: ergo conus F H, ad Sphæroidem ABC, & ad conum AI eandem rationem habet: ergo Sphærois, & conus sunt æquales quod erat demonstrandum.

Eadem demonstratio applicetur istæ Sphæroidi.

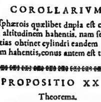
## COROLLARIVM.

Semisphærois qualibet dupla est coni eandem basin est altitudinem habentis. nam semisphærois duas tertias obtinet cylindri eandem basin & altitudinem habentis, conus autem est tertia pars.

## PROPOSITIO XXII.

Theorema.

*Segmentum Sphæroidis ita se habet ad conum eandem altitudinem, & basin cum ipsa habentis sicut segmentum Sphæra, ad conum pariter eandem altitudinem, & basin cum ipso habentis.*




Sit segmentum Sphæroidis ABC, & segmentum Sphæræ DBE, sintque coni A B C, D B E, eiusdem altitudinis, dico ita esse segmentum Sphæroidis ABC ad conum ABC, sicut segmentum Sphæræ DBE ad conum D B E, nam primò si applicetur demonstratio propositionis 18. ostẽdam, segmentum Sphæræ ABC; ad segmentum Sphæroidis, esse in duplicata ratione maioris radij, ad minorem; seu lineæ DF, ad A F; sed circuli AC, DE, sunt etiam in duplicata ratione lineæ DF, ad AF, & vt circuli DE, AC, ita coni DBE, ABC, ergo vt segmentum Sphæræ, DBE, ad segmentum Sphæroidis ABC, ita conus, ad conum, & mutando vt segmentum Sphæræ DBE, ad segmentum ABC, ita conus DBE, ad conum ABC.

## COROLLARIVM I.

Segmentum Sphæroidis æquale est cono, cuius basis eadem est & altitudo composita, ex altitudine segmenti & quarta proportionali altitudini alterius segmenti, radio, & altitudini propriæ.

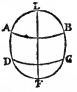
Demonstratio. (*per 16. huius*) segmentum Sphæræ æquale est cono prædictam altitudinem habenti, & eamdem basin; ergo vt se habet segmentum Sphæræ ad conum DBE, ita prædictus conus ad eumdem conum DBE, si fiat alter conus eiusdem altitudinis cum prædicto, sed qui habeat basin AC, ita erit conus ABC ad hunc secundum conum, vt conus DBE ad primum, sed vt segmentum Sphæræ ad conum D B E, ita segmentum Sphæroidis A B C ad conum A B C. possunt igitur disponi ordinate Segmentum Sphæræ DBE, conus DBE, conus primus habens basin DE, & altitudinem compositam.

Segmentum Sphæroidis ABC conus ABC, conus secundus habens basin AC, & altitudinem compositam de qua supra. Ergo ex æquo ordinatè ita erit segmentum Sphæræ ABC ad conum primum, vt segmentum Sphæroidis ad conum secundum: sed segmentum Sphæræ æquale est (*per 16. huius*) cono primo: ergo & segmentum Sphæroidis secundo. quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM II.

Facilè ex his segmentum Sphæroidis metiemur, nam si compositæ ex propria segmenti altitudine, & quarta illa proportionali tertiam partem, per circulum qui basis est segmenti multiplicaverimus exurget soliditas segmenti.

## COROLLARIVM III.




Pariter truncum Sphæroideôs circulis ad axem rectis comprehensum metiemur, vt si truncum ABCD metiendum suscipiamus. metire totã Sphæroidem,

Sphæroidem, & segmenta AEB DFC, hæc subtrahe ex toto, relinques truncum ABCD.

## COROLLARIVM IV.

Ex hoc habebis capacitatem doliorum, figuram Sphæroideos imitantium, debes enim perficere per intellectum totam Elypsin, & subtractis hinc indè segmentis, restabit capacitas dolij.

*Non puto diutiùs modò immorandum in his figuris, Ellypticis, hyperbolicis, parabolicis, annularibus. de his sub finem forsitan agemus neque enim in his vt pote difficilioribus, & non vsque adeo vtilibus Tyronem morabor, qui plura vo'et legat patrem Taquet qui de his tractatum edidit luculentum, nollem tamen vt in iis modo diutiùs insisteret mathesios candidatus.*

## PROPOSITIO XXIII.

### Problema.

*Numerum Arenæ cæli ambitu contentæ, inire.*

De quæstione propositâ librum conscripsit Archimedes quem arenarium nominauit. cum enim disputaretur aliquando, an arena quæ in maris littoribus iacet, esset numerabilis, non tantùm ostendit eam non esse innumerabilem, sed etiam quæcumque cœli ambitu contineri posset facilè ad numeros reduci posse; debemus autem certas suppositiones præmittere, & determinare magnitudinem vnius arenulæ. ponamus granum coriandri mille arenulas continere. 10 grana coriandri in lineam dispositia digitum efficere: in pede duodecim esse digitos atque adeo 120. grana coriandri: quinque pedes in passu Geometrico, atque adeò grana coriandri 600. & in milliari 600000. grana coriandri, in Leuca 1800000. quæ si multiplices per 2100. Leucas, quæ adæquant diametrum terræ habebuntur in terræ diametro 5720000000. grana coriandri. compararetur terræ globus cum grano coriandri etit diameter coriandri 1. & diameter terræ 5720000000. sed (*per* 18. 12.) sphæræ sunt in triplicatâ ratione diametrorum, & soliditas coriandri supponitur esse 1000. fiat ergo primo vt diameter ad diametrum, ita 1000. ad numerum A, & rursus vt 1000. ad A, ita A ad B denique vt 1000. ad A ita B ad C. dico numerum C esse æqualem numero atenularum in tota terra contentarum si ex arenulis ita paruis constaret, vt granum coriandri mille huiusmodi contineret.

A. 5720000000000.
B. 2271840000000000000000000.
C. 129949548000000000000000000000000000.

Eôdem prorsus artificiô, modò sciatur quot Leucarum sit diameter firmamenti; numerum inire poteris arenularum in eo contentarum.

Demonstratio. facilis est nam (*per* 18. 12.) soliditas Sphærarum est in triplicata ratione diametrorum, sed soliditas grani coriandri quæ esse mille supponitur est ad A. sicut diameter ad diametrum, & A ad B, est in eadem ratione pariter B ad C. ergo soliditas coriandri ad C est in triplicata ratione diametri ad diametrum; ergo C est vera soliditas terræ. quod erat demonstrandum.

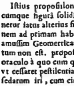
Archimedes autem totô suô discursu, primò conatur stabilire magnitudinem terræ, deinde etiam cœlorum magnitudinem, quas multò maiores facit, quam re verà sint, voluit enim tantùm probare posse assignari numerum multò maiorem numerô arenæ. videtur autem supposuisse solem esse in mundi seu firmamenti superficie, vnde potius arenam quæ intra solis cœlum contineri posset definiuisse videtur. sed terræ aut cœlorum magnitudinem hic definire non debeo. ostendit autem numerum constantem cyphris quinquaginta, quibus præponatur vnitas maiorem esse numerô arenæ intra firmamenti superficiem concauam contentæ.

## PROPOSITIO XXIV.

### Problema.

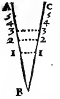
*Figuram quamcumque solidam, quomodocumquè minuere, aut augere.*

Istius propositionis sensus est, vt datâ quâcumque figurâ solidâ eiusque vnô latere: assignetur latus alterius figuræ similis, certam rationem ad primam habentis, quod problema si ad amussim Geometricam revocetur hactenus solutum non est. propositum autem dicitur olim ab oraculo à quo cum quæreretur, quid facto opus vt cessaret pestilentia, respondit tunc vim mali sedatum iri, cum eius basis, quæ cubica erat duplicaretur.




Sit igitur proposita figura solida A, quæritur autem latus similis figuræ solidæ, ad quam solidum A eam habeat rationem quam habet linea D, ad E. fiat vt D, ad E, ita BC, ad F. & inter BC & F. constituantur duæ mediæ proportionales H, & G, hoc est ita sit BC ad H, sicut H ad G, & sicut G. ad F. dico si supra lineam H construatur solidum simile solido A, fore vt A ad illud eam rationem habeat, quam habet BC ad F, aut D ad E.

Demonstratio. (*per* 33. 11.) parallelepipeda similia triplicatam habent rationem laterum homologorum, idem demonstratur de prismatibus de pyramidibus, cylindris, conis, & Sphæris: sed cùm sit ex constructione vt BC ad H; ita H, ad G; & G. ad F; erit ratio BC ad F triplicata rationis BC, ad H; ergo quodcumque solidum super BC, ad simile solidum supra H descriptum; erit vt BC, ad F; seu vt D, ad E: quod erat demonstrandum.




In Polemicâ, hâc sæpè regula indigemus, vt globorum soliditatem & grauitatem ioquiramus, nam si in compassum proportionalem transferamus latera, solidorum se excedentium in certâ proportione facilè datâ diametrô globi, cuiuscomque materiæ, & eius grauitate: assignabimus, omnes diametros globorum eiusdem materiæ, & cuiuscumque grauitatis. ostendimus autem supra modom norandi & diuidendi duas lineas, qoæ in compasso, dicuntur lineæ solidorum. sit igitur B1. latos alicoius cubi, & B2. latus cubi duplo maioris, & B3. latos cobi tripli & ita deinceps. dico si offeratur mihi globus, verbi gratia plombeus duarum librarum, facilè assignari diametrum globi plombei vnius libræ, trium, quatuor, quinque &c. nam si circinô sumatur diameter globi propositi duarom librarum transferaturque à 2. in 2. interuallum 1. 1. erit diameter globi vnios libræ 3.3. trium librarum 4.4. quatuor, & ita deinceps.

Ratio clara est cum enim sit vt B2. ad B1. ita 2. 2. ad 1. 1. B2. autem ad B1. supponatur habere subtriplicatam rationem illius quæ est, solidi alicuius, ad aliud quod est ipsius dimidium latus 2.2. ad latus 1. 1. similem etiam rationem habebit.

Quod si globi fiut maiores, qoàm vt in instrumentum transferri possint eorum latera, vt si esset 20. pedum pro diametro 20. pedum assume circino 20.partes in lineâ partium æqualium, & pariter inoentas diametros comparabis, cum partibus eiusdem lineæ. qood dixi de pedibus de digitis, aut quibuscumqoe aliis mensuris intelligendum est.

Si Aritbmeticè operari velis datum solidum ita duplicabis, triplicabis. primò eius soliditatem metire, tum illam duplica,triplica, quadruplica, & ex producto extrahe radicem cubicam, illa erit latus qoæsitum. dedimus autem modum extrahendi radicem cubicam.

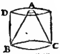
Si quis velit compassum proportionalem instituere lineâ solidorum id poterit arithmeticè præstare; extrahat radicem cubicam ex numeris 1000. 2000. 3000. & cæteris eamque qoantùm fieri potest præcisam habeat, & lineâ partium æqualium eam transferat, in lineam solidorum vt verbi gratiâ cubi 1000. radix cubica est 10. assume ex linea partiom æqualium 10. particulas quas transferes à centro instrumenti, pro latere primi cubi & ita deinceps.

Sunt qui instrumento adduot diametrom globi plombei vnios libræ, lapidei, ferrei, cuprei,& cæterorum, vt ex iis habeant globos omnes.

PROPOSITIO XXV.

Problema.

*Vasa inæqualium basium metiri.*







Vasa communiter vel quadrata suot, seu prismata quorum bases sunt quadratæ, vel sunt conica, in qoorom capacitate metienda multa sunt ootatu digna. Et primò quidem reuocari possunt, vel ad mensuram aliquam cobicam, vel ad mensuram aliquam cylindricam, vel ad quamcumque aliam. si vas quod metiendom est basin vtranque qoadratã,& æqualem habeat.inuentam basis aream multiplica per altitudinem,& illius habebis capacitatem. si verò inæquales siot bases. si quis exactè procedere velit, ei perficienda esset pyramis, & metienda duplex pyramis & minor ea maiori auferenda. communiter tamen aliter proceditur, quæritur area basis AB, item area basis CD, addantur simul istæ bases, earumque sumatur dimidium, sic enim habebitur basis æquata, seu aliqoa basis intermedia inter vtramque basin, quam multiplicant per altitudinem iste modus est vsitatissimus quæritor, an bonus. Respondeo fallibilem esse immô semper fallere. quod ita demonstro. sit conus ABC ferè perfectus, ita vt circa punctum A restet paruos admodum circulus, atque adeo qui ferè negligi possit, inter circulum BC & A. quæratur medius hic erit media pars circuli BC, aut etiam paulò maior, multiplicetur per altitodinem prodocetur cylindrus qui erit ferè media pars cylindri CD, sed conus ABC est tantom tertia pars cylindri BD vt sæpè ostendimus: igitor illa praxis falsa est.

Non est tamen hæc praxis contemnenda, nam quotiescumque differentia inter vtramque basin, modica est, defectus qui ex ea sequitur fit insensibilis, atque adeò nollius momenti.

PROPOSITIO XXVI.

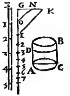
Problema.

*Dolia metiri.*

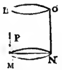
Quicumque dolia metiri desiderat, primò determinare debet certam mensuram in sua regione vsitatam. verbi gratiâ pintam, qoia autem vasa consueta, quibus vtuntur communiter mercatores, sunt irregularia, ea ad regularitatem reuocanda sunt, & siquidem dolia nostra quadratam haberent basin ea ad parallelepipeda reuocaremos, quia autem cylindrica sunt, aut tantisper cooica, pinta seu sextarius ad cylindrum reuocatur. fiat ergo ex stanno, aut etiam ferrô albô cylindrus AB, satis exactè compositus, & cuius diameter basis, cognoscatur. in illud vas infundatur sextarius vini, aut si velis duo, aut

tres

tres vt exactiùs procedat obseruatio. & diligenter obserua quam partem cylindri occupet. Sit verbi gratia pars C D. noteturque altitudo A D, quæ vni pintæ regionis tuæ respondeat. Tum in duabus eiusdem virgæ faciebus fiant duæ species notarum vna pro altitudinibus, alia pro diametris basium,



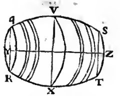

Et prima quidem quæ altitudinibus destinatur, ita perficietur diuidatur virga E F in partes æquales altitudini A D, alia verò eiusdem virgæ facies, G H quam diametris basium assignauimus; diuidatur, eô modô, quô lineam quadratorum diuidendam esse diximus. hoc est sit linea G K perpendicularis ad G 7. sintque G K G I æquales lineæ AC, clarum est lineam K I, esse diametrum circuli dupli ipsius A C; nam (*per* 2. 12.) circuli se habent vt à diametris quadrata, sit G 2 æqualis ipsi Ki, & tunc K 2 erit diameter circuli tripli ipsius A C. sit G 3 æqualis lineæ K 2, & ita deinceps habebuntur diametri circulorum omnium certam rationem habentium eum A C. si quis vellet diametrum circulo duplo minoris ipsius A C. diuisis lateribus G K, G I bifatiàm in o & N, dico oN esse diametrum circuli duplò minoris ipsius B C, nam circulus cuius diameter o G est quarta pars circuli A C, item G N, quibus simul æqualis est circulus cuius diameter o N. vt patet, & ita deinceps.



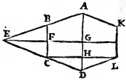

Vsus autem virgarum talis erit, proponatur cuppa cylindrica L M N O cuius quæritur capacitas. primò metire basin M N, virgâ basibus destinatâ, ponamos M N æqualem esse lineæ G 3 circulus ex M N triplus erit, circuli A C. atque adeò si impleretur cuppa vsque ad punctum P, posito quod M P æqualis sit altitudini A D, cuppa contineret tres sextarios. metire igitur altitudinem L M, virgâ altitudinibus destinatâ, ponamus eam continere 3. partes, multiplico basin 3. per altitudinem 3. fiuntque 9. dico coppam M O esse capacem 9. pintarum.

Si L O inæqualis esset lineæ M N, addantur simul L O, N M & productum diuidatur per medium. vel potiùs si M N æqualis esset lineæ G 3, & L O. G 4. assumenda esset pro diametro veræ basis linea G 3 $\frac{1}{2}$.






Sit dolium q R T S primò virgâ basium metire diametrum V X, quia autem basis q R, paulò minor est, metire basin q R, sumaturque inter vtramque media, sit verbi gratia prima seu V X, æqualis lineæ G 6. & qR. æqualis lineæ G 5. determinetur pro vera basi 5 $\frac{1}{2}$. tum sumatur longitudo Y Z, ponatur esse æqualis lineæ E 7. multiplica 5 $\frac{1}{2}$ per 7. fientqua 38 $\frac{1}{2}$ dico dolium q R T S esse capax sextariorum 38 $\frac{1}{2}$ supponitur autem basis S T, æqualis esse basi QR. alioquin illius diuersitatis ratio baberi deberet. item omnes mensuræ intra vas accipiendæ sunt: ita vt si exteriùs desumantur semper ligni crassities sit detrahenda.



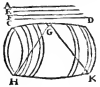

Hæc praxis communis est neque communiter à viris ineruditis aliquid vlteriùs expetere possumus. si tamen paulò aliter, exactiùs rem expedire vellemus, diuideremus dolium in duos conos truncatos quos hôc modo separatim metiremur. primò ergo proponatur conus truncatus ABCD, perficiatur per intellectum conus. cuius virgâ basium metieris lineam AD, ponamus eam esse æqualem lineæ G 7. item in partibus æqualibus cognoscantur lineæ AD, C B, sitque AD partium 6. & BC 4. erit G D 3. F C, 2. & consequenter HD erit partis vnius, metire item FG, quæ sit partium 8 fiat vt HD 1. ad GD 3. ita CH, seu FG 8. ad EG 24. erit EG 24. multiplica AD basin 7. per 8 tertiam partem fient 56 conus igitur AED contineret pintas 56. & quia BC est 5. partium in virga basium E F autem est 16. multiplica 5 $\frac{1}{3}$ tertiam partem 16. per 5. fient 26 $\frac{2}{3}$ pro cono BEC, quo subducto ex 56. restant 29 $\frac{1}{3}$ pro cono trunco ABCD. idem præstandum est pro cono trunco ADLK. & cognoscetor capacitas dolij ABCDLK.

DDd PROPO

PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

*An vnicâ virgâ ſine vllâ multiplicatione dolij capacitatem metiri poſſimus.*




Certum eſt quod ſi dolia omnia eſſent ſimilia, hoc eſt eadem ratio longitudinis ad profunditatẽ in omnibus dolij, eſſet item eadem ratio vnius baſis, ad aliam facilè vnicâ menſurâ, ſine multiplicatione negotium abſoluetemus: nam ſimpliciter, ſi longitudinem dolij, notæ menſuræ aſſumeremus, facilè per inuentionem mediarum proportionalium, id conſequeremur. ponamus enim dolij longitudinem eſſe A cuius capacitas ſit 240. ſextariorum, requiratur longitudo dolij cuius capacitas ſit 230. A diuidatur in 24. partes, ſitque CD æqualis viginti tribus, quare A ad CD ſe habebit vt 240. ad 230. inter A, & CD, quærantur duæ mediæ proportionales E, & F; dico dolium ſimile cuius longitudo E, fore capax ducentorum triginta ſextariorum ita operaberis pro ducentis pro 210. & ita deinceps. ſed dolia non ſunt ſimilia, pendet enim eorum figura ab artificis arbitrio, vnde, qui per vnicam menſurationem eorum capacitatem indagaret longiùs à verò aberraret.

Alij verò non longitudinem, aut profunditatem aſſumere voluerunt, ſed per diagonales rem tentarunt. verbi gratia in propoſito dolio per lineas G H, GK, ita vt ſi creſceret verbi gratia longitudo dolij, ea longitudo in diagonalem refunderetur.

Nihilominus licet primâ fronte, hæc praxis aliquam veri ſimilitudinem præferre videatur, erroribus tamen obnoxia eſt. nam primo ſi punctum G eſſet centrum lineæ circularis HK, poſſet augeri aut decurtari totum dolium, iiſdem manentibus diagonalibus.

Secundò cum linea longitudinis diuidatur in partes æquales, ſecundum praxin ſuperioris propoſitionis, linea vero profunditatis ſeu baſium diuidatur partes valde in æquales. plus detraheret, vnus palmus detractus ex diametro baſium, quam vnus palmus longitudinis, vnde adhuc inueniretur error. quare modus conſuetus adhibeatur.

TRACTA

# TRACTATVS SEXTVS
# MECHANICE.

*TRACTATVS hic, inter omnes matheseos partes vtilißimus est; ex quo nempe innumeræ fluxerunt artes, instrumentorumque varia supellex duxit originem. Vnicum habet principiam vniuersalißimum, si quod est in tota natura, ex quo motuum omnium, tàm à grauitate, quàm à virtutibus motricibus animatis prodeuntium cognitio pendet. Hoc principium physicum est, quamvis illud multi ex figuris; mathematicisque placitis pendere voluerint.*

*Primô librô principium illud stabilire, & explicare tentabo.*

*Secundô illud idem vecti applicabo.*

*Tertiò Axi in peritrochio.*

*Quartô Troclearum vim demonstrabo.*

*Quintô Cocleam, seu spiram explicabo.*

*Sextô cuneum, & ex occasione aliquid de percußione dicam.*

*Hunc tractatum quasi præuium grauitati terræ addico; cùm grauium motus sine hoc principio, nec intelligi, nec constitui satis posset.*

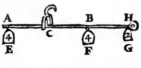
# MECHANICES,
## LIBER PRIMVS.

### *DE VERA CAVSA, ET PRINCIPIO AVGMENTI potentiæ per machinam.*

### PROPOSITIO I.

*Difficultatis explicatio.*

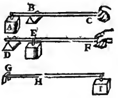
VARIÆ sunt machinæ quibus si vtatur potentia, mirum in modum suas augebit vires, vt quæ erat, apta ad vincendam resistentiam verbi gratiâ centum librarum; iam ad mille, ad bis mille, & plures trahendas fiat sufficiens. exponam hâc propositione, quid totô hôc librô quæratur; nec meliùs id præstare potero, quàm si simpliciter oculis machinas subiiciam quibus potentiæ cuiuslibet motricis vires augentur, vt ex comparatione omnium, & quasi conuenientiâ, eruamus tandem, rei tam mirabilis germanum, & verum si possit principium, ostendemus autem in communibus machinis quid experientia comprobet & quia omnes ferè authores, ad libram cæteras reuocant: à libra incipiendum erit. Per libram intelligimus virgam ferream, in medio aliquo puncto, quantum poterit fieri liberè suspensam. quod vocetur iugum. Effectus autem quem experientia quotidiana comprobat est iste. Si duo pondera æqualia puta 4. librarum, appendantur in punctis A, & B, ita vt lineæ AC, CB sint




æquales, erunt in æquilibrio. si verò pondus F tantisper remoueatur a iugo C, ita vt linea BC fiat longior linea AC, pondus F vincet, & eleuabit pondus E, quæritur, cur ex maiori illa distantia à iugô, vires illi accrescant. quod adeò verum est. vt tam valeat augmentum distantiæ, quam ponderis; hoc est si sint duo pondera inæqualia nempe E, & G, sitque eadem ratio ponderis E, ad pondus G, quæ distantiæ CH, ad distantiam AC; ita vt pondus H, compenset, vt ita dicam in distantia, id quod illi deerat in grauitate, adhuc manent in æquilibrio, quæritur ergo quare distantia à iugo, vires illi subministret sufficientes vt possit ponderi duplo maiori resistere. Quod est vsque adeô verum vt si diuideretur linea seu virga C H, vlteriùs pro-

ducta in certas divisiones, idem pondus verbi gratia vnius libræ, posset pro variis distantiis æquiponderare ponderi cuilibet appenso in puncto A. & hoc est in vsu apud omnes, vtimur enim eo genere libræ, quam Romanam vocamus. Vnum tantum moneo quod in omnibus machinis notare licet, nempe quoties augentur vires potentiæ per machinam, toties etiam augeri eius motum respectiuè ad motum ponderis; vt in exemplo allato dum pondus G, est in distantia CH duplâ distantiæ AC, ita disposita esse omnia, vt si moveatur pondus E vnô pede, pondus G duobus pedibus moveatur, cum describat arcum duplô maiorem seu duplô maioris circuli.

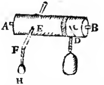
Secunda machina quæ proponitur est vectis. vectis autem nihil est aliud nisi corpus firmum in longum extensum, verbi gratiâ ferrea virga satis firma; in qua semper tria distinguere licet, nempe potentia motrix, pondus, & punctum quô vectis sustentatur; quod dicitur hypomoclion, vt in libra tria distinximus, nempe pondera duo & iugum. ex quo fit vt communiter vectis ad libram revocetur. quia autem potest hypomoclion vel medium locum occupare inter potentiam, & pondus, vel vnam extremitatem obtinere, & hoc dupliciter, nempe vel ita vt pondus medium locum occupet, aut tandem potentia sit in medio, ideo tria sunt vectium genera.



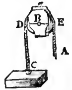

Primum genus vectis habet pondus in vno extremo A, potentiam in alio extremo C,& hypomoelion in medio, nempe in puncto B. accidet autem si potentia æqualiter distet ab hypomoclio, cum pondere, atque adeò æqualiter in tali dispositione moveatur, si potentia possit movere seipsâ & sine machina 100. libras, & pondus A sit præcisè centum librarum; illud movere poterit, & nihil aliud. si veró distantia BC maior esset distantiâ AB, verbi gratiâ dupla; atque adeó in tali dispositione, dum pondus per vnum pedem moueretur, potentia C duos pedes perficeret, tunc eadem potentia in C posita, ducentas libras in A consistentes vinceret.

Idem proportione quâdam dicendum est, in secundo genere vectis, quia enim distantia DF, superat distantiam DE, ideo potentia in F posita secundum eam rationem, nempe lineæ DF, ad lineam DE augebitur.

Tertium genus vectis, non auget vires potentiæ, sed potius auget vires & resistentiam ponderis, & potentiæ virtutem adimit; quia distantia potentiæ H ab hypomoclio G, minor est, distantia GI ponderis ab eodem hypomoclio; & consequenter in tali dispositione, potentia minùs movebitur, quam pondus. quæritur huius augmenti virium, ratió vera.

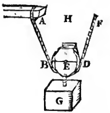



Axis in peritrochio variè adhiberi potest, & hâc figurâ satis exprimitur. potentia erit in puncto F pondus in puncto D. ad vectem primi, aut secundi generis facilè reuocatur; nam axis eius AB, habet vicem hypomoclij. & quia pondus est in D, distantia eius erit CD; distantia autem potentiæ in F applicatæ, erit E F; augebitur, ergo virtus actiua potentiæ secundum rationem lineæ EF, ad CD. hoc est si EF sit quadrupla ipsius C D, & potentia sine machina attollere possit 100. libras; adiuta tali machinâ, libras 400. trahere poterit. hic nullam rationem affero, sed præcisè effectum, & experientiam propono. in quo vnum monere velim distantiam præcisè ab hypomoclio, non conferre istud augmentum sed eam distantiam ex qua sequatur maior motus in potentia, respectiuè ad motum ponderis, hoc est si potentia H traheret per funem FH, non esset attendenda distantia HE, sed tantum F E, quia etiamsi crescat longitudo funis, & consequenter distantia HE, ex illa tamen distantiâ, non sequitur quod interea dum pondus mouebitur per vnum pedem; potentia pluribus, quam quatuor moueatur.

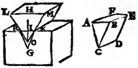



Troclea simplex vires non auget reuocatur autem ad vectem, ita tamen compositum, vt distantiæ tam ponderis, quam potentiæ sint æquales, sunt autem istæ distantiæ D B, B E, à puncto B immobili, cum nullum troclea motum habeat, nisi circa punctum B immotum; ideo non augentur vires; si constitutum esset principium quod inquirimus, quia tam mouetur potentia, quàm pondus. commoditatis igitur tantum causâ adhibentur trocleæ in hâc dispositione nempe, vt faciliùs potentia applicetur, secundô vt vitetur illa resistentia, quæ posset per accidens contingere, eò quòd funis circa lignum immobile circumuolueretur & attereretur.

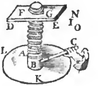
Aliô




Aliò modò disponi potest troclea, nempe ita vt tota moueri possit, funisque vna extremitate sit religatus verbi gratiâ in A, pondus sit G potentia sit F. reuocatur communiter ad secundum genus vectis:nam hypomoclion censetur esse in B, pondus G esse in E, & potentia F esse in D, ideoque dupla est potentiæ distantia, ab hypomoclio; & dum pondus G ascendet verbi gratiâ sit H, necessarium erit potentiam H, ad duplo maiorem distantiam moueri. sufficiat ista innuere. neque enim trocleatum combinationes omnes huc afferre necessarium est.sed tantum ostendere in hoc casu, duplicari virtutem potentiæ, & quæ antea centum libris æqualis erat, ducentis fieri per hanc dispositionem non imparem.




Cuneus est instrumentum ex materia solida confectum in cuspidem aliquam desinens. quale est ABCDEF. laborant authores vt illud ad vectem reuocent. de quo non multum sollicitus sum. videtur autem cuneus esse vectis duplex secundi generis, in quo hypomoclion esset in linea GH, pondus in R, & K potentia in L & M. sed quàm malè inferiùs videbimus. quidquid autem sit, certum est in cuneo acutiori augeri vires potentiæ, eò quòd dum corpora quæ habent vicem ponderis, recedunt ab inuicem per lineam RK, cuneus mouetur secundum lineam ro. addo quod potentia dum verberat cunei caput, motum maximum fecit, multumque illô motu acquisiuit impetum,



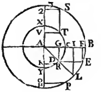

Cochlea est potentissima machina estque cylindrus circa quem excauatur Spiræ; quæ variè constitui & complicari possunt. non tentabo illum ad vectem reuocare, certum est autem, vnum hominem qui solus potest centum libras trahere, posse hâc machinâ nonnunquam 10000. mouere. sit enim pondus DE, potentia C interea, dum pondus mouetur, secundum distantiam quæ est inter duas spiras cochleæ; necessarium est vt potentia in puncto C posita circulum integrum absoluat. sit ergo distantia inter duas spiras æqualis lineæ NO, quæratur quoties linea NO inueniatur in circumferentia circuli CKL si inuenitur centies, motus potentiæ erit centuplo maior, motu ponderis; experientiâ compertum est potentiam ope talis machinæ, posse pondus eo centuplò maius mouere. & huius quæritur ratio.

## PROPOSITIO II.

*Aristotelis Ratio cur augeantur vires potentia vi machinæ, expenditur.*

Primus omnium Aristoteles quod sciamus, eorum quæ per machinas fiunt rationem reddere conatus est; legi sæpiùs totum eius de machinis tractatum quem edidit, & fateor me non potuisse satis vniuersale machinatum principium elicere. solius enim libræ rationem reddere conatur, vectemque ad libram reuocat, cætera verò quæ machinis geruntur per vectem explicat. duo hic præstare debeo primum examinanda est ratio, quam solam vt veram & germanam pro libra in medium profert. Secundum perpendendum mihi est, an ea quæ de libra dicuntur de vecte, dici possint, & quæ ad vectem pertinent, facilè cæteris machinis applicari: proponit enim aliqua mirabilia de circulo, & addit ea quæ circa libram fiunt, ad circulum referri, quæ verò circa vectem ad libram, alia autem omnia quæ circa machinas fiunt motiones, ad vectem.

Ratio igitur Aristotelis ita habet. omnis virtus mouens ad centrum voluenti fertur per lineam rectam, impellitque pondus, seu graue quantum est de se ad talem motum; quotiescumque autem mouetur pondus in libra, toties cogitur deuiare à tali rectitudine, & per illam deuiationem infringit, & retardat motum impressum à tali potentia, & quò magis retardabit motum à tali potentia productum, eo magis decrescent vires illius potentiæ in ordine ad talem motum; sed quod est vicinius iugo, est etiam vicinius principio retentiuo, magisque deuiat à motu recto; ergo potentia mouens applicata in puncto viciniori iugo, plus amittet de suis viribus & quod magis distabit à iugo, minus participabit de motu præter naturam, magisque illius motus accedet ad motum rectum: atque adeo minus impedietur eius virtus exercere suam vim. quare pondus illud quod magis distabit à centro, faciliùs mouebitur, & licet sit æquale altero ponderi, contranitenti, & minus distanti à centro, faciliùs mouebitur. quod vt meliùs ostendat demonstrationem Geometricam instituit hôc modô,




Sit virga ferrea A B. quæ sit libra, iugum autem sit A, circa quod vt circa centrum moueatur tota virga AB. sitque pondus B, quod descendat vi grauitatis suæ, describatque arcum BH. sit item aliud pondus C, quod dum grauitate sua descendit cogitur propter dispositionem libræ describere arcum C D Y minorem arcu BEH. ponatur pondus C descendisse vsque ad punctum D, ductâque lineâ DE quæ sit paralle-la lineæ AB, supponatur pondus B, descendisse vsque ad punctum E cum motus grauium naturalis, sit perpendicularis, lineæ FE, G D, metientur motum naturalem grauium; seu motum qui est secundum eorum naturam. lineæ verò C G, FB, metientur motum præternaturalem, vi cuius nempe retrahantur à suâ lineâ directionis, seu à lineâ perpendiculari. sed FB minor est, quàm CG; nam si æquales rectæ in circulis inæqualibus cadant perpendiculariter in semidiametrum, quæ est in maiori circulo minorem abscindit partem propter minorem maioris circuli curuitatem. Ergo dum ea duo pondera æqualem habebunt motum naturalem, quod magis distat à centro, minus habet de præternaturali motu: ergo faciliùs mouebitur, ideoque cæteris paribus maiores habet ad mouendum vires, & consequenter breuiori tempore perueniet in E, quàm pondus C perueniat ad D.

Addit insuper, quia æquum est, vt in vtriusque ponderis motu, motus qui est secundùm naturâ, eôdem modô se habeat ad motum præternaturalem, tunc autem tantum id accidit si eodem tempore quô C peruenit in D, eôdem etiam B perueniat in L, tunc enim ductâ lineâ IL perpendiculari, erit vt IL ad IB, ita DG, ad GC in triangulis AGD, A L I, (*per 4. 6.*) ita est IL, ad AI; sicut GD ad AG, & A D, seu A C, ad AG, sicut AL, seu AB ad AI, ergo per diuisionem erit vt IL ad IB, ita GD ad G C: cum igitur in puncto tantum L id accidat, vt seruetur proportio indicata dum punctum C peruenerit in D, punctum B in L peruenerit ergo B mouebitur celeriùs.

Sunt autem verba Aristotelis hæc. *Quam igitur ob causam ab eâdem potentiâ celeriùs fertur, id quod plus à centro distat ex iis quæ dicta sunt est manifestum.* & quæst. 3. sic habet. *quoniam autem ab æquali pondere celeriùs mouetur eorum, quæ à centro sunt; duo verò pondera quod mouet, & quod mouetur; quod igitur motum pondus, ad mouens longitudo patitur ad longitudinem, semper autem quanto ab hypomoclio distabit magis, tanto facilius mouebit.*

Multa in hac demonstratione desiderarem, primò ex eo quod faciliùs moueatur pondus B, vult concludere maiorem habere vim ad mouendum etiam pondus oppositum; sed an veram causam attulerit ostendet proportio causæ, & effectus; quod vt expendamus supponamus lineam AB duplam esse diametri AC, non propterea GC dupla erit lineæ FB. ergo non erit motus præternaturalis admixtus in pondere C duplus, motûs præternaturalis admixti in pondere B, atque adeò illa causa non est germana & vera, ex cuius proportione non indicatur proportio effectus & causæ. certum enim est pondus vnius libræ in puncto B æquiualere ponderi duarum librarum in puncto C aut T positô. vnde nego posse sequi ex eo antecedente, hanc conclusioné. pondus quod magis distat faciliùs mouetur; ergo si distet duplâ distantiâ duplò maiores vires obtinebit. neque enim mathematici eô modô suas conclusiones deducunt. etiamsi dum crescit distantia cresceret & facilitas ad motum, non sequitur quod crescat in eadem ratione; atque adeò nego facilitatem ad motum duplam esse in pondere existente in B, facilitatis quam habet pondus in C positum; quia id contrarij quod admiscetur in C non est duplum contrarij quod inuenitur in B.

Secundò loquitur Aristoteles de celeritate motus, & à celeritate concludit ad potentiam motricem, quod ostendo esse falsum certum est quod si duo pondera successiue essent in puncto B, vnum vnius libræ, duarum alterum, æqualiter tamen seu æqueuelociter deorsum mouerentur. si sint eiusdem materiæ & figuræ vel si inueniatur differentia aliqua, illa non erit in proportione ponderum. quare etiamsi concederem duplò velociùs moueri pondus B, quam C, non tamen concludet vi sui ratiocinij maiores habere vires, ad mouendum aliud.

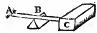
Tertiò quod dicitur in demonstratione pondus B duplò velociùs moueri quam C. vel intelligit dum sunt coniuncta in eadem libra, vel intelligit dum essent separata & in duabus libris seiunctis, si primum opus non erat tantô ratiociniô, neque aliquid facit ista admixtio motus præternaturalis. si verò spectentur ista duo pondera separata, seu in diuersis libris, vt examinemus quas vires habeant falsum est quod erit in maiori distantia, duplo celerius moueri, nesciebat Aristoteles doctrinam funependulorum, sequeretur enim diuersorum funependulorum oscillationes æquali tempore absolui, nempe si eô tempore, quo pondus B relictum suæ naturæ peruenit in L, eôdem etiam pondus C perueniret in D, eôdem etiam absoluerent suum quadrantem, cum tamen si sint duo pendula, C & B diuturnior sit oscillatio ponderis B, quam oscillatio ponderis C, ita vt si minor duret per duo minuta, alterum pondus B impendat ferè tria minuta in perficienda suâ vibratione.

Vnde quomodocumque explicetur hæc demonstratio in omnibus vacillat, & longe abest à mathematicâ conuictione. si Aristoteles (pace tanti viri dixerim) in suis operibus paulò magis mathesin aduocasset in subsidium, duo vitasset incommoda; primò enim praciliores fuissent & clariores eius demonstrationes, secundò longiùs abfuissent à suspicione sophismatis, neque vnquam in verbo vt ita dicam aduersarium cœpissent.

Sed eam expendamus vlteriùs, ostendo quòd licèt ea demonstratio haberet aliquam vim in ea parte circuli, nullam in aliis obtinere. nam sint primò

ptimò lineæ OH, YK, æquales, ducanturque parallelæ KR, OP. eettum eſt OP maiorem eſſe, quàm KR, ideoque ſi ſit pondus in R, & aliud in P, vtrunque deſcendat in Y & H, plus erit de præternaturali in pondere magis remoto. in eo tamen caſu pondus quod eſt in maiori diſtantia maiores vires habeat non oritur ex minori admixtione motûs præternaturalis. quod moltò melius animaduertetur in punctis ʒ & S, ſi enim pondus ʒ. moueatur in S, & pondus X in T. lineæ VT, SZ metientur motum præternaturalem, & lineæ VX, Zʒ. motum ſecundùm naturam, plus igitur mouebitur pondus X minus diſtans à iugo motu naturali quam pondus ʒ. ergo facilius. igitur maiores obtinebit vires.

Si quis diligentiùs perpenderet ſingulas quadrantis partes in multis hanc admixtionem contrarij aut præternaturalis motûs eſſe minorem in minori circulo, quam in maiori animaduertet, & ratio eſt quia licet verſus diametrum AB circulus maior plus accedat ad verticalem lineam, verſus diametrum RH plus accedit ad horizontalem. atque hæc de prima parte huius propoſitionis.




Quod pertinet ad ſecundam eiuſdem propoſitionis partem nempe etiam datò quod Ariſtoteles veram aſſignaſſet cauſam, cur in libra pondus magis diſtans à iugo maiores habeat vires, nempe quòd minùs habeat contrarij, ſeu præternaturalis motûs. non tamen inuenio eamdem eſſe rationem pro vecte, potentia enim A poteſt mouere circulariter. ita vt nihil habeat præternaturalis motus, cum ſit potentia animalis indifferens ad quamcumque loci differentiam cum igitur nullum habeat motum præternaturalem admixtum, non moueret faciliùs, vi circuli maioris quam minoris quod tamen eſt contra omnem experientiam.

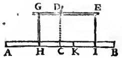
Secundo ſola vectis ſpecies in qua hypomoclion locatur inter potentiam & pondus propriè reuocari poteſt ad libram; cæteræ vero ſpecies ad libram minime reuocantur.

Tertiò ſunt variæ machinæ quas difficilius eſt reuocare ad vectem, & mediate ad libram, quàm pro iis commoniſci aliquam rationem virtutis quam exercent. & primò quidem cuneus, quæro enim in cuneo quod nam ſit hypomoclion, & ad quam vectis ſpeciem reuocetur, quis circulus ab ipſo deſcribatur, quiſnam ſit motus præternaturalis, quis ſecundum naturam certum eſt in cuneo impreſſionem ponderis reſiſtentis exerceri in partibus in quibus tangit corpus vt in K R. quæro in quo puncto ſit hypomoclion vbinam longitudo vectis quæ ſi augeatur, ſecundum communes vectis leges augeatur virtus potentiæ ſi enim dicatur cuſpis illius eſſe hypomoclion oſtenditur falſitas, eo quod ſi cuſpis cunei abſciſſa eſſet, haberet tamen cuneus totam ſuam vim. ſi dicatur linea KL eſſe longitudo vectis contra, quia etiamſi decurtaretur illa longitudo, non tamen imminueretur virtus diuidendi quæ ineſt cuneo quomodocumque ergo verſetur cuneus, vix fieri poteſt, vt in eo vectem inuenias.

Quartò multò minùs agnoſcimus rationem vectis, in helicibus, quæ potius reuocari poſſunt ad cuneum, ſi enim axem cylindri circa quem circumuoluuntur ſpiræ tanquam hypomoclion agnoſcas. diſtantia ſpirarum ab illo axe, erit diſtantia ponderis ab hypomoclio ſecundum quam diſtantiam metienda erit virtus reſtitiua ponderis, ex quo ſequeretur dum in cochlea, cylindrus eſſet minor cæteris paribus facilius ſuperaretur ponderum reſiſtentia; quod tamen falſum eſt. neque enim hæc eſt neceſſaria reſiſtentiæ ponderum, aut virtutis in cochlea exiſtentis; ſed debet deſumi ex aliis principiis, nempe ex compreſſione ſpirarum, quoties enim ſpiræ ſunt conſertiores, fortiores ſunt & potentiores cochleæ. ideo aliud quærendum eſt, facilius & clarius machinarum principium, quò ſemel conſtituto explicetur omnis machinarum virtus, immò & deregatur proportio eius cum ponderum virtute reſtitiuâ.

## PROPOSITIO III.

*Examinatur Archimedis Ratio.*



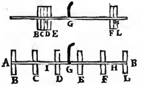

Archimedes propoſitione 6. æquiponderantium, & alij multi poſt eum tentarunt ſtabilire tanquam primum machinarum principium quod in libra, ſi pondera, & diſtantiæ eorum à iugo reciproce ſe habeant, fiat conſiſtentia & ſit æquilibrium.

Referam primò quomodo hoc à R.P. Leotaudo ſtabiliatur, & quam vim obtinere poſſit eius demonſtratio. ſit virga AB, homogeneæ vbique grauitatis diuiſa biſariam in C. Intelligatur per centrum grauitatis C, ducta linea perpendicularis CD; per punctum D; ducatur virga ferrea DE quæ ita homogenea ſit grauitate vt conſideretur omni carens grauitate, ſitque DE minor dimidia CB; fiatque GD, æqualis ipſi IB & HK æqualis lineæ AH eùm lineæ CI, additæ ſint IB, HC æquales, erunt HI, CB æquales, atque adeò HI, erit æqualis dimidiæ CB. & reliquæ AH IB, ſimul æquales reliquæ dimidi eiʒ & quia AH HK ſint æquales ablatæ ex duobus aggregatis æqualibus HK, KI; AH IB; erunt lineæ KI IB, æquales. ſint duo fila HG, IE ſuſpendentia virgam AB, & annectatur virgæ GE, in puncto D, quod reſpondet centro grauitatis C. ſpatium, à quo ſuſpendatur. cum linea perpendicularis DC. reſpondeat centro grauitatis C manebit AB in æquilibrio.

Dem. diuidatur taliter virga AB in puncto K hoc eſt ſoluatur vnio. primò cum AH, HK ſint æquales, neutra alteri præponderabit; pariter cum LI, IB ſint æquales neutra alteri præualebit, quare adhuc manebunt in æquilibrio.

brio.manebit ergo tota linea eődem modõ, quo antea; suspenditur item ex eődem puncto D: igitur adhuc erit æquilibrium totius lineæ: sed ita est distantia HC, ponderis AK à iugo, ad CI distantiam minoris ponderis KB, ab eodem iugo; sicut pondus KB, ad pondus AK: nam ita est AK, ad KB, sicut eius dimidia HK, aut CI, illi æqualis ad KI, aut HC illi æqualem: igitur habemus hic æquilibrium esse dum ita est totum pondus AK, ad pondus KB, sicut distantia IC, ad distantiam HC reciprocè quod demonstrandum erat.

Expendam inferiùs an hæc demonstratio conuincat, nihilque assumat vt iam probatum, quod tamen demonstrandum esset.




Archimedes paulò aliter idem probare conatur, supponitque virgam ferream AB à cuius grauitate abstrahit, quæ suspendatur in puncto medio G; appendantur 6 pondera æqualia, hinc inde tria in distantiis æqualibus. clarum est constare æquilibrium: supponit item ea omnia pondera & æqualiter distare inter se. Item supponit pondera quæcumque eodem modò grauitare, & operari quamdiu retinent idem centrum grauitatis commune.

Demonstratio. clarum est in casu quò distributa essent pondera secundum dispositionem priùs explicatam, quod commune centrum grauitatis omnium simul eorum ponderum erit in G considerentur autem quatuor pondera BCDE, quorum centrum grauitatis erit in puncto I, ponderum autem FL grauitatis ecorum est in H; quare eődem modò grauitabunt pondera quomodocumque disponantur, modò suum conseruent centrum grauitatis in eodem puncto H coniungantur ergo in puncto H, pondera F & L & quatuor BCDE coniungantur in puncto I. aut ita circa punctum I vt centrum grauitatis eorum sit punctum I; eodem modò grauitabunt omnia hæc pondera in tali dispositione, ac in priori; sed in priori erat æquilibrium; ergo & in hac secundâ erit æquilibrium: sed in secundò casu, ita est pondus BCDE, ad pondus FL, sicut distantia GH ad distantiam GI: ergo erit æquilibrium, cum ita erit pondus ad pondus, vt distantia ad distantiam reciprocè.

Ingeniosissimæ sunt hæ demonstrationes, sed quæ iam supponant principium machinarum quod quæritur, nam primò in vtraque demonstratione fit mentio centri grauitatis, nescitur autem quid sit tale centrum, & probari tale centrum grauitatis vix potest, nisi constitutò machinarum communi principiò. In prima quidem licèt videatur satis clarum, quod factâ diuisione in puncto K lineæ AK, KB, in directum iaceant: eò quòd tam partes AH, HK; quam KI, IB; sint æquales; non mihi tamen videtur satis manifestum, quòd eődem modò ponderent factâ diuisione, ac antea: nam pars CK, ante diuisionem, suam exercebat grauitationem cum reliquâ parte KB, & vt ita dicam ab eius stabat partibus; solutâ verò vnione, iam exercet suam grauitationem simul cum reliqua parte AC; vnde licèt antea esset æquilibrium, non sequitur perseueraturum tale æquilibrium.

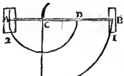
Idem dico de Archimedis demonstratione, neque enim illi concedere cogor, pondera eődem modò habitura, & eandem habitura grauitationem respectiue ad aliud pondus, quoties non mutant centrum proprium grauitatis. si in vno casu vnum eorum inuenitur ea vna parte iugi, & in alio ad alteram iugi partem vergat. hoc est dubitatur an pondus E, translatum in I eum alia pondera BCD in idem punctum I adunarur, eandem habeat vim, & non maiorem aut minorem.

Vt autem ostendam peti principium, definitio centri grauitatis hæc communiter datur nempe punctum diuidens corpus graue, in duas partes, æqualium momentorum, momentum autem non est simpliciter pondus corporis, sed eo alescit ea pondere, & distantia: igitur iam ad intelligentiam centri grauitatis supponitur constitutum principium cuius rationem quærimus, nempe, cur pondera pro maiori à iugo distantia, maiorem etiam habeant vim ad mouendum.

## PROPOSITIO IV.

*Vera ratio auctæ per machinas potentiæ.*

Nullus hic à me strictam demonstrationem requirat, in physica etenim materia versamur: principiumque motûs naturalis & sensibilis inquirimus; quod fortitan statim non occurret, vnum tamen præstitisse non pigebit, vt si minus rem omnino perfecero, aliis tamen rem vlteriùs promouendi viam aperuero. multos igitur tentabo modos, vt cui vnus non arriserit, alteri se addicat. primò in libra commune illud effatum conabor stabilire. dum pondera & distantiæ à



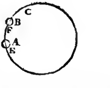

iugo sunt reciproca est æquilibrium, vt si in libra AB ita se habeat pondus A duarum librarum, ad pondus B vnius libræ, vt distantia CB duorum pedum, ad distantiam AC vnius pedis assero si suspendatur libra ea puncto C, fore æquilibrium: ita vt tam faciat remotio à iugo quantùm faceret additio ponderis.hoc est si pondus vnius libræ appenderetur in puncto D,& in A pondus duarum librarum, vt fieret æquilibrium tantundem ponderis addendum esset & loco tantondem ponderis, addi posse tantundem distantiæ.seu remoueri à iugo ita vt CB sit ipsius CD dupla. ita posito in B, pondere vnius libræ rursus erit æquilibrium. experientia hoc constat, sed illius quæritur ratio.

Suppono

Suppono primò quodlibet graue resistere motui sursum, & magis resistere maiori motui; ita vt maior requiratur impetus vt moueatur sursum pondus vnius libræ per duos pedes quàm per vnum aut saltem requiratur impetus diuturniori tempore applicatus.

Suppono secundò pondus dum mouetur deorsum, posse mouere ex alia parte pondus aliquod sursum, modò possit vincere resistentiam quam habet pondus oppositum ad motum sursum: item dum magis mouetur pondus deorsum maiorem impetum producere, simul cum illo motu quã si minus motum fuisset. hæc vltima pars suppositionis videtur difficilior ideo mihi paulo fusius explicanda.

Suppono tertiò dari aliquam causam productiuam motus, distinctam vt plurimum à principali agente cui motus tribuitur. vt in proiectis vix puto in bona philosophia negari posse, talem causã præter motum qui successiuus est, & cuius nulla pars cum alia existit, atque adeò alterius non potest esse causa. nam omnis causa effectiua non agit nisi quando existit, ergo dum existit eius actio; existit & ipsa, dum existit autem eius actio, existit & effectus per talem actionem productus: ergo dum producitur aliquis effectus & existit, existit & eius causa, sed dum existit vna pars motus, non potest & alia existere; igitur vna pars motus ab alia produci non potest. ideoque alia causa motus admitti debet, hæc autem causa non est principale agens cui tribuitur motus. nam primò in proiectis, manus quæ proiecit lapidem, non est ampliùs coniuncta cum lapide per aëra delato. atque adeò nihil amplius producit. neque id potest tribui aëri pone recurrenti quod aliqui voluerunt. nempè quod manus dum lapidem impellit, impellat simul & aërem contiguum, & hic alium donec fiat circulatio, & hic aër vltimus lapidem vlterius prouehat. sed contra eô præcisè momētô & tempore quo lapis iunctus manui mouet aërem anteriorem; cùm nõ possit dari penetratio, eôdem etiã tempore hic aër mouet sequentem, & ita deinceps fit circulatio tota, eôdem præcisè tempore, inuenitur que




sola prioritas dependentiæ. supponnatur lapis motus fuisse à puncto A ad B; eodem etiam præcisè tempore circulatio tota fiet, & aër qui erat in E sequitur in F. nec habet maiorem vim ad vlteriorem motum quam habeat à lapide, sequenti tẽpore quæro an motus aëris F dependeat à motu lapidis, an vero motus lapidis à motu aëris. si primum quæro iterum à quo moueatur lapis. si secundum peto à quo moueatur aër, neque enim motus præteritus lapidis potest esse causa motus præsentis aëris, ideoque necessariò dicendum est addi aliquid lapidi à quo per aëra deferatur. hoc voco impetum quidquid sit hic impetus.

Ostendo secundò dari impetum nempe dum graue descendit afferatur mihi ratio cur in primo tempore graue descendat per vnum pedem, secundô per tres, tertiô per quinque, quartô per septem, quintô per nouem, & ita deinceps nisi admittatur continua productio alicuius impetus, qui sit causa immediata productiua motus, qui impetus sit permanens & augeri possit.

Immò vlteriùs sequitur quod non producatur impetus secundus, nisi primus habuerit & produxerit aliquem motum, sint duo pondera in aëre suspensa, quodlibet aliquid impetus in se producit, immo & in corpore ea suspendente. alterum moueatur per tria instantia, ita vt post tertium illud instans habeat impetum vt tria, demittatur secundum pondus initiô quarti illius temporis, quare non habet impetum vt tria, sicut aliud pondus; quia (inquies) immotum permansit, aliud verò motum est: igitur motus est conditio ad vlteriorem impetum producendum, modò tam motus quam impetus sit secundum naturam.

Quod etiam aliis experimentis comprobo cur dum malleô percutio clauum longiori manubriô vehementiorem ictum produco, pariter si magis attollam brachium & malleum, ita vt maiorem describat circulum, ictus fit validior, & fortior; ratio alia reddi non potest; nisi quòd per maiorem motum, siue tanquam conditionem siue tanquam causam parũ interest fortior producatur impetus, ita vt potentia nisi mora fuerit, nunquam initiô sui motus tantum impetum in clauo producat, quantumlibet connitatur, quantum producit dum aliquandiu mora fuit. ita si 10. homines impellant clauum, nunquam tam benè penetrabit lignum, quam si malleô percutiat.

Dum quis vehementiùs currit si sistantur eius pedes, non potest lapsum prohibere, ita admissi ad cursum equi, vix cohiberi possunt, vnde attollunt anteriores pedes, vt contrariô quasi motu, omnem conceptum impetum retundant. dum cymba magnô impetu fertur, & ad ripam de repente sistitur, omnes qui in cymba vehuntur, ob iam conceptum impetum vlteriùs delati proni ruunt.

Ostendo igitur pondus vnius libræ, in paulo maiori distantia à iugo quam sit aliud pondus vnius libræ, illud attollere. ponamus verbi gratia duo pondera æqualia vnius libræ ita aptari in libra vt vnum duplo magis distet à iugo quam aliud. vnde sic argumentor.

Pondus vnius libræ dum mouetur deorsum per duos pedes, potest vincere resistentiam quam habet pondus vnius libræ, ad motum sursum per vnum pedem: ergo si ita aptentur in libra, vt dum vnum deprimitur per duos pedes, aliud tantum attollendum sit per vnum pedem; illud sursum attollet. probatur antecedens dum pondus vnius libræ mouetur deorsum per duos pedes, eius vis actiua seu impetus quem simul cum tali motu exerit, æqualis præcisè est illi resistentiæ quam habet pondus oppositum & æquale ad motum sursum per duos pedes; sed minor est resistentia ad motum sursum per vnum pedem, quàm ad motum sursum per duos; ergo dum vna libra mouetur deorsum per duos pedes, poterit mouere sursum vnam libram per vnum pedem, sed quoties in libra ita aptantur duo pondera æqualia, vt alterum sit in dupla distantia à iugo, duplum etiam spatium perficit illius; quod pondus oppositum absoluit: ergo iam

vnum habemus, quòd inter pondera æqualia, quod magis à iugo distabit, deprimatur, sursumq; attollet pondus sibi oppositum. quod adhuc hôc modô probari posset. Ideo cum duo pondera inæqualia, æqualiter distant à iugo maius eleuat minus, quia plures sunt partes motus deorsum quam motus sursum, sed pariter cum pondera æqualia ita aptantur in libra, vt vnum magis distet, erunt plures partes motus deorsum in vno, quam sint partes motus sursum in opposito: ergo pondus quod magis distat à iugo, aliud sibi æquale eleuabit.

Confirmatur motus sursum grauium est contra naturam, & violentus, motus deorsum erit conformis naturæ; sed quantum est id quod est contra naturam, tanta est resistentia ad illud, & quantum est id quod est conforme naturæ, tanta est eius inclinatio & vis actiua ad vincendam resistentiam oppositam; ergo vbi erit maior motus deorsum, quàm motus sursum, virtus actiua resistentiam superabit.

Secundò Ratio. maior impetus requiritur ad mouendum idem pondus per maius spatium, quàm per minus, siue impetus totus simul producatur vt accidit in proiectis, siue successiuè, vt cum pondus trahitur.

Item maior requiritur impetus ad mouendum maius pondus per aliquod spatium, quàm ad mouendum minus pondus per idem spatium: vnde sic argumentor. impetus, qui requiritur ad mouendum pondus duarum librarum per vnum pedem, duplus est impetûs qui requiritur ad mouendam vnam libram per vnum pedem; sed impetus, qui requiritur ad mouendam vnam libram per duos pedes, est pariter duplus illius qui requiritur ad mouendam vnam libram per vnum pedem; ergo impetus qui requiritur ad mouendas duas libras per vnum pedem, æqualis est impetui necessario ad mouendam vnam libram per duos pedes; quæ enim eiusdem sunt duplicia, inter se sunt æqualia: sed quando ita aptantur in libra duo pondera, vt pondus duarum librarum, distet à iugo, vnô pede, & pondus vnius libræ, distet duobus pedibus; dum mouetur deorsum vna libra per duos pedes, eleuantur duæ libræ per vnum pedem, & vna libra, vt mobilis deorsum per duos pedes est in æquilibrio cum vna libra vt mobili sursum per duos pedes: ergo vna libra mobilis per duos pedes, erit in æquilibrio, cum duabus libris vt mobilibus sursum, per vnum pedem.

Atque vt eandem rationem paulò vniuersaliorem reddamus, eamque non ad pondera tantùm, & libram, coarctemus; sed ad omnes omninò machinas extendamus, suppono id quod iam dixi, quò potentia magis mouetur, eò maiorem, & etiam intensiorem producere impetum; ergo si potentia dum mouetur per vnum pedem, mouere potest 100. libras per vnum pedem; dum mouebitur per duos pedes, mouere poterit ducentas libras per vnum pedem. quod vt melius ostendam supponamus explicationis gratiâ opinionem quidem reiectam à plerisque in philosophia, nempe tempus coalescere ex instantibus indiuisibilibus sibi inuicem succedentibus, supponamus item id quod ex tali opinione necessariò sequitur; nempe tarditatem motûs, in pluribus, aut paucioribus morulis quietis positam esse: quam opinionem non propono, vt in ea fondem meam rationem, sed tantum vt vitem eam confusionem, quam parit communis sententia de compositione continui, ex partibus in infinitum diuisibilibus; cum enim illa infinitatem suam semper ostendat non est mirum, si tenebras, & caliginem affundat. ponatur ergo potentia quæ dum mouetur per vnum punctum possit mouere 100. libras per vnum punctum, apteturque in machina, ita vt dum mouebitur potentia per duo puncta, pondus moueatur tantum per vnum punctum.

In tali suppositione, mouebitur potentia per vnum punctum absque eo quod vllo modo tali motui resistat pondus; quia pondus adhuc quiescit; dum mouetur autem potentia per secundum punctum; impetum habet duplum, nempe impetū productum interea dum mota est per illa duo pūcta; sed impetus duplus, duplum pondus mouere potest: ergo potentia, quæ mouetur per duo puncta, poterit mouere duplum pondus per vnum punctum: si ita aptetur in machina, vt necessariò duplus debeat esse eius motus, illius qui in pondere sequitur.

Lieèrauć hæc opinio de continuo non esset vera, & nunquam moueatur potentia, quin pondus moueatur, tardiùs tamen; nihilominus cùm potentia maiorem impetum exerat quādo magis mouetur, quotiescumque maior erit in ea motus quam in pondere, toties maior erit impetus in illa, quam si æqualiter cum pondere mota fuisset; sed maior impetus maius pondus superare potest; ergo maior motus potentiæ comparatus cum minori motu ponderis, maius etiam pondus superare poterit.

Quæ res adhuc vt clatior fiat, supponamus ad mouendum pondus 100. librarum per vnū pedē, requiri impetum vt qustuor, quē potentia A producere potest, & vt ita dicam exerere dū mouetur per vnum pedem, requiretur ad mouendū pondus ducentarum librarum per vnum pedē, impetus vt octo, sed impetus vt octo producetur à potentiā, si moueatur per duos pedes; plus enim impetus producetur à potentia dum mouebitur per duos pedes, quam dum mouetur per vnum pedem; ergo stat, istud principium potentiā vt motā per duos pedes, idē efficere, ac duas potentias quæ mouētur tantum per vnum pedem; neque enim existimādū est impetum, ita esse fluentis naturæ, vt non conseruetur, & quasi coaceruetur, hoc est si potentia moueatur diu non augeat, etiam intensiuè suum impetum, modò tali impetui non resistatur, pariter cogitandum non est pondus ita resistere minori motui, ac maiori; vnde si potentia ita comparetur cum pondere, vt dum mouetur per vnum pedem, necessariò pondus moueatur tantundem, & sit maior resistentia illius ponderis, vt mouendi per vnum pedem, quam impetus qui producitur à potentia dum tantundem moueretur, nullus sequetur motus; at si machina ita impetum eundem distribuat vt totus impendatur, in mouendo eodem pondere per semipedem fiet aliquis motus.

Quia tamen res ista est satis magni momenti, continetque principium vniuersalissimum in tota natura, ideò operæpretium duxi rem pluribus prosequi; & in omnem partem versare vt meliùs elucescat.

Suppono primò idem esse æquiualenter virtutem motiuam vt vnum successiuè applicare ad

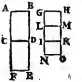
mouendum

mouendum corpus per spatium verbi gratiâ quinque pedum, ita vt moueat primò tempore per vnum pedem, deinde eadem virtus moueat, secundò tempore per alium, & ita deinceps. ac applicare successiuè quinque virtutes motiuas, vt vnum, quarum prima moueat primò tempore per vnum pedem, secunda secundò per sequentem, tertia per tertium, & ita deinceps. nam virtus motiua vt vnum, si secundò tempore applicetur, tam benè mouere poterit, ac alia ipsi similis; ergo idem erit æquiualenter siue ipsa motum continuet, siue alia ipsi similis ad id præstandum substituatur.

Suppono secundò, ad mouendum, aut sustinendum corpus; idem esse, applicare quinque potentias, quarum quælibet sit potens vt vnum, ac applicare vnam, tantum quæ sit potens vt quinque. vt si in vna bilance ponatur moles aurea pedalis, tantundem præstabit ac quinque corpora pedalia alterius materiæ quintuplo minus grauis, neque enim virtutes motiuæ se habent, vt qualitates primæ, nam si ponantur quinque calida vt vnum, nunquam producere poterunt in subiecto, nisi calorem vt vnum: at verò si duæ potentiæ sint sufficientes ad mouendum quælibet pondus centum librarum, si iungantur simulque concurrant, pondus ducentarum librarum vincere poterunt, hæc regula communis est in omnibus agentibus æquiuocis, ita si duæ candelæ potentes in aliquo determinato loco singulæ producere vnum gradum, simul agat maius in eo lumen producent. ita dum solis in Eclypsi teguntur aliquæ partes, debilius multò lumen profunditur. in iis igitur casibus extensio intensionem parit, aut illi æquiualet.

Quærendum restat dum duo homines inæqualiter mouentur; vnus verbi gratiâ duplo velociùs quàm alius; quid fit in vno, quod non fit in alio; & primo quidem certum est, semper motum vnius duplum esse alterius, ita vt dum vnus per pedem mouetur, alter semipedem tantum percurrat; & dum primus percurrit semipedem, alter tantum pedis quadrantem peragret, & in quôcumque tempore assignabili plures sint, vt ita dicam partes motus in vno quàm in alio. vnde certum est secundo si motus potentiæ conferat, ad hoc vt moueat oppositum pondus, dum potentia maiorem motum habebit, maiorem in opposito pondere impetum producet. ex quo fortinari potest argumentum.

Potentia suam exerit virtutem per motum; igitur dum duplo velociùs mouebitur, æquiualebit duplici virtuti, sed duplex virtus mouere posset, duplo maius pondus; ergo potentia duplo velocius mota, duplo maius pondus mouere poterit. Antecedens primum certum est, potentia enim quantumlibet applicata, non mouebit nisi moueatur, siue motus eius, sit conditio ad hoc vt moueat, siue sit ipsemet motus, causa immediata motûs parum interest; neque opus est ista expendere cum ex diuersis principiis physicis variæ etiam oriantur explicationes. aliqui enim vt iam sæpè dixi, nullum agnoscunt motum, qui ab impetu non oriatur, & consequenter ad maiorem motum in potentia producendum intensiorem requirunt impetum; si ergo potentia duplô velociùs moueatur quàm pondus, duplo intensiorem impetum producet, quam si æqualiter cum pondere mouetetur; sed si æqualiter cum pondere moueretur, impetus quem in se produceret sufficiens esset, ad mouendas verbi gratiâ centum libras per tantundem spatij; ergo si moueatur duplo velociùs, mouere poterit ducentas libras. explicatur supponamus potentiam liberam impellere leuiter pondus aliquod; ita vt vi illius impressionis non moueatur. adhibeat maiorè conatum, illudque tandem moueat, quæro quid maiori il ô conatu fiet nisi intensior impetus producetur, (supposito semper quod detur talis impetus) sed si velociùs moueatur ipsa potentia, maiorem impetum producet: igitur per motû maiorè potentiæ adhibetur id quod necessarium est, vt moueatur pondus duplo maius. vtraq; pars probatur. nempe dum aliquis velocius mouetur intensiorè impetum produci, aut etiam secluso quôcûq; impetu, intensiorem motum, quantum motus localis successio, cum intensione compatibilis est. est enim velocitas motus aliqua perfectio. quæ satis explicari non potest propter successionè motus, & temporis infinitam diuisibilitatem. In omni tamè opinione dicendum est velocitatem esse aliquam motus perfectionè: ponamus enim explicationis causa, motum qualem in angelis vt pote indiuisibilibus cogitarunt nonnulli.




Sit angelus ABCD potens vnicô instanti item indiuisibili, ita moueri, vt relictô priori spatio ABCD, occupet proximè sequens CDEF. sit alius angelus, aut punctum vt vocant physicum GHKI, quod ita moueatur eodem instanti indiuisibili, vt relictô priori spatiô GHKI occupet spatium LMON, certum est motum priorem esse perfectiorem motu secundo; atque adeò si requireretur impetus ad motum; longè intensior requiretur, ad efficiendum primum motum, quam secundum: si verò nullus requiratur impetus; sed immediate motus à potentia producatur, longe potentior, vt ita dicam conatus requiretur ad eliciendum priorem, quàm posteriorem. quare vt concludam. maior potentiæ conatus, mouet maius pondus, quam debilior; sed maior exeritur conatus potentiæ, dum velociùs mouetur; quam dum tardiùs; ergo dum velociùs mouebitur potentia, mains etiam pondus mouebit.

Prima item consequentia satis patet, nempe, (igitur dum potentia duplo velociùs mouebitur æquiualebit duplici potentiæ) nam certum est. dû potentia aliqua, duplo maiorem conatum adhibet, æquiualebit duabus potentiis singulis duplo minorem conatum adhibentibus, ita vt equus solus si multum conetur, trahet pondus aliquod determinatû, quod duplo faciliùs trahet & sine tantô conatu, si alius illi in subsidium equus adiungatur. quare si velociùs moueatur æquiualebit in ordine ad mouendum pondus, virtuti potentiori. modò tamen pondus non augeat suum motum. si enim auctô potentiæ motu augeatur æqualiter, & motus ponderis. velocius mota potentia

æquiualebit quidem maiori, sed tota illa perfectio quæ illi accedit ex motu, impenditur in maiori illo motu ponderis perficiendu, nam pondus maiori motui magis resistit. ideoque in motu ista duo semper pro eodem sumenda sunt. nempe maius pondus mouere ad paruum spatium, & paruum pondus ad maius spatium; nam sicut ad mouendum maius pondus maior conatus eliciendus est, ita ad mouendum pondus quodcumque ad maius spatium pariter maior conatus requiritur.

Totum igitur artificium machinæ in eo positum est, vt maior potentiæ motus, comparetur cum minore ponderis motu, & pro ratione excessus, augebuntur vires potentiæ; eò quòd potentia vires suas non exerat nisi per motum, atque adeò duplo velociori motu, duplo maiorem impetum producat: aut duplo maiores vires habeat. quod autem in motu difficultatem facit, est illa successio in infinitum diuisibilis, propter quam nullam in eo simultaneitatem cogitare licet; & consequenter vix explicari potest quid sit illa perfectio, quam velocitatem vocamus; eam quidem per effectum definimus, nempe quod eôdem tempore maius percurratur spatium; quomodo autem in ipso motu hæc se habeat; vix potest satis exprimi. si enim motus plurimas simul partes habere posset, facilius totum absolueretur negotium, diceremusque motum esse intentionis capacem, atque adeo cum potentiæ maior motus comparatur cum minori ponderis motu, comparari intensiorem motum cum remissiori, eamque intensionem esse æquiualenter quasi motus replicationem, aut enaccruationem plurium partium, quæ plures partes possint, non tantum producere in corpore resistente maiorem motum; sed etiam in pluribus eius partibus, hoc est in maiori corpore. siue vt iam dixi motus potentiæ sit immediatè causa productiua motus in corpore obsistente. siue detur alia causa. si enim motum non ita successiuum agnoscere liceret, quin plures simul eius partes existerent, duæ verbi gratiâ partes motus in potentia motrice, facilè vincere possent maius pondus.

Neque dicas omnem potentiam priusquam vincat resistentiam, debere esse aptam vt ita dicam, & in actu primo ad producendum suum effectum; sed quomodocumque potentia minor connectatur cum pondere opposito; non fit potentior priusquam vincat resistentiam oppositi ponderis; fit enim potens per motum, non mouetur autem quin vincat resistentiam contrariam: igitur eam non licebit agnoscere vt potentem priusquam agat; atque adeò non potest intelligi quomodo incipiat motum; si per motum ipsum fiat potens ad agendum. quæ difficultas vt meliùs intelligatur, totamque suam vim obtineat. sit pondus vnius libræ in duplo maiori & paulo plus distantia à iugo quam pondus oppositum duarum librarum: non videtur pondus vnius libræ, ex tali dispositione, posse inchoare motum prius enim natura quam incipiat motum, debet constitui potens vincere resistentiam ponderis maioris oppositi; sed non fit potens nisi per motum; ergo prius est ipsum moueri quam vincere resistentiam alterius; sed non potest moueri quin pondus oppositum moueatur, & consequenter quam vincatur eius resistentia, atque adeo videtur quod per ipsum effectum constituatur in actu primo ad agendum. quod tamen fieri nequit.

Respondeo totam difficultatem huius obiectionis peti, ex essentiali vt volunt motus successione, diuisibili in infinitum, si enim admitterentur morulæ in motu tardiori rueret totum argumentum: posset enim aliquandiu moueri potentia & vi illius motus fieri potens ad mouendum pondus longe maius, quod pondus inuenitur ex dispositione machinæ in minori motu. addo vlteriùs quod per talem machinæ dispositionem fiat in actu primo potentia licet minor, proximè potens ad producendum motum in maiori pondere; quia talis connexio applicat motum velociorem, potentiæ minoris; motui tardiori ponderis maioris, motus autem velocior potentiæ, æquiualet motui tardiori maioris ponderis: immò & illud superat. neque enim considerandа est potentia, in actu primô simpliciter secundum suam entitatem, sed secundum applicationem hoc est pro vt magis aut minus applicatur, pariter pondus non simpliciter secundum suam entitatem considerandum est, sed secundum applicationem suæ resistentiæ, quare poterit virtus minor incipere motum, si huic motui pondus oppositum non possit resistere quantum necessarium est, cohibetur autem eius resistentia per machinam, eò quòd minor in eo sequatur aut producendus sit motus, cui etiam parum aptum est resistere interea dum potentia multum mouenda est.

Atque hæc de hac materiâ dicenda habueram, assumam igitur tanquam primum principium crescere potentiæ motricis virtutem in eâ ratione, in qua crescit eius motus respectiuè ad motum ponderis oppositi, quod sufficienter demonstrasse existimo quantùm scilicet materia physica demonstrationis est capax.

PROPOSITIO V.

*Ea mobilia sunt æqualia in viribus, quorum magnitudines & velocitates sunt reciprocæ.*

Cum certum sit, idem corpus motum celeritatibus inæqualibus, inæquales vires habere, maius item corpus motum eâdem celeritate, quâ minus maiores item vires habere, & aliunde viderimus cum in machina ita disponuntur pondera, vt dum motus qui fit ab vno eandem rationem habet, ad motum alterius, ac pondus, ad pondus reciprocè fieri æquilibrium, ita vt celeritas dupla vnius libræ, æquiualeat celeritati subduplæ duarum librarum; benè idem principium ad cætera mobilia; etiam libera transferre possumus; hoc est non disposita in aliqua machina, neque enim minores vires habet dum liberum est, & solutum ab omni machina, quam dum est alligatum alicui corpori, sed vna libra, cum velocitate vt duo, æquiualet duabus libris habentibus velocitatem vt vnum: Ergo etiam extra machinam mobile vt vnum cum velocitate vt duo, idem potest ac mobile vt duo, cum velocitate vt vnum. Ratio est quia vtrobique totidem sunt motus aut velocitatis gradus, in corpore maiori pauciores in qualibet parte, in minori plures. neque est vlla ratio, cur dum in machina connectuntur sint æqualis virtutis,

&

& extensio intensionem compenset, & extra machinam id non eueniat.

Quare & corporum æqualium momenta seu vires, seu partes motus se habebunt vt velocitates, & æque velocium, vt corporum magnitudines. nam propriè momenta, & vires, & motus partes, sunt idem: nisi quod sæpè momenta etiam in quietis corporibus spectentur, cum aptitudine tamen ad motum quare quæ de momentis inferius ostendentur, de viribus dicta sunto.

Si duo mobilia inæqualia comparentur erunt vires, seu motûs partes in ratione composita ex rationibus corporum, & velocitatum. quia quælibet pars corporis cogitanda est, cum totidem velocitatis, motus, aut impetus gradibus, ex quo fit si motus vnius corporis, alteri communicaretur æquali, æque velox foret si maiori essent velocitates, & corporum magnitudines reciprocæ.

Ex eo concluditur quod si mobile in aliud immotum incurrat seclusâ omni reflexione, nempe si vtrumque corpus molle fuerit & elaterij incapax, simul procedent, eritque velocitas prioris, ad velocitatem totius aggregati, vt totum aggregatum, ad primum mobile reciprocè. Cum enim in primo sint totidem gradus seu partes motûs, ac in aggregato, distributi scilicet singulis eius partibus, vt habeatur velocitas primi mobilis, diuidenda esset quantitas motus quæ eadem semper est per numerum partium aggregati: ergo idem numerus partium motus generatur ex aggregato in eius velocitatem, ac ex primo mobili in eius velocitatem. Si ergo disponantur aggregatum, primum mobile, velocitas primi mobilis, & velocitas aggregati, cum rectangulum sub primo & vltimo æquetur rectangulo sub mediis, ita erit aggregatum ad primum mobile, vt velocitas primi mobilis ad velocitatem aggregati.

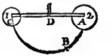
Eôdem modô raciocinandum est in aliis casibus qui accidere possunt, vt si sint duo mobilia æqualia quæ in eandem partem ferantur vnum habeat velocitatem vt 4. aliud vt 8. & velocius incurrat in minus velox. dico post concursum velocitatem aggregati esse vt 6. nam cum corpora sint æqualia, partes motus erunt vt velocitates 8. & 4. quare in iis erit motus vt 12. sed post concursum totidem debent esse partes motus, ergo erit in toto aggregato motus vt 12. & in vtroquoque corpore vt 6. erit igitur minus velocis, velocitas ante occursum 4. post vt 6. alterius vero vt 8. & 6.

Tertiò, si duo corpora æqualia cum æqualibus velocitatibus sibi occurrentia, seclusâ omni reflexione, quiescunt; quia hæ velocitates sibi occurrentes se inuicem perimunt, vt dum ponuntur qualitates contrariæ in eodem subiecto.

Quartò. Si duo corpora inæqualia verbi gratiâ duo globi vnius libræ & duarum, sibi directè occurrant, cum velocitatibus æqualibus verbi gratia vt 4. aggregatum sequetur directionem maioris eritq; velocitas, vt 1 $\frac{1}{3}$ est enim in maiori quantitate motus vt 8. in minori vt 4. dum sibi occurrunt motus minoris vt 4. tantundem detrahit de maiori restat ergo quantitas motus vt 4 diuidenda tribus libris, erit in vnaquaque libra vnus gradus & $\frac{1}{3}$.

Quintò. Si duo corpora æqualia cum velocitatibus inæqualibus sibi occurrant verbi gratiâ vnum habeat velocitatem vt duo, aliud vt 4. post occursum seclusá reflexione restabit quantitas motus vt duo diuidenda singulis ideoque aggregatum mouebitur vt vnum.

Sextò. Sint duo corpora inæqualia quorum vnum sit vnius libræ moueaturque velocitate vt tria, aliud sit duarum librarum habeatque velocitatem vt 4. quantitas motus in primo est trium, in secundo est 10. dum sibi ex aduerso occurrunt, minor quantitas perimit ex alia totidem gradus, restat ergo 7. diuidendi tribus libris igitur in toto aggregato erunt duo gradus velocitatis cum dimidio.




Si duo corpora inæqualia sint in duobus brachiis æqualibus statetæ posita, dico fore velocitatem maioris soltus, ad velocitatem aggregati, vt aggregatum ad maius pondus. sit pondus duarum librarum, quod si solum esset moueretur ex A in B velocitate vt 4. ponatur ex alia parte mobile vt vnum quod eadem velocitate deorsum moueretur comparantur ergo ea pondera, sicut duo sibi occurrentia cum velocitatibus æqualibus, quare cum quantitas motus in maiori sit 8. graduum, in secundo 4. sintque inuicem contrarij; restabit in aggregato motus vt 4. diuidendus tribus, ergo erit in vnaquaque velocitas vt vnum & $\frac{1}{3}$

Si fuerint duo pendula æqualia in duobus brachiis inæqualibus posita erit eôdem modô ratiocinandum. Suppponantur ergo pondera A, & C æqualia, sed AD distantia dupla distantiæ DC; in tali dispositione erit velocitas ponderis A, dupla velocitatis ponderis C. quare quantitas motus in A, erit dupla ponitur in A esse motus vt 8. in C erit vt 4. qui motus cum sit contrarius destruit ex motu ponderis A 4 partes, restant igitur 4. partes diuidendæ ita vt ponderi A cedant duæ partes, & ponderi C vna sunt ergo in A duæ partes & $\frac{2}{3}$ & in C. vna pars & $\frac{1}{3}$

# MECHANICES, LIBER SECVNDVS De Vecte.

## DEFINITIONES.

DEFINITIO Prima. Vectis Græcè μόχλος, est ob longus palus ex materia solida, quô ad eleuanda, aut mouenda pondera vtimur: In quo tria distinguendâ sunt. Potentia mouens, pondus; & fulcrum, quod Græce ὑπομόχλιον dicitur, quòd vecti subiiciatur.

Secunda. Hypomoclion est fulcrum, cui innititur vectis, & circa quod tanquam circa centrum, vectis extremitates mouentur.

Tertia; vectis primi generis ille est; in quo hypomoclion medium locum occupat; potentia & poodus, in extremiratibus consistunt vt si potentia fuerit in A. hypomoclion in B. poodus in C.

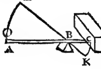
Quarta vectis secundi generis ille est, in qoo pondos medium locum occupar, potentia, & hypomoclion, in extremitatibus consistunt vt si potentia fuerit in D, pondus in F, hypomoclion in E.

Quinta vectis tertij generis, potentia in medio statuir; hypomoclio, & poodere extremitates occupantibus vt si hypomocliou fuerit I, potentia H, pondus G. vide figutas suptà.

### PROPOSITIO I.

Theotema.

*Si in vecte potentia ita se habeat, ad pondus, vt distantia vtriusque ab hypomoclio reciprocè; erit aquilibrium, seu potentia pondus sustinebit non tamen eleuabit.*




Sit potentia A ad póndus Ċ, sicut distaotia BC, ad distantiam AB; dico fote æqoilibrium, & potentiam posse sustinere pondus C, oon tamen eleuare & vincete vt aotem meliùs propositio Intelligatur, sopponator pondus C esse 100. librarum, & potentiam A esse potentem sine vecte sustinere libras 25. atque adeò sicut potentia A æquiualet præcisè quattæ patti pouderis, ita etiam linea BC, sit quarta pars lineæ AB: dico fote æqoilibrium.

Demonstratio Potentia augetur in eadem ratione in qua augetur illius motus supra motum ponderis; sed in tali dispositione motus potentiæ se habet, ad motum ponderis, vt ad 4. vnum; si enim intelligatur vectis eleuarus in L, ita vt potentia descripserit arcum AL; pondus descripserer arcum KC; arcus autem sunt similes, eò quòd anguli ABL, CBK sint æquales, vt pote oppositi ad verticem arcus autem similes se habent vt semidiametri, nempe vt AB, ad B C, supposuimus autem AB, esse quadruplam ipsius BC; igitur in tali dispositione (*per primum principium huius tractatus*) virtus A quadruplicatur; ergo æquiualet virtuti vt 100, sed virtus vt 100, est in æquilibtio cum pondere vt 100; igitur si vt potentia A, ad pondus C; ita distantia CB, ad distantiam AB; quod est reciprocè, erit æquilibrium, quod erat demonsttandum.

### PROPOSITIO II.

Theotema:

*Si maior sit ratio potentia, ad pondus, quam distantia ponderis, ad distantiam potentiæ ab hypomoclio; potentia pondus eleuabit, & vincet.*

Sit maiot ratio potentiæ Ȧ, ad pondus C quam distantiæ BC ad distantiam AB; dico poteutiam A, io tali dispositiooe supetaturam pondus C.

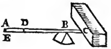
Demonstratio supponator alla poteotia quæ ad pondus C eandem habeat rationem quam habet distantia BC, ad distantiam AB hæc potentia erit in æquilibrio cum pondere (*per precedentem*) sed potentia A major est, quam illa porentia, (*per* 10. 5. *Eucl.*) ergo potentia A maiot, est qoam illa qua erit iu æquilibrio cum pondere C: ergo vincet pondus C illudqoe eleuabit. quod etar demoustrandum.

### PROPOSITIO III.

Theotema.

*Si sit maior ratio distantiæ potentiæ, ab hypomoclio; ad distantiam ponderis ab hypomoclio; quam ponderis ad potentiam pondus vincetur, & eleuabitur á potentia.*

Sit




Sit maior ratio AB ad BC, quàm ponderis C ad potentiam A: dico potentiam superaturam pondus C.

Demonstratio sit enim alia potentia D, æqualis ipsi A, applicata in puncto D, ita vt sit vt pondus C ad potentiam D, ita DB ad BC, eritque (*per* 10. 5 *Eucl.*) DB minor, quam AB & (*per primum huius*) potentia D applicata in puncto D erit in æquilibrio cum pondere C: sed potentia A æqualis ipsi D, si applicetur in puncto A, maiorem motum efficiet, respectiuè ad motum ponderis C; ergo per primum principium, maiores habebit vires; quam potentia D, quæ est in æquilibrio cum pondere C. quare illud eleuabit & vincet quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Si maior sit ratio ponderis, ad potentiam; quam distantiæ potentiæ, ad distantiam ponderis aut sit maior ratio distantiæ ponderis, ad distantiam potentiæ, quam potentia, ad pondus; Potentia pondus, nec eleuare, nec sustinere poterit.*

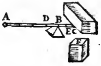
Sit primo maior ratio ponderis C,ad potentian A; quam distantiæ ad distantiam BC.dico potentiam A, minorem esse, quam vt faciat æquilibrium cum pondere C.ponatur enim potentia E, ad quam pondus C eandem habeat rationem, quam AB ad BC, & consequenter minor erit ratio ponderis C, ad potentiam E, quam eiusdem ponderis C, ad potentiam A. & (*per* 10. 5. *Eucl.*) potentia E maior est quam potentia A, sed (*per primum huius*) potentia E, applicata in puncto A, est in æquilibrio cum pondere C, igitur potentia A minor est quam vt sit in æquilibrio cum pondere C: ergo illud nec eleuare immo nec sustinere poterit quod erat primum.

Sit secundò maior ratio distantiæ BC, ad distantiam AB quam potentiæ A, ad pondus C. dico victoriam fore penes pondus C. ponatur enim potentia E ita vt sit sicut BC, ad AB, ita E, ad C. eritque maior ratio potentia E, ad pondus C; quam potentiæ A, ad idem pondus C, & (*per* 40. 5. *Eucl.*) potentia E maior erit, quam A, sed (*per primum huius*) potentia E applicata in puncto A, est in æquilibrio cum pondere C; igitur potentia A minor est eà quæ in eodem puncto vectis applicata est in æquilibrio cum pondere C, igitur non poterit potentia A pondus C sustentare,quod erat demonstrandum. Quamuis in figura posuerim tantum vectem primi generis istæ propositiones tribus vectis speciebus æqualiter conueniunt cum in omni specie tam potentia quam pondus circulos describant.

## PROPOSITIO V.

Theorema.

*Potentia tot æquiualet potentiis sibi æqualibus in virtute, quoties eius distantia ab hypomoclio distantiam ponderis ab eodem, continebit.*




Sit potentia quæcumque A apta sustinere fine vecte; pondus 100. librarum, Ita disponatur in vecte, vt distantia illius A ab hypomoclio, contineat verbi gratiâ quater BC distantiam ponderis, ab eodem hypomoclio; dico potentiam eandem in puncto A æquiualere quatuor potentiis sibi virtute æqualibus atque adeo posse sustinere in hac machinæ dispositione pondus librarum 400.

Demonstr. quoties distantia AB, continet distantiam BC; tantum motus potentiæ, motum ponderis, continebit sed (*per primum principium*) machinarum, quantum motus potentiæ crescit supra motum ponderis, tantum habet virium:igitur secundum rationem AB,ad BC augebuntur vires potentiæ:sed ex suppositione AB, est quadrupla BC, ergo potentia in pucto A applicata quatuor potentiis sibi virtute æqualibus æquiualebit.

Vel potentia A æqualis 100. libris, æquiualebit 4. potentiis sibi virtute æqualibus, si possit sustinere pondus 400 librarum:potest autem illud sustinere (*per primum huius*) si sit vt potentia A, ad pondus librarum 400. ita distantia BC, ad distantiam AB. quod per se patet.

## PROPOSITIO VI.

*Positâ eâdem potentia distantiâ ab hypomoclio; Quò magis pondus hypomoclio admouebitur, eò maiores erunt potentiæ vires.*

Sit primò pondus C distans ab hypomoclio B, distantiâ BC: sitque potentia in A:dico si semper potenria sit in puncto A, & pondus admoueatur hypomoclio B, verbi gratiâ in puncto E, quod quò minor erit BE; eò maiores erunt vires potentiæ, in ordine ad sustinendum, aut eleuandum, pondus positum in E; hoc est si potentia applicata in puncto A, possit sustinere pondus librarum 400. positum in puncto C:dico si pondus C admoueatur hypomoclio,statuaturque in puncto E, fore vt sicut se habet BE ad BC, ita Se habeat pondus quadringentarum librarum,ad illud quod potentia A sustinere potest.

Demonstr. sit enim vt BE ad BD; ita pondus C, ad pondus F: dico pondus F collocatum in puncto E esse in æquilibrio cum potentia A. nam cum sit vt potentia A, ad pondus C, ita distantia BC, ad distantiam AB, vt autem BE, ad

quantulaecumque B ; dico moueri posse pondus A , à potentia B , vecte primi generis , vel secundi. pondus enim B cum infinitum non sit rationem aliquam habebit ad pondus quod moueri possit à potentia A. diuidatur , ergo vectis CD , fiatque sicut pondus B , ad potentiam A ; ita linea CE ad lineam ED. supponatur in puncto E hypomoclion , & pondus applicetur in puncto D , & potentia A in puncto C.dico fore æquilibrium.

Demonstr. cum enim ita sit potentia A , ad pondus B , vt distantia ED nempe ponderis ab hypomoclio , ad distantiam CE,nempe potentiæ ab eodem hypomoclio , ( *per primam huius* ) erit æquilibrium quod si hypomoclion vel tantillulum admoueatur ponderi;tam potentia superabit pondus,illudque vincet.

Vecte secundi generis idem perficiemus, sit enim vt B , ad A ita FH longitudo totius vectis , ad GH , sitque hypomoclion in extremitate H , potentia in alia extremitate F , & pondus in puncto G , adhuc ( *per primam huius* ) erit æquilibrium.si verò pondus hypomoclio admoueatur tantillulum , tam potentia pondus eleuabit, & vincet.

Vecte autem tertij generis ad id præstandum vti non possumus , cum enim pondus vnam extremitatem obtineat , & hypomoclion alteram , potentia quæ medium locum occupat , semper minus ab hypomoclio distabit, quàm pondus ; atque adeò tantum abest , vt machina aliquid conferat , ad augendas potentiæ vires, quinimmo multum nocebit , pondusque potiùs ex tali machinæ dispositione suam augebit resistentiam. nam loquendo in genere quotiescumque ex machinæ dispositione , augentur vires potentiæ ; toties si potentia , & pondus locum mutent imminuentur vires potentiæ , & tantumdem ponderis resistentia augebitur.

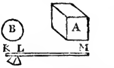
Atque hoc est Archimedis problema magnificum , quò se terram locò dimoturum iactabat si modò locus hypomoclij stabilis concederetur. quod quidem speculatiuè verissimum est , in praxi sæpè impossibile. quis enim practicè vectis longitudinem in quamcumque rationem posset diuidere. præcipuè si assignetur verbi gratiâ pars lineæ millies millesima , fit enim ita parua ponderis , à togo distantia , vt impossibile sit , hypomoclij sedem , à ponderis distantia distinguere.

## PROPOSITIO VIII.

Problema.

*Pondus in vecte ita statuere vt nulla potentia finita , quam mibi: magna,illud vincere possit.*

SIt pondus quantulaecumque A. potentia quæcumque æquiualens ponderi B. dico ita hæc statui posse , vt potentia B, quæcumqua illa sit , talis pondere A eleuando fit impar. fiat enim vt potentia B , ad pondus A , ita distantia KL , ad distantiam LM , & potentia B in puncto K , pon-



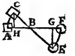

dus A in M collocetur. per primam huius erit æquilibrium , vnde si hypomoclion L , tantisper potentiæ in K consistenti admoueatur, hæc tanto ponderi eleuando impar erit. immo datum vectem ita supposito hypomoclio diuidere possumus vt quæcumque potentia , vni extremitati insistens alteram attollere non possit. si nempè vectem K M ita diuidamus, supposito hypomoclio L valde vicino potentiæ in puncto K consistenti , fieri poterit vt potentia licet valida eleuare non possit, partem vectis LM.

## PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Quando centrum grauitatis ponderis , est in ipsa vectis linea , eadem semper ad illud mouendum virtus requiritur quemcum,ue tandem situm obtineat ; modo virtus deorsum tantum aut sursum moueat.*

Ea que de vecte superioribus propositionibus demonstrauimus sunt vniuersaliora; neque varias circumstantias notatu tamen dignas explicant, quæ hic expendere debemus. certum autem est , quod potentia viuens quæ vt plurimum vecte vtitur , cum sit ad omnem motum indifferens , tam deorsum , quam in transuersum moueat. pondera verò quæ sola grauitate vi suam exerunt , solum motui sursum resistunt , ideoque non tam motus illorum circularis spectandus est , quam simpliciter perpendicularis , quæ omnia vt singillatim persequar, varios casus exponam , & primò potentiam spectabimus quasi deorsum tantum impellentem sic potest comparari diuersimodè pondus , cum vecte , vel enim ponderis centrum granitatis, seu quasi medium est in ipso vecte, & quod idem est appenditur liberè in vecte ; vel est supra vectem, vel infra vectem : in hac propositione centrum grauitatis statuemus in ipso vecte.




Sit ergo ponderis A centrum granitatis in vecte. dico si potentia deorsum tantum impellat , eadem potentia requiretur ad sustentandum pondus in quocomque situ existat.

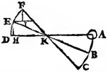
Demonstratio. Tam pondus , quàm po-

tentia deorsum impellunt, quare siue considerentur motus circulares tam potentiæ quam ponderis, illi erunt proportionales distantiis, cum arcus similes sint proportionales semidiametris circulorum, siue spectentur motus perpendiculares GE, CH illi etiam proportionales erunt, eò quod triangula CBH: BGE sint proportionalia. vnde si potentia deorsum tantum moueat, eadem requiretur virtus ad sustentandum aut mouendum pondus, siue vectis situm horizontalem siue obliquum obtineat.

## PROPOSITIO X.

*Potentia mouens æqualiter in omnem loci differentiam, facilius mouet pondus cuius centrum in vecte in situ obliquo, quam in horizontali.*

Sit potentia A æqualiter potens mouere pondus in omnem loci differentiam, sitque pondus D cuius centrum in vecte, dico si eleuetur vectis in E, fore vt potentia faciliùs moueat idem pondus, quam si vectis situm horizontalem AD obtineret.




Demonstratio. pondus, seu quodcumque graue resistit tantum motui sursum; igitur perpendicularis linea est mensura eius resistentiæ; moueatur ergo primò pondus secundum arcum DE, resistentia erit linea EH, moueatur secundum alium arcum æqualem EF, resistentia erit secundum perpendicularem FI. clarum autem est lineam FI minorem esse linea EH. igitur licet eadem potentia moueat per arcum CB, æqualem ipsi AB, atque adeo tantumdem virtutis exerat, (*secundum primum principium*) inueniet minorem resistentiam in E, quam in D; faciliùs igitur mouebit, dum vectis situm obliquum obtinebit. quod erat demonstrandum.

### COROLLARIVM.

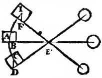
Sequitur ex eo quod in situ obliquo potentia est in æquilibrio cum pondere, etiamsi non sit reciprocè eadem ratio potentiæ, ad pondus, quæ distantiæ ponderis, ad distantiam potentiæ ab hypomoclio. quia nempe motus ponderis secundum quem suam exercet resistentiam, non est arcus verbi gratia EF, sed linea perpendicularis FI, licet potentiæ motus, secundum quem exercet suam actiuitatem, sit arcus BC, arcus autem BC, & perpendicularis FI. non sunt proportionales distantiis KB KE.

In situ tamen horizontali DA, quia perpendicularis physicè coincidit cum circulo DH, debent obseruari regulæ communes.

## PROPOSITIO XI.

Theorema.

*Si ponderis centrum fuerit supra vectem: faciliùs attolletur pondus supra horizontalem lineam, quam infra, a potentia deorsum tantum impellente.*



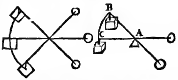

Sit pondus A, cuius centrum supra vectem, cum pondus semper vrgeat deorsum, secundum lineam perpendicularem; in situ eleuato, deorsum ponderabit secundum lineam IF; & tunc vera distantia erit linea FE, in situ verò horizontali distantia vera erit BE, in situ depresso erit DE. certum est autem DE, maiorem esse quam BE, & hanc maiorem quam FE. atque adeò respectu potentiæ in vecte ipso applicatæ, & deorsum tantum impellentis, difficilior erit motus in C quam in A, & in A quam in I.

Dixi autem respectu potentiæ mouentis simpliciter deorsum. quia si moueret æqualiter, in omnem loci differentiam, esset etiam habenda ratio doctrinæ propositione 10. traditæ.

## PROPOSITIO XII.

Theorema.

*Quando pondus habet centrum grauitatis infra vectem, in situ depresso minor requiritur virtus quam in horizontali, & maior in situ eleuato.*




Positâ superioris propositionis probatione; hæc satis per se patet nec indiget vlteriori explicatione, cum in situ depresso perpendicularis minorem abscindat distantiam, quam in horizontali, in situ eleuato maiorem, eadem item ratio adhibenda est.

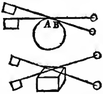
Quando, verò pondus liberè ex vecte dependet, eôdem prorsus modô se habet, ac si centrum grauitatis ponderis, in ipso vecte inueniretur. nam semper eadem manet distantia ad hypomoclio, saltem virtualiter, quia tam mouetur pondus, ac si vere existeret, in punctô vectis in quo appenditur.

PROPO

## PROPOSITIO XIII.

Theorema.

*Si propter figuram hypomoclij, punctum cui vectis innititur mutetur mutabitur etiam proportio virtutis potentiæ ad resistentiam ponderis.*




Poteſt figura hypomoc'ij eſſe varia, atque adeò fieri poteſt vt in ipſo moto, aliud atque aliud vectis punctum hypomoclij vices gerat. ex quo fiet vt diſtantiæ tam potentiæ, quàm ponderis non ſint eædem ; atque adeò tota virtutis potentiæ, ad ponderis reſiſtentiam ratio mutetur. vt ſi hypomoclion eſſet Sphæricum, & vectis, in ſitu horizontali illud tangeret in puncto A, in ſitu verò eleuato illud attingeret in puncto B idem dico ſi hypomoclion oblongum eſſet.

## PROPOSITIO XIV.

*Motus potentiæ ad vectem obliquus, minùs potens eſt, quam rectus.*



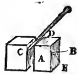

Si potentia A quæ vectem impellat ſecundum lineam AB obliquam; dico; hunc motum minus eſſe potentem, quàm ſi eàdem vi impelleret vectem ſecundum lineam perpendicularem AC.

Demonſtratio. Illc motus non tam impenditur in pondere eleuando quam in retrahendo vecto ab hypomoclio, ſicut motus AD vrgét vectem contra hypomoclion, & conſequentet potiùs illi reſiſtit hypomoclion quàm pondus.

## PROPOSITIO XV.

Theorema.

*Motus ita impreſſus ponderi, vt illud vrgeat obliquè ad lineam ſecundum quam moueri poteſt, minus eſt potens.*

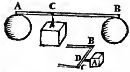



Sit pondus A quod tantum poſſit moueri ſecundum lineam AB. ſitque vectis cuius hypomoclion in C atingens pondus in puncto D; illudque impellens ſecundùm lineam D E, dico difficiliùs motum iri tale pondus, quàm ſi impelleretur ſecundùm lineam A B, nam motui impreſſo ſecundum lineam DE, vt compoſito ex duplici, nempe quaſi ex perpendiculari & horizontali, i li inquam quatenus perpendicularis eſt, reſiſt t ſubiectum planum, atque adeò pars illius impetus, inutiliter in vnicè o la hac reſiſteotia abſumitur.

## PROPOSITIO XVI.

Theorema.

*Dum due potentie in extremitatibus vectis conſiſtentes pondus appenſum ſuſtinent: quæ eſt ponderi propior, maiorem ponderis partem ſuſtinet quare motor minorem, proportionaliter ad diſtantias reciprocè.*




Sint duæ potentiæ A & B, in vectis extremitatibus conſiſtentes, idemque pondus C ſuſtinentes. dico potentiam A maiorem ponderis partem ſuſtinere, quam B. hoc eſt ſit pondus C librarum 60. ſitque ABC dopla ipſius A C. dico potentiam A. ſenitre tantum pondus librarum 40. & potentiam B, ſuſtinere tantum pondus librarum viginti. ſeu vt potentiæ poſſint ſuſtinere pondus C. ſufficere in B potentiam æqualem ponderi librarum viginti, & in A potentiam æqualem libris quadraginta.

Demonſtratio. potentia A reſpectu potentiæ B, ſe habet ſicut hypomoclion. igitur vt ſit æquilibrium debebit eſſe vt AC diſtantia ponderis ab hypomoclio A, ad AB diſtantiam potentiæ, ab eodem hypomoclio ; ita potentia B, ad pondus C reciprocè. (*per primam huius*) ſed AC ex ſuppoſitiune eſt tertia pars lineæ A B; igitur requireretur in B, potentia æqualis tertiæ parti ponderis; nempe libris viginti. pariter quia reſpectu potentiæ A, potentia B ſe habet per modum hypomoclij, ita erit CB diſtantia ponderis ab hypomoclio, ad AB diſtantiam potentiæ ab eodem, ſicut potentia A, ad pondus C reciprocè (*per primam huius*) ſed CB ſupponitur continere duas tertias partes totius lineæ AB; igitur & potentia A, erit æqualis duabus tertiis partibus ponderis C. nempe libris quadraginta; quod erat demonſtrandum.

## COROLLARIVM I.

Si pondus sit præcisè in medio vectis, vtraque potentia mediam tantum partem sustentat.

## COROLLARIVM II.

Vtraque potentia simul sumpta, æqualis esse debet illi potentiæ quæ tunc vecte pondus pusset eleuare.

## COROLLARIVM III.

Ex eo determinare poterimus an hypomoclion sit aptum ad sustentandum pondus, illi enim semper aliqua pars ponderis eompetit, saltem in vecte secundi generis.

## COROLLARIVM IV.

In vecte autem primi generis hypomoclion sustinet tam pondus quam potentiam, debetque illius resistentia, vtrique simul sumpto esse æqualis.

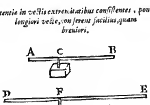
## COROLLARIVM V.

Dum duæ potentiæ in vectis extremitatibus consistentes pondus in medio positum sustinent, facile determinabimus quantum illius ponderis quælibet potentia ferat. diuisò scilicet totô pondere secundum rationem quam habent potentiæ cum pondere reciprocè; quod dixi de vecte respectu ponderis sustinendi; intelligi etiam potest de pondere trahendo vt si duo trahant & sit pondus A annexum non in mediu vectis BC; mudò vectis mobilis sit circa punctum D.

## PROPOSITIO XVII.

### Theorema.

*Potentiæ in vectis extremitatibus consistentes, pondus longiori vecte, non ferent facilius, quam breuiori.*




Sint potentiæ A & B vecte quôcumque AB, sustinentes pondus C. sint & aliæ duæ potentiæ D, & E, loogiori vecte idem poodus aut æquale sustinentes; dico longitudinem vectis DE. nihil facilitatis addere. sit enim eadem ratio AC, ad CB; qoæ DF, ad FE. ostendam in vtrôque casu eandem partem ponderis sustineri à potentia B, quæ à potentia E sustinetur. eandem à potentia A, quæ à potentia D.

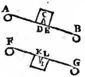
Pariter ex coroll. 2. osteodam in vtroque casu potentias simol sumptas æquales esse pooderi. vnde maiori vecte nihil efficitur quam minori.

Neque hoc mirum videri debet cum longitudo vectis uihil addat virium: hoc est si duo sint vectes inæquales in longitudiue, sed similiter diuisi ab hypumocliu, hoc est ut vtroque sit eadem ratio distantiarum: similis sequetur effectus io vtroque.

## PROPOSITIO XVIII.

### Theorema.

*Dum duæ potentiæ pondus sustinent, cuius centrum est supra vectem: in situ decliui potentia inferior, maius pondus sentiet.*




Sint duæ potentiæ A. & B; sitque pondos supra vectem cuius centrum C, sitque perpendicularis CD: dico potentiam B maius pondus sustinere, quam si vectis situm horizontalem obtineret. Pondus enim agit semper per lineam perpendicularem ad horizontem, seu in hoc casu per lineam C E; cum antea ageret per CD; igitur pondus fit propius potentiæ B: quare potentia B maius pondus experitur (*per præcedentem.*)

Si verò pondus esset infra vectem contrarium accideret vt in secundo exemplo. in quo pondus innititur vecti per lineam IK. quæ pondus admouet potentiæ F. atque adeò in tali casu potentia F maius pondus sentiet quam io situ horizontali. denique si pondus libere penderet, non mutaret situm, & consequenter neutra potentia, ex decliuitate vectis pateretur.

## PROPOSITIO XIX.

### Theurema.

*Dum potentia trahit per lineam, ad vectem obliquam, eius vera distantia est perpendicularis ab hypomoclio ad lineam directionis.*




Sit vectis A B & potentia trahat per lineam BC, obliquam ad vectem, ad quam ex bypomoclio F, ducta est perpendicularis FD. dico veram distantiam potentiæ secundùm quam virtutis augmentum aut decrementom spectandum est, esse lineam FD.

Demonstratio. supponatur potentia consistere in puncto D, quæ funem ex D in E adducat. ducaturque linea FE. interea vectis descenderit in punctum G, ducatur linea E G; & quia in

triangulis

triangulis FDB, FEG, latera FG, FB, item FD, FE, & longitudo chordæ B D, G E eadem est. (*per* 8. 1.) omnes anguli æquales erunt: inter quod GFD, BFE æquales erunt; & ablatô communi BFD; remanent anguli GFE, DFB æquales. & consequenter arcus BG, HI, æquales. arcus autem DE secundum quem mota est potentia ita se habet, ad HI, aut BG, sut AK motum ponderis sicut FD, ad AF: igitur vera distantia secundùm quam crescit aut decrescit motus potentiæ, est linea FD. perpendicularis ad lineam directionis. quod erat demonstrandum.

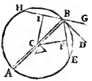
Si verò potentia esset in puncto C, & moueretur supra circumferentiam MC, ostenderetur facilè arcus MC, æqualis esse arcui BG; & consequenter in tali casu videretur vera distantia, secundùm quam eius virtus spectanda esset, esse linea FG vel FC, quod esset contra præcedentem propositionis partem: sed cogitandum est lineam CG esse flexibilem in puncto B, atque adeò potentiam in C positam moueri posse circa punctum B, tanquam circa centrum, licet vectis FG immotus maneat. supponatur ergo ex puncto B tanquam centro describi arcum CO, ita vt linea BO, quæ cogitari potest sit æqualis lineæ BC, trahatur funis à puncto O, vsque in M; ita vt interea extremitas vectis, transferatur à puncto B, in punctum G, eritque OM, verus motus potentiæ, quem æqualem esse assero lineæ DE, cum enim tam DC, sit DO sit dimidia pars lineæ CB, quam EM dimidia pars lineæ MG erunt DO, EM æquales; & ablatâ communi EO, erunt DE, MO æquales, quare potentia in illa extremitate lineæ non plùs mota est, quàm si applicata fuisset, in puncto D; ergo eius vera distantia erit FD. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM I.

Si linea BC non esset flexibilis, neque in puncto B, neque in alio; sed firmiter adhæreret puncto B, aliter se res haberet. nam si applicaretur potentia in puncto D, eius distantia secundum quam examinandum foret incrementum, aut decrementum virtutis; esset D F, si verò applicaretur in puncto C, eius vera distantia esset linea FC & motus eius verus, secundùm quem moueret non esset tantum linea MO, sed totus arcus MC.

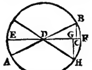
COROLLARIVM II.

Linea directionis quæ est perpendicularis ad vectem, est aptissima ad mouendum, & per eam potentia maximas habet vires, quas in ex-




tremitate illius vectis habere potest. sit enim vectis AB, hypomoclion C, sitque linea directionis BD perpendicularis ad vectem A B; dico in quacumque alia directionis linea, potentiam esse minùs potentem. sit enim alia linea BE quæ faciat angulum acutum CBE, & quæ consequenter cadat intra circulum, ad eam ducatur perpendicularis C F. quæ (*per præsentem*) est vera distantia potentiæ, & minor quam CB; quare minores habebit vires, dum trahet vectem per lineam BE, quam per lineam BD. sit deinde alia linea directionis B G, sitque angulus obtusus CBG, eritque consequenter reliquus angulus CBH acutus, & BH ingredietur circulum, quâ diuisâ bifariam in I, erit (*per* 3.3) CI perpendicularis ad B H; eademque C I erit vera distantia potentiæ: quæ cum sit minor quam CB, minores etiam vires habebit potentia.

COROLLARIVM III.

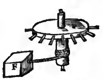


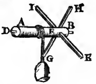

Ponderum quæ per solam grauitatem trahunt vera distantia, est segmentum vectis horizontaliter positi inter hypomoclion, & perpendicularem. sit vectis AB pondus per grauitatē deorsum trahens in B: cogitetur linea EF in situ horizontali ducaturque perpendicularis BC: dico veram distantiam ponderis B esse D C, omne enim graue trahit per lineam verticalem, ad quam perpendicularis est, horizontalis linea DC. idem dico si pondus existeret in puncto H. vera distantia esset DG. vnde sequitur quod pondus dependens ex vecte horizontaliter disposito maximas habeat vires. sed de his fusiùs in statica.

# MECHANICES,

## LIBER TERTIVS

## De Axe in Peritrochio.




AXIS in perittochio, quem Latini ſuculam, Græci ὄνον, Galli Tornum, *vn Tour*, Itali Ergatan nominarunt. conſtat primò cylindrô, ſeu Tympanô AB, cui infixus eſt axis CD, habet item ſcytalas ſeu radios tympano infixos, circa tympanum circunuoluitur funis cui pondus annexum eſt aliquando axis CD eſt horizonti parallelus, vt in prima figura, poteſt item eſſe verticalis vt in ſecūda. variè autem effotmati poteſt, immutatâ tamen eius eſſentiâ. & eodem potentiæ augmentô perſeuetante: ſiue enim ſcytalæ infixæ ſint immediate tympano, vt in primo exemplo, ſiue infixæ ſiot circumferentiæ rotæ maioris parum inteteſt. vera enim radii longitudo, eſt diſtantia extremitatis eius ab axe.

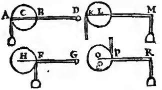
### PROPOSITIO I.

Theorema.

*Axis in peritrochio, eſt vectis.*

Sit baſis cylindri AB, centrum illius ſeu communis ſectio baſis, & axis ſit punctum C; quod cum ſit immobile vicem habet hypomoclij, dependeat pondos ex punctô A ſitque potentia in D, dico ibi inueniri vectem primi generis, licet enim ſcytala BD; non ſemper ſit infixa in eodem plano in quo inuenitur pondus A, æqualem tamen circulum deſcribit, illi quem percurreret, ſi in eodem plano exiſteret, atque adeò inuenitur vectis primi generis; eædemque propoſitiones quas de vecte fecimus; huic machinæ applicandæ ſunt. com idem ſit augmentum motûs potentiæ ſupra motum ponderis; ergo (*per primum principium*) idem eſt augmentum virium. In ſecundo verò caſu, in quo pondus dependet ex punctô F, hypomoclion eſt in H, & potentia in G, inuenitur vectis Secundi generis.

Si verò potentia eſſet in punctô K, hypomoclion in L, pondus dependeret ex punctô M adhuc inueniretur vectis primi generis ſed minuerentur ex tali diſpoſitione vires potentiæ.




Denique ſi hypomoclion eſſet in pončtô O, potentia in P, pondus in R, inueniretur vectis tertii geoeris, in quo ponderis vires augentur, minuitur porentia; non inutilis tamen diſpoſitio quoties potentia longô interuallô poodus ſuperat, ſed augendus eſt motus ponderis.

### COROLLARIVM I.

Si ita ſe habeat potentia, ad pondus, vt ſemidiameter tympani, ad longitudinem ſcytalæ, ſeu radij; potentia in tali diſpoſitione erit in æquilibrio cum pondere. ſuppono autem potentiam in extremitare radii applicari & impellere ſcytalam ſemper perpendiculariter. Ratio clara eſt, quia tunc eſt æquilibrium per primum principium machinarum quoties ita eſt potentia ad pondus, vt motus ponderis ad motum potentiæ reciprocè. ſed ponderis motua ita ſe habet, ad motum potentiæ, vt diſtantia eius abaxe, ad diſtantiam potentiæ ab eodem axe. dum enim potentia, vnum circulum circa axem abſoluit, funis etiam circumuoluitur ſemel circa tympanum, & poodos motum abſoluit æqualem vni circumuolutioni ſeu vni circulo tympani, circuli autem ita ſe habent, ac radii: igitur ſi ita ſe habeat ſemidiameter tympani, ad ſcytalæ longitudinem vt potentia ad pondus erit æquilibrium. & potentia poterit pondus ſuſtinere quod erat demonſtrandum.

Vt autem vires iſtius machinæ meliùs concipiantur ſumatur ſemidiameter tympani; comparetur q; cum ſcytalæ lõgitudine quæ ſumitur, ab axe ad illud punctum cui potentia applicatur; quoties ſemidiameter tympani; in ſcytalæ longitudine. inuenietur, toties multiplicabitur potentia hoc eſt ſi homo qui ſit in æquilibrio cum 100 libris

&

& tympani semidiameter decies inueniatur in scytala: dico eundem hominem posse hac machinâ mille libras sustinere.

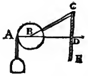
COROLLARIVM II.

Si verò sit maior ratio potentiæ ad pondus, quam semidiametri tympani, ad longitudinem scytalæ. potentia pondus eleuabit, maior enim requiritur virtus ad mouendum pondus, & vincendam eius resistentiam quam ad eam adæquandam.

Pariter si sit maior ratio longitudinis scytalæ, ad semidiametrum tympani, quam ponderis ad potentiam, potentia superior erit pondere, eiusque resistentiam superabit.

COROLLARIVM III.

Si potentia moueat scytalam per lineam non perpendicularem ad illam. Eius vera distantia ab axe, seu hypomoelio minor erit. vt si sit scytala BC potentia trahat per lineam CE obliquam; uera distantia potentiæ secundum quam eius augmentum metiri debemus; erit perpendicularis BD, (*vt ostendimus propositione 19. de vecte.*)

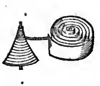



COROLLARIVM IV.

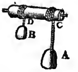
Si funis ita circumuoluatur cylindro, vt spiræ spiris imponantur, sit maior trahendi difficultas, seu augentur vires ponderis; cum enim tympani semidiameter augeatur, sit minor ratio longitudinis scytalæ ad semidiametrum tympani. (*per 10. 5 Eucl.*) seu vt clarius loquar semidiameter tympani; non toties inuenitur in longitudine scytalæ. ex quo capite in horologiis automatis, quæ ponderum grauitate animantur; si accidat vt tympanorum cylindri non sint satis longi, ad omnes spiras excipiendas, sed necessarium sit vnam spiram alteri superponi, cum illâ spirarum superpositione necessariò augeatur tympani semidiameter inæquales idem pondus vires habebit, citiusque horologium monebit; ex quo sequitur primas horas esse inæquales & breuiores Quod si vellet aliquis tertiam verbi gratiâ horam aliis esse breuiorem, sub spira quæ tali respondet horæ augendus esset tympani cylindrus & haberetur intentum.

COROLLARIVM V.

Ex hac propositione intelliges quare in minoribus horologiis, quæ non ponderibus sed elateriis animantur, quare inquam, tympanum circa quod funis circumuoluitur non sit cylindricum sed conicum, vt in hac figura, cum enim elateria initiò sint magis tensa, quàm in fine; ideoque cæteris paribus maiorem vim habeant; initiò trahere debent, per apicem coni, hoc est tunc est parua distantia ab axe, in fine verò trahunt per basin coni in qua parte maior est distantia ab



eodem axe, nempe vt maior vis trahens ex minori distantia seu in paruo motu, sit æqualis virtuti minori trahenti ex maiori distantia. sit enim virtus elaterii initio tractionis nempe quando, maxime tenditur, æqualis ponderi vnius libræ, & in fine æqualis ponderi quatuor vnciarum seu quadranti libræ, debebit semidiameter circuli coni, in quo funis annectitur initiò tractionis esse quarta pars semidiametri basis coni, secundum quam sit tractio in fine, sic enim æqualis erit virtus in vtroque casu: & vniformiter trahet.




COROLLARIVM VI.

Facilè ex his solues quæstionem sæpius mihi propositam scilicet; an idem pondus dependens ex longiori fune plus virtutis habeat quam si dependeret ex breuiori fune. seu vtrum sit difficiliùs trahere pondus A, quam pondus B, quæ suppono æqualia esse. Ratio difficultatis videtur peti ex eo quod pondus A magis distet ab axe cylindri, quàm pondus B, atque adeò maiores vires habere videatur. dicendum igitur est non quamlibet distantiam ab axe esse mensuram incrementi virtutis; sed eam tantum ex qua sequitur maior motus: cum ergo siue pondus existat in A, siue in B, dum semel circumuoluitur cylindrus; ascendit pondus secundum lineam quæ sit æqualis circumferentiæ cylindri; ergo in vtroque casu æqualiter mouetur pondus; ergo æqualiter grauitat. secludo tamen grauitatem funis.

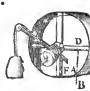
Si autem pondera illa non liberè penderent, sed lineæ DB, AC essent ex materia rigida; & inflexibiles: quia dum circumuoluitur cylindrus, pondus A maiorem circulum describeret, quam pondus B, ideo pondus A maiores habere vires, quam pondus B. pro ratione distantiarum.

PROPOSITIO II.

Theorema.

*Dum potentia vi solius grauitatis agit, augmentum potentiæ non semper peti debet ex distantia ab Axe*

Quamuis

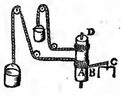



Quamuis iam istam propositionem attigerismus suprà, placet tamen hunc machinæ peculiari adaptare, eò quòd sit iam pervulgata, & & in communi latomorum vsu. hanc Græci γέρανον seu Gruem vocauere. Galli autem eandem appellationem retinuerunt. machina constat rotâ satis magnâ, quam homines ingrediuntur, & in qua ambulant, tympanô circa quod circumuoluitur funis, & collô oblongô in cuius extremitate est troclea ad dirigendum nempe pondus. quæritur an vires potentiæ mouentis & in extrema rota applicatæ, augeantur secundum rationem semidiametri rotæ, ad semidiametrum tympani. Respondendum est non ita se rem habere: cum enim homo ambulans in Rota, & mouens per grauitatem, nempe per lineam tendentem ad centrum terræ in diuersis partibus rotæ applicetur, immo sæpè ferè sit sub axe: eius vera distantia non est desumenda secundum semidiametrum, vt si homo versaretur in puncto A, cum moueat per lineam AB; eius vera distantia est CD. vt ostendimus propositione 19.

## PROPOSITIO III.

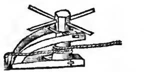
Theorema.

*De fuculâ verticaliter positâ.*

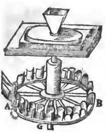



Licet suculæ situs non multum faciat, id tamen habet peculiare sucula cuius axis verticalis est, vt solis animalibus adbiberi possit, eò quòd sola animalia motum propriè loquendo horizontalem babere possint, licet etiam aliqua fiant molendina, in quibus aqua suculam verticalem moueat, immo & ventus vt ostendemus. miratus sum sæpissimè, quòd ita raro inter ædificandum hæc species suculæ adbibeatur, cum illius ope vnicus equus maiorem copiam lapidum, arenæ, & calcis in superiores ædificij partes conneheret, quam quatuor aut quinque homines, immò puto ergatæ verticalis vsum non adeo periculosum esse, ac Gruis nostræ, in qua si funis rumpatur quod nonnunquam accidit, qui rotam agitant maximum vitæ adeunt periculum, tanto enim impetu vt plurimum circum uoluitur rota, vt eos excutiat. quare suculæ verticali adhiberi potest iumentum, & circa cylindrum duplex circumuolui funis, contrariô modô, vt interea dum vnus, pondus eleuat, alter demittat instrumentum. vis istius machinæ maxima erit, cum enim equus vt plurimum trecentas libras ferre possit multò plures, quasi trahere, seu eleuare trahendo, ponamus quingentas. crescat autem eius virtus secundum proportionem AC ad AB. continebit autem vt plurimum AC decies lineas AB, ex quo fiet vt equus solus libras 5000. possit eleuare. si verò pondera non debent esse ita magna, satiusque videtur plura minora pondera repetitis vicibus eleuare quam simul & semel maximum pondus attollere, ne scilicet funes rumpantur, tunc augeatur cylindrus AB, quó ad crassitiem. tunc enim minuentur vires potentiæ, & citiùs attolletur pondus.

Quia tamen in hâc machina id videtur incommodi quod eleuatô pondere debet ergata contrario modo circumuolui, sitque aliquod temporis dispendium, vt equus in partem contrariam agatur, primo certum est quod si homines huic ergatæ applicentur cessabit tale incommodum. si verò adhuc iumento vtendum esset fiat composita machina ex duabus suculis adhibitis duobus tympanis dentatis quibus sucula verticalis aliam horizontalem mouere poterit, ita vt si tympanum inseratur denticulis tympani in vnam partem moueatur cylindros; si verò incurrat in aliud tympanum moueatur cylindrus contrariô motu, facile autem modò vni tympano, modo alteri admouebitur cylindrus ope vectis mobilis circa cardinem.



Hâc ergatâ verticali communiter vtuntur nautæ in maioribus præcipuè nauigiis, tam vt pondera maiora in nauim inferant, quam vt anchoram maiorem extrahant, ad quod præstandum maximæ requiruntur vires, tum propter pondus, tum maximè vt eximatur, & auellatur à terra quam momordit, in quo vnum notandum est quia rudentes vt plurimum ita crassi sunt vt si circa tympanum circumuoluerentur, & spiræ spiris imponerentur in maximam molem excrescerent, redderentque machinam inutilem, ideo tres tantum spiras, aut ad summum quatuor cylindro excipiunt, ita dum vna sui extremitate nauticus funis circumuoluitur, alterâ euoluatur, vt autem semper in medio consistat, nec totum percurrat, cylindrum, tympanum in extremitatibus fit latius ad modum coni. vt in figura satis exprimitur. sic enim funis in medium semper relabitur.




Ad axem in perittochio verticalem reuocantur minora pistrina aquea, in quibus aqua palmulas in orbem dispositas ita impellit; vt horizontaliter rota moueatur, & eius axis verticaliter hàc machinâ vtimur quoties magna aquæ copia non suppetit, quò autem rota fuerit maior; eò maiores erunt aquæ vires secundum rationem diametri rotæ, ad diametrum molæ, sed in eadem proportione decrescit velocitas motus in mola, nam singulis circumuolutionibus rotæ respondent singulæ circumuolutiones molæ, ex quo fit vt cautione maxima vtendum sit, ne maior fiat rota quam par sit, tardior enim sequetur motus in mola & parum vtilis reddetur machina. si fieret item rota minor quam exigat resistentia molæ, nullus fiet motus.

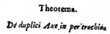
Ad eandèm machinam reuocatur alia rota, quæ vento quomodocumque exposita semper voluitur. nam cuicumque vento ex vna parte cõcauitatem palmularum obuertit, ex alia conuexitatem vt si ventus directè flaret secundum lineam AB, ventus palmularum AGB concauitatem attingeret; & conuexitatem palmularum BA, cum autem maiorem impressionem faciat dũ incurrit in concauitatem; quam dum in conuexitatem, eo quod tunc facilè elabatur; voluetur hæc rota ex A per G in B. posset autem facile etiam impediri impressio venti in palmulas A, & tunc vehementiùs ad huc rotaretur, si nempe apponatur aliquod obstaculum.

Hoc genere suculæ vtendum est, quotiescumque animalibus vtimur præcipuè verò iumentis, vt machinas àgitemus, talia sunt molendina, siue ea quibus frumentũ molimus, siue ea quibus nuces, aut oliuas terimus, vt oleũ extrahamus, omitto innumeras alias machinas quæ secundum aliquam sui partem ad hoc genus suculæ reuocãtur.

## PROPOSITIO IV.

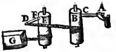
### Theorema.

*De duplici Axe in peritrochio.*

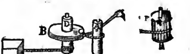



Pleræque machinæ vulgares non sunt ita simplices quin sæpè duplicem eiusdem speciei machinam continent. Non immoratus sum compositioni quæ fieri posset ex duplici aut triplici vecte, quia vt plurimum talis compositio inutilis est, vnde prima compositio quæ vtiliter adhiberi potest est suculæ duplicis, & aliquando triplicis, pro vt res exiget. quia autem vt diximus sucula ad vectem reuocatur eumque perpetuum, ideo non erit inutile breuiter notare quam mirabile sit potentiæ augmentum duplici vecte vtentis, sit enim vectis AB cuius hypomoclion C, sit item AC, ad CB, vt 10. ad 1. certum est potentiam puncto A applicatam decem potentiis sibi æqualibus æquiualere, applicetur alius vectis DF, ita vt EF, sit ad DE, vt 10. ad 1. potentia in F posita, 10. potentiis sibi æqualibus, æquiualebit respectu ponderis in D constituti. Si verò vectis DF impellat vectem AB. potentia F 100. potentiis sibi æqualibus æquiualebit in ordine ad pondus in puncto B constitutum.

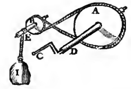
Ratio autem clarissima est, punctum F decuplo maiorem motum habet quam punctum D, cum autem punctum D coniunctum sit puncto A eundem motum facient, sed punctum A decuplo maius spatium percurrit, quam punctum B; igitur punctum F, centuplò magis mouebitur, quàm punctum B; igitur (*per primum principium*) in tali machinæ dispositione potentia in puncto F constituta, centum sibi æqualibus æquiualebit respectu ponderis in puncto B constituti.




Quæ doctrina applicanda est suculis, si eodem modô aptentur. vt si scytala AB, sit decuplò maior, semidiametrô cylindri, B. & funis cylindro B annexus, moueat suculam E, per extremitatem scytalæ DE, quæ etiam sit decupla semidiametri cylindri E, dico potentiam A centuplò crescere respectu ponderis G, quæ omnia manifesta sunt.




Quia tamen in hac dispositione cylindros E dimidiam tantum circumuolutionem potest absoluere, ideo redditur hæc machina inutilis ad plerosque effectus præstandos. quæritur ergo dispositio in qua vectis DE semper trahere possit hæc autem erit si fiat funis vt vocant perpetuus, circa cylindrum A circumuolutus, in cylindro D rotam BC circumdans, atque hæc machina vtilissima esse potest præcipuè cum duo cylindri A, & D magnô inter se interuallô distant. id tamen etiam incommodi habet quòd sæpè accidat vt cylindrus A solus moueatur, nec tamen funem trahat. ideoque cylindrum A, cauitatibus asperant, funique nodulos aut globulos inserunt, qui in cauitates subingressi, ita cylindrum stringunt, vt solus moueri non possit vt in figura E satis apparet.




Eâdem machinâ vtimur, ſed contrarlô modô, quotieſcumque potentia longô interuallô ponderis reſiſtentiam ſuperat; ſed motus velociſſimus quæritur. vt ſi ſit Rota maior A circa quam circumuoluatur funis, & circa rotam minorem B cuius diameter, in maioris diametro decies contineatur. certum eſt ſingulis circumuolutionibus maioris, reſpondere decem minoris circulationes; ſed in tali diſpoſitione potentia minuitur. hoc eſt ſi potentia vt vnum, applicata manubrio C, poſſet determinatum aliquod pondus appenſum cylindro D eleuare, requireretur decuplo maior potentia ad illud attollendum, ſi in cylindro E appendatur. Hæc tamen machina vtiliſſima eſt, quia ſæpè potentia magnô exceſſu ſuperans reſiſtentiam paſſi, aliter commodè applicari non poteſt. ita qui cultros, ſecures, aliaqua inſtrumenta ad molam acuunt, vires habent maiores, quam vt vincant eam reſiſtentiam, quâ ferrum reſiſtit motui molæ, dum illi imponitur, ſolusque requiritur motus velociſſimus, qui à potentia ſimiliter produci non poſſet; eò quòd impoſſibile ſit, tam velociter mouere brachia; in hoc caſu machina adhibenda eſt, quæ motum augeat, licèt vires potentiæ imminuat. Hæc machina facilis eſt, & maximo in vſu. & primò à mulieribus adhibetur communiter dum nent, pariter dum filâ ſerica aut educuntur, aut duplicantur. ab iis qui pretioſos lapides poliunt, à tornatoribus, & aliis innumeris & miror quod adhuc non à pluribus adhibeatur.

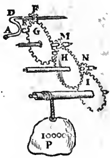
## PROPOSITIO V.

### Theorema.

*De Rotis dentatis.*

Rotæ dentatæ ad axem in peritrochio reuocantur, facileque per vectem perpetuum explicantur, mirabile eſt potentiæ augmentum, tali machinâ vtentis; cum enim facillimum ſit vt dum rota vna, decies voluitur alia ſemel tantum circũuoluatur, fit vt ſingulis rotis creſcat in proportione decupla atque adeo cum alibi demonſtratum ſit, numerum quinquaginta cyphris arithmeticis conſtantem, maiorem eſſe numero arenæ quæ toto firmamenti ambitu contineri poſſet, numeri autem ſingulis cyphris adiecti creſcunt in proportione decupla, inde ſequitur potentiam; quæ ſeipſa, arenæ granulum mouere poſſit qualis eſt in formica, quinquaginta rotis adiutam, poſſe non tantum totam molem terraqueam mouere, ſed etiam totum firmamentum, etiamſi tota eius capacitas arenâ conſtaret.

Dem. ſit potentia in A, quæ poſſit 100. libras ſeipſa trahere ſitque CD decupla ſemidiametri EF,




ſintque tot denticuli in rota G, vt EF decem orbes deſcribat interea dum rota G. vnam circumuolutionem abſoluit; pariter G decies voluatur interea dum rota L vnam abſoluit circumuolutionem, & ita deinceps: dico potentiam vt 100. poſitam in A, poſſe eleuare pondus 100000. librarum.

Nam cum potentia in A decies maius ſpatium decurrat quam rotula EF, & rotula EF decies quam rotula M. & rotula M decies magis quam N, & hæc iterum deciés magis quam cylindrus GH, potentia A. decies millies maius ſpatium decurret quam pondus P; ſed augetur potentia ſecundum rationem, quâ motus eius ſuperat motũ ponderis: (*per primum principium mechanices*) igitur potentia A reſpectu ponderis P æquiualet decies mille potentiis, ſibi æqualibus. ſed A ſupponitur poſſe ſeipsâ trahere 100. ergo æquiualet decies mille potentiis quæ poſſunt ſingulæ trahere 100. ſed decies mille tales potentiæ trahere poſſunt decies centies mille ſeu 100000. igitur potentia in A trahere poteſt ope iſtius machinæ 100000. quod erat demonſtrandum.

E contrà verò pondus tantumdem amittit de ſuis viribus; vnde ſi locô ponderis P; poneretur potentia quæ poſſet 100000. libras eleuare, & pondus in puncto A; poſſet tantum eleuare pondus vnius libræ. diſpendium autem quod patitur potentia A, eſt in tempore; debebit enim mille circumuolutiones perficere interea dum cylindrus I vnam abſoluit.

Inuertitur etiam hæc machina quotieſcumque virtus in potentia exuberat, requiritur autem motus in pondere velociſſimus quæ ex ſuperius dictis facilè intelliguntur nempe ſi manubrium eſſet in axe I certum eſt quod axis DE mille circumuolutiones abſolueret, interea dum I ſemel tantum rotaretur.

## PROPOSITIO VI.

### Theorema.

*Rotas dentatas ad vectem reuocare.*

Totam potentiæ multiplicationem ope rotarum facillimum eſſet ad vectes reuocare, immò qui diligentius rotarum naturam inſpexerit, facilè in iis vectem perpetuum animaduertet, nam ſinguli denticuli, ſunt ſinguli vectes. qui ſibi inuicem ſubſtituuntur, ita vt vnô deficiente alter illi ſuccedat.

Vt




Vt autem eandem in vectibus multiplicationem animaduertas sint tres vectes AB, DE, I H, sitque AC, ad CB; sicut 1. ad 10. pariter DF. ad FE & E I, ad I H; dico potentiam vt vnum in H respectu ponderis A æquiualere mille potentiis sibi æqualibus.

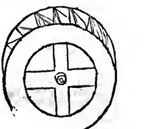
Dem. H decuplo magis mouetur quam E, aut E; E autem decuplo magis, quàm D, aut B; B decuplo magis, quam A; ergo motus potentiæ in H, est millecuplus motus ponderis in A. si esset autem vnicus vectis KM res non ita se haberet nam vectis LM esset tantum trigecuplus partis KL, atque adeo potentia in M. triginta tantum sibi æqualibus æquiualeret.

Ad hoc genus reuocantur omnes ferè machinæ alicuius momenti, quibus communiter vtimur, & quas sequentibus propositionibus explico. quarum vires si expendere quis velit, in genere metiatur tam ponderis, quam potentiæ motum, eosque inter se comparet.

## PROPOSITIO VII.

### Theorema.

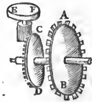
*De machinis ab aqua motis.*



Vtilissimæ inter alias sunt illæ machinæ, quæ potiùs à rebus inanimatis mouentur, quam quibus animalia adhibentur, eò quòd res inanimatæ, nullô egeant nutrimentô, nunquam defatigentur; res autem inanimatæ, quæ machinas animare possunt, sunt etiam illæ omnes quibus competit motus, vt aqua, ventus, fumus, pondera quæcumque, elateria, in hac propositione breuiter perstringam eas machinas huius speciei quæ ab aqua mouentur. Inuenio autem aquam dupliei modô posse mouere machinam, vel impetu acquisitô, qui percussioni æquiualere potest, vel simpliciter grauitate, ita fiunt aliquæ rotæ, quæ ex vna parte aqua onèrantur in quibus licet agnoscere præcisè rationem axis in peritrochio: ita vt pondus aquæ præ-

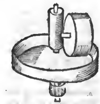


cisè habeat rationem potentiæ, liceatque eius vires metiri, ex distantia ab axe, quæ in tali casu gerit vices scytalæ. Quando verò aqua decurrens non tam vi grauitatis quam impetus acquisiti machinam mouet, id fit vel quod aqua per planum maximè inclinatum delata, incurrat in alas seu palmulas, vter autem modus sit præstantior examinabimus cum de machinis hydráulicis agemus.



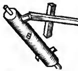

Certum est autem maiorem rotam maiores etiam vires habere, quoties enim in sucula, longiori scytalæ admouetur potentia, toties etiam eius vires augentur, sed augetur etiam tempus requisitum, vnde inuenio sæpè in pistrinis communibus expensas fieri inutiles, nempe fiunt maiores rotæ alatæ, in quas impingit aqua, exinde quia tardior sequeretur motus, in mola addunt maiorem rotam denticulatam quæ in minorem incurrat; ita vt dum maior vnam circumuolutionem absoluit mola octo circumuolutiones faciat; satiùs erat primam rotam AB palmulis instructam dimidio minorem facere, rotam item CD dimidio minorem, ita vt EF, quatuor tantum circumuolutiones absolueret, in singulas rotationes, rotæ maioris AB. nam tantundem virium haberet aqua respectu molæ EF, mouendæ per quatuor tantum circumuolutiones, & aqua tam citò bis volueret rotam AB dimidio minorem: & hoc si omnia expendamus præcisè, & secundum regulas mathematicas, immo idem omninò esset si tota AB octuplò minor esset, item CD octuplo minor esset, ita vt singulis circumuolutionibus rotæ alatæ responderet singulæ circũuolutiones molæ EF.

Quæ vt dixi vera sunt, præcisè loquendo, expendendum tamen est vnum nempe quod maiores rotæ quia minus à linea recta recedunt ideo diutius, earum palmula ab aqua impellitur in minoribus autem rotis singulæ palmulæ citiùs eleuantur, vnde in istis omnibus seruanda est aliqua mediocritas.

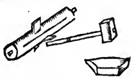


Non tantùm pistrina, sed etiam quam plurimæ aliæ machinæ immò ferè omnes, quæ in aquis fiunt ad hanc speciem reuocantur, qualia

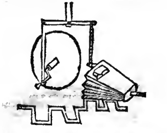
sunt. Primò pistrina omnia siue quæ fiunt in fluminum ripis, siue quæ fiunt in nauiculis, & in mediis fluminibus, siue aliæ machinæ quæ ad contetendas nuces, millium, cannabum, calamos saccataceos, carbones ad pulerem pyrium &c Item machinæ papyraceæ in quibus cylindrus ligneus satis magnus extantibus palmulis instructus ligneos malleos attollit, qui telæ fragmenta contundant & comminuant: machinæ pulueris pyrij, simili cylindro constantes, palmulis item similibus instructô, quæ mortariolorum pistilla attollunt. in iis enim omnibus animaduertitur axis in peritrochio tam in rota, quàm aqua impellit, quàm in cylindro & palmulis eius, pistilla, aut malleolos attollentibus.



Item molettinæ ferrariæ, in quibus cylindrus pariter palmulis instructus, ferreum malleum satis grandem attollit, & demittit.



Hæc autem sunt diuersi generis prout diuersa exiguntur arte facta, nam aliqua sunt maiora, alia verò minora, aliqua crebriùs impelluntur, alia verò non item.



Serræ item, quæ attolluntur, aut deprimuntur, ope manubrij, est etiam alia serræ pars quæ ad aliud genus pertinet nempe ad cochleam. machinæ quibus folles agitantur, quæ eôdem modô ad motum sursum, aut deorsum spectant, quod si quatuor folles fuerint simul agitandi: debet fieri axis, quatuor modis oppositis inflexus, vt cum aliquo ordine, & in singulos quadrantes moueantur.

PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*De machinis ponderum grauitate animatis.*

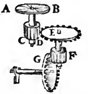
Ponderibus item, & vi grauitatis machinæ mouentur, vt sunt horologia nostra, in genere tamen dicam eas omnes machinas, aptas esse non ad potentiæ vires augendas, sed ad compendium temporis: nempe, vt intra tempus breuissimum fiat id quod totô die fieri deberet. hoc est sit mouendus index horarum totô die, appositè vt horas indicet, si homo id sine machina susciperet, totus dies impendendus esset; substituatur pondus, tantumque virium in attollendo pondere exerat homo intra minutum horæ quantum ad mouendum eum per totum diem necessarium esset.

Idem dico de machinis ad veru voluendum idonei; quæ nihil habent peculiare nisi motus retardationem de qua suis locis dicemus. fiunt autem quatuor modis istæ machinæ, ponderibus, elateriis, fumo, & animali quôcumque intra totam ambulante. de ponderibus & elateriis nihil mihi dicendum est. certissimum enim est in iis nihil aliud nisi rotas dentatas inueniri, atque adeo axes in peritrochio animalia autem quæ adhibentur vt plurimum sunt canes, melius autem anseres, diutiùs enim laborem perferunt ita vt si fuerit opus per 12. horas continuas labori incumbant.

PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Machina fumo mota.*



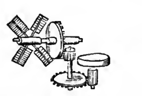

Machina quæ ad fumum voluitur, satis benè ostendit quantum accrescat virium per axes in peritrochio, quæ enim vis potest esse minor, ad impellendum, & mouendum pondus; quam fumus, hic tamen dum veribi gratiâ incurrit in rotulam alatam AB, cuius omnes alæ detortæ sunt in eandem partem; si ita aptentur rotulæ, vt dum C D. 4. aut 5. facit circumuolutiones, rota E vnam absoluat, & pariter dum rota E, aut illi annexa F quater, aut quinquies voluitur recta G semel tantum circumuoluatur AB, 25. circulationes faciet interea dum G nempe veru unam absoluit; ex ea inquam multiplicatione motus in potentia; nempe in fumo, aut in rota in quam fumus incurrit, augetur vigesies quinquies vis impulsiua fumi respectu resistentiæ veru in puncto G positi. neque video aliud in hac machina quod sit notato dignum.

PROPOSITIO X.

Theorema.

*De machinis vento animatis.*

Non



non est dispar ratio molæ vento animatæ, in qua pariter alæ in eandem partem detortæ sunt, neque enim vento directe opponuntur, sed in vnam eandemque partem singulæ non nihil obliquantur, eô ferè modô quô pueri Chartaceas rotas, arundini aptant; ita vt dum currunt & in aërem impingunt facilè voluātur. Quia autem ventorum vis, & impetus est validissimus, mola plures circumuolutiones perficit, quam rota alata contrariô modô, ac in præcedenti machina, posset autem eadem fieri quæstio de istius modi pistrinis; quæ fit de communibus; nempe an possint compendiosius componi, quàm cōmuniter construantur. cum enim per rotarum multiplicationem augeatur motus molæ, an non fuisset satiùs alas minores adhibere, ex quo fieret vt citius prima rota suā circumuolutionem peragéret, atque adeo opus non esset tanta rotarum multiplicatione, vt eundem motum prima mola obtineret. nihilominus consideratione dignum est, quod non in vno tantum loco ventus applicatur sed fere in tota ala, atque adeo quò maior erit ala, non tantum maiores vires habebit ventus, eò quòd maiorem in extremitate motum perficit respectiue ad motum molæ, sed etiam maior copia venti adhibetur, vnde puto satius esse alis longioribus vti quam breuioribus.

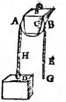
Restaret loquendum de velificatione; sed aptior erit in tractatu de nauigatione Locus de illa agendi.

# MECHANICES,

## LIBER QVARTVS

## De Trochlea.

### *DEFINITIO.*




TRochlea est machina constans vnô, aut pluribus orbiculis, seu rotulis circa axes suos versatilibus; in quibus circumductô circa orbiculum fune pondera trahimus, aut eleuamus. puto opus non esse longiori explicatione cum nullus sit qui huiusmodi machinas non viderit. Licet paucissimi sint qui illarum vires probe norint; aut cur adhibeantur. solet autem nonnunquam vnicus tantum orbiculus adhiberi, & tunc vocatur monospastos, vel duplex, diciturque dispastos, triplex vel multiplex vocatur polyspatos.

### PROPOSITIO I.

Theorema.

*Simplex trochlea immobilis, vires nec addit, nec minuit*

Sit simplex trochlea AB immobilis, ita vt solus orbiculus circa suum axem voluatur, loculamentum autem sit immobile, hoc enim intelligo. dico illam trochleam non augere vires potentiæ propriè loquendo, ita vt totum emolumentum quod ex tali machina hauritur, petatur, ex eo quòd funis non atteratur, viteturque illa difficultas, non quæ præcise ex pondere, sed ex attritu funis oritur.

Demonstratio. Tunc machina non iuuat potentiam, quando æqualis est motus potentiæ; & ponderis; sed in casu proposito semper æqualis est motus potentiæ motui ponderis quod ita ostendo. intelligatur primò pondus in D, & potentia in E, trahatur funis, & potentia trahens extremitatem funis, descendat in punctum G, & interea pondus D ascendat in H, quia in vtroque situ non mutatur longitudo funis, erit DAE æqualis funi HAG, & auferendo segmentum commune HAE. restabunt lineæ DH, EG æquales, sed EG est motus potentiæ, HD motus ponderis; ergo motus ponderis, & potentiæ sunt æquales, quare nec augetur, nec minuitur pondus, tantasque vires potentia se solâ haberet; quia, si per seipsam nullâ interueniente machinâ ponderi iungeretur; tantum moueretur, quantum pondus: ergo ex eo capite nihil ex tali machina accrescit virium. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO II.

Theorema.

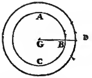
*Per simplicem trochleam immobilem facilius applicatur potentia.*

Sint duæ potentiæ verbi gratiâ homines,æqualia pondera eleuantes, vnus vtatur trochlea, alter, verò nullô tali instrumentô sit instructus, dico primum faciliùs vires suas posse tali ponderi applicare; quàm secundum. vel enim pondus illud erit, infra hominem constitutum, vel supra. si primum: etit connitendum, ita vt vis tractiua hominis in tali casu in eo sit posita, quòd homo tantisper incuruatus possit vi nernorum, se ad consuetam rectitudinem restituere, vel impedire talem incuruationem, ideoque quando est hâc modô pondus attollendum, sæpè connitendum est genibus, & totô corpore. vel pondus, in superiori loco positum, eleuandum est & tunc pariter recurrendum est ad vim neruorum. At verò dum trochleâ in superiori loco suspensâ vtimur, præter huiusmodi neruorum vim, possumus præterea grauitatem corporis applicare, sæpè sine vllô connisu neruorum ideoque non est tanta defatigatio.

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*Trochleæ maiores sunt vtiliores*




Quamuis vt ostendi propositione primâ, trochlea vna cuius loculamentum immobile,non augeat, nec minuat vires potentiæ;nihilominus etiã diximus conferre facilitatem,eo quod vitetur attritus funis, sed inuenitur nonnulla licet parua resistentia in axe trochleæ, qui circumuolui debet, dico hanc difficultatem eò minorem esse; quò trochleæ orbiculus maior fuerit, tunc enim semidiameter trochleæ se habet per modum scytalæ, & semidiameter axis, per modum cylindri in peritrochio, quò autem maior est ratio scytalæ, ad cylindrum eò facilior est motus; vt quia maior est ratio lineæ GD ad radium axis quam lineæ GB facilius vincetur resistentia, quæ fit in axis circumferentia dum circa illam voluitur trochlea.

Est item aliud commodum in maioribus trochleis, nempe quod funis non ita complicetur,& consequenter non ita atteratur. suppono autem semper trochleas mobiles esse circa axem, si enim immobiles essent aliter in aliquibus ratiocinandum esset.

## PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Simplici trochleâ immobili pondus se grauius homo potest attollere.*

Proposita mihi fuit non semel hæc quæstio, an homo posset attollere trochlea simplici,& immobili, ( intelligo semper loculamentum immobile ) possit inquam attollere pondus se grauius:seu an homo centum quinquaginta libraa pendens, possit attollere pondus docentarum librarum, casum autem diuido. nempe vel homo ita simpliciter stabit vt vi solius grauitatis pauimento insistat vel ita connitetur genibus & toto corpore vt vi illius nisus, alicui corpori adhæreat; si hoc secundum accidat poterit homo pondus se grauius eleuare; quia nempe præter grauitatem hominis quæ tota applicari potest potest prætetea conatus ob neruorum resistentiã ita vt dum semel vellem polyspasto plures homines attollere,aliqui genu connitendo ita scamnis adhæserunt vt simul cum illis scamna sustuletim; vnde ex tali connisu facta fuit vnio scamnorum cum hominibus, quod vlteriùs Explico. ponamus hominem pedibus suis appendisse quinquaginta libras, & vtraque manu firmiter apprehendisse funem,in superiori loco,si pondus ex alia parte sit valde magnum;poterit homo insistendo funi pedes attollere; & eleuare pondus quinquaginta librarum, in quo casu præter pondus sibi æquale, libras quinquaginta poterit eleuare.

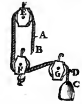
Si verò simpliciter insistat solo, experientiâ constat quod tantum 150. libras eleuabit.

Aliter autem philosophandum de tractione ponderis, insistentis solo, aut plano inclinato; cum enim pondera præcisè non resistant motui horizontali, vix certa haberi potest regula; dependet enim ex æquabilitate corporis cui insistit pondus.

## PROPOSITIO V.

Theorema.

*Innumeræ Trochleæ immobiles nec augent, nec minuunt vires potentiæ.*




Sint plures trochleæ E, F, G, quarum loculamenta sint immobilia, dico etiamsi illis simul vtamur, vires potentiæ, nec imminuendas, nec augendas,sit enim potẽtia in A, & pondus in C.trahatur funis in B, & pondus ascendat in D.

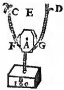
Demonstr. tunc nec minuuntur, nec augentur vires

vires potentiæ, per machinam, quando æqualis est motus potentiæ motui ponderis; sed in tali casu, hoc accidit, cùm enim funis AEFGC, sit idem ex suppositione, ac funis BEFGD erunt AEFGC, BEFGD æquales, & ablatô segmentô communi AEFGD, remanebunt DC, AB æquales, sed AB est motus potentiæ, & DC motus ponderis: igitur motus potentiæ, & ponderis sunt æquales, atque adeò non augentur vires potentiæ, nec etiam minuentur. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Trochleæ mobili appensum pondus, mediâ sui parte minuitur.*




Sit trochlea A cultus loculamentum mobile sit & huic appendatur pôdus & putê ita in D. dico pondus imminui mediâ sui parte. supponatur potentia ita mota fuisse vt trochlea A in E ascenderit.

Demonstratio ad hoc vt trochlea A ponatur in E, debuit potentia mota fuisse quanta est longitudo chordarum CF, GD, nam à punctô C, ad D, est tantum distantia æqualis illi. quæ est inter F & G; sed CF, GD; simul sumptæ, duplæ sunt spatij AE; cui æquale est vt pater motus ponderis B; igitur motus potentiæ, est duplus motus ponderis, sed (*per primum principium mechanices*) quotiescumque motus potentiæ duplus est, motûs ponderis; toties vires potentiæ duplicantur; igitur in nostro casu potentiæ vires duplicantur in ordine ad tale pondus, seu quod idem est minuitur pondus mediâ sui parte. quod erat demonstrandum.

Si verò locô vnci C adderetur vna potentia, quæ æqualiter moueretur cum potentia D: mediam tantum ponderis partem experiretur, eôdem modô ac si duo æqualiter distantes pondus vecti appensum portarent.

## PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Trochleæ mobili applicata potentia, mediâ sui parte minuitur respectu ponderis in vna funis extremitate appensi.*

In eadem figura si loco ponderis B appensi, potentia eidem trochleæ applicaretur, & pondus appenderetur funi D, dico potentiæ vires media parte imminuendas.

Dem. vt prius ostendam motum ponderis fore duplum motus potentiæ, atque adeò (*per primum principium mechanices*) minuentur vires potentiæ; & augebuntur vires ponderis: quod etiam dicendum est de duobus ponderibus nempe vt cum pondere B centum librarum fiat æquilibrium, in punctô D, aut quocumque funis GD requirerentur libræ 50.

## COROLLARIVM.

Sequitur ex eo trochleam immobilem esse vectem primi generis æqualium brachiorum. mobilem verò vectem secundi, aut tertii generis pariter æqualium brachiorum.

## PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Si ad mouendas horelegij rotas per 12 horas requiruntur libræ 50. & pondus descendat per 10 pedes, vt seruatê eôdem descensu pondus horelegium moueat per horas 24. 100 libræ requiruntur.*

Hæc propositio quæ facile per corollarium ex superiori propositione deduci poterat propter vsum comunem quem habet, hoc modô proponi potuit. supponatur horologium cummune automaton, ad quod animandum, pondus librarum quinquaginta requiritur; supponatur haberi locus ad ponderum descensum pedum 10. tantum, & hunc descensum sufficere ad horas 12, volumus autem seruatô eôdem descensu, vt pondus sufficiat ad 24. horas. quæritur magnitudo ponderis, dico requiri pondus 100. librarum.

Dem. supponatur enim motus horologij, & eius resistentia se habere per modum motûs alterius ponderis: certum est ex suppositione resistentiam horologij per horas duodecim esse minorem quàm pondus librarum quinquaginta vt mobile per 10. pedes; sed motus horologij per horas 24. est duplus illius qui fit per horas duodecim & pariter pondus 100. librarum, vt mobile per 10. pedes, est duplum ponderis librarum quinquaginta vt mobilis per idem spatium, ergo motus horologij per 24. erit minor; quam pondus 100. librarum mobile per 10. pedes eôdemque excessu superabitur.

Facilis autem est modus quô aptari poterit illud pondus, si enim præcisè requiritur, vt moueat per tempus duplum illius quod mouebat: id ope trochleæ nullis impensis præstari poterit, eô modô quo in 7 propositione, si nempe funis vnâ extremitate religetur firmiter, alterâ vero ad horologij cylindrum pertingat.

Si verò alia minor proportio requireretur nempe vt 2 ad 3. aut 3. ad 4. minuenda esset diameter cylindri in quo circumuoluitur funis in horologio secundum datam proportionem reciprocè. hoc est, si verbi gratiâ requireretur, vt pondus horologium animaret per horas octodecim, cum antea per 12 tantum illud moueret, minuendus esset cylindrus, secundùm tertiam partem suæ diametri, si verò requireretur proportio quadrupla: duæ trochleæ mobiles adhibendæ essent. si denique multo maior proportio requiratur, addatur horologis vna rota.

## PROPOSITIO IX.

Theorema.

*In dispasto si funis trochlea mobilis orbiculo tantum circumuoluatur, nec annectatur eius loculamento aut ponderi, sed puncto immobili, duplicatur tantum potentia, qua per aliam extremitatem trahit.*




Quia multi sunt modi quibus troehleis funes circumduei possunt, ex quibus varia sequuntur potentiæ augmenta, hunc primo explicandum suscipio, nempe si funis ADCE vnô sui extremô annectarur puncto A immobili, vel cuicumque alteri puncto, vt puncto B, & circumuoluatur circa troehleam D, tum eirea trochleam C, trahaturque per extremitatem E; dico vires potentiæ in E positæ respectu ponderis ex D pendentis, doplieandas esse.

Demonstratio, punctum E, æqualiter mouetur eum puncto F, (*per primam huius*) sed punctum F duplu mouetur velociùs, quàm pundus in D appensum (*per 7.*) ergo punctum E duplò velociùs mouetor, quam pondus D: sed E, est locus potentiæ; igitur potentia duplu veloeius mouetur quam pondus, & (*per primum principium mechanices*) potentiæ E, vires duplicantur. quod erat ostendendum.

Sit secundò extremitas E annexa firmiter, seu puncto immobili E, trahaturque funis sorsum à potentiâ constitutâ in puncto A; dieo pariter vires potentiæ doplicandas, & troehleam C inutilem esse.

Demonstratio. eum segmentum funis ECF. in tali easu sit immobile; idem erit ae si funis religatus esset in puncto F; & vnica tantum trochlea adhiberetur, sed (*per 6. huius*) troehlea vniea, eô mudô constituta duplicat potentiæ vires: igitur etiam in hoc easu vires potentiæ duplicantur, quod ostendendum erat.

### COROLLARIVM.

Sequitur ex eo, quòd si potentia esset D, & pondus in E, annexâ extremitate funis in puncto A, quod inquam in tali casu cum ponderis motos duplieetur, vires potentiæ minuentor.

## PROPOSITIO X.

Theorema.

*Si in dispasto extremitas funis religetur loculamento mobili, & eiusdem orbiculo funis circumuoluatur; triplicabitur potentia.*




Sit funis cuius extremitas religetur in puncto I, loculamenti mobilis; deinde circumuoluator circa orbieulum loculamenti B immobilis: & iterum circumuoluatur circa orbieulum loeulamenti I mobilis, sitque porentia in puncto G trahens funem sursum, dieo vires potentiæ triplieandas.

Demonstratio. Supponatur potentia C ita mota fuisse, vt troehlea I tangat trochleam B. in tali casu relinquetur tantum ex fune quantum requiritur, ad amplectendum vtrumque orbieulum, nempe quanta est portio FBE & GIH, & motus porentiæ trahentis ex C est æqoalis reliquo funi seu partibus AE, FG, HC; sed partes illæ simul sumptæ, sunt triplæ motus ipsius ponderis, nempe lineæ IE; igitur motus potentiæ triplus est motus ponderis; igitur vires potentiæ triplieantur. quod erat ostendendum.

## PROPOSITIO XI.

Theorema.

*In trispasto, si duæ trochleæ sint immobiles, & vna tantum mobilis triplicatur potentia.*




Sit trispastom in quo duæ troehleæ A & B sint immobiles, seu in loculamento immobili, sitque funis religatus in puncto C. deinde circumuoluatur circa singulus orbiculus, prout figura exhibet; sitque pondus D; potentia in E: dico poteotiam esse triplicandam.

Demonstratio. punctum E non magis mouetur quam punctum F, atque adeo eochlea B commoditatis gratiâ tantùm adhibetur; sed punctum F (*per 10. huius*) triplo velociùs mouerur, quam pondus D; ergo in tali dispositione triplieatur potentia, quod erat ostendeodum.

Neque verò poterit extremitas fuois C, loculamento superiori annecti alioqoin vna ex trochleis superiotibus inutilis esset.

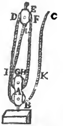
## PROPOSITIO XII.

Theorema.

*In trispasto si duæ trochleæ sint in loculamento mobili quadruplicatur potentia.*

Sit trispastum in quo doæ troehleæ AB inferiores sint mobiles; dico poteotiam C in tali casu quadruplicandam.

Demonstr.




Demonstratio. intelligatur potentia C, ita mota fuisse trahendo funem, vt loculamentum AB tangat, loculamentum E, restabunt circa trochleas segmenta funis æqualia, segmentis DEF, IBK, GAH; reliqua tracta sunt à potentiâ, metiunturque motum potentiæ, sed segmenta DI, LG, FH, CK. quadrupla sunt, spatij LG: igitur potentiæ motus quadruplus est motus potentiæ: quod ostendendum erat.

Quia tamen iste modus trahendi, sursum incommodus est, addenda esser trochlea in loculamento superiori, & tunc fieret tetraspastum cuius vis quadrupla est, trochlea enim solum additur commoditatis causâ.

## PROPOSITIO XIII.

Theorema.

*Si loculamentum inferius, sit mobile, & potentia sursum trahat, toties multiplicabitur potentia, quot sunt chordarum ductus.*

In figurâ præcedentis propositionis sit loculamentum AB mobile, & potentia C trahat sursum; seu vt fiat propositio vniuersalior trahat contra loculamentum immobile, tunc toties multiplicabitur potentia quot sunt ductus chordarum. quia tunc vel extremitas chordæ annexa. est in superiori loco, & ductus erunt pares, duplo plures quam trochleæ inferiores, trochlæ autem inferiores duplicant potentiam; & ex demonstratis si fuerit vna inferior nulla erit opus superiori, vt ostendimus propof.6. pro ratione ductuum, duplicabiturque virtus. si fuerint duæ inferiores & & vna superior, ostendimus propositione præcedenti quadruplicari potentiam, & ita de reliquis.

Si verò funis extremitas, annexa sit loculamento inferiori, ostendam pariter vt in propositione 10. toties multiplicari potentiam quot sunt ductus chordarum.

## PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*Si loculamentum inferius sit mobile, & potentia deorsum trahat, toties multiplicabuntur vires potentia quot erunt chordarum ductus, vnô demptô.*

In antepenultima figura ostendimus tantam esse vim potentiæ in F, ac in E, sed si potentia esset in F, multiplicarentur eius vires pro numero ductuum, nempe triplicarentur & in E, additur vnus ductus, chordæ; ergo hic ductus chordæ qui additur, non auget vires; ergo computari non debet.

## PROPOSITIO XV.

*Si loculamentum inferius sit mobile, & funis annexus sit loculamento mobili; qualibet inferior trochlea duplicat potentiam, & vna tantum superior potentiam æqualem reddit ponderi.*

Sit quicumque polyspastos, in quo loculamentum inferius sit mobile, cui annectatur funis extremitas, dico si vna sit superior trochlea, potentia est æqualis ponderi. si vna addatur inferior vi illius duplicabitur potentia; atque adeo potentia triplicabitur, cæteræ autem superiores nihil addent, hoc est si sint duæ superiores; manebit potentia sui ipsius tripla. si addatur alia inferior erit quintupla, atque ita deinceps. quæ omnia superioribus propositionibus singillatim demonstrata sunt.

## PROPOSITIO XVI.

*Si loculamentum inferius sit mobile, & funis annectatur superiori; quot erunt inferiores trochleæ; toties potentia geminabitur. superiores commodi tamen gratia adhibentur.*

In quôcumque polyspastô in quo funis annectitur loculamento immobili, potentia toties geminabitur, quot erunt inferiores trochleæ, seu in loculamento mobili. hoc est si vnica sit in loculamento mobili potentiæ vires duplicabuntur, si duæ quadruplicabuntur; si tres æquiualebit sex potentiis; atque ita deinceps, ita vt nulla haberi debeat ratio superiorum trochlearum, seu existentium in loculamento immobili.

Demonstr. ostendimus propos.6. in monospasto id euenire. in propositione 9. in dyspasto id accidere. nempe potentiam in vtroque casu duplicari. in propos.12. in trispasto & tetraspasto idem esse, & in aliis simili ratione demonstrari potetit.

Quæcumque autem ostensa sunt respectu ponderis sursum attollendi, intelligendum est, de quôcumque motu siue horizontali, siue quôcumque alio cui pondus resistit, pariter de quacumque resistentia, quam ope polyspasti vincendam suscipimus.

Sicut item potentiam cum pondere comparauimus, potuimus pariter duo pondera inter se cõparare. Item si potentia locum ponderis subeat, & viciſſim pondus locum potentiæ obtineat, augebitur pondus respectu talis potentiæ, aut potentia minuetur, quæ omnia sunt synonima. locum autem ponderis potentia motrix obtinere potest; quotiescumque vires sunt abundantes; sed motus velociſſimus in pondere producendus est, qui simpliciter à potentia produci non posset, sine machina, eo quod potentia non possit tantâ velocitate se mouere. quod principium in omnibus machinis intelligendum est.

## PROPOSITIO XVII.

*Trochleas ita disponere vt pro numero Trochlearum, potentia semper augeatur continuè in proportione dupla.*

Augmenta potentiæ ope trochlearum hactenus recensita videntur processisse tantum secundùm proportionem arithmeticam,ita ostendimus propositione præcedenti secundum numerum trochlearum in loculamento mobili positarum vires potentiæ duplicari; nunc aliam dispositionem instituimus, in qua si vnica sit trochlea vires potentiæ duplicantur: si duæ quadruplicantur;si tres, sint octuplæ si quatuor,potentiis sexdecim æquivaleant,& ita de reliquis.

Sit igitur pondus eleuandum quod annexum sit Trochleæ mobili B. sit autem funis vna sui extremitate firmiter adhærens puncto G. eiusdem autem funis alia extremitas pertineat ad loculamentum C, pariter sit alius funis F C D religatus firmiter in F, & aliâ extremitate annexus sit loculamento D; sit tertius funis E D H, cuius vna extremitas firmiter adhæreat puncto E, & potentia sit in H. dico potentiam in H seipsâ æqualem ponderi, in tali dispositione esse ponderis octuplam.

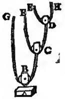
Demonstratio. ostendi (*propositione 6. huius*) potentiam in H, duplo velocius moueri, quam loculamentum D, loculamentum D duplo velociùs quam C, & C. duplo velocius quam B, igitur H octuplo velociùs mouebitur quam pondus, & (*per primum principium mechanices*) octuplo maiores vires habebit, respectu ponderis; igitur sufficiet potentia suboctupla ponderis vt sit in æquilibrio cum pondere.

Aliter demonstratur per vectem quælibet enim trochlea hoc modo dispofita est vectis eiusdem generis, in quo pondus præcisè est in medio potentiæ,& hypomoclij.

## PROPOSITIO XVIII.

### Theorema.

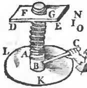
*Trochleis quodlibet pondus à qualibet potentia moueri potest.*




Primò quidem si potentia maior sit, tantisper quam pondus facilè quâlibet trochleâ, quæ solum applicationem iuuet, moueri poterit. si verò sit æqualis trochlea secundo modo disposita pondus facilè mouebitur. si verò potentia sit minor vt si sit ad pondus, vt 8. ad 1. octo trochleis hoc secundô modô dispositis vel octo trochleis in duo loculamenta dispositis facilè tota ponderis resistentia superabitur. si nempe maior sit ratio motus potentiæ ad motum ponderis, quam ponderis ipsius ad potentiam.

# MECHANICES, LIBER QVINTVS De Cochlea.

## DEFINITIO COCHLEÆ.




Cochlea est cylindrus in vnam, aut plures spiras,solidas, & exuberantes elaboratus, vt in figura apparet.

Vsus autem illius communis est, inditur enim alteri cylindro concauo in spiras pariter,concauas tamen efformato; ita vt conuexæ prioris cylindri helices,concauis quam appositè quadrent. concauus cylindrus nonnunquam stabilis est, & immotus, & in tali casu cochlea præter motum circularem habet etiam motum rectum,quô totus eius cylindrus progreditur.aliquando cochlea immobilis est,solusque cylindrus cõcauus mouetur,communiter cochleæ cylindrus simplex additur cui inseritur scytala, vt in AB, adiecta est scytala BC; vt facilius in orbem moueatur. Authores hactenus cochleam ad cuneum reuocarunt, & hunc ad vectem; vel ad motum ponderis supra planum inclinatum,vt si DE intelligatur esse pondus, moueaturque in orbem ita vt ascendat secundum spiras cochleæ, ad horizontem inclinatas, vel si immotô tigno DE, ipsa cochlea voluatur,quæ per modum ponderis consideretur, ascensus illius erit

erit per planum inclinatum spirarum cylindri concaui F G; sed istæ considerationes superfluæ sunt, & inutiles, cum tam immediatè,ex primo machinarum principio,vires cochleæ metiri possimus;quam per talem reductionem.

## PROPOSITIO I.

### Theorema.

*Vires cochleæ explicare, & metiri.*

Sit cochlea AB, instructa sua scytala BC, nam etiam in minoribus cochleis, ferreis quæ ad stringendum aliquid adhibentur, additur caput fistulata instructum; vt inseri possit ferrum quodcumque quod vicem scytalæ obtineat. sitque potentia applicata in puncto C; Intelligaturque fieri vna circumuolutio, seu describi circulus CKL, interea pondus ascendet, ab vna spiræ circumuolutione in aliam, quanta nempe est linea NO. æqualis interuallô inter duas spiras comprehensô. linea NO inuenitur centies in circumferentia CKL; dico vt sit æquilibrium requiri tantum potentiam ponderis subcentuplam, hoc est si pondus sit centum librarum, requiri tantum potentiam vni libræ æqualem.

Demonstratio. tunc est æquilibrium cum ita est motus potentiæ ad motum ponderis, vt pondus ipsum,ad potentiam;sed in nostro casu motus potentiæ est centuplus motus ponderis,& pondus centuplum ipsius potentiæ:ergo est æquilibrium. vnde si potentia, sit paulò maior quam vnius libræ,ponderis resistentiam superabit.

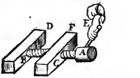
## COROLLARIVM.

Si potentia applicaretur tigno DE,ita vt moueretur deorsum per lineam rectam;& non circulariter,cogeret tamen cochleam moueri circulariter, & pondus esset in C, requireretur potentia ponderis centupla ad illud mouendum. si verò circulariter moueretur tignum DE, & pondus rectâ sursum ascenderet cum cochleâ; vt si fingatur pondus esse B; comparanda esset, tota circuli à tigno descripti circumferentia cum linea N O, quæ metitur ponderis ascensum in singulas circulationes.

## PROPOSITIO II.

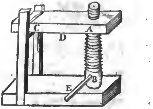
### Theorema.

*Varij cochlearum simplicium vsus.*



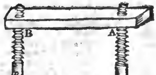

Vsus cochlearum varij sunt,& ad stringendum vt plurimum adhibentur, vt in prima figura apparet, in qua cochlea AB, inseritur in foramen B, suis pariter spiris instructum foramen vero C simplex est, & nullis constat spiris,dum caput cylindri peruenit in C, & voluitur cochlea, necessariò tigna BD, CF ad inuicem accedunt; viresque potentiæ augentur secundum rationem circuli ab extremitate scytalæ AE descripti,ad interuallum spirarum.

Idem autem sequitur effectus siue tignum BD, fingatur immobile atque adeò tignum CF ad illud accedat,siue è contrà tignum CF mobile sit,




Secundus modus erit si cochlea sit in vna extremitate, tignum autem cui inseritur, in alia extremitate sit immobile; tunc autem erit potentia mixta, nempe ex cochleâ, & vecte. vt in hac figura. si cochlea AB inferatur tigno AC, in puncto A. trabs autem cui inseritur, sit immobilis in puncto C. & pondus, seu id quod pressioni resistit sit in puncto D, erit CA vectis secundi generis.

Vt autem metiaris vim, huius machinæ. sit verbi gratia prælum vinarium, sitque trabs CA æqualis quo ad pondus ducentis libris; hoc est si incumbat racemis, eandem compressionem faciat, quam ducentæ libræ efficerent. sit autem cochlea ita efformata;vt singulæ spiræ ab inuicem distent digito,& scytala BE septem pedum, ita vt eius integra circumuolutio.sit pedum 22.seu digitorum 264. sintque hominis prementis vires æquales centum libris. dico hominem solum hôc prælô tantam vim habere ad premendas vuas, quantam haberent 52800.libræ. Ratio clarissima est.dum enim homo percurrit pedes 22. seu digitos 264. trabs A descendit solum vno digito, & pondus D quod est in medio vectis AC solû mouetur semidigito, igitur augetur vis potentiæ secundum proportionem, quæ est 264.ad ½ seu 528.ad vnum,potentia autem est 100. igitur vires hominis hoc prælo vrentis æquiualebunt libris 52800.quod erat ostendendum.




Tertius modus erit si duæ adhibeantur cochleæ, quæ simul aut successiue moueantur. vna autem

autem respectu alterius habet rationem hypomoclij. vt si mouaatur cochlea A, immotâ cochleâ B, punctum B erit hypomoclion, respectu vectis AB, qui ad secundam vectis speciem pertinet.

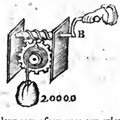


Ad huiusmodi potentiam reuocantur forcipes quibus vtuntur fabri ferrarij, item helices quas adhibent typographi, & alia sexcenta instrumenta quarum vires, ex iisdem principiis metiri poterimus.

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*De cochleis compositis.*




Cochleam compositam voco eam cuius cylindrus conuexus non inseritur in correspondantem sibi concauum, sed cum aliis potentiis commiscetur, & primò quidem si helices cochleæ inserantur in rotæ denticulos, vocatur cochlea infinita, seu in infinitum mouens, huius potentiæ vires sunt mirabiles, supponatur enim rota cõstate 50. denticulis, sit etiam tympanum A circa quod funis circumuoluatur. & manubrium BC se habeat ad tympani semidiametrum, vt 4. ad 1. & potentia hominis sit æqualis centum libris. dico hominem tali machinâ instructum, esse in æquilibrio cum pondere 20000. librarum; eumque hominem ducentis hominibus æquiualere.

Demonstr. manubrium BC quinquaginta circumuolutiones debet absoluere, dum rota vnicam perficit, eò quòd singulis circumuolutionibus cochleæ, vnicus tantùm denticulus impallatur: igitur dum manubrium BC quinquagies circulatur, tympanum A semel tantum circumuoluitur. circulatio autem manubrij se habet ad circulationem tympani vt 4. ad 1. igitur motus potentiæ in C applicatæ se habet ad motum ponderis vt 200. ad 1. igitur vt fiat reciprocatio potentia vt 1. erit in æquilibrio cum pondere vt 200. seu vt 100. ad 20000. quod erat demonstrandum.

Quod si locô tympani A, alia adhiberetur cochlea cui rota totidem denticulorum responderet vnicus homo 10000. hominibus æquiualeret. si tres eôdem tenore, & ordine adhiberentur cochleæ; cum rotis sibi correspondentibus, vnicus homo 100000. hominibus æqualis esset.

Ne tamen vnquam machinæ ita potentes fiant, in praxi enim fiunt inutiles eò quòd vel funes rumpantur, vel sustentacula quibus innituntur, vel omninò dissiliant.

Hæc machina vtilissima est, quotiescumque motus minuendus est, vt cum verbi gratiâ habetur rota in horologio quæ singulis horis, semel circumuoluitur: si desideretur motus duodecuplo lentior. huius primæ rotæ axis cochleam habeat, cuius spiræ denticulis inserantur alterius rotæ, quæ duodecim habeat denticulos. & habebitur motus duodecuplo lentior. ita si in horologio habeas rotam aut axem qui bis in die circumuoluatur, qui cochlea instruatur respondeatque rotæ 59. denticulos habenti, hæc secunda intra 29. dies cum dimidio, quæ est periodus Lunaris semel circumuoluetur, & ita de cæteris.

Qui plura volet de cochlea consulat Guidubaldum.

Non loquor hic de cochlea concaua, quæ vna est inter hydraulicas machinas, & quæ propriè ad plana inclinata pertinet. de qua suô locô. commoda cochleæ sunt ista. primò compendium nempe quod tam minuatur motus ponderis; vnicâ lineâ spirali, quam pluribus rotis dentatis. Secundò sine vllô retinaculô etiamsi relinquatur potentia, vix fieri potest vt pondus recidat, atque adeò quiescere potest.

Quò plures in cochlea erunt helices, & obliquiores, & longiora fuerint manubria, eò pondus faciliùs mouebitur. quò verò in cylindro concauo, seu matrice erunt helices, eò minus cochlea patietur, cum enim sunt plures helices in illas pondus distribuetur, quod in vnicam totum incumberet.



Ad hanc machinam referre libuit inuentum quoddam satis obuium; non quidem quò ad augendas potentiæ vires in ordine ad motum vti possimus; sed tantùm ad sustinendum pondus.

Si enim circa cylindrum quemcumque excauetur spira, circa quam circumducatur funis, si funem vel leuiter attingas, aut premas contra cylindrum; sistetur pondus cylindro adiectum etiamsi maximum. Hæ striæ vtilissimæ sunt vt quis ex altissimis turribus descendat sine periculo, idque velociùs, vel tardiùs pro vt libuerit.

Ad cochleas referuntur terebræ, quæ faciliùs subingrediuntur dum acumen in cochleam efformatur, vt experientiâ edoctus sum, in maiori terebrâ ad fontium canales terebrandos, quæ maximâ facilitate id exequebatur, quia eius apex cochleæ figuram exprimebat, suâ enim sponte lignum subibat, ita vt impulsu non esset opus.

MECHANI

# MECHANICES,

## LIBER SEXTVS

## De Cuneo.

### DEFINITIO.

QVamvis Cuneus, simplicissimum sit instrumentum, atque adeò quod à nonnullis vix in machinarum numerum referatur, nihilominus tantæ sunt eius vires, vt meritò hic locum inueniat.

Cuneus igitur est prisma triangulare cuius duo rectangula, in communem lineam rectam desinunt.

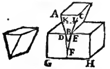
Debet autem vt sit vtilis in materia solida efformari, vt in ligno, ferro cæterisque.

Vsus illius est in findendis lignis, diuellendis lapidibus, aliisque corporibus fissilibus diuidendis, factâ in corpore rimâ intruditur cunei apex, vehementique adactâ percussione adigitur cuneus.

PROPOSITIO I.

Theorema.

*Vires cunei explicare.*




Variæ afferuntur rationes virium cunei. & primò ab Aristotele qu. 17. reuocatur cuneus ad duplicem vectem primi generis. hoc modo, nempe sit cuneus ABC, intelligit Aristoteles lineam AB tanquam vectem primi generis cuius hypomoclion sit D, potentia in A, pondus in B nempe in extremitate, seu cuspide cunei. pariter BC, sit alius vectis cuius hypomoclion sit in E, potentia in C. pondus in B.

Hæc tamen explicatio est omninò contraria rationi vectis. nam quo maior est distantia potentiæ ab hypomoclio, eò cæteris paribus maior est vis potentiæ: sed in hoc casu id non accidit, si enim decurtetur cuneus, sitque potentia in KL non in A; eædem tamen erunt vires cunei, idem dico de vecte CB.

Secundò falsum est quod cuneus attingat corpus diuidendum cuspide suâ, quia vt plurimum attingit tantum extremitatibus D, & E, neque vt metiamur vires cunei attendimus ad rationem quæ inuenitur inter AD, & DB; sed quò acutior est cuneus, seu minorem continet angulum eò facilius diuidit.

Vnde. Guidubaldus in mechanicis existimat, si cuneus, ad vectem reuocandus sit, per duplicem vectem secundi generis esse explicandum cuius commune hypomoclion sit in cuspide B, potentia in A, & C sed occurrunt eædem instantiæ, quæ superiùs factæ sunt, addo vlteriùs cuneum carere posse cuspide; & nihilominus esse ita aptum ad diuidendum, quam erat anteà modo remaneat eadem inclinatio planorum, in punctis in quibus corpus findendum attingitur.




Quare alij cuneum ad planum inclinatum reuocant, vt si esset corpus A, attollendum cui subiiceretur cuneus B. moueretur corpus illud supra planum inclinatum, perinde enim est, siue corpus trahatur supra planum, siue planum moueatur sub illo, tantumdem enim cogitur ascendere. sunt ergo in cuneo duo plana inclinata. hæc consideratio non est absona, contendo tamen totam restare difficultatem, nempe totam doctrinam planorum inclinatorum æque esse difficilem, immò eôdem niti principio. quare.

Dico. Rationem cur augeantur vires potentiæ per cuneum, esse quia potentia multum, pondus parum mouetur; seu maior potentiæ motus, cum minore ponderis motu comparatur, & connectitur.

Quod vt in figura ostendam sit cuneus ABC valde acutus qui vnâ vel plurimis percussionibus intra lignum percurrerit spatium BF, interea dum partes ligni à se inuicem recesserunt secundum spatium DE, si cuneus minorem angulum comprehendat 60. gradibus maior erit BF quam DE, mota autem est potentia secundum lineam BF, & pondus secundum lineam DE, quare seclusâ quâcumque percussione, si potentia simpliciter impelleret cuneum, eius vires augerentur secundum rationem lineæ BF ad lineam DE.

## PROPOSITIO II.

*Cunei acutiores maiores potentiæ vires addunt.*

Sint duo cunei quicumque quorum vnus aliô sit acutior, dico acutiorem maiores potentiæ vires conferre. quò enim maius est motus potentiæ supra motum ponderis, eo maiorem habet vim respectu talis ponderis; sed acutior cuneus talis est, vt requiratur maior motus potentiæ, respectu motus ponderis. nam in duobus triangulis æqualem basin habentibus, illud quod acutiorem habet angulum basi oppositum, longiora habebit latera: sed in cuneo basis metitur motum ponderis, & latera motum potentiæ: acutiores, igitur cunei potentiores sunt.

## COROLLARIUM.

Cunei quorum angulus maior est angulo, sexaginta graduum; potius minuunt, quam augent vires potentiæ.

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*Varia cuneorum genera.*

Omnia fere instrumenta quibus artifices ad diuisionem; aut scissionem vtuntur ad cuneum reuocantur, omnes cultri acinaces, enses, scapelli, claui, dolabræ, secures sunt cunei, neque enim est de essentia cunei, vt percussione alterius corporis adigatur intra corpus diuidendum, potest enim vel simpliciter impelli, vel ex concepto impetu, ex motione præuia, illud diuidere, tarebræ item cuneum continent.

# DE PERCVSSIONE.

## PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Experientiæ de percussione*

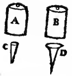
ARistoteles quæst 19. attingit quidem illam vim, quæ ex percussione oritur; vlteriùs tamen non explicat, solamque vt ita dicam difficultatem proponit, nempe quod licèt securi, aut cuneo magnum pondus imponatur; nihil tamen, aut parum ad fissionem conducat, si verò magnâ velocitate impacta deferatur, multum efficiet: quæritur ergo quantò grauitatis hic motus superaddat. quæ omnia vt faciliùs explicentur primo experientiæ referendæ sunt.

Prima ergo experientia sit, eo percussionem esse maiorem quo motus est velocior, ea quacumque tandem causa oriatur ille motus, siue sit circularis, siue rectus, parum interest. Ex quo fit vt malleus, longiori manubrio instructus validiorem ictum efficiat, eò quòd velociorem motū illi potentia possit imprimere, si enim æquali velocitate moueatur siue dum longiori, siue dum breuiori manubrio inseritur; æqualis esset percussio. Inde etiam concludi puto, quod motus diuturnus nihil addat ad percussionem, nisi fuerit dispositio ad velociorem motum; atque adeò si malleus moueretur æqualiter circa aliquod centrum, non validius perceuteret post diuturnum motum, quam post aliquem breuem motum, constat item quòd dum baculô aut ense percutitur aliquis, validior sit ictus circa extremitatem, quia tunc baculus circa manum tanquam circa centrum mouetur, vnde velocior est circa extrema, motus; dixi circa extremitatem, non tamen in extremitate propter aliam rationem.

Secunda. maius corpus licet æquali velocitate motum, cum minori; validiorem tamen ictum producit: nam certum est dum duo grauia eiusdem materiæ, diuersæ tamen magnitudinis ex alto decidunt, æquali ferè velocitate descendere; ita vt modica sit differentia, nempe ea tantum quæ in minori corpore ex maiori proportionaliter aëris resistentia oritur. corpus tamen maius validiorem ictum imprimet quem effectum soli maiori grauitati attribuere non potes. sit enim palus infigendus, & ex æquali altitudine descendant duo corpora vnum centum, aliud ducentarum certum est validiorem ab hoc secundo impressionem fieri, quæ soli grauitati simpliciter sumptæ tribui non potest, nam si hoc secundum corpus palo imponeretur, & in illum grauitaret, aut decideret ex alto, corpus minus graue non tanta esset impressio: igitur corpus grauius decidens maiorem ictum efficit, quam minus graue, & hæc impressio soli maiori grauitati tribui non debet.

Tertia experientia; dum corpus longum circulariter circa centrum aliquod mouetur, faciliùs sistitur, si per extremitatem arripiatur quam si per quamcumque aliam partem centro viciniorem. quod intelligendum est, si ante motum, aut sub initium motus, impediatur, si enim expectetur donec motum conceperit; poterit aliter se habere. Ratio autem primi petitur ex ratione vectis. ratio secundi debet esse, qood in extremitate maior sit motus & consequenter maior impetus acquisitus.

Experientia Quarta, ensis ictus validissimus non est circa mucronem, immo vt volunt aliqui neque circa centrum grauitatis sed inter mucronem & centrum grauitatis. in genere tamen verum est quotiescumq; corpus quod mouetur maximam sui ponderis partem habet circa extremitatem; validior sequitur ictus quam si vno tenore procederet quare nonnulli intra ensem canaliculum efformant mercurioque includunt, qui ad mucronem deferatur vi percussionis, validiorque fiat ictus. forsitan quod dum vno tenore corpus extensum est, difficiliùs mouetur, atque adeò tanta non est eius velocitas & consequenter neque tam validus ictus.



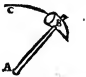

Experientia Quinta. dum corpus percutiens descēdit, tam validum ictum efficit, siue toto se percutiat, siue vnica tantum sui parte corpus subiectum impellat. hoc est si duo corpora æqualia A & B, ex eadem altitudine delabantur, quorum primum aliquâ tantum sui parte palum C percutiat, aliud vero secundum totam suam superficiem infima æqualis tamen ictus sequetur. Quam experientiam attuli, vt aliquorum opinionem refellerem existimantium aërem inter duo corpora elisum multum conferre ad ictum, immò omnem scissionem, aut fissionem volunt esse ab aëre intra poros incluso, violenter à corpore diuidente impulso. volunt enim aërem omni acie acutiorem esse, & consequenter ad diuidendum aptiorem.

## PROPOSITIO V.

### Theorema.

*Percussionis mensura varia.*

Difficillimum est percussionem, à potentia animata factam metiri, cum ex viribus, & conatu spontaneo, & libero dependeat, & ratio habenda sit corporis moti seu percutientis, licet enim maior malleus validiorem ictum efficiat cæteris paribus, fieri tamen poterit vt si non ita velociter moueatur, ob grauitatem nimiam, infirmior sequatur percussio. quare primo conueniendum est de velocitate, quam ad mensuram certam reuocare debemus.




Supponatur igitur malleus AB, cuius longitudo tota sit sex pedum. qui ab homine moueatur ad percutiendum. dico si moueretur æquabiliter eàdem velocitate quam habet in ipso instanti percussionis, & intra spatium vnius secundi 4. Circulationes perficeret, hoc est, pedes 144. si idem malleus caderet vi grauitatis & acceleratio grauium ad æqualitatem non perueniret quinto minuto secundo pedes 144. perficeret, cecidisset autem ex altitudine pedum 425. Ex quo concluditur altitudinem 425. pedum esse mensuram percussionis, factæ ab homine, seu malleum tantam habere velocitatem, dum valenter ab homine impelletur quantam haberet malleus si simpliciter ex altitudine 425. pedum decideret.

Examinare volui calculum à patre Mersenno factum, neque vnquam experientiis respondit. nam sæpe funependulo trium pedum vsi sumus cuius vna oscillatio seu ictus præcise secundum minutum adæquat inuenimusque in semiuibratione, seu spatio semiminuti paulo plus quam 4 pedes percurri à graui decidente: nempe circiter 4. pedes cum dimidio: obseruata autem Galilæi proportione essent pedes 17 intra minutum secundum. quare secundo minuto secundo erunt 51. pedes. minuto tertiô percurrentur 85. quartô 119. quintô 153. qui collecti faciunt 425: igitur ictus mallei ab homine impulsi æqualis est illi qui fieret ab eôdem malleô decidente pedibus 425. in suppositione illa quæ spatia decursa à grauibus decidentibus existimat procedere secundum seriem numerorum imparium. quæ melius infra examinabitur, cum de acceleratione grauium.

Quidquid autem sit de ista comparatione impetûs producti ab homine percutiente, & impetûs producti à graui decidente, certum est nullum esse impetum ab homine percutiente productum, cui alius æqualis dari non possit à graui decidente: sed adhuc restat tota difficultas nempe quomodo metiri possimus impetum acquisitum à graui decidente, ex determinata altitudine. sit ergo malleus vnius libræ figens vnâ percussione clauum per vnum digitum cuius vis æqualis sit illi quam haberet, si decideret ex altitudine 425. pedum. quæritur pondus vnicum quod impositum clauo, illud infigeret per vnum digitum, pondus autem illud æquali spatio moueretur nempe moueretur etiam per vnum digitum.

Multæ fuerunt opiniones super ea re. sit enim malleus vnius libræ. longus vno pede, sitque efformatus ad modum cylindri, putarunt nonnulli si fieret cylindrus eiusdem crassitiei longus 425. pedes, quanta nempe est altitudo casûs cui æqualis est percussio: & imponeretur clauo, impelleretur Clauus per vnum digitum. nihilominus non video quô fundamentô; ponamus enim malleum sub duplo minori longitudine, eandem habere grauitatem. secundum hanc considerationem requireretur duplo maius pondus, quod est absurdum, cum ergo hæc determinatio pēdeat ex crassitie mallei, quæ in hoc casu locū non habet, neque enim duo mallei, diuersæ figuræ sed eiusdem grauitatis, diuersum habebunt effectum.

Alij volunt malleum centum librarum descendentem cum vno velocitatis gradu, eandem habere vim ac malleum vnius, libræ, descendentem cum velocitate vt 100. quod facile concesserim: sed adhuc nihil vt puto efficitur, neque habetur mensura qualem requirimus, nempe pondus aliquod cui æqualis sit percussio seu pondus quod motum eodem modo, ac clauus; eum tamen infigat, digitum vnum.

Habes. ad conatum primum quem habet pondus, omnem percussionem reuocat, sed nescitur vtrum detur primus conatus indiuisibilis, & determinatus, atque adeò hæc explicatio implicat se questionibus de diuisione continui.

## PROPOSITIO VI.

*Mensura percussionis*

Supponatur igitur malleus vnius libræ cuiuscumque figuræ sit, parum interest, qui impulsus vi hominis

hominis eandem habeat velocitatem quam haberet si descenderet ex 425 pedibus. & clauum infigat per vnum digitum. quæritur cui ponderi æqualis sit percussio. certum autem est pondus vnius libræ descendens ex 425.pedibus vim acquirere, ad eleuandam vnam libram 425 pedibus, quod ostendo in quocunque funependulo, in quo pondus tantundem ferè ascendit quantum descendit. igitur hæc percussio videtur esse in æquilibrio cum pondere vnius libræ mouendo per 425.pedes.quæritur autem pondus quod motum per vnum digitum sit in æquilibrio, cum pondere vnius libræ motû per 425. pedes. multiplicentur 425. per 12. fientque 5100. digiti in 425. pedibus. dico si pondus 5100. imponatur clauô, clauum infigendum per vnum digitum. nam vna libra mota per 5100. digitos est in æquilibrio cum 5100. libris motis per vnum digitum. quare percussio hominis æqualis videtur esse libris 5100. quod erat ostendendum. est tamen hallucinatio in hoc calculo eo, quòd velocitas ponderis ascendentis semper decrescat quare ista non possunt constitui, nisi post traditam doctrinam grauium decidentium.

## PROPOSITIO VII.

### Theorema.

*Datô quantum palus aut Clauus infigatur à graui Determinato ex determinata altitudine: inuenire pondus quod ex alia quacumque altitudine idem præstet.*




Sit pondus A 100 librarum, decidens ex altitudine 10. pedum & infigens clauum B, vnô digitô, quæritur pondus, quod ex altitudine 40. pedum eundem præstet effectum. Dico requiri quinquaginta libras.

Demonstr. Idem præstabitur effectus si eadem sit quantitas motus in vtroque casu: sed eadem est quantitas motus, nam graue decidens ex altitudine quadrupla, duplam habet velocitatem, illius quam haberet:sed 100. libræ mobiles cum vno gradu velocitatis, & quinquaginta vt mobiles per duos gradus velocitatis, totidem habent partes motûs: ergo videntur eundem effectum præstare, restat tamen difficultas orta ex reflexione corporum. quod pertinet autem ad velocitatem grauium decidentium, id examinabimus in sequenti tractatu.

TRACTA

# TRACTATVS VII.

# STATICA

## Seu de grauitate terræ.

*IN hoc tractatu, terræ cæterorúmque elementorum grauitatem explicandam suscidimus, modumque quô suos effectus producit: Nonnulla Physica, quæ sub Mathematicam considerationem directè non cadunt, explicare non pigebit, quòd cæteris lucem non modicam affundant: dubia, vt dubia proponam quæ, verò indubitata sunt, Suis demonstrationibus stabiliam. In octo Libros hunc tractatum diuido. Primus, Digressiones aliquas Physicas continebit. Secundus, Erit de Descensu grauium liberò Tertius, de Descensu grauium obliquo. Quartus, de Æquiponderantibus. Quintus, de Centro grauitatis linearum. Sextus, de Centro grauitatis planorum. Septimus, de Centro grauitatis solidorum. Octauus, de proprietatibus, & vsu centri grauitatis.*

# STATICÆ, LIBER PRIMVS.

## Digressiones Physicæ.

### DIGRESSIO I.

#### Physica.

*Incertum est an grauia in centrum vniuersi ferantur.*

VT ordine procedam, eaque referam vt dubia, quæ dubia sunt, assero nullâ ratione physicâ euinci posse; grauia tendere ad centrum vniuersi; licèt enim experientiâ compertum sit, ad terræ centrum grauia moueri; quia tamen locus terræ incertus est, neque adhuc ex astrooomicis aliquid certi & indubitati circa illud constitui potuit, ideò seclusa fide, & scripturâ; quæ scientiam non facit, non constat vi solius ratiocinij physici, aut mathematici, quodnam sit punctum illud, quod rationem termini ad quem, respectu grauitationis habeat. Vnum quidem constat plusquam probabiliter; Si motus diurnus sit in astris; terram sensibiliter in centro orbium coelestium existere; si verò motus diurnus ipsi terræ sit inditus, nihil de illius loco statui poterit. quia autem vix vlla ratio naturalis, ita syderibus motum diurnum; terræ verò immobilitatem affingit, vt conuincat; ideo si solas physicæ rationes spectemus; incertus est terminus grauitationis. si verò ex locis scripturæ sufficienter persuasi immobilem credamus terram; saltem terminus ad quem feruntur grauia a centro vniuersi sensibiliter non discrepabit; comparatiue ad magnitudinem cœli stelliferi.

### DIGRESSIO II.

#### Physica.

*Incertum est an grauia ex quâcumque distantiâ in terram decidant.*

Scio communem hactenus peripateticorum opinionem fuisse; grauia in quôcumque locô posita, naturali impetu, in centrum vniuersi decidere; astra verò aut cœlorum substantiam, ideo deorsum non ferri, quòd grauitate careant, aut saltem eam habeant, elementarium corporum grauitate minorem. hæc tamen sententia opinionis firmitatem non transcendit, cum nullum vnquam graue extra vnam aut alteram leucam potuerit à terra auelli; & in eam recidere. Ex quo nonnulli voluerunt in quibuscumque corporibus immò, & in ipsis syderibus similem proportionaliter grauitatem reperiri, vi cuius, si quid aut caloris vi, aut quâcumque aliâ ratione, à totali corpore fuerit auulsum, in illud rursus deferatur: talem in singulis syderibus aut vim attractiuam, aut natiuam in illorum partibus ad componendum vnum totum propensionem agnoscunt; immò & in multis particularibus cor-

poribus etiam ſublunaribus aliquid ſimile deprehendunt, qualia ſunt electrica, quorum partes, ſi vi caloris expirent, ſedatô calore corpus totale repetunt, & ſecum quæcumque minuta; & leuia deferunt. dico igitur nulla ratione probari poſſe lapidem molarem ab angelo, in cœlum lunæ delatum, deorſum in terram vi grauitatis deferendum: neque enim quotieſcumque alicui melius eſt eſſe in aliquo loco ſemper conceditur virtus talem locum repetendi: quamuis enim, guttæ aquæ in terram decidenti melius ſit cum toto oceano coniungi non tamen propterea in oceanum defertur, ſed in terram; neque debuit dari virtus ad impedienda ea mala. quæ vi agentium naturalium euenire non poſſunt: & quæ conſequenter phyſicè ſunt impoſſibilia.

Ex quibus vlteriùs contendo, ignorari, an motus grauium à virtute attractiua, qualem in magneticis agnoſcimus proficiſcatur, quod enim obiicitur, ſi lapis in puteum demittatur, debere ad latera vt pote propiora detorqueri hoc nullius eſt momenti, cũ neq; in magneticis id ſemper accidat, poſſitq; facile reſponderi, non eſſe ſolius proximitatis rationem habendam; ſed maioris molis; cùm igitur ferè tota terra ad partes inferiores putei poſita ſit, ad latera verò eiuſdem putei ſuperficies tantum quædam extima, quæ vi attractiuâ prædicta non ſit, quam in terra pura, & eius vt ita dicã nucleo ſitam eſſe iure quis aſſerat, mirum non eſt ſi lapis putei lateribus non adhæreat. Neque magis officit alia obiectio, nempe quòd eiuſdem corporis grauitas eadem ſentiatur, ſiue dum multum, ſiue dum parum à terra abeſt facilis eſt enim reſponſio, nunquam id experientiâ comprobatũ, niſi in diſtantiis inſenſibilibus, quid enim altitudo mõtis, ad magnitudinem terræ. deinde quâ methodô dignoſcere poterimus, an verbi gratia, moles plumbea vnius libræ adhuc idem pondus habeat, dum abeſt à terra leucâ integrâ. ponamus niſum habere tantum ſemilibræ, quâ ſtaterâ id expendemus, pondus enim in altera lance poſitum, tantûdem de ſua grauitate deperdet. igitur ponderibus id expendere non poſſumus, reſtat vt idem põdus comparemus cum viribus animalium, an v g. homo qui ducentas poterit in radice montis libras attollere, plures poſſit in cacumine; ſed quæro an aliquis id expertus ſit, ſecundò examinandum eſſet, an propter maiorem aëris raritatem eaſdem homo vires habeat. neque enim ita ſunt conſtantes hominis vires, vt ieiunus eaſdem, & benè praſſus habeat. ex quo vides quam infirmæ benè expendenti rationes videantur, quæ primâ fronte multum roboris obtinebant. addo vim magneticam terræ ad diſtantiam vnius leucæ non imminui ſenſibiliter, cùm tam facilè acum magneticam dirigat in ſummitate montis ac in ima valle: ergo idem dici poſſet de vi attractiua grauium. Vlteriùs prouehenda eſt terræ, & magneticorum comparatio, quæ in vno, aut altero claudicare videtur. dices enim magnes minora corpora faciliùs trahit, quã maiora, contrà verò, maiora pondera vehementiùs ad terram feruntur, quam minora; vnum tamen à te conſiderari velim, nempe à magnete, dum ferrũ attrahit, grauitatem ferri ſuperandam eſſe; quæ cũ maior ſit in maiori ferro, mirum non eſt ſi leuiora faciliùs quã grauiora attrahat. At in noſtro caſu virtus attractiua terræ, dum grauia attraheret, nihil contrarij experiretur, atque adeò cum pluribus, vt ita dicam vinculis maius corpus vinciat, æque bene illud ad ſe trahet ac paruum.

Atque hæc ad ſolutionem obiectionũ ſufficiant. ſi tamen quid probabiliùs videatur exquiras. primò ingenuè fateor omnem vim attractiuam mihi difficiliorem eſſe, quacúmq; alia virtute, neq; enim video quibus vinculis, inuiſibilibus illis quidẽ & ſub nullũ ſenſum cadentibus corpora, tã dura vinciantur. Adde quod idẽ corpus graue ſub maiori extenſione, magis attrahendum eſſet, cum ſub illo ſtatu pluribus vinculis traheretur Addo grauium accelerationem, quæ tam facilè principio interno, difficillimè externo tribuitur. cur enim ſecundô tempore grauia triplum ſpatium conficiunt illius, quod primô tempore peragrarunt, non quia viciniora ſunt terræ nã ſupponamus corpus graue, ex altiſſimâ turri deſcendens, dum peruenit ad turris medium ſingulis minutis ſecundis pedes viginti peragrare, ſi hoc ex terræ vicinitate procederet; deberet idem corpus ſi ex medio turris demitteretur. initiô ſui motus eandem velocitatem obtinere quam haberet ſi iam motum eſſet ex altiori loco, cum æquè vicinum ſit terræ; quod tamen experientiæ repugnat.

## DIGRESSIO III.

### Phyſica.

*Incertum an terra per modum vnius grauitet.*

Magnifica viſa eſt hactenus Archimedis iactantia, quâ ſe terram, locô dimoturum ſpondebat; dummodò extra illam punctum firmum, & immobile nanciſceretur. Quærendum tamen reſtat, an hoc difficultatem aliquam habeat, poteſt enim fieri vt partes ad inuicem concurrant; & difficillime ſeparari poſſint, quippe quæ huic ſeparationi quantùm poſſunt reſiſtant, totum verò indifferens ſit, ad quemlibet locum cuius rei aliquod exemplum habes in magnete, ſi ab eius grauitate abſtrahamus. fiat ergo cimba aliqua luculenti alicuius magnetis capax quæ aquæ innatet; quia autem cimba eſt in æquilibrio cum aqua, facile in omnem partem mouebitur magnes, neque vlla ſentietur reſiſtentia à grauitate profecta, eaque tantum erit quâ aqua diuiſioni reſiſtit. ferrum magneti adhæreat. potiùs magnetem trahes totaque ſequetur nauicula; quam ferrum à magnete diuellas, cum autem ſeparandum erit ferrum, vnâ manu ſiſtendus erit magnes, aliâ verò trahendum ferrum. quoties igitur pondus à terrâ ſeparamus; cum ipſi terræ inſiſtamus quaſi pedibus, eam ſiſtimus ne ſequatur; & corpus eleuare non poſſumus niſi inſtrumentis ipſis terræ annexis. neque aliter id fieri poteſt. Difficultas tamen moueri poſſet, circa multa agentia, à quibus grauia locô dimouentur; quæ tamen terræ nequaquam videntur inſiſtere. & primò quidem auiculæ dum ſolluntur in aëra, primò ſaltant pedibuſque terram percutiunt, deinde alis aërem contra terram impellunt, ex quo ſibi impetum imprimunt, in quibus omnibus, ſemper ſequitur quod vt ita dicam fiat vis contra terram vt poſſit hæc fieri ſeparatio, idem dico quotieſcumque aues volando aliquid abripiunt, cum enim volatu aëri incumbant, & aër terræ, adhuc ſequitur illas terræ inſiſtere.

Maior eſſet difficultas de ventis, ſæpè grauia à terra ſeparantibus, ſed cum ventus nihil ſit niſi aëris motus: perpenden-

dum

dum est quomodo is motus imprimatur credibile est, vt plurimum rarefactione corporis alicuius cieri aërem, & moueri, quod corpus cum terræ incumbat, ex vnâ parte terram sistit, ex aliâ verò corpus aliquod peculiari modô à terra separat, & locô dimouet. quare nulla vt puto afferri possunt exempla, quibus euinci possit aliquam fieri grauium, à terra separationem, quin terra ab eôdem agente suô modô sistatur. vnde nescitur, an terra ad omnem omninò locum sit indifferens, licèt partes eius quælibet, determinatæ sint, ad componendum vnum totum cum aliis.

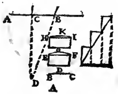
In hac autem opinione quælibet terræ pars separatim grauitabit, quæ grauitatio, quidam partium confluxus erit, terra tamen non propterea per modum vnius grauitabit. Quid in hâc materia statuendum sit penitus ignoro. cum enim vtrôque modô Deus terrarum orbem constituere potuerit, solamque partium grauitationem hactenus experti simus, nihil est in hac materia quod ex principiis præcisè physicis teneamus. Quamuis autem conformiùs sit scripturæ, terram immobilem credere, diuinare tamen non possumus an hæc immobilitas ex principiis intrinsecis oriatur, an verò licèt sit ad omnem locum indifferens, ideo immobilitatem obtineat, quod nullũ sit agens, extra terram positum, & illi non insistens, quod vel tantillulũ impetus in ea producere possit.

## DIGRESSIO IV.

*Grauia motu suo, ad centrum terræ rectis lineis feruntur.*

Hæc suppositio nullâ meliori ratione confirmari potest, quàm experientia, si enim detur immensa aliqua planities, seu tractus aliquis terræ nullis montibus exasperatus, grauia secundum lineam perpendicularem ad eam terræ superficiem descendent, omnis autem linea perpendicularis, ad glòbi superficiem, aut ad planum superficiem tangens per centrum transit. vt ex Theodosio proposit. 2. supponitur. Fatebor tamen subortam aliquam super hâc re dubitationem: an in hâc propositione, eiusque probatione aliquid lateret paralogismi. neque enim ad omnem omninò terræ superficiem, linea descensus grauium perpendicularis est, sed ad eam tantum quæ ad libellam exigitur: quidquid autem ad libellam exigitur, perpendiculô examinatur; ex quô sequitur nos decliue, & inclinatum vocare, illud planum, ad quod linea grauium perpendicularis non est, horizontale verò, & non inclinatum illud, ad quod talis linea recta est. quòd si grauia ad aliud punctum quam ad centrum terræ deferrentur, ea terræ superficies diceretur à nobis inclinata, quæ æquabiliter circa suum centrum fusa esset, seu cuius omnes partes æqualiter à suo centro distarent, ex verò diceretur non inclinata, sed horizontalis, quæ re vera inclinata esset. vnde ex eo capite nisi benè intelligatur propositionis huius ratio, in paralogismum incidimus. dicendum igitur terram rotundam esse, vt ex eius vmbra apparet. montes autem talem rotunditatem non impedire, eò quòd paucissimi sint, si cum toto terræ ambitu comparentur. cum igitur ingentes maris tractus, æquabiliter circa centrum grauium fundantur, vt in liquidis accidere necesse est, item immensæ planities; ita sint extensæ; vt à libellâ non aberrent, constituendum est ferê totam terræ superficiem circa centrum grauium fusam esse, atque adeò idem esse sensibiliter centrum magnitudinis terræ, & centrum grauium, seu punctum illud quod habet vicem termini ad quem, respectu descensus grauium.

## COROLLARIVM I.




Ex hoc theoremate multa sequuntur vulgaria illa quidem & trita: scitu tamen digna; nempe nullum pauimentum ad libellam exactum planum esse. voco autem ad libellam exactum, quod tale est, vt omnibus eius partibus libella exactè quadret si enim pauimentum AB planum esset. & CD linea perpendiculi ad illud recta esset. & angulus DCB rectus. si applicaretur libella in puncto B. linea perpendiculi BD, ad illud recta esse non posset; nam duæ lineæ ad idem planum rectæ, parallelæ sunt; (*per* 13. 11.) lineæ autem perpendiculi, cum idem centrum grauium respiciant parallelæ esse non possunt. ergo si duæ aut plures lineæ perpendiculi, ad eandem superficiem sint rectæ, ea superficies plana non erit, sed orbicularis & Sphærica.

## COROLLARIVM II.

Duo parietes ad perpendiculum erecti, paralleli non sunt, quia cum sint ad perpendiculum erecti, producti, per idem centrum grauium transirent; sed plana per idem punctum transeuntia parallela esse non possunt: igitur neque duo parietes. quod semper intelligendum est mathematicè, non physicè..

Neque enim in tam modica altitudine, potest aliquid animaduerti discriminis. item sequitur eundem murum cuius ambæ superficies sint ad perpendiculum erectæ, crassiorem esse in fastigio quam in pede.

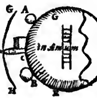
## COROLLARIVM III.

Sequitur item in superficie inclinata, licèt maiori, quam sit horizontalis illi subiecta, maiora non posse excitari ædificia. cum enim ædificia omnia ad perpendiculum excitentur. omnesque contignationes horizontales sint, nulla habetur ratio inclinatæ superficiei. vt ex solo figuræ intuitu satis constat.

Illud tamen commodi in iis ædibus inuenitur; quòd non sibi officiant luminibus. pariter sequitur quod si homines essent; eiusdem omnino crassitiei, ad modum cylindrorum: plures in amphitheatro collocari non possent, quam in

ſubiecto plano, quia tamen homines non ſunt ita compoſiti, inde fit vt in amphitheatro plures ſtatuantur, eò quòd aliquorum humeri, ſupra aliorum capita emineant. idem dico de arboribus quæ propter eandem rationem plures in decliui ſuperficie, quam in ſubiecta planitie ferentur, eò quòd aliquatum conſertiores rami, aliarum cacumina tranſcendant.

COROLLARIVM IV.




Infimus mundi locus eſt centrum terræ, ideoque à tali centro recedere eſt aſcendere, deſcendere verò, eſt ad illud accedere hoc corollarium licèt vulgare, eſt maximi momenti, formatidaque eſt Tyronum imaginatio, qui quia ea tantum concipiunt quæ ſenſibus vſurparunt facilè ſibi perſuadent, quæ deſcendunt, ſi eandem quam ſemel inierunt, viam teneant; & vlterius ferantur ſemper deſcenſura. vnde neque ſibi in animum inducere poſſunt terram Sphæricam eſſe; aut dari antipodas aduerſis pedibus conſiſtentes. vt autem paulatim eorum imaginatio aſſueſcat. primò conſtituendum eſt, tanquam primum principium, terræ centrum eſſe infimum locum: eum verò ſuperiorem qui à centro terræ magis recedit. Ideoque ſi perforatâ terrâ, lapis demitteretur in mediô ſisteret; ſi enim poſtquam centrum attigiſſet, vlterius ferretur, neceſſariò aſcenderet, quia recedere à centro terræ, eſt aſcendere, ex quâcumque tandem id parte fiat.

Item variæ quæſtiones ipſis proponendæ ſunt qualis eſt hæc. ſcalam ita collocari poſſe, vt recta ſit, & vtraque extremitas in altum feratur, ſeu in quâ qui ambulat vſque in medium deſcendat, ſi verò vlterius feratur aſcendat.

Item ita collocari poſſe hominem vt pedes, & caput in altum attollat, & tamen incuruatus non ſit, ſi nempe eius venter centro terræ reſpondeat.

Item globum, in puncto A ſuperficiei terræ poſitum, ſi feratur in C non deſcenſurum, quia hôc motu non accederet, ad centrum terræ; ſed circa illud æquali ſemper interuallô diſtaret. ſi verò ſit in puncto B, non caſurum in punctum D, quia ferri à puncto B, ad D; eſt aſcendere, ſeu recedere à centro terræ.

Homines neceſſariò pedes ſibi inuicem contrapoſitos habere, nempe omnes ad idem punctum inter ipſos collocatum tendentes; & hoc in quôcumque ſuperficiei terræ puncto ſtatuantur.

Quæ omnia neceſſariò ita ſe habere probandum eſt, & inquirendum à Tyronibus, quomodo aliter rem conſtituerent. ſi enim nullus eſſet determinatus locus ad quem grauia tenderent; ſed vlterius ſemper deſcenſus propagari poſſet. vel terram habere infinitam craſſitiem, neceſſe eſſet, vel totam extra proprium locum ſuſtentari, deinde quæ figura illi tribueretur, ſi plana dum quis ad extremos terræ limites perueniſſet, periculum eſſet ne in immenſam illam voraginem rueret; adde quod ſi planis ſuperficiebus conſtaret: vnica tantum ſuperficies foret habitabilis; reliquæ inutiles eſſent. quare vt tota terræ ſuperficies incoli poſſet, debuit æquabiliter fuſa eſſe, circa centrum grauium; alia multa dicenda ſunt, immò & in figuris oſtendenda, vt ſenſim eorum imaginatio aſſueſcat. qualia ſunt hæc. dum ambulamus maius iter capite, quam pedibus conficimus.

Item vaſa quò plùs remouentur à centro terræ, eò minùs fieri capacia, nam omnia liquida ſuapte naturâ, circa centrum grauium æquabiliter in orbem ſe conformant: cum ſint valdè mobilia, & per plana vel tantillulum inclinata decurrant, inferiorem ſemper locum petunt, atque adeò ſecundùm lineam rectam, aut ſuperficiem planam extendi non poſſunt, ſit enim in figura penultima centrum terræ A aquæ ſuperficies plana ſit BC; neceſſario aqua conſiſtens in punctis B aut C, confluet in punctum D, nempe locum inferiorem, ſeu proximiorem centrò terræ A. Ex quo ſequitur, quòd ſi ſit vas aquæ EF, ſuperficies aquæ tumorem habeat, qualem obtinet circulus ex centro A, per puncta E, & F deſcriptus. circulus autem maior ſub æquali chorda minorem tumorem obtinet, quam minor; Igitur idem vas vicinius centro terræ, plùs liquoris continet. quòd tamen eſt inſenſibile in ea diſtantia in qua à centro terræ verſamur. quodcumque enim vas ſumatur, eius ſuperficies à plana ſenſibiliter non aberrat.

Hæc innuere volui, non quòd ab omnibus ferè non teneantur, ſed ne aliquid eorum prætertream, quæ tyronibus negotium faceſſere poſſunt, iſta tamen melius attingam in Geographia.

DIGRESSIO V.

Phyſica.

*An Detur Leuitas, & grauitas an verò ſola grauitas ſufficiat.*

Suppono duplicem cogitari poſſe grauitatem, aut leuitatem, primam abſolutam, quâ corpus ſine alterius corporis præſidiô deorſum feratur, leuitatem verò, eam potentiam quâ corpus aliquod ſine alterius ſurſum impellentis adminiculo, aſcendat. aliam verò grauitatem, aut leuitatem reſpectiuam, quâ nempe corpus aliquod intra aliud poſitum deorſum feratur, aut ſurſum, eò quòd ab alio detrudatur, & impellatur. ita lignum graue licèt, in aquâ poſitum ſurſum aſcendit. de hac grauitate, & leuitate reſpectiuâ non eſt hic quæſtio ſed tantum de abſoluta.

Suppono primò. idem corpus, immutatum quò ad grauitatem abſolutam; modò maiorem, modò minorem habere grauitatem reſpectiuam. quòd multiplici experientiâ oſtendo. ſit globus plombeus pendens duas libras, illud in aqua deſcendet, atque adeò grauius erit aquâ. eadem globi materia, formetur in cimbam, & ſeruet eandem grauitatem abſolutam, quam bilance licebit expendere; innatabit aquæ: multò melius ſi in globum intus vacuum effingatur,

non

non descendet in aquâ; quia tunc cum maiorem molem occupet, descendendo maiorem aquæ copiam, & grauiorem duabus libris attollere deberet, quod tamen non potest. atque adeò corpus immutatum, quo ad grauitatem absolutam, maiorem, aut minorem habere potest grauitatem respectiuam. Idem dico de corpore condensato, & rarefacto verbi gratiâ, sit lignum, metallum, aut quodcumque aliud corpus quod percussionibus condensari possit; licèt maneat idem pondus absolutum, respectiuè tamen, aut minùs, aut magis in aquâ descendet.

Dico primo. corpus quod grauius est aquâ, fieri potest illâ leuius, etiamsi eandem habeat grauitatem absolutam, ac antea.

Probatur corpus quod pendebat duas libras, & adhuc totidem pendit, eandem habet grauitatem, ac antea; sed illud idem corpus, & pendens adhuc duas libras, si figuram mutet aut extensionem, fit leuius, aut minus graue, quàm aqua; ergo corpus graue eandem conseruando grauitatem absolutam, fieri potest leuius aquâ.

Dico secundo. probabilissimum esse corpus, quod semel graue est, etiamsi alio leuius appareat, eandem semper habere grauitatem absolutam; præcipuè si sit substantialiter idem. probatur quia ex sola mutatione figuræ, aut extensionis mutat grauitatem tantum respectiuam; seclusâ per intellectum quâcumque aliâ formâ. nam corpus pendens duas libras, non potest attollere plusquam duas libras aquæ, sed ex solâ mutatione extensionis, aut etiam figuræ; potest fieri maius duabus libris aquæ, aut illis minus, & consequenter vt descendat in aquâ, attollendæ erunt plus quam duæ libræ, aut minùs quam duæ libræ: igitur eadem manet grauitas absoluta licèt diuersa sit leuitas respectiua. propter diuersam magnitudinem. Ex eo concludo ex mutatione extensionis non mutari absolutam grauitatem. Quia corpus quod percussionibus condensatur, totidem ponderat libras, ac antea; sed pendere totidem libras, est habere eandem grauitatem absolutam: ergo per condensationem, non fit absolute grauius, sed tantum respectiuè.

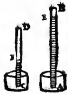
Quod si in exemplo proposito id accidat plus quam probabilissimum est, dum ex aqua fit vapor, qui substantialiter remanet aqua, eandem manere aquæ grauitatem absolutam licet fiat leuior aëre. si enim quod aqua grauius est, fieri eâ leuius, etiamsi eandem grauitatem absolutam, & idem pondus retineat, quid ni poterit eandem grauitatem retinendo fieri aëre leuius. Licèt enim quia versamur in aëre, non possimus vaporis grauitatem absolutam expendere, hoc non impedit, quo minus eandem retineat. sicut licèt si in aqua tantum versaremur, vt pisces dum corpus sit leuius aquâ non possemus expendere, an eandem retineat grauitatem absolutam, non definit tamen illam habere.

Quod si semel admittatur in vapore grauitatem inesse eandem, quæ priùs erat, non video cur aëri grauitas denegari possit. si enim quod leuius est aëre, graue est, multò magis ipse aër grauior erit.

Dico secundo. Aër grauis est.

Pr. nisi aër grauis sit, leuis erit; sed non est leuis, ergo grauis. probatur mi. Si aër leuis esset, aër condensatus leuior esset; sed aër condensatus fit granior, aut minus leuis: ergò aër leuis non est. probatur maior. tunc est maior leuitas, cum sub eadem dimensione sunt plures partes leues; sed si aër sit leuis dum condansatur, sub iisdem dimensionibus plures erunt partes leues; igitur leuior. nam si aër sit leuis, plures partes aëris ascendendo, pauciores alterius aëris partes deorsum impellent. ergo faciliùs ascendent, quam si plures essent deorsum trudendæ; sed dum aër condensatur, & ascendit, pauciores partes alterius aëris deorsum impellit; deorsum enim impellit alium aërem sibi mole æqualem. qui eum sit rarior supponitur pauciores habere partes.

Quod totum confirmari potest comparatione grauitatis, ideo grauia densiora, melius descendunt, quia sub iisdem dimensionibus plures habent partes graues. ergo leuia densiora faciliùs ascendent. Scio nonnullos vt hanc raciocinationem infirment, recurrere ad plurimos halitus terrestres, aut aqueos, qui in nostro aëre versantur, quo condensati aliquid grauitatis addant, sed semper sequitur aërem nostrum qualem hic habemus non esse leuem: siue hoc proueniat ex halitibus permixtis, siue aliunde parum interest: & hoc modò præcluditur effugium.




Probatur secundo. Illud quod corpus graue extrudit sursum, etiam graue esse necesse est, sed aër talis est: ergo est grauis. mai. probatur iden dicimus aquam grauem esse, quia videmus, si corpus aliquod aquæ immergatur, illud extrudi sursum ab aqua; sed pariter ostendam pluribus experimentis, quæ hic tantum delibo, meliùs infra eadem explicaturus, cum de natantibus in humido, & liquorum æquilibriò; aërem corpus aliquod graue sursum extrudere.

Sint duo calami vitrei, quorum AB superet 33. pedes CD verò tres pedes. impleatur AB aquâ, & sic impletus ita inuertatur intra vas A plenum aqua, vt os A pateat: occlusò diligentèe orificio B descendet aqua vsque E, ita vt longitudo AE, sit triginta trium pedum circiter. si verò idem experimentum fiat in alio calamo; & pro aqua substituatur mercurius, descendet mercurius vsque ad F ita vt CF sit duorum pedum ferè cum duobus digitis, & quod mirum est aqua AE, præcisè tantum ponderat quantum mercurius CF.

Vnde quæro quis impediat, quominùs aqua AE descendat vlteriùs. scio metum vacui mihi subirò obiectum iri. sed quæro primo quis metuat. deinde non quæro causam finalem huius effectus; sed causam efficientem, qui ergo bene raciocinatus fuerit dicet eandem esse causam sustinentem mercurium CF, & aquam AE, & æque potentem, cum mercurius CF,

& aqua AE, ſint æqualis ponderis; nullam autem aliam cauſam inuenire poſſumus; niſi aërem, qui cum ſit idem circa vtrumque tubum, non mirum eſt ſi tantundem aquæ, in grauitate, quantum mercurij ſuſtineat. ex quo ſequitur cylindrum aëris, protenſum ad eam altitudinem; ad quam aër in terram grauitat, & eiuſdē craſſitiei, ſeu diametri cum calamo, in quo aqua, aut mercurius continetur, eiuſdem eſſe grauitatis cum duobus pedibus mercurij & cum triginta tribus pedibus aquæ. hanc rationem qui benè perpenderit, facilè inducetur, vt credat aërem grauem eſſe. nam, aliam rationem huius ſuſtentationis mercurij ad duos pedes, aut aquæ ad triginta tres non inueniet; ſi enim quis dicat grauitatem mercurij talem eſſe, vt cum deorſum ferat quantum fieri poteſt modò non detur vacuum, ideoque excerni ex mercurio halitus omnes qui aduci poſſunt, & qui replent ſuperiorem tubi partem, dum verò ampliùs excerni non poſſunt huiuſmodi halitus; ob metum vacui ſuſtentari mercurium. primò oſtendo recurrendum ad aliuqid aliud. nam proportio ſuſtentationis ſecundùm eam rationem ſequi deberet proportionem halituum in corpore exiſtentium, ſed non ſequitur proportionem halituum, ſed potiùs grauitatem præcisè. ita vt quia mercurius decies ſexties denſior eſt aqua, ad decies ſexties circiter minorem altitudinem ſuſtentetur.

Pt. 2. ſit arundo vitrea præcisè duorum pedum cum duobus digitis, mercurius omninò non deſcendet; quæro autem quare non excernantur halitus ex duobus pedibus mercurij. deinde iſti halitus qui excerni poſſent vltra certam menſu- educi. verbi gratia pluſquàm tertiam partem, ſed ſi tubus ſit 4. pedum excernentur ad mediam partem, ſi 6. pedum ad duas tertias, & in quacumque altitudine ſit tubus plenus mercurio, mercurius ſibi relictus, deſcendet ſemper non ſecundum proportionem, ſed ſuſtentabuntur præciſe duo pedes mercurij. Item inclinatô tubô mercurius eandem altitudinem obtinebit, quæ omnia indicant dari corpus extrinſecum, grauitate ſuâ mercurium ſuſtentans, ad eandem ſemper altitudinem.

Addunt nonnulli aliam experientiam quem mihi adhuc ſumere non licuit. nempe quod ſi experimentum mercurij aut aquæ quale ſupra deſcripſimus fiat in ima valle, & in montis vertice, ad maiorem altitudinem ſuſtentabitur mercurius in ima valle, quam in montis cacumine, eò quod in ima valle, maior aëris copia incumbat, in cacumine verò montis minor ſit.

Scio nonnullos recurrere ad aëris temperamentum, nempe quod ſit defæcatior aër, aut frigidior in locis eleuatioribus. ſed hæc ſolutio non eſt ſolida. nam in diuerſis anni temporibus, frigidis aut, calidioribus, ſiccis aut humidioribus ſi in eodem loco fiat experimentum propoſitum, ad eandem ſemper altitudinem, mercurius ſuſtentabitur. fateor quidem factô experimentô, & mercuriô ſemel ſuam altitudinem debitam obtinente, ſi tubi pars ſuperior in qua ſolus halitus continetur calefiat, aut frigefiat, mercurium deſcenſurum aut aſcenſurum, nego tamen ſi in duobus locis inæqualiter temperatis fiat experientia, diuerſitatem aliquam notatum iri.

Adderem alias rationes vt eandem aſſertionem ſtabilitem quâ vnicam tantum potentiam motricem elementorum omnium adſtruo, & quam potiùs ad centrum tendere, quam à centro ſurſum impellere affirmo. eò quòd centrum ſit vnicum punctum, & determinatum, circumferentia infinitis conſtet punctis, ſatiùs autem eſt, vt quod determinatum eſt, habeat rationem termini, ad quem, quam quod eſt indeterminatum; ſi enim corpus leue, ſtatueretur in centro grauium quæro ad quam circumferentiæ partem ſe conferret, hæc autem ambiguitas & indeterminatio tollitur omninò ſi omnia ad centrum vnicum confluant.

Addo conuenientias nonnullas. ideo Elementis virtus motrix indita eſt, vt vnum totale corpus componant; ſed ſi detur leuitas ſimul cum grauitate, periculum erit ne inter elementa leuia, & grauia aliquid vacui intercedat. cum enim calore elementa rareſiant, frigore condenſentur; fieri poterit aliquando vt occupent minus ſpatium nec repleant totum illud quod ipſis connaturaliter aſſignatum eſt; in tali autem caſu ſi levia ſurſum; grauia deorſum ferantur; inter globum terraqueum, & aërem admitti poterit vacuitas; igitur vt inter ſe connectantur elementa; debuit vnica admitti potentia motrix ad centrum terræ determinata.

Secundò vnica tantum grauitas, cum materia, aut ſaltem cum quantitate identificata admittenda erit; nec opus levitate & gravitatè diſtincta, multò minùs neceſſarium erit, ex mutatione temperamenti, aut extenſionis; mutationem aliquam in grauitate abſolutâ admittere, & quærere, cauſam gravitatis productivam quæ difficillime invenitur. Sola mutatio erit in gravitate reſpectiva, quæ coaleſcit ex gravitate abſolutâ immutabili, & eius extenſione, aut figurâ. Quod vt meliùs intelligatur appono comparationem ſatis facilem. Sit in vna lance corpus grave pendens duas libras. in altera verò corpus pendens vnam tantum libram. Primum gravius erit ſecundo, illudque ſuperabit & attollet. pro corpore vnius libræ ſubſtituatur corpus pendens tres libras. Iam corpus duarum librarum fiet illô levius, nec illud ſuperare poterit, eò quòd non poſſit elevare tres libras. Idem fit virtualiter ex mutatione extenſionis. Corpus quod liberè in aëre, aqua, aut quocumque medio deſcendit, per deſcenſum elevat aliud corpus ſibi mole æquale. dum enim deorſum fertur, extrudit corpus, eiuſque locum occupat; extruſum verò deſcendentia locum ſubit. corpus ergo pendens vnam libram, poterit tantam extenſionem acquirere, vt ſit æquale quo ad molem, alteri corpori duarum trium aut quatuor librarum. in quo caſu pugnat cum tali corpore, & comparatur cum illo; ſicut ergo in bilance dum corpus vnius libræ componitur cum alio vnius item libræ, fit æquilibrium, dum verò comparatur cum duabus libris ſuperatur, & vincitur, licèt immutatam ſervet gravitatem ſuam, ita corpus grave eandem ſervans gravitatem, ex ſola mutatione extenſionis, aſcendet in eodem medio, eò quòd comparetur cum maiore, aut minore corpore.

Ex hôc deduco per modum corollarij, dum ex aquâ fit vapor, ſeu ita aqua attenuatur vt ſit levior aëre, eam attenuationem non eſſe ſolam partium diſtractionem, & in minutiſſimas partes diviſionem. nam per hanc diviſionem ſingulæ

partes

pattes non mutant grauitatem respectiuam : sed minutissima pars aquæ comparatur cum aëris minutissima parte ipsi æquali quoad mulem; quare si ante hanc diuisionem plures erant partes materiæ, & quantitatis, & consequenter grauitatis in aquâ, quàm in aëre, ipsi æquali quo ad molem : etiam, minutissima pars aquæ plures continebit partes materiæ & quantitatis, quam pars aëris sibi in mole æqualis. admittenda igitur est vel extensio proprie dicta vel connexio partium aquæ, cum alio corpore multum rariori quam sit aër, ita vt aggregatum ex duobus, ex paucioribus partibus materiæ coalescat, quam moles æqualis aëris.

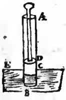
Quæ omnia intelligenda sunt de ascensu minutissimarū aquę partium, non verò de descensu. nam scobes etiam aurea tardè admodum in aquâ descendit, eò quòd magnam habeat superficiem, & maiurem proportionaliter quam globus maior eiusdem materiæ. soliditas enim corporum similium erescit in duplicatâ ratione superficierum. sed de hoc, vltimo principio dicam inferiùs suo loco. cum de descensu, & acceleratione grauium.

## DIGRESSIO VI.

### Physica.

*Quæcumque metu vacui accidere dicuntur, solam grauitatem, vt causam agnoscunt.*

Mira sunt quæ motu vacui accidere dicuntur. ita vt à nonnullis corpora quæcumque grauissima licèt, de suo iure decedant, dum agitur de bono publico, neglectâque ad locum inferiorem propensione, motum etiam leuium affectent, vt naturæ laboranti succurrant, quæ quidem omnia oratorias rationes continent & morales, physicas verò non item. non potui enim vnquam in animum inducere, quis elementa moneret, esse periculum, ne vacuum introducatur in naturâ; vt contra impetum naturalem, alium sibi non connaturalem, immò & contrarium producant. non vidi vnquam vt propter bonum vniuersi, frigus ab igne producatur, aut calor à glacie, & aquâ. Exigentia enim boni vniuersalis nullam affert agentibus vim actiuam, si ex sua natura tali virtute careant. quod à pari satis demonstro, licèt enim bonum vniuersi exigat astra moueri; nolunt tamen ab astris talem motum procedere, eò quòd tanta regularitas potentiam rationalem sapiat: cum ergo motus sursum in elementis non contineatur, non video quomodo metus vacui talem ipsis virtutem conferat.




Hanc rationem breuiter perstringo, eò quod talis explicandi modus iam sit exolesus, cum infinitis repugnet experientijs. vnicum aut alterum facillimū propono sit anthlia aut tubus AB cuius pars BC aquæ immergitur, sit Embolus DC, qui eleuatur, erit periculum ne inter aquam, & Embolum fiat vacuum; aqua ascendit, ostendo talem motum non produci ab aquâ. Si enim aqua, suâpte naturâ ascenderet, qui trahit Embolum non sentiret pondus aquæ, sed hoc est contra experientiam; ergo ascensus aquæ ab ipsa aquâ non producitur. si enim nihil confero ad talem motum nisi impedire prohibens, aut ponere conditionem, nempe periculū vacui. non video quod tale periculum sit ponderosum, nisi ipse traham aquam, aut aliud pondus ipsi æquale. Idem dicendum, dum lamina connectitur cum marmore, si enim marmor ne detur vacuum suâ sponte, laminam sequitur; cur sentitur tam laminæ, quam marmoris pondus. dum eleuo simpliciter corpus graue, ideo dicitur ille motus fieri à me, quia producendus est impetus superans grauitatem illius corporis, quæ omnia cum in propositis casibus accidant dicendum etiam est, talem motum non à corpore graui, sed à trahente produci.

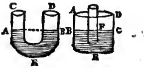
Vnde communiter deseritur ab omnibus talis modus explicandi : adstruiturq; inter omnia corpora, quæ antea contigua tantùm erant quotiescumque est periculum vacui certa vnio. quæ sententia suas etiam difficultates patitur. nam si admittatur vnio formalis, & modus à corporibus distinctus; quæram à quo producatur, an à deo solo, an a corporibus ipsis, ptiùs contiguis, si à deo ad exigentiam corporum; vere istud est, nimis citò recurrere ad causam primam, quæ non videtur satis prouidisse bono vniuersi, nullam assignando causam secundam effectui ita communi, & ordinario. Si verò dicatur hæc vnio ab ipsis corporibus produci, non videtur à quo determinentur ad talem productionem, ita vt eâ conditione motûs vacui positâ, producant hanc vnionem. istæ etenim conditiones quæ non sunt applicationes agentium ex verâ & sincerâ philosophia procul ablegandæ sunt. eô etenim nomine communiter reiicitur opinio asserens relationem prædicamentalem esse modum; quòd non satis intelligi possit quomodo dealbatô apud sinas pariete, paries in Europa existens, in se similitudinis modum producat. Dicunt alij dari virtualem aliquam vnionem inter omnia corpora: sed hæc in materia physica nimis abstrusa sunt, sapiuntque metaphysicam præcisionem quare.

Dico omnes effectus qui communiter per metum vacui explicantur; ad grauitatem corporum reduci posse, referam nonnullos, ex quibus cæterorum exemplum desumetur.

Sit ergo primum experimentum, vltimò propositum de Anthlia in qua dum trahitur. Embolus aqua ascendit, quæritur à quo sursum impellatur. Resp. impelli ab aëre incumbente reliquis partibus aquæ: Quod vt Explicem Assumo tanquam sufficienter probatum, aërem grauem esse; suppono item dum duo grauia proponuntur inæqualis vt vocant grauitatis specificæ, fieri posse, vt quod minus graue est, attollat magis graue. si nempe quod minus graue est in specie compenset in sua mole, id quod ipsi deerat in sua specifica grauitate. ita videmus parum auri eleuari & superari, ab ingenti plumarum copia. cum enim vt supra explicui, ideo aurum. dicatur maioris grauitatis specificæ, quam plumæ, quia sub æqualibus dimensionibus plures continet partes, &

propterea

æquali plumarum, eam vincit, & superat; si tamen aliæ atque aliæ partes earundem plumarum addantur, fieri tandem poterit, vt superetur aurum, modò comparatio, ita instituatur, vt dum exigua auri moles ascendit, maxima plumarum copia descendat, sicut euenit dum in vna lance aurum, In alia, maxima plumarum moles imponitur.



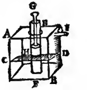

Suppono secundò quotiescumque graue quodcumque siue liquidum, siue solidum aëri libero exponitur, ideo tale graue non extrudi sursum ab aëre quia licèt ex vna parte sufficiens aëria copia illi incumbat,ad illum sursum euehendum; ex aliâ parte, tantundem aëris resistentis huic motui inuenitur; sint enim tubi communicantes AB. in quibus sit aqua vsque ad lineam AB. licèt aquæ A incumbat totus cylindrus aëris, qui grauior est aquâ, non potest tamen aquam A, ad ascensum compellere, quin aqua B ascendat, & consequenter cylindrus aëris incumbens aquæ B, pariter ascendat. licèt ergo cylindrus aëris incumbens aquæ A illâ sit grauior, non est tamen grauior aggregato ex aquâ & cylindrô aëris incumbente aquæ B. quod adhuc vt meliùs intelligatur,supponatur liquor AEB esse in specie grauior aquâ. vt verbi gratia mercuriua, si in partibus AC, BD infundatur aqua. etiamsi aqua AC tanta esset, vt grauitate, superaret grauitatem mercurij AEB, non tamen impelleret mercurium; quia aqua BD resistit. si verò auferatur aqua BD, solaque AC remaneat:impellet mercurium AEB cogetque ad ascensum, pro ratione quantitatis aquæ. Licèt autem non esset tubus incuruus, sed vas aliquod ABCD, in quo mercurius BEC; si infundatur aqua in vase ABCD, ascendet mercurius in syphone FG. quibus positis ostendo ascensum aquæ, in anthliâ superiùs descriptâ, benè referri posse ad aëris grauitatem.

Dum embolus tangit aquam immediatè, mediante embolô, aër grauitat in aquam CB, intra tubum contentam, dum verò eleuatur embolus, eleuatur & aër, impediturque eius grauitatio in aquam tubo contentam; interea verò aër aquæ extrinsecæ incumbit: ergo si maior fit grauitas absoluta totius cylindri incumbentis, quam grauitas aquæ debebit aqua in tubo ascendere; donec fit in æquilibrio cum aëre: ascendit autem ad trigesimum tertium pedem, & non ampliùs, quia triginta tres pedes aëris, æquales sunt in grauitate aëri in terras grauitanti. Quod si locô aquæ substituatur mercurius ascendet mercurius ad duos pedes cum duobus digitis. duo autem pedes mercurij cum duobus digitis, æquilibres sunt triginta tribus aquæ. & consequenter aëri.

Neque facere debet difficultatem, quod cylindrus aëris incumbens toti aquæ, maior sit cylindro anthliæ, ostendemus enim cum de natantibus in humido, hoc nihil facere ad difficultatem, & aquam contentam in cylindro maiori esse in æquilibrio, cum aqua in minori tubo contentâ, eò quòd aqua minoris tubi sit in maiori motu,aqua maioris,in minori reciprocè.

Eâdem methodô facilè soluentur quam plurimæ aliæ experientiæ, in quibus, attrahere videmur corpora liquida aut aërem; non concipio autem huiusmodi attractiones, nisi admittatur aliqua inter corpora vnio, quam cum supra reiecerim, vt nimis metaphysicam in materiâ physicâ,& sensibili:ad aliud principium recurrendum est nempe ad aëris grauitantis impulsum.dū enim calamô aquam exsugimus,calamum ori admouemus sitque continuus cum pulmonibus, expandimus pulmones, & aërem externum remouemus qui pulmones comprimebat, tunc aër externus grauitate sua aquam impellit, & cogit ascendere in pulmones aut stomachum. Idem proportionaliter dicendum de follibus qui dum aperiuntur aërem externum attollunt, tunc vnus aër alium vi grauitatis impellit in follium cauitatem.

Hic modus explicandi motus omnes,qui metu vacui fieri dicuntur,iam dudum mihi propositus fuerat, à quo cum alienus essem, vt pote quem nondum intellexeram, varias excogitaui difficultates, quarum cum solutiones quærerem, denique manus dedi remque ita se habere in animum induxi.




Prima difficultas quæ occurrit fuit hæc,nempe si impediretur aëris grauitatio in aquam BE figuræ antepenultimæ non tamen desineret aqua ascendere. negata fuit mihi hæc propositio.quam vt comprobarem ad experientiam recurrendum fuit. confecimus ergo vas æneum AB, vndique clausum, è cuius medio erumpebat anthlia FE attractiua vt vocant. tertia pars vasis nempe CB aqua impleta est, reliquas duas AD, occupabat aër; Insertôque embolo EH, vt omnia essent in statu connaturali aperui claniculam I;rursusque clausi. eduxi embolum & aqua sequebatur. ita vt aliquam copiam aquæ hauserim, ita tamen breui aucta est difficultas hauriendi, vt non sine maximo conatu, adhibitisque omnibus viribus id potuerim. ex quo experimento ita argumentabar.

Si eductô embolô aqua solummodo sequitur, eò quòd impediatur aër grauitare supra aquam in anthliâ contentam, qui grauitet tamen in reliquam aquam, sequeretur in prædicto experimento aquam non ascensuram post embolum, sed hoc est contra experientiam, ergo ille modus subsistere non potest. maior facilè patet, tunc aqua ascendere non debet, quando ab aëre non impellitur ad ascensum; sed in nostro casu, aër externus non potest grauitare in aquam cum impediatur à lateribus vasis; igitur aqua ascendere non debet.

Potabam

Putabam aliàs hâc machinâ ruere penitùs corporum æquilibrium, ideoque recurrendum esse ad aliud principium, vt motum grauium sursum instante vacuô explicare possemus. immò ex ipsis experimenti circumstantiis, rem confectam esse arbitrabar. Quærebam enim vnde tanta educendi embolum difficultas, nisi quòd connecteretur embolus cum aquâ, aqua cum aëre intra machinam inclusô, qui dilatatus quantùm dilatari poterat, vlteriori dilatationi resisteret.

Re tamen diligentiùs perpensâ subiit cogitatio aërem in quô versamur ab incumbente desuper alio aëre comprimi, atque adeò multò minus occupare spatium, quam eius natura exigat, quod facile suaderi potest, eò quòd aër nullô fere negotiô, aut in angustias compingatur, aut ad maius spatium se extendat. ita experimur posse in vas aliquod intrudi vigecuplò plùs aëris, quàm capax sit si nempe vi aliquâ introducatur. ponamus ergo aërem nimis coarctatum esse, certum est quod vbi desinet ita compingi, se ad statum naturalem reducet, & vi quam elasticam vocant ad maiorem locum se extendet. dum ergo in machina nostra, aër includitur cum aquâ; omnia sunt in eo statu quem communiter habent, atque adeò aër inclusus coarctatus est, ita vt alius aër incumbens embolu, impediat quominus aër machinæ se dilatet, ad maius spatium occupandum; suntque vt ita dicam in æquilibrio vis eius elastica, cum grauitate aëris incumbentis. vbi verò attollitur embolus, attollitur & aër incumbens daturque locus aëri incluso, vt se amplificet, qui consequenter aquam impellit ad ascensum, immò etiam adiuuat eductionem emboli, ita vt vix sentiatur aëris incumbentis grauitas. quæ enim sunt in æquilibrio facile mouentur, ita vt quantumcumque vna pars adiuuetur, penes eam sit victoria; sed vis elastica aëris inclusi supponebatur in æquilibrio, cum aëris incumbentis grauitate: igitur si vel tantillulum adiuuetur vis elastica, attolletur embolus, cum aëre desuper incumbente. vbi verò amplificatus fuerit aër, & ad statum suum connaturalem propiùs accesserit, vis eius elastica languescet, secundum regulam communem elatrum, qui potentiùs adducti, in principio vehementiùs, agunt, in fine verò sunt languidiores, & consequenter aër inclusus non adiuuabit eductionem emboli, aut aëris incumbentis eleuationem. ideóque sentitur totum emboli, & aëris pondus; quare tota resistentia æqualis est grauitati triginta trium pedum aquæ, aut duorum mercurij cum dimidio. nec potest esse maior.

Circumstantiæ autem experimenti tales sunt, si liber dimittatur embolus magna vi descēdet vsq; ad antliæ fundum, quæritur autem causa tàm vehementis descensus. communis explicandi modus eum tribuit virtuti attractiuæ aëris, cum enim aër nimium dilatatus fuerit, vt impediret vacuum, repleretque spatium ab aquâ relictum, vbi cessat vis extrinseca, se ad statum consuetum reducit, trahitque aquam, & aqua embolum. pariter si aperiatur epistomium aër inclusus se ad consuetum statum reducendo, aërem externum exuget, & attrahet, ita communiter philosophantur. hic tamen explicandi modus meô iudiciô difficilis est, non enim video si inter vtrumq; aërem nulla sit vnio, vt nulla inesse potest, quomodo fieri possit, vt se inuicem attrahant. tales autem vniones ex periculo vacui procreatas, vt difficiles supra sufficienter reieci.

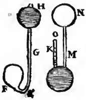
Quare vt hos motus ad aëris grauitatē referamus, dico dū dimittitur embolos, aër desuper incūbens in eum grauitat, & deorsum impellit, aër verò inclusus cum multum sit dilatatus, atque adeò capax compressionis, non potest illis resistere, & consequenter cedit, & in angustiorem locum se coarctat. pariter dum epistomij clauicula aperitur, aër externus in vas se præcipitat, aëre inclusô non resistente, eò quòd nimis sit dilatatus atque adeò non sufficienter resistat pressioni.




Non dissimili ratione alias quam plurimas experientias explicabis. verbi gratiâ thermometri, in quo aqua vt ita dicam exugitur & ad maiorem aut minorem altitudinem ascendit. sit enim vitrea ampulla longiori collo instructa, quæ sit aëre plena, calefiat tota ampulla, deinde orificium immittatur in aquam, dum frigesciet aër, aqua exsugetur & ascendet, vsque ad B, aut D. totamque replebit capacitatem D B C, addo. quòd si calefiat aër DA, descendet aqua vsque ad B, aut E, ita vel leuissima caloris, aut frigoris mutatio ex aquæ ascensu, aut descensu dignoscetur. quæritur quomodo aqua possit ascendere, nisi ab aëre condensato exugatur. Ad solutionem huius, quæstionis suppono aërem calore rarefieri, & frigore condensari, seu modo maiorem modò minorem locum occupare, quomodocumque autem expliceitur hæc rarefactio, aut condensensatio, parum refert ad præsens institutum. suppono item eandem aëris copiam, calefactam difficiliùs, ad minus spatium coarctari posse, quàm dum frigefit, cum enim calore connaturaliter rarefiat, vis maior requiritur ad superandam tum ipsius caloris, tum aëris resistentiam, quàm si vincenda esset solius aëris resistentia.

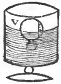
Ideóque dum calefit aër inclusus in toto thermometro ABC, aër externus grauitate suâ non potest eum ita coarctare, ac si frigidus esset; vnde rarefit, atque adeò parum aëris inuenitur in toto thermometro, dum verò immergitur orificium C in aquam, & incipit frigefieri aër inclusus; non tàm resistit compressioni, quare incipit aër extrinsecus grauitatione suâ, aquam impellere in thermometrum, & aërem inclusum coarctare quantùm potest, & tamdiu aqua ascendit, quamdiu resistentia aëris inclusi non est in æquilibrio cum aëris extrinseci grauitatione. quia verò frigus etiam constringit aërem, adhuc in minorem locum compingitur quotiescumque maius est frigus. ideoque ascensus aquæ maius frigus indicat, descensus calorem significat. Ex hoc principio varia fluxerunt

thermometrorum species prima est communis, in qua aqua ascendir dum frigus aërem AB constringit,descendit vero dum calore dilatatur.




Secunda species FGH, aqua FG, aër GH, in ea specie aqua descendir frigore, calore ascendit in eodem principio.

Tertis species erit KMN, aqua KM, calore aqua descender ex M, & ascendet ex K, in O, cum enim aër inclusus MN vi caloris ad maius spatium se extendat, aquam propulsabit ex M, quæ ex alia parte cogetur ascendere, ex K in O. frigore contrarium accidet.






Ex eo ascensu aut descensu in tubo KO, possunt multa fieri, quæ nitentur eodem principio, vt si quis circulum, in gradus noratum habeat eum indice PQ & trochleolâ T, cui circumducatur filum intra tubum sit globulus ligneus aquæ innatans, cui opponatur alius globus S minus grauis, pront ascender aut descendet aqua, index rotabitur, variosque indicabir gradus.

Globulus item vitreus inferiori parte apertus semiplenus aëre, ingruente frigore magis mergetur; aëre se ad minus spatium colligente, alia multa in hunc modum excogitari possunt quæ eôdem nituntur principiô.



Ad idem principium reuocari possunt medicorum cucurbitulæ, quæ hôc modô applicantur, calefit aër inclusus, quantum fieri potest; deinde carni applicantur firmiter; ita vt aëri externô nullus circa cucurbitulæ labra pateat aditus; tum frigefit cucurbitula vel infusâ frigidâ, vel applicatione pannorum madidorum, tunc autem caro eleuatur intra cucurbitulam, & sæpè etiam ossa, si quæ sint luxata, si incidatur caro sanguis multus exilit. quæ omnia metu vacui communiter explicantur. contendo autem hunc etiam effectum facilè grauitati aëris tribui posse, quod vt intelligatur.

Suppono intra corpus humanum multum inesse aërem, multos item spiritus, qui maiorem locum obtinerent, nisi pelle, & carne continerentur, & pellis non coarctaretur aëre ambiente, per grauitatem comprimente: hæc autem compressio quia continua est, & à re æquabiliter fusâ nullô modô sentitur; immò connaturalis est animalibus quorum pellis, halitus inclusos non contineret nisi vndique molliter ab aëre ambiretur. quod explico comparatione satis facili. certum est dum nauigia sunt, benè onusta, si accidat vt recedente æstu, in sicco destituantur subsidunt, soluiturque sæpè tota nauigij compages, quæ fluctuante nauigio benè cohærebat. cum enim vndique ambiebatur aquis, vndique etiam, & æqualiter sustentabatur; dum verò recedit mare illæ partes, quæ arenæ insistunt, rationem habent hypomoclij, cæteræ verò quæ longiùs, ab illis distant, maximam vim habent ad distringendum totum nauigium. Idem proportione quadam in nostro negotio dicendum est. vndique pellis animalium continetur ab aëre ambiente, eamque coarctante quæ à spiritu interno, aut aëre incluso maiorem affectante extensionem disrumperetur, nisi hôc modô vndique comprimeretur, immo ex eo contrario connisu maiorem contrahit duritiem & firmitatem quàm haberet. dum ergo cucurbitula in quâ est parum aëris, vt pote rarefacti per calorem; applicatur carni, & frigefit aër inclusus, faciliùs coarctari potest quam antea; antea autem erat eius resistentia in æquilibrio, cum aëre extrinsecùs grauitante; & aër grauitans cum vi quasi extensiuâ spirituum. cum ergo aër inclusus intra cucurbitulam, vt dixi frigefactus, faciliùs comprimatur, iam non est in æquilibrio, cum spiritibus intra corpus inclusis, & maiorem extensionem affectantibus, quare spiritus isti extenduntur, seu dilatantur; & pellem intra cucurbitulam impellunt, immò cum grauia liquida, aut spirabilia, in omnem partem grauitent, aër externus in spiritus, & per eos in cucurbitulam grauitat, pellemque impellit; quia verò sæpe pelli connexa sunt ossa, ea attolluntur si quæ luxata sunt, & in locum proprium restituuntur. vnde nullam metu vacui vim attractiuam in corporibus admittere cogimur; sed tantum vim impulsiuam ortam, aut à grauitate, aut à vi elastica corporum, quâ ad maiorem locum occupandum se extendunt.

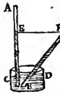
## DIGRESSIO VII.

### Physica.

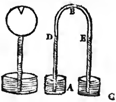
*De celebri experientia mercurij quâ nonnulli vacuum in naturâ adstruere voluerunt.*

Celebris est experientia, de quâ ob varias circumstantias libri integri conscribi possent, vnde iure meritò digressionem integram sibi vendicat; non omnes referam, sed tantùm præcipuas, afferamque principia, ex quibus cæteræ facilè explicentur.

Sit




1. Sit ergo ſiſtula ſeu calamus vitreus, vnâ ſui parte hermeticè obturatus, euius longitudo ſit maior duobus pedibus cum dimidio. craſſities quælibet. impleatur argentô viuô, cum obturetur digitô, aut quouis aliô modô. os ſeu foramen per quod impletus eſt mercuriô. inuertatur arundo A B ſic clauſa, intra vas aliquod etiam mercurio plenum, aperiaturque orificium eius mercurius ex arundine deſluet in vas illud, non tamen totus; ſed permanebit arundo plena mercurio ad altitudinem BE, ita vt à lineâ CD quæ eſt ſuperficies mercurij in vaſe contenti, vſque ad E, ſint duo pedes cum tribus digitis, & quod mirabile eſt, ſiue longior ſit arundo, ſiue breuior ſiue craſſior, ſiue exilior; ſiue vniformis craſſitiei, ſiue difformis, ſiue in ſummitata habeat ampullam adiectam ſiue non, eadem ſemper manet mercurij altitudo.




2. Si inclinetur arundo vt in F, mercurius ad eandem ſemper altitudinem horizontalem ſuſtentatur; hoc eſt in arundine inclinata BF mercurius totam implet capacitatem BF, quòd ſi vlteriùs inclinaretur mercurius totam, arundinem impleret.

3. Si calefiat arundinis pars EA, adhuc magis deſcendet mercurius: ſi verò frigefiat ad maiorem altitudinem attolletur.

4. Si tubus vitreus fuerit capitatus, & intra includatur veſica benè complicata, dum fiet experimentum more conſuetô, veſica dilatabitur & quæ priùs vacua, ſeu corrugata videbatur, implebitur, & tenſa apparebit ſeu inflabitur. ſi calefiat ampulla vitrea, & deſcendet mercurius & veſica minus tenſa & minus plena erit. ſi inclinetur arundo, & aſcendet mercurius, & detumeſcet veſica. ſi verò veſica inflata intra tubum capitatum includatur, factô vt priùs experimentô mercurij, dum deſcendet mercurius diſrumpetur veſica.

5. Si arundo adiectam habeat ampullam vitream in ſummitate apertam, foramini autem circumligetur veſica. ſi tam ampulla, quàm veſica mercurio impleatur, fiatque experimentum, veſica quæ priùs ſupra ampullam eminebat magna vi intra ampullam præcipitabitur.



Si verò veſicam filo educas extra ampullam aſcendet mercurius; dum remittes filum, deſcendet. pariter ſi ex ampulla, quæ videtur vacua arthlitâ bene compoſita, corpus illud quod ibi relinquitur educas aſcendet vlteriùs mercurius.

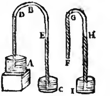
6. Si intra caput, ſeu ampullam arundini adiectam includatur animal fiatque experimentum, modô conſuetô, morietur breui videbiturque intumeſcere.

7. Si ſenſim extrahatur arundo ex vaſe inferiori, vbi os inferius ex mercurio, cui immerſum eſt eductum fuerit, & aërem tetigerit mercurius intra illam incluſus magna vi, in ſublime fertur, ita vt ſæpè ſuperiorem tubi partem effringat. & nonnunquam ad 6. aut 7. pedes ſupra tubum eiaculetur præcipuè ſi longior fuerit tubus.

8. Si ſit vtrinque perforatus tubus, & ſuperius orificium digitô obturetur, dum fiet experimentum, & mercurius deſcendet; attrahi ſentietur pellis digiti intra arundinem, etiam cum aliquo doloris ſenſu modò arundo duos digitos cum dimidio multum ſuperet.

Si verò talem menſuram non excederet, tantum abeſt vt digitus attrahatur, quin immo expelletur.

9. Si intra ampullam arundini adiectam includatur campanula inſtructa malleo ferreo, & lapis magneticus adhibeatur; attrahetur malleus ferreus, & ſublatô magnete, in campanulam incidet ſonumque producet.




10. Factô experimentô, in arundine duos pedes cum dimidio, ſuperante ſi vbi deſluxerit mercurius digitô claudatur orificium inferius, inuertaturq; arundo, ita vt mercurio inferiorem partem reperêre pars vacua digitum attingat, ſentietur vt priùs attractio digiti intra arundinẽ cum dolore.

11. Tubi incurui, & mercurio pleni, ſi vtrumque orificium, in vas item plenum mercurio demittatur, & vtrumque eius duos pedes cum dimidio ſuperet, in vtroque mercurius aſcẽdet ad altitudinem conſuetam, ſi alterutrum, fuerit minus duobus pedibus, nihil effluet ex mercurio, ſed totus tubus plenus remanebit.

12. In tubo FGHI incuruo, vnô extremô F, obturatô; ſi fiat experimentum, pars FG plena erit reliqua fient more conſuetô.

13. Si ſupra argentum viuum, vaſe inferiori contentum; multam aquam infuderis: aſcendet mercurius, in tubo, ſecundum rationem grauitatis mercurij ad grauitatem aquæ. hoc eſt ſi 16, digitos aquæ infuderis; hydrargyrum vnô digitô attolletur.

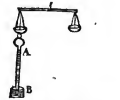
14. Idem experimentum factum fuit in aqua à R.P. Franc. Delachaiſe in huiuſmodi experimẽtis phyſicis exercitatiſſimo, erat autem tubus 36. pedum, ſecundum parietis altitudinem erectus, plenus aqua, vbi orificium intra aliam aquam immerſum apertum fuit deſluxit multa aqua

ex tubo, mansitque tantum ad altitudinem pedum 35. circiter. & quod mirum est 35. pedes aquæ, æquales sunt in grauitate, pedibus duobus $\frac{1}{4}$ argenti viui.

15. Roberuallius asserit sumptum à se tale experimentum, in duobus tubis, quorum longitudo pedes quadraginta æquabat, vnus quidem impletus est aquâ, alius vino: vinum autem ad paulò maiorem altitudinem sustentatum est, secundum proportionem grauitatis vini, ad grauitatem aquæ reciprocè. ita vt possit inferri in omnibus liquoribus idem euenturum.

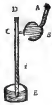
Torricellius putatur primus, hoc experimentum fecisse.tùm Paschalis filius, de hoc scripsere Valerianus magnus, Stephanus, Natalis, Cazatus, Gassendus, Pequetus, Poyrius.

16. Si fiat experimentum in lance bilancis, hoc est lanx vna impleatur hydargyro, in quem demittatur tubus mercurio plenus, si postquam descenderit mercurius, & ad consuetam altitudinem fuerit sustentatus; si inquam tubus lanci innitatur, tangatque fundum, & ponantur pondera in alia lance; ita vt fiat æquilibrium. deinde ita teneatur tubus vt lancem non tangat, eius tamen orificium mercurio fit immersum, ex alia lance pondera auferenda erunt. quæ si seponantur inuenientur æqualia, aggregato ex tubo, & mercurio in eo contento.




Sit tubus capitatus, in culus summitate circumligetur frustulum suillæ vesicæ. quod frustulum annectatur lanei bilancis, impletóque tubô fiat experimentum more consuetô. vesica debeter, intra caput tubi præcipitari, quod facile impediri poterit, adiectis in aduersa lance ponderibus. fiat igitur æquilibrium, ita vt detractô, vel minimo pondere præcipitanda esset vesica. si supponas digitum tubo, supponasque mercurium in eo contentum, inuenies illud æquiponderare cum ponderibus in aduersâ lance positis.

18. Pascalius filius in Aluernis prope Claromontium, Experimentum commune hydrargyri fecit ad ad radices altissimi montis dicti (*le puits de dousme*,) inuenitque hydrargyrum attolli supra superficiem stagnantis in vase hydrargyri, digitos 26. & 4. lineas secundùm mensuram illius regionis, tùm conscensâ montis parte, ad altitudinem perpendicularem 150. exapedatum, altitudo mercurij intra tubum fuit digitorum 25. & superatô montis vertice, ad quingentas exapedas, mercurius hæsit ad altitudinem viginti trium digitorum, & duarum linearum: quare eius altitudo imminuta est tribus digitis, & duabus lineis.




19. Sit tubus inflexus ABC cum adiectâ ampullâ, qualem figura exhibet in quo fiat experimentum commune, nempe tam tubus quam ampulla hydrargyro impleatur, obturatóque orificio D, demittatur mercurius; qui ita effluet, vt sustentetur vsque ad F more cónsueto; manebit tamen ampulla plena saltem ad altitudinem CB. quia sustentatur à fundo ampullæ. si aperiatur orificium D, ita vt admittatur aër, mercurius EF totus deflnet. in vas subiectum, & ascendet ex ampulla CB in tubum AB, secundùm altitudinem consuetam.

20. In experimento communi qualem figura prima exhibet; si postquam mercurius hæsit in statione sua E, digitô obturaueris orificium B, & arundinem inuerteris, vacuitas quæ in loco inferiori, ex inuersione tubi collocatur, viam sibi faciet per mercurium, vtque facilius illum permeet superiori parte, acuminata videbitur.

Hæc & alia multa experimenta in mercurio, aut aliis liquoribus fieri possunt, in mercurio tamen potius fiunt, eò quòd breuiores requirantur arundines, ob maximam hydrargyri grauitatem; cùm in aqua & aliis liquoribus, vt pote leuioribus longissimæ debeant esse.

Primò nonnulli hæc experimenta tanquam certum, & indubitatum argumentum adstruendi vacui attulerunt. quæ fuerunt enim quæ substantia præcipitatô mercuriô, in superiori parte subsistat; & vnde affluxerit, ostendo tamen, ibi vacui nihil esse, & hoc ea ipsismet experimentis facile euinco.

Dico primò. spatium illud quod apparenter vacuum, est post descensum mercurij, plenum esse aliquo corpore.

Pr. primò ea rarefactione, & condensatione. illud omne quod calore rarefit, & frigore condensatur corpus esse, & substantiam necesse est. sed quod est in superiori parte tubi, post præcipitatum mercurium tale est: ergo est substantia. maior videtur certissima, quod enim est incapax calotis; est etiam incapax rarefactionis à calore prouenientis; sed nihilum recipere non potest calorem, in opinione solidiori existimanté calorem esse accidens, in aliâ verò existimante calorem, esse substantiam, non videtur quomodo propter calorem rarefiat vacuitas illa. seu se extendat ad maiorem locum, multò minus, quomodo frigore condensetur, & coarctetur ad minus spatium. minor facilius patet experientiâ. nempe experimentô tertiô, si nempe calefiat pars superior arundinis, descendet mercurius, si glaciem admoueas, aut frigidam superinfundas, ascendet vltra stationem consuetam; ergo vacuitas illa & amplificatur, & coarctatur.

Probant secundò nonnulli, quod talis vacuitas sit luminis capax, nihilum autem est incapax accidentis cuiuscumque; constat autem experientiâ; tam benè eam vacuitatem esse lumini, & speciabus visibilibus peruiam, quàm aërem.

Hoc argumentum in opinione communi demonstratiuum est: non conuincit tamen eos, qui lumen substantiam esse asserunt. quare vt demonstratio

ratio in vtrâque opinione vim suam obtineat, paulò aliter detorquenda est. Illud est substantia in quo lumen, reliquaque visibilia accidentia, eadem circiter refractionem patiuntur, quàm in aëre, sed in vacuitate apparenti arundinis, res ita se habet; ergo in eâ admitti, debet aliqua substantia. Sit enim tubos capitatus, si post mercurij descensum, trans eius ampullam respicias, deprehendes obiecta eôdem modô videri, ac trans aliam quamcumque ampullam aëre plenam.

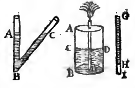
Probant Tertiò. nonnulli. Experimentô nonô. nempè quod per illam vacuitatem, tam virtus magnetica, quàm sonus propagetur vtrumque autem accidens esse existimant. sed hæc ratio modicam vim obtinebit; si virtutem magneticam, in spirituum effluuio colloces, cam tam facilè, immò faciliùs spiritus isti in vacuo effluent, quàm in aëre. de sono verò non erit difficilis solutio, si dicatur percussione mallei vibrari campanulam, eiusque vibrationes ampullæ vitreæ, cui firmiter adhæret communicari, & consequēter aëri extrinsecu, vsque ad aures. quæ responsio verisimilitudinem aliquam præ se fert, si campanula firmiter adhæreat ampullæ, si vero filo tenui ea ea dependeat, infringentur vibrationes, nec ampullæ poterunt communicari. nescio an sumptum sit eô modô experimentum: ego quidem non sumpsi.

Probatur igitur Quartò. si pars superior tubi vacua esset, dum occlusô inferiori orificiô invertitur arundo, deberet mercurius subitò descendere & vacuitatem illam implere, relicta in alio extremo, simili vacuitate, sed constat experientiâ vacuitatem illam nonnihil resistere, & in tubis exilioribus mercurium sustentare, vt experimentô decimô nonô ostendimus: ergo vere inest aliqua substantia, quæ dum trans mercurium ascendit acuminatur, figuramque induit diuisioni accommodatissimam Eôdem enim modô ascendit istud corpus, trans mercurium, quô ascenderet oleum, aut alius quicumque liquor si admisceretur, aut infra mercurium loueniretur.

Quæres vnde effluat illa substantia, an per poros vitri, an aliunde, non per poros vitri, si enim vel aër, vel quæcumque alia substantia, in aëre delitescens, & cum eo permixta poros vitri peruadere posset; mercurius ad eam altitudinem consistere non posset; sed sensim intromitteretur talis substantia, & ab aëre grauitante vndique introduceretur; vnde sensim mercurius descenderet. quare respondendum puto, in omnibus præsertim fluidis plurimum aëris intercipi, & adhærescere; dum enim in minutissimas partes dissectus intercipitur, iis vinculis non ita facile se expedire potest quod probatur pluribus experimentis. primò quidem dissolutione corporum, per aquas stygias, multus enim cernitur aër, & spiritus erumpere. Immò in ipsâ aquâ multus aër intricatur, & implicatur, qui dum magnâ vi, aqua elliditur, separatur: hoc experimur in machinâ hydraulicâ, in his regionibus vsitatissimâ, de qua suô locô vberiùs, in ea dum magnâ vi ex alto præcipitatur aqua, aër exilit, magnô conatu, nostrisque fornacibus, fine follibus ventum subministrat. Quod multò magis verum est de mercurio, qui licèt grauissimus, maximè tamen volatilis est, ita vt dum ab artificibus simpliciter tractatur, aurô facilè adhæreat. asserunt item qui mercurium venalem in suis officinis asseruant, quantacûmque vtantur diligentiâ, In singulos annos illum vigesimâ aut vigesimâ quinta sui parte decrescere. Item dum eôdem hydrargyro sæpiùs experimenta superiùs notata iterantur, non tam descendit mercurius. cum enim non sit tanta spirituum copia, qui licèt, ad maius spatium se extendant in illâ vacuitate, non sunt tamen in statu naturali; atque adeò adhuc resistunt compressioni quam ab aëre eleuante aut sustinente mercurium patiuntur; cum igitur minor sit spirituum copia, non tam resistunt illi eleuationi mercurij, atque adeò ad maiorem ascendit altitudinem.

Denique post iteratum sæpiùs experimentum: mercurius multò fit deterior suasque amittit perfectiones, vt mobilitatem, splendorem, & alias.

Restant tamen nonnullæ difficultates soluendæ. Prima sit hæc. si in illa vacuitate, inueniretur aliqua sobstantia, dum ita inclinatur arundo vt eius summitas, horizontalem lineam attingat non deberet mercurius totam arundinis vacuitatem occupare; sed mercurius eam vacuitatem occupat, vt priùs occupabat, igitur nulla ibi substantia inuenitur. sequela maioris ita probatur duo corpora compenetrari non possunt, sed si mercurius occupat vacuitatem, iam alia substantia occupatam, dabitur penetratio. igitur nihil erat in illa vacuitate; si enim ante inclinationem arundinis, superior eius pars occupabatur spiritibus mercurij, quid fit de illis spiritibus dum inclinatur arundo, si permiscentur cum reliqua mercurij substantia quærendum restat quare misceantur, & cur si mercurio in sua statione consistente claudatur ostiolum inferius, ampliùs non permisceantur isti spiritus; etiam si arundo inuertatur, sed maneant semper separati, & mercurium peruadant; vt locum superiorem petant.




Respondeo antequam mercurius in tubum infunderetur; istos spiritus ab ambiente vndiquè aëre, & grauitante comprimi, & intra poros mercurij coarctari, licet natura sua maius spatium, occupare possent; dum autem infusus mercurius inuersa arundine descendit, deseritque partes superiores, isti spiritus liberum nacti spatium, in quô se dilatare possint, per vim quam vocant elasticam; nempe per virtutem quâ se ad extensionem connaturalem extendere possunt, deserunt poros mercurij; saltem aliqua eorum pars exilit totamque illam apparentem vacuitatem occupat, ibique subsistit quamdiu cessabit illa via extrinseca aëris grauitantis eos rursum in angustum cogentis, dum inclinatur arundo, grauitas aëris potest mercurium pellere vsque ad partes superiores arundinis; ostendemus enim in hydraulicis, duos cylindros perpendicularem & inclinatum eiusdem altitudinis esse in æquilibrio, hoc est tantam vim

requiri ad eleuandam aquam ex B in A, ſecundum lineam perpendicularem, ac ex B in C ſecundum lineam inclinatam. ſufficiat modò ad id probandum experientia communis, quæ oſtendit duobus in tubis AB, BC communicantibus aquam in vtroque ad eandem lineam aſcendere. ex quo concludo cylindrum aqueum AB, eſſe in æquilibrio cum cylindro aqueo BC, idem dico de cylindro mercurij, ideoque ſi aër grauitans poteſt ſuſtinere mercurium ad altitudinem AB, idem aër poterit illum impellere ad altitudinem BC. igitur Inclinatâ arundine, aër grauitate impellit hydrargyrum ad ſummitatem tubi; atque adeò ſpiritus ibi contentos coarcet; & in angustum cogit, ſeu in poros mercurij dum verò in ſecundo caſu clausô inferiori oſtio ô inuertitur arundo; ſpiritus non coarctantur; cum impediatur aëris grauitatio; clausô ſcilicet oſtiolo, quare dum mercurius deſcendit occupatq; locum iſtorum ſpirituum, deſerit ſuperiores tubi partes quas occupare poſſunt iſti ſpiritus. & fit tantum locorum permutatio. cû in primo caſu plus mercurij introducatur in tubum inclinatum: eò quod vt dial multum mercurij in cylindro perpendiculari ſit in æquilibrio cum minori eiuſdẽ mercurij copiâ in cylindro inclinato & conſequenter non maior requiratur virtus, ad vnum, quàm ad aliud.

Vrgebis dum occlusô inferiori oſtiolô, inuertitur tubus; totus mercurius grauitat in iſtos ſpiritus, ſed mercurius intra tubum contentus, erat in æquilibrio cum aëre grauitante; ergo aliquid quod eſt in æquilibrio cum aëre grauitante incumbit iſtis ſpiritibus; igitur tam coarctari debent, & comprimi, & conſequenter ad eaſdem anguſtias redigi dum inuertitur arundo, ac dum inclinatur.

Reſpondeo diſparitatem eſſe, quòd dum ſimpliciter inclinatur arundo, licèt propellatur mercurius in partes ſuperiores, & comprimat iſtos ſpiritus, quia tamen illis grauior eſt, non illos poteſt impellere ad locum inferiorem occupandum, quod neceſſarium eſſet ad hoc vt mercurium penetraverent, & foras in aërem liberum erumperent, immo neque tunc vitarent compreſſionem. aër enim etiam eos grauitate ſuâ comprimeret: inuenitur igitur ibi magna reſiſtentia. vt verò dum occlusô inferiori oſtiolô, inuertitur tubus, cum in tali caſu mercurius ſuperiorem locum occupet, ipſemet ſpiritus leuiores cogit aſcendere, præcipue cum tanta non ſit reſiſtentia poſſitque facile diuidi, quod tantum requiritur. vt fiat locorum permutatio.

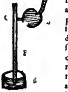
Quam reſponſionem confirmo aliis experimentis, ſit vas quodcumque AB cuius pars BD, ſit plena aquâ, & AD ſit plena aëre valde compreſsô, ſitque FE tubus cum ſuperiori operculo ferruminatus, & ad fundum vaſis ferè pertingens, aër compreſſus aquam impellet, neque tamen poterit aquam diuidere, vt perueniat ad oſtiolum E, & foras erumpat. potiusque patietur aër quamcumque compreſſionem, quam id poſſit impediente ſcilicèt grauitate aquæ, quæ maiori niſu deorſum tendit quam aër. at verò ſi inuerterur vas illud ſubitò aer & aqua locum permutarent. immo in tubo etiam exiliori qualis eſt GI, ſi HI, ſit aër, & GH aqua; aër totam aquam peruader, vt locum ſuperiorem occupet, ad id concurrente, non ſolò aëre, ſed etiam ipſâ grauitate aquæ. Idem dico in propoſita difficultate, dum inclinatur arundo, ſpiritus qui ſuperiorem locum obtinent, quamcumque potius compreſſionem patientur, quam deſcendant; quia ſolâ ſuâ grauitate ad deſcenſum inclinantur, quæ modica eſt, impediuntur autem à grauitate mercurij quæ eſt maxima neque deſcendendo vitarent compreſſionem. dum autem inuertitur arundo extruduntur ſurſum à grauitate mercurij quæ eſt maxima atque adeò mirum non eſt ſi diuidant mercurium.

Dico ſecundò præcipuas circumſtantias huius experimenti ab aëris grauitate oriri.

Pr. Niſi admittatur aër grauitate, pleræque circumſtantiæ huius experimenti explicari non poſſunt, quæ facilè admiſsâ tali grauitate ſoluuntur. Prima ſit hæc omnes liquores pro ratione ſuæ grauitatis præcisè maiorem aut minorem in hoc experimento altitudinem ſibi vendicant. In opinione autem aſſerente id fieri metu vacui; computanda eſſet grauitas corporis cum reſiſtentia quam habent ſpiritus in eo incluſi; vel ibi gratiâ dicendum eſſet mercurium ad tantam altitudinem ſuſtentari, quia non poſſunt plures ſpiritus ſeparari, ita vt etiamſi daretur aliud liquidum æqualis cum ipſo grauitatis, ſed minorem ſpirituum copiam continens, non deberet tamen tam deſcendere; quod falſiſſimum eſt cum obſeruatum ſit in diuerſis liquoribus ſolius grauitatis proportionem obſeruari.

Secundò. nulla eſſet ratio cur in montis ſupercilio, magis deſcendat mercurius, quàm ad radices montis, niſi quòd minor ſit copia aëris grauitantis.

Tertiò non bene explicantur niſi admiſsâ aëris grauitatione tanquam causâ, cur in experimentô quintô, veſica quæ foris prominebat; factô experimentô magna vi intra tubum præcipitetur; non quòd aër incumbens deficiente mercuriô, aut aliô aëre foras impellente, eam deorſum protrudat quam debilè reſiſtentia; nam antequam tubi orificium inferius aperiretur, veſica impleta erat mercurio qui reſiſtebat aëri in veſicam ponderanti, vbi verò aperitur oſtiolum, mercurius, ſubſidit, & ceſſat ea reſiſtantia.



Quartò in Experimento 18. reddi non poterit ratio, cur apertô oſtiolô D, mercurius propellatur ex ampulla CB, in partes ſuperiores A. ſi enim dicas, attrahi mercurium à ſpiritibus in BA exiſtentibus, qui conantur ſe ad ſtatum naturalem reducere vt pote nimis dilatati; non poterant autem clausô oſtiolô D attrahere mercurium in ampullâ CB exiſtentem, eo quòd attrahendo mercurium deberent conſequenter attrahere aërem FC, & a ium mercurium in FE poſitum nimis grauem ſed apertô oſtiolo D, poſſe ſolum aërem attrahi. hæc reſponſio refellitur qua hæc vis attractiua hôc ſolô experimentô reiici poteſt, ſi enim datur vis attractiva in corporibus, cur dum fit experimentum antequam aperiatur oſtiolum D, mercurius FE qui grauis eſt, non attrahit ſpiritus FC, & ſpiritus FC mercurium CB, præcipuè ſi tubus BA non eſt longus, immò ſi nullus eſt, ſed ſola ampulla CB vnde concludo nullam eſſe vim attractiuam, quia inter ea corpora nulla vt

vt dixi, intercedit vnio. Vera igitur ratio ostendens aërem grauitare, est hæc nempe quod ea omnia accidunt in aëre circa liquida, quæ accidunt in aqua proportione seruatâ ad grauitatem aquæ.

Dices si ea omnia quæ circa hoc experimentum accidunt, tribui possent æquilibriô aëris, nec aliam causam haberent; explicari non posset, quare in secundo, & tertio experimento, calefactâ superiore tubi parte, descendat mercurius, frigefactâ verò ascendat.

Respondeo. Dum descendit mercurius, eo quod superet grauitate cylindrum aëris sibi correspondentem, spiritus qui intra mercurium delitescebant, & qui ab aëre compressi detinebantur, liberum nacti spatium, se vi natiuâ extendunt, donec tandem impediatur eorum vlterior extensio, ab aëre mercurium sursum intra tubum impellente, aut eleuatum detinente; fit igitur æquilibrium inter grauitatem aëris, & grauitatem mercurij coniunctam cum vi restitiua spirituum, quâ nempe resistunt compressioni, ita vt si pars superior tubi omninò vacua foret, nullique spiritus intra eam contenti, compressioni resisterent; mercurius altiùs propelleretur, stationemque haberet eleuatiorem. vnde si accidat vt spiritus modò minùs, modò magis compressioni resistant. modò etiam magis, aut minus debeat eleuari mercurius; sed dum calefiunt magis compressioni resistunt, cùm præter vim extensiuam quam habent, ipsis addantur vires à calore, dum verò frigefiunt, minùs resistunt compressioni, vt experientiis quamplurimis patet; igitur dum calefient spiritus, magis descendet mercurius, dum frigefient ascender quod totum bene explicanimus, etiamsi nullam aliam causam agnoueримus præter aëris circumpositi grauitatem.

Dices secundò. In hôc explicationis modô, non reddi rationem, cur vt habet experimentum 4. si intra ampullam seu caput, tubi capitati inseratur vesica, benè complicata, & corrugata, factô experimento, in ipso mercurij descensu, hæc vesica distendatur, & infletur. si iam plena fuerit aëre, disrumpatur, in opinione enim communi dicentur latera vesicæ vndique attrahi à partibus aëris circumuicini.

Respondeo. In opinione communi, non explicari quâ materiâ impleatur corrugata illa vesica. dico igitur corrugatam illam vesicam non omninò caruisse corpore intra rugas contento; & in aëre libero, ad eas rugarum angustias, à grauitante vndique aëre, coarctato. dum verò intra caput arundinis, includitur, cum mercurio eôdem modô comprimitur, donec descendente hydrargyro, liber sit locus; tunc enim aër intra rugas contentus, per vim, quam vocant elasticam ad maiorem locum se extendit, totamque sæpe vesicam implet.

Quòd si vesica iam fuerit plena disrumpetur, nam in aëre libero non rumpebatur, eò quòd vndique contineretur, & comprimeretur ab ambiente aëre, cuius grauitatio est in æquilibrio, cum vi extensiua corporis intra vesicam contenti; quando igitur fit experimentum more consueto, & desinit vndique comprimi vesica ab ambiente aëre: aër inclusus extenditur eamque disrumpit. ab aliis explicatur per tractionem nempe quod spiritus in arundine inclusi, nimis dilatati, vndique trahant vesicam, quod tamen falsum est, quia si vesica sit pilosa non trahentur pili à spiritibus, sed eodem modo adhærebunt vesicæ ac aurea: ergo virtus distentiua vesicæ, oritur ab aliquo corpore intra illam contento, & non à tractione quæ fieri non potest à spiritibus nisi per pilos quos tangunt.

Dices tertiò. Si mercurius intra tubum contentus, est in æquilibrio cum aëre, externo cur (vt experimentum septimum ostendit) si orificium inferius educatur extra mercurium vasis subiecti, tanta vi ascendit mercurius in tubo, vt sæpe partes superiores arundinis dissiliant.

Respondeo. Idem proportione quâdam in omnibus corporibus in æquilibrio positis euenire, vt dum alteratur vel tantisper æquilibrium, pondus quod vincitur, magnâ vi sursum pellatur, & quia pondus aduersum descendendo acceleratur, istius etiam ascensus accelerabitur, dum ergo educitur è mercurio stagnante arundo: fieri non potest, vt partes aliquæ ex arundine non effluant, idcóque deficit æquilibrium ex parte mercurij; vnde mirum non est si ab aëre sursum pellatur; vbi verò paulisper resederit eius impetus, aër per tubi latera se se insinuans, in superiores partes euolat, & mercurius descendit, quia vbi aër superior euaserit, aër externus cum eo continuus in mercurium grauitat non eum eleuando, sed deprimendo: secundùm modum communem fluidorum, quæ in omnem partem suam exercent grauitationem. Aliter item explicari potest. Ideò antequam aër sibi viam, aut trans mercurium, aut ad vasis latera fecisset, non descendente mercuriô ascendisset cylindrus aëris, qui tamen eô grauior supponitur; postquam verò aër viam sibi fecit, descendente mercuriô non necessariò ascendit cylindrus aëris, sed locum derelictum occupat.

Quæres explicationem octaui experimenti. Respondeo in perforatâ vtrinque arundine, 26. digitos superante, ideò si superiori orificio applicetur digitus, sentiri dolorem; quia spiritus qui intra digitum latent, non amplius coarctati, ab aëre grauitante, pellem intra arundinem propellunt. Alij ad aërem in digitum grauitantem recurrunt, qui cum non ampliùs sustentetur secundum illud foramen, totum impetum, & grauitatem in digitum exercet. quæ solutio aliâ confirmari potest experientiâ. si enim manum in vas aquâ plenum intromittas, vix senties pondus aquæ imminentis. si verò foramen sub manu aperias, senties pondus cylindri aquei, correspondentis tali foramini. Ita in nostro casu dici potest. nempe tam benè sentiri pondus aëris imminentis eò quòd non sustentetur digitus, quàm foramini apertô sentiatur pondus aquæ, sentiri autem pondus aquæ nemo negare potest, quia si multa sit aqua maius sentitur pondus.

Eodem fere modo explicatur decimum experimentum.

Dices si mercurius in sua statione ab aduerso aëris cylindro detineretur, sequeretur quòd dum fit experimentum in lance, stateræ alicuius vt habet experimentum 16. sequeretur inquam percipiendum pondus mercurij intra tubum contenti. etiam quando arundo non innititur ipsi lanci. sed hoc est contra experientiam. ergo iste modus explicandi non sibi constat; sed potiùs recurrendum est ad communem opinionem per

metum

metum vacui hos effectus explicantem , in qua cum asseratur corpora sibi inuicem adhærescere, quotiescumque instat periculum vacui , dicendum etiam est , mercurium in tubo contentum adhærere spiritibus in superiori arundinis parte constitutis , & hos adhærere tubo , qui eum ita sustenteret , vt lanci non innitatur , mirum non est si pondus hydrargiri non incumbat lanci, probatur autem prima sequela quotiescumque commune hypomochliō,cui duo se inuicem sustinentia innituntur , inuenitur in aliquo corpore, toties vtriusque pondus percipitur in illo corpore , sed commune hypomochlion cui tam cylindrus aëris, quam mercurius intra tubum contentus , est in lance trutinæ ; igitur utriusque pondus grauitat in lancem. maior vltima probatur , dum trutinâ expendimus duo pondera , etiamsi sint in æquilibrio , manus tamen stateram sustentans, vtriusque pondus sentit, & vt ad exemplum simi-




lius descendamus, si in stateræ AB, puncto B duo innitterentur , aut appensa essent pondera æquilibria , vtrumque grauitaret. ergo si puncto B tam cylindrus exterioris aëris , quam mercurij innitterentur vtriusque pondus sentiretur.

Respondeò concedendo vtriusque pondus sentiri. sed assero non animaduerti , eo quod dum aufertur arundo & mercurius , substituitur locô illorum alius cylindrus aëris eiusdem ponderis. vnde quia pondus aëris pro nullo reputatur dum versamur in aëre, quidquid æquiponderans aëri , substituetur loco aëris , pro nullo etiam reputabitur : sed dum fit experimentum in lance trutinæ , innititur lanci cylindrus mercurij duorum pedum , & duorum digitorum , & impedit , quominùs in eandem lancem , alius cylindrus aëris æquiponderans grauitet ; ergo etiam secundùm hunc explicandi modum semper in vtroque casu eadem pondera adhiberi debebunt , vt perseueret æquilibrium : vrgebis ergo dum arundo tanget fundum lancis non deberet sentiri maius pondus ; respondeo negando quia tunc media arundine grauitat cylindrus aëris arundini incumbentis , atque adeo inuenitur duplex pondus:nempe, & aëris arundini incumbentis, & mercurij intra arundinem contenti.

Eâdem fere viâ soluemus experimentum 17. dum enim impeditur ne præcipitetur frustulum suillæ vesicæ , intra caput tubi , sustentatur cylindrus aëris , à quo deorsum vrgebatur hæc vesica ; sed cylindrus aëris , est æqualis grauitatis cum duobus pedibus & duobus digitis mercurij, ideoque videtur sustentari mercurius,quia sustentatur pondus illi æquale. quod verò dum magis attollitur vesica videatur nonnihil attolli mercurius , prouenit ex eo quod dum attollitur vesica, fiat locus spiritibus vt se magis extendant , quare tunc non tam resistunt compressioni , quàm patiuntur ab hydrargiro , sursum impulso , & consequenter facilius vincuntur , à cylindro aëris sursum imppellente mercurium.

De animali intra caput tubi inclusô , & moriente , quando descendit mercurius , immò & inflato , id prouenit ex spiritibus intra animal inclusis , qui vbi cessat compressio ab aëre : se magis , ac magis extendunt , & disrumpitur , aut saltem distenditur pellis. Ex quo obiter deducere potes rationem , cur in montibus altissimis moriantur animalia , quod nonnulli assignant subtilitati aëris respirationi minus apti , vnde qui sacrificij causâ alias semel in anno montem Atho conscendebant , dicuntur aut spongiam , aut aliquid aliud huiusmodi ori admouisse , quô aër addensaretur , puto tamen aliam causam huius incommodi assignari posse , nempe quod minor sit copia aëris incumbentis , & consequenter minor compressio : cum igitur non satis contineatur pellis ab aëre ambiente distenditur à spiritibus intra animal inclusis,immo & distenduntur singula membra interiora , & forsitan nonnulla debiliora disrumpuntur sed de hoc casu dicetur adhuc nonnihil inferiùs.

## DIGRESSIO VIII.

### Problema.

*Quanta sit altitudo aëris in terram grauitantis definire.*

Nullus hic à me precisionem mathematicam requirat ; sed tantum coniecturam non ineptam, & ex suppositione quâdam præcisam;absolutè tamen non ita exactam. Et primò quidem definiemus quanta sit altitudo aëris in terram grauitantis ex suppositione quod aër esset vniformis grauitatis , quod licet sit falsum , viam tamen aperiet ad coniecturam, suppono autem experientiam , relatam experimento 18. in quo Paschalius filius , inuenit ad radices montis ; mercurij stationem esse digitorum 26. & 4. linearum; in vertice autem montis , cuius altitudo perpendicularis erat quingentarum Exapedarum mercurius hæsit ad digitos 23 , & duas lineas , quare fuit decrementum stationis mercurij,intra tubum digitorum trium , & linearum duarum ; certum est autem quod si experimentum fieret , supra aërem grauitantem. totus deflueret mercurius, atque adeò decrementum stationis mercurij intra arundinem esset digitorum 26. & quatuor linearum;si ergo aër eiusdem sit vbique densitatis, & consequenter grauitatis:facilè per regulam proportionum aëris altitudo deduceretur hôc modo, si decrementum stationis mercurij digitorum 3, & linearum duarum , seu linearum 38. dat altitudinem exapedarum quingentarum;decrementū digitorum 26. & quatuor linearum seu linearum 316 dabit 4158. exapedas ; exapeda autem sex pedes continet ; erunt igitur pedes 24948. qui numerus , si diuidatur per 5. dabit passus geometricos 4989. seu vnam leucam , cum duobus milliaribus, hoc est milliaria fere quinque.

Quia tamen falsum est aërem vniformis esse densitatis , & raritatis , ratio enim postulat , vt aër magis compressus , sit densior , magis autem comprimitur is cui maior aëris copia incumbit, videamus an ex tribus experimentis supra allatis aliquid coniicere , aut statuere possimus,

sunt

sunt autem istæ obseruationes. ad radices montis statio mercurij fuit digitorum 26. & 4. linearum. dum verò ascendit per exapedas 150. statio mercurij fuit 25. digitorum, deinde in vertice montis eleuatò exapedis 500. fuit mercurij statio digitorum 23.& duarum linearum decrementum autem primum fuit 16. linearum, & secundum fuit 38. factà autem regulà aureà, si 500 exapedæ dant lineas 38. quot dabunt 150. exapedæ, inueniuntur tantum 11. lineæ cum duabus quintis, hoc est si aër esset vniformis vbique grauitatis debuisset decrescere statio mercurij tantum 11. lineis & duabus quintis cum tamen decrescat 16. lineis val sumendo contrariò modò si 150. exapedæ dant 16. 500. deberent dare $53\frac{1}{3}$ cum decrescat tantum 38. differentia autem est linearum quindecim. debuisset enim secundum eam proportionem decrescere lineis 38. ad altitudinem exapedarum 356. attamen habuit hoc decrementum in exapedis 500. differentia est exapedarum 145. aër ergo 150. exapedarum, ponderat 16. lineas, & si vniformis esset aër 356. ponderaret 38. lineas mercurij, quia tamen decrescit eius pondus addendæ sunt 144. exapedæ. hoc est vt separatim loquamur. 150.primæ exapedæ æquiponderant lineis 16. & 350. sequentes lineis 22. deberent autem 206. æquiponderare 22. lineis fuerunt. tamen addendæ 144. quare si obseruetur eadem proportio vbique possemus ita ratiocinari, dueentis & 6. exapedis addendæ fuerunt 144. quid addendum esset milliaribus quinque;addenda erunt ferè tria milliaria, atque adeò essent milliaria 8. cum dimidio. quod conuenit cum Kepleri sententia, licet aliqui athmosphæram ad milliaria 50.protendant inter quos Ricciolius.Sed neque puto nos exactam ita elicere proportionem; debuerunt enim plura fieri experimenta. voluique potius viam aperire vt is cui licuerit per otium, plurimas faciat obseruationes, ex quibus aliquid certius possit statui.

## DIGRESSIO IX.

### Physica.

*De reliquis experimentis, quæ per aëris grauitatem, & vim eius elasticam explicari possunt.*

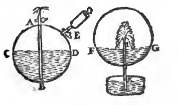
Tot referuntur his temporibus experimenta, tam noua quàm vetera, quibus aut vis elastica aëris, aut eius grauitas comprobatur, aut impetî videtur, vt de his libri integri confici possint; ex quibus mihi aliqua selegi, ex quorum solutione cætera facile explicanda puto. De vi autem elasticâ aëris librum integrum conscripsit Robertus Boyle nobilis Anglus, in quo quadraginta duobus experimentis eam adstruere nititur. voluissem potiùs vt de aëris grauitate suum librum conscripsisset, quam de vi elasticâ de quâ vix inter philosophos est vllus dubitandi locus.ita enim certis, & indubitatis experimentis comprobatur, ve iam pridem omnis sit ademptus scrupulus. de grauitate verò aëris,res non ita certò, constituta est.permiscebo autem vtramque vim,quia experimenta vt plurimum,ita se habent, vt vtramque requirant,vt ergo omnis æquiuocationibus locus præcludatur,intelligo per virtutem elasticam, vim illam,quâ aër,ex minori extensione, ad maiorem procedit sine admixtione substantiæ alicuius sensu perceptibilis,non enim disputo hic,quid sit rarefactio,& an per introductionem alienæ substantiæ semper fiat,an verò simpliciter per extensioné maiorem. fateor quidem hanc denominationem elasticæ virtutis,esse impositam ab iis,qui nullam dari propriè dictam rarefactionem opinarentur; voluerunt enim substantiam vbi gratiâ aërem, posse quasi complicari,& itidem explicari;eô modô,quô pannus, aut lana, cuius pili licèt complicationis sint capaces, habent tamen rigiditatem aliquam,quâ se ad naturalem tectitudinem reducunt;& maius occupare spatium videntur;quamuis realiter maius non occupent, impediente scilicèt illâ rigiditate, ne partes tam benè intee se coaptentur. vnde fit vt plus, vel minùs alienæ substantiæ admittant. coguntur autem recurrere ad ætheream substantiam, omnia peruadentem, sese per minutissimos poros insinuantem. nolunt igitur hanc virtutem vocare extensiuam,sed potiùs elasticam, sicut enim complicata, sensim se extendunt; ita etiam corpora. quidquid ergo sit de virtute elasticâ, quam mihi difficillimum est concipere, nisi admissâ condensatione, aut rarefactione propriè dicta. nempe quòd in elateriô adductô, & complicatô, partes externæ nimis dilatentur.interiores verò nimis cõprimantur.quidquid tamen sit de illa opinione,& in quocumque sit posita rarefactio,seu maior extensio.experimétis innumeris comprobatur aërem, frigore vrgente,aut externa vi impellente, minorem locum apparenter occupare. siue id fiat per distractionem partium, admittentium substantiam æthream, siue per mutationem realis extensionis nihil refert. intelligo igitur vtrumque modum nomine virtutis elasticæ.

Dico primò inesse aëri, virtutem elasticam, qua modò, extenditur ad maiorem locum occupandum, modò intra angustiores limites coarctatur.

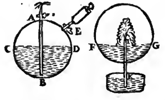
Primò hanc assertionem demonstro omnibus thermometris supra explicatis; quorum si caput calefiat aër extenditur ad maius spatium occupandum,frigore autem coarctatur.

Idem ostendo in cucurbitulis medicorum, in quibus aër calore dilatatus, dum frigescit minus spatium occupat.

Tertiò,Experimentô tertiô digressionis septimæ.




Quartò. Duplici machina hydraulica. sit enim vas quodcumque AB. instructum tubo ad fundum fere pertinente. media eius pars CBD, aquâ impleatur; si per canalem E syringe intromittatur pluribus vicibus aër, dum voluetur




voluetur clauicula, A, aër spatium C A D occupans totam aquam sursum attollet, & eiaculabitur. notatum autem est in hoc experimento, posse in vase A B vigecuplò plùs aëris intromitti, quàm connaturaliter excipi posset.

Sit aliud vas FHG ex quo educatur aër; vel per suctionem, innuimus autem supra, quid esset suctio. vel per calefactionem nimiam. si vas illud tubo IK instructum sit, quod in aquam K immergatur; magnâ vi, ascendet aqua in vas FHG, vnde concludere licet, aërem qui totam vasis capacitatem occupabat, ad minus spatium ab externo aëre, aquam impellente compingi posse.




Quintò sit maior ampulla vitrea LM, plena aquâ; intra quam sint minutiores ampullæ, apertæ, mediâ parte plenæ aquâ, & mediâ parte plenæ aëre, quæ sint ferè in æquilibrio cum aqua, sint tamen paulò leuiores, & supernatent. erunt autem in æquilibrio. si moles illarum, seu aggregatum ex vitro, aquâ, & aëre intra illas contentis, sit leuius aquâ, ipsis æquali, in mole. si igitur per orificium L aqua comprimatur, comprimetur aër in singulis ampullis, maiorque copia intromittetur, vnde fient grauiores, & quæ supernatabant anteà, petent fundum. igitur hoc experimentô euincimus aërem, modò maiorem, modò minorem locum occupare. relinquo autem industriæ artificium modum, quô aqua comprimi possit. aliqui enim collo L circumligant suillam vesicam, ex cuius compressione, vel dilatatione, comprimitur, magis, aut minùs aqua, & consequenter successiuè ascendunt, aut descendunt ampullulæ. alij artificium occultant hoc modo. additâ enim suillâ vesicâ collo A, totam maiorem phialam inuertunt, insetuntque collum L foramini suppositæ mensæ, ita vt suilla vesica plena aquâ, infra mensam dependeat; tum lignum ita accommodant, vt adduci, & remitti possit. & per adductionem vesicam comprimat. ita aliàs vidimus vnum è nostris qui extra cubiculum positus imperabat tamen ampullulis vt descenderet, vel ascenderent adducebat enim filum ad certam mensuram pro singulis ampullulis, quæ erant diuersi coloris, aut & frustulum eiusdem suillæ vesicæ, filo annectebat, ita vt tota phiala ex eo dependeret. dum igitur trahebat deorsum phialam dilatabatur aqua, quia impediebatur grauitatio aërei cylindri in aquam.

Sextò. Idem comprobat experimentum 4. digressionis septimæ, in quo ostendimus, aërem in vesica inclusum, cessante exterioris aëris grauitatione, se ad maius spatium occupandum extendere, illamque implere, & distendere.

Septimò. Sit ampulla quæcumque vitrea quæ calefacta validè, hermeticè claudatur; asseruetur que hôc modô in multas hebdomadas; si deinde extremitatem tubi intra aquam disrumpas, aqua, magnâ vi intra ampullam exiliet, & aër qui totam anteà ampullam occupabat, vix dimidiam eius partem obtinebit. alia multa experimenta afferemus infrà, idem comprobantia.

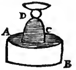



Ad idem principium reuocant nonnulli mirabilem certè effectum cuius causam non vsque adeò notam puto. afferuntur enim ex Suecia vitteæ lachrymæ, è vitro crassiori, & ferè viridi confectæ, & solidæ, quarum figura talis est vt crassiores sint in medio, desinantque in tenuissimum capillum. si crassiorem partem AB etiam malleo contundas, non disrumpetur, si verò digitô tenuissimum capillum in D infringas, illicò cum impetu, & strepitu tota lachtima dissilit, & in tenuissimum puluerem dispergitur. Interrogauimus autem peritissimos in hac arte, & inter alios Dominum Fieschi, qui annô 1665. Lugduni fornacem ad christallum, venetâ limpidiorem excoquendam excitarat.

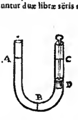
Respondit huiusmodi lachrimas ex materia confici, quæ hoc peculiare habetet, vt liquata, & in aquam extincta non abiret in friabilem puluerem, vt solet vitrum nostrum. quod tale est, vt si dum incanduit immergatur aquæ, in cineres abit; dum hæc igitur materia colliquata in frigidam decidit, exteriores partes subitò condensantur, interioribus adhuc malè compactis, ob aërem multùm rarefactum, spiritusque igneos interceptos qui intra poros illius materiæ inueniuntur, perseuerant igitur in eo statu, eò quòd nullum corpus externis possit irrumpere, quo in minorem locum compingantur partes aëris rarefacti. si verò disruptô capillô DC, fiat externo aëri aditus; tanta vi se insinuat, vt cedente aëre nimis rarefactô, vt pote qui facilè in angustiorem locum compingi possit, & externô irrumpente, dissiliat tota lachryma. quæ responsio duplici experimentô comprobatur. primum erit, vitrum commune præcipuè crassius, nisi sensim frigefiat, sed externi aëris frigore subitò post colliquationem, corripiatur, seipsô disfringetur. vnde postquam aliquod vas elaborarunt artifices vitriarij, rursus fornaci illud imponunt, vt recoquatur, & tantisper de illa rigiditate remittat. idem obseruatur communiter dum ferrum aqua temperatur, postquam enim ferrum candens in frigidam immersum est, tantum induit rigorem, vt facillimè frangi possit, nisi denuò igni imponatur. Secundum experimentum erit, septimum digressionis septimæ, in quo vidimus dum effluxerit ex arundine aliquid mercurij, ita vt aëris externi grauitas, eius pondus superare possit, tanta vi ab aëre externo sursum impellitur, hydrargyrum, vt sæpe arundinem vitream disrumpat. atque hæc in materia valde

vslde difficili, & quam si semel explieare possem, infinita deducerem corrollaria nempe difficillimum puto explicarę, quæ sit illa virtus quæ ferro per temperaturam inducitur, vt adductum redeat ad pristioam rectitudinem, quid auferatur dum simplieiter recoquitur, vt quemlibet situm, & figuram induat.

Superiora experimenta satis vt poto probant vim elasticam aëris, quæ sum allaturus, aut grauitatem eius solam, aut eertè vtramque virtutem adstruunt.




Octsuum experimentum commune & facile explicatu. nempe si ita immergatur aquæ scyphus, vt totus impleatur aqua extrahaturque æqualiter euersô situ, vt figura ostendit, simul cum scypho, aqua illô contenta, ascendet; manebitque suspensa supra superficiem alterius aquæ. Hic effectus satis notam & in superioribus satis explieatam hsbet causam nempe aëris grauitatem. cum enim aet in totam aquam æqualiter grauitet, & dum attollitur seyphus impediatur hæc grauitatio, respectu aquæ sub scypbo eaistentis, atque adeò aër aquam sursum impellit. quia autem dum manus attollit scyphum, duo sunt cylindri sëris, vnus aseendens ex parte scyphi, & alius descendens, eirea scyphum qui suot in æquilibrio, ideò dum scypbus attollitur solius aquæ pondus sentitur. vel si magis arrideat aqua attollitur à cylindro aëris descendente, & quantùm impendit virium in ea eleuanda, taotùm ipsi decedit; hoc est minùs est poteos, ad attollendum allum eylindrum aëreum, atque adeò licèt noo sentiatur pondus aquæ contentæ intra seypbum; quippe quæ ab aëre grauitaote attollatur, sentitur tamen ex eylindri asceodentis pondere para aliqua æqualis ponderi aquæ, quia pro reliquo adiuuatur, à cylindro deseodente. sit euim cylindri vtriusque pondus triginta librarum, & pondus aquæ duarum librarum, duæ libræ eylindri descendentis impenduntor in attollendâ aquâ in seypho, & reliquæ 28. in attollendis 28. eylindri aërei ascendentis; ideóque relinquuntur duæ libræ sëris attollendæ, quæ




sentientur quod vt sdbue manifestiùs elucscat. sint duo tubi communicantes aquâ pleoi ABDC sitq; pars BD mercuriô plena. Item supra mercuriū Embolus D qui educatur, & aqua DC, eertum est mercurium BD ascensurum, & impellendum ad ascensum ab aquâ AB, ascendet item aqua DC, cuius totum pondus non sentietur, sed tantùm pondus æquale excessui, quô mercurius BD superat grauitatem aquæ. ponatur verbi gratia aqua AB, esse 50. librarum, & DC esse 19. BD autem si esset aqua fore vnius libræ, quia tamen est mercurius pars BD erit 16. librarum. dum edueitur embolus, mercurius BD sequetur embolum, quia eum sit 16. librarum impellitur ab aquâ AB 50. librarum, & quia aqua AB non tantùm est sexdecim librarum, sed etiam viginti, ideo adiuuat embolum in attollendis qustuor libris, ideóque sentientur ea pondere aquæ DC, quæ erat librarum 19 tantum libræ 15. quantus est excessus mercurij BD, supra aquam eiusdem molis.

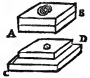
Experimentum nouum. Pileus ita pauimento, aut mensæ imponatur vt eius alæ sint eatensæ; nullumque relinquant aëri externo aditum. attollatur æqualiter Galerus. sentietur aliqua difficultas, & quò magis eleuabitur, alis semper pauimento adhærentibus, eò magis erescet difficultas; donec tandem, dum intromittetur aër, pulusculi ita attollentur, vt etiam intra poros Galeri penetrent.

Certum est vt experimentum succedat, necessarium esse alas petasi, eatendi, ita vt dum attollitur, adhue pauimento cohæreant, oon est autem mirum, si à pauimento non ita facilè diuellantur; sed potiùs eedant, & flectantur, ob incumbens pondus aëris; intereâ ergo dum attollitur galerus alis adhærentibus pauimento: fit sub eo maior eapaeitas ad quam oecupandam vi elasticâ eatenditur aër intùs inclusus; qui eùm rarior sit, quàm par est, languescit magis, ac magis vis eius elastica; atque adeò non tàm adiuuat, ad eleuaodum pileum, & quò magis amplificetur spatium sub pileo, magis dilatatur aër ioelusus, & minùs impellit pileum sursum, & consequenter mcgis sentitur pondus aëris incumbentis. Denique dum conceditur aditus, quia aër eaternus inuenit aërem sub pileo cootentum nimis dilatatum, per grauitatem suam magnâ vi irrumpit, secumque attollit minutissimum puluerem, & quia eô impetu fertur etiam in poros galeri, ideò puluerem in eos introducit.

Ad idem experimentum reuocari potest, aliud non dissimile, nempe si Galerus tabulæ imponatur; attolletur simul eum Galero tabula, quæritur autem quo glutine tabula Galero adhæreat, & qoare non separetur ab eâ. quod vt soluatur videodum est quid accideret si pileus à tabula separaretur, nempe eleuaretur cyliodrus aëris, aliô cylindrô aëris non desceodente; dum ergo attollitur pileus, quis nullos aër potest grauitate suâ conferre ad eleuandum pileum seorsim somptom, eò quòd nullus fit aditus inter tabulam, & Galerum. cylindrus contrapositus pugnat contra tabulam; & quia supponitur illâ grauior, eleuat illam, immò quia multò grauior est, etiam adiuuat ad eleuandum cylindrum pileo imminentem. manifestum autem est, quare dum cooeeditur aditus aëri, inter tabulam, & pileum; separetur tabula, quia tunc io eam granitat aër; vode licèt dum descendit tabula eleuet eylindrum aëris, alias

alius tamen cylindrus aëris deſcendit, at verò dum cooperitur pileo, & denegatur aditus aëri inter vtrumque; ſi ſepararetur tabula, non poſſet deſcendere cylindrus aëris, quippe qui ſuſtentetur à pileo, aſcenderet tamen alius, tabulâ deſcendente, & deſcenſu ſuô, eum ſurſum impellente nam vt iam ſæpe dixi, fluida, & ſpirabilia in omnem partem grauitant: igitur tabula ab aëre ſurſum impellitur.

Quod dixi de pileo, dicendum etiam eſt de duabus laminis, exactiſſimè politis. videtur tamen nonnullis incredibile quod marmor craſſum duos, aut tres pedes ab aëre ſuſtentari poſſit, ſed conſiderent quid ipſis mirabile videatur. ſi enim detur tubus cuius baſis æqualis ſit marmori; ſuſtentabitur in eo mercurius ad duos pedes cum duobus digitis, quidni poterit marmor cuius craſſities adæquet duos pedes hoc modo ſuſtentari. immo quia mercurius in ſpecie grauior eſt marmore, & quôcumque corpore, exceptô aurô. ponamus marmoris grauitatem eſſe duplo minorem grauitate mercurij: dico in illa ſuppoſitione poſſe ſuſtentari marmor cuius craſſities ſit quatuor pedum, & quatuor digitorum, & non maior, alioquin marmor erit ponderoſius cylindrô aëris ſibi correſpondente, atque adeò illum non ſuperabit.




Dices dum hôc modô duæ tabulæ ſibi inuicem cohærent, falſum eſt quod aër non grauitet in tabulam inferiorem. nam vt diximus fluida & ſpirabilia grauitant in omnem partem, ergo aër grauitabit in ſuperficiem etiam verticalem laminæ inferioris.

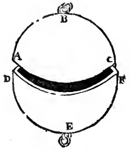
Reſpondeo verum quidem eſſe, quod ſpirabilia in omnem partem exerceant ſuam grauitatem, modò tamen deſcendente corpore quod vrgent, deſcendat corpus ſpirabile, ſed ſi deſcenderet lamina AB, aër tamen non deſcenderet, aut ſi aliquid aëris deſcendat, erit modica vt ita dicam corona, circa ſuperficies verticales poſita, & illi adhærens cuius grauitas addita laminæ AB adhuc minor eſt, grauitate columnæ aëreæ aſcendentis vi deſcenſus laminæ.

Vrgebis ſi lamina lignea in fundo aquæ, ita ſtatueretur vt nulla ſubeſſet aqua aſcenderet, & ſurſum pelleretur ab aquâ, vrgente ſurſum ſuperficies illius verticales. At in illo caſu dum aſcenderet lamina, nulla aqua deſcenderet; niſi poſtquam inueniſſet aditum inter aſſerculum & fundum.

Reſpondeo me admittere paritatem, negare tamen in tali caſu aſſerculum aſcenſurum propter rationem allatam. immò etiam ſi traheretur, adhæreret fundo. Atque vt fiat exemplum omninò ſimile, ſi duæ laminæ ex materia in ſpecie leuiori, quam ſit aqua, eô modô aptentur; aſſero quod ſi vna deorſum trahatur alia etiam deſcendet. Fateor tamen ob frequentes ligni poros vix poſſe ita aptari duos aſſerculos, vt omninò adhæreant, quia facilè inter poros admittitur aër, immò multus in illis deliteſcit, qui vi ſua elaſtica multum iuuare poteſt vtriuſque laminæ ſeparationem; quæ noratio adhuc clarior fiet experimento ſequenti.

Vrgebis ſint duæ laminæ quarum inferior, ſit latior ſuperiore in tali caſu non deſinet adhærere alteri, licèt aër in eam grauitet & eâ deſcendente, deſcendat cylindrus, aut priſma aliquod aëris, igitur non adhæret ſuperiori eò quòd ſuſtentetur ab aëre, & à nullo aëre deorſum impellatur.

Reſpondeo multiplicem poſſe dari caſum. Inferior verbi gratiâ lamina pendat 10. libras, & cylindrus aëris ipſi correſpondens pendat 100. libras, dico ſi pars laminæ inferioris, detecta talis ſit, vt aër ipſi incumbens pendat pluſquam nonaginta libras, ſeparabitur lamina, ſi verò non adæquet nonaginta libras, adhærebit. ratio clara eſt quia contra cylindrum aëris correſpondentem laminæ qui nempe deſcendente laminâ aſcendit, pugnat tàm pondus ipſius laminæ, quam pondus aëris marginibus eius incumbentis, quare ſi hæc duo adæquent grauitatem aëris aſcendentis, erit æquilibrium. ſi verò ſuperent vincetur cylindrus aëris, ſi ab eâ deficiant vincetur: & ſuſtentabitur lamina.




Experimentum decimum. ſint duo hemiſphæria cuiuſcumque materiæ, intus vacua, quæ aptentur ad inuicem, & coniungantur, ne autem inter vtrumque intromittatur aër, circumponatur vitra, ex pelle immò & emplaſtro aliquo præcludatur omnis aëris externi ingreſſus. ſi totus aër, intra hæc duo hemiſphæria relinquatur, etiam nullô admiſsô externô aëre ſeparabuntur ab inuicem ſatis facile. ſi verò anthliâ educatur aër quantùm fieri poterit, nullis ferè viribus ab inuicem ſeiungentur. quæritur huius rei ratio. non hic appono modum, quô aër educi poſſit; hoc enim ex machinâ infra deſcribendâ ſatis patebit.

Duo igitur mihi præſtanda ſunt, primum oſtendere debeo aërem intus incluſum conferre ad ſeparationem vtriuſque hemiſphærij, ſecundum ſeclusô omni aëris adiumentô, quanta ſit difficultas, & quæ vires ad eam ſufficiant.

Suppono vt iam ſæpè, monui, aërem qualem habemus multò compreſſiorem eſſe, quàm exigat eius natura, & hanc pati compreſſionem ab incumbentis

incumbentis aëris grauitatione, ita vt illi resistat, quantùm potest, sitque eius resistentia in æquilibrio cum aëris grauitate; hoc est nec vlteriùs comprimi possit; & nec solus se vlteriùs extendere, nisi aliquid ipsi addatur, quô vincatur aut impediatur aëris incumbentis grauitatio.

Suppono secundò, intra hæc duo hemisphæria inclusum aërem, eundem gradum compressionis habere quem reliquus aër obtinet, atque adeò paratum esse se extendere, & vincere aëris grauitationem, si tantisper adiuuetur, ea enim quæ sunt in æquilibrio, ita se habent vt cui vel leuissimum additur momentum, victoria etiam conceditur, continuatur autem, hæc compressio, non immediatè, sed mediatè, quia aër incumbens conjungit duo hæmisphæria, & ea coniunctione aërē inclusum in eôdem statu continet. vis igitur elastica aëris inclusi, est in æquilibrio, cum cylindro aëris externi sibi correspondente, dum autem separatur vnum hæmisphærium ab alio, sublevatur aër, impediturque eius grauitatio in aërem contentum, igitur aër inclusus se extendit, & adiuuat eam separationem, solaque percipitur grauitas hæmisphærij; & aliqua etiam grauitas aëris, quia cylindrus aëris qui attollitur est paulò maior aëre inclusô, propter crassitiem hæmisphærij, & quò maior erit hæmisphærij crassities eò maior erit difficultas, separandi hæmisphæria.

Ex quò vides quare tanta sit difficultas in separatione laminarum, nempe quia nullus intercipitur aër qui vi suâ elasticâ, separationem illam promoueat, cor item corpora porosa aut non perfectè vnita; facilius ab inuicē diuellantur. cur aqua sæpe conferat ad eam adhæsionem implendo scilicet poros, & denegando adytum aëri externo.

Secundum ex supra positis facillimum erit. nempe dum anthliâ educitur ex hæmisphæriis non quidem omnis, sed multus aër; ita vt ferè constituatur in statu naturali nullam amplius vim elasticam obtinet, atque adeò, non resistit compressioni, nec adiuuat separationem hemisphæriorum. sentitur igitur totum pondus aëris incumbentis. quare tanta requiretur virtus ad hanc separationem, quanta ad eleuationem cylindri aërei, cuius basis æqualis sit, maximo circulo hæmisphærij.

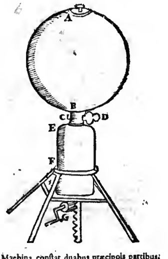
Quæ virtus debet esse maior quàm primò intuitu videatur. supponatur enim tubus vacuus, cuius basis æqualis sit maximo circulo illius Sphæræ; sitque longitudinis duorum pedum, & duorum digitorum, & etiam paulò plus, (quia nempe diximus in experimento hydrargyri etiam spiritus eductos ab hydrargyro, impedire quominous mercurius ascendat ad eam omnem altitudinem quam haberet) si ergo supponatur ille cylindrus plenus hydrargyro, erit æqualis grauitati cylindri aërei, atque adeò virtus quæ poterit totum illum mercurium eleuare, poterit etiam separare hæc duo hæmisphæria ab inuicem, vel si talis cylindrus sit longitudinis pedum triginta trium, requiretur ad separationem illorum hæmisphæriorum virtus æqualis illi cylindro aqueo.

Aliqui existimant requiri virtutem longe maiorē, ad separanda huiusmodi hemisphæria, vidique typis mandatas figuras, in quibus exhibebantur plurimorum equorum vires huic negotio impensæ; quia tamen nullum audiui, qui afferat se expertum esse maiorem virtutem ad id necessariam, esse quàm quæ sufficiat ad eleuandum cylindrum aqueum pedum triginta trium, aut mercurialem duorum pedum cum dimidio, ideo non propterea deducar ex opinione mea, donec aliquid certi afferatur.

Res certè digna cui aliqua impendatur diligentia, si enim maior requiratur virtus, fateor ad aliud principium recurrendum esse, & cum opinione communi metum vacui accersendum nisi aliud succurrat.

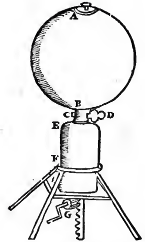
Ad hoc forsitan principium reuocari potest vis illa quæ inest glutini ad coniungenda corpora, quæ prius contigua tantùm erant, dum enim gluten liquidum, adhuc est, replet omnes poros vtriusque corporis, & exhalatô humore, necessariô pro illo substituitur spiritus multum rarefactus atque adeò carens vi elastica. non putarim tamen istud sufficere, sed recurrendum esse ad intricationem aliquam partium.

Experimenta quæ sequuntur à Roberto Boyle vt plurimum sunt facta, machinamque requirunt, quam ex ipso desumpsi. conabor igitur vt breuitati consulam ea simul cogerere quæ simili principiô nituntur.




Machina constat duabus præcipuis partibus; vase vitreô AB, satis firmô; hoc nomine communiter à chymistis vsurpatô; recipiens nuncupabimus. cuius magnitudo tanta sit, vt quinquaginta circiter librarum aquæ sit capax.

In summitate foramen habet cuius diameter est 4. digitorum cum marginali labiô in conum torbinatô, ad altitudinem vnios digiti. huic inseritur operculum quod cæmentô ferruminatur; in cuius medio est foramen sua clauicula instructum vt dum opus erit intromittatur aër. habet item hoc recipiens epistomium B C, cum verticillo D, debet autem collum vt ita dicam recipientis inseri tubo stanneo aut cupreo & diligenter ferruminari cæmentô, ex pice resinâ & ligneis cineribus.




Secunda pars huius machinæ anthliâ E constat, vt eius sustenraculô. Anthlia autem primò cylindrum habet cauum, cuius cauitas est trium digitorum buic aptatnr Embolus, constans aliô cylindrô metallicô minore, & perforatô, cui imponitnr segmentnm corii, satis crassum & amplum, optimè lixiuiô præparatum, vt cauitati cylindri, coaptari possit, & omnem aëri externo aditum præcludat, manubrium autem Emboli ferreum est & dentatum, ita vt inseri possint denticuli rotulæ G. immittendum oleum iotra cauitatem anthliæ, vt facilius currat Embolus, & excludatur omninò aër externus.

His ita præparatis, aërem ex recipiente sic extrahes. obseratâ claui CD, Embolum ad summitatem vsque antbliæ immittes, quantâ fieri poterit celeritate, tum ad imum anthliæ educes, & versâ claue CD, exitum patefacies aëri qui magnô impetu, ex recipienre in subiectam anthliæ cauitatem, vacuam aut saltem rarefactô aëre plenam descendet, donec in vtroque vase ad parem dilatationem adducatur. clauditur Epistomium CD, rursusque ad summitatem vsque anthliæ immittitur Embolns, educiturqne, tum aperitur foramen CD, & ita deinceps. notabis autem subsequentibus suctionibus te minùs, ac minùs aëris educere; quam precedentibus, quòd facilè deprehendes, eò quòd Embolum ad summitatem vsque anthliæ intromittere possis, priusquam eius inferior valuula aperiatur, immo si clausa superiori valuulâ CD manubrium dimiseris; Embolus seipsô, magnâ vi ascendet. cum enim intra anthliæ cauitatem modicus contineatnr aër, capax vlterioris compressionis: aër externus grauitate suâ vrget, & Embolum impellit non resistente sufficienter aëre intra anthliam contentô. quod principium ita vniuersale est, vt experimenta omnia facilè explicet.

Iam suprà locutus sum de virtute aëris elasticâ vi eius modò magis explicari possit, modò coarctationis alicuius ab extrinseco prouenientis sit capax; ita vt si quando accidat eius partes incuruari aut comprimi vel incumbentis athmosphæræ pondere, aut quouis aliô corpore vbi cessat vis externa se se à tali pressione liberare nituntur. afferunt autem communiter velleris, aut lanæ conglobatæ similitudinem; lana enim aut vellus ex flexibilibus pilis constat, qui instar minutissimæ spiræ facile incuruari possint, & rursus instar elaterij se explicare. ita lana aut vellus compressum, rursus se explicat. idem potes videre in spongia sicca. In quo modo explicandi multa mihi notare licet, nempe quod non satis, omnia persequatur & expendat, certum enim est quod dum comprimitur lana; partes eius non tam distant ab inuicem, excluduntque, multum aërem qui denuò illis expansis intromittitur. quæro igitur an inter partes aëris expansaa aliqua substantia intromittatur, an verò dentur uacuola, neque enim per expansionem simpliciter elasticam, eô modô explicatam, partes singulæ maius spatium occupant; sed tantum minus benè sibi congruunt, & relinquunt maiora, aut minora spatia alienô corpore plena; aut certè vacua. hoc videtur mibi non satis in ea elastica virtute constitutum. scio quidem nonnullos, æthream substantiam admirere, quæ omnia peruadat. vel vacuola; in quo non magnam difficultatem patiuntur, eò quòd & lumen cæterosque influxus cœlestes existiment esse corpora, omnesque qualitates quarrum possunt eliminent. neque enim admittunt isti Neoterici vllam propriè dictam rarefactionem, aut condensationem quâ idem corpus modo maiorem, modò minorem locum occupet. sed tantum volunt distractionem variam, quæ ex illarum configuratione oriatur. fateor tamen nisi modo maior modo minor eiusdem partis extensio admitatur me vix posse benè concipere, quid sit Elaterium. concipio quidem quod in arcu adducto, partes internæ nimis comprimantur, cum enim in minorem arcum efformentur, eas minorem locum occupare quàm par sit, necesse est, è contrà verò exteriores nimis dilatantur, ex quo fit vt cessante adductione se ad naturalem extensionem reducant. quod cum fieri non possit, nisi ad rectitudinem redeant, resilit arcus. nescio igitur quid sit vis elastica, nisi in aliquibus partibus pilorum verbi gratiâ, velleris proprie dictam condensationem admittas, vt plurimum istæ opiniones quæ nouæ videntur, & faeile omnia explicare; intactam relinquunt difficultatem, si benè expendantnr. scio posse aliquid responderi, nempe corpora talem texturam, & ordinem partium exigere; sed non redditur huius rei ratio; cur enim pilus inflexus non est in statu naturali? dicunt aliqui partes ex quibus pilus componitur tales esse, vt dum incuruantur partes exteriores, arcus se tangant tantum in angulis ideoque dum relinquuntur suæ naturæ recidunt vt se tangant secundum facies integras, sed neque hoc satisfacie. primòquia per adductionem arcus solueretur cóntinuitas; deinde quid interest vt se tangant, vel per angulos, vel per facies. denique contrarium eueuiret in partibus internis eiusdem arcus, quæ adducto arcu se per faeies tangerent; vnde nulla esset ratio cur mutarent situm, vt se per angulos contingerent. si verò semel admittatur aliquas minutiores pi-

li

ll partes, modò maius, modo minus spatium occupare, & ex nimia extensione se reducere ad minorem, non erit opus eam vim elasticam, aduocare, sed potiùs vim exstensiuam.

Chartesius qui aliena à communi philosophandi ratione, accersit principia, existimat aërem constare partibus maxime flexibilibus, variæ quidem magnitudinis, & figuræ, quæ ob inquietum motum coelestis materiæ per totum spatium quod terram ambit circumfusæ, ita rotantur, vt illô motu, omne aliud corpus extrudant, quod intra sphæram rotationis suæ ingressum fuerit. ideoque non interest iuxta eam sententiam quam figuram habeat vnaquæque aëris particula, cum virtus elastica ab ea nullô modô pendeat; sed à motu, quem à fluido æthere intercurrente communicatum habent. motus autem ille continuus præstat, vt particolæ separatæ maneant, & rotatione sua maior singulis locus conueniat, quā conueniret si essent immotæ. verum quidem est quod si sphæra circa centrū suum voluatur non propterea maius spatium occupabit, at verò si corpus irregularis figuræ rotetur, necessario rotatione sua maiorem locum sibi vendicabit. vult igitur Chartesius dum constipantur partes aëris, impediri saltem aliquo modô talem motum, eò quòd materia æthcrea, cum tanta facilitate non possit eas mouere. dum vero cessat causa eas constringens, materia æthetea denuò eas separet & agitet, & per agitationem, & separationem, videantur maius spatium occupare. Quæ quidē omnia ingeniosa sunt, sed eô prorsus modô quô proponuntur, etiam negantur. probabilitatem enim non video, vnde sibi concilient. ideoque ea simpliciter proponenda duxi potiùs vt eorum specimen darem, quam vt probatione aliqua comprobarem. quia nunquam in animum potui inducere fluiditatem aut spirabilitatem in motu continuo esse positam, ita vt aquæ partes continuò agitentur, etiam dum placidissime quiescit aqua; numquam mihi persuadere potui talem dari subtilem substantiam, cui omnia corpora quantumvis solida, sint peruia & alia hujusmodi quibus diutiùs inhærere non vacat.

Experiment. 11. Arida agni vesica capax duarum tertiarum pintæ, per aëris inclusi recessum amisit de suo pondere granum & octauam grani partem. vitreum recipiens postquam exhaustus est aër leuius fuit, vnciâ & tertiâ vnciæ parte, fuit autem recipiens illud capax mensurarum 31. hoc experimentum probat aërem grauitatis non esse expertem, & consequenter aërem in quo viuimus compressum esse.

Experimentum 12. Exhaustô ex machina, aëre, difficillimè educi potest obturamentum superius, cuius locô si vesica circumligetur, eadem accidunt quæ in experimento mercurij, nam præcipitatur intra recipiens, eamque si quis extrahere conetur sentiet magnum pondus; quod admissô intra recipiens externô aëre, sensim minuitur. huic experimento nullam causam subiungo, vt pote quam iam sæpe explicui.

Experimentum 13. si Embolum ad summitatem vsque anthliæ promoueris, ita vt superiorem eius partem, quantùm fieri potest, tangat, clausô verticillô, non maiorem sentiet difficultatem, vt educas Embolum vsque ad mediam anthliam, quam vsque ad imam. Ex quo deduco eam resistentiam non oriri, ex adhæsione Emboli cum medio aëre qui supponitur relinqui, & qui resistat nimiæ dilatationi; plus enim resisteret maiori dilatationi quam minori, plus autem dilataretur, quando Embolus ad imam vsque anthliam educitur quam dum extrahitur ad mediam, igitur dicendum est semper eandem sentiri aëris externi grauitationem.

Experimentum 14. Vesica semiplena aëre in recipiente inclusa exhaustô recipientis aëre turgescit, & distenditur. quæ verò iam inflata erat rumpitur. modò tamen integra sit, & nullo modo aperta. simile experimentum in aëre libero facere possumus, si nempe vesicam aëre semiplenam calefaciamus: volunt autem in calefactione partes ignis interfluere inter partes aëreas, easque separare & consequenter in maius spatium extendere. sed hæc explicatio Chartesiana est, eamque reiecimus vtriusque Experimenti causam supra explicuimus.

Experimentum 15 Collo phialæ vitreæ satis paruæ nempe sex drachmarum aquæ capacis, circūmligetur vesica agnina lenta, & plicabilis, adeo, vt latera eius cohæreant si intra recipiens tam phiala, quàm vesica includatur, exhaustô recipientis aëre; aër phialæ etiam totam vesicam implebit. etsi vesica nonuplo sit maior, quam phiala. ex quo sequitur aërem ad decuplò maius spatium occupandum satis facilè extendi posse. immò ex aliis experimentis constat aërem posse se extendere ad sexagesies maius spatium. Et Mersennus asserit vi caloris posse dilatari aërem ad septuagesies maiorem locum occupandum.

Experimentum 16. phialæ valde paruæ omninò tamen rotundæ, collum in recipiens immittitur, ipsâ extra recipiens extante, & obruratis, omnibus rimis. exhaustô dein tam recipientis, quam phialæ aëre non fracta est phiala, licet totum pondus athmosphæræ sustineret, quod tribuitur figuræ rotundæ, & pressioni, ex omni parte æquali. Alembicus cuius figura non sphærica, exanthlato aëre dissiluit, phiala vitrea, cui additus erat tubus satis longus, ad fundum eius pertingens quæ aliquantulum aquæ continebat, inclusa intra recipiens, ita vt per foramen recipientis, tubus phialæ apertus promineret, educto ex recipiente aëre phialam ambiente, dissiluit phiala tanto impetu, vt eius fragmentum in recipiens illisum illud perfregerit: eò quòd aër illâ inclusus totum athmosphæræ pondus per tubum foris prominentem sustineret, & phiala solitâ ambientis aëris pressione destitueretur. phiala tamen crassior adhibita non dissiluit.

Experimentum 17. lampades accensæ, & carbones igniti, citiùs extinguuntur in recipiente, quam in aëre libero, & adhuc citiùs dum exsugitur recipientis aër. funis militaris accensus, & in recipiens demissus, primò, fumô impleuit recipiens, exhinc exanthlato simul cum aëre, fumô, ignis non apparuit. immisso tamen aëre cœpit vt priùs ardere.

Experimentum 18. Sclopeto in recipiens demisso, exhausto aëre elaterium eandem vim obtinuit, quam habere solet, scintillasque more solito excussit, & aliquando puluis sulphureus accensus est, flammamque habuit more consueto se habentem,

Experiment. 19. Si intra recipiens intromittatur

vasculum

vasculum mercuriô plenum, simul cum tubo tripedali in quo mercurius in statione solita consistat: tubus autem quia longior est per foramen extra recipiens aliqua sui parte promineat, interuallum autem inter tubi latera, & foraminis labra Emplastrô, ad arcendum externum aërem probè impleatur, continebitur mercurius in eâdem altitudine. quia tunc licèt impediatur externi aëris grauitatio, aëris inclusi vis elastica & grauitationi aëris æqualis in viribus eundem præstat effectum. vbi verò exhaurietur aër ea recipiente: mercurius descendet ad superficiem vsque stagnantis in vase mercurij. admisŝô autem per Epistomium externô aëre, rursus ascendet.

Experimentum 20. Factô Thermometrô ex mercurio ad solitam altitudinem consistente, in tubo simplici non capitato, fiunt mutationes in statione mercurij, etiamsi nulla sensibilis in calore, aut frigore facta sit mutatio. quod ex aliis thermometris communibus dignoscere possumus.

Ratio autem huius mutationis esse potest, quod licèt non mutetur frigus aëris terræ vicini, mutetur tamen in mediâ regione, & ex ea mutione sequatur condensatio & maior grauitatio, ex maiori grauitatione altiùs ascendat mercurius in tubo.

Vnde si cartesiana opinio de fluxu, & refluxu maris esset vera; nempe quod luna transitu suo athmosphæram magis comprimeret; id in thermometro dignoscere potiemus. immò in ea opinione, lunâ meridianum obtinente nunquam esset æstus, sed potius refluxus. pariter si vt vult R. P. Honoratus Fabri pars athmosphæræ, quæ in terram grauitat, transeunte luna, grauitationem mutaret, inciperetque in lunam grauitare: & propterea aquæ eô locô minus pressæ non nihil assurgerent, in mercuriali Thermometro idem animaduerterentur, fluxusque aliquis & refluxus notaretur. differt autem istud Thermometrum à communibus, quod in aliis vix vlla habetur ratio grauitatis aquæ quæ modica est, sed tantum virtutis elasticæ aëris inclusi, in isto verò, via habetur ratio spirituum inclusorum, & virtutis eorum elasticæ sed tantùm grauitatis mercurij comparatæ cum grauitate athmosphæræ: & verè si summitas tubi omni corpore destitueretur non tamen multum ascenderet mercurius, certissimum autem est athmosphæram variis alterationibus esse obnoxiam vt infinitis experimentis constare potest.

Experimentum 21. Factum fuit in aqua, eodem prorsus modo quo in decimo nono, adhibitus fuerat mercurius; sed opus fuit multum aërem exsugere, ea recipiente antequam aqua descenderet. quia tubus erat tantum pedum quatuor. cum debuisset. 33. pedes superare in eodem experimento visæ sunt innumeræ bullæ, ea aqua erumpere, quæ admisŝô externô aëre euanescebant, aut potiùs intra aquæ substantiam se occultabant. ex quo concludere licet, etiam athmosphæram grauitare in ea corpora, quæ intra aquas latent. illæ autem bullæ vel fuerunt aër intra aquam latens, aut spiritus ipsius aquæ. possumus autem facilè comprobare aliis experimentis aërem grauitare in corpora aquis demersa. nam intra aquas succedit mercurij experimentum. immo si intra phialam oblongo collo includatur mercurius, quæ tota intra recipiens collocetur exhaustô aëre multæ bullæ quasi aëreæ erumpent, quæ maiores fient pro vt maior aëris copia exsugetur. & admisŝô externô aëre, rursus ita paruæ fient, vt via appareant; ea quo manifestum videtur, etiam intra mercurium, & aquam, spirituum, aut aëris particulas latere quæ ab athmosphæra comprimantur.

Eadem autem assertio comprobatur experimentô facili, si nempe intra vas vitreum longiusculum aqua plenum, paruæ phialæ apertæ media parte plenâ aquæ, & alia media plenæ aëre collocentur, si enim ita disponantur, vt fundum petant. totumque vas oblongum statuatur intra recipiens, exhaustô aëre paruæ phialæ ascendunt. vnde concludo aërem intra eas inclusum comprimi ab athmosphæra, & consequenter athmosphæram grauitare in aquam. impossibile enim est, vt comprimat aërem, intra aquas latentem, & non grauitet in aquam.

Experimentum 22. Vitrea phiala oblongo collo impleta est aqua, vsque ad initium colli, cui addita est nota. deinde inclusa est intra recipiens; exhaustô aëre recipientis, cœpit aqua intumescere, & primò quidem, bullæ ea fundo aquæ ad summitatem vsque eruperunt. tum singulis suctionibus aliquantulum aqua in collo eleuata. ex quo ferè concludi potest, inesse aquæ virtutem aliquam elasticam, hoc comprobatur aliô experimento. in vas plumbeum cauum per exiguum foramen, partim exugendo aërem, partim ope syringis iniecta aqua, sensim intumuit, clausoque foramine, & percusso vase in variis locis, vt cauitates fierent, & comprimeretur aqua perforatô vase aqua foras erupit.

Idem experimentum factum in oleo ex quo multò plures eruperunt bullæ, quam ex aqua communi. ex aqua verò distillata pauciores.

Experimentum 23. Non dissimile erit superioribus istud experimentum. demissa est incipiena, ampulla vitrea oblongô collô, & hermeticè obsignatô, tertia sui parte plena aqua, tum exhaustô aëre, fracta est extremitas colli. aër intra illam inclusus magna vi se diffudit intra capacitatem recipientis, & innumeræ bullæ ex aqua vno impetu eruperunt.

Experimentum 24. Liquor aliquis peculiaris qui in libero aëre, totus ferè in ampullas eleuabatur, in recipiente euacuato, via habuit huiusdi effluuia.

Experimentum 25. Si capillaris tubus aquæ immergatur, aqua in eo ascendet etiam ad quinque digitos. cuius experimenti nulla alia reddi potest ratio nisi quòd aër non tam perfectè possit grauitare in aquam per medium tubum partibus eius, lateribus tubi adhærentibus; quam aër externus grauitet in aliam aquam, ideóque cogat eam ascendere per tubum.

Hoc autem experimentum vniuersale continet principium, quo omnia ferè madefiant & liquor se insinuet, & ascendat per arborum fibras, per medios cineres, arenam & alia huiusmodi corpora, sed de hoc meliùs aliô locô.

Experimentum 26. Ampulla vitrea aëre plena, & hermeticè obsignata. bilanci imposita, in aëre libero cum certo plombi pondere erat in æquilibrio, inclusa recipienti post vnam, aut alteram suctionem amisit æquilibrium, & bilancem inclinauit. aëre admisŝô suum recuperauit æquilibrium. ergo aër ponderat & grauis est. In eodem

eaperimento

experimento cum vitrea ampulla aperta fuit suum semper retinuit æquilibrium.

Æolipila postquam calefacta fuit obturatô foramine, staterâ examinata est, admisso deinde aëre, vndecim granis ponderosior fuit.

Experimentum 17. Vesica aëre plena, trutina examinata, inuenta est ponderosior 14. granis, seipsâ vacuâ. erat autem capax 14. librarum aquæ, igitur proportio ponderis aquæ, ad pondus aëris est vt libræ ad granum, hoc est vt 7600. ad vnum. Ricciolius vult esse vt 10000. ad 1. hic tamen modus ponderandi nullus est cum aër in aëre homogenea ponderare non debeat. ex æolipila autem longè alia inuenitur proportio nempe vt 1000. ad 1. circiter, Mersennus existimat esse vt 1300. ad 1. ex quo sequeretur, si aër esset homogeneæ grauitatis athmosphæræ altitudinem esse circiter 7. aut 8. milliariorum. si enim 33. pedes multiplicaueris, per 1300. inuenies circiter altitudinem aëris, facientis æquilibrium cum 33. pedibus aquæ. proportio ponderis metcorij ad aquæ pondus multis modis examinari potest, nempe tubo inflexo, seu duobus cylindris communicantibus inuenitur esse vt 1. ad $13\frac{1}{4}$.

Experimentum 18. Auiculæ, & alia animalia recipienti inclusa, exhaustô aëre mortua sunt. imò aliquantisper turgescere visa sunt. quænam autem sit huius experimenti causa iam supra explicuimus.

Experimentum 19. Aqua calefacta antequam frigesiat, inclusa intra recipiens, exhaustô aëre bullire videbatur. quia ad singulas suctiones innumeræ erumpebant bullæ.

Hæc experimenta satis facile vtramque aëris [illegible]tutem comprobare videntur nempe elasticam, & grauitatem, atque de his satis.

## DIGRESSIO X.

### Physica.

*An elementa grauitent in proprio loco respectiuè.*

In hac quæstione duplicem inuenio occasionem æquiuocationis: prima est, quòd non conueniant omnes in assignando cuiusque rei loco. volunt enim quamplurimi tunc cessare grauitationem quotiescumque corpus est in proprio loco, cum enim finis grauitationis sit, rem in proprio loco ponere, cessante fine cessat etiam omnis grauitatio; quare primò constituendus est proprius vniuscuiusque locus. dicunt ergo locum rei grauis connaturalem eum esse in quo, nullum habet sub se corpus leuius, aut in ista hypothesi, nullum minus graue. sed quæro vlteriùs; an minus graue absolute, an respectiue; non primum, quia vt iam definiuimus omnia grauia, sunt eiusdem grauitatis, grauitasque absoluta nullô modô intenditur, aut mutatur; quare in eo sensu nullum vnquam corpus, sub se habebit aliud minus graue. restat ergo vt intelligatur de minùs graui respectiuô. minùs autem graue respectiuè nihil est aliud quam graue cum maiori extensione. videamus ergo quare aqua verbi gratiâ, grauitat & in aërem sub se positum, & non in mercurium. quia aqua non est tam grauis, ac mercurius sibi mole æqualis, quem proprie aggreditur, & est grauior quàm aër, ipsi æqualis in mole; aggreditur autem corpus sibi mole æquale, quia in tali dispositione, aqua descendente corpus tantum illi æquale ascendit.

Si tamen fieret alia dispositio in quâ, quatuor libris aquæ descendentibus, tres tantum libræ mercurij ascenderent: aqua mercurium eleuaret, & consequenter dicendum esset, quod grauitaret in mercurium. In priori autem casu ideo aqua eum non eleuat quia, descendentibus 4. libris aquæ mercurij moles æqualis ascendere deberet, hoc est plusquam sexaginta libræ. non est autem mirum. si quatuor libræ aquæ sexaginta eleuare non possunt. videntur igitur isti per grauitationem, intelligere victoriam, sed male, ista enim non sunt idem grauitare, & grauitando vincere; vnde concludo si aliquando aqua in mercurium grauitat, videtur in eum. semper grauitare; sed in aliquo casu hanc grauitationem, non posse motum efficere, eò quòd ipsi resistatur, aliquando verò vbi resistentia minor erit, aliquem motum producere. Ostendam autem postea aquam, & aërem in mercurium grauitare. vnde puto æqualiter omnibus corporibus eundem locum competere, nempe tendere ad centrum terræ, cum æqualem, & eiusdem speciei habeant grauitatem.

Ex accidenti autem vnum tendere fortiùs; eò quòd propter densitatem, plures grauitatis partes, pugnent contra pauciores corporis rarioris: ita vt sublatâ tali comparatione sæpe accidat corpus rarius, & minus leue, inferiorem sibi locum vendicare.

Antequam autem vlteriùs progrediamur, duplicem distinguere debemus locum proprium, absolutum & respectiuum locus proprius absolutè; ille est qui rei competit nullâ habitâ ratione alterius corporis. locus autem proprius respectiuè est locus debitus alicui; eò quòd expellatur ab alio corpore fortiore, ea propriô loco absolutô. iste autem locus est propinquior, loco absoluto à quo corpus, non eiiciatur à fortiori aduersario.

Est autem proprie quæstio de loco proprio respectiuo.

Contra hoc raciocinium poterit moueri difficultas, nempe quod minime videatur rationi consonum, vt singulæ partes elementares, eundem locum vt proprium habeant, quia singulæ in statu violento semper essent, cum sit inassignabilis ea quæ proprium locum obtineat.

Respondeo nullum hic esse statum violentum, nec grauitatem esse corporibus elementaribus datam, vt partes sint in centro, sed vt componant vnum totum, non potuit autem meliùs prouidere natura, ne defluat illud totum, sed semper integrum permaneat, quàm grauitatem concedendo, vi cuius omnes à circũferentiâ ad centrum nituntur, quantum possunt, ita vt quo plures partes simul iungentur, & vt ita dicam conuenient ad expellendas pauciores, eò faciliùs, victoriam consequantur. addo vlteriùs valde mihi dubium esse, an omnes partes terræ ad centrũ nitãtur, putant enim nonnulli, partes terræ ad vnã aut alteram leucam in profunditate, quæ nẽpe aliquibus casibus dimo-

neri locô possunt graues esse, nucleum autem satis magnum, forsitan omni grauitate carere, siue sit alterius naturæ, siue eiusdem parum interest. vnde grauitas ferret tantum grauia, ad illum nucleum, & pars illa nihil ampliùs tentabit, cum illi coniuncta erit. quamdiu verò nucleum non attinget, etiam si corpus magis graue sub se habeat, illud tentabit locô dimouere, licèt id non consequatur, quia semper hôc modô præcipuum, & vltimum finem à natura intentum consequitur, nempe, compositionem totius, neque enim vt voluot omnis motux licet ferat in aliquem locum, est præcisè propter locum tanquam propter finem, sed sæpe fit motus daturque potentia ad motum propter aliquid aliud. vt motus cordis non est vt cor peculiarem situm obtineat, sed vt eô motu sanguinem concoquat, ita qui vellet fornicem construere, ne solueretur compages singulis lapidibus inderet facultatem tendendi ad centrum, non tamen vt aliquis centrum verè occuparet, sed vt eô nisu firma perseueraret fornicis constructio. neque dicas corpus existens non in proprio loco esse in statu violento, hoc enim facile concedam, & parum interest, quia vere, detinetur in eo loco ab extrinseco, sed admitto in pluribus, entibus violentiam: sæpe intentam à naturæ authore.

Secunda ambiguitas, quæ tollenda est, posita est; in hac voce grauitatio. grauitatio autem sonat actum secundum grauitatis, seu exercitium actuale illius potentiæ. Hæc autem potentia, est effectiox motûs, vnde videtur vbi nullus est motus, ibi nullum esse exercitium grauitatis, & consequenter nullam esse grauitationem. si res ita intelligeretur facilis esset totius quæstionis solutio; facilè enim casus assignaremus, in quibus motus sequeretur, aut non sequeretur, & consequenter in quibus admittenda esset, aut non admitenda grauitatio. sed puto per grauitationem intelligi debere aliquid aliud præter motum. dum enim manibus pondus ingens sustineo, licèt impediam omnem motum deorsum, sentio tamen aliquid quô grauatur manus mea, quid autem illud sit est satis difficile constituere. quotiescumque duo grauia sunt in æquilibrio, & se inuicem sustentant, verè grauitant in se inuicem, nam si ego vnum pondus eleuare volo, aliud me adiuuat in eo eleuando, ita vt vix sentiam vllum pondus; vnde concludo quotiescumque corpus grauius, eleuat minùs graue, tam grauius, grauitat in minus graue, quam minus graue in grauius, nam in tali caso, si velim sistere grauioris casum, nô experiar tantam difficultatem, sed tantum decedet de eius grauitate, quanta est aduersi ponderis grauitas. pariter dum ispis asseri imponitur, etiamsi sistatur eius motus per multum tempus, non desinit lapis premere asserculum, ita vt post aliquot tempus illum frangat. vnde est commune proverbium, pondux semper laborat.

Quid sit autem hæc grauitatio definire non ausim, neque ad quæstionem meam aliquid facit, contendo enim me probare posse, elementa in proprio loco, nempe ita vt grauiora subsint leuioribus grauitare, hoc est leuiora aliquid efficere, in grauioribus. Ne tamen rem omninò indecisam relinquam, meamque sententiam proponam. existimaui semper grauitationem esse impetum. quod multis rationibus euinco. quas vt meliùs explicem, alios motus aduoco. nam cum sursum impello lapidem, verè in eo præter motû aliquid produco, quod remotâ manu vlteriùs lapidem promoueat, & motum producat. ostendi enim iam aliàs, motum à motu produci non posse. nempe motum lapidis, qui est tempore A, producere non posse motum eiusdem lapidis pro têpore B, quia causa existere debet cum agit, agit autem dum producit effectum dum verò producit effectum, effectus existit: igitur causa & effectus simul existere debent, sed duo motus simul existere non possunt, ergo vnus non potest esse alterius causa. neque etiam potest esse à recurrente aëre, nam rota quæ in orbem mouetur nullum post se habet recurrentem aërem. vnde existimaui semper in proiectis admittendum esse impetum, qui sit naturæ permanentis, solúmque contrariô impetu destruatur. At non tantùm proiecta impetum aliquem impressum habent, sed etiam grauia dum descendunt, nullam enim accelerationis grauium probabiliorem causam inuenire potui, quam impetum qui continuò producatur alius, atque alius. quò autem maior est impetus in corpore moto, eò etiam maior producitur in corpore resistente, ita dum validiorem impetum in malleo producimus, eò etiam maior producitur, in corpore percusso. pariter grauia quò ex altiori loco decidunt, eò maiorem impetum producunt.

Existimo igitur omnia grauia etiamsi non moueantur ob aliud corpus resistens, producere non tantum in se aliquem impetum; sed etiam in corpore resistente. & hunc impetum puto esse grauitationem actualem, vi cuius conantur dimouere corpus illud ex suo loco vt illud occupent, ille autem impetus si inueniat resistentiam, ita vt non moueat corpus, destruitur, & nouus producitur, si verò moueat, nullamque inueniat resistentiam non destruitur, sed nouô productô augetur. quibus positis.

Dico grauia etiam in propriis locis posita grauitare.

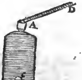
Probatur primò experientia. aurum dum immergitur aquæ, amittit aliquid de suo pondere, sed nisi aqua grauitaret in aurum illudque subleuare niteretur, aurum nihil amitteret de suo pondere; ergo aqua in aurum, grauitat, illudque eleuare nititur. maior constat experientia, si enim demersum aurum educere nitaris, senties pondus esse minus, illique tantum deesse de proprio pondere, quanta est grauitas aquæ ipsi mole æqualis. ita vt si ipsi aqua quoad molem æqualis, sit vnius libræ, de illius pondere vna libra decedat. minor etiam patet, nullam aliam rationem inuenire possumus, quàm quod aqua illud eleuare nitatur; ergo verè id efficere nititur, quod vlteriùs ostenditur. ideò dum inueniuntur duo pondera in statera, dicimus vnum grauitare in aliud; quia illud eleuare nititur, cognoscimus autem illũ nisum, eò quòd pondus aduersum, tantùm amittat de suâ grauitate, quanta est alterius grauitas, sed aurum in aqua demersum ita se habet; ergo dicêdum est similem aquæ inesse nisum, quô aurum sursum impellit. Idem asserendum est de duobus ponderibus in æquilibrio positis, nempe in duabus stateræ lancibus, dicimus vnum grauitare in aliud, quia si velim alterutrum eleuare, aliud ita me adiuuat, vt non sentiam pondus;

sed

sed dum extrahere volo situlam plenam aqua, quamdiu versatur intra aquam, tamdiu nullum sentitur pondus, aliâ aquâ descendente, & conferente ad istius ascensum; ergo eôdem modô philosophandum est, & dicendum vnam aquam grauitare in aliam. fateor quidem videri aquam in aqua carere grauitatione, eò quòd cum sit in æquilibrio cum aliâ, respectu mei, ita se habet ac si omni grauitate careret: attamen ex eo concludo grauitare in se inuicem, quod in me non grauitet.

Pr. Secundò. aër grauitat in aquam, aut in mercurium, aqua pariter grauitat in mercurium, etiam dum illi incumbit: ergo grauia grauitant in proprio loco, in sensu assertionis, nempe etiam quando nullum habent corpus leuius infra se. Ant. probatur innumeris experimentis. Ita diximus aërem grauitare in mercurium, eumque ad duos pedes, & duos digitos eleuare. & in experimento communi mercurij; si stagnanti in vase hydrargyro infundatur aqua, altiùs ascendet in tubo; ergo aqua, & aër in mercurium grauitant. quod si semel admittatur corpus leuius grauitare in grauius, multo magis corpus grauius, in leuius grauitabit. & æquale in æquale. ostendi autem iam supra aërem grauitare in mercurium immo eum eleuare. nempe quoties educitur tubus ex vase, tunc enim vbi defluxit aliquid, mercurius sursum magna vi impellitur, vt diximus.

Pr. Tertiò. Ex vi elasticâ eiusdem aëris. dum enim intra machinam Boylanam includitur aër, dum impeditur alterius aëris grauitatio; aër inclusus se extendit ad maiorem locum occupandum, vesicas & ampullas vitreas disrumpit; ergo aër ab alio aëre compressionem patitur, quæ oritur à grauitate; nam si impediatur aëris incumbentis grauitatio, aër sese expandet. ergo aër, in aërem grauitat. ergo similè in aliud simile.




Pr. Quartò. aqua etiam in aquam grauitat, dum inuenitur in proprio loco, tunc enim in proprio loco inuenitur, quando nihil habet sub se nisi aliam aquam, aut corpus grauius aqua; sed in aliquo simili casu aqua in aquam grauitat. sit enim maior phiala AB plena, cuius collo A circumligetur vesica, addaturq; tubus AD. In maiori phialâ sit parua ampulla ore aperto quæ mediâ sui parte, sit plena aquâ, & aliâ media aërem contineat. poterit ita esse in æquilibrio, vt quãdo tubus AD perpendicularis erit, ampulla C descendet ad fundũ phialæ, quãdo vero inclinabitur tubus, ascendet phiala. sed hoc fieri nõ potest nisi aër inclusus intra paruam ampullam comprimatur, dum tota aqua AD ipsi incumbet, desinat verò ita comprimi, dum aquæ AB grauitatio impedietur, non intelligo autem quomodo aqua AD comprimat aërem ampullæ C, nisi impellat deorsum aquam sibi subiectam; ergo aqua aquam deorsùm impellit, quod est grauitare.

Volueram aliàs experiri, an sicut aër inferior est compressior, seu densior, ita etiam aqua inferior maiorem etiam compressionem pateretur. non licuit tamen adhuc per otium, nec suppetunt mihi instrumenta quibus id perficiam. modus autem quo id tentare volebam non differt ab isto. si nempe loco ampullæ C apertæ, quodcumque aliud corpus substitueretur, vel ampulla omninò clausa. si enim fieri posset vt ampulla, quæ inferiorem phialæ partem obtinebat additô tubô AD, & infusâ aquâ sursum eleuaretur, signum esset aquam in vase contentam, quæ vt vocant in specie minùs grauis erat ampullâ C, hoc est minùs densa. additô pondere, alterius aquæ in tubo contentæ addensaretur, fieretque eadem ampulla grauior. vnde concluderem aquam in aquam grauitare, quod est vt vocant elementa in proprio loco grauitare.

Pr. Quintò. Fateor me non potuisse adhuc concipere, quomodo aqua superior vasis, in sibi subiectam, & eodem vase contentam non grauitet, grauitet autem tota aqua vt vocant per modum vnius in eum qui vasi subiecit caput. aut qui ex ansa conatur illud sursum attollere. nescio enim quæ sit ista per modum vnius grauitatio, nec quomodo possit aqua superior ad subiectum vas pondere suo perrumpendum concurrere, sine vllô impulsu aquæ intermediæ. alia ferè omnia argumenta ad illa reuocantur. nempe quod post aliquod tempus compactior sit terra, postquam diu quieuit ac postquam fuit recenter è scrobe educta. cui quidem argumento respondeur, dum terra colitur, aut subigitur, intermiscetur aër, quem sensim pondere suo eiicit.

Obiectiones quæ contra hanc assertionem fieri possunt, vel petuntur à priori, vel ab experientia: inter eas quæ sunt à priori, hæc est præcipua, quod ista grauitatio esset frustra. omnis enim grauitatio & impetus est ad motum: nullus autem motus potest sequi quotiescumque aliquid est in proprio loco; ergo neque impetus, seu grauitatio.

Resp. illam, grauitationem non esse frustrà. neque enim ille impetus est tantùm ad motum, sed benè vlteriùs dirigi potest ad compositionem alicuius totius. Fateor item impetum dirigi ad motum, non tamen desinet produci impetus, quoties ex accidenti tantum, & propter alterius corporis resistentiam motus sit hic & nunc impossibilis. ad vltimum quoties aliquid est in proprio loco, motus est impossibilis; distinguendũ est, quoties aliquid est in proprio loco absoluto cõcedo, quoties autem est tãtum in proprio loco respectiuo nego; motum ita esse impossibilem vt nõ possit dari impetus. qui licèt hic & nunc non sit vtilis ad motum producendum, habet tamen aliã vtilitatem. concederem quidem facile si aliquod graue esset in centro seu in loco absoluto, quod tunc forsitan non produceret in se impetum, seu grauitationem. si verò sit in loco proprio tantum respectiuè, nempe quod licèt non sit in loco proprio eo quod ab alio fortiori occupetur, occupat tamen locum illi propiorem quem potest occupare.

Obiicies 1. Si quælibet pars elementaris, semper

tenderet deorſum, haberet appetitum qui nunquam ſatiari poſſet, nempe inclinationem ad centrum terræ, impoſſibile autem eſt, vt omnes partes elementares ſint in centro terræ.

Reſpondeo me neſcire quid ſit appetitus, neque inclinatio in rebus inanimis niſi metaphoricè. video quidem dari omnibus potentiam producendi motum deorſum modo non impediantur, quam video non eſſe fruſtrà, propter rationem allatam. cætera quæ de appetitu dicuntur, ſunt nugæ.

Obiicitur 3. Si aqua verbi gratiâ grauitat in aurum, vel grauitat illud ſurſum impellendo, vel grauitat deorſum impellendo. non ſurſum; quia graue tantum deorſum impellit, non etiam deorſum, quia aurum grauius eſſet in aqua, quam extra aquam. deinde dum imponeretur manus, deberem ſentire, non tantum pondus auri, ſed etiam pondus aquæ aut aëris deorſum vrgentis: ergo aqua nequa ſurſum neque deorſum impellit aurum.

Reſpondeo aliquam partem aquæ quæ ipſi imminet perpendiculariter deorſum vrgere, & aliâ ſurſum impellere, liquida enim ita ſe habent, vt ſurſum impellere poſſint, quaſi vt ita dicam reflexè, quia fit aliqua quaſi circulatio, ita videmus, dum duo tubi communicant, aquam infuſam in vnum, eleuare aquam ex alia parte, ſurſum igitur eleuatur, & deorſum etiam vrgetur, ſed pauciores ſunt partes aquæ deorſum vrgentes quam ſurſum impellentes, ita vt differentia inter aquam ſurſum impellentem, & deorſum vrgentem, ſit auro æqualis in magnitudine, ideoque tantum amittit de ſuo pondere, quanta eſt grauitas aquæ ipſi mole æqualis. ponamus enim aurum pendere 20. libras, & occupare locum vnius libræ, quæ vrgeretur deorſum verbi gratiâ à 9. libris aquæ & ſubleuaretur à 10. libris, quarum nouem impenderentur in eleuandâ aquâ deorſum impellente, & reliqua ad eleuandum aurum, vnde amittet vnam libram de ſuo pondere, eritque in æquilibrio cum 19. libris cuiuſcumque materiæ in aëre exiſtentis.

Obicies 4. Si aqua grauitaret in corpus quodcumque in eâ immerſum, ſequeretur quod ſentiretur pondus aquæ, ſed non ſentitur pondus aquæ, ſi nullus fuerit aër infra aquam; ergo aqua non grauitat. maior videtur certa. nam ſi producit impetum aliquem in hominem, homo ille debebit ſentire pondus aquæ ſibi imminentis, quòd verò non ſentiat, videtur conſtare experientiâ. quâ certum eſt hominem in profundo maris non multum vrgeri aquis imminentibus. Aquam quidem vrgere fundum cuiuſcumque vaſis ſi aër ſub vaſe inueniatur. & hominem ſub aquis poſitum ſi ſub eo aperiatur foramen incipiet ſentire pondus imminentis aquæ, quaſi columnam aliquam ſuſtentaret. immo experti ſunt aliqui in vaſe non adeò magno, tabulam ligneam fundo impoſitam, apertô ſub ipſa foramine ibi detineri, à grauitante deſuper aquâ, clauſô autem foramine extrudi ſurſum, & ex aquâ erumpere.

Non diſſimulo in hac obiectione ferè totam difficultatem poſitam eſſe, immò hæc ſola experientia multos in contrariam ſententiam egit. quam vt ſoluam. primò aſſumo quòd ab aduerſariis ferè omnibus conceditur, nempe toties dari grauitationem corporis quoties ſub ipſo, inuenitur corpus leuius. reſpondent enim experientiæ ſupra allatæ, nempe quod terra recens exculta & ſubacta, ſenſim deſcendat, reſpondent inquam in tali caſu dari grauitationem, eò quòd terræ multus miſceatur aër, qui ſenſim eiicitur, igitur hoc vnum habemus, quod quoties inter partes corporis alicuius, immiſcetur aër, aut alia ſubſtantia leuior, toties fiat grauitatio partis in partem, vnde non negabunt in aceruo lapidum partem in partem grauitare. ſentiret enim homo illi aceruo ſuppoſitus grauitatem congeſtorum lapidum propter quam rationem pari modo ſentiret congeſtum arenæ cumulum. neque requiritur ad huiuſmodi grauitationem, vt partes aëris permixtæ ſint tales, vt corpus poſſit illas eiicere, & occupare illarum locum alioqoin ſi daretur aceruus ex globis bellicorum tormentorum, non deberent ſuperiores globi in ſe inuicem grauitare. nec magis premere hominem aut aliquod aliud corpus ipſis ſuppoſitum. quia nempe licet aër, ſit permixtus globis, quia tamen locus quem occupat aër inter globos, nimis paruus eſt, nec excipere poteſt vnum globum. vnde concludo in aceruo frumenti omnia grana grauitare, & etiam in aceruo ouorum, nec tamen inferius ouum, frangitur ab impoſitorum pondere, etiamſi aceruus ſit maximus. vnde concludo quod ſi homo manum ouis ſupponeret, maiorem non ſentiret preſſionem, quam ouum quæ preſſio non poteſt ouum difringere. Quia (*inquiunt*) pondus æqualiter omnibus partibus diſtribuitur.

Aſſumo igitur hanc reſponſionem, & paulò vlteriùs pergo afferoque aliud exemplum. ſit aceruus millij, cui manus ſupponatur, non ſentitur pondus millij; attamen vna pars in aliam grauitat: ergo etiam in aqua poterit fieri, vt pars aquæ in aliam grauitet non tamē ſentiatur pōdus. quòd partes millij grauitent in ſe inuicem oſtendo ex ſuperioribus exemplis, omnino ſimilibus niſi, quod partes eius ſint paulò minores, immò in congeſtô arenæ cumulô, licèt ſingulæ partes ſint multo minores, magis ſentietur pondus. examinandum igitur eſt cur in aceruo millij id accidat. duplicem aut triplicem inuenio cauſam. prima eſt quod ſingulis partibus diſtribuatur pondus, ita vt nulla pars magis comprimatur quam alia, vnde iſta compreſſio fit ſine doloris ſenſu, nulla enim fit læſio, nulla partium ſeparatio. Secunda quod partes ſe inuicem ſuſtentent, quaſi vt ita dicam ad modum fornicis. immò ſingulæ partes ad ſingularum partium, ſuſtentationem concurrant. Tertia diuiſibilitas facilis, ex eo enim, quòd ſingula millij grana, ſint polita, & læuia, inde fit vt non adhæreant ſed facile dilabantur, quare ſequitur manum liberum habere motum, poſſeque ſurſum moueri, eò quòd vt dixi facilis ſit diuiſio.

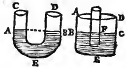
Quarta ratio eſt quod licèt prematur manus, ab incumbentibus millij partibus, ſuſtentatur tamen ab aliis partibus, etiam ad latera, vnde vix poſſit dignoſcere in quam partem impellatur potiùs. ſentitur igitur potiùs mollis quædam compreſſio quam grauitatio.

Idem multò magis dicendum eſt de aquâ, in qua rationes ſuprà allatæ vim maiorem obtinent. ambitur enim vndique ſed molliter manus, comprimiturque, immo totum pondus incumbentis aquæ in omnes reliquas partes diſtribuitur, ſuſtentatur

ſuſtentatur. item eadem manus, & pondus non impedit motum, ob maximam diuiſibilitatem, cum fluiditate coniunctam: non impellitur potiùs in vnam, quam in aliam partem, vnde ſentit quidem aliquam compreſſionem, non tamen per modum ponderis. Quando autem ſub manu verbi gratia aperitur foramen, deſtituitur ſuſtentaculo ſuo, nempe etiam aliqua pars ponderis aquæ reflexè manum ſuſtentabat, hoc aſt pars aliqua aquæ grauitando in partem illam fundi, antequam aperiretur, iam aquam ſuſtentabat, cui manus incumbit; aperto autem foramina deſtituitur illo ſuſtentaculo, vnde incipit manus percipere pondus aquæ, eò quod plus deprimatur, quam ſuſtentetur, & attollatur, & quò maius erit foramen, eò maius pondus percipiet, quia minus adiuuatur, ad ſuſtentandum, vt ſi verbi gratiâ tota aqua perpendiculariter manui incumbens pendat 100. libras, quia ab aliâ aquâ non reſpondente perpendiculariter adiuuatur manus, ad eam ſuſtentandam; ſi fiat foramen, rotundum qui ſit baſis cylindri aquel 10. librarum, adiuuabitur manus, à reliquâ aquâ, pro ratione 90. librarum, atque adeo ſentiet pondus 10. librarum, & ita de cæteris. ne fiat autem difficultas, quòd forſitan reliqua aqua, quæ non reſpondet perpendiculariter manui, & conſequenter quæ eam adiuuat non ſit tanta, verbi gratia non pendat 20. libras, ſi enim eſt in copia exigua, erit in magno motu atque adeò erit æqualis momenti cum alia. immò quòd mirum in liquidis, eadem aqua premet manum directe, & reflexe eandem manum ſubleuabit. ſed iſtæ difficultates non ſunt huius loci, pertinent enim ad tractatum de natantibus in humido.

Quod ſi videor non adeò benè ſatisfeciſſe, reſpondeant aduerſarij in exemplo milij in quo admittunt grauitationem, nec tamen percipitur incumbentis milij pondus, & quam pro ſe admittunt reſponſionem, eandem vt à me factam exiſtiment. vt autem adhuc meliùs eos vrgeam. quæro an detur grauitatio vnius in aliud, verbi gratia an aqua grauitet in lignum quod eleuat, negare non poſſunt dari aliquam grauitationem, ergo ſaltem hoc habeo dari grauitationem corporis grauioris in corpus leuius. inſeratur manus intra mercurium, mercurius in manum grauitabit, nec tamen ſentietur pondus mercurij, igitur fieri poteſt vt corpus liquidum in corpus aliud grauitet, nec tamen eius pondus percipiatur, per modum ponderis, ſed tantū per modū mollis cōpreſſionis.

Quod ſi dicas mercurium grauitare ſurſum impellendo, & eleuando, non autem deorſum pellendo, quando corpus eſt leuius. primò demonſtro. ſi hoc admittatur reſpectu leuium, hoc etiam conſequenter dicendum eſſe; reſpectu grauium, nam ideo diceretur grauitare reſpectu corporum leuium, ea eleuando, quia de facto eleuantur, videturque nihil grauitare, ſed pariter corpora grauiora demerſa faciliùs eleuantur à potentia externa, & aliquid amittunt de ſuo pondere; ergo ſi liquida dicuntur, grauitare in leuiora, illa aleuando, idem dicendum eſt reſpectu grauiorum, manus item æqualis eſt ponderis cum aqua aut leuioris.




Secundò. oſtendo aquam vere grauitare in corpora quæcumque deorſum impellendo: nam primo dum quis manum habet ſupra foramen, vaſis aqua pleni percipit pondus aquæ; ergo tunc aqua grauitat deorſum impellendo. ſi in tubo incuruo, inueniatur mercurius, ad altitudinem AB, ſi infundatur aqua CA deſcendet mercurius A, eſto aſcendat in B. ergo aqua deorſum impellit. item dum quis fert humeris ſitulam aquâ plenam, experitur pondere ſe grauari. experientia item hac digreſſione allata, id ſatis euincere videtur, nam quando magis erigitur perpendiculariter tubus aquâ plenus; aqua per grauitatem ſuam magis comprimit aërem, intra paruam ampullam incluſum; quod præſtare non poteſt, niſi impellendo deorſum ſibi ſubiectam aquam. fateor quidem quoties immergitur aliquod corpus intra aquam ſemper aquam deorſum impellentem eſſe minorem, aquâ ſurſum impellente, differentia autem inter vtramque aquam eſt magnitudo ipſius corporis, ita vt ſi corpus ſit grauius aqua ſibi æquali in mole, adiuuando aquam deorſum impellentem, vincat eam quæ ſurſum illud euehere conatur, ſi verò ſit minus graue, vincatur; vnde in ordine ad motum, quia aqua deorſum impellens, minor eſt ſurſum ferente, tantum conſideratur exceſſus aquæ ſurſum ferentis. nam reliquæ partes ſunt in æquilibrio. vnde aqua in vaſe contenta, ſine vllo foramine, videtur ſemper ſurſum eleuare corpora demerſa, ſi ſpectetur tantum motus, ſi verò conſideretur compreſſio vtriuſque aquæ habenda eſt ratio.

## DIGRESSIO XI.

### Physica.

*An terra moueatur ad ſaltum pulicis.*

Hæc quæſtio in qualibet ſuppoſitione moueri non poteſt. neque enim habet locum apud eos, qui aſſerunt grauitationem nihil eſſe aliud niſi mutuum quemdam partium elementarium conſenſum; vi cuius mutuò connectantur, mutuóque ſe attrahant, ita vt in quôcumque locô plures ponantur, ad eas debeant cæteræ accurrare, habeantque inditam potentiam ad producendum talem motum: & ſe inuicem extrudant, prout fortiores fuerint. non expendo huius opinionis probabilitatem ſed tantum aſſero, in eâ, propoſitam quæſtionem locum non habere.

Neque etiam moueri poteſt ab iis qui in terra quaſi nucleum aliquem cogitant bene compactum, ad omnem locum indifferentem & grauitate ſpoliatum quam iis tantum partibus aſſignant quæ à tali nucleô auelli poſſunt. Reſtat tantum ea ſententia quæ omnibus, & ſingulis partibus elementaribus grauitatem tribuit; cuius terminus

ad quem sit centrum vniuersi ; ita vt omnes partes ad illud centrum connitantur quantum possunt. vnde triplex centrum distinguunt;centrum vniuersi , quod est punctum imaginarium immobile , in medio vniuersi situm. deinde distinguunt centrum magnitudinis terræ quod tale est, vt hinc inde a tali centro sint partes æquales in mole , & huius centri nulla habetur ratio. Tertium denique est centrum grauitatis ipsius terræ, circa quod consistunt partes terræ æquiponderantes , seu æqualis momenti , hoc est æqualium virium ad motum deorsum. non expendo hic proprietates omnes , & essentiam istius centri grauitatis , certum tamen est quod si partes omnes elementares connitantur ad centrum vniuersi, nunquam erit æquilibrium nisi quando hinc inde a tali centro consistent partes æqualium virium, seu æqualis momenti , si enim potentiores sint ex vna parte , quam ex alia , illæ vincent & alias impellent : donec tandem centrum grauitatis terræ coincidat , cum centro vniuersi.

Supponitur autem tanquam primum principium , quod si vni æqualium aliquid addatur, vel demattur , nihilque alteri adiiciatur , aut adimatur omninò inæqualia fiunt , si strictè & mathematicè loquamur. ex quo fit vt additô vel leuissimô pondere ex vnâ parte terræ , si tantundem oppositæ parti non adiiciatur fiat inæqualitas , ideoque fit aliud centrum grauitatis. quod quidem vt iam dixi loquendo in sensu aliquo methaphysico verissimum est. in sensu verò physico , dubito vtrum minimus quilibet excessus sufficiat. nam ponamus eam opinionem de diuisione continui esse veram,quæ ex zenonicis punctis illud componit ponamusque punctum aliquod determinatum terræ , esse centrum eius grauitatis. addaturque terræ pondus aliquod verbi gratia pedale quæritur quantum debeat ex illâ additione mutari centrum grauitatis terræ. dico si illud pondus pedale ita extenderetur , vt hemisphærium terræ operiret , haud dubie valde tenue euaderet , & crassities eius esset modica Et forsitan in hac opinione impossibilis ; dico centrum grauitatis mutatum iri , dimidia tantum parte illius crassitiei. quæ dimidia pars nisi sit æqualis puncto zenonico , cum centrum grauitatis non possit minus mutari quàm puncto. nec dari motus quô mobile moueatur minùs quàm punctô nulla ex hoc addimento sequetur mutatio in centro grauitatis , nec vllus motus. Ex quo sequitur non posse quemquam certò asserere dari talem motum trepidationis in terrâ , cum quantitatis compositio adhuc in opinione positâ sit , nec aliquid certi contineat.

Sed ne ad tricas huiusmodi quæstionem propositam traducamus , certum est Etiamsi statera sit , affabre composita , & per quam exquisitissime , nempe sint eius brachia , & clauiculi cæteræque partes ex chalibe bene temperato, non tamen dum semel sunt in æquilibrio additô quôcumque vel leuissimô pondere semper inclinantur , siue ob aliquam ferri tenacitatem , siue, quia clauiculi non sunt aliquid indiuisibile , tanguntque stateræ brachia non in puncto , sed in parte aliquâ determinatâ. ita vt licèt mutetur centrum grauitatis, quia tamen integrum iugum non excedit ; adhuc perseuerat æquilibrium , vel denique quia non quilibet excessus sufficit , vt motus producatur , & vnum alteri præponderet. quæ vltima ratio ; si nihil aliud addatur , non videtur satisfacere.

Quærendum igitur restat , an in terræ æquilibrio , nullam talem resistentiam excogitare possimus. quæ non à quolibet pondere vinci possit requiratque certum , & determinatum excessum , vt non tantum ponderis aduersi nisus ad centrum ; sed etiam talis difficultas superetur Et certè multas huiusmodi in aliis casibus reperimus : sunt enim minutissimi puluisculi , qui in specie , sunt aqua grauiores , & densiores , ita vt si aquam supra se habeant non attollantur; si verò aquæ imponantur ita supernatant , vt non demergantur. ita sæpe plumæ in aëre volitant, quæ,si semel terram tangunt,non ampliùs attolluntur,quæ omnia tenacitati tàm aquæ quá aëris tribuenda sunt. resistunt enim diuisioni , nec ita facilè eorum partes ab inuicem separari possunt: ita scobes ferrea , aut stamnea si aquæ misceatur diem integrum insumet , vt tota subsidat. Ponamus terram moueri , & additô pondere tantisper descendere , omnia simul grauia cum ipsa descendent nempe tota athmosphæra ; quæ cum antea Circa centrum vniuersi sphæricè accomodata esset , requiretur aliqua partium diuisio,vt rursus eandem figuram assumat. idem dico de purissimo æthere , qui benè supponi potest omni carere grauitate . debebit enim vnâ , vt ita dicam sui parte extendi , aliâ verò coarctari , cui motui non est ita indifferens vt hoc determinatam aliquam potentiam , & vim actiuam non exigat , quæ in minutissimo pondere , immò etiam maximo si secundum se consideretur , respectiue autem paruô inueniri non possit. atque hæc pro exiguis ponderibus.

Sunt tamen aliquæ vires ; quæ paulò maiores existimari possunt. qualis est ventorum in montes & arbores incurrentium impetus, æstus item maris , tempestates , terræ motus , cæteraque quæ terram tantisper concutere videntur.

Dicam tamen quid de his sentiam. loquebar non semel cum aliquo & narrabam in Maltâ naues omni ventorum præsidio destitutas ne tantillum quidem moueri cum ex adstantibus vnus subiunxit in tali casu , nautas omnes debuisse operi incumbere , & nauim trahere. cumque addidissem non fuisse triremem , quæ remis agi posset ; sed mioparonem velis tantummodo instructum. Institit tamen , si funis ad puppim alligaretur , omnesque ex prorâ funem traherent sibi videri nauim mouendam. Risimus omnes , & iure hominis imperitiam , certissimum enim est , vt naui motus imprimeretur , necessarium fuisse vt funem trahentes non naui insisterent , sed aut aquæ , aut terræ. dum enim alicui corpori insistimus , & pondus aliud trahimus , tam ponderi , quam corpori imprimitur impetus ; ita vt quod faciliùs moueri potest, sequatur. hoc enim experimur quotidie. si ergo in nauicula consistamus ingentemque lapidem trahere conemur , sequatur nauicula , lapide semper immoto; pariter si aliquis in curru consistens currum impellere velit ; experitur facile irritum fore omnem eius conatum. si verò vel in curru sedens terram impellat , siue rotis , siue vecte , aut quacumque alia ratione , siue terræ insistens currum trahat , illum mouebit. vnde iure merito Archi-

medes

medes locum aliquem requirebat ex quo terram locô dimoueret. referam & aliud exemplum quod ad rem nostram magis accommodatum est, licèt in re ludicrâ.

Dum mathesin publicè legerem, exquisiuit à me vnus ex scholasticis modû quò laternam componeret. quæ solius fumi ex candela erumpentis impetu rotaretur. ipsi modum explicui, quò alas omnes, eodem modô detorqueret, ceterasque circumstantias, quæ ad rem facere mihi maximè videbantur. Post aliquos dies conquestus est apud me, quod laterna duabus licèt candelis adhibitis, ne vel minimum nutaret, tantum abest vt rotaretur. volui machinam videre animadorttique lignum cui candelæ infixæ erant, simul cum machinâ ita connexum esse; vt motâ machinâ mouerentur candelæ. Errorem detexi ostendi que candelas immobiles esse debere, quod cum executioni maodatum esset, machina maximo impetu moueri coepit.

Ex his omnibus experimentis concludo terram ne tantillum quidem ventorum impetu concutiendam, quomodocumque enim explicentur venti id semper concluditur. ponamus ventum ex rarefactione oriri, ita vt ex nube originem suam ducat. hæc nubes terræ insistit, & illi per grauitatê est connexa, eô modô quô candela machinæ, rarefiat igitur calore solis nubes, eô modô quô rarefit candela vi ignis, impingat materia rarefacta in rupê, sicut inpingit fumos candelæ in alas machinæ si moueretur terra moueretur & aër ipsi insistês: & consequêter nubes, sicut motâ machinâ moueror & candela, igitur non magis debet sequi motus in vnô casu quàm in alio: si verò ventus explicetur per casum aes halationis in terram, quô casu aër impellatur, eandem semper conclusionem eliciemus. quod autem dico de ventis, idem dicendum de insolitis rarefactionibus; quæ ex terra ipsa tanta vi erumpunt, vt regiones int gras concutere videantur, licèt enim fieri possit, vt aliqua pars corporis illius in quo consistimus moueatur à nobis, & a suo toto diuellatur, impossibile tamen est, vt totum ipsum sequatur, quia quantùm producimos impetus in vnam partem, tantundem in aliam imprimimus. vt si in naui consisteotes puppim trahamos, poterimus distringere poppim, & asserculum auellere, ooo tamen nauis ad motum inclinabitur; quia nisus pedum proram versus, puppim impellit, interea dum funis puppim, versus proram trahit. idem omnibus casibus applicandum est. pariter dum aliquis saltat, Etiamsi dum versatur in aëre, videatur terram hoc onere subleuare; quia tamen totus aër grauitat in terram, impsemet etiam terram premit in ipsô autem saltu, licèt videatur terræ imprimere impetum, quô eam partem versus centrum deprimit, imprimit etiam impetum aëri, componenti vnum totum cum terra atque adeò terram subleuat. vnde solus restat casus in quo grauia, ex vnô locô in alium transuehuntur cui casui iam ex parte satisfeci vt tameo omnem penitos scrupulum euellam,

Agnosceodam in terra virtutem magneticam existimo, cui infinitæ pene experientiæ suffragantur: quas omnes recensere non vacat. lateres enim benè coctî versoria trahuot. clathorom ferreæ sudes vsque ad medium, cuspidem trahunt; à medio sursum furcinulam, si tameo diutiùs in eôdem situ perseuerarint: quia tunc eam virtutem exerunt eôdem prorsus modô quô acus magneti imposita. denique quod præcipuum est talis virtutis adstruendæ argumentum, versoria eô iem modô tellurí imposita se habent, ac si magneti imponerêtur, suas enim habent declinationes, pro vt terra magis vel minùs in certis tractibus magnetica est. suas item habent inclinationes, ita vt, non cœlestem sed terrestrem polum respicere deprehendantur. sexcentaque huiusmodi quæ modò tacitus prætereo.

Si ergo super ea virtute philosophandum est dicam ingenuè licet apertis scripturæ locis vim nullam facere audeam, lubensque propterea terræ immobilitati subscribam nihilominus hæc virtus magnetica terræ indita, & tam manifestè se prodens, scrupulum mihi semper aliquem fecit. si enim corpus ita mouendum esset, vt semper parallelismum affectaret, corpus magneticum haud dubie assumerem, ideoque sæpe cogitaui apud me, quòd in opinione Copernicanâ, cum axis terræ eidem axi imaginario coeli maneat parallelus, id meliùs, certiùs, & faciliùs præstari non potuisset, nisi per virtutem magneticam: vnde nisi obstarent sacræ paginæ, facile hâc coniectura permotus in eam inclinatem sententiam, quam quia deserere cogimur perpendendum est quid ex virtute magnetica emolumenti, ad terræ firmitatem haurire possimus. Assero igitur eam non esse inutilem, sed ideo telluri inditam esse, vt eædem eius partes, easdem cœli plagas respiciant, vt verbi gratia, quæ cœlesti polo subiecta est, semper illi subsit, nec alium situm affectet, quæ æquinoctialem. circulum imminentem habet, ab eo ne tantillum quidem discedat cum enim diuersi terrarum tractus, diuersas habeant proprietates, diuersos ferant fructus, alantque animalia, quæ, in alijs regionibos non ita facile degere possent, ob diuersam temperiem, debuit idem perseuerare terræ situs, ne ex quâcumque vel minimâ mutatione, alterationes non modicæ oriventur: vt verbi gratia si regiones quæ perpetuô fere rigent gelu, easque alunt plantas, & animalia quæ frigore delectantur, subita mutatione, sole torrerentur, omnia statim perirent. cui malô medetur virtus magnetica, quæ saltem terræ vt ita dicam nucleum inconcussum continet, impeditq; quomiòus ætheris motus ei aut aëri communicetur. vincenda igitur est non tantum terræ grauitas vt trepidet, & moueatur, sed virtus etiam magnetica, quæ omni terræ motui resistit. sicut ergo videmos hæc duo nonnunquam sibi inuicem aduersari, nam & ferri grauitas, sæpe virtutis magneticæ attractionem superat, & sæpe attractio magnetica grauium descensum impedit, ita etiam hoc in terra cogitare possumus. Quare vt omnia superiùs explicata colligam.

Dico, terram nunquam moueri, nec trepidare quôcumque adiectô pondere quod possit naturaliter illi addi.

Demonstratur Primo in opinione zenonica de compositione continui, terra moueri non potest ex adiecto pondere, nisi centrum eius grauitatis mutetur, sed licèt adiiciatur illi pondus, illius tamen centrum grauitatis non mutatur; ergo terra nunquam monetor. pr. mi. centrum grauitatis terræ non mutatur, nisi moueror saltem vnô punctô;

punctô, ſed etiamſi adiiciatur illi pondus quodcumque, non mutatur centrum grauitatis vnô punctô. probatur mi. tunc mutaretur vnô punctô, quando pondus additum æquatet hemiſphærium concauum, craſſitiei duorum punctorum, & eiuſdem grauitatis ſpecificæ cum grauitata terræ; ſed nullum eſt pondus tale quod viribus ordinatiis, addi poſſit terræ. ergo nunquam centrum grauitatis terræ mutabitur vnô punctô integrô maior videtur certa.

Si enim adderetur aliquid minus, aſſumptô ſequenti punctô, pro centro grauitatis, ab eo non diuideretur terra in partes æqualis momenti.

Pr. Secundò. In quâlibet opinione. terra non mouetur, niſi vincatur ea omnis reſiſtentia, quæ eſt ad motum; ſed quôcumque adiectô pondere vinci non poteſt talis reſiſtentia; ergo terra non mouebitur. probatur minor huic motui non tantùm reſiſtit aduerſi hæmiſphærij grauitas, ſed etiam ætheris terram ambientis difficilis compreſſio, aut motui reſiſtit virtus magnetica quæ terræ ineſt, ſed hæc omnia maiora ſunt, quàm vt vincantur à quôcumque pondere. ſi enim exiguus magnes vincit totam grauitatem octodecim librarum, vt vidimus in magnete Reuerendi Patris Caroli Du Lieu, multô magis virtus magnetica totius terræ, poterit vincere grauitatem alicuius ponderis, quod reſpectu terræ non habet rationem atomi.

Hic nullas obiectiones ſubiicio, quippe quæ facile ex ſupra poſitis principiis ſoluentur.

Hæc ſunt quaſi quæſtiones generales quæ à philoſophis communiter agitantur. quas delibare volui, vt aliquid lucis huic noſtro operi mathematico afferrent; tum etiam vt more noſtro philoſophica, quæ ſine matheſi, ſatis intelligi non poſſent enuclearem.

# STATICÆ,

## LIBER SECVNDVS

## De deſcenſu grauium libero.

*QVamuis iſte liber experientiis innitatur, quia tamen multa continet quæ ſine mathematica diligentia, explicari non poſſunt; ideò more noſtro aliquibus propoſitionibus illum expediam.*

### PROPOSITIO I.

Theorema.

*Grauia dum deſcendunt, motum ſuum accelerant.*

Hæc propoſitio ſolâ nititur experientiâ, quam nullus vt puto negare poterit. certum eſt enim primò, quò grauia ex altiori loco decidunt, eò maiorem impetum in ſubiecta corpora imprimere, ſed niſi accelararetur eorum motus, nulla eſſet ratio cur, validiorem ictum efficerent. ergo ſuum motum accelerant. experientia ita communis eſt vt nullô modô negari poſſit.

Si quis experientias huius rei innumeras cupit, conſulat Patrem Ricciolium in ſuo Almageſto, ego referam aliquas, quas cum maxima diligentia per menſem integrum fecimus. nam ſumptô funependulô cuius ſemiuibratio eſſet minuti ſecundi integri. & longitudo trium pedum.

Inuenimus ergo primo ſemiminutô ſecundô graue conficere pedes $4\frac{1}{4}$
primô minutô ſecundô integrô pedes $16\frac{2}{3}$
primô minutô ſecundô cum dimidio 36.
intra duo minuta ſecunda integra 60.
intra duo minuta ſecunda cum dimidio 90.
intra tria minuta ſecunda 123.

Ideóque in primo tempore nempe ſemiminutô ſecundô conficit pedes $4\frac{1}{4}$ in ſecundo ſemiminuto pedes $12\frac{1}{4}$ in tertio pedes $19\frac{3}{4}$ in quarto pedes 24. in quinto pedes 30. in ſexto pedes 33. non puto autem poſſe exactiùs experientias fieri, quàm iſtæ factæ ſunt, & forſan pluſquam millies iteratæ. vnde non exiſtimo à quôquam huiuſmodi experientias negari poſſe, neque conſequenter grauia motum ſuum accelerare. tota difficultas in eo poſita eſt, vt proportionem iſtius velocitatis, acquiſitæ, aut percurſi ſpatij inquiramus.

### PROPOSITIO II.

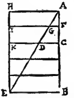
Theorema.

*Velocitas aut impetus æquabiliter in temporibus æqualibus acquiſitus, in opinione temporis in infinitum diuiſibilis, dimidium conficit ſpatium, illius quod peragraſſet ſi totus ſimul. & perſeueranter exiſtens mobile ſuum detuliſſet totô illô tempore. In opinione inſtantium phyſicè idem præſtat.*

Velocitatem, aut impetum poſui, quia faciliùs mihi erat loqui de impetu, quaſi de cauſa motus, & velocitatis; quàm de ipsâ velocitate, ex ea enim grauium acceleratione non parùm valde probabiliter concluditur dari impetum aliquem acquiſitum, qui ſit huius accelerationis cauſa. nam grauitas ponderis eadem ſemper eſt, omnis autem cauſa quamdiu eundem ſtatum obtinet, tamdiu eôdem modô operatur. vnde neceſſariò recurrendum eſt, ad aliquid, quod ipſo

motu

motu acquirstur.nempe ita nonnulli raciocinantur, quod explicationis tantùm causâ dictum velim.volunt nempe impetum esse permanentis naturæ,quamdiu ipsi non resistitur,nec inuenit contrarium Impetum à quo destruatur. vnde graue dum detinetur producit quidem impetum, cui cũ continuò resistatur continuò etiam destruitur, & consequenter ex diururnâ morâ seu quiete nulla fit illi accessio.At verò dum cadit, quia illi non resistitur omninò, impetus semper crescit. nihilque;aut parum illius deperit ; si ergo impetus sit causa velocitatis,ita vt eôdẽ modô augeatur quô augetur velocitas, dico impetum qui æquabiliter augetur,seu acquiritur aliquô tempore, mediam tantùm partem spatij conficere, illius quod peragrasset,si totus ab initio fuisset, & pro eodem tẽpore toto,suum mobile detulisset. sit verbi gratiâ mobile quodcunque quod à quiete, ad certum velocitatis gradum,verbi gratiâ ad vigesimum intra 20.minuta peruenerit, transtuleritque suum mobile per 10.pedes, dico si initiô motus extitissent 20.gradus impetûs,aut velocitatis,qui perseuerassent per 20.illa minuta,fore vt mobile 20.pedes peragrasset.quod dico in opinione temporis in infinitum diuisibilis exactè verum esse. in opinione verò instantium indiuisibilium.& non infinitorum.in temporibus sensibilibus, verissimum esse physicè.




Si enim tempus est diuisibile in infinitum,dum mobile acquisiuerit certum, & determinatam velocitatis gradum, necessarium est vt pertransierit per omnes velocitatis gradus,minores illô, cum à quiete in quâ nullus erat gradus velocitatis, successiuè aliquem,& certũ aquisiuerit.sit ergo determinandæ imaginationis gratiâ,linea AB,repræsẽtans tempus.sitq;linea CD repræsentãs velocitatẽ acquisitã in fine tẽporis AC, ducatur linea ADE. diuidatur AC bifariam in F, sitque FG parallela ipsi CD, linea FG benè repræsentabit velocitatem acquisitam in fine temporis AF, cum enim vniformiter acquirantur istæ velocitates, eôdem modô se habebunt,ac tempora hoc est vt tempus AC,ad velocitatem CD,ita AF,ad suam velocitatem,sed vt AC,ad CD,ita(*per 4 6.*)AF,ad FG igitur FG benè repræsantat velocitatem acquisitam in tempore AF,& quôcumque datô tempore, ducta parallela ipsi CD,benè repræsentabit velocitatem congruentem illi tempori,ita vt nullum sit tempus,intra tempus AB, cui in triangulo ABE, non inueniatur velocitas congruens.igitur triangulum ABE ; benè repræsentabit collectionem omnium velocitatum hoc est collectionem velocitatum pro singulis instantibus existentium. Sed vt collectio omnium velocitatum. ita collectio totius spatij decursi,igitur triangulum ABE benè etiam repræsentare potest spatium peragratum vi illarum velocitatum, totô illô tempore AB. supponatur initiô motûs iam fuisse velocitatem AH, æqualem,velocitati quæ est in fine BE, pariter in tempore F esse velocitatem FI æqualem,velocitati BE,& ita de reliquis. tota collectio velocitatum, benè repræsentabitur per rectangulum BH,sed vt collectio omnium velocitatum ; ita peragratum spatium;igitur rectangulum,aut parallelogrammũ BH repræsentat spatium peragratum per velocitatem semper aut eandem, seu per velocitates sẽper æquales.rectangulum autem BH duplum est, trianguli ABE;nempe spatij peragrati velocitatibus crescentibus : igitur spatium peragratum per velocitatem semper eandẽ, duplum est;illius quod per velocitates successiuè acquisitas perficitur. licèt in fine acquisita velocitas æqualis sit,illi quæ in alio casu semper eadem per totum illud tempus perseuerauit.

Quæ demonstratio Galilæi est,videturq,supponere tempus in infinitum diuisibile, cum velit ad determinatũ gradum velocitatis peruenire,per omnes gradus intermedios,locutus autem sum de velocitatibus potius quàm de impetu, ne nimis coarctarem demonstrationem meam, ad certam opinionem circa impetum.licèt faciliùs intelligatur.si de impetu procederet.

Quare vt res fiat clarior supponantur 20.instãtia,in quibus singulis acquiratur vnus gradus impetus,singuliq;gradus singulis instantibus quibus existunt,possint mouere suum mobile per vnũ pedem.dico si hôc modô per impetum successiuè acquisitum moueatur mobile,spatium decursum fore dimidiam tantùm partem illius,quod percursũ foret, si toto illo tempore idem perseuerasset impetus,qui in fine illorum 20. instantium acquisitus est. nam si viginti gradus impetus extitissent initio, singulis instantibus mouissent per viginti pedes;quare vigesies viginti pedes peragrati essẽt. seu 400.pedes.at verò per impetum successiuè acquisitum tantum decies viginti & vnum pedes mobile percurrisset, nã in primo instãti esset vnus gradus. in secundo duo in tertio tres. & primo instanti vnus pes fuisset peragratus in secundo duo.in tertio tres,& ita deinceps. constat autẽ ex arithmeticis.dum colligere volumus seriem arithmeticam;collectionem ex primo,& vltimo seu 21. multiplicamus,per dimidiam partem terminorum eruntque 210.210.autẽ est ferè dimidia pars 400. & quò maiores erunt numeri, eò minor erit proportionaliter defectus.nam maior numerus in simili suppositione est semper quadratum numeri terminorum ; defectus autem est tantum æqualis dimidiæ radici, sed quadrata crescunt in ratione duplicatâ suarum radicum, ergo quò tempora magis subdiuidentur,eò defectus minor erit proportional. nã in hoc exẽplo defectus est vigesima pars maioris numeri. si sumamus alium maiorem numerũ non erit vigesima pars sed multo minor.

Sint enim 100.instantia ita vt, singulis instantibus acquiratur vnus gradus. vltimò instanti erunt 100.gradus,qui si omnes toto illo tempore extitissent, singulis instantibus mouissent per 100. pedes. fuissetque numerus percursorum 10000. si verò impetum successiuè acquisitum cõsideremus,primô instanti vnus pes percurritur,secundô duo,tertio tres, quarto quatuor & ita deinceps;qui omnes vt in vnam summam colligantur aggregatum ex primo 1.& vltimo 100.nempe 101.multiplicetur per 50.fientq; 5050.qui numerus est ferè media pars prioris,defectusque tantũ est 50. qui cõparatus cum maiori numero 10000

est, tantum ducentesima illius pars. si essent mille instantia, numerus pedum percursorum ab impeto perseuerante per totum illud tempus, esset 1000000. & numeroa pedum percursorum vi impetus senim acquisiti esset 500500. defectus est tantom quingentorum, quingenti autem sunt bis millesima para numeri maioris. vnde vides quod si minutum secūdū sit diuisibile in 1000000. instantia, sintque duo mobilia quorum vnum moueatur per impetum successiue acquisitum; aliud verò habeat per totum illud minutum secundum, impetum æqualem illi; quem aliud acquisiuerit successiuè in fine illius minuti secundi. primū mediam tantum partem, & insuper bis millesimam partem spatij conficiet, quod confectum est à secundo mobili, & quò in plures partes, diuisibile erit minutum secundum, eò defectus proportionaliter minor erit. eum ergo si dentur instantia probabile sit in vnô minutô secundô contineri milliones millionum, etiam in illa hypothesi benè assumere possumus impetum acquisitum successiue, & æquabiliter in tempore sensibili, peragrare mediam partem spatij, quod conficeretur ab impetu æquali permanenter existente in eodem tempore. quod multò magis verum erit in opinione diuidente tempus in infinitum.

## PROPOSITIO III.

### Theorema.

*Velocitas aut impetus successiuè acquisitus à grauibus decidentibus, ex naturâ rei se habet vt tempora.*

Quodcumque graue casu suô successiuè acquirat impetum, seu velociùs & velociùs moueatur, seu acquirat velocitatem; dico ex natura rei & seclusô omni accidente impetus, & velocitates, se habere inter se, vt tempora quibus mouetur, hoc est si tempus quô descendit fuerit duplum, alterius; impetum, aut velocitatem acquisitam in fine dupli illius temporis, esse duplum impetus acquisiti in fine mediæ partis eiusdem temporis.

Si enim impetus ille præcisè grauitatem, agnoscat vt causam, quæ ex se determinata sit, ad profundendum illum impetum, qui perseueret quamdiu illi non resistitur, seclusô omni accidente, vt supponimus; & ex natura rei, singulis instantibus, tantumdem impetûs profundet; nec est vlla potior ratio, cur vnô tempore maior impetus, aut velocitas producatur. vnus enim impetus deorsum ferens, non est contrarius, alteri ad easdem partes tendenti; ergo grauitas eadem æqualibus temporibus æqualiter operatur. Sed hoc est se habere impetum, aut velocitatem sicut tempora: ergo ex natura rei, impetus & velocitas se habet vt tempora.

Dices dari aliquam aëris resistentiam, quæ possit aliquid semper demere de impetu acquisito, atque adeò impedire ne talis proportio obseruetur. sed Respondeo me locutum ex natura rei, & seclusô omni accidente, ideóque pono hypothesin, in quâ graue moueretur in medio non resistente, vt si in vacuo decideret. nam inferiùs habebitur aëris resistentis aliqua ratio. & per huiusmodi resistentiam multos effectus explicabimus.

Dices potiùs velocitatem, se habere sicut motum, & spatia decursa; primò quia spatium decursum, est nota, & quasi mensura velocitatis, cum enim videmus spatium esse maius, iudicamus haud dubiè maiorem esse velocitatem, seu maiorem impetum. ergo consequenter asserere debemus impetus se habere, sicut spatia decursa. Secundo videtur quod motus sit causa impetûs, & velocitatis. videmus enim per motum acquiri istum impetum: igitur vbi fuerit maior causa, ibi etiam erit maior impetus. mensura autem motus, est spatium quod decurritur.

Antequam dubitationi, quæ prima fronte rationi consona videtur respondeam, ostendo positiue impetum non se haber sicut spatium decursum. esset enim intolerabilis illa multiplicatio, & pene infinita. nam proportio in qua cresceret acceleratio esset maior quàm dupla, duplam autem intelligo eam in qua primô tempore, aliquod spatium percurreretur. Secundô verò tempore æquali duplum spatium perficeretur. duplicem autem sensum habere potest ista obiectio, primum quod impetus, seu velocitas acquisita se habeat vt spatia percursa æquali tempore. qui sensus adhuc falsus est, & contra omnem omnino experientiam. accersamus enim experientiam, supra factam nempe eam in qua obseruauimus primô semiminutô secundô graue conficere pedes $4\frac{1}{4}$ primô minutô secundô integrô $16\frac{1}{2}$ hoc est secundo semiminuto $12\frac{1}{4}$ igitur in fine primi minuti esset tripla velocitas, seu triplus impetus; illius qui fuit in fine primi semiminuti secundi, sed triplus impetus eôdem tempore deberet peragrare triplum spatium, igitur tertio semiminuto deberet confici spatium 37. pedum & $\frac{1}{4}$ quod falsum est; nam tantum conficitur spatium pedum $19\frac{1}{8}$. Si verò nulla habeatur ratio temporis, in fine primi minuti confectum est spatium quadruplum, illius quod peragratum est, in fine primi semiminuti, ergo debebit esse quadruplus impetus: ergo sequenti semiminuto debebunt peragrari pedes quinquaginta.

Distinguendum igitur primò est inter impetum perseuerantem totum simul; & impetum qui successiuè acquiritur, fateor quidem spatium peragratum eôdem tempore, vi impetus permanentis esse notam, & characterem velocitatis motûs, ita vt si duo mobilia æquali tempore moueantur, quod duplô velociùs mouebitur, seu duplô maiorē impetum habebit, duplum etiam spatium conficiat. nego tamen etiamsi idem mobile motum æquali tempore, moueatur per duplum spatium quod (inquàm) in fine illius motus habeat duplô maiorem impetum. nam primô tempore acquirebatur impetus aliquis, qui secundô tempore totus permanenter perseuerat, sed idem impetus eô tempore, quô acquiritur; mediam tantum partem spatij percurrit illius quod percurreret, si totus simul & permanenter existeret eôdem, aut æquali tempore *(per secundam huius)*, igitur posset fieri vt in fine secundi temporis non esset plus impetus, quàm in fine primi, hoc est nullus impetus de nouo acquireretur, eo secundo tempore, attamen duplum spatium percurreretur, si nempe idem impetus, sit sub diuersô statu, nempe statu acquisitionis actualis, & statu permanentiæ,

Nego item motum esse causam impetûs, sed tantum esse connexum cum negatione resistentiæ, quæ aut destrueret aliquid impetûs, aut impediret quo minùs à suâ causâ produceretur. immò impetus si detur est causa motûs. & ex hac assertione, experientiis munita possem probare, motum non producere impetum, in suo

ſuo ſubiecto, alioquin vbi eſſet maior motus produeeretur propotrionaliter maior impetus, quod falſum eſt; licet enim ſit maior morus vbi eſt maior impetus, non tamen ſequitur eſſe eandem propottionem inter vtrumque. ſecundò ſi impetus à motu produceretur, in ſuo proptiô ſubiectô, proiecta ſuum motum accelerarent. quod omni repugnar experientiæ.

## PROPOSITIO IV.

### Theotema.

*Acceleratio motûs grauium, decidentium ex natura rei. In temporibus ſenſibilibus æqualibus, fit ſecundùm proportionem arithmeticam numerorum imparium.*

Graue quodcumque liberè decidens, ita accelerat ſuum motum, ex natura rei, & ſeclusô omni accidente, vt ſi ſpectetur ſpatium percurſum in temporibus ſenſibilibus æqualibus, ſibi inuicẽ ſuccedentibus, ſpatium percurſum in primo tempore ſit ſubttiplum, ſpatij percutſi ſecundô tẽpore, & ſubquintuplum, ſpatij petentſi tertiô tempore; hoc eſt ſi primô tempore percutrat vnum pedem, ſecundô percurrat tres, tertiô quinque. quartô ſeptem, quintô nouem, & ita deinceps ſecundum proportionem arithmericam numerorũ imparium 1.3.5.7.9.11.13.15.17.19. in quâ exceſſus poſt vnitatem, ſit ſemper æqualis binario. atque hoc ita demonſtramus.

Demonſtratio. (*per tertiam huius*) impetus, ſeu velocitates ſe habent vt tempora, ergo ſingulis inſtantibus acquiruntur æquales impetus; ſed impetus eô tempore, quô acquiritur dimidiam tãtum partem ſpatij conficit, illius quod conficit, dum totus ſimul exiſtit, (*per ſecundam huius*) ergo impetus qui acquiritur primô tempore, & eô tempore percutrens vnum pedem, ſecundô inſtanti quô totus perſeueranter exiſtit duos pedes perficiet; ſed eô ſecundô minutô alius impetus de facto acquiritur. qui ſimiliter vnum etiam pedem peragrabit: Igitur ſecundo tempore iſti duo impetus, quorum vnus eſt in ſtatu permanentiæ, & alius in ſtatu acquiſitionis actualis mouebunt per tres pedes. In fine autem ſecundi temporis ſunt iam acquiſiti duo gradus impetus, qui toti ſimul, & perſeuerantes exiſtent in tertio tempore; atque adeò ſinguli mouebunt per duos pedes, eô item tempore tertiô acquiritur de facto alius gradus impetus, qui eum ſit in ſtatu acquiſitionis vnicum tantum pedem percurrit, ergo peragrantur quinque, & ita deinceps, in quarto tempore tres ſunt gradus permanentes iam acquiſitj, conficientes ſinguli duos pedes, & vnus qui de facto acquiritur, vnumque tantum pedem peragrat: igitur ſeptem erunt. & ita deinceps oſtendam duo ſemper ſpatia adiici ſingulis temporibus, eò quòd vnus impetus acquiratur, de nouo, & præcedens acquiſitus tranſeat à ſtatu acquiſitionis actualis ad ſtatũ permanentiæ.

## COROLLARIVM.

Ex eo cognoſcere poteris vno intuitu, quot ſpatia percurrantur, quocúmque tempore. verbi gratiâ quæratur quot ſpatia, ſeu pedes perficiantur decimô ſexto tempore, numerus impetus



acquiſiti ex præcedentibus ſunt quindecim gradus, qui duplicari debent, cum ſint in ſtatu permanentiæ, fiuntque 30. his addenda eſt vnitas pro gradu qui eſt in ſtatu acquiſitionis: igitur decimo ſexto tempore, percurruntur triginta & vnum ſpatia æqualia, illi, quod primo tempore percurſum eſt.

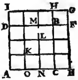
## PROPOSITIO V.

### Theorema.

*Spatia percurſa à graui decidente, ſunt in duplicatâ ratione temporum ſumptorum ab initio motûs.*

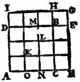
Conſiderentur duo quæcumq; tempora quibus deſcendat aliquod graue, motu continuè accelerato, quæ duo tempora ſumantur ab initio motûs, hoc eſt nõ comparetur primum tempus, quo deſcendit graue, cum ſecundo, aut tertio &c. ſed primum, cum duobus primis, duo prima, cum tribus primis, ita vt ſemper tempus numeretur ab initio motûs, quod vt clariùs adhuc fiat, quæratur quantum deſcendat mobile per duo, tria quatuor tempora determinata. dico ſpatium illis temporibus correſpondens creſcere, non in eâdem ratione, quâ creſcunt tempora, ſed in duplicatâ ratione.

Demonſtr. ſpatia reſpondentia temporibus, creſcunt ſicut quadrata, quorum tempora ſunt radices. ſed (*per* 20.6. *Eucl.*) polygona ſimilia qualia ſunt quadrata ſunt in duplicatâ ratione laterum igitur ſpatia decurſa ſunt in duplicatá ratione temporum. maior ita probatur.




Sit linea AO repræſentans vnitatem, ſeu primũ tempus AN binarium, ſeu duo prima tempora, & AC ternarium ſeu tria tempora; initiô ſemper ſũpto ab principio motus, ſitque AK quadratum vnitatis, ſeu lineæ AO; AL, verò quadratum binarij, AB quadratum ternatij, debeo oſtendere ſpatiũ percurſum primo tempore, ſe habere ad ſpatium percurſum duobus primis temporibus vt quadratum AK, ad quadratum AL nam per coroll. præcedentis propoſitionis. vt cognoſcatur ſpatium percurſum quocúmque tempore, v.g. ſecundo minuto debet duplicari præcedens tempus nempe, vnitas, & illi addi vnitas eò quòd vt dixi impetus acquiſiti tẽpore præcedenti, ſunt permanentes, & additur vnitas, quia eo tempore, acquiritur vnus impetus; ſed duplicando vnitatem AO, fit idẽ ac ſi multiplicaretur bis per aliam vnitatem AN, fiũtque alia duo quadrata æqualia quadrato AK, per quod voluimus repræſentare ſpatium percurſum tempore AO. Additur item & aliud ſpatium NK, æquale primo AO, quod conſequenter eſt quadratum lineæ AN, ſed (*per* 4. 2.) ſi linea AN.

 diuidatur




diuidatur vtcumque in O erit quadtatum totius AN, æquale quadratis iegmentorum AO, ON, nempe quadratia AK, K N, & rectangulo bis compreheusu sub AO, ON, igitur spatium percursum tempore AO, ita se habebit ad spatium percursum tempore AN, seu duobus temporibus AO, AN, sicut quadtatum A K, ad quadratum AL. pariter ostendam vt sciatur spatium pereursum tertio tempore separatu NC. debet duplicari præcedehs tempus totum.fientque complementa D L; L C, quæ simni cum quadrato lineæ NC nempe quadraru LB, perficiunt quadratum AB, seu quadrarum iineæ AC:igirur spatia quæ percurtuntur se habent vt quadrata, & tempura vt radices.

Vt autem breuiùs tota constet demonstratio. ex praxi extractiunis radicis quadratæ, ostendo ita se habere spatia decursa vt, quadrata quorum radices siut tempora. inoenio enim ptimô quadratû. iubemur duplicare illius radicem & addere vnitatem fit enim quadrarum sequens. ergo inuentô quadrato vnitatis. Si vnitatem duplicemus addamusque altam vnitatem, fiet quadratum binarij, sed idem præstamus. dum metimor spatinm decursum secondô tempure, (*per coroll. præcedentis proportioni,*) igitur si quæramus spatium decursum tam primô, quàm secundô tempure, simul accipere debemus quadratum totius temporis.& vt hoc adhuc magis pateat. exponantur tempura, & spatia singu-

| | |
|---|---|
| tempora | 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. 10. 11. 12. |
| spatia separata | 1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 15. 17. 19. 21. 23. |
| spatia cõiuncta | 1. 4. 9. 16. 25. 36. 49. 64. 81. 100. 121. |

lis temporibus separatis respondentia.hoc est series numerorum imparinm. tertiò exponantur quadrata respondentia temporibus, sed coniunctim sumptis. dico illa quadrata denotare spatia decursa temporibus coniunctis hoc est. spectetur verbi gratiâ quartum rempus, spatiom decursum quartô tempure seorsim spectatô, erit 7. in serie numerorum impariom, & 16. erit tempus quod percurritur quatuor primis temporibus. nam primô tempore percurritur vnicum spatinm. secundô tria (*per 4. huius*) ergo duobus primis percurruntur 4.tertio percurruntur quinque quæ addita quatoor præcedentibus efficiunt nouem: igitur tribus primis temporibus percurruntur nouem. quarto tempore percurruntur septem quæ addita nouem prioribus efficiunt 16. igitur quatuor primis temporibos percurruntur 16. & ita conseqoenter ex additione spatiorum fit semper quadratom 1. & 3. faciunt 4. [1. 3. 4. 5. efficiuut nouem, 1. 3. 4. 5. 7. efficiunt 16.] 1. 3. 5. 7. 9. efficiunt 15. [1. 3. 5. 7. 9. 11.; 36. [1. 3. 5. 7. 9. 11. 13. 59.] & ita de reliquis.

## PROPOSITIO VI.

### Problema.

*Cognitô spatiô quod percurritur à graui descendente aliquo tempore. determinare spatium decurrendum quocumque aliô tempore.*

Multiplex esse potest quæstio, vel enim tempus cui congruom spatium cognoscitur, incipit à quiete, vel distat à quiete, sit ergo cognitum spatium quod percurritur intra 10. minuta secunda. sintque 400. pedes; quæritur spatium quod respondet primo minoto secundo. duobus primis minutis secundis. vel quantum mouendum sit intra 15 minuta incipiendo à quiete. assumo quadratum numeri denarij, eritque 100. igitur asseruintra decem minuta centum percurri spatia æqualia,illi quod percurritur primo minoto. diuido ergo 400.pedes per 100.exurgetq;quotiens 4 dico ergo primô minutô secundô percurri 4.duobus primis quater quatuor,seu 16.intra 15. minuta 225. qui numerus si multiplicetur per 4. dabit 900. pedes.

## PROPOSITIO VII.

### Problema.

*Datô spatiô confectô, intra aliquod tempus: assignare tempus quo graue, quodcumque spatium perfecerit.*

Sit cognitom spatinm confectum quocúmque tempore datu, restat inquirendum tempus quô aliud quodcumque spatium percurretur. primò per præcedentem cognoscatur, spatium percorsum primô quocúmque tempore verbi gratia primô semiminutô secundô; sitque 4.pedum, proponatur autem quærendum tempus respondens quingentis pedibus. seo quantùm temporis insumendum sit, in percurrendis quingentis pedibus. diuido quingentos pedes per 4. fiuntque 125. spatia æqualia primo illi spatio quatuor pedum. extrahatur radix quadrata quæ erit 11 $\frac{2}{7}$ dico intra vndecim semiminota secunda, cum septima parte semiminuti percurri à graoi decidēte pedes quingentos; positâ semper eâdem hypothesi, nempe quòd æquabiliter acceleretur grauium decidentium velocitas. seu eâdem proportione crescat impetus, aut velocitas, quô tempus, seu æqualibus temporibus, æquales gradus impetus acquirantur.

## PROPOSITIO VIII.

### Theorema.

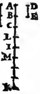
*Velocitates acquisita descensu grauium non se habent vt spatia decursa.*

Quamuis iam supra hanc controuersiam attigerim, quia tamen inuenio apud Gassendum de illa tractatum ferè integrum,ne quid huic nostro operi desit, eam paulò diligentiùs examinandam censui.

cenſui. reprehenderat Pater Casteus è ſocietate noſtra, aſſignatam à Galilæo proportionem. quam efficaciter toetur Gaſſendus. Quamuis de facto ego exiſtimem non obſeruari ſtrictè, Galileanam progreſſionem, ſaltem io longioribus caſibus, vt inferiùs demonſtrabo, cum tamen cenſeam id ex accidente tantum oriri, ideò qnidqnid Galilæo fauet, mihi reiiciendum non eſt, ſed potiùs admittendum.

Primò qoidem Pater Casteus argult Galilæum, quòd motus æquabiliter accelerati ſpuriam definitionem attulerit. nempe dum aſſerit motum eum æquabiliter acceleratum eſſe, qui à quiete recedens temporibus æqualibus, æqualia celeritatis momenta acquirat. aliam antem vt legitimam introducit, nempe motum enm æqnabiliter acceletatum agnoſcit, qui æqualibus ſpatiis æqualia celeritatis angmenta acquirit. contenditque hanc vltimam definitionem eſſe ſimpliciorem,& magis legitimam.

Sed vt verum fatear, ea prima controuerſia in qnæſtionem de nomine incidit.Quamuis enim motns ille mihi videatur magis æquabiliter accelerari;qui continenter vniformiterque increſcat ſeu qui in ordine ad tempus tale incrementum acqnirat, potuit tamen alia excogitari vniformitas, nempe in ordine ad ſpatium decurſum. ſi enim motus eſſet cauſa velociratis acqniſitæ, haud dubiè alia vniformitas attendenda eſſet, qnàm quæ ex tempore oritur. vnde puto eas definitionea non debere in controuerſiam vocari; ſed potiùs quærendnm; an motus grauiom decidentium alterutram vniformitatem obſernet.



Galilæus ita ſubtiliter demonſtrare contendit velocitates acquiſitas non ſe habere ſicut ſpatia. hoc eſt veloeitatem acquiſitam per totam AC, non eſſe duplam velocitatis acquiſitæ,per dimidiam AB.ſit alia DE,æqualis ipſi AB:ſintq; duo mobilia, quorum dum vnũ per DE mouebitur, alterum moueatur per totam AC,ſed ita vt veloeitas per AC ſit dupla velocitatis per DE,debebit mobile totam AC,eôdem tempore percurrere, quo aliud percurrit DE; ſed quô tempore percurrit DE eôdem tempore, alind nempe primum percurrit AB, cum ſint in DE & AB velocitates æqoales: igitnr quo tempore percurritur AB eodem percurretor AC ab eodem quod eſt impoſſibile.

Exiſtimo tameo hanc demonſtrationem vacillate, licèt enim vernm ſit quod mobile duplô velociùs motum,doplum ſpatium conficiat quando velocitates ſunt permanentes, non tamen id concludient quotieſcomque velocitates cootinuò acquiruntur.

Vrgeo tamen; & vim aliquam addo Galileanæ demonſtrationi. ſint doo mobilia procedentia à quiete, vnomque moueatur ita ſnpra FG, vt in quolibet inſtanti ſui motus duplam habeat, velocitatem illius quam habet AB, verbi gratiâ in primo ioſtanti, dum mobile in A producit vnum impetum, iſtud producat duos, & ita conſequenter, certum eſt, quòd dum erit in H, duplam habebit velocitatem illius, quam habet, aliud mobile, dum peruenit in B, & eo tempore perueniet in H, quo aliud aſſequitur punctum B: ſed pariter dnm peruenit in C, duplam habet velocitatem, illius quæ eſt in B; ergo in H & C æqualis erit velocitas; quòd eſt abſurdum nempe quod ſi ſint duo grania, vnumque citiùs; & breuiori tempore peruenerit in H,quam aliud ex æquali altitudine peruenerit in C, quod nnquam illud quod citiùs deſcendit velocitatem maiorem non habeat, nec illius ictus fiat validior. fieri igitur non poteſt, vt in puncto C, ſit dupla velocitas illius,quæ eſt in puncto B.

Reſpondet autem primæ inſtantiæ Pater Caſteus, quòd ſi impendit vnum minutum iu percurrenda parte AB, impendet tantùm ſemiminutum in percurrendâ parte BC, quod ſi hoc ſit verum; igitur in percurrenda parte CL, neceſſarius tantùm erit quadrans, & octans io LI, & decima ſexta in IM. quòd ſi hoc admitteretur, antequam fluxiſſet ſecundum minutum percurrenda eſſet linea infinita; nam ſemiminutum, quadrans;octans;decima ſexta, & reliquæ partes infinitæ decreſceotes in eâdem proportione, ſubduplâ, non adæquant ſecundum minutum. quod eſt primum abſurdum. Si verò vt conformius eſt huic proportioni, primô minutô percurrat AB, & ſemiminuto percurrat BC, ſicut dimidio tempore quô percurrit AB, deſcendit per BC; ſic dimidio tempore quo pertranſit AC, percurret CI. ſed percurrit AC, intra minutum cum dimidio, igitur percurret CI, intra tres quadrantes minuti:igitur ſecundo minuto cum quadrante pernenerit in I; quare non impendet totum ſecundum minutum vt perueniat in L, igitur cum in primo minuto perueniat in B, in ſecundo pertranſeat punctnm L, ſequeretur proportionem ſpatij in temporibus æqualibus eſſe maiorem dupla. quæ in immenſum proredit; ſic enim intra quinquaginta tempora, ſuperaret quemcumque terminum intra limites vniuerſi poſitum. deinde iſta proportio dupla, nimis diſtat à noſtris obſeruationibus, & experientiis, in quibus initio in temporibus æqualibus, maior eſt proportio quàm dupla, ſed poſtea minor eſt. nam primo inſtanti percurritur vnum ſpatium ſeu pedes 4. Secundo 12. tertio 20. iam hic multum deficit proportio dupla, & ita de reliquis. aſſero igitur longè aliam obſeruari proportionem.multis aliis rationibus impeti poteſt huiuſmodi proportio, nempe quærendo an admittatur commune effatum, hoc eſt impetum acquiſitum, æquali tempore ad duplo maius ſpatium mouere quam cum actu acquiritur. Sit ergo mobile quod deſcendendo ex A in B acquiſierit quemcumque impetum; vi illius impetûs acquiſiti intra dimidium tempus, mobile mouebitur ad æquale ſpatium BC. impetus autem qui acquiritur interea nihil ne faciet intra illud dimidium tempus; cum impetus debeat eſſe duplus prioris debebit acquiri tantum impetus, quantum acquiſitum fuerat qui ferret mobile etiam illo dimidio tempore, vltra illud ſecundum ſpatium, nempe ad aliud æquale, nam impetus qui acquiritur, cum ſequatur proportionem ſpatij, interea dum vi prioris impetus mobile perficit vnum ſpatium, acquiritur impetus æqualis priori; ergo qui poteſt deferre eodem tempore mobile per aliud ſpatium æquale, & quia, impetus vt volunt ſequitur rationem ſpatij, eodem adhuc tempore aliud ſpatium percurretur. igitur infinitum ſpatium percurri debeter ſecundo ſemiminuto, nempe vnum æquale

spatio priori, vi impetus iam acquisiti, & aliud vi impetus qui acquiritur interea dum percurritur tale spatium, & aliud vi impetus qui acquiritur dum percurritur aliud spatium: atque hôc modô ex quocúmque capite sumatur ista proportio sibi constare non potest.

Restat vt expendamus rationes quibus adstruitur hæc opinio, easque soluamus, nititur autem præcipuè experientiâ. Si in staterâ exactâ sint duo pondera in æquilibrio, quorum vnum Sphæricum cadat in stateram ex altitudine suæ diametri; eleuabit præter æquilibrium pondus sibi æquale, ex altitudine duarum diametrorum, præter æquilibrium attollet bis pondus sibi æquale, & ita de cæteris altitudinibus. Ex quâ experientiâ, concluditur ex altitudine duarum diametrorum, acquiri duplam velocitatem, illius quæ ex altitudine vnius diametri, quippe quæ possit præter æqoilibrium, duplum pondus attollere.

Respondetur experientiam quidem vetam esse, sed nihil concludere; debetet enim præterea asserere, ex vnâ diametro, attolli præter æquilibrium vnum pondus æquale, & nihil aliud; ex altitudine verò duarum diametrorum attolli duplum pondus præcisè; quæ omnia sunt falsa. nam globus plombeus, vnius vnciæ, teserente Gassendo, ex altitudine vnius diametri, extulit 7. vncias cum quadrante, ex altitudine duarum, extulit 9. cum dodrante, & non 14. cum semisse, vt debuit. ex altitudine trium diametrorum non triplum extulit 21. vncias, sed tantùm 12. ex altitudine quadruplâ extulit 14. cum semisse. vnde potiùs ista experientia fauet proportioni Galilcanæ, quàm illam destruat. immò perutilis esse potest ad metiendam vim impetus acquisiti. si modò constans perseueret eadem proportio, in omnibus globis, & in omni pondere. immo maximè notatu dignum est quòd globus plombeus vnius vnciæ, cuius diameter erat decima octaua pedis Parisini, seu octo linearum, ex duodecima parte suæ diametri pondus eleuet sibi æquale præter æquilibrium. videndum autem esset an in globo maiore; verbi gratia octo vnciarum cuius diameter esset dupla, seu vnius digiti cum triente, necessaria esset eleuatio dupla, ad eleuandum pondus sibi æquale præter æquilibrium, an vero ex eadem præcisè altitudine id præstet, ex quo regulæ generales ad metiendum impetum efformari possent.

Vt autem concludam, assero ex hâc experientiâ Galilæanam proportionem satis benè comprobari, tantum abest vt impugnetur.

## PROPOSITIO IX.

*Secluso omni extrinseco accidente, spatia decursa à grauibus decidentibus sunt in duplicatâ ratione temporum.*

Propositione 5. Ostendimus sequi ex velocitate æqualiliter productâ in temporibus æqualibus, accelerationem motus grauium naturaliter decidentium, fieri secundùm eam proportionem in quâ spatia, essent in proportione duplicatâ temporum, & consequenter velocitatum. quod totum pendet ex propositione 5. in quâ ostendimus, velocitates seu impetus se habere vt tempora; attulimusque aliquas rationes non, vsque adeò contemnendas, hæc enim productio vniformis velocitatis, videtur esse maxime accommodata modô agendi naturali. quia tamen istæ rationes non omninò conuincunt, ideò in hac propositione aliam viam tentare volui, nempe an experientiæ id suadere possent.

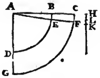
Prima autem Ratio à funependulis ducitur, quæ vt benè intelligatur, multiplici experientiâ indiget. certum est funependuli eiusdem vibrationes, seu oscillationes sensibiliter æquediuturnas esse; hoc est siue funependulum, in magnos sui circuli arcus excurrat, siue in minores tantùm; semper tantumdem sensibiliter temporis in vnâ oscillatione perficienda impendit, quantùm in aliâ, ita non semel experti sumus in duobus funependulis, omninò æqualibus, quorum vnum vehementiùs in magnas oscillationes incitabatur, alterum verò, paruas admodum describebat; hoc vltimum centum & vnam perficere, interea dum primum centum tantum absoluebat.

Certum est secundò experientiâ, tempora quæ in perficiendis oscillationibus, ab inæqualibus funependulis impenduntur non se habere vt eorum longitudines, sed in ratione subduplicatâ longitudinum, hoc est si sint duo funependula, quorum primum, sit vnius pedis, secundum quatuor pedum, tertium nouê pedû. quartum sexdecim duratio vibrationis secundi funependuli non erit quadrupla durationis primi, seu primum non perficiet quatuor vibrationes, interea dum secundum semel oscillabit, sed tantùm duas neque primum vibrabit nouies, interea dum tertium vnicam vibrationem absoluet, sed tantum ter. & quater dum quartum vnicam vibrationem absoluet: quod est, durationes vibrationum, se habere in subduplicatâ ratione longitudinum pendulorum.

Suppono autem tanquam certum quotiescumque sunt duo funependula; inæqualia AB, AC, quæ similes arcus BD, CG, BE, FC, percurrant ita esse tempus, quô verbi gratiâ percurritur BD, ad tempus quô percurritur CG, sicut tempus quô perficitur BE, ad tempus quô perficitur CF; si enim fingeretur intra DB, inscribi polygonum æqoilaterum mille, verbi gratiâ laterum, aut partem eius, & intra arcum GC simile polygonum inscribi, quod non recedat sensibiliter à circulo, tot erunt partes sui polygoni in BE, quot sunt in CF sui. & similiter ad horizontem inclinatæ, immò & proportionales suis totis; ergo nulla est ratio cur graue in vnâ parte polygoni percurrendâ maiorem partem insumat, temporis illius quod necessarium est ad percurrendum totum polygonum, quam insumat, aliud in simili parte sui polygoni percurrendâ temporis necessarij ad percurrendum totom polygonum; ergo vt tempus quô percurritur totum polygonum, ad tempus quo aliud polygonum percurritur, ita tempus quo vna pars pertransitur, ad tempus alterius partis similis, quòd autem dixi de istis partibus similibus intelligi debet de singulis partibus circularibus.

Balianus hoc putat ita clarum, vt hoc petierit sibi vltrò concedi sine vllâ aliâ probatione. quâ positiâ suppositione ita demonstrationem aggreditur.

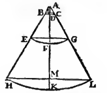
Sint




Sint duo funependula AB, AC, quæ eleuentur ad lineam horizontalem, ita vt quodlibet suum quadrantem perficiat; BD, CG. sumaturque in quadrante BD, pars BE ita parua, vt pro rectâ assumi possit, ductâque lineâ AEF, erit CF, etiam ita parua, vt à lineâ rectâ minimè deflectat, & funependula ita descendant per illas lineas, ac per lineas verticales, seu perpendiculares ad horizontem. sit quodcumque aliud graue H æquale in grauitate ponderibus B, & C, & quod decidat per lineam HK, ita vt HL æqualis sit lineæ BE, & HK, sit æqualis lineæ CF.

Demonstratio. graue H eôdem tempore peragrabit HL, quô B, percurrit lineam BE, & eôdem tempore descendet per HK, quô graue C percurrit CF; cùm lineæ BF, CF non deflectant sensibiliter à rectis, & perpendicularibus, sed tempus quô percurritur BE, ad tempus quô percurritur CF, est vt tempus quô percurritur BD, ad tempus, quô percurritur CG, quod tempus est in subduplicatâ ratione lineæ AB, ad AC, (vt experimenta ostendunt, & vt diximus supra) vt autem AB, ad AC, ita est BD ad CG; & BE, ad CF. igitur tempus quô percurritur HL, ad tempus quô percurritur HK, est in subduplicatâ ratione lineæ HL, ad lineam HK.

Et quia quâlibet datâ lineâ, quâ descendat graue; dari potest funependulum ita magnum, vt in eô assumi possit arcus, qui non deflectat physicè ab eâ lineâ, ostendam in eo arcu, tempus, quô percurritur esse in subduplicatâ ratione longitudinum, quod erat demonstrandum.

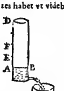



Aliter nonnulli vtuntur perpendiculis vt idem demonstrent. sint enim globi ad fila appensi, AB, vnius pedis, AE quatuor pedum; AH nouem pedum, qui separati quidem sint ne se inuicem interturbent; licèt vt clarius demonstratio procedat in eâdem figurâ aptentur; ij abducantur à perpendiculo, secundùm æquales angulos, nempe vsque ad lineam AH. certum est vt supponimus experientiâ compertum esse, quòd interea dum funependulum AB duas oscillationes peraget, AE vnicam tantum absoluet, & dum idem AB tres perficiet, AH vnicam tantum. patet autem ex figurâ quòd, tàm arcus BC, EG, HL, quàm sinus versi ID, NF, KM, se habent, vt semidiametri AB, AE, AH; atque adeò, arcum EG, esse quadruplum, & arcum HL esse noncuplum arcus BC, & sinum versum NF, quadruplum esse, item sinum versum MK noncuplum, sinus versi ID. quare siue spectetur motus prout circularis est, siue spectetur pro vt perpendicularis est, & rectus, duplô tempore percurritur spatium quadruplum, & triplô tempore percurritur spatium noncuplum. vnde iam concludimus sicut descenditur lineâ FN, per circulum EF, tempore duplô illius, quô descenditur lineâ ID, per circulum BD parallelum vt pote concentricum. ita si perpendiculariter percurrerentur FN, ID impenderetur duplum tempus in percurrendâ FN, quàm in lineâ ID. & triplum in KM: igitur spatia percursa sunt in duplicatâ ratione temporum.

Quod si de velocitatibus sit sermò: constat experientiâ si in punctis D, F, K statuantur globi, super plana horizontalia qui impellantur à globis oscillantibus, impetus in iis productus non se habebit, vt arcus, quo descendunt funependula, hoc est impetus seu velocitas in F acquisita non erit quadrupla, velocitatis in D acquisitæ, nec velocitas in K eiusdem noncupla. primò quia, globus E non fertur quadruplo velociùs quam globus B. sed tantum duplo, nam cum globus B duos perficit arcus, seu duas vibrationes, globus E vnicam absoluit, quadruplam hoc est duplo velocius fertur. & globus H triplo nam cum globus B tres vibrationes absoluit, globus H vnicam absoluit noncuplam: igitur triplo tantum velocius fertur. si hoc modo coniunctim spectentur.

## COROLLARIVM.

Ex eo notare potes globum E, in quadrupla distantia determinatum esse ad hoc vt moueatur duplo velocius, & H in noncupla distantia, ad moueatur triplo velocius. modò non coniungantur in eodem radio. sed separatim moueantur. si enim in eadem machina coniungantur aliter se res habet vt videbimus.




Secunda coniectura petitur ex aquâ, sit enim cylindrus cauus oblongus in quo sit aqua, ad lineam vsque horizontalem AB, aperiaturque foramen. per quod exiliat aqua, ita tamen vt alia substituatur locô effluentis, maneatque semper in eâdem altitudine AB, supponamusque per foramen, effluere intra horæ minutum, vnum congium aquæ. clarum est quòd si aqua in cylindro AD ad maiorem altitudinem, verbi gratia E, aut F perueniret, maior etiam aquæ copia per foramen exiliet, eò quòd magis comprimeretur, hoc est à maiori pondere vrgeretur ad exitum. quæritur ergo ad quam altitudinem, super infundenda esset, vt aqua per foramen exiliret dupla velocitate, & intra horæ minutum duo congij effluerent. notatum autem est experientiâ, requiri altitudinem aquæ quadruplam. Hoc autem confirmatur alia experientia. totus cylindrus impleatur, apertóque foramine, vt liberè effluat aqua, notentur decrementa, aquæ temporibus æqualibus respondentia, si vltimum decrementum fuerit vnius pedis, intra duo minuta vltima erit quatuor pedum; intra

lineam GH, vt habeatur AH. est autem DH sinus complementi 9999996. cui adde sinum totum, fietque GH 1999999. facta diuisione exurget $3\frac{16160101}{19999990}$ pariter inuenies pro AK $6\frac{15180118}{19999991}$.

Denique pro AL $10\frac{10516916}{19999989}$.

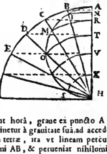
Hæ autem differentiæ adhuc sunt modicæ, si autem velis scire quantus fuerit descensus grauium, per hæc quinque minuta, circuli: semidiameter terræ est 1200. Leucarum seu milliariorum 36000. milliarium continet 5000 pedes multiplica 36000. per 5000. habebisque pedes 180000000. pro semidiametro terræ, ideoque si ita dicas 10000000. seu semidiameter dat partes 10. fere cũ dimidia, quid dabit eadem semidiameter in pedibus 180000000. eritque descensus pedum octodecim cum $\frac{9}{10}$. ideoque in toto illo descensu obseruatur Galilæana proportio, saltem sensibiliter, posset aliquis expendere an in ducentis pedibus idem eueniat. si enim sit similis non poterit ista opinio erroris conuinci. tentemus igitur vlteriùs, & quia inuenimus pro linea AL pedes 18 id tẽremos in aliqua quæ sit illius sexdecupla nẽpe partes cõtineat 168. quales semidiameter terræ cõtinet 10000000. seu pedes contineat 292. ponamus partem AK, eam esse, sitque AK partium 168. & cum sit sexdecupla partis vltimæ, erit eius tempus tantum quadruplum, quare cum arcus se habeant vt tempora erit AF arcus minutorum 20. videamus an sinus versus min. 20. sit partium 168. est autem sinus rectus min. 20. 58177. cuius quadratum 2371092709. diuidendum est per lineam GK est autem DK sinus complementi 20. min. nempe 9999813. cui addere debes sinum totum GD eritque GK 19999813. facta diuisione prouenient partes 165. debebunt autem esse 168. deficiunt ergo partes 3. seu pedes quinque est ergo sinus versus min. 20. in terra pedum 287.

Quare hæc hypothesis nullô modô experientiis contraria est: immo meliùs illis respondet quàm Galilæana, inueni enim non tam accelerari grauia, quam asserat Galilæus, quod semper tribuendum putaui aëris resistentiæ. restat tantum, vt aliquod principium physicum inueniamus ex quo fluere intelligatur huiusmodi proprietas nempe quod grauia dum descendunt accelerentur, secundum eam rationem quâ procedunt sinus versi, arcuum æqualium, & hoc in circulo qui sit terræ concentricus.

Cùm principium aliquod huius proportionis, propriæ sinuum versorum inuestigarem, in opinione communi de terra in centro vniuersi quiescente, nihil quod, aut probabilitatem, aut aliquam cùm eo effectu conuenientiam, haberet reperi: nam hic processus per sinus versos arguit mobile per circuli circumferentiam æqualibus passibus deferri, apparere tamen eius motum, in ipsâ diametrô, vt accidit in exemplo incrementi dierum. sol enim in zodiaco cursum suum peragit, cum tamen recessum eius à nostro vertice, in eius diametro aut in meridiano metiamur. Idem in multis exẽplis Astronomicis vsurpamus vt in eccentricitatis mutatione, in Epicyclis omnibus. cùm ergo terra quiescat, & grauia descensu suo rectã percurrant lineam, non video quomodo in ea hypothesi circulum possimus accersere. videamus ergo an in hypothesi Copernicanâ res meliùs succedat, quod dictum nolim vt eam opinionem confirmem, sed vt doceam quid in eâ dici possit.



Certum est primò impressum semel cuicumque corpori impetum ex coniunctione cum terrâ, non deficere, sed perseuerare eundem, qui erat antea, ita vt vi illius impetus, determinatum sit corpus illud ad certum & determinatum, spatium percurrendum, nempe ad percurrendum singulis horis, spatium æquale 15. gradibus terræ; seu intra sex horas spatium æquale quartæ parti totius circumferentiæ terræ. ponamus item grauitatem cuiuscumque grauis non producere vllum motũ, sed tantum determinare impetum acquisitum ex rotatione terræ, ad alium motum producendum accedentem scilicet tantisper ad centrum terræ. quæ determinatio non est infinita, sed determinata; ponamus ergo eam determinationem talem esse, vt intra 6. horas possit determinare hunc impetum rotationis, ad deferendum suum mobile ad centrum terræ, ita vt singulis temporibus æqualia semper spatia perficiat, immò æqualem lineam quadranti circuli maximi.




primâ igitur horâ, graue ex punctô A digressum determinetur à grauitate suâ, ad accedendum ad centrum terræ, ita vt lineam percurrat æqualem arcui AB, & perueniat nihilominus ad diametrum HB. & secundâ horâ lineam æqualem percurrendo, perueniat ad diametrum HC, & tertiâ horâ ad diametrum HD; & ita de reliquis. percurret semicirculum AOH, qui æquatur quadranti AG. nam semicirculi AOH, semidiameter, est media pars semidiametri terræ ex suppositione: ergo & circuli circumferentia alterius, erit subdupla, quare semicircumferentia eius æquabitur, quadranti circumferentiæ alterius. cum igitur graue A peruenerit in I, ducatur ex H arcus IN, perinde est ac si immotâ terrâ graue peruenisset in N, quando verò peruenerit in M, idem erit ac si peruenisset in R; punctô O, respondet punctum T & ita de cæteris. hoc est si diameter realis terræ AH transferatur successiue in HB, HC, HD, HE, &c. graue perueniet temporibus æqualibus in N, R, T, V, X, sunt autem lineæ AN, AR, AT, AV, AH. sinus versi arcuum eorumdem: igitur videbitur accelerari motus grauium secundum proportionem sinuum versorũ ostendo autem arcus AI, IM, MO OP, PS, esse æquales; cum enim anguli EHS, EHO, OHM, MHI, IHA. sint æquales, sintque ad circumferentiam (*per* 21.3.) arcus recensiri quibus insistunt æquales erunt.

Restat tamen difficultas præcipua, quare mobile digressũ ex A, potius determinetur ad perueniẽdum ad centrum H per lineã circularẽ AOH. quam per quãcumq; aliam. dices quia habet impetũ, quô feratur circulariter ideóq; licèt determine-


tur

tur ad aliā lineam ineundam, vi grauitatis; non tamen ad hoc vt totaliter illam deserat. sed contra impetus etiam impressus corporibus circulariter motis, illa defert per lineam rectam, vbi desiesint coniungi cum eo corpore, vt experimur in puluisculis decidentibus in rotas, nam eiiciuntur per tangentes. facilis est autem solutio, nempe quod grauia dum decidunt, non desinunt semper coniungi cum terra, si enim moueantur in aëre, & aër terræ insistat, ipsa etiam terræ coniunguntur eiusque motum rotationis participant.

Ex quo vides posse ex hac constructione, solui argumentum, quod aliqui validum existimant cōtra Copernicum; nempe dum demittitur globus ex alta turri, certum est experientiâ, quod attingit punctum pauimenti cui perpendiculariter imminet. si autem esset vera opinio Copernici volūt id non accidere. considerādæ enim sunt duæ virtutes vna mouens circulariter, alia mouens perpendiculariter, quæ circulariter mouet tota perseuerat, eadem quæ erat initiô motus; initiô autem motûs poterat intra tempus determinatū ponamus intra minutum; certū, & determinatum arcum percurrere, v. g. arcū centum pedum, ergo cùm descēsus eius nihil officiat motui circulari, quādo inferiùs peruenerit vi illius virtutis circularis, poterit centum pedes percurrere: sed centū pedes in minori circulo, arcū auferunt dissimilē illi, cui in maiori circulo respondent 100. pedes; igitur promouebitur tātisper versus orientē. communis responsio, id totū concedit, asseritq; differentiā ita paruā esse vt nullo sēsu percipi possit. sed neq; hoc admittere cogitur, asseto enim graue, dum descendit, determinari à grauitate ad deflectendū tantisper à circulo terræ concētrico, ad perficiendū circulum, qui tandē in ipso terræ circulo terminetur, ita vt vi illius impetus circularis tantumdem semper spatij conficiat.

Vt verum tamen fatear non existimo quæstioni omninò satisfactum, neq; sufficienter explicatū quænam sit illa determinatio à grauitate orta, ad percurrendam aliam lineam circularē, æqualē illi quam sine tali determinatione percurreret, nisi agnoscantur quasi duo impetus separati; vnus à grauitate ortus, qui acceleretur, alius circularis, qui tantisper retardetur, eò quòd dum graue magis, ac magis ad centrum accedit: inuenit partes tardiùs rotatas, vt pote viciniores centro, & eâdem ratione, quâ decrescit illa virtus, eâdem crescat, & augeatur impetus à grauitate productus: siue quod subiectum non sit capax vlterioris qualitatis, ideóque tantum decedat de vna, quantùm additur de aliâ, siue propter aliam rationem.

Inde fit vt æquale semper spatium percurratur, & nunquā excedat ab ea linea quę ab ipso ad centrum terræ ducebatur, eò quòd dum descendit eius impetus circularis sistatus, à partibus aëris tardiùs motis. ideóque iisdem partibus terræ sibi subiectis semper respondeat.

Inquiramus adhuc vlteriùs, an hic modus explicandi probabilitatem aliquam habeat, & an experientiis conforme sit, nempe quod intra 6. horas lapis perueniat casu suo ad cētrum terræ. vidimus sinum versum respondens 20. minutis grados. in circulo maximo terræ continere pedes circiter 287. seu tertiam partem gradus continere tot pedes circiter. 20. autem minuta gradus continent vnum minutum horæ. Mercen. primò semiminutô secundô horæ, percurri tres pedes asserit; semiminutum autem horæ inuenitur 160. intra minutum primum & 20. secunda, spatium autem est in duplicata ratione temporis. fiat quadratum numeri 160. eritque 25200. fiat ergo vt 1. ad 25200. ita 3. ad 4. numerū 75600. erit numerus pedum qui realiter percurritur à grauibus descendentibus, intra 20. minuta gradus, seu intra vnum minutum & 20. secunda temporia. nam numerus superius allatus pedum 287. fuerat tantum ex suppositione quòd primò tempore, quo nempe percurritur vnum minutum gradus; percurreretur tantum circiter vnus pes. quod experientiis repugnat Quare ableganda est tota illa doctrina; vt pote aberrans toto cœlo experientiis; componendū igitur aliud systema, neque enim requiruntur sex horæ, vt graue ad centrum terræ perueniat. vnde Fermatius ostendit descensum illum grauium in Copernicanâ opinione, non esse circularem sed helicem describere. sed de his satis.

Nonnulli voluerunt rationem quæ intercederet inter descensus grauiū respondentes tēporibus æqualibus, esse proportionem Geometricam duplam, ita vt primò tempore, vnum percurreretur interuallum, secundô, duo spatia. tertiò 4 quartô octo. quintô sexdecim; & ita deinceps. sed nullâ meliùs ratione hæc omnia commenta refelli debent, quàm experientiis. hæc enim proportio dupla in immensum excurreret.

Alij seligunt simplicē proportionē arithmet. sed de hac iam dictū superiùs, si enim in temporibus indiuisibilibus, aut insensibilibus talis assumatur; in Galilæanam degenerabit, pro temporibus sensibilibus. vt iam initio satis ostendimus.

Quare mihi aptissima videtur Galilæana proportio, descensus grauium in qua nempe tempora se haberent vt radices, spatia vt quadrata, velocitates, autem se haberent vt tempora, ita vt secluso omni accidente firma perstaret. expendendum tamen est sequenti propositione; an in omni casu experientiis respondeat, & quantum ab iis deficiat.

## PROPOSITIO XL.

### Theorema.

*Proportio accelerationis descensus grauium secundum seriem numerorum imparium non exactè respondet experientiis.*

Dubitatum est à nonnullis an recensita proportio omninò, & ex omni parte experientiis responderet. ratio dubitandi fuit, quod si assumerentur, maiores casus periti ab experientiis, & secundùm eos iniretur calculus vt sciretur, quid primo tempori responderet; animaduertebantur isti minores casus nimium parui. vt verò solas experientias à nobis factas recenseamus. Hanc nobis dubitationem monit; in Collegio Lugdunensi Pater De S. Rigaud qui non tantum in Philosophia, & Theologia quam publicè cum magna laude docuit, sed etiam in mathematicis summe eruditus nos ad experientias faciēdas incitauit nēpe Patrem Franc. De la chaize in philosophis Theolog. & mathemat. benè versatum & me. Et primò quidem assumptô funependulo nouem circiter digitorum cuius vibratio integra, nēpe itus & reditus minutum secūdum adæquabat, eleuatam funependuli bolidē, simul cū lapide demisimus in puteum, & ex sono in aquæ superficie edito

edito admoniti sumus, altitudinem putei percurri intra tria minuta secunda. quod experimentum plusquam centies repetitum. erat autem altitudo putei 123. pedum. cœpimus deinde inire calculum, vt sciremus quid spatij primô semiminutô ex Galilæi mente competeret. & cum tempora essent vt 1. ad 6. spatia erant vt 1. ad 36. quare diursô spatiô 123. per 36. inuenimus primô minutô respondere pedes $3\frac{15}{36}$. Ex alia verò parte sciebamus funependulum cuius longitudo esset trium pedum, vnum minutum secundum expendere in vna vibratione. & vnum semiminutum secundum, in quadrante vno percurrendo; habebamus enim tanquam principium certum: omnes eiusdem funependuli vibrationes esse æquidiuturnas; igitur tantumdem temporis insumere in vnô quadrante perficiendo, quoties pondus funependuli ad horizontalem lineam attolleretur, quantùm in arcu sexaginta gradnum, si vibratio ab eo inciperet. quadrans autem circuli cuius semidiameter est trium pedum continet 4. pedes cum dimidio. vnde cœpimus dubitare an in semiminutô secundo graue decidens tantum percurreret 3. pedes $\frac{15}{36}$ hôc enim modô raciocinabamur, graue quod descendit per quadrantem circuli, tardiùs mouetur, quàm quod perpendiculariter cadit. cum quadrans circuli ex infinitis vt ita dicam planis inclinatis componatur, inclinatio autem planorum motum retardet: sed graue seu funependulum trium pedum quod mouetur per quadrantem circuli intra semiminutum; quatuor pedes cum dimidio percurrit, ergo multò magis, quod rectè & perpendiculariter cadit. Quare cum nodum hunc satis extricare non possemus ad experientiam prouocandum fuit. quia autem dubitabamus an vibrationes maximæ quales sunt, quæ à perpendiculo, distant quadrante integrô; essent omninò æquidiuturnæ cæteris; mediocres assumere libuit. nempe quinquagiota aut sexaginta graduum, ita




autem operationem instituimus; Asserculum AB muro applicuimus, aliumque BC pauimento, vt meliùs de sono ferre possemus indicium, tum in punctô quocumque D, extremitatem fili appendimus; exinde bolidem E eleuabamus ad pedes tres, ita vt linea FG esset trium pedum & angulus BDE esset circiter graduum 50. tum simul bolidem E, & pondus F demittebamus, & experiebamur ictum bolidis in H; & ponderis in G non fuisse simultaneos, attollebamus punctum D, eademque præstabamus, ita vt linea FG esset trium pedum cum dimidio. neque tamen simultaneitatem ictuum perfectam deprehendimus. ascendimus ad 4. pedes neque adhuc nobis est penitus satisfactum. in quatuor pedibus cum quadrante, nulla est animaduersa differentia

ascendimus exinde ad pedes 4. cum dimidio; & iam aliquam differentiolam deprehendimus, quæ semper creuit vlteriùs, pro vt magis & magis ascendebamus.

Hæc experientia non semel atque iterum, sed forsitan millies repetita: appositis in punctis H & G corporibus æque sonoris; ne sonus vehementior ita attentionem ad se. vt ita dicam raperet, vt alius minor sat citò percipi non posset. non dissimili modô funependulum habuimus 12. pedum, nempe cuius vibratio esset dupla prioris; iteratisq; experimentis deprehendimus, intra minutum secundum integrũ percurri pedes 16, igitur deinceps pro vnô tempore intelligemus semiminutum secundum: non est item expendendum an funependula fuerint præcisè vnius semiminuti. quia hic quærimus tantum an proportio Galilæana sit exacta. erat autem funependulum primum nouẽ digitorum. certum est autem vibrationem integram, seu itum & reditum funepẽduli cuius longitudo est $\frac{3}{4}$ pedis parisini, seu digitorum 9. adæquare minutum secundum. primô tempore seu primô semiminutô secundô graue percurrit descendendo pedes 4. & $\frac{1}{4}$. quam experientiam voco fundamentalem.

Repeto autem omnes

| | |
|---|---|
| Primo tempore graue percurrit pedes | $4\frac{1}{4}$. |
| Duobus temporibus | $16\frac{1}{2}$. |
| Tribus | 36. |
| Quatuor | 60. |
| Quinque | 90. |
| Sex | 125. |

Vnum autem nobis contigit satis iocondum, vt dum varias altitudines quæreremus, vt ex iis lapides demitteremus, ad Patrum Augustianianorum discalceatorum cœnobium, quod in suburbio, crucis rufæ vt vocãt situm est perreximus petitâque facultate vnum aut alterum lapidem in puteũ dimittendi, lapidis casum funependulo emensi fuimus, diximusque puteum 123. pedes depressum esse. quod ita vt diximus verum fuit; vt ne vnius digitus huic profunditati defuerit, quod satis mirari non poterant qui principium ignorabant: Licèt mirandum nullô modo fuerit, cùm enim animaduertissemus hoc spatium, percursum esse intra quinque tempora, cum duobus trientibus alterius, & paulò plus, non fuit difficilè eius longitudinem assignare inter 90. & 125.

Ex his experimentis, concludo Galilæanã proportionem multum à vero aberrare. nam positô pro primo tempore, spatio pedum $4\frac{1}{4}$. & sit spatium primum, ad sextum, in duplicatâ ratione 1. ad 6. nempe vt 1. ad 36. si multiplicauerimus $4\frac{1}{4}$ per 36. exurget 153. pro spatio respondente sex temporibus; inuenimus autem tantum 123. quare differentia est pedum 30. notabilis haud dubiè.

Quia tamen mihi Galilæana proportio ita naturalis videbatur; eam quantum poteram tuebar. asserebamque fieri posse vt non sat citò audiremus sonum. sed experti sumus in ea distantia; an dum aliquis duos lapides interse collideret, auris tardiùs perciperet sonum quã oculus ictum videret. nihil sensibile animaduerti potuit. nã distantia horizontalis 123. pedum est nihili; licèt verticaliter erecta, aliquid videatur. cœpi exinde asserere vapores ex puteo erumpentes retardasse lapidis casum, memineram enim me apud nonnullos legisse non semel, ictum bombardarum, vaporibus è fluuio erumpentibus, mirum in

modum ectardari ; ita vt ſæpè quarta pars ſpatij conſueti à globo non pereurreretur : ſed cum animaduerterem idem in aperto aëre accidere, ſubſcribendum fuit huic ſententiæ, nempe Galilæanam proportionem etiamſi ingeniosè confictam ab experientiis multum diſcedere. quærebam tamen apud me an ex aeeidenti, an verò ex natura rei ita ſe haberet. Enimuero eum ex proportione ſupradictà animaduerterem ſequi funependulorum oſcillationes eſſe perpetuas, eo quod velocitas acquiſita per deſcenſum, poſſit bolidem reſtituere ad altitudinem, vnde digreſſa fuerat cum tamen non ſint perpetuæ, ſed tandem (quieſcant) quod vulgo aëris reſiſtentiæ tribuitur, qui cum motui tantiſper obſiſtat, tantillum etiam ex acquiſita velocitate dettahit, ex quo ſequitur non in integrum reſtitui bolidem, ſed oſcillationes ſenſim decreſcere, volui experiri an aëris pariter reſiſtentia, ita poſſet motui grauium officere, vt ſemper aliquid de acquiſito impetu detraheret. quod vt meliùs expendatur.

Suppono primò aërem reſiſtere diuiſioni, & maiori diuiſioni intra idem tempus factæ, magis reſiſtere. ita vt ſit maior reſiſtentia aëris, vt diuidatur per duos pedes intra vnum minutum, quam vt diuidatur per vnum. item reſiſtentiam impedire productionem impetus, aut productum deſtruere, & conſequenter maiorem reſiſtentiam, maiorem partem impetûs deſtruere. ſupereſt igitur expendendum, an reſiſtentia proportionetur impetui, aut velocitati, poſſet enim fieri vt reſiſteretur motui, & deperderetur aliquid impetus ſingulis inſtantibus, ſeu temporibus, obſeruaretur tamen in acceleratione grauium proportio Galileana, cum enim ad illam obſeruandam neceſſarium ſit temporibus æqualibus, acquiri æqualia velocitatis momenta, vt ſupra diximus, reſiſtentia æqualis eſſe deberet, ſed non eſt æqualis, cum reſiſtentia ſequatur ſpatium decurſum igitur plus velocitatis ſeu impetus amittetur ſecundò tempore, quam primô, quia plus ſpatij percurritur. poſſet tamen adhuc eſſe controuerſia, an licèt percurratur plus ſpatij ſecundô tempore, quàm primô, & conſequenter ſit maior reſiſtentia, abſolutè ſumpta, non ſit tamen maior reſpectiuè ſumpta, quia nempe maior eſt velocitas quæ talem reſiſtentiam vincat. ſed res vt puto ita conſtituenda eſt, nempe falſum eſſe, quòd reſiſtentia, non ſit reſpectiuè maior. nam velocitas creſcit, vt tempora; at vero reſiſtentia orta ex ſpatio diuiſo, creſcit ſecundum quadrata temporum. hoc eſt in ratione duplicatà velocitatis. ſeu ſecundum rationem ſpatiorum.

Secundò etiamſi creſceret reſiſtentia, eôdem modô quo creſcit impetus, hoc non impediret quominus abſolutè maiorem impetum deſtrueret, quod ita intelligo. In primo inſtanti ſit reſiſtentia vt vnum, & grauitas ſi nulla obeſſet reſiſtentia, poſſit producere quatuor gradus impetus. impediatur vnus, ob reſiſtentiam, in ſecundo inſtanti poſſent produci alij quatuor gradus, à grauitate, ſi nulla obeſſet reſiſtentia, ſit duplex illa reſiſtentia, eſto vincatur, & faciliùs; non deſinet, tamen deſtruere duos gradus impetus, ita vt ſuperſint tantum quinque; igitur dicendum eſt, cum reſiſtentia creſcat ferè vt quadrata temporum, eam eſſe maiorem, etiam reſpectiuè in fine, quam in principio, ideoque non obſeruari proportionem propoſitam quæ ſupponit temporibus æqualibus æquales produci gradus velocitatis.

Vt autem propiùs ad rem accedamus primô ſemiminutô; quô mouetur mobile per 4. pedes & $\frac{1}{4}$ reſiſtit aër, & vi talis reſiſtentiæ detractum eſt aliquid velocitatis, vi cuius percurſum fuiſſet aliquid ſpatij. ponamus illud ſpatium nobis ignotum eſſe 1. ſequenti ſemiminutô, & ſingulis ſequentibus idem impetus ſi productus fuiſſet percurriſſet duo ſpatia. quia eſſet permanenter, & non in ſtatu acquiſitionis. ſecundô tempore percurritur; ferè triplum ſpatium: Igitur eſt triplô maior reſiſtentia, & conſequenter tres gradus velocitatis deſtruuntur, qui in eo tempore tria ſpatia æqualia primo percurriſſent, quæ propterea non percurruntur; non percurruntur etiam alia duo, quæ percurſa fuiſſent, ſi primô tempore non deſtructus fuiſſet vnus gradus impetus; oſtendimus enim impetum eo tempore quo acquiritur dimidium ſpatium conficere illius, quod percurrit eô tempore quô totus exiſtit. igitur ſi nulla fuiſſet reſiſtentia ſecundô tempore, quinque percurſa fuiſſent ſpatia, quæ non percurruntur. tertiô tempore quia ferè quinque ſpatia percurruntur; quintupla erit reſiſtentia, ideóque quinque deſtruuntur gradus impetus; vnde erit defectus quinque ſpatiorum, item quatuor gradus priùs deſtructi ſi adfuiſſent mouiſſent per octo ſpatia: igitur ſi nihil deſtructum fuiſſet impetûs, percurſa fuiſſent 13. ſpatiola, quæ non ſunt percurſa. in quarto deficiunt ſpatiola 25. in quinto 39. in ſexto 61. quæ omnia ſequenti ſchemate exhibeo; in quo prima ſeries numerorum notat ſemiminuta. prima columna in capite habet impetum deſtructum primo inſtanti, cui pro primo inſtanti reſpondet vnum ſpatiolum, ſequentibus duo: in ſecunda columna notatur impetus deſtructus ſecundô inſtanti, qui eo tempore percurriſſet tria ſpatiola, & ſingulis ſequentibus 6. & ita de reliquis. omnes autem ſpatiorum defectus conficiunt ſummam 146. percurſa igitur fuiſſent ſpatiola 146. quæ percurſa non ſunt. quia nempe aëris reſiſtentia obfuit.

Min.

| | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|
| 1. | 1. | | | | | |
| 2. | 2. | 3. | | | | |
| 3. | 2. | 6. | 5. | | | |
| 4. | 2. | 6. | 10. | 7. | | |
| 5. | 2. | 6. | 10. | 14. | 9. | |
| 6. | 2. | 6. | 10. | 14. | 18. | 11. |

Iam redeamus ad experientias noſtras. vidimus primô tempore confici pedes $4\frac{1}{4}$ quare ſi nulla fuiſſet aëris reſiſtentia in ſexto tempore emenſi fuiſſent pedes 153. Sed inueniuntur tantum 123. igitur deficiunt pedes 30. fiat ergo regula trium. ſi ſpatiola 146. æqualia ſunt pedibus 30. quid dabit vnum ſpatiolum. inueniemuſque illud æquale eſſe $\frac{30}{146}$ vnius pedis ſeu quintæ parti vnius pedis circiter.

Hæc tamen ratiocinatio in multis deficit. primò ſuppoſuimus ſingulis inſtantibus perfici ſpatia integra, nempe 1.3.5.7.9.11. vt metiremur reſiſtentiam aëris; falſum tamen fuit, nam ſemper

ſemper defecit aliquid, ſcilicet ea ſpatiola quæ diximus detrahi, quare opus eſt aliqua æquatione vlteriori. videamus tamen an hæc ita ſumpta benè reſpondeant experientiis. igitur ſi nulla fuiſſet aëris reſiſtentia percurſi fuiſſent primò inſtanti pedes $4\frac{1}{4}$ cum vna quinta. ſed tantùm fuerunt peragrati $4\frac{1}{4}$. Duobus temporibus ſeclusâ omni reſiſtentia fuiſſent pedes $17\frac{4}{5}$ auferantur ſpatiola 6. nempe pes vnus cum $\frac{1}{5}$ ſupererunt pedes $16\frac{3}{5}$. quæ ferè congruunt experientiæ quæ dabat pedes $16\frac{1}{2}$.

Tribus temporibus debuiſſent eſſe ſecundùm Galilæum pedes $39\frac{17}{20}$. ſi auferantur ſpatiola 19. colligendo ſcilicèt omnia erunt $\frac{19}{5}$ ſeu pedes 4. & $\frac{4}{5}$. quæ ſi auferas ex $39\frac{17}{20}$ reſtabunt pedes $35\frac{1}{20}$ inuenimus autem pedes 36.

Quatuor temporibus ſecundùm Galilæum reſpondent pedes $71\frac{1}{5}$ debent auferri ſpatiola 44. ſeu $\frac{44}{5}$ ſeu pedes $8\frac{4}{5}$ quæ ſi auferantur ex $71\frac{1}{5}$. reſtabunt pedes $62\frac{2}{5}$ inuenimus pedes 60. defectus duorum pedum & $\frac{2}{5}$.

Quinque temporibus ex Galilæo debent tribui pedes 111. debent item deficere ſpatiola 85. hoc eſt $\frac{85}{5}$ ſeu pedes 17. qui ſi auferantur ex 111. reſtabunt pedes 94. Experientia dedit tantum 90.

Denique intra ſex tempora Galilæi proportio dabat pedes 143. ſi auferantur ſpatiola 146. ſeu pedes $29\frac{1}{5}$ reſtabunt pedes $123\frac{4}{5}$.

Experientiæ non multum aberrant à ratiocinio, neque enim fieri, ita poſſunt, quin ſemper error aliquorum pedum committatur.

## SECVNDA ÆQVATIO.

Peccatum eſt in ſuperiori progreſſione, quod ſpatiola ex reſiſtentia aëris detracta, aſſumerentur integra, quaſi primò tempore percurſum fuiſſet vnum ſpatium, ſecundò tria, tertiò quinque & reſiſtentia aëris eam rationem obſeruaſſet, fuit tamen paulò minor reſiſtentia, eò quòd tale ſpatium percurſum non fuerit, & ſingulis temporibus aliquid defuerit; cum igitur pro primo tempore inuenerimus percurri pedes $4\frac{1}{4}$ quibus reſpondet circiter reſiſtentia detrahens vnam quintam pedis, ſeu velocitatem quâ primo tempore mobile percurriſſet vnam quintam pedis, & ſequentibus temporibus duas quintas, benè conſtituta eſt prima columna, in priori latereulo, vnde hæc columna retineri poteſt.

Secunda verò non item, neque enim percurſum eſt ſecundô tempore ſpatium prioris triplum, ſed defecit aliquid, nempe pro $17\frac{4}{5}$ qui eſſe debuerunt, inuenti ſunt pedes tantum $16\frac{1}{2}$ igitur ſi $4\frac{1}{4}$ dant vnum ſpatiolum, $16\frac{1}{2}$ aut potius diuidendo $12\frac{7}{20}$ dabunt pedes $2\frac{11}{18}$.

Tertiô tempore inuenimus $36\frac{11}{20}$ ſeu diuidendo 20. cum aliquibus vigeſimis inſtituenda igitur eſt regula proportionum. ſi $4\frac{1}{4}$ dant vnum ſpatiolum quot dabunt 20. inuenióque circiter 4. ſpatiola.

Quartô tempore inuenimus ſuperiori calculô pedes 62. hoc eſt eo tempore peragrantur pedes 62. ſeu diuiſim 26. quibus reſpondent ſpatia $5\frac{1}{5}$.

Quintô tempore inuenimus pedes 94. diuiſim 32. quibus reſpondent ſpatiola $6\frac{1}{4}$.

Sexto tempore inuenimus pedes 123. ſeu diuiſim pariter pedes 29. aut 30. quibus reſpondent 6. fiat ergo latereulus vt ſequitur & erunt ſpatiola 117.

Spatiolum autem vnum in calculo ſuperiori erat $\frac{1}{5}$. ſi autem nulla fuiſſet aëris reſiſtentia in primo tempore percurſi fuiſſent non tantum 4. pedes cum quadrante: ſed inſuper vna quinta adde vnam quintam quadranti fientque $\frac{9}{20}$ quare ſublata aëris reſiſtentia mobile primo tempore

| | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|
| 1. | | | | | |
| 2. | 3. | | | | |
| 2. | 6. | $4\frac{1}{4}$ | | | |
| 2. | 6. | $8\frac{1}{2}$ | $5\frac{1}{5}$ | | |
| 2. | 6. | $8\frac{1}{2}$ | $10\frac{2}{5}$ | $6\frac{1}{4}$ | |
| 2. | 6. | $8\frac{1}{2}$ | $10\frac{2}{5}$ | $12\frac{1}{2}$ | $14\frac{1}{2}$ |

percurriſſet pedes $4\frac{9}{20}$ & ſecundum Galilæum intra 6. tempora pedes 160. inuenimus autem obſeruatione noſtra vltima tantum pedes 123. deficiunt ergo pedes 37. dic ergo ſi defectus Spatiolorum 117. efficit pedes 37. quid dabit vnum ſpatiolum, inuenióque $\frac{37}{117}$ ſeu $\frac{3}{11}$.

Quare debuerunt percurri primo tempore ſi nulla fuiſſet reſiſtentia pedes 4. $\frac{1}{4}$ & inſuper $\frac{3}{11}$.

Secundô tempore ſecundum Galilæum percurri, debuerunt pedes 18. $\frac{1}{11}$ Ex quibus detrahere debemus ſpatiolum 5. $\frac{1}{4}$ vt conſtat ex latereulo, hoc eſt vnum pedem & $\frac{6}{11}$ percurrit igitur ſecundum hunc calculum pedes 16. $\frac{6}{11}$ Experientia dedit 16. $\frac{1}{2}$.

Tribus temporibus Ex Galilæo reſpondent pedes fere 40. Ex quibus ſubtrahere debes ſpatiola, 18 ſeu pedes 4. $\frac{7}{11}$ quare debuerunt peragrari pedes 35. $\frac{4}{11}$ inuenimus pedes 36.

Quatuor temporibus Galilæus exhibet pedes 71. defuerunt ſpatiola 39. ſeu pedes $10\frac{7}{11}$ reſtabunt pedes $60\frac{4}{11}$ inuenimus 60.

Quinque temporibus Galilæus exhibet pedes 111. defecerunt ſpatiola 72. ſeu pedes $19\frac{7}{11}$ reſtant pedes $91\frac{4}{11}$ experientia dedit pedes 90.

Experientiæ. ex Ratiocinio. Galilæana.

| | | | |
|---|---|---|---|
| 1. | $4\frac{1}{4}$ | $4\frac{1}{4}$ | $4\frac{1}{4}$ |
| 2. | $16\frac{1}{2}$ | $16\frac{6}{11}$ | $18\frac{1}{11}$ |
| 3. | 36. | $35\frac{6}{11}$ | 40. |
| 4. | 60. | $60\frac{9}{11}$ | 71. |
| 5. | 90. | $19\frac{4}{11}$ | 111. |
| 6. | 123. | 123. | 160. |

Sex temporibus Galilæana proportio dat

pedes 160. defecerunt spatiola 117. seu pedes 37. qui ablati ex 160. dant pedes 123. Quare hic calculus respondet Experientiis.

In hac tabulâ primò posuimus experientias nostras, secundo quid colligatur ex ratiocinio. Tertio quid ferat Galilæana proportio.

## PROPOSITIO XII.

### Theorema.

*Acceleratio motûs grauium tandem finitur fitque æquabilis motus.*

Ex superioribus experientiis facile deducere possumus, motum grauium non accelerari semper, sed tandem peruenire ad æquabilitatem aliquam. quod primò coniecturâ infallibili satis ostendo. nam secundum proportionem Galilæi superiùs descriptam, spatia temporibus æqualibus respondentia ita se habent, vt excessus secundi, supra primum, tertij supra secundum esse debeat idem: cum enim spatia percursa, proportionem numerorum imparium imitentur, qui binario continuò se excedunt, excessus spatiorum erit semper idem. sed ex experientiis non est excessus semper idem: immò verò semper decrescit, vnde coniicio hunc excessum tandem finiri, & euanescere, quod est tandem perueniri ad æqualitatem hoc autem manifestum est ex tabolà propositâ in quâ vides excessus esse 8. $6\frac{1}{4}$ $5\frac{1}{2}$ 5. 3.

| | Spatia coniuncta. | Spatia separata. | Excessus |
|---|---|---|---|
| 1 | $4\frac{1}{4}$ | $4\frac{1}{4}$ | |
| 2 | $16\frac{1}{2}$ | $12\frac{1}{4}$ | 8 |
| 3 | 35 | $18\frac{1}{2}$ | $6\frac{1}{4}$ |
| 4 | 60 | 25 | $5\frac{1}{2}$ |
| 5 | 90 | 30 | 5 |
| 6 | 123 | 33 | 3 |

Quæ omnia non puto esse exacta, vt nullus subsit error, nam in his obseruationibus facilè fuit deficere vnô aut alterô pede. cum ergo excessus in fine sexti semiminuti secundi, seu tertij minuti sit tantum trium pedum cum initiô esset pedum 8. credibile est accelerationem non peruenire ad quinque aut sex minuta secunda neque ad trecentos pedes.

A priori verò ita rem demonstro, tunc erit æquabilitas in motu quando tanta erit resistentia aëris, vt ex tantundem de velocitate, aut impetu detrahat, singulis temporibus, quantum de nouo acquiritur. Sed hoc aliquando accidere necesse est; nam cum resistentia aëris crêscat pro ratione spatii percursi, & velocitas ex natura rei sequatur rationem temporis, crescet resistentia in ratione duplicatâ velocitatis; ergo tandem resistentia maior erit quam velocitas. vel clariùs supponamus singulis temporibus produci 100 gradus impetus. & requiri vnum pedem spatii ad resistendum vni gradui impetus: cum semper crescat ex natura rei spatium, & decrescat impetus tandem ad æqualitatem peruenietur.

Ex quo fit vt sub duplici consideratione spatium percursum respiciatur, nempe simpliciter pro vi per illud mobile descendit, secundò pro vi impedit velocitatem ex resistentia medij. & sub ea consideratione habenda est ratio medij in quo fit motus. Secundo considerandum est corpus: nam quò corpus densius est, eò minus mouet aëris, dum descendit. hactenus autem locuti sumus de lapidibus. figura etiam aliquid facere posset. Habemus aliquas machinas in quibus, aër multum resistit, etiamsi pondus parum admodum moueatur, vt in horologiorum machina quæ horas pulsat, ita aptatæ sunt totæ, vt dum pondus lente mouetur, ala multum diuidat aëris; ex quo fit vt ala moram motui iniiciat: vnde gallice dicimus *vn delay* seu cunctationem, vt nempe cunctanter, & cum mora, & non inconcinne horæ pulsentur, immo ex tali machina deduco facilè istam æquabilitatem. nam ideò in hac machinâ ponderis casus statim æquabilitatem attingit, quia cum multum aëris diuidatur ab alâ, peruenitur subitò ad eam resistentiam, quæ tantùm destruit impetûs, quantùm producitur. quare si velis scire quandonam grauia ad æqualitatem perueniant, fiat ala quæ in magnitudine æqualis sit ponderi, & metire spatium quod percurritur ab ala intra semiminutum, eô tempore quô machina æquabiliter rotatur: dico quando intra semiminutum ita creuerit grauis decidentis motus, seu ita acceleratus fuerit, vt tantundem spatii conficiat; tunc erit accelerationis finis, & æquabilitas in motu.

## PROPOSITIO XIII.

*Definire terminum ultimum accelerationis.*

Vidimus supra in serie illa obseruationum, quas exhibuimus, mobile in vno semiminuto percurrere pedes $4\frac{1}{4}$ vidimus insuper 4. pedes cum $\frac{1}{4}$. fecisse resistentiam quâ impediebatur idem mobile ne percurreret $\frac{1}{17}$ quas percurrisset, vnde sic argumentor $\frac{1}{17}$ proueniunt ex resistentia 4 pedum $\frac{1}{4}$ seu 4. pedes $\frac{1}{4}$ aëris diuidendi ita resistunt vt impetum destruant, vi cuius mobile percurrisset $\frac{1}{17}$ id est fere quadrantem, quæ resistentia requiritur, vt totus ille impetus destruatur qui vno semiminutô secundô producitur, qui nempe defert suum mobile per pedes $4\frac{1}{4}$. factaque regula trium, inuenio 75. pedes, quare assero quod si tanta sit acceleratio vt pedes 75 percurrantur intra semiminutum secundum; fore vt nullus ampliùs impetus producatur, sed neque hoc puto exactum.

Aliô modô idem coniicere possumus. acceleratio fuit initiô pedum octo, decreuit vsque ad pedes 3. intra tria minuta secunda vnde ita ratiocinor. si quinque pedes accelerationis destruuntur a resistentia motûs 33 pedum, tota acceleratio 8 pedum destruetur dum mobile percurret pedes 53 Quod si in obseruatione vltima fuit error vnius pedis verbi gratia mobile locô 125 pedum percurrit pedes 124. atque adeo

immiouta

imminuta tantum fuerit media sui parte, requiretur vt mobile percuttat pedes 68, vt perueniat ad æquabilitatem.

Ex quibus vides satis difficile esse, id præcisè determinare, eò quòd, totum negotium pendeat ex obseruationibus, in quibus procliue est tantisper hallucinari, & aliquibus pedibus aberrare.

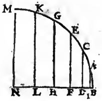
Restat vt seriem nostram continuemus, & quemadmodum ex primâ, & vltimâ experientiâ alias omnes intermedias vi calculi determinavimus, responditque calculus obseruationibus; ita etiam in consequentibus idem præstemus.

## PROPOSITIO XIV

*Quæ proportio obseruetur in descensu grauium*

Quia superior calculus satis est intricatus, redditque difficilem determinationem spatii, quod à grauibus decidentibus percurritur: cœpi etiam cogitare apud me, an possem aliquam proportionem inuenire quæ id oculis vtcumque subiiceret, quia verò ideò grauia à Galilæana proportione deficiunt, quod æqualibus temporibus nò omninò æquales velocitates acquirantur, defectusque initio sit exiguus in fine vero ita crescat, vt augmentum velocitatum sit fere nullum: videbam item à nonnullis tempora fieri vt arcus, & spatium vt sinus versos, volui tantare, an velocitates se haberent vt sinus recti, spatia vt sinus versi, ita vt ex duabus primis obseruationibus, consequentes concludere possem, ita autem ratiocinabar.

Primô tempore velocitas ponatur esse $4\frac{1}{4}$ quale est spatium quod percurritur; quærenda est qualis sit futura velocitas in sequentibus temporibus, certum est quod illa velocitas acquisita successiuè primô tempore; pro secundo tempore percurret duplum spatii, nempe pro pedibus $4\frac{1}{4}$ percurret $8\frac{1}{2}$ reliquum autem spatii erit à velocitate acquisita eo secundo tempore. cum autem experientia det pro duobus temporibus $16\frac{1}{2}$ restabunt pedes $12\frac{1}{4}$ ex quibus si auferas $8\frac{1}{2}$ restabant pro velocitate acquisitâ secundô tempore pedes $3\frac{3}{4}$ se habent ergo velocitates acquisitæ vt $4\frac{1}{4}$ ad $3\frac{3}{4}$ seu reducendo ad quadrantes vt 17 ad 15 seu componendo vt 17. ad 32. quærantur duo sinus qui se habeant vt 17 ad 32. & arcus se habeant vt 1. ad 2. inuenio proxime esse sinus graduum 15. & 30. nempe AI 258, & CD 500. neque alios inueniri, qui ad hanc rationem proprius accedant.




Dico velocitatem acquisitam primô instanti, ad velocitatem acquisitam duobus instantibus se habere proxime vt AI ad CD, & hoc posito velocitatem acquisitam, tribus temporibus esse æqualem sinui EF graduum 45 nempe 707, & quatuor temporum velocitatem æqualem esse sinui GH graduum 60 graduum seu 874. & quinque temporum sinui KI graduum 75. nempe 961 & sex temporum esse æqualem sinui 90 graduum nempe MN 1000.

Addo insuper spatia percursa, singulis temporibus se habere vt IB ad ID, FD &c. quod modò Expendendum est, nempe an respondeat experientiis. ponantur ergo ordine isti sinus recti qui repræsentant velocitates, auferatur superior ex inferiori; vt habeantur separatim velocitates singulis instantibus acquisitæ. fiant item spatia quæ ipsis conueniunt nempe si 258. dant pedes $4\frac{1}{4}$ quid dabit 241. quid 167 ed nempe tempore quo acquiruntur.

Primo igitur tempore velocitas quæ acquiritur percurrit 4 pedes cum quadrante.

Secundo tempore velocitas acquisita præcedente tempore percurrit duplum nempe $8\frac{1}{2}$ & quæ acquiritur 4 ferè qui conficiunt summam $12\frac{1}{2}$ ferè. & antecedenti tempore $4\frac{1}{4}$ igitur duobus primis temporibus perficiuntur pedes 16 cum tribus quadrantibus ferè. differentia ab experientiâ est ferè vnius quadrantis.

| Tempus. | Gradus. | Sinus | velocitates separatæ. | spatia. |
|---|---|---|---|---|
| 1 | 15 | 258 | 258 | $4\frac{1}{4}$ |
| 2 | 30 | 500 | 242 | 4 ferè |
| 3 | 45 | 707 | 207 | $3\frac{10}{25}$ |
| 4 | 60 | 874 | 167 | $2\frac{19}{25}$ |
| 5 | 75 | 961 | 87 | $1\frac{11}{25}$ |
| 6 | 9 | 1000 | 39 | $\frac{11}{25}$ |

Tertiô tempore velocitas acquisita primo tempore percurrit duplum nempe $8\frac{1}{2}$ & secundo tempore velocitas percurrit etiam duplum hoc est fere 8. & ea quæ acquiritur tres cum $\frac{10}{25}$ summa est $19\frac{21}{25}$ cum $16\frac{3}{4}$ iam percursis præcedenti tempore. Ergo tribus temporibus percurruntur $36\frac{1}{2}$ fere. experientia exhibuit 36.

Quartô tempore velocitates primi, secundi, & tertij duplum spatium percurrunt: nempe $8\frac{1}{2}$ 8. fere $6\frac{20}{25}$ & velocitas quæ acquiritur $2\frac{19}{25}$ quæ omnia summam componunt pedum $26\frac{10}{25}$ quæ cum pedibus $36\frac{1}{2}$ Efficit 62. igitur quatuor temporibus percurrentur pedes 62. inuenimus tantum 60.

Quintô tempore velocitates primi, secundi, tertij, & quarti duplum percurrent: nẽpe $8\frac{1}{2}$ 8. $6\frac{20}{25}$ 5. $\frac{13}{25}$ cum $1\frac{11}{25}$ velocitatis quæ acquiritur. Summa est 30. & 62. præcedentium igitur quinque temporibus percurrentur $92\frac{6}{25}$ pro 90.

Sextô tempore velocitates primi, secundi, tertij, quarti, quinti duplum efficiunt, nempe $8\frac{1}{2}$. 8 ferè $6\frac{20}{25}$. $5\frac{13}{25}$. $2\frac{22}{25}$. & $\frac{16}{25}$. velocitatis quæ acquiritur quæ omnia componunt summum 31. $\frac{0}{25}$ quæ si addantur pedibus 92. efficiunt pedes $123\frac{10}{25}$.

Nemo autem mirari debet quod inueniatur aliqua

qua differentia fuit enim ptoeliue abetrare in experientiis vnô aut altero pede.

Ex hac bypothesi sequitur tandem finiri accelerationem grauium; neque enim potest fieri maior velocitas quam quæ æqualis est sinui toto. vnde septem temporibus absoluetur, & septimo tempore ob velocitates præcedentes percurrentur pedes $8\frac{1}{8}$ 8. $6\frac{20}{23}$ $5\frac{13}{23}$ $2\frac{22}{23}$ & $2\frac{7}{23}$ seu pedes 33. proxime cum 123. præcedentium temporum eruntque pedes 156.

Pro sequentibus temporibus addantur continuò pedes 33.

## PROPOSITIO XV.

### Problema.

*Determinare pro singulis temporibus, quod spatium percurratur à grauibus.*

Vel tempus in quô quæritur, spatium quod à grauibus decidentibus percurritur, est infra tria minuta secunda, vel supra. si infra facilè habebitur spatium illi respondens. supponatur circumferentia quadrantis BM repræsentare tria minuta secunda sitque in eâ numeratum quodcumque tempus BC. diuidatur latus BN in 123. dico tot pedes percurrendos tempore BC, quot sunt pedes in sinu verso BD, hoc autem expendendum est in temporibus præcedentibus, nempe primô semiminutô secundô. vno minuto secundo vno minuto secundo cum dimidio. & ita de reliquis.

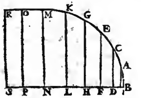
Sit AB primum semiminutum secundum & arcus AB 15. graduum positô sinu totô NB partium 1000. erit IB partium 35. fiat vt 1000. ad 123. ita 35. ad 4. & erit linea IB partium 4. & $\frac{3}{10}$ hoc est 4. cum quadrante proximè: igitur benè assignatur spatium percursum primô tempore per sinum versum IB.

Sit BC arcus 30. graduum repræsentans primum minutum secundum. sinus versus DB est 134. si fiat vt 1000. ad 134. ita 123. ad quartum inuenietur $16\frac{1}{2}$.

Sit arcus BE graduum 45. repræsentetque vnum minutum secundum cum dimidiô eius sinus versus FB est 293. fiat vt 1000. ad 293. ita 123. ad quartum exurget 36.

Arcus BG graduum 60. repræsentat duo minuta secunda. illius sinus versus HB est 500. dimidium sinus totius LB. diuide bifariam 123. habebis $61\frac{1}{23}$ pedes pro spatio percurso intra duo minuta secunda.

Arcus BK graduum 75. repræsentat duo minuta cum dimidio, sinus versus LB est 741. factâ regulâ trium vt 1000. ad 741. ita 123. ad aliud habebis 91.



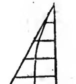

Denique si quadrans BM repræsentat tria minuta secunda, & sinus totus NB exhibebit pedes 123. igitur in quadrante totam accelerationem grauium exhibemus, in sinubus rectis augmentum velocitatis; in sinubus versis spatia decursa.

Si tempus propositum superauerit tria minuta secunda, producatur linea BN versus R, cui ex M parallela ducatur MR. continuetur eadem diuisio in pedes. sitque PN pedum 33. item PS, totidem ducanturque perpendiculares PO, SR, dico PB esse spatium respondens tribus minutis secundis cum dimidio. SB quatuor. VB quatuor cum dimidio.

Quod si velis scire intra horam quot pedes perficiantur, reducenda est hora in minuta secunda, nempe 3600. ex quibus aufer tria prima restantque 3597. quem numerum multiplicabis per 33. fientque 118701. quibus addes 123. pro primis tribus minutis secundis fientque 118824. pedes qui intra horam percurruntur.

Si requiras quid percurratur intra minutum tertium quodcumque. determinato arcu illi respondente in quadrante, erues eius sinum versum factâque regulâ aureâ habebis spatium ipsi conueniens. quod intelligendum est respectu lapidum, neque enim omnia corpora æquè velociter descendunt; obseruabunt tamen eandem rationem.

## COROLLARIUM.



Ex his vides comparationem initio allatam, qua tempora per lineam rectam descendentem exhibebantur, velocitates per lineas transuersales, & spatium percursum quasi totum triangulum, subsistere non posse, sed aliam lineam excogitandam quæ id exhibeat; verbi gratiâ lineam aliquam parabolicam, quæ tandem sensibiliter parallela axi procedat.

## PROPOSITIO XVI.

*Fieri potest vt intra idem tempus mobile spatium maius percurrat, maiorem tamen velocitatem in fine non habeat.*

Hæc propositio paradoxa videtur: sequitur tamen euidenter ex superioribus. nam in fine sexti temporis, acquisita est tota velocitas; quæ acquiri potest: nempe linea MN. æqualis est lineæ OP. quare in fine septimi temporis, non est maior velocitas, quam in fine sexti. nihilominus septimo tempore percursa est linea PN, pedum 33. & sexto tempore percursa est NL $31\frac{10}{23}$ pedum.

Ratio huius rei est quod velocitas quæ acquisita

sita est sextò tempore, & quæ consequenter tota fuit in fine illius, erat toto illo sexto tempore in statu acquisitionis actualis. & in septimo licèt nulla alia velocitas addita sit, eadem est in statu permanentiæ, atque adeò mouet ad maius spatium: quare in fine septimi spatij non est maior velocitas, licèt sit percursum maius spatium quàm in sextò. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XVII.

*Omnia grauia non descendunt æqualiter.*

Hæc assertio primò probatur experientiâ, si enim duo corpora diuersæ densitatis ex editissimo aliquo loco, simul demittas, videbis illud quod densius est, citiùs solum attingere. dixi ex editissimo loco, nam si altitudo modica sit, insensibilis erit differentia. vnde rideas P. Arriagam, qui nullo corporum delectu, humili locô sedens, crustam panis, & calamum simul demisit, asseruitque audacter grauia cuiuscumque grauitatis tam in specie quam in quantitate, æque velociter cadere.

Fauet etiam ratio. Aër corporibus decidentibus resistit, eò quòd diuidi, & moueri debeat; & vi illius resistentiæ motum eorum deorsum, retardat; ergo quò maior erit aëris resistentia eò maior erit retardatio, sed quò plus erit aëris diuidendi, aut mouendi eò maior erit resistentia: ergo etiam maior retardatio, sed quoties sub eâdem grauitate absolutâ, incusatur maior moles corporis grauis; & maior eius superficies, maior est copia aëris diuidendi, aut mouendi tam absolutè, quàm respectiuè: igitur tunc est maior retardatio motûs. quare si supponantur duo corpora æqualia in grauitate, verbi gratiâ vtromque sit vnius libræ, & alterutrum; habeat duplo maiorem molem, hoc vltimum tardiùs descendet.

## PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

*Motus grauium decidentium, proportionalis non est eorum grauitati, absolutæ, aut respectiuæ.*

Aristoteles videtur alicubi sensisse, motum deorsum grauium, sequi rationem grauitatis, quod effatum nonnulli explicare voluerunt quòd sequatur proportionem ipsam grauitatis, atque adeò in eo sensu, corpus doplò grauius, duplo celeriùs deeidere: quod duplicem potest pati sensum, nempe quod duplo grauius absolutè, duplam etiam celeritatem producat, & hoc manifestæ repugnat experientiæ, si enim assumatur libra plombi, & viginti libræ ligni, primum leuius licet; citiùs, & celeriùs deorsum feretur. si verò de grauitate respectiuâ intelligatur, neque minus experientia refragabitur. assumantur enim duo grauia eiusdem grauitatis absolutæ, quorum alterum duplò maiorem molem obtineat, licèt lentiùs descendat, non tamen duplo lentius, sed tantum in descensu 100. pedum deficient verbi gratia quinque aut 6. pedes. vnde Aristotelis assertio ita in bonum sensum detorquenda est, vt velit tantùm descensum grauium, sequi ex grauitate.

Ratio autem est quia seclusâ quâcomque aëris resistentiâ, omnia grauia æqualiter ferruntur deorsum, cum enim posuerimus supra grauitatem à quantitate non necessariò distingui, si graue maius sit, plures materiæ partes contineat, & consequenter plures deorsum deferendæ sint; plures etiam partes habebit grauitatis, agentis, & mouentis; atque adeò erit semper æqualitas. quare ex eo capite nulla probabilis vllius inæqualitatis ratio excogitari potest.

## PROPOSITIO XIX.

Theorema.

*Corpora leuiora in specie, citiùs ad motûs æquabilitatem perueniunt.*

Tunc est motus æquabilitas, in descensu grauium, quando aëris resistentia, tantùm detrahit de celeritate motûs, quantùm de nouo acquirendum esset, sed citiùs corpora leuiora in specie perueniunt ad eam medij resistentiam, quæ tantum detrahit de eorum celeritate, aut impetu, quantùm de nouo acquiri debet. ergo citiùs ad æqualitatem perueniunt. ponamus enim lapidem ita se habere in descensu vt dum percurrit pedes 33. intra semiminutum secundum, aëris resistentia impetum æqualem destruat illi, qui producendus esset, intra illud semiminutum secundum. sitque aliud corpus duplo leuius, hoc est quod sub eodem pondere duplô maiorem molem habeat; haud dubiè duplo maiorem molem aëris mouebit, expendendum modò esset, an duplo maior moles aëris mouenda per vnum pedem intra semiminutum secundum, tam resistat, quam dimidia pars eiusdem aëris mouenda per duos pedes, intra idem tempus. quô positô sequitur, quòd corpus duplo leuius lapide, tertiô semiminutô perueniet ad æqualitatem, nempe quando intra semiminutum percurret pedes $16\frac{1}{2}$. Et consequenter quod dum lapis perfecisset 123. pedes, lignum verbi gratiâ, simul demissum pedes tantum 75. aut 80. percutisset.

Quod manifestæ repugnat experientiæ. quare vt hæc certiùs constitueretur requirerentur plures obseruationes. primò demittenda simul corpora diuersæ speciei, vt haberetur motuum differentia. insuper separatim essent experientiæ faciendæ, nempe quid singula intra semiminuta secunda perficerent, eôdemq; vtendum raciocinio

Refert autem Mercennus medullam sambuci tametsi rotundam, quinque secunda in percurrendis pedibus 48. insumpsisse: quos plombum intra duo percurrit.

## PROPOSITIO XX.

Theorema.

*In diuersis mediis diuersa est acceleratio, & in densioribus citiùs ad æquabilitatem motûs peruenitur.*

Sint diuersa media, verbi gratiâ aër, & aqua, duoque grauia in vtroque medio, motu naturali & accelerato, deorsum ferantur, dico in aquâ aliam esse accelerationem quam in aëre. cum enim duo grauia sint æqualia, æqualemque ad motum deorsum virtutem habeant, ibi erit motus tardior vbi maior resistentia inuenitur, sed in aqua maior est resistentia ad motum, quàm in aëre: ergo motus erit tardior. addo insuper, graue in aqua descendens, non tam descendere antequam ad æquabilitatem motus perueniat, quam quod in aëre descendit. cum enim aqua magis resistat, non erit tanta aquæ copia mouenda, vt tantum destruatur velocitatis, quantum intra minutum verbi gratiâ secundum producitur; ergo non erit opus vt tantum spatij perficiatur à mobili, ad hoc vt eam resistentiam inueniat, quæ requiritur ad id præstandum.

Quod autem de aquâ, & aëre diximus, etiam intelligendum est de aëre purô. & aëre vapidô. quod confirmari potest experientiâ supra relatâ de tormentis bellicis. notatum enim fuit, quoties pila ferrea à tormento bellico explosa, aërem vapidum fluminibus, aut paludibus incumbentem, traiiciendum habet; mirum in modum, eius impetum retundi; ita vt imminuatur ictus, & vix percurrat duas tertias illius spatij, quod in aëre puro peragrasset.

## COROLLARIVM.

Ex hoc vides, vix certam regulam assignari posse pro omnibus grauibus nempe quam in descensu suo proportionem obseruent; quippe quæ tot circumstantiis alligata sit.

## PROPOSITIO XX.

*Minora corpora cæteris paribus tardiùs descendunt, & consequenter citiùs ad æqualitatem perueniunt.*

Sint duo globi ex eâdem materiâ sintque vnus aliô longè maior, asseto maiorem celeriùs descensurum minorem verò tardiùs.

Suppono autem tanquam certum, dum corpus aliquod deorsum mouetur, necessariò superficiem eius, aëri ita congruere vt eum continuò radat, ex quô oritur aliqua resistentia, quòd vlteriùs explico, dum nauis motu suo aquas diuidit, & in eas incurrit, aqua ita prælabitor, vt ex eo incursu oriatur aliqua retardatio, ex quo fit vt quo maior est superficies, & nauis scabrities, eò magis cursus eius inhibeatur, è contrà verò si adsit aliquis liquor, quô facilè diffluat aqua, eò velocior est motus, quod vsque adeò est indubitatum, vt dum recenter sæuô est illita nauis; quartâ, aut quintâ parte velocitatem suam augeat. Ita etiam dicendum est, corpus in aëre existens ab eo vndique ambitur, impellente & comprimente aliô aëre vi grauitatis suæ; ex quo quasi amplexu oritur aliqua retardatio in eius motu, cum debeat vt ita dicam se extricare; & quò maior fuerit superficies corporis grauis, eò cæteris paribus, maior erit aëris resistentia. sed Sphæra maior respectiuè ad grauitatem suam, minorem habet superficiem quam Sphæra minor: ergo maior erit resistentia aëris respectu minoris Sphæræ, quàm respectu maioris. probatur minor, circuli sunt in duplicatâ ratione suarum diametrorum (*per coroll. 1. secundæ duodecimi*) superficies autem Sphæræ; sunt quadruplæ, maximi circuli Sphæræ, vt demonstrauimus in Geometricâ: igitur etiam superficies sunt in duplicatâ ratione diametrorum. Sphæræ autem sunt in triplicatâ ratione (*per* 18. 13.) quare soliditas Sphæræ erit in duplicatâ ratione superficierum: sint ergo duæ Sphæræ quarum vna sit alterius octupla, superficies maioris erit tantum quadrupla, superficiei minoris; & consequenter resistentia orta, ex superficie in aëre impingente quadrupla erit; in maiori Sphærâ, illius quæ est in minori; sed in maiori Sphæra est vis actiua vt octo, in minori est vis actiua vt vnum, nempe maior sit minoris octupla, octies continet pondus minoris Sphæræ. sed est maior ratio resistentiæ vt vnum, ad actiuitatem vt vnum, quam resistentiæ vt quatuor ad actiuitatem vt octo: ergo Sphæra minor respectiuè ad grauitatem suam, maiorem habet superficiem quam Sphæra maior & illi magis resistit aër.

Sequitur ex eô, secunda pars propositionis, nempe quòd corpora minora, cæteris paribus citiùs perueniat ad æqualitatem motûs; cum enim æquabilitas motûs, tunc inueniatur, quando tanta est resistentia aëris diuidendi, vt destruat impetum, qui de nouo producendus erat, quando maior erit resistentia, non requiretur tantus motus, vt eam mobile patiatur resistentiam; quæ necessaria est ad velocitatem vlteriorem impediendam. quare citiùs ad æqualitatem perueniatur.

Ex hâc propositione, intelliges quare figura multum conferat ad impediendam accelerationem, ea nempe corpora quæ magnam habent superficiem; licèt sint in medio leuiori, rarde admodum & difficillimè descendunt. ita aues complicatis alis citò decidunt, alis verò expansis difficillimè, atque adeò quôcumque impetu addità, ex alarum complosione sustentantur. pluma sola vix descendit, cum enim pilis constet inter quos miscetur aër, magnam habet superficiem: ita ramenta metallorum, in minutissimum puluerem redacta, lentè admodum in aquâ descendunt. ensis ita cadit, vt capulus primò descendat, & citiùs.

Ad quam etiam rationem reuocare possumus motum sagittarum, quibus eum ab arcu imprimatur impetus quasi vniformiter, illæ partes quæ densiores sunt, & consequenter sub eâdem dimensione maiorem continent quantitatem, maiorem etiam habent impetum extensiue, sed cum aër, non illis tam resistat, faciliùs eum diuidunt, vnde & sagittis in extremitate adduntur pennæ, non vt celeriùs ferantur, sed rectiùs. cum enim aër extremitatem sagittæ remoratur tantisper, cuspis cui parum resistit priorem locum occupat.

Sequitur etiam ex eo, figuram posse aliquid ad motum conferre.

Propter eandem rationem, corpus diuisum, tardiùs mouetur, quàm integrum, videturque minùs capax impetûs, quia dum integrum perseuerat, multæ superficies latent, aëremque non tangunt, dum verò in minutiores partes diuiditur, fiunt

fiunt de nouo multæ superficies; ex quibus tanta oritur aëris resistentia, vt quemcumque impetum citò destruat. ita dum in catapultâ pulueri pyrio, glandem vnicam plombeam imponimus; ad maius spatium defertur, quam si eidem pulueri, minutiores glandulæ imponerentur, alia multa in hunc modum ex eo principio soluere potes.

## PROPOSITIO XXI.

### Theorema.

*An ex aliorum obseruationibus, eandem motûs grauium æquabilitatem concludere possimus.*

Quia iure posset aliquis obseruationes nostras in dubium reuocare, præcipuè cum à multis quibus licuit grauium casum, sæpiùs experiri, Galilæanam illam proportionem, vt certam, & indubitatam propugnari videam, volui & ego tentare, an ex eorundem obseruationibus, & experientiis; idem mihi liceat concludere. assumo igitur Patris Riccioli obseruationes quas Bononiæ in Asinellorum turri factas libro Almagesti nonô sectione 4. satis exactè refert. vtebatur autem funependulô cuius longitudo erat vnius vnciæ pedis Romani antiqui cum quindecim centesimis vnius vnciæ. asserit item vnam eiusdem penduli vibrationem æqualem esse in duratione 10. tertiis, ita vt sex eiusdem oscillationes æquarent minutum secundum. ex quô facilè possemus eruere longitudinem pedis Romani antiqui. & consequenter deinceps omnes longitudines, & mensuras facile transmittere, eas exigendo ad funependulorum vibrationes. parum autem refert ad rem nostram cuius durationis fuerit funependulum: tantummodo deduco funependulum cuius oscillatio æqualis fuerit 50. tertiis futurum vnciarum $28\frac{75}{100}$. & pendulum cuius oscillatio est vnius secundi futurum vnciarum $41\frac{40}{100}$.

Deinde refert obseruationes, in quibus primum tempus fuit 50. tertiarum seu quinque vibrationum sui penduli. secundum duplum, tertium triplum & ita deinceps. inuenitque primô tempore globum argillaceum vnciarum octo, demissum percurrisse pedes Romanos decem, secundô 40. tertiô 90. quartô 160. quintô 250. hoc est exactissimè obseruari Galilæanam proportionem: ita vt non videatur id obseruationibus animaduerti, sed calculô colligi.

Et temporibus separatis primô pedes perfecit 10. secundô 30. tertiô 50. quartô 70. quintô 90. hoc est 1.3.5.7.9. vt vult Galilæus.

Assumpto deinde pro primo tempore minuto secundo, seu vibrationibus sex. pro secundô vibrationibus 12. seu duobus secundis, pro tertiô tribus, pro quartô quatuor; inuenit primo tempori respondere pedes 15. secundo 60. tertio 135. quartô 240. in quo adhuc obseruatur Galilæana proportio.

Denique assumpto pro primo tempore, minutô secundô cum 5. tertiis seu sex vibrationibus cum dimidia. ita vt secũdum tempus fuerit 13. vibrationum seu duplum primi. tertium triplum. primo respõderũt pedes 18. secũdo 72. tertio 162. in qua serie adhuc obseruatur exactè Galilæana proportio.

Quid ergo dicendum an fidem derogare debemus tanto viro. absit moneho tamen, experientia me edoctum fuisse, negotiũ esse procliue, ideoque non ausim obseruationes nostras pro exactis venditare. dicam tamen cum simpliciter adhibito pendulo, agere voluimus vix potuisse exactè iudicare de tempore quo percurrebatur aliquod spatium; vnde diuersa adhibuimus pendula, & ita ea composuimus vt in quarta parte alicuius vibrationis finiretur tempus quô indigebamus, ita vt obiectô asserculo, vnicus audiretur sonus, tam grauis pauimentum attingentis, quam penduli in asserculum impingentis. verbi gratiâ pro primo tempore vsi sumus pendulô cuius longitudo esset trium pedum, ita vt eodem tempore, quo quadrantem vibrationis absolueret, eôdem tempore graue pauimentum tangeret. pro secundo vsi sumus pendulo pedum duodecim. pro tertio pendulo trium pedum, ita tamen vt asserculus tantum inseretetur in reditu nempe cum pendulum itum perfecisset, & dimidiam partem reditus. pro quarto pendulo sex pedum cuius itus duraret 80. tertia & dimidia pars reditus 40. tertia. pro quinto, pendulo trium pedum. quod oscillationem integram seu itum & reditum, & insuper dimidiam partem itus. Ex hâc neglectâ cautione vix puto fieri posse, vt de tempore exactè iudicium ferri possit, ita vt præoccupatio alicuius proportionis, non facile obseruatorem ad se alliciat.

Dicam igitur sincerè me plurimum dubitare de primâ obseruatione Patris Riccioli. ratio dubij est hæc, positâ penduli sui longitudine, si pendulum voluisset habere cuius vnica vibratio fuisset minutorum tertiorum 50. illius longitudo fuisset vnciarum seu digitorum $28\frac{75}{100}$. ponamus illius vibrationes fuisse hinc inde graduum sexaginta, ideoque vnicâ vibratione percurrisset gradus centum viginti, seu tertiam partem sui circuli, illæ enim vibrationes communiter adhibendæ sunt; percurrisset igitur pedes quinque hoc est vnicam vibrationem simplicem intereà dum graue liberè decidens peragisset pedes 10. & interea dum pendulum percurrisset sexaginta gradus, seu semiuibrationem hoc est pedes $2\frac{1}{2}$, graue decidendo ex Galilæana proportione quartam partem decem pedum perfecisset, seu pariter $2\frac{1}{2}$. hoc iudico fieri non posse, nempe vt pendulum delatum, per tot inclinata plana; quæ inueniuntur in arcu graduum sexaginta; incipiendo à linea directionis, tam velociter feratur, quàm graue quod liberè ex aëre descendit per rectam lineam.

Et vt difficultatem adhuc augeam, videamus an hoc in cæteris pendulis accidat, ex ipso; dicamus ergo si graue perficiat intra quinque parui penduli vibrationes, pedes decem, quid intra vnam debeat facere; inuenioque $\frac{10}{25}$ vnius pedis, seu vncias $4\frac{4}{5}$ & intra primam semiuibrationem eiusdem penduli ex Galilæi mente vnciam vnam & $\frac{1}{5}$ vnde in his duobus exemplis tantũ percurrit spatiũ graue decidens quã pendulum, & nõ maius.

Examinemus an idem accidat in alio exemplo. diximus pendulum cuius vnica vibratio, æqualis esset in duratione, vibrationibus sex pẽduli à Ricciolio assumpti futurum esse vnciarum $41\frac{2}{5}$ cuius arcus graduum circiter 60. esset æqualis semidiametro;

metro;nempe pedũ 3.vnciatum $5\frac{2}{3}$. si intra vnam eius vibrationem percurruntur pedes 13.intra semiuibrationẽ percurretur quarta pars nempe pedes 3. vnciæ octo. quod si assumpsissem præcisè sexaginta gradus, fuisset æqualitas. quod si vibrationes septuaginta, aut octoginta graduum vsus fuissem: longè maius spatium percurrisset pendulum, quàm pondus liberum. hanc difficultatem iam olim vidit Mercennus, cum enim difficile sit non aberrare in obseruationibus, tam lubricis. ex maioribus corporis grauis casibus concludebat ex mente Galilæi, quid perficere deberet intra minutum verbi gratià secundum: sequitur autem recensitum absurdum; nempe pendulum, maius spatium percurrere quam graue perpendiculariter motum; ex quo rueret tota planurum inclinatorum doctrina.

Hoc absurdum semper indicaui,& demonstrabo inferiùs, fieri non posse; non est autem mirum, si qui non inquisiuit satis exactè, quid in primo tempore fiat, aberret in aliis; asseto ergo fieri non posse, vt oculus solus indicet de primo casu vnius grauis, vnde nos aurium iudicium aduocauimus, voluimusque vt quo tempore pendulum primam semiuibrationem absolueret, & interea graue descenderet; vnicus esset vtriusque ictus, & hanc puto fundamentalem experientiam.

## PROPOSITIO XXII.

### Theorema.

*Incredibilis foret motûs grauium segnities; si nulla daretur acceleratio.*

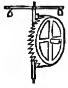
Accipiamus non immanem aliquam altitudinem tanquam principium calculi nostri. sed mediocrem nempe pedes $16\frac{1}{2}$ quos lapis decidens percurrit motu continuè acceleratô intra minutum secundum. cum autem hæc acceleratio sit continua, intelligamus hoc minutum secundum diuidi, in minuta tertia, quinta &c. vsque ad decima, in quibus sistamus. expendamusque,quomodo graue moueretur; si eâdem segnitie decideret, quà primo minuto decimo illius secundi decidit. Quamuis enim controuersum sit apud Philosophos, an tempus in infinitum diuidi possit, nemo tamen dubitat quin saltem in minuta decima illud partiri liceat. sunt autem intra minutum secundum minuta decima A.16796160000000. & cũ spatia sint vt quadr. tẽporũ;debet fieri quadratũ istius temporis,quod erit B. 38211099074356000000000000000. est igitur spatium quod percurritur primô minutô decimo vnius horæ, ad pedes $16\frac{1}{2}$ qui percurruntur intra minutum secundum, vt 1. ad secundum illum numerum. quare si intelligatur spatium pedum sexdecim, diuidi in tot partes, quot secundus ille numerus quadratus continet, vnicam tantum percurret mobile intra primum illud minutum decimum, vnde si motus non acceleraretur continuo, sed æquabilis esset, tot requirerentur minuta decima quot vnitatibus constat secundus ille numerus;ad hoc vt pedes $16\frac{1}{2}$ percurrerentur. ex quibus minutis si fiant anni menses, & horæ erunt anni 532238 1. cum vno fere anno.vnde si ab initio mundi lapis ita cecidisset, vt æquabilis esset eius motus, & primo minuto decimo spatium ipsi respondens peragrasset, non adhuc temporibus nostris septimam digiti partem perfecisset. multò minùs si pro minuto decimo,centesimum,aut millesimum accepissem.

## PROPOSITIO XXIII.

### Problema.

*Modi impediendi accelera ionem.*

Vt ex his principiis aliquid ad praxin possimus elicere, hic duplicem accelerationis retardandæ methodum attexam, communem quidem apud certos artifices, dignam tamen vtramque aliqua attentione. In multis machinis automatis indigemus motu æquabili, quales sunt illæ, quibus ad horas indicandas vtimur, cum enim horæ, & dies æquales sint, motus acceleratus, videbatur ad id præstandum parum idoneus.secundò quia motus acceleratus spatium nimis magnum paruo tempore emeritur, ideo ad motum æquabilem duplici vià recurrimus. Prima est si machinam ita construamur, vt impetus primô verbi gratià minutô secundô acquisitus,priùs destrui debeat, quam secundus impetus possit mobile ad motum vlteriorem incitare. quod consequimur beneficiô motûs circularis, qui talis est, vt superiori parte, in vnam partem feratur, inferiori verò contrariam viam affectet. Ex quo fit vt si rota idem corpus successiuè attingat, duobus denticulis sibi è diametro oppositis, impetus iis temporibus, etiam ab eadem virtute, nẽpe à grauitate producti, ex peculiari machinæ dispositione, sibi inuicem fient contrarij,cum vnus in orientem corpus impellat, alius verò in occidentem idem corpus moueat, cum enim corpus in orientem delatum, si impetum hoc motu acquisiuit, non priùs moueri possit in occidentem, quin prior impetus destructus fuerit: dico quod nulla sequitur acceleratio.cuius rei exemplum habemus in funependulis,impetus enim qui acquiritur interea dum vibratur, ab oriente in occidentem, debet destrui aut saltem superari,antequam detur locus regressui.Quare ingeniosè admodum librator fuit adinuentus. qui ita aptaretur rotæ dentatæ;vt parte superiori rota illum impelleret, & inferiori contrario modo eundem incitaret.



Et hic modus communiter horologiis nostris ita adhibetur, motumque valde regularem, producit. omitto multiplicationem rotarum, quæ ideo tantum fit, vt pondera lentiùs ad terram pertingant; hoc est, vt interea dum pluries agitatur librator, rota ex cuius axe dependent pondera, pauciores

pauciores circumuolutiones peragat. hoe vt intelligas inspice horologij automati compositionem.



Secundus modus paulo minus exactus, in eo consistit, vt interea dum pondus parum descendit; moueat aliquod corpus, quod multum aërem impellat. ita omni ferè machinæ cuius ope motum non præcipitatum requirimus, addimus, vectem alis instructum, dum enim ala in aërem incurrit, retardatur tantisper, eiusque motus inhibetor.

Alia multa ad similes methodos reuocari possunt, sed tantum principium indicasse sufficiat, vt si forte occurrant tales machinæ earum vsus statim innotescat.

## PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

*Impetus sensim & æquabiliter desinens, vsque ad quietem, mediam partem spatij percurrit, illius quod peragrasset si integer totò illò tempore perseuerasset.*

Hæc Assertio eôdem modô probatur, quô demonstrata est propositio.a. sint enim in aliquo mobili 100. gradus impetus, qui sensim, & æquabiliter destruantur, ita vt singulis instantibus aut temporibus æqualibus, vnus gradus destruatur: igitur primô tempore erunt gradus 100. secundô nonaginta nouem, & ita deinceps vsque ad vnitatem quilibet gradus singulis instantibus quibus existit vnum pedem percurrat. erit igitur series Arithmetica pedum percursorum, incipiens à centenario, & desinens in vnitatem: quæ vt colligator addendi sunt primus & vltimus fientque 101. & hæ summa multiplicanda est per dimidium numerum terminorum seo per quinquaginta; fientque 5050. sed si totos impetus perseuerasset integer, per hæc centum tempora, singulis temporibus percurrisset 100. pedes, & summa fuisset 10000. quæ est ferè dupla, alterius. Quod si tempus propositum diuideretur, io minutiores partes, minor foret differentia. ergo sicut priùs, demonstrabimus impetum sensim seu æquabiliter desinentem, mediam tantum partem spatij perficere, illios qood perfecisset, si totô illô tempore perseuerasset. quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM.

Ferè eadem quæ priùs possumus elicere: nempe incipiendo ab vltimô terminô desitionis alicuius impetus, quòd spatia se habeant in duplicatâ ratione temporum. Item qood si de temporibus separatis fit sermo incipiendo ab vltimo tempore: spatia ininentur proportionem Arithmeticam numerorum imparium. Tertiò quod impetus destructi sint vt tempora. Quartò quod spatia se habeant vt quadrata temporum.

## PROPOSITIO XXV.

*Inter velocitates sensim, & æquabiliter desinentes Quæ alterius dupla, e i de'ert suum mobile ad spatium quadruplum & hoc tempore duplo.*

Sint duo duo mobilia; qoorum alterum velocitatem habeat, duplam velocitatis alterius mobilis, sintque æquabiliter desinentes. dico spatium, quod percurretur vi illius velocitatis duplæ, fore quadruplum, spatij vi alterius velocitatis peragrati.

Demonstratio. Impetus destructi, sunt vt tempora, ergo dum tempus vnum erit, alterius duplum: velocitas erit alterius dupla, sed tempori duplo respondet spatium quadruplum: ergo velocitati duplæ respondet spatium quadruplum; quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM I.

Ex eô sequitur, quòd triplæ velocitati, spatium noncuplum respondeat, & ita de c[illegible] quæ omnia intelligenda sunt, ex natura re[illegible] seclusis accidentibus.

## COROLLARIVM II.

Corporum in altum proiectorum alt[illegible], sunt ex naturâ rei in duplicata ratione celerita[illegible]tum à quibus in altum eiiciuntur.

## COROLLARIVM III.

Non est necessarius arcus quadruplæ virtutis, vt sagitta excutiatur ad spatium qoadruplum, quod semper intelligo de velocitate quæ sensim, & æquabiliter destruitur. pariter si sit homo qui duplas vires habeat, virium alicuius pueri, poterit lapidem ad quadruplum spatium proiicere, poterit enim duplam velocitatem producere, & eum vtraque sensim desinat, necessariò quadruplum erit spatium. si lignum orbiculariter maxima velocitate, circa vnum extremum moueatur, si vno extremo pilam impellat, pila quadruplum spatium conficiet, illius quod peragrasset, si tantum punctô ligni mediô, fuisset impulsa. cum enim duplo velocior feratur extremitas, quàm punctum ligni medium; duplam etiam in corpore occurrente, velocitatem producet; atque adeò spatium erit quadruplum.

Intellige semper de velocitatibus sensim desinentibus, & seclusis accidentibus.

Dices si sint doo corpora grauia, quorum alterum intra tempus datum percurrat duos pedes, aliud verò intra idem tempus vnum perficiat, non propterea à primô producetur duplus impetus: ergo neque in casu proposito illius ligni.

Respondeo manifestam esse disparitatem, nempe quod in hoc vltimô exemplô suppono impetum esse totum acquisitum & permanentem, in alio verò casu supponantur impetus de factô acquiri, immo aliqoam partem iam acquisitam esse, aliam verò in statu acquisitionis

actualis, nempe ſi comparentur duo grauia vnum à quiete incipiens, cum alio iam moto.

## PROPOSITIO XXVI.

*Impetus acquiſitus deſcenſu grauium, ex natura ſua aptus eſt eleuare ſuum mobile, ad eandem altitudinem e quâ decidit.*

Hæc propoſitio primo probatur experientiâ funependulorum, quæ ferè ad eandem altitudinem regrediuntur, è qua ceciderant; in quo illud notatu dignum, quod pondera maiora minùs è ſingulis vibrationibus detrahant. vnde concludo, idiò pendula, non redire ad eandem altitudinem quod aëris reſiſtentia impedimentum afferat; nam corpora grauiora, quæ minorem ab aëre difficultatem patiuntur, vt ſupra explicuimus, oſcillationes maiores habent. hoc eſt ſi duo funependula æqualia quo ad longitudinē, inæqualia, quo ad grauitatem, ad librationes incitaueris; quod grauius eſt, tardiùs quieſcet, quia nempe ſingulæ vibrationes ab antecedentibus minùs deficiunt, ita vt ſuſpicari probabiliter liceat ſeclu ô omni externô accidente, nempe aëris diuidendi reſiſtentiâ, fore vt æquales ſemper arcus funependulum quodcumque deſcribat.

Ex Reflexione corporum haud dubiè idem colligere non licet, nam vt plurimum in reflexione, ita comprimuntur corpora, & atteruntur; vt multum de impetu & velocitate remittant. quia tamen videmus dari corpora alia aliis magis reflexiua ideo idem etiam concludimus.

Si rationem conſulamus. licèt propagatio impetûs, aut velocitatis non ſit ita nobis nota, nec certò aſſerere poſſimus impetū acquiſitum à corpore graui, per caſum dum ex altitudine aliquâ deſcendit, remitti ſenſim & æquabiliter, dum aſcendit, ex alia parte, nihilominus quodcumque ſyſtema excogitetur, ſiue dicamus à grauitate ipſa deſtrui, ſiue contrariam qualitatem à graui emanantem, excogitemos; ſicut vidimus eam temporibus æqualibus æqualia ſumere incrementa, ita etiam de decremento eius & deſitione raciocinari debemus. quô poſitô ſequitur, velocitatem acquiſitam per deſcenſum, ad eandem altitudinem poſſe ſuum mobile reſtituere; nam ſi comparemus tempus in quo incipit graue decidere, cum eo in quo deſinit ſurſum moueri, vi impetus acquiſiti; videbimus eſſe æquale. ſint enim duo tempora quibus graue deſcendat: erunt gradus impetus, aut velocitatis acquiſitæ, eritque primô tempore vnus qui quia acquiritur per vnum pedem mouebit, ſecundo erunt duo, vnus qui permanentet ſubſiſtet; ideoque per duplum ſpatium mouebit. ſed pariter dum incipiet deſinere impetus, primô tempore, deſtruetur vnus gradus, qui quia ſenſim deſinit per vnum tantum ſpatium mouet. & eôdem tempore alius gradus integer perſeuerat, ideóque duplum ſpatiom perficit. vltimô tempore reſtat vnus grados, qui ſenſim deſinit; atque adeo qui ſibi vnicum tantum ſpatium vendicat: igitur idem omnino obſeruatur progreſſus in deſitione, qui in productione velocitatis, idemque ſpatium ex natura rei perficitur.

## PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

*Propter aëris reſiſtentiam datur aliqua altitudo, è qua ſi deſcendat graue, totum impetum acquirit quem poteſt acquirere per quemcumque deſcenſum.*

Grauium decidentium acceleratio habet aliquem terminum, vltra quem nulla eſt amplius acceleratio, ſaltem phyſica; ſed tantumdem impetûs deſtruitur, quantùm de nouo acquiritur. ponimus eam accelerationem finem habere intra tertium minutum ſecundum, ita vt dum percurrerit 123. pedes, eius motus ſit æquabilis; etiamſi moueatur per 200. pedes, maiorem velocitatem non habebit: ergo datur aliqua altitudo, è quâ dum cadit mobile; terminum vltimum velocitatis per deſcenſum acquirendæ aſſequitur; ita vt ex quantalibet altitudine maiore decidat; non maiorem impetum, aut velocitatem acquirat. ſi enim maiorem acquireret, vlteriùs accelerare tur motus eius, contra ſuppoſitionem.

Huius rei aliquod habemus exemplum in aliquibus machinis; in quibus ob vectem alis inſtructum, ita retardatur motus, vt etiam ſi per diem integrum mota fuerit machina non tamen impetum maiorem habet.

## PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

*Datur aliquis terminus vltra quem, velocitas per deſcenſum acquiſita. quâcumque poſitâ determinatione non poteſt ſuum mobile ſurſum euehere.*

Sit graue quodcumque quod ex variis altitudinibus demittatur, & vi impetûs, aut velocitatis acquiſitæ, per reflexionem, aut quamcumque aliam determinationem, reſiliat & aſcendat. dico dari aliquod ſpatium determinatum, vltra quod aſcendere non poterit; etiamſi è firmamento decideret. ſupponamus enim illud mobile demitti ex ea altitudine ex quâ per præcedentem totum acquirit impetum quem acquirere poteſt, & vi illius impetus aſcendere per 100. pedes, dico etiamſi ex cœlo demitteretur non aſcenſurum vltra 100. pedes, cum enim maiorem, ex eo caſu non acquirat velocitatem, aut impetum; quàm haberet ex 123. pedibus: non debet magis aſcendere. ſed maiorem non acquiret impetum, cum ex ſuppoſitione totum habeat quem habere poteſt: ergo datur aliquod ſpatium vltra quod grauia reſiliendo non aſcendent, quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XXIX.

Theotema.

*Spatium vltra quod grauia resiliendo non ascendunt, minus est eô, per quod decidendo maximam acquirunt velocitatem.*

Supponatur spatium vltra quod graoium casus non accelerarur esse 123. pedum dico nunquam grauia resiliendo posse ascendete ad 123. pedes,etiamsi ex concauo luoæ deciderent.

Demonstr. ostendimus supra singulis temporibus quibus graue descendit aliquid velocitatis, impediri, aut depetdi propter aëris resistentiam: ergo dum mobile 123. pedes percurrit, non tantam habet velocitatem quam si nullô modô aër obstitisset; sed in tali casu io quo aër non obstitisset (*per 26. huius*) illa velocitas eleuasset suum mobile, ad eandem eleuatiooem 123. pedum: ergo cum propter aëris resistentiam, tanta non acquiratur velocitas, ad tantum spatium mobile ooo eleuabitur.addo quod in ascensu adhuc obsistat aër, & ex eo capite,adhuc multum imminuatur de velocitate; & consequenter de spatio,ad quod graue eleuari potest.

## PROPOSITIO XXX.

*Proiecta quæ maiorem habent velocitatem, eâ quæ ex grauium descensu acquiri potest,minus temporis insumunt in ascensu quàm in descensu.*

Nodum hîc soluimus satis alioqoin difficilem. refert Mercennus in sua ballistica, se moltoties expertum sagittam, quæ tria minuta in ascensu insumeret, quinque io descensu impendisse. Licèt neget id euenire in pila ferrêa, quæ ex mortatiolo emitteretur. ostendo igitur iuxta nostra priocipia id necessariò euenire.

Supponamus sagittam, maiorem impetum, & velocitatem initiò habere, qoàm sit maxima quæ communiter à grauibus decidentibus acquiritur, atqoe adeò primis duobos verbi gratiâ semiminutis secundis eam percurrere plusquam 33. pedes. sed in descensu cum descendat vi soliua grauitatis, & velocitas per grauitatem acquisita, singulis semiminutis secoodis, trigiota tres pedes tantum percurrere possit, maius tempus insumetor in emetiendo eòdem spatiô. & hoc in sagitta magis animaduertetur, quam in globo ferreo, eò quòd sagitta sit leuior eique propter pennas, & materiam leuiorem magis resistat aër. debet tamen aliqoa etiam notari diuersitas, inter ascensum, & descensum globi ferrei. si tamen benè possimos animaduertere, initium & fioem asceosus. & descensus, qood forsitan ob sommam pernicitatem non est vsque adeò facilè.

## PROPOSITIO XXXI.

Theotema.

*Velocitas impressa ab extrinseco, deorsum ferens, & maior ea, quæ per descensum naturalem acquiritur, sensim deficit.*

Quæstio est, An velocitas globi ferrei Emissi, deorsum à tormento bellico deficiat, aut saltem semittatur. Assero imminoi.

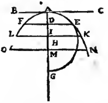
Demonstr. Globus è tormento bellico emissus deorsum, maiori velocitate fertur, quam si caderet è 150. pedibus; sed dum ita mouetur corpus deorsum resistentia aëris talis est, vt impediat ne graue vlteriorem impetum producat: ergo resistentia aëris respectu globi Explosi, non tantum impediet ne velocitatem oouam producat vi grauitatis suæ: sed etiam de impressa à puluere Pyrio multum detrahet, donec ad eam velocitatem perueniatur, quæ maxima à graui decideore acquiri potest; tunc enim vniformiter descendet.

## PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

*Descriptio Paraboles.*

Vt ostendam proiecta, motu mixto delatæ lineam Parabolicam describere, priùs aliquid de Parabolæ natura dicendum esse censui: noo quidem perita ex conicis priocipiis ne cogamor huc Apollonium aduocare. sed ex simplici eius descriptione educta. Sit ergo describenda Parabola.




culus axis sit AG. latus vt vocant rectum sit AC. assumatur in axe quodcumqoe punctum D, per quod ducator perpendicularis DE, quæ sit media proportionalis inter AC, & AD, sic enim rectangulum sub AC, AD æqoale erit quadrato lineæ applicatæ DE, id autem ita coosequeris fiat DG æqoalis lioeæ AC. tota AG diuidatur bifariam in H, descriptoque ex H ot centro, semicircolo AEG, dabitur DE,media proportionalis inter AD & DG seu AC. (*per 13.6. Eucl.*)

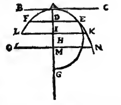
Assumatur aliud quodcumqoe punctom I, fitque pariter IK media proportionalis inter AC, & AI. sit item MN media proportionalis inter AM, & AC. & ita de cæteris, intelligaturque linea corua transiens per A, E, K, N, A, F, L, O. hanc voco parabolam,omittoque cæteras eius proprietates vt tantum necessarias ad iostitutum

tutum nostrum attingam. lineæ AD, AI, AM, vocentur sagittæ, DE, IK, MN ordinatim applicatæ.

## PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

*In Parabola sagittæ sunt inter se in duplicata ratione, ordinatim applicatarum.*




Sint in eadem figura sagittæ A D, A I, & ordinatim applicatæ DE, IK; dico sagittam AD ad AI, esse in duplicata ratione applicatæ DE, ad IK.

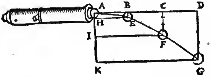
Demonstr. propositis sagittis AD, & AI, & assumpta communi altitudine AC; ita erit (*per 1. 6. Eucl.*) AD ad AI, vt rectangulum sub AD, AC, ad rectangulum sub AI, AC, comprehensum, hoc est per præcedentem, vt quadratum ex DE, ad quadratum ex IK; sed quadratum ex DE, ad quadratum ex IK est in duplicata ratione lineæ DE, ad IK (*per 20.6.*) ergo AD ad AI, est in duplicata ratione DE, ad IK, quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

*Troiectum horizontaliter, & vi grauitatis deorsum delatum, describit motu mixtò lineam Parabolicam.*

Hæc propositio quæ est Galilæi; supponit nonnulla. primò quidem quod motus horizontalis proiectorum, non impediat motum deorsum grauium, cum illi non sit contrarius; quare interea dum globus tormenti bellici, vel à puluere Pyrio impressa decurret lineam horizontalem, ponamus per 6. minuta secunda; interea idem globus tantumdem descendet infra lineam horizontalem, quantum, si demissus esset in aëre libero, & motus per totum illud tempus. scio esse difficultatem in ea hypothesi, nam verè globus hoc modo emissus non tantum descendet, quia vt volunt nonnulli etiamsi tormentum bellicum, sit directum horizontaliter, puluis tamen pyrius accensus euehit globum supra lineam horizontalem: consideremus igitur eius descensum, ab eo puncto in quo incipit, quem descensum præcisè prout deorsum tendit; suppono ex superioribus, esse in duplicata ratione temporum, suppono autem motum horizontalem à puluere pyrio impressum, esse vniformem, vt temporibus æqualibus, spatia æqualia percurrat, quamuis enim ob aëris resistentiam sensim deficiat, licèt tamen ad aliquod spatium illum vniformem considerare, cum notabiliter adhuc non imminuatur. quæ omnia necessaria sunt, vt demonstratio procedat.




Sit ergo globus A emissus horizontaliter qui impetu à puluere pyrio recepto, moueri possit æquabiliter hoc est temporibus æqualibus, spatia æqualia percurrat AB, BC, CD. & interea vi grauitatis deflectat à linea horizontali, secundum lineas BE, CF, DG, dico lineam AEFG esse parabolicam, quam propositione 32. descripsimus.

Demonstr. vt linea AEFG sit parabolica debent AH, AI, AK esse in duplicata ratione linearum HE, IF, KG: lineæ autem HE, IF, KG sunt in ratione temporum, sunt enim æquales lineis AB, AC, AD quæ se habent vt tempora, cum temporibus æqualibus percurrantur spatia æqualia. lineæ autem BE, CF, DG & illi æquales AH, AI, AK, sunt spatia decursa à graui decidente, quæ (*per 5. huius*) sunt in duplicata ratione temporum: ergo lineæ AH, AI, AK sunt in duplicata ratione linearum HE, IF, KG, ergo (*per 32.*) linea AEFG est parabolica, quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM.

Ex hoc concludes realiter, & verè propter aëris resistentiam lineam à motu mixto descriptam deficere à parabola. si tamen tantum aër resisteret motui horizontali, quantùm resistit motui deorsum non tam ab ea deficeret.

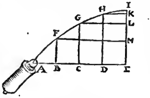
## PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

*Proiecta sursum emissa, tàm in ascensu quàm in descensu lineam Parabolicam motu suò describunt.*

Assumitur ad demonstrationem huius Theorematis, grauitatem, non destruere motum proiectorum, nisi quatenus sursum tendit, quatenus

tenus enim participat de horizontali motu, grauitati non eſt contrarius atque adeo non deſtruitur, ſed tantum quatenus tendit ſurſum, ſenſim à grauitate contrarium impetum producente imminuitur. imminuitur autem ſenſim motus ea proportione qua creuit. ſeu potius ſpatia decurſa à graui aſcendente vſque ad quietem, ſunt in ratione temporum duplicata decreſcente, nempe per eoſdem gradus, per quos deſcendunt. vt (*prop. 25, oſtendimus,*) quibus poſitis facile fiet. Demonſtrat.




Sit enim globus A emiſſus à tormento bellico, ad quemcumque gradum eleuationis puta graduum 45. ita vt conſideretur ille motus tanquam horizontalis, & tanquam verticalis, deſinetque ſenſim prout verticalis eſt, eo quod illi ſit oppoſita grauitas, perſeueret tamen pro vt horizontalis eſt. dico lineam quam deſcribit deſcendendo eſſe parabolicam.

Demonſtratio. ponantur lineæ AB, BC, CD, DE determinare motum eius horizontalem, quæ lineæ erunt æquales. ſi ſumantur quæ temporibus æqualibus reſpondent, excitentur perpendiculares BF, CG, DH, EI. hæ determinant aſcenſum globi pro temporibus illis æqualibus. ſunt autem illæ lineæ AB, BC, CD, DE, in eadem ratione quo tempora, à quocumque termino incipiamus, lineæ autem IK, IL, IM, IE, in eadem ſunt ratione quo ſpatia percurſa graui decidente, ſeu in ratione duplicata temporum, ſeu linearum KH, LG, MF, EA, ergo (*per 32. huius*) linea AGI eſt parabolica. eodem modo oſtendam deſcenſum ex alia parte eſſe parabolicum. ſuppoſito ſemper quod impetus quatenus horizontalis non deſtruatur, ſed perſeueret æquabilis.

Aliæ proprietates huiuſmodi iactuum, & praxes inde deductæ, non ſunt huius loci, commodiuſque in balliſtica tradentur. hac tamen conſideratione indigebamus, ad ſalientium naturam intelligẽdam.

# STATICÆ,

## LIBER TERTIVS

## De deſcenſu grauium, in planis inclinatis, & funependulis.

*GRauia non tantùm perpendiculariter ad centrum terræ feruntur; ſed etiam obliquè ſuam grauitationem exercent, & prout variè à linea perpendiculari detorquentur, varia etiam ſortiuntur momenta: quare de ponderibus obliquè decidentibus aliquid mihi dicendum cenſui. Primò igitur de planis inclinatis, ponderumque in iis motu, & momento, tum funependulorum doctrinam Enucleabo.*

### *DEFINITIONES.*

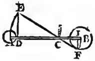
1. Momentum eſt propenſio ad motum deorſum. Hæc autem propenſio oritur tum à grauitate corporis, tum à diſpoſitione ad motum, ſeu eſt aggregatum ex grauitate corporis, & motu producendo.

Ita oſtendimus ſuprà idem pondus, ita connexum cum potentia mouente ſibi æquali, vt duplo celeriùs moueatur, duplum reſpectu illius momentum habere. Quare ad determinandum momentũ, non tantùm corporis grauitas ſpectanda eſt, ſed diſpoſitio ad motum. ſic iam vidimus momentum vnius libræ, vt mobilis per duos pedes, æquale eſſe momento duarum librarum, vt mobilium per vnũ pedem. In corporibus grauibus ſpectari tantùm debet, motus deorſum: ſeu perpendicularis, motus enim horizontalis, cum per ſe à grauitate non procedat grauium momentum non auget.

2. Centrum grauitatis eſt punctum per quod; ſi planum quodcumque producatur, diuidet corpus in partes æqualium momentorum, quare ſi per illud ſuſpendatur corpus illud, ad quemcumque ſitum erit indifferens.

Hæc eſt definitio centri grauitatis, quæ ita intelligenda eſt vt omne planum, diuidens corpus graue, per centrum grauitatis; illud diuidat in partes actu æquiponderantes; hoc eſt in tali diſpoſitione in æquilibrio conſiſtentes. non autem vt multi intelligunt quod centrum grauitatis, ſit punctum per quod ſi diuidatur corpus, & partes reponantur in ſtatera brachiorum æqualium, illæ erunt in æquilibrio; ſed hic vltimus ſenſus illegitimus eſt, nec communiter ab authoribus admittitur. poteſt enim fieri, vt duo corpora ſint æqualia in

grauitate, si tamen coniungantur; ob dissimilitudinem figuræ, & suspendantur per punctum medium; non erunt in æquilibrio. debet ergo apponi in definitione hæc verba (*æqualium momentorum*) Non examino modò, an in quôlibet corpore, detur necessariò tale centrum grauitatis.




Perpendiculum est linea verticalis, metiens motum à grauitate per se profectum; vt in statera AB, cuius vnum brachium sursum moueatur, aliud verò deorsum, in E, & D, lineæ DE, FI, erunt perpendicula metientia motum sursum, aut deorsum, cum enim alij motus, nempe horizontales, non pertineant ad grauitatem; vt pote quibus nec resistat grauitas, nec ad eos inclinet; ideo motum grauitatis ad hæc perpendicula exigimus. quare resistentia ponderis B, ad motum BF, est linea FI, quæ metitur hunc motum quatenus sursum euehit.

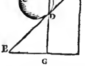
4. Pondera æquiponderantia sunt, quæ suspensa, in distantia æquali, à puncto suspensionis faciunt æquilibrium; hoc est ita se inuicem sustentant. vt vnum alteri non præponderet.

5. Linea directionis est linea recta ducta à puncto, cui innititur aut, ex quo appenditur corpus graue, ad centrum grauium, seu ad terminum communem, ad quem tendunt omnia grauia.

## PROPOSITIO I.

Theorema.

*In planis inclinatis grauia, minùs momentum habent; quàm si liberè & perpendiculariter descenderent.*




Sit planum inclinatum AB, in quô consistat globus C; dico globum illum non habere tantum momentum dum descendit secundùm planum AB, quàm si descenderet in libero aëre. hoc est sit facilius impedire eius lapsum, & motum deorsum secundùm planum AB, quàm si perpendiculariter descenderet. sit enim D punctum contactûs, per quod ad centrum terræ G intelligatur duci recta linea GDE.

Demonstr. Illud non habet tantum momentum, cuius aliquæ partes impediunt motum deorsum aliarum, illique resistunt, sed globi C partes aliquæ nempe DFE, impediunt motum deorsum aliarum, illique resistunt. quod adeò verum est vt si pars DFE, æquiponderaret parti DCE, non volueretur globus C, sed insisteret plano: igitur minus est momentum cuiuscumque globi in plano consistentis, & consequenter cuiuscumq; grauis.

Possemus autem facile probare quò planum magis ad horizontale accedet, eò maiorem esse partem DFE, atque adeò semper decrescere momentum, quò verò fuerit, magis perpendiculare, eo minorem fieri, atque adeo momentum maius esse.

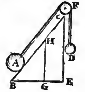
Si vteremur Aristotelicô modô. facilius idem probaremus. nam tunc minus est eiusdem grauis momentum, cùm motui eius naturali magis resistitur, vel quoties motus magis est connexus cum præternaturali; sed quò planum minus ab horizontali recedit, eò magis habet admixtum præternaturalis, seu horizontalis motus; ergo minus momentum habet.

Posset item addi, quod motui eius deorsum resistat ipsum planum, sulentetque ex parte ipsum graue, vnde in eo sustinendo, & retinendo non sentietur tanta difficultas.

## PROPOSITIO II.

Theorema.

*Si in plano inclinato, pondus consistit, quod reciprocè se habeat, cum alio pondere perpendiculariter decidente, vt plani longitudo, ad perpendicularem; æqualia momenta cum illo habebit.*




Sit pondus A, in plano inclinato consistens, sitque aliud pondus D perpendiculariter cadens; sitque reciprocè, vt BC, ad CE, ita pondus D, ad pondus A; dico momenta ponderum A, & D esse æqualia, seu pondera A, & D esse in æquilibrio, connectantur ista duo pondera A, & D medio fune AFD: ita aptatô vt trahat pondus A per lineam AF, ipsi BC parallelam, hoc est omnia ita aptentur, vt si pondus D descendat vnô digitô; pondus A ascendat in plano BC, vnô digitô, ponaturque pondus D, descendisse secundum lineam CE; pondus A ascenderit secundum lineam BH.

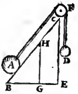
Demonstratio. tunc est æquilibrium, quando pondera, & motus eorum deorsum reciprocè se habent; motus autem deorsum simpliciter sunt perpendiculares, nempe CE, respectu ponderis D, & HG, respectu ponderis A; nam cum pondus A percurrit lineam BH, ascendit tantum secundum lineam GH; sed vt CE, ad GH, ita reciprocè pondus A, ad pondus D. ergo sunt in æquilibrio probatur autem minor. nam vt BC ad CE ita BH, aut CE ipsi æqualis ex suppositione, ad GH; (*per 4.6.*) sed vt BC, ad CE, ita pondus

pondus A, ad pondus D; ergo vt CE, ad HG, seu vt descensus ponderis D, ad ascensum ponderis A, ita pondus A ad pondus D; igitur in tali dispositione, momentum ponderis A, est æquale momento ponderis D. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*Æqualia pondera quorum vnum perpendiculariter aliud verò per planum inclinatum descendat, habent momenta, cum longitudine plani, & perpendiculari reciproca.*




In superiori figurâ supponantur pondera A, & D esse æqualia. & A esse in plano inclinato, D verò perpendiculariter, dico ita esse momentum ponderis A, ad momentum ponderis D vt CE, ad CB reciprocè. fiat enim eadem constructio, quæ priùs.

Demonstratio. Interea dum pondus D, descendit ex C in E, pondus A ascendit ex B in H; & eius ascensus verus seu perpendicularis, est linea G H; sed vt ostendimus in mechanicâ, grauium æqualium momenta, se habent vt motus eorum, proprius grauitatis, nempe motus deorsum, quod enim plus mouetur maiores vires habet secundum primum, & vniuersalissimum principium: ex quo etiam sequitur vires seu momentum corporis grauis coalescere, ex eius grauitate, & motu deorsum, vbi ergo grauitas eadem est, attendendus est solus motus deorsum, sed motus perpendicularis ponderis D est linea CE; ponderis A est linea GH; ergo ita est momentum ponderis D, ad momentum ponderis A; sicut CE ad GH, sed sicut CE ad GH; ita est BC, ad BH; (*per* 4.6.) ergo ita est momentum ponderis D, ad momentum ponderis A; sicut BC, ad B H, aut CE illi æqualem; quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM.

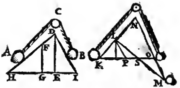
Sequitur ex eo, quod quoties equus trahit currum onustum in plano inclinato, præter difficultatem quam experitur in trahendo currum in planitie, grauatur in ea parte qua trahit, ponderе, quod ita se habeat ad totum plaustrum, vt perpendicularis, ad totum planum, vt si perpendicularis EC esset tertia pars plani inclinati BC, grauaretur eodem modô, ac si ei imponeretur tertia pars ponderis quod trahit. dixi supra difficultatem quam habet in trahendo. hæc enim vix habet propriam mensuram, eò quod pondera motui horizontali per se non resistant; sed tantum ex variis accidentibus.



## PROPOSITIO IV.

Theorema.

*Grauia in planis inclinatis: eandem altitudinem perpendicularem habentibus posita, & ita se habentia vt planorum longitudines æqualia habent momenta.*



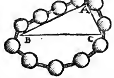

Sint duo grauia A, & B, insistentia planis Inclinatis DH, DI; ita autem se habeat A, ad B; sicut planum HD, ad planum DI; Dico pondera A, & B æqualia momenta habere, coniungantur enim mediô fune A C B, vt tantumdem moueatur pondus A, in plano DH, quantùm mouetur pondus B, in plano D I, sitque linea H F, æqualis lineæ D I, ducantur item perpendicula DE, FG.

Demonstratio. quia (*per* 4. 6) ita est HF, aut DI ipsi æqualis, ad HD, sicut FG, ad DE, vt autem DI, ad HD ita est ex suppositione pondus B, ad pondus A; ita etiam erit pondus B ad pondus A, sicut linea F G, ad D E. sed D E est perpendiculum ponderis B, dum mouetur ex D, in I, & F G est perpendiculum ponderis A, dum mouetur ex H in F; ergo pondera A & B, & perpendicula metientia eorum motum sursum sunt reciproca: ergo ex primo principio, mechanico, pondera æquale momentum habent. quod erat demonstrandum.

Alia eiusdem propositionis afferri potest demonstratio, supposito tamen principio, nempe corpus totale non moueri, nisi centrum eius grauitatis descendat. certum est dum corpora grauia connexa fune erunt in linea KO, centrum commune grauitatis erit in linea KO. supponantur mota esse in L & M. lineæ K L, O M æquales erunt. est enim idem funis KNO, LNM, quare ablatô, quod commune est, segmentô scilicèt LNO, restant lineæ KL, O M æquales; sit L P parallela lineæ M N; eritque (*per* 4. 6.) KL seu OM illi æqualis ad O P; sicut K N, ad N O; seu ex suppositione, vt pondus M, ad pondus L, reciprocè; vt autem, OM ad OP, ita MS, ad SL, cum triangula LSP, SOM, sint æquiangula, vt patet. Igitur vt SM, ad SL ita reciprocè pondus L, ad pondus M, quare commune centrum grauitatis erit S, ergo centrum grauitatis non descendit, sed in eâdem manet linea horizontali, quare nullus fiet motus.

Hanc eamdem propositionem ingeniosissime demonstrat Steuinus, & ostendit quod nisi pondera, in planis inclinatis posita, & eamdem rationem habentia, ac planorum longitu-

dioes, æquale momentum habeant; dabitur motus perpetuus.



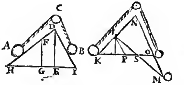

Sit enim triangulum ABC, in quo latus AB sit duplum lateris AC. circa tale triangulum, disponantur globuli æquales, & æquiponderantes, numerô pares, filô per eorum centra traiectô connexi, æquali item intervallô inter se distantes. ex quô fiet, quod duplo plures consistent globuli in plano AB, quam in plano AC, & consequenter pondera in AB, & AC consistentia se habeant, vt planorum longitudines. quæ vero dependent in BD, & CD sunt in æquilibrio. cum totidem sint ex vna quam ex alia.

Demonstr. si globi AC, non haberent æquale momentum, momento globorum AB, haberent maius, aut minus. si primum: ergo globi AC, prævalebunt, & præponderabunt, & quia totidem semper sunt globi super planis AC, & AB; semper globuli AC prævalebunt; & consequenter daretur motus perpetuus. Idem sequetur si dicatur momentum globorum AB esse maius.

## PROPOSITIO V.

### Theorema.

*Grauium æqualium in planis inclinatis, & eandem altitudinem habentibus, consistentium momenta, sunt in ratione reciproca longitudinum.*




Sint in prima figura præcedentis, Duo pondera A, & B æqualia quæ consistant in planis inclinatis HD, DI, eamdem altitudinem DE habentibus. Dico ita esse momentum ponderis A, ad momentum ponderis B, vt longitudo DI, ad longitudinem DH. sit enim HF æqualis lineæ DI.

Demonstratio. Ponderum æqualium in grauitate, & in machina dispositorum, momenta se habent, sicut motus sursum, & deorsum respectiuè sumpti (*per primum mechanices principium*) perpendicula autem metientia tales motus sursum, sunt lineæ FG, DE. ergo momentum ponderis A, ad momentum ponderis B, se habet vt FG, ad DE. sed vt FG, ad DE, ita est vt iam ostendimus, D I, ad DH nempe longitudines planorum: ergo ita est momentum ponderis A, ad momentum ponderis B, vt reciprocè longitudo DI, ad longitudinem DH. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VI.

### Theorema.

*Momenta grauium æqualium, in planis inclinatis consistentium, se habent vt perpendicula æqualium partium, eorundem planorum.*




Sint duo grauia æqualia, A & B, in planis inclinatis CD, DE consistentia, sumanturque partes æquales quæcumque C F, E G, quarum perpendicula sint FH, GI. Dico ita esse momentum ponderis A; ad momentum ponderis B; vt FH ad GI. ducatur perpendicularis DK.

Demonstr. Momentum ponderis A, ad momentum ponderis B, est vt DE, ad DC (*per 5.*) est autem DE, ad DC, vt FH, ad GI. est enim CF, aut GE illi æqualis, ad CD, sicut FH, ad DK; pariter ita est DE, ad GE, sicut DK ad GI, possunt ergo secundùm perturbatam rationem, ita ordinari hæ lineæ, nempe vt ED ad EG, aut CF; ita DK, ad GI; & vt CF, ad CD, ita FH, ad DK, quare secundum perturbatam rationem, ita erit ED, ad CD; sicut FH ad GI, & consequenter ita erit momentum ponderis A ad momentum ponderis B, sicut FH, ad GI. quod erat demonstrandum.

### COROLLARIVM.

Momenta grauium æqualium in planis inclinatis consistentium, se habent vt sinus recti inclinationum planorum, si enim GE, CF, quæ sunt æquales, fiant sinus toti FH, & GI; erunt sinus recti inclinationum planorum cum horizonte, seu angulorum C & E.

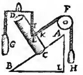
## PROPOSITIO VII.

### Theorema.

*Ita se habet Graue eleuans directè pondus ad eleuans obliquè idem pondus, sicut longitudo. & perpendicularis reciprocè.*

Supponatur corpus aliquod graue verbi gratiâ columna, quam deinceps per modum parallelogrammi repræsentabimus, quæ sit inclinata, ita vt perpendiculariter insistat plano inclinato AB, sitque columna CD, tangens planum in punctô D, trahatur à graui H per centrum grauitatis E, & per lineam EF parallelam plano AB. sitque eleuans perpendiculare G. sintque tam pondus G, quam pondus H in æquilibrio cum columna, nempe vt trahendâ perpendiculariter, seu in altum & G sit in æquilibrio cum eadem columna, vt trahenda supra planum inclinatum AB, dico ita esse pondus G, ad pondus H, sicut AB, ad AL, aut sicut IE ad EK.

Demonstratio,

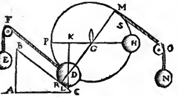



Demonstratio. pandus G eleuans directè columnam, vt sit in æquilibrin cum enlumna, æquale esse debet columnæ. columna autem se habet ad pandos H, vt AB, ad AL (*per 3.*) ergo pondus G ad pondus H, se habebit, vt AB, ad AL. aot IE ad EK.

## PROPOSITIO VIII.

*Momentum ponderis in plano inclinato consistentis se habet ad momentum, ponderis æqualis in perpendiculari descendentis, & trahentis per lineam plano inclinato parallelam, vt momentum ponderis in brachio inclinato, ad planum inclinatum recto, ad momentum ponderis in brachio horizontali positi.*

Hæc analogia plani inelinati eom statera, est sanè faeilis, remque aecuratè demnnstrat. Eam debeo Dominn Reynaud amico meo, & in mathematicis bene versato, hæc autem ita se habet.




Proponator planom inclinatom ABC, in quo consistat pondus D, sitque pondus E illi æquale trahens per lineam FD parallelam eidem plann. intelligatut statera brachintum æqoalium DG, GH ita tamen vt braehinm GD, sit perpendiculare ad planom BC, & brachium GH sit horizontale. Dien qund mnmentnm ponderis D, in plano inclinatn ad mnmentum pnnderis E, ita se habeat; vt idem momentom pnnderis D ad momentom pnnderis H. prodncatut HG, & ad eam dueatur perpendiculari DK, pondns D, sublatô plano BC, eodem modo se habet in hac libræ dispositione, ae si penderet ex pnnctn K. eiusqoe vera distaotia est KG, se habet ergn, ad mnmentom ponderis H vt KG ad GH, seu GD, illi æqualem. sed triangula K G D, A B C sunt æquiangula, quia nempe anguli K & A recti sunt: & angulus KGD est complementom anguli KDG, euius etiam FDK est cnmplemeotum, aut BLK seu angulus B, ernnt ergo anguli C & KGD æqnales. quare ita erit KG, ad GD, sicut AB ad BC, sed mnmentnm ponderis D ad momentum E, est vt AB, ad BC, & ad momentum ponderis H, vt KG, ad GD, ergo momenta E & H, respectu ponderis DE eodem modò se habent.

Ratio vlterior est quod in tali dispositinne, comparatur mntus verticalis pnnderum H & E; cum motu similiter inelinato pnnderis D, ita si moueatur vno digitn pnndus H verticaliter, pondus D propter dispositionem stateræ motum vnius digiti in plann inclinatn decurret, similiter eum pondus E trahat pondus D, per lineam parallelam plann, si pnndus D vnum digitum decurrat, tantumdem mnuebitur pondus E io perpendieulari, ergo proba est enmparatio.

## COROLLARIVM.

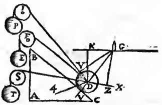
Quod si in poncto G esset funis annexus GD, & pondus E traheret per lineam FD, perpendicularem ad lineam GD, cum ratione funis GD determinetur pnndus D, ad decurrendum planum BC, aut illi parallelum; idem omnino momentum nbtinebit, & pnndus E trahens per lineam FD, idem mnmeotum babebit, ae si esset in H, & subiieeretur planum ioelinatum.

Vt autem meliùs appareat tota cnmparatio, supponamus prnductum esse brachiom DG, vsque ad M, & ibi constitui angulum rectum M, ita vt funis MO, sit perpendicularis, ad brachium GM, pondus N trahens per MO, idem mnmentum habet, ac si esset in punctn H, eius enim vera distantia, quam diximus, cum de vecte egimos; sumi debet pènes perpendicularem GM. Ratio autem à priori est, quod si trahatur funis ab M in S, totus hic motus in pondere N, in mntum verticalem vertatur, sed motus verticalis metitur vires, sen mnmentum eorpnris grauis: ergo nmnes vires habet quas potest habere. at verò eum pnndus D moueatur in plano inelinatn, eius motus mixtns est, momentnm autem motum perpendicularem, sen verticalem adæquat.

## COROLLARIVM II.

Quod si mnmeota pnnderum D & E, sint æqualia, erit pnndus D, ad pnndus E aut ad pondus N illi æquale, vt GH, seu GD ad GK, sed angulus KDG, est æqualis angulo C inelinationis plani; & positâ GD sinu totô KG est sinus anguli KDG; ergn pnndns D est ad pnodos E; vt sinus totus ad sinum ioelinatinnis plani.

## DEFINITIO I.



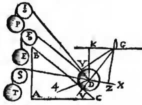

Angulus tractinnis, est is qui comprehenditur à fune pondns trahente, & lineâ plann parallelâ, vt si pondus D trahatur per lineam ID. sitque FD plann parallela, erit angolos FDI aogolus tractionis. aut si trahatur idem pondns D, per lineam SD, etit angulus SDF angulus tractionis.

Complementum anguli tractionis, est reliquus ad quadrantem vt angulus IDG. in primo casu, aut angulus SDV aut illi oppositus ad verticem GDK.

## PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Pondus in plano inclinato consistens, se habet ad pondus aequalis momenti trahens lineâ planô non parallelâ; vt sinus complementi anguli tractionis ad sinum anguli inclinationis plani.*




Sit pondus P æqualis momenti cum pondere D, quod trahat per lineam Di, non parallelam plano ABC, sitque FDI angulus tractionis; IDG eius complementum. dico pondus D, ad pondus P ita esse, vt sinus anguli IDG complementi scilicet anguli tractionis, ad sinum anguli inclinationis plani BC.ex G ad ID, ducatur perpendicularis YG. factôque DG sinu totô. erit KG, sinus anguli KDG, quem supra ostendimus æqualem esse angulo inclinationis plani, erit item YG sinus, anguli YDG complementi anguli tractionis. supponatur pondus E, esse in æquilibrio eum pondere D.

Demonstr. Pondus D est in æquilibrio, cum pondere P, & cum pondere E: ergo pondera E, & P; habent æquale momentum: ergo sunt reciproceè vt distantiæ ab hypomoclio G, vt vidimus cum de vecte, distantiæ autem sunt YG, & DG, ergo vt E ad P, ita distantia YG, ad distantiam DG, vt autem DG ad KG, ita pondus D, ad pondus E; ergo secundùm perturbatam æqualitatem, ita erit pondus D, ad pondus P sicut YG sinus complementi anguli tractionis, ad KG, sinum inclinationis plani. quod erat demonstrandum.

Idem ostendere possumus in pondere T, cuius distantia est linea GZ, nam erit vt pondus D, ad pondus T, ita GZ, ad KG.

### COROLLARIVM I.

Vt ostendimus pondus E ad pondus P, esse vt sinus complementi tractionis ad sinum totum, idem in aliis omnibus tractionibus ostendemus in quibus semper verum est, quod pondus E, minimum erit omnium, se habebit enim ad alia vt sinus complementi tractionis, ad sinum totum donec perueniatur ad complementum tractionis quod sit æquale angulo inclinationis plani, vt si daretur pondus trahens secundum perpendicularem KD, illud enim æquale esset ponderi D; ratio clara est, quia in tali casu, ita est pondus E, ad pondus D, vt sinus inclinationis plani KDG, ad sinum totum, sed pariter ita esset pondus E, ad pondus eleuans per DK, vt sinus anguli KDG, complementi tractionis ad sinum totum; ergo pondus D & pondus eleuans per DK sunt æqualia.

### COROLLARIVM II.

Sequitur item quod si anguli SDF, FDI sint æquales, pondera in T & P æqualis momenti cum pondere D æqualia inter se erunt.

### COROLLARIVM III.

Pondus E omnium minimum est, eorum quæ cum pondere D sunt in æquilibrio. suntque omnia minora pondere D, excepto eo, quod trahit per perpendicularem KD quod est æquale.

### COROLLARIVM IV.

Si fiat angulus 4DV æqualis angulo C inclinationis plani, pondus trahens per lineam 4D, & æqualis momenti cum pondere D, illi est æquale. quia pondus E ad illud eandem habet rationem, ac ad pondus D, nempe vt sinus anguli 4DV complementi tractionis ad sinum inclinationis plani, cui factus est æqualis. si fiat angulus complementi minor, nempe si angulus 4DV supponeretur minor angulo C. pondus faciens æquilibrium cum pondere D, & trahens per lineam 4D pondere D maius esset. nempe quia sinus complementi tractionis, minor esset sinu inclinationis plani, quare cum pondus illud ad pondus D, sit reciproceè vt sinus inclinationis plani, ad sinum complementi tractionis, pondere D maius esset.

Denique si pondus trahat per lineam perpendicularem VD, infinitum esse debebit vt sit in æquilibrio cum pondere D. posito enim quocumque pondere finito, verbi gratia mille librarum, ostendam maius requiri, debet enim fieri vt sinus complementi tractionis qui nullus est, ad sinum inclinationis plani; ita pondus D ad pondus requisitum, nulla autem est ratio, nullius ad sinum inclinationis plani.

Ita si daretur pondus trahens per lineas inter DK, & DG positas, nunquam impedire posset quo minus pondus D deflueret per planum BC.

## PROPOSITIO X.

Theorema.

*Dum pondus vnicum ex duabus chordis angulum rectum comprehendentibus dependet; sumque alia pondera, æquilibrium efficientia: pondera sunt homologa lateribus quibus opponuntur.*




Sit pondus A dependens ex duobus funibus AD, AE angulum DAE rectum comprehendentibus, sintque pondera trahentia B, & C. in æquilibrio cum pondere A. nempe illud detinentia in tali dispositione. Dico pondus A ad pondus B, se habere vt ED, ad AD, item idem A se habere

habere ad C, vt ED, ad AE; ita vt formetur triangulum rectangulum EAD, cuius latera sint homologa, ponderibus oppositis. nempe ED, ponderi A, EA ponderi C. & AD ponderi B.

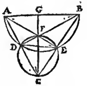
Demonstratio. chorda AD, considerari potest vt brachium inclinatum staterę, nam si chordę AD punctum D firmum fiat, trahaturque pondus A à pondere B, pondus A ascendet secundum lineam EA, perpendicularem ad AD, quare (*per coroll. 9.*) ita erit pondus A ad pondus B sicut AD ad FD, & cum triangula AFD, EAD, sint ęquiangula vt ED, ad AD.

Pariter considerari potest EA, vt brachium staterę inclinatę, quod trahatur à fune AD, perpendiculariter, seu parallelè plano alicui, quod lineę AD esset ęquidistans, & tunc (*per coroll. 11.*) ita erit pondus A ad pondus C, sicut AE ad EF, seu sicut ED ad AE, ergo in triangulo EAD latera sunt ponderibus oppositis homologa. quod demonstrandum erat.

## LEMMA.

*Perpendiculares à singulis trianguli angulis, ad latus oppositum ductę, in eodem puncto se intersecant.*

Nulla est difficultas in triangulo rectangulo; ducta enim ab angulo recto, ad basin perpendiculari, clarum est tres perpendiculares vniri in ipso anguli recti apice.




Proponatur primò triangulum acutangulum ABC, ducanturque ad latera opposita AC, BC, perpendiculares BD, AE, se intersecantes in puncto F, ex angulo C, per F ducatur CFG, asseto lineam CG esse perpendicularem ad AB. circa AB describatur semicirculus, qui (*per 31. 3. Eucl.*) transit per puncta D, & E. describatur item circa FC circulus, qui transit per eadem puncta D, & E.

Demonstratio. anguli ABD, AED, eidem arcui AD insistentes sunt ęquales pariter in minori circulo anguli AED, DCF sunt ęquales: ergo in triangulis GFB, DCF, anguli GBF, DCF sunt ęquales, sed pręterea ęquales sunt ad verticem GFB, DFC: ergo ęquiangula sunt triangula & cum FDC, rectus sit; FGB etiam rectus erit, quod demonstrandum erat.

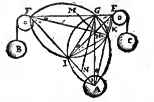
Proponatur secundò triangulum obtusangulum AFB, ad producta latera ducantur perpendiculares BE, AD, concurrentes in C, dico lineam CFG, esse perpendicularem ad AB. eadem demonstratio id probat.

## PROPOSITIO XI.

### Theorema.

*Si idem pondus è duobus funibus pendeat, quibus appendantur duo pondera, ęqualis cum illo momenti: ita vt fiat oxygonium triangulum, si a pondere medio ad latus oppositum ducatur perpendicularis per cuius supremum punctum ducantur duę lineę lateribus trianguli parallelę, erunt hę parallelę & perpendicularis ponderibus homologę.*

Pondus A pendeat ex duobus funibus AE, AF, quibus annexa sint pondera B, & C, ita vt fiat triangulum oxygonium FAE. ducatur à puncto A perpendicularis AG, & per punctum G ducantur GN, GK, parallelę lateribus BA, EA; dico pondera A, B, C, esse homologa lineis AG, GK, GN; vel si velis determinandę imaginationis causà pondera B, A, C, sunt homologa lineis NA, AG, AK concurrentibus in puncto K. ducantur ad latera FA, EA, perpendiculares EI, FL, quę (*per lemma precedens*) concurrent in puncto H. describatur circa FE semicirculus transiens sicut priùs per puncta I, & L, (*per 31. 3. Eucl.*) & circa FA, AE, semicirculi qui transeunt per puncta G, L, G, I, iungatur linea GI.




Demonstratio. comparentur primò pondera A & B, intelligendo chordam AE vt brachium staterę. eritque A ad B, vt perpendicularis EI, ad EG. (*per 10. huius*) sed triangula GAN, EGI, sunt ęquiangula. nam duo anguli IAG, IEG eidem arcui GI insistentes ęquales sunt. ęquales item sunt GAE, GIE insistentes eidem arcui GE, sed cum lineę NG, AE, sint parallelę; anguli alterni NGA, GAE sunt ęquales. quare ęquiangula sunt triangula EGI, AGN, & consequenter vt EI, ad GE, seu vt pondus A ad pondus B, ita erit AG ad AN, quod erat demonstrandum.

Eodem modo ostendam ita esse A, ad C; sicut AG, ad AK. & consequenter pondera B, A, C, tribus lineis AN, AG, AK homologa sunt. quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM.

Quia autem B, A, C, lateribus HE, FE, HF sunt homologa, triangula enim EIG, FHE, sunt ęquiangula, sed triangulum ANG triangulo EIG ostensum est ęquiangulum, quare ęquiangula sunt triangula FHE, GNA: ergo ita est AN ad AG, sicut HE ad FE, & AG ad NG, seu AK, vt FE ad FH, sed pondera B, A, C sunt lineis AN, AG, AK homologa; ergo pondera B, A, C, sunt lineis HE, FE, FH homologa.

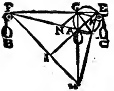
PROPO

## PROPOSITIO XII.

Theorema.

*Si Idem pondus, è duobus funibus pendens sit in æquilibrio cum aliis duobus ita vt, at triangulum Amblygonium ducta à pondere medio ad lineam horizontalem perpendiculari, & duabus parallelis, ad reliqua latera sunt pondera perpendiculari & duabus parallelis reciprocè analoga.*

Supponatur in eadem figura pondus A, trahi per lineas AF, AE, à ponderibus B & C. ducatur pariter ad lineam horizontalem EF, perpendicularis AG, & ad chordas productas perpendiculares ducantur FI. EL, quæ productæ conuenient in H, ita vt linea HAG, sit perpendicularis ad EF, per lemma præcedens. Dico pondera B. A C in tali dispositione esse analoga lineis HE, EF, FH. item lineis FL, HG FI; item lineis AN, AG. AK supponuntur lineæ GE, NG GK esse cordis parallelæ.




Demonstratio pondus C, trahens pondus A, per brachium stateræ FA est ad pondus A, sicut distantia FI ad FG, (*per ea quæ diximus de vecte*) duo autem triangula rectangula FIE. FGH cum habeant angulum communem IFG, sunt æquiangula. ergo (*per 3. 6.*) ita est FI, ad FE sicut FH, ad FE; ergo ita est pondus C, ad pondus A, sicut FH, ad FE; ostendam pariter ita esse pondus B, ad pondus A, sicut HE, ad FE, quare pondera B, A, C, sunt lineis HE, FE HF analoga.

Secundò ex eadem triangulorum FIE, FGH similitudine; ita erit pondus C ad pondus A, vt IE, ad HE, & pondus B ad pondus A, vt FL ad HE, quod erat secundum.

Tertiò triangula FHE, GNA sunt æquiangula. angulus enim GNA, duobus internis NFG, NGF seu AEG, hoc est angulo FHE, æqualia est. item angulus NAG, duobus internis ALG, seu AEG, & AGL, seu AEL, hoc est toti FEH æqualis est; eodem modò ostendam triangulum GAK eidem FHE esse æquiangulum, quare vt HE, ad FE & FE ad HF, ita erunt NA, ad AG, & AG ad NG, seu AK quod erat demonstrandum.

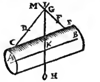
### COROLLARIVM.

Ex his facile multæ deduci possunt conuersæ, nempe datis ponderibus ita dispositis, determinare, quem angulum efficiunt.

## PROPOSITIO XIII.

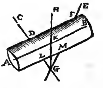
Theorema.

*Si graue è duobus funibus non parallelis pendeat; si ex communi concursu, linea perpendiculi ducatur, hæc per illius centrum grauitatis transit.*




Columna AB appendatur duobus funibus CD EF, non parallelis inter se, sed qui in puncto G producti concurrant, dico si ex puncto G demittatur linea perpendiculi, hanc transituram per centrum grauitatis K.

Demonstr. Pondus A eôdem modo & per eundem angulum, sustentatur ex puncto D, ex puncto G & ex puncto I, cum per eandem lineam rectam procedatur, pariter eôdem modo sustentatur columna in puncto E, siue funis sit FE, siue sit GE, siue ME; sed si suspenderetur tota columna ex puncto communi G clarum est quod centrum grauitatis, esset in linea directionis GH; secundum definitionem centri grauitatis: ergo si suspendatur funibus CD, EF, linea grauitatis transit per punctum concursûs, quod erat demonstrandum.




Sint secundò duo funes CD, EF, non paralleli, sed conuergentes, sitque funium concursus punctum G dico lineam perpendiculi GH, transire per centrum grauitatis K.

Demonstratio. funes CD, EF, eodem modô sustentant columnam, ac sustentaret linea GL si rigida esset, aut GM, immò sustentatur à fune CD, eodem modo ac sustentaretur non tantum à puncto L, lineæ rigidæ GL, sed etiam à quôlibet aliô eiusdem lineæ LG; idem dicendum de linea GM: ergo eodem modô sustentaretur à lineis GL, GM ac sustentaretur à puncto G, in vtraque linea existente; sed si columna sustentata à puncto G, & maneret in eo situ, linea perpendiculi GK, transiret per centrum grauitatis K; ergo si sustenteтur à duobus funibus CD, FE, linea perpendiculi GH, transit per centrum grauitatis K. quod erat demonstrandum.

COROL.

COROLLARIVM.

Ex iis patet quod si vnus funis,sit ad horizontem perpendicularis alter etiã perpendicularis erit. si enim non esset perpẽdicularis, cum primo concurreret,& in pũcto cõcursus esset linea grauitatis: ergo centrum grauitatis esset in prima linea, vt pote perpendiculari;ergo secunda nihil efficeret.

Si vnus funis ad perpendicularem conuergit, alter ad eandem conuergit, si vnus diuergit, alter item diuerget.

PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*Graue super eodem plano inclinato in eadem ratione acceleratur, ac in libero aëre.*

Sit graue quodcumque quod super planum inclinatum feratur & descendat. dico, quòd eodem modò accelerabitur proportionaliter,quò accelerantur grauia liberè,& perpendiculariter descendentia.non dico illud graue tantã velocitate ferri,quantã cadit perpendiculariter, sed assero proportionem esse eandem hoc modò.

Demonstratio.graue in eodem planò inclinatò, idem semper momentum habet, & licèt eius grauitati nonnihil propter plani deuiationem à perpendiculari linea,resistatur;eodem semper,& similí modò resistitur. sed eadem causa, cui æqualiter semper resistitur;æquales effectus producit;igitur singulis instantibus , aut temporibus æqualibus, æquales semper impetus producentur, sed si temporibus æqualibus producãtur æquales impetus, accelerabitur motus secundùm proportionem Galilæanam:ergo admittenda est talis acceleratio.si enim ostendimus velocitatem grauium perpendiculariter decidentium;successiuè acquisitam siue partes eius minimæ,in instantibus totæ simul producantur, siue semper successiuè;duplum spatium mouere dum in tempore sensibili tota simul existit,illius quod percurrit dum æquali tempore de nouò acquiritur,ita etiam, dicendum est impetum à grauitate corporis in plano inclinato existentis productum , licèt paulò minorem , ob resistentiam plani inclinati; transferre suum mobile ad duplum spatium, dum totus aliquò tempore existit, & ad mediam partem eiusdem spatij, dum æquali tempore successiuè acquiritur. quod principium , non explico fusiùs, eò quòd iam supra satis explicatum sit. Ex eo autem sequitur seclusã aëris resistentiã , & forsitan plani scabritie, spatia in plano inclinato decursa, temporibus æqualibus disiunctè sumptis,procedere secundùm seriem arithmeticam numerorum imparium 1.3.5.7. 9. 11. &c. in temporibus verò æqualibus coniunctim sumptis,vt quadrata temporum 1. 4. 9. 16. 25. 36. &c.atque adeò spatia à quiete percursa,se habere in subduplicatã ratione temporum. atque hæc consequuntur ex eo principio nempe, quòd singulis temporibus æquales velocitatis, aut impetûs partes producantur. hoc autem satis probari existimo , ex eò quòd non magis æquales partes impetûs temporibus æqualibus produci debeant, à mobili decidente perpendiculariter; quàm ab eodem mobili delato, supra planum inclinatum. diximus enim aliàs impetum talis essẽ naturæ , vt si ei resistatur,vnò tantum tempore existat. si verò motum producat perseueret, cum autem sit eadem semper plani inclinatio ; & consequenter eadem semper resistentia , non totalis;sed partialis,tantumdem singulis temporibus impetûs destruetur aut impedietur,ex quo sequitur ; continuum augmentum per partes æquales:singulis temporibus æqualibus.

Quod si præter rationem aliquis experiri velit eam accelerationem facilè experientiis comprobabit. Certum est enim , non tantùm aquas , sed etiam globos per planum inclinatum decidentes , validiorem ictum efficere in fine ; quàm in principio. immò in plano valde inclinato , quia motus est tardior eius accelerationem faciliùs metiri possumus , quàm in aëre libero , & semper notata est procedere vt quadrata temporum ; aut ita parùm aberrare, vt error aliquibus accidentibus facilè tribui possit.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

*Vt momentum corporis in plano inclinato , ad momentum eiusdem in perpendiculari ; ita velocitas in eodem planò : ad velocitatem eiusdem in perpendiculari.*

Sit vnum idemque graue quod modò supra planum inclinatum,modò perpendiculariter descendat;dico vt momentum quod habet in plano inclinato , ad momentum quod habet in perpendiculari,ità esse velocitatem eius in plano, ad velocitatem quàm habet in perpendiculari. hoc est si momentum in plano sit tantum dimidia pars momenti , quod haberet in perpendiculari : velocitas in plano , erit tantum dimidia velocitatis quam habet in perpendiculari.

Demonstr. cùm in planò momentum decrescat tantùm propter resistentiam plani, decrementum momenti benè assumitur tanquam mensura resistentiæ ; sed pariter resistentia est mensura decrementi velocitatis , aut impetus, ergo decrementum momenti bene assumetur tanquam mensura decrementi velocitatis. quare vt decrementum momenti , in plano , ad ipsum momentum in perpendiculari, ita decrementum velocitatis in plano , ad velocitatem in perpendiculari ; & consequenter vt reliquum nempe momentum in plano, ad momentum in perpendiculari:ita velocitas in plano ad velocitatem in perpendiculari quod erat demonstr.

Addo vlteriùs cum momentum maius, aut minus eiusdem corporis non possit oriri , nisi ex maiori aut minori impetu producto, maior autem aut minor impetus , sit causa immediata maioris aut minoris velocitatis , vbi maius erit momentum,maior etiam erit velocitas.

Hæc proportio intelligenda est de momenti variatione orta tantum ex plani inclinatione , non autem orta ex magnitudine ipsius grauis , seu pluribus partibus ipsius grauis. vidimus enim licet grauia inæqualia , majus momentum habeant , non tamen velocius descendere.

COROLLARIVM.

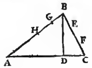
Velocitates in plano inclinato, & in perpendiculari se habent reciprocè; vt perpendicularis, ad longitudinem plani.

Quia (*per 3. huius*) momenta eiusdem ponderis in perpendiculari; & in plano; cum perpendiculari, & longitudine plani sunt reciproca.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

*Velocitates in diuersis planis inclinatis sunt vt momenta eiusdem grauis, in iisdem planis; & reciprocè vt planorum eandem altitudinem habentium longitudines.*




Sint duo plana A B, B C, dico ita esse velocitatem in plano AB ad velocitatem, in plano BC, vt momentum alicuius ponderis existentis in plano AB; ad momentum eiusdem ponderis existentis in plano BC. ducatur enim perpendicularis BD.

Demonstratio (*per 16. huius*) vt momentum corporis in AB existentis, ad momentum eiusdem in perpendiculari BD; ita velocitas in plano AB, ad velocitatem, quam habet in perpendiculari BD, (*sed per eandem*) vt momentum ponderis in perpendiculari BD existentis, ad momentum eiusdem planum BC percurrentis: ita velocitas in perpendiculari, ad velocitatem in plano BC: ergo ex æqualitate vt momentum in AB, ad momentum in BC, ita velocitas in AB, ad velocitatem in BC. quod erat primum.

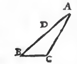
Secunda pars propositionis facilè demonstratur, nempe velocitatem in AB, ad velocitatem in BC, ita se habere, reciprocè vt longitudo plani B C ad longitudinem plani A B, eandem altitudinem BD perpendicularem scilicèt, cum ipso habentis.

Demonstratio. (*per primam partem huius*) vt momentum ponderis in AB, ad momentum eiusdem in BC, ita velocitas in AB, ad velocitatem in BC; sed (*per quintam huius*) momenta eiusdem, aut æqualis ponderis, in planis AB, BC sunt reciprocè, vt longitudines; ergo & velocitates. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

*Tempora lationum ex quiete, sunt homologè vt longitudines planorum, eundem verticem habentium, & in eâdem horizontali terminatorum.*




Sit idem mobile, aut mobilia æqualia, descendentia ex puncto quietis A. per plana AB, A C, eundem verticem A habentia, & terminata, in eadem linea horizontali BC. dico tempus quo percurritur AC; ad tempus quo percuttitur AB, esse reciprocè, vt AB, ad AC.

Demonstratio. momenta eiusdem grauis per AB, aut AC descendentis se habent reciprocè vt AB, ad AC (*per 5.*) sed vt momenta, ita velocitates (*per 17.*) igitur vt AB ad AC, ita velocitas in AC, ad velocitatem in AB. sit A D tertia proportionalis, hoc est vt AB ad AC, it AC ad AD, quare cum velocitates sint in eodem statu, hoc est ab eôdem puncto quietis A, pariter incipiant, & crescant secundum eandem rationem (*per 7.*) eôdem tempore percurretur AD, quo AC. nam velocitates se habentes vt spatia, ea percurrunt eodem tempore, sed tempus quo percurritur A B, ad tempus quo percurritur AD, (*per 7.*) est in subduplicata ratione AB, ad AD, nempe vt AB, ad AC. igitur tempus quo percurritur AB ad tempus quo percurritur AD, aut AC, est vt AB, ad AC. quod erat dem.

COROLLARIVM.

Idem demonstrari potest de perpendiculari comparata cum plano inclinato.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

*Spatia temporibus æqualibus percursa in diuersis planis, immò & in perpendiculari, incipiendo a quiete se habent vt velocitates.*

Sint duo pondera æqualia, vt sit minor difficultas; quorum vnum incipiat moueri ab E ad F, percurratque spatium EF aliquo tempore determinato, verbi gratiâ minutô tertiô; sitque aliud pondus æquale quod incipiat moueri ex punctô G, & intra minutum tertium percurrat spatium GH, dico ita esse spatium G H, ad spatium EF, sicut se habet velocitas quam habet in plano AB, ad velocitatem quam habet in plano BC.

Demonstratio. velocitates quæ sunt in eodem statu, & quæ mouent eôdem tempore, se habent vt spatia percursa. neque enim aliter cognoscimus velocitatem esse maiorem in vno mobili, quàm in alio, nisi quod vi vnius percurratur maius spatium, quàm vi alterius. modò tamen vt dixi sint in eôdem statu. nempe vel vtraque velocitas sit tota simul, per totum illud tempus, vel vtraque successiuè producatur; neque enim benè diceremus in primo tempore, quô graue incipit moueri deorsum percurrit vnum pedem, secundô tria; igitur in secundo est tripla velocitas, claudicat enim comparatio, cum tota velocitas quæ est in primo tempore, acquiratur; in secundo tempore iam supponatur aliqua eius pars acquisita esse; sed in casu nostrô suppono vtramque velocitatem incipere a quiete, atque adeò vtramque esse in statu acquisitionis actualis quare sicut dum videmus duo mobilia quorum vnum percurrit duplum spatium,

ſpatium, quàm allud percurrat; dicimus illud duplo velociùs moueri, ita & in noſtro caſu. quod erat oſtendendum.

Idem dicendum eſſet, ſi compararemus ſpatia percurſa æqualibus temporibus, & æqualiter à quiete diſtantibus, v.g. ſpatium percurſum ſecondô minutô, in vnô planô, cum ſpatio peragrato item ſecundô minutô, in alio plano.

Eadem doctrina applicanda eſt perpendiculari, & plano cuicumque; ſi inter ſe comparentur, hoc eſt ita ſe habere ſpatium à graui percurſum ſecūdùm lineam perpendicularem, aliquô tempore determinatô, incipiendo à quiete, ad ſpatium percurſum in plano inclinato æquali tempore incipiendo item à quiete, vt velocitas, ad velocitatem.

COROLLARIVM I.

Ita ſe habent ſpatia decurſa in duobus planis incipiendo à quiete, vt eorum momenta, cum (*per 18. huius*) ita ſe habeant momenta, vt velocitates.

COROLLARIVM II.

Spatia decurſa in duobus planis, eôdem tempore incipiendo à quiete, ſe habent reciprocè cum planorum longitudinibus ſi eandem habeant altitudinem.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

*Momentum, velocitas ponderis, & ſpatium peragratum aliquo tempore determinato incipiendo à quiete, ita ſe habet, ad momentum, velocitatem quam haberet ſi perpendiculariter caderet; & ad ſpatium quod libere percurreret eodem tempore; vt ſinus anguli talis plani cum horizonte, ad ſinum totum.*



Sit planum A B, B C horizon. ABC angulus quem comprehendit planum illud cum horizonte. dico primò momentum quod habet graue quodcumque in plano AB, ita ſe habere, ad momentum quod haberet ſi deſcenderet liberè per lineam perpendicularem, ſicut ſinus anguli ABC ad ſinum totum. ducatur perpendicularis AC.

Demonſtratio. (*per 3. huius*) ita eſt momentum grauis conſiſtentis in plano AB, ad momentum quod haberet in AC, ſicut AC ad AB. ſed (*per primam tertij Trigonom.*) ita eſt AC ad AB, ſicut ſinus anguli ABC, ad ſinum totum. nam interuallô BA deſcribatur circulus, AB in eô, eſt ſinus totus, & AC, ſinus rectus anguli ABC. vel item vt tangens anguli ABC. ad ſecantem eiuſdem, quod eſt manifeſtū. ſi circulus deſcriberetur interu. BC. Vel deniq; deſcriptô circulô; ex punctô A vt cētro interuallo AC; AC erit ſinus totus, & AB ſecās anguli BAC, qui dicetur angulus inclinationis.

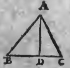
Dico ſecundò. eôdem modô ſe habere velocitatem, quam obtinet in plano AB ad eam, quam obtineret, in perpendiculari, nempe vt ſinus anguli ABC, ad ſinum totum. cùm (*per 16. huius*) velocitas in plano, ad velocitatem in perpendiculari ſe habeat, vt momenta.

Denique idem dicendum eſt de ſpatio percurſo in plano inclinato aliquô tempore, ad ſpatium percurſum eôdem tempore perpendiculariter nam (*per vndecimam huius*) ita ſe habent ſpatia hoc modô percurſa, ſicut velocitates.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

*Vt ſinus anguli quem facit planum cum horizonte, ad ſinum anguli alterius plani, ita momentum ad momentum, velocitas, ad velocitatem; & ſpatia percurſa iiſdem temporibus, incipiendo vtrobique à quiete.*



Sint duo plana AB, AC, dico vt ſinus anguli ABC, ad ſinum anguli ACB, ita eſſe momentum ponderis in AB exiſtentis, ad momentum ponderis conſiſtentis in AC. & ita eſſe velocitatem ad velocitatem & ſpatium percurſum &c.

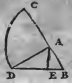
Demonſtratio. (*per primam tertij Trigonometriæ*) vt AC, ad AB ita ſinus anguli ABC, ad ſinum anguli ACD. nam in omni triangulo ita ſunt latera, vt ſinus angulorum oppoſitorum. ſed (*per 5. huius*) vt AC ad AB, ita eſt momentum in AB, ad momentum in AC, & (*per 18. huius*) vt momenta ita velocitates & (*per 19. huius*) vt velocitates ita ſpatia peragrata temporibus æqualibus, incipiendo à quiete; igitur hæc omnia ita ſe habent vt ſinus angulorum quos faciunt plana cum horizonte.

Alia demonſtratio. ducatur perpendicularis AD, momentum AB ad momentum in AD ſe habet (*per præcedentem*) vt ſinus anguli B, ad ſinum totum, & per eandem vt ſinus totus ad ſinum anguli C, ita momentum in AD ad momentum in AC; ergo ex æqualitate, ita eſt momentum, velocitas, ſpatium percurſum in AB ad momentum, velocitatem, aut ſpatium percurſum in AC; vt ſinus anguli B, ad ſinum anguli C. quod erat demonſtrandum.

PROPOSITIO XXI.

Problema.

*Planum inuenire in quo velocitas ſit minor, velocitate quam obtineret graue in datô aliquô planô; in quacumque ratione; aut etiam maior, modo, non ſuperet velocitatem grauis, perpendiculariter moti.*




Sit datum planum AB, in quo graue descendat quacumque velocitate. quæritur planum in quo idem graue moueatur quacumque velocitate minori. & etiam maiori, modò non excedat velocitatem, quam haberet idem graue in perpendiculari, fiat vt velocitas quam habet graue in plano AB, ad velocitatem quæsitam, ita linea CA, ad AB; ducatur item horizontalis linea BD: tum ex puncto A interuallô AC, describatur circulus, qui secet horizontalem BD in puncto D. secabit autem eam modò non quæratur velocitas maior quam quæ inuenitur in perpendiculari AE, modò enim minor sit, cùm velocitas in AB, ad velocitatem in AE, (*per* 16.) sit vt AE, A B, sit autem eiusdem velocitatis in A B, ad ad minorem quæsitam, maior proportio, quàm quæ est ad maiorem quæ in AE, erit igitur maior proportio A C, ad AB, quam AE ad AB, quare AC maior est quàm AE, ideoque circulus ex A interuallô AC descriptus; secabit BD, in puncto D, ducatur planum AD, dico velocitatem in plano AD esse velocitatem quæsitam.

Demonstratio. est AC, seu AD illi æqualis, ad AB, sicut velocitas in AB ad velocitatem quæsitam. sed vt AC, ad AB (*per* 18. *huius*) ita velocitas, quam habet graue in AB, ad velocitatem quam habet, in AD, igitur velocitas quæ est in AD est velocitas quæsita.

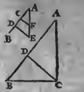
Quod diximus de velocitate, intelligendum etiam est de momento, & de spatio percurso eodem tempore, incipiendo à quiete, verbi gratiâ in plano AB percurrat duos pedes, intra primum semiminutum secundum, si velim planum in quo percurrat vnum pedem eodem tempore, incipiendo semper à quiete, vel tres pedes, quatuor, non autem plures quam quatuor cum quadrante quos graue percurrit intra idem tempus, dum descendit perpendiculariter.

## PROPOSITIO XXII.

### Problema.

*Datô planô inclinatô, assignare quam eius partem percurrit graue, interea dum aliud ipsi æquale quodcumque spatium perfecerit in perpendiculari.*

Sit planum inclinatum AB, in quo moueatur graue incipiendo à quiete, in puncto A, quæritur ad quam eius partem peruenerit interea dum aliud graue illi æquale incipiendo à quiete mouetur in perpendiculari per spatium AC. ducatur horizontalis CB, item ex puncto C ducatur ad B perpendicularis CD, assero mobile peruenisse in D, interea dum aliud peruenit ad punctum C.




Demonstratio. spatia percursa in plano inclinato, & perpendiculari (*per* 20. *huius*) se habent vt velocitates. velocitates autem vt momenta, (*per* 16.) momenta reciprocè vt longitudines. igitur ita est spatium percursum in perpendiculari, nempe AC ad spatium percursum in plano inclinato, vt AB ad AC. sed vt AB ad AC, ita AC ad AD; cùm enim triangula ACB, ADC, rectangula sint, & habeant angulum A communem, æquiangula erunt. & (*per* 4. 6. *Eucl.*) ita erit AB hypothenusa, ad AC, opposita angulo B, in triangulo ABC; sicut AC hypothenusa in triangulo ADC ad AD opposita angulo ACD, æquali, angulo B: igitur erit AC, ad AD; sicut AC, spatium percursum in perpendiculari ad AD spatium percursum in planô; igitur AD est illud spatium. quod demonstrandum erat.

## COROLLARIVM.

Si fiat vt sinus totus, ad sinum anguli, quem comprehendit planum inclinatum, cum horizonte; ita spatium percursum in perpendiculari ad quartum, illud erit spatium quod percurritur in plano. & hoc (*per* 20. *huius.*)

Conuersa huius propositionis est etiam manifesta; si enim quis cognitô spatiô AD, quod percurritur in plano dato, requirat spatium, eôdem tempore in perpendiculari percursum, per punctum D ducatur perpendicularis DC, quæ secabit perpendicularem AC in puncto C. dico AC, esse spatium percursum.

Quæ ratio inuestigandi spatij, non tantùm valet, pro spatiis à quiete incipientibus; sed etiam pro aliis quibuscumque, modò sciatur à quo puncto inceperit moueri; sit enim pariter planum AB, quæraturque quodnam spatium percurrerit aliud graue, quod simul motum est in perpendiculari, interea dum illud mouetur per spatium CD. sed necesse est vt dixi, cognosci initium motûs, quod sit punctum A. ducatur ex A linea verticalis AE, item ad AB, ducantur in punctis D & C perpendiculares C F, D E. dico FE, esse spatium quod interea percurritur in perpendiculari.

Et hoc est manifestum modò vtrumque mobile inceperit moueri ex puncto A.

## PROPOSITIO XXIII.

### Problema.

*Datô spatiô percursô, in vno plano, incipiendo à quiete; assignare spatium, quod interea percurritur, in alio plano.*

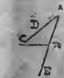
Sint




Sint plana AB, AC quæ coniungantur, & in plano AB sit spatium AB, quod percurritur; quæritur spatium quod interea percurretur in plano AC, ab eôdem, aut æquali pondere. ducatur linea perpendicularis, seu verticalis AD, tum in puncto B, ad AB ducatur perpendicularis BD, attingens lineam verticalem in puncto D. & ex puncto D, ad AC ducatur perpendicularis DC. dico spatium AC interea percurri.

Demonstratio. (*per præcedentem*) interea dum in plano AB, percurritur spatium AB, in perpendiculari percurretur spatium AD; & interea dum in perpendiculari percurritur spatium AD, (*per eandem*) in plano AC percurretur spatium AC; ergo interea dum in AB percurritur spatium AB, in AC percurritur spatium AC.

Vel si fiat vt sinus anguli quem facit planum AB cum horizontali, ad spatium quod percurritur in AB, ita sinus anguli quem comprehendit planum AC cum horizontali; ad 4. habebitur spatium quod percurretur in AC.




Aliô modô idem haberi potest, sint duo plana AB, AC. quæritur in AC, punctum ad quod perueniet mobile, cum aliud mobile attigerit punctum B. ductâ horizontali BC, fiat vt AC ad AB, ita AB ad AD, dico punctum D esse illud quod quæritur.

Demonstratio. tempus quô percurritur AC, ad tempus quô percurritur AB, est (*per* 18.) vt AC ad AB seu vt AB ad AD, sed tempus quo percurritur AC, ad tempus quô percurritur AD, est in sub duplicatâ ratione linearum AC ad AD, (*per* 13.) nempe vt AB; ad AD; ergo tempus quô percurritur AC, eodem modo se habet, ad tempus quô percurritur AB, & ad tempus quô percurritur AD; ergo hæ tempora æqualia sunt.

Idem ostenderetur si linea AB perpendicularis esset.

Denique si quærendum punctum in AB producta, ad quod perueniat mobile interea dum percurritur AC fiat vt AB, ad AC, ita AC. ad AE, dico punctum E esse illud quod quæritur.

Demonstr., vt AB, ad AC, ita tempus quô percurritur AB, ad tempus quô percurritur AC; (*per* 18.) sed vt AB ad AC. ita tempus quô percurritur AB, ad tempus quô percurritur AE, nempe in subduplicatâ ratione spatiorum AB, AE (*per* 15.) ergo tempora AC, AE sunt æqualia. quod erat demonstr.

## PROPOSITIO XXIV.

Problema.

*Datis duobus planis; assignare punctum in alterutro, à quo graue perueniat eodem tempore ad concursum quo in alio plano ad illum peruenit.*



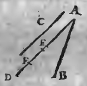

Sint duo plana AB, CB, sitque in CB assignandum punctum F. à quo graue perueniat in B, eodem tempore quo graue percurrit AB. per A ducatur planum AD, plano CB parallelum, & (*per præcedentem*) inueniatur punctum E, ad quod perueniat mobile, eodem tempore quo percurritur AB, fiat FB, æqualis lineæ AE, dico punctum F esse illud quod quæritur.

Demonstr. cum plana AD, FB sint æqualiter inclinata, vt pote parallela; grauia in iis similiter mouebuntur, ergo temporibus æqualibus percurrent lineas æquales AE, FB.

## PROPOSITIO XXV.

Problema.

*Datô tempore quô graue percurrit vnum planum, inuenire tempus, quô aliud planum percurret.*



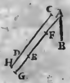

Sit planum AB, quod percurratur intra minutum secundum, sitque quærendum tempus intra quod, percurratur planum C. fiat per punctum A planum AD, plano C parallelum, & æquale. & (*per precedentes*) in eo quæratur punctum E, ad quod mobile perueniat, interea dum percurritur AB, inter AE, & AD, quæratur media proportionalis AF; dico tempus quô percurritur AB, aut AE, se habet ad tempus quo percurritur AD, vt AE, ad AF.

Demonstr. tempus quô percurritur AE, aut AB ad tempus quô percurritur AD est in subduplicata ratione lineæ AE, ad AD, seu vt AE, ad AF. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXVI.

### Problema.

*Datô tempore, quô graue percurrit spatium quodcunque in plano inclinato, aut in perpendiculari; Assignare spatium percurrendum, in alio plano quocunque tempore.*




Sit spatium AB in plano inclinato, aut in perpendicolari, quod datô tempore verbi gratiâ minutô secundô percurratur. quæritur spatium; quod percurretur tribus minutis in plano CD.

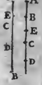
Plano CD ducator planum parallelom AG, in quo (*per præcedentes*) quæratur punctum F. ad quod graue perueniat, interea dum percurrit AB. fiat vt vnum minutum ad tria minota, ita AF, ad AE; vt AF ad AE, ita AE, ad AG. sintqoe AG; CH æquales. Dico intra tria minuta percurrendum spatium CG.

Demonstr. cum AP & AE eôdem tempore percurrantot hoc est intra minutum & sit vt AF, ad AE, vt vnum minutum, ad tria, item sit vt AF, ad AE, ita AE ad AG; erit AF, ad AG in duplicata ratione vnius minoti ad tria minuta; quare (*per 15*) intra tria minuta percorretur AG, & CH illi æqualis, in plano parallelo quod erat faciendum.

## PROPOSITIO XXVII.

### Problema.

*Datô tempore, quô percurretur aliqua linea; assignare temp us, quô percurritur aliqua eius pars.*

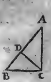



Sit datum tempus, quô percurritur AB, sitque assignata eius portio CD cuius quæritur tempus. quæratur tempus quo percurritur AC, item tempus, quô percurritur AD, si minus ex maiori subducatur habebis intentum. hoc est inter AB, & AC quæratur media proportionalis AE, erit tempus, quô percurritur AB, ad tempus qoô peragratur AC, vt AB ad AE (*per 15.*) idem faciendum circa lineam AD.

## PROPOSITIO XXVIII.

### Theorema.

*Æqualis velocitas acquiritur, per planum inclinatum; ac per eius perpendicularem.*




Sit planum inclinatum AB, sitqoe linea horizontalis BC; & linea perpendicularis AC. Dico si graue cadat per totum planum AB, æqualem acquiret impetom aut velocitatem, quam habuisset percurrendo perpendicularem AC. hoc est cadendo ex A in C. ex punctô C, ad AB ducatur perpendicularis CD.

Demonstr. velocitas acquisita per descensum ex A in C; ad velocitatem acquisitam per AD, est vt AB, ad AC, (*per 19*) cum Ac & AD eodem tempore percurrantur (*per 23* ( sed pariter velocitas acquisita per totam AB, ad velocitatem acquisitam per AD, est vt AB ad AC nempe in subduplicata ratione AB, ad AD; quare velocitas per AB, & velocitas per AC, eôdem modô se habent ad velocitatem per AD, ergo sunt æquales, sunt enim AB, AC, AD, proportionoales.

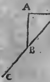
### COROLLARIVM

Graue cadens per plana inclinata, idem perpendiculum habentia, eandem habet velocitatem. quare perinde est seclusis accideotibus, quomodocumque inclinentur plana, per quæ aqua decurrit in machinis hydraulicis.

## PROPOSITIO XXIX.

### Theorema.

*Si graue perpendiculariter motum, continuet motum suum, super plano inclinato, eôdem modô mouebitur, ac si in plano inclinato semper motum fuisset, initiô ductô ab eadem horizontali.*




Graue cadat perpendiculariter, secundum lineam AB; continuetque suum motum per planum inclinatum BC, producatur planum CB, donec occurrat horizontali lineæ AD. dico graue eôdem modo mouendum esse per planum BC, ac si motum fuisset per BD.

Demonstr. si graue motum esset ex D in B, eandem haberet velocitatem quam habet, dum perpendiculariter mouetur, ex A in B. (*per 19*) & eandem in vtroque casu habet dispositionem, ad producendum nouum impetum, com insistat eidem plano, in puncto B, igitur eôdem modô moueri debet.

### COROLLARIVM I.

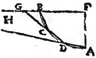
Sequitur item eundem impetum acquiri in C, siue moueatur pee ABC, siue moueatur, per DC.

### COROLLARIVM II.

Si pendulum moueatur per arcum, vsque ad lineam directionis, eundem impetum, seu velocitatem acquiret, ac si rectâ cecidisset per sinum eius versum. sit pendulum quod per arcum AB, moueatur cuius sinus versus AF; dico eô motu eâdem acquiri velocitatem, ac si cecidisset per FA;

diuisô

diuisô enim arcu, in quotlibet partes, intelli-

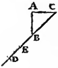



gantur plana CB CD, DA. eòdem modò mouebitur per plana BCD, ac si motum fuisset per planum GCD, & per eandem, eòdem modò quoad velocitatem mouetur per GCDA, ac per HDA, sed si motum fuisset per HDA, eandem acquisiuisset velocitatem in puncto A, ac si cecidisset per FA. ergo mobile motum per BCDA, eandem acquirit velocitatem ac per FA. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXX.

Problema.

*Si graue perpendiculariter descendens, continuet motum suum, in plano inclinato; assignare spatium, quod in eo percurret, aquali tempore, quo percurret perpendicularem.*




Graue quodcunque descendat per AB, spatio vnius secundi. continuetque motum suum, in plano inclinato BD, quæritur in BD spatium, quod percurretur sequenti secundô. ducatur horizontalis AC, fiatque BE æqualis lineæ AB, fiatque vt BC, ad BE, ita CE, ad CD, dico spatium BD percurrendum sequenti minutô secundô.

Demonstr. eòdem modo mouetur mobile per AB, descendens, & continuans motum in BD, ac si motum fuisset in BC. (*per* 29.) ponamos motum esse per BC. tempus quò percurritur BC, ad tempus quo percurritur CD, est vt CB ad CE, in subduplicatâ scilicet ratione spatiorum, ergo diuidendo tempus quò percurritur BC, ad tempus quò percurritur BD, erit vt BC, ad BE, aut ad AB illi æqualem. sed tempus quo percurritur BC, ad tempus quò percurritur AB (*per* 18.) se habet vt BC, ad AB, quare eòdem tempore percurretur AB & BD, quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM.

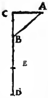
Idem accideret etiamsi AB perpendicularis, non esset; sed esset aliud planum inclinatum, incipiens tamen ab eadem linea horizontali AC.

## PROPOSITIO XXXI.

Problema.

*Dum graue descendens per planum inclinatum, continuat motum suum, perpendiculariter, assignare spatium decursum in perpendiculari, æquali tempore quò percurrit planum inclinatum.*

Graue quodcunque feratur naturali motu, per planum inclinatum AB, deinde continuet motum suum, secundum perpendicularem BD, quæritur quantum spatium percurrat in perpendiculari, æquali tempore, quò percurrit AB. ductâ horizontali AC. fiat BE, æqualis ipsi AB, fiatque vt CB, ad CE, ita CE, ad CD, dico mobile mouendum esse per BD, æquali tempore quò motum est per AB.

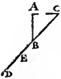



Demonstr. eandem velocitatem acquirit mobile per AB, ac si motum esset per CB. (*per* 29.) si descendisset per CB, tempus quò percurrit CB, ad tempus quò percurrit CD, est vt CB, ad CE, in subduplicata scilicet ratione spatiorum, ergo diuidendo tempus, quò percurrit CB, ad tempus quò percurrit BD, erit vt CB ad BE, aut ad AB illi æqualem: sed pariter tempus quò percurritur CB, ad tempus quo percurritur AB, est vt CB, ad AB (*per* 18) igitur tempora quibus percurruntur AB & BD sunt æqualia; quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXXII.

Problema.

*Dum graue mouetur perpendiculariter, tum continuat motum super plano inclinato, per aliquod spatium: inuenire tempus, quò tale spatium percurrit.*




Moueatur graue per lineam perpendicularem AB, intra minutum secundum, tum continuet motum in plano inclinato BD, quæritur quantum temporis impendat in percurrenda BD. ducatur horizontalis AC. quæraturque media proportionalis CE, inter CB, & CD. dico vnum minutum secundum se habere ad tempus, quò percurritur BD, sicut AB ad BE.

Demonstratio graue descendens per AB, ita mouetur per BD, ac si descendisset per CB, (*per* 29.) sed si descendisset per CB, tempus quò percurrit CB, ad tempus quò percurrit BD, est in subduplicata ratione lineæ CB, ad BD, seu vt CB ad BE; sed (*per* 18.) tempus quò percurritur AB, ad tempus quò percurritur CB, est vt AB, ad CB, ergo ex æquo, tempus quò percurritur AB ad tempus quo percurritur BD, erit vt AB, ad BE, quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM.

Pariter si graue moueatur perpendiculariter; tum per planum inclinatum datumque sit, vtrumque tempus, inueniemus, spatium percursum in plano inclinato.

PROPO

# PROPOSITIO XXXIII.

Problema.

*Graui delatò succeſſiuè, in pluribus planis inclinatis; aſſignare tempus quò in ſingulis mouetur.*




Moueatur graue per plana inelinata AB, BC, CD. quæritor tempus quod inſumptum eſt, in ſingulis percurrendis, modò ſciatur tempus quò percurrit AB. ducatur horizontalis AE, producatotutque CB. D C in F & E. quæratur inter FB, & FC, media proportionalis FI, item inter EC, & ED media proportionalis EK, ductâque horizontali IO, fiat vt EC, ad EK; ita EO ad EH, dico tempus quò percurritur AB, ad tempus quò percurritur BC, eſſe vt AB, ad BI, & ad tempus quò percurritur C D, eſſent A B, ad O H.

Demonſtr. Prima pars nempe tempus quò percurritur AB, ad tempus quò percurritur BC, eſſe vt AB, ad BI iam probata eſt in ſuperioribus, & ad tempus quò percurriſſet FB, vt AB ad FB; ergo tempus AB ad tempus FC, erit vt AB ad FI; eſt autem tempus quò percurritur EC, ad tempus quò percurretetur EC, vt FC, ad EC, ſeu (*per* 4. 6.) vt FI ad EO; & tempus quò percurritur EC, ad tempus quò percurritur ED, vt EC, ad EK, ſeu vt EO, ad EH; quare tempus quò percurritur A B, ad tempus quò percurritur E D, eſt in continua ratione linearum AB, FI, EH; & diuidendo; Idem tempus quò percurritur AB ad tempus quò percurritur BC, & CD, erit vt AB, ad BI, & OH hoc eſt in hypotheſi, quod A B ſumatur tanquam menſura temporis quò percurritur AB, erit BI menſura temporis quò percurritur BC, & OH menſura temporis quò percurritur CD. In quo videtur mihi Ballianus hallucinatus eſſe, quò CK ſumit, pro menſura temporis quò percurritur C D.

## COROLLARIVM.

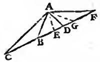
Datis pluribus lineis in quadrante circuli, aſſignabimus tempora, quibus percurruntur.

# PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

*Graue naturali motu, velocius fertur ad idem punctum, duabus lineis; quàm vnà; modò prima magis accedat ad perpendicularem.*

Sit graue quod deſcendat ex punƈto A, per plana ABC, ſitque AB, magis perpendicularis quam AC, & quàm BC. dico breuiori tempore percurrenda plana ABC, quàm planum A C. ducatur horizon AF; ſitque vt B F, ad AB; ita AB, ad BD. Sit item vt CF, ad AC ita AC, ad CE. quàm CE oſtendam breuiorem eſſe lineâ C D.




Demonſtratio. (*per* 29.) graue ita mouetur per CB, dum venit ex A, ac ſi veniret ex F, velocius autem fertur per eandem CB, dum venit ex F, quam ſi veniret tantum ex D, æquali verò tempore percurritur BD, ac AB (*per* 24.) igitur breuiori tempore percurritur ABC, quàm D B C. ſed breuiori tempore percurritur EBC, quàm D B C, poſitâ quod E B C, ſit minor, quàm DBC. & (*per eandem* 24.) eò tempore quò percurritur FBC, percurritur etiam AC: igitur breuiori tempore percurritur ABC, quam AC, quod erat propoſitum.

Reſtat tantum probandum lineam CE minorem eſſe lineâ CD. In triangulis FAB, BAC eum (*per* t. 3. *Trigon.*) ſint latera vt ſinus angulorum oppoſitorum, & angulus C A F, maior ſit angulo BAF, & angulus F ſit communis, erit maior ratio, lineæ FC, ad AC, quam F B, ad BA; ſed vt FC, ad AC; ita AC rad. ad CE; & vt FB, ad BA. ita EA, ad BD, igitur maior eſt ratio AC, ad CE; quàm AB, ad BD. quare in triangulo ACE, maior erit ratio ſinus anguli CEA, ad ſinum anguli CAE, quàm in triangulo ABD; ratio ſinus anguli ADB, ad ſinum anguli BAD. ergo neceſſariò linea AE, cadit inter B & D. cum enim angulus CAD maior ſit angulo BAD, vt ſinus anguli E, maiorem habeat rationem ad ſinum anguli CAD, quàm habeat ſinus anguli BDA, ad ſinum anguli BAD minoris; debebit angulus AEB maior eſſe quam ADB quod non eſſet ſi punƈtum E, caderet ſupra D, vt in G, eſſet enim (*per* 15. 1. *Eucl.*) angulus externus ADB, maior oppoſito A G D. igitur punƈtum F cadit infra D.

## COROLLARIVM.

Malè concludit Balianus maiorem fore impetum, in C ſi moueatur per ABC, quàm ſi motum fuiſſet per AC. Ratio eſt quia eâdem modò fertur per ACB, ac ſi veniret ex punƈto F, (*per* 26.) ſed ſi motum fuiſſet ex F, in C eundem acquiſiuiſſet impetum, ac ſi motum fuiſſet ex A in C. (*per* 25.) igitur æqualis eſt impetus & velocitas in AC, & in ABC. nempe in punƈto C.

# PROPOSITIO XXXV.

Theorema.

*Si vt prius mobile feratur per tria plana, citiùs feretur, ac per vnum.*

Feratur graue ex A in D, per tria plana AB, BC, C D, dico citiùs ferri per ABCD, quam per A D.

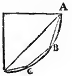
Demonſtr.

Demonstr. velociùs fertur per ABC, quam per A C. (*per præcedentem*) Item velociùs per ACD, quam per AD; igitur velocius feretur per ABCD, quàm per AD, & per plura, quam per pauciora.

## PROPOSITIO XXXVI.

Theorema.

*In quadrante inferiori, velociùs feretur mobile, quàm per planum inclinatum.*



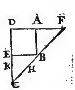

Feratur mobile per circumferentiam quadrantis, dico velociùs in illa moueodum esse; quam per planum inclinatum vnicum.

Demonstr. In peripheria graue mouetur per plura plana inclinata; igitur velociùs mouetur, quàm si per planum inclinatum AD.

## PROPOSITIO XXXVII.

Theorema.

*Graue plus temporis impendit, vt descendat per duo plana inclinata, aut perpendicularem, & planum inclinatum; quam per solam perpendicularem.*

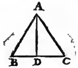



Graue descendat per ABC, dico plus temporis insumi, quam vt descendat per solam DC. sit DE æqualis lineæ AB, sitque FH, media proportionalis inter FB, & FC; item DK media proportionalis inter DE & DC. eritque vt DE, ad DK, ita tempus, quô percurritur DE, aut AB, ad tempus quô percurritur DC; & diuidendo vt DE, ad EK, ita tempus, quô percurritur DE, ad tempus quô percurritur EC. & (*per 17.*) BH erit vt ita dicam, tempus quô percurritur B C. cum autem FC, ad CD, sit vt FB, ad A B aut ED. pariter erit vt FC, ad CD ita FH media proportionalis, ad DK. quare sicut F C, maior est, quàm DC, ita FH maior erit quam DK, & BH maior, quàm E K. vnde cum tempus quô percurritur AB, aut D E; ad tempus quô percurritur ABC; sit vt AB, ad ABH; item tempus quô percurritur DE, ad tempus quô percurritur DC; sit vt DE, seu AB, ad DK minorem; minus erit tempus quô percurritur DC quàm quô percurritur ABC. quod erat demonstr.

## PROPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

*Gradus velocitatis eiusdem mobilis supra plana inclinata moti, sunt æquales; cum eorumdem planorum perpendicula sunt æqualia.*



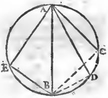

Sint duo plana AB, AC diuersimodè inclinata, ferantur que duo mobilia, super vtrumque incipiendo à quiete in puncto A. sitque idem vtriusque perpendiculum AD. dico eandem acquirendam velocitatem in B, ac in C.

Demonstr. æqualis acquiritur velocitas per AB, ac in perpendiculari AD, (*per 29.*) pariter eandem acquirit velocitatem mobile, dum fertur per AC, ac dum descendit per AD: igitur eadem est velocitas in AB, ac in AC. quod erat demonstr.

## PROPOSITIO XXXIX.

Theorema.

*Si ex puncto quietis, ducatur perpendicularis; quæ fiat diameter circuli; dico omnia plana, à tali puncto, ad circumferentiam circuli ducta percurri eôdem tempore.*



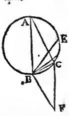

Ex puncto quietis A, ducatur perpendicularis AB, circa quam describatur circulus, dico plana AC, AD, AE, eôdem tempore percurri.

Demonstr. ostendimus (*in 25. huius*) eôdem tempore percurri AC, & AB, cum angulus ACB in semicirculo rectus sit, (*per 31.3. Eucl.*) idem ostendemus in AD, aut AE: ergo eôdem tempore percurruntur plana AE, AC, AD, quô perpendicularis; ergo eôdem tempore singula percurruntur;

## PROPOSITIO XL.

Theorema.

*Si linea perpendicularis, fiat diameter circuli: dico omnia plana, ducta à circumferentia circuli ad eius punctum infimum, æquali tempore percurri.*



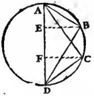

Linea AB verticalis; fiat diameter circuli, & ex circumferentia eiusdem circuli, ducantur plana BC, BD, BE. dico si eôdem tépore demittantur grauia per AB, EB, DB, CB, fore vt eôdem tempore perueniant ad punctum B. ducatur linea B F perpendicularis ad BC, item ducatur linea CF verticalis, donec occurrat lineæ BF, coniungatur item linea AC.

Demonstratio. ABC, BFC, sunt triangula æquiangula, & æqualia, cum enim AB, CF sint lineæ parallelæ erunt anguli alterni FCB, CBA, æquales; sunt item æquales anguli recti, nempe FBC qui est rectus ex constructione, & ACB. qui est in semicirculo. latus item BC commune est vtrique triangulo, quare (*per* 21. 1. *Eucl*) lineæ AB, CF, sunt æquales; sed CB, talis est vt dum eam percurrit graue, aliud graue illi æquale percurrat lineam verticalem CF (*per* 23. *huius*) igitur interea dum percurretur diameter A B percurretur planum inclinatum CB. idem ostendam de aliis planis DB. EB: ergo tantum temporis impenditur in percurrendo plano CB, quantum in DB, aut EB quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XLI.

Theorema.

*Si à supremo puncto circuli, duo grauia ad imum punctum eiusdem, per duplex planum ad circumferentiam vsque perueniant illud citius perueniet, cuius primum planum maius erit.*




Duo grauia, vi grauitatis suæ procedant ex A, supremo circuli puncto, ad D infimum; vnum quidem per plana AB, B D, aliud verò per plana AC, CD. dico graue quod per AC, CD progreditur, velocius ferri. ducantur lineæ perpendiculares BE, CF.

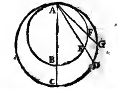
Demonstratio. Eôdem tempore grauia feruntur per AB, AC, perueniuntque simul in B, & C (*per* 40. *huius*) sed maiorem acquirit impetum seu velocitatem quod descendit per AC. nam dum peruenit in C, (*per* 21. *huius*) æqualem habet velocitatem, ac si descendisset per AF. in B verò, ac si descendisset per A E. (*per* 41. *autem huius*) si mobilia incipiant à quiete nullamque acquirant velocitatem æquali tempore percurrent plana B D, C D; ergo si præsuppoonitur in C: iam acquisita maior velocitas, quàm in B, velociùs percurretur C D quam BD.

Fateor quidem rem in praxi difficilem, eò quòd si ferrentur grauia per A E, A C, difficile sit mutare directionem motûs, quin velocitas aquisita multum minuatur, aut etiam ferè tota pereat. cum enim anguli ABD, ACD sint rectí, vt pote in semicirculo, planum B D opponitur directè motui AB, sicut C D motui AC. sed loquor in sensu abstractô nempe, ita vt conseruetur prior imperus.

## PROPOSITIO XLII.

Theorema.

*Si in eôdem punctô supremô, plures circuli se interiùs tangant; & ab eo ducantur plurima plana vtrumque circulum secantia: partes intercepta inter circulos æquali tempore percurrentur, si à puncto supremo, motûs initium fiat.*




Sint duo circuli AFB, AGC, se tangentes interiùs in punctô supremô A, hoc est linea AC per vtriusque centrum transiens sit verticalis, ducantur item plana AFG, AED, vtrumque circulum secantia. si initium motus sit punctum A, duoque grauia motu naturali descendant per A G, AD; dico partes FG, ED, interceptas inter duos circulos æquali tempore percurri.

Demonstratio. (*per* 40. *huius*) æquali tempore percurruntur AG, AD, item AF, AE; ergo & eôdem tempore percurruntur F G, E D. quod erat demonstrandum.

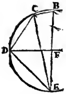
Eôdem modô probarem si circuli interiùs se tangerent in punctô infimo lineæ verticalis idem accidere, nempe segmenta planorum inter circulos intercepta æquali tempore percurri.

## PROPOSITIO XLIII.

Theorema.

*Graue Naturali motu descendens per circumferentiam quadrantis inferioris; eam breuiori tempore percurrit, quàm idem graue percurreret diametrum.*

Graue




Graue quodcumque percurrat circumferentiam quadrantis DE, cuius diameter sit BE; & aliud graue ipsi æquale percurrat diametrum BE, dico citiùs, seu breuiori tempore, percurri circumferentiam DE, quàm diametrum BE.

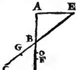
Demonstrat. (*per* 41.) eôdem tempore percurritur BE quô linea DE: sed (*per* 37.) citiùs percurritur arcus DE quam linea DE: ergo breuiori tempore percurretur circumferentia DE; quàm diameter BE.

. Idem ostendo de minori quam DE, quadrante scilicet inferiore, non autem de circumferentia quadrantis superioris. licet enim ostendere possim eôdem tempore quô percurritur CE, percurri lineam BE. non possum tamen ostendere citiùs percurri circumferentiam CDE, propter mutationem inclinationis.

## PROPOSITIO XLIV.

### Theorema.

*Mobile motum secundùm perpendicularem, si motum continuet in plano inclinato, lentius in eo mouebitur, quam si motum continuasset in perpendiculari.*




Sit mobile A, motum in perpendiculari AB, quod continuet motum in plano inclinato BC; sitque BD, æqualis ipsi BC; dico breuiori tempopore percurrendam BD, quàm BC. ducatur horizontalis AE.

Demonstratio. vt BE, ad AB, ita tempus, quô percurritur BE, ad tempus quô percurritur AB; sed BE, maior est, quàm AB; igitur tempus quô percurritur AB, minus est tempore quô percurritur BE. Quæratur inter EB, EC media proportionalis EG; & inter AB, AD; media proportionalis AF. cum sit maior ratio EB, ad BC; quam AB ad BC, aut ad BD illi æqualem; componendo erit maior ratio EC, ad BC; quam AD, ad BD; sed BD, ad AB minorem, maiorem habet rationem, quàm CB, ad BE; igitur ex æquo, est maior ratio AD, ad AB; quam CE, ad BE; & vicissim minor ratio AB, ad AD; quàm BE, ad CE. & subduplicatæ eorú eodem modo se habebunt; ergo minor est ratio AB ad AF, quam BE, ad EG; sed vt AB. ad AF, ita tempus, quo percurritur AB; ad tempus quo percurritur AD; & vt EB, ad EG, ita tempus quo percurritur EB, ad tempus quo percurritur EC: ergo maior est ratio temporis maioris AC, ad tempus AD; quàm temporis BE ad tempus EC & diuidendo maior est ratio temporis AB, ad tempus BD; quàm temporis maioris BE, ad tempus BC. igitur tempus BC maius est quam tempus BD. seu tempus quo percurritur BC, maius est tempore quo percurritur BD; quod erat demonstrandum.



Idem ostendere possumus in plano inclinato, hoc est si aliquandiu mobile feratur in plano inclinato, deinde continuet motum in plano minus inclinato.

## COROLLARIVM.

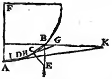
Sequitur ex eo, plus temporis insumi in percurrendo arcu æquali semidiametro, quàm in percurrenda semidiametro.

Quod est contra Patris Riccioli experientias, ex quibus sequebatur vt monui pendulum æqualiter moueri, seu æquali tempore per arcum circuli, & per lineam perpendicularem.

## PROPOSITIO XLV.

### Problema.

*Determinare rudi mineruâ, quantùm graue moueatur perpendiculariter; interea dum perpendiculum mouetur circulariter.*




Sit propositum pendulum trium pedum, quæritur quantum graue moueatur perpendiculariter, interea dum pendulum vnam semiuibrationem absoluet. Proponatur autem semiuibratio graduum 45. quæ sit arcus AB, diuisus in tres AD, DC, CB. qui arcus sumantur pro planis inclinatis. quæritur quantum graue moueatur in perpendiculari, interea dum aliud graue percurret plana BC, CD, DA. ducatur ad BC, perpendicularis CE.

Demonstratio. certum est (*per* 24) quod interea dum graue percurrit planum BC, aliud graue percurret lineam BE. quam per Trigonometriam inuenio maiorem duabus quintis semidiametri AF. Idem graue in plano CD, eôdem modô mouebitur, ac si incepisset à puncto G, inuenio autem BC. ad GC se habere vt 2. ad 3. proximè (*per* 18. *autem huius*) tempora lationum in diuersis planis, sunt vt longitudines: igitur tempus quô percurritur BC, ad tempus quô percurritur CG, erit vt 2. ad 3. ponamus tempus quô percurritur BC, esse 60. tertia, tempus quo percurritur GC esset 90. tertia, est autem CG ad GD, vt 3.

ad 5. inter quas ſi quæratur media proportionalis GH, erit ferè 4. & CH ferè vnius. quare in percurrenda CD, impendentur circiter 25. tertia. & in percurrenda tota GD 115. minuta tertia.

Rurſus linea DK, eſt ferè tripla lineæ D G; igitur in ea percurrenda impendiſſet graue ferè minuta tertia 345. eſt autem DK ſeptupla lineæ D A, & A K octupla lineæ D A. quæratur inter D K 7. & A K 8. media proportionalis, ſeu inter 70. & 80. eritque $74\frac{1}{2}$. eritque KD ad DI, vt 70. ad $4\frac{1}{2}$ fiat ergo vt 70. ad $4\frac{1}{2}$. ita 345. tertia quibus percurretur D K, ad 22. eruntque 22. tertia tempus quô percurritur D A. totum igitur tempus quô percurritur BCDA eſt tertiorum 107. vt habeatur duplicata ratio fiat vt 60. ad 107. ita 107. ad tertium inuenio 190. quare vt 60. ad 190. ita linea BE quæ percurritur intra 60. tertia, ad lineam quæ percurritur intra 107. tertia, cum ſpatia ſint in duplicata ratione temporum. ſed 190. eſt numerus pluſquam triplus numeri 60. igitur linea quæ percurretur à graui decidente perpendiculariter, interea dum aliud graue percurrit tria plana BC, CD, D A eſt pluſquam tripla lineæ BE, quam diximus eſſe maiorem duabus quintis ſemidiametri, atque adeò continebit pluſquam 6. quintas ſemidiametri.

Quæ quidem non ſunt omninò exacta, ſpero tamen viam, quâ ſubdiuidendo arcum A B, in plures partes, ſciamus proximè, rationem motûs per arcum quemcumque; ad motum perpendicularem. Ad quod ſuppoitur ab omnibus quod ſone pendulum in ſingulis gradibus ſui quadrantis, idem habeat momentum, ac in plano ſimiliter inclinato.

Cui licebit per otium, facilè erit calculum inire, omnium vibrationum maiorum, & minorum, vt ſciatur tempus quod impenditur in iis perficiendis, & quantum interea moueatur in perpendiculari, Eundem calculum iniui in tribus aliis planis, ſimul ſubtendentibus arcum graduum 30. ita vt ſinguli eſſent graduum 10. inueniquc interea percurri in perpendiculari paulo plus quam ſemidiametrum cum quinta eius parte.

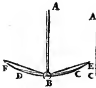
Ex quibus vides ea quæ dixi, contra Patris Riccioli obſeruationes ſubſiſtere, & iure meritò me illas vrgere, cum ex iis ſequatur graue decidendo perpendiculariter minus moueri, quàm per ſemidiametrum penduli; & demonſtratio ferat ſemidiametrum, & inſuper vnam quintam, & adhuc aliquid.

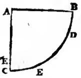
## PROPOSITIO XLVI.

### Theorema.

*Eiuſdem penduli vibrationes inæquales licèt, ſunt ſaltem ſenſibiliter æquidiuturnæ.*

Sit pendulum AB, cuius duæ vibrationes CBD, EBF ſint inæquales: dico pendulum in percurrendo arcu EBF, tantùm temporis ſenſibiliter impendere, quantùm in peragrando arcu CBD. ducantur ſubtenſæ CB, DB; EB, FB.




Demonſtratio. Pendulum AB, dum percurrit arcum CB, non multum deflectit à ſubtenſa, ſeu plano BC. & dum percurrit arcum ECB, ferè percurrit planum EB, ſed (*per* 38.) æquale tempus inſumitur in percurrendo plano B C, ac in percurrendo plano BE; ergo æquali tempore perficiuntur arcus CB, & EB.

Primò addidi ferè, eò quòd arcus E B, magis deflectat à linea recta EB, quàm arcus BC. Ratio autem phyſica videtur eſſe, quod licet arcus EB maior ſit arcu CB, eſt tamen magis inclinatus, & initio graue maius momentum habet, quare exceſſus vnius arcûs ſupra alium, inclinatione. & conſequenter momento, ſeu celeritate compenſatur. circulus enim in puncto C, magis eſt horizontalis, quam in puncto E quadrans enim circuli virtualiter omnes inclinationes continet.

## COROLLARIVM.

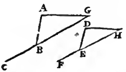
Ex hoc etiam ſequitur, quod pendulorum æqualium vibrationes ſint æquidiuturnæ, cùm nulla ſit ratio, cur vnum citiùs moueatur quàm aliud; præcipuè ſi ſumantur pendula, non tantum æqualia quoad longitudinem, ſed etiam quoad grauitatem.

Præter rationem ſupra allatam ſuffragatur experientia, ſi enim duo pendula æqualia, ita ad motum incites, vt vnum oſcillationes maiores, aliud minores perficiat, deprehendimus interea dum maiores perficiebantur 100. centum & vnam minores perfectas eſſe.

## PROPOSITIO XLVII.

### Theorema.

*Si duo grauia, naturali motu ferantur, ſuper duo, aut plura plana ſimiliter inclinata, & proportionalia: tempora iis percurrendis impenſa erunt in ſubduplicatâ ratione planorum.*




Sint duo grauia quæ percurrant vnum, quidem plana AB, BC, aliud verò plana DE, EF, ſimiliter inclinata, & proportionalia; hoc eſt ſit AB ad DE, ſicut B C, ad E F. dico tempus quô percurruntur

runtur AB, B C; ad tempus quô percurruntur DE, EF, esse in subduplicata ratione planorum AB, BC, ad plana DE. EF. ducantur horizontales lineæ A G, D H; producanturque plana C B, F E.

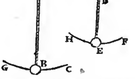
Demonstratio (*per 15. huius*) tempus quô percurritur planum AB, ad tempus quô percurritur D E, est in subduplicatá ratione AB, ad DE. vt autem AB, ad D E, ita B G, ad E H. Cum enim plana AB, D E sint similiter inclinata ad horizontem, erunt anguli BAG, EDH; æquales, pariter quia similiter inclinata supponuntur plana BC, EF, anguli B G A, EHD æquales erunt; quare æquiangula sunt triangula ABG DEH, & (*per 4. 6.*) erit vt AB, ad DE, ita BG, ad EH Sicut autem AB, ad DE; ita supponitur BC ad EF. igitur vt GB, ad CB; ita EH, ad EF. & componendo ita CG, ad FH. cum autem plana CG, FH sint pariter inclinata erit tempus quô percurritur GC, ad tempus quô percurritur F H, in subduplicata ratione CG ad FH, hoc est AB ad DE. pariter tempus E H in eadem erit subduplicatá ratione lineæ BG, ad EH, seu AB ad DE. quare si percurratur totum CG, & FH, non tantum tempora CG, FH, sed etiam tempora CB FE in eadem ratione subduplicatâ erunt. Sed dum C B percurritur post AB, & EF post DE, eodem tempore percurruntur, ac si percurrerentur tota plana GC, FH, nam dum graue cecidit ex A in B eandem velocitatem acquisiuit, ac si venisset ex G in B. (*per Coroll 25 huius*) igitur dum percurruntur successiue plana AB, BC, item plana DE, FE, tempus quô percurritur BC, ad tempus quô pecurritur EF est in subduplicatâ ratione planorum, BC, EF, ergo & totum tempus quô percurruntur AB, BC, ad totum quô percurruntur DE, EF; est in subduplicatâ ratione planorum ABC, DEF quod erat demonstrandum.

Idem ostenderetur si plura essent vtrobique plana inclinata.

## PROPOSITIO XLVIII.

Theorema.

*Durationes vibrationum sunt in subduplicatâ ratione longitudinum seu radiorum.*




Sint pendula AB, DE, quæ circa centra A, & D, liberè vibrentur, dico durationem vibrationis penduli C B G, ad durationem vibrationis penduli FEH, seu tempus quô pendulum B eleuatum in C, vi grauitatis suæ, descendit in B, rursusque ex alia parte ascendit in G, esse in subduplicatâ ratione arcûs CBG, ad arcum FEG sibi similem; ad tempus quô pendulum DE, percurrit arcum F E H. intelligantur enim arcus similes CB, FE diuidi in mille partes, ductasque esse subtensas, ideoque in arcu BC inscribi mille plana, totidemque in arcu EF.

Demonstratio si graue percurrat plana inscripta in arcu BC, & aliud plana inscripta in arcu EF; cum arcus sint similes & totidem diuisiones in vno, quot in alio: & plana etiam sint proportionalia (*per* 1. 12.) & similiter inclinata, vt ostendere facile possumus. tempus quô percurruntur plana C B, ad tempus quô percurruntur plana FE, erit in subduplicatâ ratione planorum CB, & FE, ea autem se habent vt radij AB, DE, vt ostendimus (*in prima* 15.) & ostendi facile potest, eò quòd singula plana, in vtroque subtendant angulos æquales. quod si in plura plana diuidantur arcus similes CB, FE, id semper eueniet; plana autem huiusmodi in circulum desinunt, quare tempus quô percurretur arcus BC, ad tempus quô percurritur arcus FE, est in subduplicatâ ratione radij AB, ad radium DE. Idem ostendere possumus in ascensu ex alia parte, nempe in arcubus BG, EH; sicut enim ostendimus in motu rectô, grauium tantundem temporis insumi in ascendendo quantum in descendendo, simili ratione ostendere possumus id euenire in funependulis. quare duratio totius vibrationis CG, ad durationem totius vibrationis FH, se habet in subduplicatâ ratione radiorum AB DE. posui autem arcus similes, vt facilior esset probatio, nam (*cum propositione* 41.) vibrationes maiores & minores diximus esse æquidiuturnas, ideò simpliciter habet propositio durationes vibrationum pendulorum, quæ sunt in ratione subduplicatâ longitudinum pendulorum. quod erat demonstrandum.

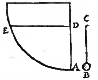
Eadem propositio simpliciter experientiâ probari posset. Si quis enim duo pendula componat. quorum vnum sit alterius quadruplum in longitudine, eaque ad motum simul incitet. animaduertet dum maius vnam absoluet vibrationem, aliud duas perficere. Si verò pendulum maius sit noncuplum alterius, dum vnum semel vibrabitur aliud ternas oscillationes efficiet. Si sit sexdecuplum. quater vibrabit, interea dum minus semel oscillabit. immò quia difficillimum est experientias habere indubitatas circa grauium descensum. nonnulli totam hanc doctrinam incipiunt ab experientiis pendulorum. Et inueniunt primò penduli eiusdem vibrationes, maiores, & minores æquidiuturnas esse, quod ita deprehendunt, duo pendula omninò æqualia, ad motum incitant, vnum quidem in maiores arcus, aliud verò in minores, appositisque duobus qui seorsim numerent, vident intra mille vibrationes penduli vnius, quot alterius penduli absolutæ sint. neque inueniunt deesse nisi forsitan octo aut nouem. Exinde alias obseruationes habent nempe quam rationem habeant inter se, durationes vibrationum. deprehensumque est durationes vibrationum se habere in subduplicatâ ratione longitudinum pendulorum.

Quibus præsuppositis tanquam principiis probant accelerationem grauium; fieri secundum quadrata temporum, quod supra præstitimus.

## PROPOSITIO XLIX.

Problema.

*Si eàdem vi corpus sursum impellatur perpendiculariter, quâ aliud suspensum, & æquale, horizontaliter impellitur, ad eandem altitudinem ascendent.*




Sint duo corpora æqoalia, quorum B sursum impellatur aliqua vi, eâque percurrat lineam BC. sit aliud mobile illi æquale suspensum ex poncto F, quod æquali velocitate horizontaliter impellatur, dico fore vt ascendat ad punctum E, ita vt AD, BC sint æquales.

Demonstr. Nullum graue præcisè resistit motui horizontali; sed tantum motui sursum; sed motus sursum sunt æquales nempe A D, & BC, ergo in vtroque mobili est æqualis resistentia ad motum scilicet AE, & BC. sed æqualis resistentia vinci potest ab æquali vi motrice: ergo si æqualem impetum habeant mouebuntur vnum per AE, aliud per BC.

## PROPOSITIO L.

Theorema.

*Arcus quos describit pendulum sunt in eàdem ratione, ac velocitates, quas habet in puncto infimo.*

Sit pendulum A quod variè impulsum ascendat in C, & in B, dico velocitates quas habuit in A, se habere proxime, in eàdem ratione ac arcus AB, AC.

Demonstr. velocitates sunt in subduplicata ratione ascensuum AD, AE, nam ostendimos supra eamdem obseruari proportionem in ascensu, ac in descensu, seclutâ aëris resistentia; ostendimus item descensum grauium proxime obseruare rationem sinuum versorum, ita vt velocitates & tempora essent arcus. ostendo item positiue vsque ad gradum 15 aut 20 arcus esse in subduplicata ratione sinuum versorum.

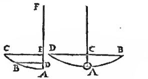
Sit enim arcus AB graduum 5. sinus complementi FD, erit 99619. qui subtractus ex sinu toto FA, relinquit sinum versum AD 381.

Sit AC graduum 10, sinus complementi FE est 98480, qui subtractus ex sinu toto relinquit 1520. arcus se habent vt 1 ad 2 cuius duplicata est vt 1 ad 4. si fiat vt 1. ad 4. ita 381 quartus numerus erit 1524. excedens priùs inuentum 1520. quatuor vnitatibus. Idem experire in sinu verso graduum 15, qui erit 3408 arcus 5 grad. ad arcum 15. est 1 ad 3, duplicata est vt 1 ad 9. ita 381 ad quartum inuenies 3429. pro 3408.

## PROPOSITIO LI.

Theorema.

*Pendulum ex natura rei vibrationes habet æquales. seu in æquales arcus Excurrentes.*




Sit pendulum A quod descenderit ex puncto B, in A, per arcum BA. dico quod nisi obstaret aëris resistentia, deberet, restitui ad eamdem altitudinem AD ita vt arcus AB, AD sint æquales,

Demonstr. Pendulum per arcum AB descendens, eandem habet velocitatem ac si descendisset ex AC. sed velocitas quam habet dum descendit, ex C in A, illud restituere potest perpendiculariter in C: ergo (*per* 51) illud restituere poterit per arcum AD.

## PROPOSITIO LII.

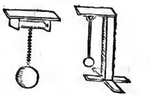
Problema.

*Mensuram temporis exquisitam constituere.*

Vt ad aliquid practicum descendamus, ex hâc funependulorum proprietate; nempe quod eiusdem penduli vibrationes inæquales licèt in magnitudine; sint tamen æquidiuturnæ; maximum Emolumentum non tantum Astrologis, sed etiam res literaria percipit. quoties enim Exactissima temporis mensura requiritur, ad pendulorum vibrationes recurrendum est, quod quomodo præstandum sit hîc aperimus.

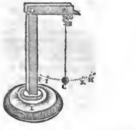
Primô quidem si diuturna requiritur mensura temporis, & quæ semper eadem perseueret, funependulum non adhibeatur, hoc est, ne filo appendatur globus plombeus, aut ferreus, quia detorquebitur filum, longiusque decursu temporis euadet. ideoque nonnulli catenulis ferreis vsi sunt, aut filo ferreo ea tenuitate, quæ rigiditatem & rectitudinem retineret. In iis est aliqua difficultas, vt vera penduli longitudo assignetur. quare tunc globus fiat ponderosior, vt grauitas catenulæ sit exigua, si eum globi grauitate comparetur.

Hic



Hic figutam duotum appono. prims reptæsentat pendulum, Parris Riccioli. secunda verò aliud pendulum quod faciliùs comparari potest, vt autem illô vti possimus, duo nobis præstanda sunt primum, erit docere modum continuandi motum cuiuscumque penduli; secundum verò durationes eius semel metiri. quod ad primum attinet id erit facillimum, nempe, si dum pendulum in vnam partem suômet nisu deferri incipit, illud impellas leuiter, addasque impetum in easdem partes; quò fiet vt vibratio in maiotem eacurrat arcum; nun tamen diuturniot fiat. curandum igitur est vt vibrationes nun multum decrescant, sed semper hinc inde saltem ad quadragesimum quintum aut seaagesimum gradum deferatur glubulus. alius modus erit si lignum cui globus, appenditur moueas in partes in quaa incipit moueri pendulum, quæ vsus potiùs, quàm quæcumque verba docebit.

Secundû nempe vt metiaris durationes tui penduli. habenda est mensura aliqua, in quo videtur peti principium, multiplex quidem adhiberi potest. primo clepsydra, si quam babeas exactam, sed cum quæramus mensuram exactiorem quàcumque clepsydrâ, quæ siccitati, & humiditati plurimùm est obnoaia; ideò illi fidere non debemus. secunda esset horologium autumaton si exactissimum haberetut; & modo quidem cum habeantut horologia automata pendulis instructa, facilè iis vti possumus. nam si dum sol ad meridianum perrenit vnô die horologium indicet meridiem, & sequenti die, tursus idem præstet, cum ea horologia via sint alrerationibus obnoaia, illius vna hora pro verâ assumi potest. quod si sequenti die aberret tantisper à meridiano cœlesti. facilè ille error per regulam trium in singulas boras refundetur. vnde si numeratorem adhibeas qui numetet vibrationes funependuli, intra horam talis diei facilè scies quur vibrationes intra horam absoluat tuum pendulum.



Alij horologium horizontale adhibent, & ne sit error in describendo horologio solam meridianam, & sextam horam ad angulos rectos se intersecantes describunt, sed tunc opus est, numerare per sex integras boras & adhuc periculum est ne refractio circa seatam horam aliquem inducat errorem; idróque satiùs ducerem calculo eruere qoem angulum efficiat linea horæ primæ, aut secundæ cum meridiana, & ad eas tuum pendulum exigere. Est tamen difficultas in penumbrâ quæ facile aliquorum secundorum errorem potest ioducere.

Fixis Item vti possumus, vt si quis ex Astronomia, iam sciat differentiam ascensionalem quæ inter duas fixas inuenitur, dispositis duobus filis perpendicularibus seu verticalibus, obseruati potest transitus illarum stellarum sub meridiano, vt singuli gradus quatuor temporis minuta efficiant; quia tamen horas non ad motum stellarum, sed ad motum solis exigimus illæ horæ nimis erunt paruæ, atqoe adeò ratio habenda esset, motus solis eo tempore. immo si quis scrupulosiùs procedere vellet, deberet locum solis pro vtraque obseruatione è tabulis eruere, & ascensionem rectam respondentem, addendaque esset hæc differentia ascensiunum rectarum.

Exactissimus autem modus, si cui liceret per otium oscillationes sui penduli ab vno meridie, ad alium numerare. communiter autem post centum quaslibet oscillationes, in vas demittitur calculus, ne fiat in numetandu aliqua æquiuocatio. in minutibus autem pendulis per monosyllaba procedendum est, ad numerandum vsque ad 10. deinde numerus decadum digitis retinetur. & Gallicè satis bene respondent verba (*vn. deux, trois, quat. cinq, six, sept, huict, neuf, dix.*) neque vlterius procedendum ne dissyllaba occurrant, & trissyllaba, quæ intra vnam vibrationem pronunciari non possent. possunt & tria fila disponi, duo secundum lineam meridianam, aliud Tertium vt libuerit, sintque ea verticaliter posita; tum regulâ in minutissimas partes diuisâ si metiaris distantiam omnium filorum inter se scies quem angulum efficiat tertium illud filum, cum vno ex meridianis. dum igitur sol meridianum attinget, incita tuum pendulum, donec ad hunc azimutum perueniat, & per Trigonometriam, metire angulum, qui fit in polo mundi à circulo horario per solem ducto. scitur enim declinatio solis azimutum & eleuatio solis, quod sufficit vt quis Trigonometricè procedat.

## PROPOSITIO LIII.

### Problema.

*Datò numerò vibrationum quas pendulum nota longitudinis perficit, inuenire longitudinem penduli quod certum alium numerum vibrationum, intra idem tempus absoluat.*

Vt problema facilius euadat, nec obnoxium sit fallaciis innumeris, debent omnia esse paria; nempe idem semper globus, & si fieri potest catena, aut vniformis, aut etiam æqualis ponderis. sit ergo datum pendulum, quod describit P. Ricciolius (l.2. *Almagesti propos.* 21.) quod intra 24. horas solares perfecit vibrationes 87998. seu singulis horis. $3666\frac{7}{12}$ huc autem pendulum erat pedum Romanorum antiquorum 3. vnciarum

4. Sphæra

4. Sphæra ferrea vnciarum 8.& catenula vnciarum 3 $\frac{3}{7}$ quæritur longitudo penduli quod intra horam vibrationes simplices absoluat 3600, seu cuius vibratio simplex æquivaleat minuto secundo præcisè,

Hoc pendulum longius esse debebit, vt pauciores absoluat vibrationes intra idem tempus quare vna vibratio dati penduli est 3666. pars vnius horæ, & quæsiti penduli duratio est 3600. pars eiusdem, se habent ergo duratio penduli, ad durationem vnius vibrationis, dati vt 3666. ad 3600. nam si intelligantur multiplicari hi numeri, ad inuicem ita vt fiat aliquis alius numerus quicumque sit numerus 3666 erit 3600 ma eius pars, & numerus 3600, erit 3666 ma; quare 3666. ad 3600, se habet vt termillesima sexcentesima pars ad termillesimam sexcentesimam sexagesimam sextam. ideoque vibratio penduli quæsiti; ad vibrationem dati se habet vt 3666. ad 3600. quia autem longitudines pendulorum, se habent, vt quadrata durationum vibrationum fiant quadrata eorum nempe 13439556. pro quadrato numeri 3666; & 12960000. pro quadrato numeri 3600. si fiat ergo vt secundum quadratum, ad primum, ita longitudo penduli dati, ad quartum; exurget longitudo penduli quæsita. quod vt fiat facilius licet non ita exacte pro primo quadrato assume 1344. pro secundo 1296. fiat ergo vt 1296. ad 1344. ita longitudo data pedum 3. vnciarum 4. hoc est vnciarum 40. ad quartum nempe 41$\frac{61}{249}$. hoc est pedes 3; vncias 5. & ferè dimidiam partem vnciæ. vel clarius. vt quadratum vibrationum perpendicoli A ad quadratum vibrationum perpendiculi B ita longitudo perpendiculi B ad longitudinem perpendiculi A.

Dem. Primò quæsitum est quam rationem haberent duratio dati penduli ad durationem quæsiti. Deinde harum durationum facta sunt quadrata denique factæ sunt longitudines, vt quadrata, durationum. quæ omnia ex propositione 34. demonstrantur.

Non dissimili ratione in aliis operabetis. Si enim aliquis quærat pendulum cuius vibratio integra, seu composita, seu itus, & reditus sit 3600. pars vnius horæ, seu quod idem est intra minutum secundum eat, & redeat. eius vibratio erit quô ad durationem dimidia vibrationis penduli supra descripti; quare se habebunt vibrationes vt 1. ad 2. & longitudines vt quadrata, nempe vt 1. ad 4. penduli igitur quæsiti longitudo est quarta pars superioris nempe vnciarum 10. & $\frac{47}{128}$. pedis Romani. & ita de reliquis.

Quia tamen dies solaris seu tempus quod sol impendit, ex quô digressus est à meridiano, donec ad meridianum redeat, suas pariter inæqualitates; propter inæqualem solis motum, verum; & obliquitatem zodiaci, propter quam euenit, vt æqualibus arcubus zodiaci inæquales debeantur ascensiones rectæ: ideò qui in astronomicis pendulô vti volunt, potiùs quærunt pendulum cuius certus numerus vibrationum horam primi mobilis præcisè adæquet. & cum opus est circa solem operari, eius horas, ad primum mobile. referunt, quæ omnia in astronomicis agitabuntur: neque enim difficultates miscendæ sunt. refert autem Pater Ricciulius plurima huiusmodi pendula.

Primò refert pendulum cuius sphæra ferrea vnciarum 8. catenula vnciarum 4. $\frac{6}{5}$. longitudo pedum 3.& vnciarum 4$\frac{1}{5}$. per integrum diem à transitu caniculæ per meridianum, ad eiusdem caniculæ reditum ad meridianum vibrationes perfecisse 86998. sunt autem minuta in die 1440. & secunda 86400. quare vibrationes plures fuerunt quam par esset 598. fuit igitur non satis longum. nam intra singula minuta fecit vibrationes 60. & $\frac{2}{5}$. cum debuisset tantum vibrari sexagesies. vt numerus esset rotundus.

Aliud etiam profert pendulum cuius globus vnciarum 80. catenula vnciarum 3. longitudo pedum trium vnciarum 4. $\frac{67}{100}$. cuius vibrationes numerauit à transitu spicæ virginis; ad transitum arcturi; inuenitque eius vnicam vibrationem æquivalere primi mobilis minutis tertiis. 59. 36. si æquasset tertia 60. seu vnum secundum fuisset aptissimum ad operationes astronomicas. Si quæreretur longitudo penduli cuius vibratio æquaret minutum secundum primi mobilis. primo se habet vibratio dati penduli ad vibrationem quæsiti vt 59. 36. ad 60. seu reducendo omnia ad quarta minuta vt 3576. ad 3600. seu reducendo ad minores numeros diuidendo vtrumque numerum per 24. vt 149. ad 150. longitudines autem se habent, vt quadrata, quadratum numeri 149. est 22201. & quadratum numeri 150. 22500. seu reducẽdo ad minores numeros vt 2212 ad 225. fiat ergo vt 222. ad 225. ita tres pedes, quatuor vnciæ $\frac{67}{100}$ ad aliud & habebitur longitudo penduli cuius vna vibratio adæquabit vnum secundum primi mobilis, si nempe seruetur idem globus & eadem catenula, longitudo erit pedum trium vnciarum 5. $\frac{11}{100}$. perpendiculum cuius longitudo obtinebit quartam partem penduli superioris 180. vibrationes absoluet intra minutum secundum.

## PROPOSITIO LIV.

### Problema.

*Datâ longitudine duorum pendulorum, & duratione vibrationis vnius, inuenire alterius penduli, vibrationis durationem.*

Hæc propositio est conuersa superioris nec difficultatem vllam continet apponamque exemplum facillimum. sint duo pendula in cæteris quidem æqualia, diuersa tamen quoad longitudinem sitque vnum vnciarum seu digitorum 10 aliud verò 41. duratio vibrationis longioris sit; minuti secundi quæritur quænam sit duratio vibrationis, minoris penduli. extrahatur radix quadrata vtriusque numeri & quia sunt numeri surdi, ideo addatur ipsis vna cyphra vt præcisior sit calculus fiantque numeri 410. & 100, radices autem quadratæ sunt 20 $\frac{1}{4}$ & 10. fiat ergo vt 20 $\frac{1}{4}$ ad 10. ita minutum secundum, seu 60111. & habebis 29. 38. & ita de reliquis vel clarius fiat vt longitudo perpendiculi A 10. ad longitudinem perpendiculi B, ita 12960000 quadratum numeri vibrationum 3600 perpendiculi B ad 53136000. quadratum vibrationum perpendiculi A. cuius radix quadrata, 7289, erit numerus vibrationum.

PROP.

## PROPOSITIO LV.

### Problema.

*Longitudines quascumque posteris transmittere.*

Contemnendum non est istud emolumentum, quod ex pendulis haurire possumus nempe vt detur modus mensuras omnes posteris tradendi, & in lóginquas regiones transmittendi. norunt enim omnes quanta sit difficultas in eô præstandô, nisi in materia solida nempe ære, aut ferro consignentur, quod cum difficillimum sit; Hæc methodus ingeniose inuenta est. ne autem cui debetur hæc laus præripiatur. Hæc cogitatio fuit Domini Mouton, in Ecclesia Lugdunensi Sti Pauli Presbyteri, viri in mathematicis bene versati, & in obseruandis syderibus exactissimi. qui ea de re librum integrum conscripsit, nempe à singulis fere Europæ vrbibus mensuras communes exquireret easque ad pendula exigeret. sed de his iam egimus in Geometria

## PROPOSITIO LVI.

### Theorema.

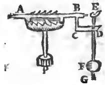
*De Horologiis automatis pendulô instructis.*

Nouum est huius sæculi inventum ex præsuppositâ emanans doctrinâ, nempe automata horologia pendulis instructa. Quæ etenim hactenus habuimus automata quantumlibet affabrè elaborata, manca admodum, & erroribus obnoxia sunt, ita vt etiam maiora, quæ vt plurimum mole sua videntur exactiora, vel minimam aëris mutationē persentiscant, modóque lentiùs procedant, modò inclinatiùs festinent, prout rotæ, vel lentore quôdā inficiuntur, vel siccitate nimiâ lubricæ redduntur. Hæc autē inæqualitas motûs ex eô præcipuè ducit originem, quòd horologiorum librator, qui horizontaliter vt plurimum rotatur, nullum ex se determinatum motum habeat. neque enim grauia motui horizontali resistunt, ideoque si leviter impellatur, tardè moueatur, si verò vehementius, incitetur, celeriorem motum habeat. Ex quô fit, vt si rotarum denticuli, non sint omninò æquales, sed ex eâ inæqualitate, oriatur maior aut minor resistentia, libratoris circulationes crebriores, aut minus frequentes oriantur. quòd in minoribus præcipuè horologiis aute distinguimus, aliquādo etenim libratoris ictus præcipitantur, nonnunquam item retardantur. pariter ex quôcumque capite oriatur difficultas nova in motu, aut facilitas emergat, necessariò eam in libratoris ictus refundi necesse est.

Quare cum notatum esset pendula, ita se habere vt eorum vibrationes, siue maiores, siue minores essent æquidiuturnæ, ita vt siue in maiores arcus incitarentur, siue levissimô tantum ictu, in minores impellerentur arcus: idem tamen tempus impenderent. ideò pro libratore horizontali, verticalem excogitarunt; & optatis respondit euentus, vt nihil putem exactiùs inveniri posse. si quis enim ad horologium pendulô instructum



attendat, nullam in libratoris ictibus inæqualitatem: sed eôdem semper tenore, & inviolatâ æquabilitate omnia procedere animadvertet. Et quod mirum est, etiamsi pondus duplum appendatur horologiô, non propterea multò citiùs decurret horologium nec notabiliter breuiores fient horæ, immo forsitan, longiores; nam in tali casu vehementiùs quidem impellitur pendulum, vibrationesque maiores producit, quæ cum sint aliis minoribus æquidiuturnæ, vel insensibiliter maiores; non propterea vlla inducitur inæqualitas. immò prima fronte viderentur additô maiori pondere, aut vehementiori elateriô, horæ longiores esse, cum enim ostenderimus maiores penduli oscillationes, paulò diuturniores esse, ita vt in centenas, vna decedat, deberent consequenter horæ longiores esse, cum pondus additur grauius, sunt tamen vt verum fatear paulò breviores, eò quòd rota quam vocant occursûs, libratori occurrens decurtet aliquantulum singulas vibrationes, nec permittat vt perficiantur. quare pendula debent esse paulò longiora, quam si libera omninò essent. secundò adhiberi non debent fila, nec catenulæ, sed in minoribus filum ferreum, in maioribus virga ferrea.




Modus autem quô communiter aptatur librator iis horologiis est. vt rota quam vocant occursûs, horizontaliter voluatur vt in figurâ expressum vides, & consequenter librator, etiam horizontaliter supra totam extendatur, & eius duæ pinnæ, quarum plana angulum rectum comprehendant more consuetô, ita denticulis inserantur, vt alter denticulô impellatur, dum opposita à suo denticolo se eximit. quod tandem consequeris si rota numerum imparem denticulorum habeat, & libratoris axis per centrum rotæ præcisè transeat. non debet autem pendulum, ex libratore immediatè pendere, ne pondere suó illud gravet; extremitatesque eius quibus innititur nimium atterat. ideóque ramusculus aliquis libratori addendus est qualis est BCD. in punctô D perforatus, per quod foramen inseritur penduli virga EF; suspensa liberè in punctô E. notandum autem est vt ramusculus DC, medium situm occupet inter vtrumque pinnatum libratoris planum; alioquin claudicabit horologium, vnamque vibrationem aliâ longiorem habebit. Item vt globus penduli possit attolli, aut demitti, non enim vt in communibus horologiis, additione, vel imminutione ponderum machinam animantium, debet ad iustam horarum mensuram adduci hoc genus horologij; sed penduli longitudo id totum præstat. ita vt cognitô numerô denticulorum omnium rotarum, & consequenter numerô ictuum libratoris, possit facilè assignari penduli longitudo, si hoc præcisè non fiat, saltem

aberratio etiam in maiotibus horologiis non erit vnius, aut alterius digiti. quod præitabimus sequenti propositione, vt autem possit attolli globus debet virga FG in extremitate, esse in helicem conformata; in quô adbue difficultatem inuenio; deprehendi enim ex continuô penduli motu, globum descendere vnde debet globus heliees virgæ, bene stringere, vt non nisi maxima vi possit descendere.

Alij non ineptè inuentâ semel penduli longitudine, ita globum virgæ annectunt, vt ampliùs dimoueti non possit. sed centrum motûs, seu vneum è quô dependet penduli uirga mobilem reddunt, ita vt attolli, aut demitti possit; nam enm attolletut punctum E, minores erunt vibrationes, cnm verò demittetur longiores, & libratoris brachiolum DCD, determinatut à rotis, vt ad determinatos arcus librari possit; vnde quò centrum E, vicinius erit, brachio C D; eò in maiotes vibrationes impelletur; quantùm autem fieri poterit, vix descendat infra aaem libratoris, nee etiam multùm supra illum attollatur. alioquin accidet; vt in eatremitatibua vibrationum, virga intra foramen D habeat aliquem motum ineoncinnum, qui vnifotmitati motûs nonnihil incommodi afferet.

Quamuis sutem situm horiaontalem rotæ occursûs assignauerimua, poterit tamen situm verticalem habere, sad tunc maior est difficultas in aptando brachiolo BCD, vt impediatur horologij claudicatio, ambæqne vibrationes, præcisè sint æquales. pariter lieèt dixerimus rotam vltimam seu occursûs, numeto impari dentieulorum instruendam esse, quòd inviolabiliter observant artifices, posset tamen habere numerum parem & tunc librator, non per eius centrum transiret, sed nonnihil in vnam partem derorqueretur.

Operæ pretium is fecerit qui methodum indicaret, quâ horologia communia, communique libratore instructa, ad pendula reuocari possent. multa tamen id impediunt. primò quidem id fieri




posset si in libratore, communi qualis est AB, in puncto B fissura fieret, cui insereretur pendulum CD. immò posset in puncto A aliud simile pendulum constitui. id tamen incommodi nascitur, quod librator communis dum borizontaliter mouetur, eogeret pendulum vagari extra planum verticale, in quo suam vibrationem deberet peragere; licèt autem fissuta B esset longa, non desineret fieri pendulô violentia.

Forsitan concinniùs id exequi possemus, si libratori communi, euius axis FG verticalis, brachiolum HI adderemus, libratoremque alium KL horiaontaliter statueremus duabus pinnis instructum. vide alios modos in Patris Sebotti maebinis.

Præcipua difficultas quæ invenitur, vt quis nullâ additâ rotâ possit horologium commune pendulô instruere: in eo posita est. quod numerus ictuum libratoris sit nimis exiguus. id enim tentavi sæpissimè. quòd vt in eaemplis ostendam.

Propositum mihi fuit horologium eollegij nostri Lugdunensis pendulô instruendum. cuius prima rota 96. denticulos habebat. secunda verò seu oecursûs, in minori rotula sex denticulos, in maiori 35 habebat. Prima auté rota singulis horis vnam circulationem absoluebat. quare diuidendo numerum denticulorum maioris, per sex minimæ, invenio seeundam rotam seu oecursûs intra horam, circulationes 16. absoluere. constabat autem vt dixi denticulis 35. quorum quilibet in vnâ circulatione eùm bis librarorem attingat, nempe semel vtramque pinnam. si multiplices duplum numeri 35. nempe 70. per 16. habebis numerum librationum simplicium, nempe 1120. si autem deberet fieri pendulum quod 1120. tantùm vibrationes intra horam absoluat, illud longitudinem habebit 28. aut etiam triginta pedum. quæ longitudo eum sit inepta, ideò neeessariò addenda fuit vna rota vt horologium pendulô instruaretur. Potest tamen fieri pendulum duplex quod sit tantum trium pedum, & oscillationes æquidiuturnas habeat eum pendulo 28. pedum vt dicemus infra.

Poteramus autem addere rotulam vnam intee vtramque rotam, nempe quæ in sua rotula sex denticulos haberet, In circumferentia autem octodecim, aut 20. dentieulos; sie enim numerus ictuum libratoris seu numerus vibrationum triplicabatur. quia tamen hoc solemne est axioma inter huiusmodi artifiees, vt rotæ semper decrescant, Et intermediæ nunquam sint minores vltimis; quòd quidem obseruandum est communitee quoties rotæ sunt omnes verticales, ne vna rota alterius axem attingat. in nostrô autem caso non accidebat, eò quòd motus verticalis duarum prioeum, mutabatur in horizontalem. hoc est rota vltima, seu oecutsûs hotiaontalis erat, quòd fit pee rotam euius dentieuli sunt laterales. Licèt igitur axioma non haberet suam vim in nostro casu fuit tamé hoe tribuendû autoritati artificis, quare duas rotas novas perfecimus. & quantû memini, prima rota 96. denticulos habebat. secunda totulam habuit sea denticulorum ipsa auté dentieulos 60. rota oceursus habuit rotulam octo denticulorum, & ipsa fuit denticulorum 17. quare fuerunt ictus libratotis seu vibrationes 3840. pendulum autem minus fuit tribus pedibus.

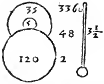
## PROPOSITIO LVIII.

### Theorema.

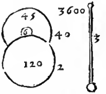
*De numero rotarum, & denticulorum, in Horologiis qua pendulis instruenda sunt.*

Hæc propositio tota practica est, potiúsque dirigendis artificibus inseruit, quam vllam peeuliarem demonstrationem contineat. ista tamen negligenda non sunt, quia vtilia. docebir, item methodum ealeulum ineundi, numeri vibrationum, ex datô numero denticulorum. ineipio igitur ab horologiis, duas tantum rotas habentibus. Lieèt autem sit satis difficile horologium constans duabus rotis pendulo instruere, quia tamen simplicius esset, censeretur esse exactius. tot enim oceursus rotarum maiorem præseferunt inæqualitatem resistentiæ, ideo ab eo ordior.

Sint



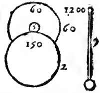

Sint igitur primò duæ rotæ, prima seu inferior 120. denticulorũ, quę duas circulationes intra horá supponatur absoluere; quare æquiualebit rotæ 240. denticulorum. secunda rota habeat rotulam quinque denticulorum, quare dum quinque denticuli maioris rotæ transeunt, secunda vnam circulationem absoluet. scire igitur debes quoties quinarius inueniatur in numero 240. quod habebis per diuisionem. quotiens erit 48. quare intra horam, secunda rota circulationes 48. faciet. constat autem secunda rota, denticulis 35. quorũ quilibet duas vibrationes efficit, cum bis libratorem attingat, quare singulis circulationibus efficiet vibrationes 70. multiplica 70. per 48. & inuenies 3360. vibrationes simplices intra horam. pédulum erit pedum 3. cum dimidio. & paulò plus.




Aliud non dissimile propono. sit eadem rota denticulorum centum viginti, quæ duas circulationes intra horam efficiat, ideóque æquiualeat rotæ denticulorum 240. rotula secunda 6. habeat denticulos. diuide 240. per 6. & quotiens erit 40. secunda igitur rota quadragesies intra horam rotatur. habeat autem denticulos 45. & quia vt iam dixi denticulus quilibet, bis singulis circulationibus libratorem attingit; duplicetur is numerus fientque 90. quem numerum multiplica per 40. & habebis vibrationes simplices intra horam 3600, hoc est vibratio quælibet simplex minutum secundum æquabit.

Aliud erit si locô rotulæ denticulorum 6. ponatur rotula denticulorum 5. tunc enim secunda rota intra horam absoluet circulationes 48, & vibrationes erunt intra horam 4320. longitudo penduli pedum duorum circiter.

Pariter si detur prima rota duas circulationes horam efficiens. & denticulorum 150. secunda rota, seu occursûs habeat rotulam quinque denticulorum. quare factâ diuisione 300. déticulorum qui habentur ex duplici circulatione per 5. fiunt circulationes 60. supponantur sexaginta denticuli in secunda rota, hoc est 120. vibrationes singulis circulationibus: fiet numerus 7200. & pendulum novem circiter digitorum. hoc est vibratio quælibet simplex semiminuto secundo æquiualet.

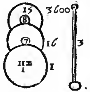



Seruatis iisdem, exceptô quòd prima rota vnicam tantum circulationem absoluat intra horam; habebis numerum vibrationum 3600. & pendulum erit trium pedum. hoc est singulæ vibrationes vni secundo æquales erunt.

Quæ posui exempli tantùm causâ, vt discas methodum excogitandi alios numeros qui aptiores videbuntur.

## HOROLOGIA TRIVM ROTARVM.

Vix commodè fieri possunt horologia penduli instructa, quæ duas tantum rotas habeant; nisi fiant rotæ maximæ, & quæ denticulis abundent. quato communiter maiora, tres rotas habent; minora verò quatuor. exhibebo hic aliquos numeros, horologium nostrum Camberiense, cui ego pendulum addidi, tres rotas habet, quarum prima 112. instructa est denticulis. Secundæ




verò rotula, septem, rota ipsa secunda, sexaginta; rotula seu axis tertiæ rotæ, habet octo denticulos, rota occursûs 15. ita habebis numerum vibrationum. diuide 112. numerum denticulorum primæ, quæ singulis horis semel circumvoluitur per 7. nempe axem secundæ. Et inuenies secundam circumvolui intra horam decies sexties; habet autem secunda denticulos 60. quare multiplica 16. per 60. inueniesque 960. igitur intra horam 960. denticuli secundæ transeunt. qui numerus diuidendus est per 8. axem tertiæ, & inuenies tertiam facere, circumvolutiones 120. habet autem 15. denticulos. qui 30. faciunt vibrationes simplices: multiplica 30. per 120. habebis vibrationes simplices 3600. atque adeo vna æquiualebit minuto secundo. longitudo penduli trium pedum Lugdunensium circiter.

Alius numerus idem præstat. Prima habeat 96. denticulos. axis secundæ 6. secunda 45. axis tertiæ 6. tertia 15. Et hæc longitudo trium pedum optima est pro maioribus horologiis.

Tres sequentes numeri dabunt numerum vibrationum intra horam 7100. hoc est intra minutum secundum, duas vibrationes; nempe itum & reditum & longitudinem penduli digitorum nouem.

| | vibrat. | 7200 | vibrat. | 7500 | vibrat. | 7500 | vibrationes | 7600 | vibrat. | 7600 | vib. | 6000 | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 3. | 144 | 25/5 | 144 | 25/5 | 144 | 25/5 | 200 | 19/6 | 200 | 19/5 | 200 | 25/5 | 200 | 25/5 |
| 2. | 15 | 48/5 | 12 | 60/6 | 14 2/5 | 50/5 | 20 | 60/6 | 20 | 50/6 | 20 | 50/5 | 20 | 50/5 |
| 1. | semel rotatur | 75 | semel rotatur | 72 | semel rotatur | 72 | vna circumuolut. cũ dimidia | 80 | bis rotatur | 60 | 1 1/3 | 75 | 1 1/4 | 80 |
| Long peod. | dig. 9. | | dig. 9. | | digit. 9. | | digitorum 8. | | digit. 8. | | 4 1/3 | | 4 2/3 | |

Sequentes numeri sunt pro horologio qui intra horam vibratiooes 10800. efficiat, seu tres intra minutum secundum peodulum digitorum $4\frac{1}{4}$.

Sequentes proxime accedunt 10768 11520 10800

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 116 | 25/5 | 236 | 25/5 | 25/5 | | 19/5 | | 19/5 | | 19/5 | | 15/5 | | 21/5 | |
| 23 1/5 | 48/5 | 15 1/5 | 60/6 | 50/5 | | 50/5 | | 60/6 | | 60/6 | | 60/6 | | 50/5 | |
| 1 1/3 | 75 | 1 1/2 | 72 | 72 | 2 | 75 | 2 | 75 | 2 | 72 | 2 | 80 | 2 | 60 | 2 |

4. digiti $\frac{2}{3}$

Numeri sequentes quatoor rotas exigunt;numeros vibrationom intra horam est 10800. hoc est intra minutum secundum tres vibrationes. & hoc habent vt penoltima rota singulis minutis semel circumooluator, atque adeò si eius axi addatur acus, hæc secuoda minuta ootabit;longitudo penduli digitorum $4\frac{2}{3}$.

| | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 360 | 15/6 | 360 | 15/5 | 360 | 15/6 | 360 | 15/6 |
| 60 | 36/6 | 60 | 30/6 | 60 | 36/6 | 60 | 36/6 |
| 7 1/4 | 48/8 | 9 | 40/6 | 8 | 45/8 | 8 | 45/7 |
| 1 | 60 | 1 | 54 | 1 | 64 | 1 | 56 |

Sequentes nomeri sunt pro horologio qui intra boram 14400. vibrationes efficit hoc est iotra mioorum secundum 4. vibrationes simplicet, longitudo penduli duorum digitorom $\frac{1}{4}$. sumantur pro rotis numeri præcedentes;sed rota occursûs habeat denticulos 20.

Quia tamen vt plurimum artificea volunt rotam occursûs,quæ imparem habeat denticulorum numerom. seruentur numeri præcedentes, nempe vt penultima circulationes 60, intra boram perficiat. habeatque denticulos 48.axis rotæ occursûs denticulos 6. & rota occursûs denticolos 15. idem numerus efficietur. habeo autem apud me borologium paruum huiusmodi,io quo tres sunt indices. primus horam ostendit, secundus in eodem circulo iodicat minutum. tertius in alio circolo osteodit miourum secundum.

Omitto innumeros modos huiusmodi horologia pendulis instruendi. aliqui enim ita disponunt,vt rota occursûs,sexagesies intra horam rotetur,babeatque 60.denticulos,si duas vibrationes intra minutum secundum perficiat. vel triginta si vnicam, debent autem cyphræ minutorum ipsissmet rotæ denticulis inscribi, ita vt per seoestellam appareant.

## PROPOSITIO LVIII.

### Tbeorema.

*De pendulorum quibus instruũtur horolog longitudine.*

Quamuis iam soprà de pendulorum liberorom lõgitudioe egerimus,oihilominùs volui bic tabulam attexere,quam pro artifice iam pridem cõposueram, nam cùm haberem apud me pendulum, coostans filô ferreô,& globô plombeô,cuius põdus erat duarum circiter vnciarum, quod satis exactè intra horam vibrationes simplices 7200. perficiebat,seu compositas 3600.hoc est cuius vna vibratio composita æqualis erat mionto secundo. hôc assumptô tanqoam reliquorum mensurâ:sequentem tabulam;pro artifice,cuius operâ sæpissimè vtebar composui. Quamuis autem nonnihil deficeret,nihil tamen iocómodi oriretur, eò quòd soleant artifices virgam cui appendunt globum, longiorem adhibere,ipirisque iostruere, vt in eâ globus ascendere possit & descendere.

Hæc igitur tabula composita est vt artifices, cognitô nomerô vibrationum simplicium, quas singulis horis horologium peragere debet, nullô negotiô inueniaot longitudinem penduli.aot ab ea ooo longiùs abeaot. hæc enim longitudo ex multis aliis circumstantiis pendet.

TABVLA

# TABVLA

***DIVERSARVM PERPENDICVLI LONGITVDINVM,***
*cum numero ſimplicium vibrationum (quæ vnâ horâ abſoluuntur) cuilibet longitudini conuenientium.*

Aſſumitur autem hîc pro menſura, Virga & Virgula Geometrica, cuius longitudo ſupra habetur in Geometria; & quæ diuiſa eſt in 10. digitos.

| Longitudines Perpendicul. Virgula. | Digitus. | Simplices Vibrationes vnâ horâ abſolutæ. |
|---|---|---|
| 0 | 1 | 52040.00 |
| 0 | 2 | 17705.95 |
| 0 | 3 | 14456.85 |
| 0 | 4 | 12520.00 |
| 0 | 5 | 11198.23 |
| 0 | 6 | 10212.54 |
| 0 | 7 | 9464.23 |
| 0 | 8 | 8852.98 |
| 0 | 9 | 8346.67 |
| 1 | 0 | 7918.34 |
| 2 | 1 | 7549.84 |
| 1 | 2 | 7228.43 |
| 1 | 3 | 6944.85 |
| 1 | 4 | 6692.22 |
| 1 | 5 | 6465.30 |
| 1 | 6 | 6160.00 |
| 1 | 7 | 6073.09 |
| 1 | 8 | 5901.98 |
| 2 | 9 | 5744.57 |
| 2 | 0 | 5599.11 |
| 2 | 1 | 5464.18 |
| 2 | 2 | 5338.55 |
| 2 | 3 | 5221.23 |
| 2 | 4 | 5111.27 |
| 2 | 5 | 5008.00 |
| 2 | 6 | 4910.75 |
| 2 | 7 | 4818.95 |
| 2 | 8 | 4732.12 |
| 2 | 9 | 4649.81 |
| 3 | 0 | 4571.66 |
| 3 | 1 | 4497.32 |
| 3 | 2 | 4426.49 |
| 3 | 3 | 4358.90 |
| 3 | 4 | 4294.32 |

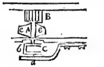
| Longitud. Perpendic. Virgula. | Digitus. | Simplices Vibration. vnâ horâ abſolutæ. |
|---|---|---|
| 3 | 5 | 4232.53 |
| 3 | 6 | 4173.33 |
| 3 | 7 | 4116.55 |
| 3 | 8 | 4062.02 |
| 3 | 9 | 4009.61 |
| 4 | 0 | 3959.17 |
| 4 | 1 | 3910.59 |
| 4 | 2 | 3863.76 |
| 4 | 3 | 3818.56 |
| 4 | 4 | 3774.92 |
| 4 | 5 | 3732.74 |
| 4 | 6 | 3691.95 |
| 4 | 7 | 3652.46 |
| 4 | 8 | 3614.21 |
| 4 | 9 | 3577.14 |
| 5 | 0 | 3541.19 |
| 5 | 1 | 3506.30 |
| 5 | 2 | 3472.42 |
| 5 | 3 | 3439.51 |
| 5 | 4 | 3407.51 |
| 5 | 5 | 3376.39 |
| 5 | 6 | 3346.11 |
| 5 | 7 | 3316.63 |
| 5 | 8 | 3487.91 |
| 5 | 9 | 3259.93 |
| 6 | 0 | 3232.65 |
| 6 | 1 | 3206.04 |
| 6 | 2 | 3180.08 |
| 6 | 3 | 3154.74 |
| 6 | 4 | 3130.00 |
| 6 | 5 | 3105.83 |
| 6 | 6 | 3082.21 |
| 6 | 7 | 3059.12 |
| 6 | 8 | 3036.55 |

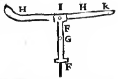
| Longitud. Perpendic. Virgula. | Digitus. | Simplices vibration. vnâ horâ abſolutæ. |
|---|---|---|
| 6 | 9 | 3014.46 |
| 7 | 0 | 2992.85 |
| 7 | 1 | 2971.70 |
| 7 | 2 | 2950.99 |
| 7 | 3 | 2930.71 |
| 7 | 4 | 2910.84 |
| 7 | 5 | 2891.37 |
| 7 | 6 | 2872.29 |
| 7 | 7 | 2853.57 |
| 7 | 8 | 2835.22 |
| 7 | 9 | 2817.22 |
| 8 | 0 | 2799.56 |
| 8 | 1 | 2782.22 |
| 8 | 2 | 2765.21 |
| 8 | 3 | 2748.50 |
| 8 | 4 | 2732.09 |
| 8 | 5 | 2715.97 |
| 8 | 6 | 2700.13 |
| 8 | 7 | 2684.57 |
| 8 | 8 | 2669.27 |
| 8 | 9 | 2654.24 |
| 9 | 0 | 2639.45 |
| 9 | 1 | 2624.91 |
| 9 | 2 | 2610.60 |
| 9 | 3 | 2596.53 |
| 9 | 4 | 2582.68 |
| 9 | 5 | 2569.05 |
| 9 | 6 | 2555.63 |
| 9 | 7 | 2542.43 |
| 9 | 8 | 2529.42 |
| 9 | 9 | 2516.62 |
| 10 | 0 | 2504.00 |

PROPOSITIO LIX.

Problema.

*Descriptio horologij muti, pendulô tamen instructi.*




Ista species horologij automati est commodissima quia nullus libratoris sonus auditur, idróque in cubiculo haberi potest, neque tamen erit periculum ne quietem interrorbet plura Dominus setala huiusmodi conficienda curauit artificium autem tale erat.

Constabat horologium quatuor rotis & vno axe alis instructô.

Prima rota 96 denticulis erat instructa & intra horam semicirculationem absoluebat

Secunda in axe habuit 12. denticulos, in rotæ circumferentia habuit denticulos 72. Et intra horam 4. Circulationes absoluebat.

Tertia habuit in axe denticulos 6, & in circomferentia denticolos 60. absoluebat intra horam circulationes 48.

Quarta in axe habuit denticulos 8, & in circumferentia 80, intra horam absoluit circulationes 360.

Axis alis instructus, qui est descriptos in figura e, c, habuit denticulos 8. & circulationes perfecit intra horam 3600. & cum quælibet circulatio vnam vibrationem compositam efficiat, erant circulationes compositæ 3600. simplices 7200. vna vibratio composita æqualis minuto secundo, & simplex semiminuto longitudo penduli 7200. vt babes in figura 9. digit.

Artificium totom consistit in Axe BC. & manubrio penduli HIK quod volui potest circa punctum G, tanquam circa axem, punctum autem K inserebatur puncto 6. axis instructi alis, qui axis, dum voloertor brachium KI, impellit. & vicissim attrahit, qood facilè concipies si brachium KI, sit ad rectos angolos cum axe BC, & inferatur in punctum eius 6. nempe foramen K, inseratur axi ef.

Cætera meliùs concipi possunt. Si res executioni mandetur, quàm verbis exprimi.

PROPOSITIO LX.

Theorema.

*Cur pendula longiora velociùs moueantur.*

Difficultas primâ fronte satis magna, vt autem ratio dubitandi meliùs appareat; sint duo pendula vnum quidem nouem vnciarum, seu digitorum cuius vna vibratio simplex, absoluitur intra semiminutum secundum. sit item aliud pendulum, cuius vna vibratio simplex sit æqualis in duratione vni minuto secundo. eritque vt diximus 36. vnciarum, seu trium pedum, hoc est quadruplum alterius, supponantur ambo percurrere arcus similes, sui circuli. eritque arcus maioris, quadruplus, arcûs penduli minoris; sed mobile quod duplô tempore; percurrit spatium quadruplum; duplò velociùs mouetur; igitur pendulum longiùs quadroplò; duplò velociùs mouetur. huius rei quæritur ratio. posset aliquis dicere id prouenire ex maiori momento, nempe diximus alias eò pondera cæteris paribus maius momentum habere, quô magis à centro distãt; seu iugô; sed longiora pendula magis à centro motus, seu iugo distant; ergo habent maius momentum. Sicut ergo ex maiori momento ponderis per planom magis inclinatom benè concludimus celeritatem maiorem, ita etiam in hoc casu. verum multa obstant, quominus ita philosophemur; nam si hæc maior celeritas quæ in pendulo lõgiori inuenitur oriretur ex maiori mométô: deberent celeritates se habere vt momenta, & consequenter cum in casu proposito, momentum sit quadruplum, deberet etiam celeritas esse quadrupla. secundò non omnis momenti diuersitas celeritatem diuersam inducit. nam duo grauia inæqualia in grauitate, æquali tamen tempore in libero aëre descendunt. quare illa tantùm diuersitas momenti quæ oritur præcise, aut ex medio aut ex resistentia ipsius mobilis, quod nempe propter plani inclinationem diuersam, magis, aut minus perpendiculariter descendit, celeritatem immutat. In nostro autem casu proportionaliter, tantum descendit verticaliter pendulum vnum quam aliud, atque adeò ex tali capite non deberet esse vlla velocitat maior in vno, quam in alio. immò assero nullam esse velocitatem maiorem, sed æqualiter ferri.

Neque enim si duo grauia motu naturali descendant, erit maior velocitas in vno, quam alio. si tamen compararetur spatium percursum ab vno intra semiminutum secundũ; & spatium peragratum ab alio intra minutum secundum integrum, vnum esset quadruplum alterius. Et consequenter eôdem modô concludere quis posset, velocitatem vnius esse duplam velocitatis alterius; cum duplô tempore, spatium quadruplum percurrat: cum ergo pendulum vtrumque, suum motum acceleret, vsque ad lineam directionis, & non ampliùs, etiam si pendulum longius, duplô tempore spatium quadruplum percurrat, non sequitur velocitatem habere maiorem; quia si pendulum breuius, eodem tenore vlterius accelerare potuisset suum motum, nec fuisset aliquod obstaculum, secundô minutô quadroplum prioris spatii confecisset, & consequenter æqualis

eius

eius motus fuisset, sed impeditur ex noua determinatione.

Vnde quemadmodum si datentur duu grauia decidentia, ita disposita, vt vni postquam confecisset vnum pedem, occurreret planum reflectens, quô ad eandem, au fere eandem altitudinem repelleretur. alteri verò occurreret planum, tantùm post quatuor pedes; ibi nulla esset momentorum diuersitas, idem tamen eueniret quod in nostro casu accidit, nec diei potest motus vnius præcisè fuisse velocior, nisi ex eò quòd in vno motus magis distaret à quiete. Quare dicendum est non esse maius momentum in vno pendulo quam in alio, nec motum esse velociorem, sed tantùm in vno à quiete, ad finem accelerationis maius tempus insumi.

## PROPOSITIO LXI.

### Theorema.

*De horologiorum pendulis instructorum fidelitate.*

Indubitatum est, & continenti experientiâ comprobatum horologia pendulis instructa fideliora esse, quàm quæ communi libratore reguntur; Et puto maiora, ita posse exacta reddi, vt si quis paulisper attendat; vix vno aut altero minuto intra diem aberret. Experti etenim sumus in horologio nostro Lugdunensi, cui moderando incumbebat, frater vnus adiutor valde diligens, inuentâ semel penduli longitudine, intra mensem integrum, quô vix solem semel intueri licuit, non aberrasse â solis cursu, vnô aut alterô, minutô. An verò minoribus eam liceat sperare fidelitatem, quæ nulli aëris mutationi sit obnoxia, vix ausim asserere. Quare quamcumque diligentiam, in regendis, & extraordinatio modo conformandis huiusmodi horologiis Dominus Eughens, vt iis ad longitudinem inueniendam vteretur adhibuerit; donec aliquid mihi certiùs innotuerit, vix possum vt existimem eam in horologiis fidelitatem inueniri; quæ intra diem vnô aut alterô temporis minutô non aberret. minuti autem vnius error in horologio, errorem quinque leucarum inducit in longitudinem. Præcipuè verò in nauibus, timendum est, ne continua nauigij vacillatio, & motus nonnunquam inconcinnus, item aëris temperies crebræque caloris, & frigoris mutationes, aliquantulum, motum aut accelerent, aut retardent. de industriâ enim expertus sum in horologio paruo, instructo pendulô, parum olei, maximam inæqualitatem fecisse, quidni aliquid huiusmodi aëris mutationes efficiant. quare an solemne illud, & tam vtile de longitudine problema solutum sit mihi certe adhuc non liquet, inclinoque magis vt negem, sed de hoc in nauigatione agemus.

## PROPOSITIO LXII.

### Theorema.

*An idem requiratur pondus in quolibet pendulo mouendo.*

Propositio tota practica est, & ad horologia automata pertinens. quæritur ergo dum fit horologium, vtrum sit minor difficultas in mouendo pendulo minori, quam maiori. ratio difficultatis est, quod si pendulum sit minus, debeat fieri multiplicatio rotarum, atque adeo intra horam pendulum minus, sæpiùs oscillabit, quàm maius, quod adhuc vt meliùs intelligatur, sint duo pendula nempe vnum nouem digitorum, quod intra horam 7200. vibrationes simplices absoluet; alterum verò trium pedum nempe quadruplum; quod intra horam 3600. vibrationes efficit. si horologium, componendum est, pro primo erit multiplicatio rotarum addenda, nempe dum parum mouebitur pondus verbigratiâ per vnum digitum, rota occursûs duas circulationes absoluet, si verò componendum esset horologium pro secundo, dum pondus descendendo moueretur per vnum pedem rota occursûs, vnam tantum circulationem absoluet, atque adeo idem pondus, respectu resistentiæ in rotâ occursûs existentis, duplum momentum haber in primo quam in secundo. quæritur ergo, an pondus quod potest in primâ rotarum dispositione incitare pendulum nouem digitorum, in secundâ in qua duplo maius momentum habet, possit incitare pendulum trium pedum. Respondeo non posse, quia pendulum quadruplum cum sit, quadruplô maius momentum habet, in ordine ad resistendum alteri, atque adeò maius requiretur pondus quam duplum, in dispositione autem sibi competenti, idem pondus habet tantum momentum duplum. deinde cum motus penduli maioris intrà minutum verbi gratia, sit duplus motûs penduli minoris, si supponantur idem pondus in vtraque dispositione; tantumdem intra horam, & consequenter intra illud minutum descendere; minus momentum obtinebit respectu penduli maioris, quàm respectu minoris. Et fauet experientia, nam minora horologia quæ pendulis minoribus instructa sunt, minora habent pondera.

Notandum autem vnum ex incommodis, horologiorum pendulis instructorum esse, quod multò maiora requirant pondera, quam quæ simplici libratore reguntur, ita vt aliquando triplum requiratur illius quod antea requireretur.

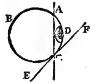
## PROPOSITIO LXIII.

### Theorema.

*De horologiis per plana inclinata.*

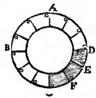
Vt aliquid ex superiori doctrina ad praxin retineremus; proponam duplex horologium automaton in planis inclinatis, in quibus nullum erit elaterium, sed horologium ipsum sibimet pondus erit, & elaterium cuius. praxis principium superiùs positum est, nempe diximus in planis inclinatis amitti aliquid de momento ponderis, eò quòd pars aliqua eiusdem ponderis motum sisteret, & in partes mutui contrarias inclinaret. Sit igitur annulus ABCD insistens plano EF sitq; punctum contactûs C. per quod ex centro vniversi intellig. duci linea directionis GCA, ideò annulus

ABCD




ABCD vulultur fupra planum EF,quia pars eius ABC præpoudetat parti ADC, fi enim effent in æquilibrio, pars ABC elevare non poffet partem ADC, quod tamen neceffarium eft, vt voluatur. dixi voluatur, liceè enim partes ABC, ADC, effent In æquilibrio ; fieri tamen poffet, vt reptando deflueret totus annulus, maximè fi planum EF lubricum effet. impeditur aotem huiufmodi fluxus, fi planum non fit adeò læve, annulufque fit idemtidem Incifus. Quare fi parti ADC addatur pondus D qood pooat partes ABC, A D C in æquilibrio, fifteiut annulus ABC. quia autem pondus D, dum ptopiùs eft hypomoeliu C minus habet momentum, quàm dum ab eo magis removetur, vt iam oftendimus initiû Mechanices, fi fenfim pondus D defcenderet verfus C; fenfim etiam prævalente parte ABC, teftitueretur verfus partes D.

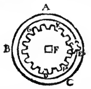
Quod vt meliùs intelligatur. fopponatur pars ABC effe in æquilibrio cum pondete addito, vt exifteute in maaima diftantia à puncto contactûs, nempe in puoctu D; defcendatque tantillum pondus verfus partem C. tune prævalebit pars ABC attolletque partem ADC, dunee poodus D rutfus maximam, à puncto contactûs diftantiam obtineat. vnde fi fenfim femper circa annulum defeendat poodus, fenfim voluetur annulus, atqua in hoc prioeipiu fundatur horologium multiplex. nam multis modis fieri poteft vt pondus additum, defluat fenfim, & vniformiter ex D in C. & primò quidem huc tentare puffumus in aqua.




Si enim detur annulus dolex In quotcumque loculamenta divifus. In fingulis autem loculamentis,fit foramen exiguum : fupponantur duo ant tria luculameota plena aquâ, nempe E,F,C. Itaque eunftituatur annulus ABCD, in plano inclinato ; vs loculamenta plena,fint in parte qoæ motui refiftit, hæ attollentur à teliqua parte, quantum poterunt attolli, quia tamen per foramen exiguum, aqua in alia loculamenta fenfim defloit, fenfim etiam pars oppofita prævalebit, & annulus fopta planum vuluetur. pro aqua fubftitui poteft arena. fed arena non fluit nifi quando foramina. fuut in imà parte:huc eft arena non fluit nifi verticaliter. item mereurius qui prupter gravitatem faeilius æquilibrium faciet. multa alia in hunc modom componi poffunt, & excogitari quæ artificum ingeniu relinquo, fufficiat principium indicaffe.

Non poffum autem quin hurologium autumaton deferibam fuo iuftructum libratore, omni earens elaterio, aut poudere; quod fenfim in plano inclinato defertur. eft autem pars aliqua cylindri enius bafis, habet eireiter duos aut tres digitos in diametro, quales vulgò fans minores piaides. ita autem fe habet machina, vt fi plano horiauntali impooatur nullus audiator libratoris motus, fi verò plano inelinato infiftat, ftatim moveri incipiat. Tale horologium vidi aliquando Lugduni apud Dominum Defervieres, virum in omni machinarum genete exercitatiffimom. Licèt autem machinæ rotas videre nun licuerit eam tamen deferibam,ptuvt efformandam exiftimo.

Duplicem igitur eylindrum concipio, quorum vnus intra alium moveri & circumvolui poffit citea axem, exteriori firmiter infixum. huic axi inferitur immobiliter rota fexaginta verbi gratiâ denticulorum; qoæ rosa fit quidem intra interiorem cylindrum, licer illi nullo modo adhæreat. fupponimus enim poffe interiorem cylindrum muveri intra exteriorem circa axem

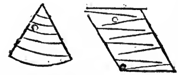



immobilem. fit igitur exterioris cylindri bafis ABC, interioris KDE. fitque aais F. firmiter feu immobiliter infiaus, tàm bafi ABC, quam rotæ G H. fed ita tamen vt qoâ parte attingit bafim KDE rotundus fit. fit bafis KDE infixa rotula E quiuque denticulurum, cum fuo axe. fi fupponeretur vel citea partes E, bafi HDE effe additum pundus, & cylindtum ABC imponi plano Inelinato,& fifti in æquilibrio propter pôdus ad partes E conftitutum;pondus illud traheret bafin KDE,ita vt punctû E traheretus verfus C. non puteft autem circomvolui bafis KDE,circa rotam GH immubilem, quin rotula E circumvoluatur. circumvuluetur igitur rotula E, & quia conftat quinque denticulis, & G H fexaginta, dum bafis KDE vnam circumvolutiunem abfolvet citea axem F, rutula E, duodecim circulationes efficier. fupponamus axi rotulæ E, affe additam rotam maiotem, cuius denticuli refpundeant, aai alterius rotæ & ita deinceps donec pervenias ad libratotem, quæ omnes rotæ fuis axibus, infixæ fint mobiliter bafi KDE : librator mutum moderabitur, Ita vt fenfim fiat,& æquabiliter, vbi verò pondus tantifper verfus C defluxerit prævalebis, pars cylindri uppufita, atque ita continuabitur motus. in horizontali plano nihil tale eventet, quia pondus inferiurem pattem fubitò peter, totamque machinam converter. at verò dum ponitur in plano inclinato quia pars oppofita eft in æquilibrio cum illo.impeditur

peditur motus totius machinæ, ipsum tamen pondus sensim descendit, obitque vicea elaterij. non describo omnes, huius horologij partes, quia operosum esset, & inutile ad institutum nostrum, cum doctrinam peculiarem non contineat, Et semper aliqua relinquenda sint, artificum industriæ, vt eorum ingenium meliùs elucescat,

Notandum autem rotas fixas plurimum vtiles esse, præcipuè quoties retrogradationum motus exprimendi sunt. ita vidi Sphæram cœlestem in cuius mediò, terra omnia continebat elateria, quibus cœlum ipsum moveretur, & per rotas fixas sol proprium in zodiaco motum haberet, luna suas phases, mercurius, & venus suas circa solem circulationes peragerent.

Ad idem planetarum inclinatorum principium, facile revocari possent ea horologia, quæ globùm exiguum metallicum habent, qui per varia plana inclinata, delatus in interiorem capsam, statim resilit in superiores partes, denuòque eadem plana remensus rursus repellitur. In interiori capsa invenitur elaterium commune, machinaque integra similis illi quæ horas pulsat. & loco mallei horas pulsantis, vectis aptatos est, quò magna vi repellitur globulus. adducitur autem vectis eò modò quò malleus, nempe in rotà sunt infixi decem, aut duodecim clavi; globus autem pondere suo, retinaculum, quò machinæ motus sistebatur eximit. pluribus autem modis aptari potest hæc machina. nam vidi globulum descendere per spiras circa cylindrum aptatas, vel circa conum. vel per plura plana inclinata sibi invicem succedentia, & quò crebriora erunt; eò plus temporis in descendendo insumet, præcipuè si vt in figura vides, globus debeat impetum in vno plano acquisitum deperdere, antequam per aliud planum descendat. cùm enim elaterium, non possit nisi ducenties forsitan globulum repellere, quò plus temporis in descendendo impendet, eò vtilior fiet machina. ita vt si tantùm semel intra horam descenderet; esset commodior.



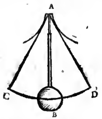
Horologia duo superiora quæ in planis inclinatis statuimus possent in eodem loco permanenti statui, si nempe ipsis addantur ex parte opposita pondus appensum, idem præstans quod pars illa quæ in plano declivi, cum pondere opposito facit æquilibrium.

PROPOSITIO LXIV.

Problema.

*Quomodo à Domino Eughens ad omnimodam æqualitatem revocentur horologia pendulis instructa.*

Eugenius Zulinghens, ita horologis pendulis instructa ad omnimodam æqualitatem revocat: Totum inæqualitatis motûs principium, in eo positum est, quod maiores vibrationes eiusdem penduli, minoribus sint diuturniores; si enim omnes æquidiuturnæ forent, nulla excogitari posset inæqualitatis causa, sive enim in aëris lentore, nonnihil segniùs, aut ex siccitate velociùs moverentur rotæ, atque adò, leviùs, aut fortiùs pendulum impellerent, & in maiores, aut minores oscillationes animarent cum ex suppositione forent æquidiuturnæ, ex eo capite nulla in horarum durationem inæqualitas refunderetur. quare curandum est vt maiorum vibrationum duratio nonnihil decurtetur: quod meliùs præstari non potest, quàm si ita aptetur pendulum, vt dum in maiores vibrationes excurrit aliquantulùm brevius fiat, sic enim vibrationis diuturnitas minor evadet.




Id autem assequitur ope duplicis arcûs, seu cycloidis ita dispositæ. sit pendulum AB. sintque arcus mediocres BC, BD putà 30. graduum, censeaturque mediocris vibratio quæ illos non excedat, pendulum pendeat ex filo aut vitta ad vnum digitum fiatque arcus seu cyclois tangens lineas AC, AD in punctis H, & F. si pendulum feratur vltra lineas AD, AC tanget cycloidem in punctis H & F, eritque tunc eius longitudo non amplius AC, sed HC, ergo brevius fiet; ergo eius vibratio minus diuturna evadet. dicitur de hac cycloide librum conscripsisse eiusque artificium demonstrasse, qoia tamen nondum Typis mandatum est iis vlteriùs non immorabor videtur autem non tantum vibratio maior, fieri minus diuturna, eo quòd brevior fiat longitudo penduli; sed etiam eò quòd reflectatur,

## PROPOSITIO LXV.

### Problema.

*Vibrationis penduli ex duobus ponderibus ad easdem partes positis, compositi, durationem determinare.*

Diximus supra durationes vibrationum in diversis pendulis, se habere in ratione subduplicata longitudinum: quæritur modò quid accidere debeat, si duo eidem pendulo addantur pondera.



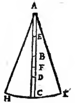

Sit ergo pendulum AC, duplici instructum globo in B, & C. sitque AC, lineæ AB quadrupla, supponatur vibratio simplex penduli AC, esse vnius secundi & vibratio penduli AB esse vnius semiminuti secundi. quæritur duratio penduli ex his duobus compositi. aut potiùs longitudo penduli Isochroni, huic pendulo composito. fiat vt AB, ad AC, ita CD ad DB, dico pendulum AD, esse Isochronum huic pendulo composito. Ratio est quod pendulum AB, impellat & incitet motum pro ratione sui momenti, pendulum autem AC retardet motum pro ratione sui momenti, sed momentum penduli AC, est quadruplum momenti penduli AB, ergo pendulum AC, quadruplô magis ad se trahet durationem vibrationis quam pendulum AB.

Quare vt fiat regula generalis dividatur linea BC, secundum rationem momentorum, ita vt fiat sicut momentum penduli AB, ad momentum penduli AC, ita linea CD ad BD. longitudo penduli Isochroni pendulo composito erit AD.

Ex hac regula facile ostendes, longitudinem penduli isochroni non esse eandem, ac centri gravitatis, vt apparet in cylindro homogeneæ gravitatis, qui si circa extremum suum punctum voluatur, longitudo penduli Isochroni, duas eius tertias obtinebit.

Sit enim cylindrus AC. qui oscillationes peragat circa punctum A. intelligatur diuisus in duos cylindros in puncto B.

Eruntque centra gravitatis partium E, & D. eritque longitudo primæ partis linea AE, ponamus esse vnius pedis, secundi penduli longitudo, erit 3. dividatur linea ED in tres partes ita vt vna pars sit DF. erit longitudo penduli Isochroni AF, est autem DE duorum pedum. tertia pars duorum pedum est duo trientes vnius pedis qui additi parti DC efficiunt vnum pedem cum duobus trientibus. quare erit AF, 2. pedum & $\frac{1}{3}$. quod si intelligeretur divisus cylindrus AB in plures partes, longitudo penduli ipsi Isochroni semper magis & magis accederet, ad duos trientes longitudinis totius cylindri, quare potest in tali casu conside-




ri sector descriptus à pendulo, dum movetur qualis est sector AHI, cuius centrum gravitatis quod erit in tertia parte, diametri AC; determinabis longitudinem Isochroni penduli, nam considerando singulorum punctorum motum, seu arcus descriptos; considerantur singulorum momenta: quorum ratio haberi debet, vt Isochroni penduli determinetur longitudo.

Quô principiô semel constitutô facilè plurimarum figurarum quæ suspendi possunt, & tanquam pendula adhiberi oscillationes determinari possent, vt si triangulum, per apicem suspenderetur, si arcus à singulis eius punctis descripti, quasi extendantur in lineam rectam, perpendicularem ad planum trianguli fiet pyramis, cuius si quæratur centrum gravitatis, habebitur longitudo penduli simplicis, huic pendulo composito Isochroni.

Maior est difficultas, si triangulum suspendatur, per basin suam, & voluatur circa illam, si pariter arcus à singulis trianguli punctis descripti, in lineam ad planum trianguli rectam hinc inde extendantur fiet duplex Pyramis, cuius si quæratur centrum gravitatis, eius distantia à puncto suspensionis exhibebit longitudinem Isochroni penduli.

Maior est difficultas si suspendantur corpus solidum, vt si suspendatur pyramis integra, sive per apicem, sive per basin, si suspendatur conus; de cylindro enim diximus, & aliis multis, quæ tantum innuere volui, vt is cui licebit per otium examinet; hæc enim non sunt adhuc ita constituta, vt iis acquiescam, suô tamen tempore examinari, & constitui poterunt.

Profert Regulam aliquam Dominus Eugenius nempe vt multiplicetur pondus quodlibet per quadratum suæ distantiæ, fiatque summa productorum, hæc summa dividatur per summam momentorum, vt in exemplo figuræ; sit AB 2. AC 8. pondus vtrumque 4. erit quadratum minoris distantiæ 4. quod si multiplicetur per pondus 4. fit 16. quadratum maioris distantiæ 8. est 64. quod si multiplicetur per suum pondus 4. fiunt 256. fiat summa; hæc erit 272. aggregatum momentorum est 40. divide 272. per 40. erit quotiens longitudo penduli isochroni nempe $6\frac{32}{40}$ seu $6\frac{4}{5}$ quæ regula coincidit cum priori posita, si enim linea BC quæ est 6. dividatur secundum rationem momentorum 8, ad 32. seu 1. ad 4. ita vt EC sit 1 2 & BE 4. erit EC $1\frac{1}{5}$ quæ ablata ex DC 8. relinquit DE, $6\frac{4}{5}$.

PROPO

## PROPOSITIO LXVI.

### Problema.

*Vibrationis penduli ex duobus ponderibus ad diversas partes positis, compositi, durationem determinare.*

Maior erit difficultas in determinanda longitudine penduli Isochroni pendulo composito, ex duobus ponderibus ad diversas partes spectātibus: Clarum autem est quod si fuerint pondera æqualia, & in distantiis æqualibus, nulla erit vibratio, atque adeò fiet vibratio durationis, vt ita dicam infinitæ, seu tarditatis infinitæ.




Dominus Eugenios hanc tradit regulam. proponatur pendulum compositū CAB. vtrumque pondus multiplicat per quadratum suæ longitudinis, productorūq; summam efficit. tum multiplicat vtrumque pondus per suam distātiam; vt habeatur vtriusque momentum, momentum minus ex maiori subtrahit; vt habeatur momentorum differentia, per hanc differentiam dividit summam superiorem, quotiens erit longitudo penduli Isochroni. Supponatur pondus C esse duarum librarum pondus B trium. A C esse duorum pedum AB esse 6. multiplica C, 2. per 4. quadratum A C. fit 8. multiplica B, 3. per 36. quadratum AB fit 108. adde 108. & 8. aggregatum erit 116. momentum C est 4. momentum B est 18. subtrahe vnum ab alio, erit differentia 14. divide summam 116. per 14. erit quotiens $8\frac{2}{7}$ longitudo penduli Isochroni.

Hæc quidem regula facilis est, optimeque procederet, si demonstrationem haberet adiunctam, præcipuè fundatam in ratione physica. nulla tamen ab eodem profertur, quod sciam, nisi quod experientiis optimè congruat. quod tamen non sufficienter convinceret; eo quod paucorum admodum pendulorum, experientiæ fieri possint.

Ita res constitui posset. certum est momentum penduli compositi CB, minus esse momentô penduli solius AB, eo quod pendulum C, illi sit oppositum, & contrarium habetur momentum penduli AB, si eius pondus, per longitudinem multiplices; eritque in superiori exemplo momentum penduli AB 18. momentum penduli AC 4. fiat subtractio, restabit momentum penduli cōpositi 14. vt autem momenta, ita velocitates ergo velocitas momenti AB, ad velocitatem momenti compositi, est vt 18. ad 14. & cum iidem arcus à pendulo simplici AB, & à composito peterrti debeant, erunt durationes, vibrationum in ratione subduplicata velocitatum reciproce. quare duratio vibrationis compositi, ad durationem vibrationis penduli AB, erit in ratione subduplicata 18. ad 14. quæritur autem longitudo penduli Isochroni pendulo composito, quare eius longitudo quæ est in ratione duplicata durationum erit vt 18. ad 14. comparata cum longitudine penduli AB. fiat ergo vt 14. ad 18. seu 7. ad 9. ita 6. ad $7\frac{5}{7}$ eritque $7\frac{5}{7}$ longitudo quæsita.

Antequam vlterius procedamus aliquas observationes referam. assumpsi quatuor pondera quorum vnum erat vnius libræ, secundum vnius item libræ, tertium, semilibræ, & quartum quadrantis. fecique pendulum duplex, in virga lignea cuius longitudo erat quatuor pedum: hæc virga divisa fuit per medium, positisque partibus in æquilibrio, suspensa est clavô per medium appendique in vno extremo vnam libram, quæ interea dum aliud pendulum assumptum pro mensura temporis perfecit 50. simplices vibrationes; istud perfecit vibrationes 38. eratque longitudo penduli quasi simplicis duorum pedum, paulo minus, quos in quatuor partes dividere placuit, fuit ergo pondus 4 & longitudo 4. maioris penduli, quod invariatum permansit.

Addidi in primo semipede ex alia parte quadrantem libræ seu pondus 1. cum distantia 1. eodem perseverante pondere 4. & distantia 4. & compositi penduli vibrationes fuerunt 37. intra idem tempus.

Pondus idem vt 1. posui in distantia 2. pondere eodem 4. perseverante in eadem distantia 4. maioris brachij; fueruntque intra idem tempus vibrationes $35\frac{1}{2}$.

Pondus vt 1. in distantia 3. minoris brachij, & pondus 4. in distantia 4. maioris, vibrationes fuerunt 34.

Pondus vt 1. in distantia 4. minoris, & pondus 4. in distantia 4 dedit vibrationes 30. eodē tēpore.

Pondus vt 2. in distantia 1. minoris, & pondus 4. in distantia 4. maioris, dedit vibrationes $36\frac{3}{4}$ eodem tempore.

Pondus vt 2. in distantia 2. eôdem maiore pondere perseverante in eadem distantia, dedit vibrationes 32.

Pondus vt 2. in dist. 3. eôdem pondere 4. in distantia 4. exhibuit pro eodem tempore vibrationes $27\frac{1}{2}$.

Pondus vt 2. in dist. 4. & pondus 4. in distantia 4. vibr. $22\frac{1}{2}$.

Pondus vt 4. in distantia 1. & pondus 4. in distantia 4. dedit vibrationes 32. intra idem tempus.

Pondus vt 4. in distantia 2. & pondus 4. in dist. 4. exhibuit eodem tempore vibrationes $23\frac{1}{2}$.

Pondus vt 4. in distantia 3. & pondus 4. in distantia 4. dedit vibrationes 13, pro eôdem tempore.

Ex hoc concludo quod eodem perseverante maiori pendulô, si ponantur duo parua pendula, æqualium momentorum, sed diversarum longitudinum, non erit eadem longitudo penduli Isochroni, sed diversa; contra priorem regulam à me assignatam.

Concludo tamen in omnibus regulam Eugenij non ad amussin experientiis respondere. nam positā vnā librā in distantia 4 intervallorum, fuerunt vibrationes funependuli simplicis intra certum tempus 38. additā ex alia parte librā in distantia trium intervallorum, fuerunt vibrationes 13. multiplica secundum regulam Eugen. 4. per 16. fiunt 64. multiplica 4. per 9. fiunt 36. aggregatum est 100.

momentum maioris eſt 16. minoris eſt 12. fiat ſubtractio vt habeatur differentia quæ eſt 4. divide 100. per 4. babetur longitudo penduli Iſochroni 25. erat autem loogitudo penduli 4. ſe habent autem durationes reciproceè vt radices nempe vt 5. ad 2. quare interea dum pendulum ſimplex, 28. abſolvit vibrationes, pendolum compoſitum debuit abſolvere 15. aut 16. perfecit autem tantum 13. ergo non obſervatur regula Eugenij debuit enim Iſochronum eſſe pluſquam 34. intervallorum & non 25. In aliis tamen exemplis oon ita ſenſibiliter deficit.

Videamus an meliùs ſuccedat in aliis. pondere vt 4. in diſtantia vt 4. & pondere vt 4. io diſtantia vt 2. fuerunt vibrationes $23\frac{1}{3}$ multiplica 4. per 16. fientque 64. multiplica 4 per 4. fiunt 16. eritque aggregatum 80. momentum maioris eſt 26. momentum miooris eſt 8. differentia eſt 8. divide 80. per 8. erit Iſochronum pendulum intervallorum 10. ſunt ergo pendula vt 4. ad 10. ſeu vt 400. ad 1000. radices horum numerorum ſunt 20. & 32. fere. fiat ergo vt 32. ad 20. ita 38. ad 25. fiunt vibratiooes 23. quot exhibuit obſervatio. quare in multis exacta eſt regula Eugenij.non tamen in omnibus.

Ego paulò aliter rem conſtitoendam cenſeo, aliamque trado regulam,quæ conformior eſt obſervationibus,& in nullo caſu ſenſibiliter deficit. volo ergo, vt tam momentorum vtriuſque penduli ratio habeatur,quam longitudinum. banc in exemplo melius explico. aſſumatur exemplum illud primum in quo deficit plurimum Eugenij Regula.

Maioris penduli longitodo fuit 4. ſpatiorum, & gravitas 4. penduli minoris longitudo fuit 3. & gravitas 4.

Velocitas maioris ad velocitatem miooris ſe habet vt 63. ad 54. nempe in ratione ſubduplicata longitudinum, longitudioes autem ſe habent vt 4.ad 3 ſen 4000. ad 3000. quorum radices ſunt 63. & 54. bic nomerus 54. totus ſubtraheretor ex 63. ſi momenta eſſent æqualia. ſed momenta ſunt vt 4. ad 3. fiat ergo vt 4. ad 3. ita 54. ad $40\frac{1}{2}$ ſubtrabe iam $40\frac{1}{2}$ ex 63. reſtabit $22\frac{1}{2}$ quaſi velocitas penduli compoſiti. Dico ergo ſi fiat reciproce vt 63. ad $22\frac{1}{2}$ ita 38. numerus vibrationum penduli maioris ſimplicis, ad $13\frac{3}{5}$ numerum vibrationum penduli compoſiti quod ſi fiant numeri in duplicata ratiooe 18. & $13\frac{1}{2}$ ſen 1444 & 182. ſeu 18. ad 144. ita 4. ad 32. erit longitudo penduli Iſocbroni partium 32. cum Regula Eugenij exbiberet tantum 25.

Hæc igitur regula in eo conſiſtit vt propoſitis pendulis, ex quibus componitur aliud. ſumantur radices longitudinum, fiatque vt momentum maioris, ad momentum minoris, ita minor radix ad quartum nomerum. bic quartus numerus ſubtrahatur à radice maioris.fiatqoe vt radix maioris, ad hunc vltimum numerum ita numerus vibratiooum maioris penduli ſimplicis, ad numerum vibrationum peoduli compoſiti,ſeu penduli compoſiti. bane regulam expertus ſum in omnibus obſervationibus,& inveni eam ab obſervatiombus ita parum aberrare; vt error ipſis obſervationibus tribui poſſit.longitudo maioris ponderis eadem ſemper eſt nempe 4. & longitudo 4. tempus ſemper idem.

| Longitudo minoris penduli. | pondus | numerus vibratio. obſervat | numerus vibratio. ex calculs |
|---|---|---|---|
| 1 | 4 | 32 | 33 |
| 2 | 4 | $23\frac{2}{3}$ | 24 |
| 3 | 4 | 13 | 13 |
| 1 | 2 | $36\frac{1}{4}$ | $35\frac{5}{8}$ |
| 2 | 2 | 32 | $31\frac{1}{4}$ |
| 3 | 2 | 27 | 25 |
| 4 | 2 | $22\frac{1}{2}$ | 19 |
| 1 | 1 | 37 | 37 |
| 2 | 1 | 35 | $34\frac{7}{8}$ |
| 3 | 1 | 34 | $28\frac{1}{8}$ |
| 4 | 1 | 30 | |

Facilè ex bac regula, datâ penduli ſimplicis longitodioe, & pondere, aſſignabimus pondus, & longitudinem penduli oppoſiti minoris ita vt vibratiooes compoſiti penduli, ad vibrationes maioris ſimplicis, datam babeant rationem.poſſunt eoim variæ propoſitiones converſæ inſtitui, ſed de his ſatis.

STATICÆ,

# STATICÆ,

## LIBER QVARTVS
## De æquiponderantibus.

*ARchimedes qui prima statices principia tradidit, à petitionibus exorditur, sunt autem petitiones, vt plurimum propositiones, ita nota, atque adeò quæ ita concedi debent, vt nullus disputationi locus relinquatur, quia tamen aliquas in hâc materiâ proponit, quæ non vsque adeò convincunt, ideò illas quantùm fieri potest explanabo.*

### PETITIO I.

Gravia æqoalia; æquali io distantiâ posita, æqualiter ponderant. Hæc petitio videtur sola terminorum explicatio, cum enim grauitatem, non nisi ex actu secundô grauitationis; cognoscamus: de æqualitate gravitatis, non nisi ex æqualitate gravitationis, positis reliquis æqualibus iudicamus. ea autem quæ alterate possunt gravitationem sont tantum distantia, intelligit autem in staterâ, distantiam à iugô, seu punctô suspensionis; ex eâ enim distantiâ maiori, in vnô, & minori in aliô, sequitur comparatio maioris motûs vnius, cum minori motu alterius; ex quo momenti inæqualitas orta, non ex inæqualitate gravium secundum suam entitatem, aut gravitatem; sed præcisè ex inæqualitate motûs: vt explicuimus in primô Mechanicæs principiô. quare optimè Archimedes vult in cæteris æqualitatem, vt de gravium æqualitate iudicium ferat. Hæc petitio item experientiâ comprobari potest. intelligit autem per (*æqualiter ponderare,*) esse in æquilibriô, seu æquale momentum habere.

### PETITIO II.

Gravia æqualia, inæquali distantiâ suspensa, non æqualiter ponderant, & quòd in longiori distantiâ pendet, ad grave defertur.

Hæc petitio sufficienter ad mathematicum institutum, experientiâ confirmari potest, si enim alterum gravium in distantia æquali æquiponderantium: alterô immotô, tantisper à iugô removeas, definit æquilibrium, & quòd hôc modô, à iugô recedit prævalet, inclinatur, aliudque elevat; seu maius momentum habet.

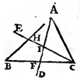
### PETITIO III.

Gravibus secundùm quandam distantiam æquiponderantibus, si alteri aliquod grave adiiciias, tollitur æquilibrium, illudque præponderat, cui grave adiectum fuerit. hæc etiam petitio per se patet. cum enim quæ sunt in æquilibriô, quomodocumque id accidat, æquale momentum habeant; & crescat momentum ex adiectione ponderis, necessariò illud cui aliquid adiectum fuerit, maius momentum habebit, & præponderabit.

Pariter si ab alterô æquiponderantium auferatur grave, non ampliùs æqualiter ponderant. sed illud à quô nihil ablatum est præponderabit, seu deorsum feretur, & elevabit aliud.

### PETITIO IV.

In omni quantitate gravi, datur aliquod centrum gravitatis, Quamvis Archimedes hanc petitionem expressè non faciat, immò nec vllam afferat centri gravitatis definitionem, illam tamen supponit, & de illô centrô, tanquam in omni gravi existente sæpè loquitur. centrum autem gravitatis, punctum est ex quo si vel solâ cogitatione suspensum corpus intelligatur; quemcumque dederis situm, in eô permanebit. vel quod idem est. punctum per quod si intelligatur duci aliquod planum, corpus divider in partes æqualium momentorum, seu æquiponderantes, in tali dispositione. quod iam exposui supra. dico ergo definitionem vtramque in eandem recidere. nam si suspendatur corpus, per centrum gravitatis, cum hinc inde stent partes æqualium momentorum, per secundam definitionem, necessariò in omni situ erit æquilibrium.




Hæc tamen petitio non mihi videtur, ita clara, vt iure quis dubitare non possit, vtrum in omni corpore, tale detur centrum gravitatis. supponamus enim, si triangulum ABC suspendatur ex punctô A, ita vt linea AD tendat ad centrum terræ, sitqoe propterea linea directionis; & triangula ABF, ACF sint in æquilibrio. itẽ si suspendatur ex C & linea CE, sit linea directionis triangula AHC, BHC, sint in æquilibrio, eritque I vt volunt centrum gravitatis, cum esse debeat in vtrâque linea AD, CE; dubitare inquam poterit aliquis, vtrùm si suspendatur idem trian-

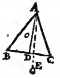
gulum ABC ex puncto B, linea dividens in partes æquipooderantes, ſit tranſitura per I. & etiamſi hoc probaretur, in caſu quo ſuſpenderetur ex puncto B, dubitatur an idem accideret, ſi ſuſpenderetur ex aliquo puncto, in lateribus trianguli conſtituto.

Pater Leotaudus id conatut ſtabillre hôe modô, in opintone communi, & receptâ apud Peripateticos. nempe quod centrum vniverſi, aut ſi velis centrum terræ parùm intereſt, ſit ceotrum omnium gravium, ad quod nempe gravitate ſuâ ferantur, & ibi quieſcant. intelligit autem ſoam propoſitionem de quàcumque ſpecie quantitatis, hoc eſt non tantum de corpote, ſeu quantitate tribus conſtante dimenſionibus, ſed etiam de linea, & ſuperficie, quæ quidem liéet à ſolidâ quantitate ſeparari nequeant; nihil tamen vetat, quominùs per intellectum abſtrahi, & ſine aliâ concipi poſſint, & de illis ita ſumptis aliquæ proprietates demonſtrari.

Demonſtratio. omne grave totô nlſu ita fertur ad centrum vniverſi, vr ſublatô omni extrinſecô impedimentô, ad illud contendat & in eô tandem quieſcat, ſed nunquam quieſcere poteſt, niſi detur in eô corpore punctum aliquod medinm, ſeu centrum gravitatis, quod cum centrô gravium coincidat, ſi enim punctum illud, qnod cum eentro vniverſi aptatur, non eſt centrum gravitatis illins corporis, ex vnâ parte maius erit momentum, quàm ex aliâ; ſed in tali caſu, hæc pars quæ maius momentum habet, quàm alia, pellet aliam è ſuô locô; igitur ſi tandem quies obtineatut io centro vniverſi, dleendum eſt in tali corpore dari centrum gravitatis; quod quidem vnieum etit. quia duo ſimul puncta eiuſdem gravis occupare non poſſunt centrum vniverſi.

Quæ demonſtratio bona eſt, expendemus autem poſtea, an aliquid diei poſſit quod magis convincat.

## PETITIO V.




Nullum pondus quieſcere poteſt niſi, linea à puncto ſuſpenſionis ad centrum terræ ducta, per cius centrum gravitatis tranſeat. hæc petitio ex ſuperioribus pendet. Sit enim triangulum ABC, quod ſuſpendatur per punctum A; ducatur linea AE, quæ producta tranſeat per centrom terræ. ſitque punctum o centrum gravitatis illius trianguli, extra lineam AE, dieo non quieturum. cum enim ex definitione triangulum ABE maius momentum habeat, quàm triangulum AEC poſſitque adhuc deſcendere, deſcendit enim vſque ad lineam directionis AE; neceſſariò præponderabit, & triangulum AEC elevabit. quod autem adhuc deſcendere, poſſit oſtenditur, eò quòd, illud deſcendere dicatur cuius omnia puncta deſcendunt: ſed trianguli AEB omnia & ſingula puncta deſcenduot. & enim factis citenlis ex puncto A, tanquam eentro, oſtendemus de quôcumque puncto voluero, illud adhuc deſcendere, donec fuerit in lineâ directionis.

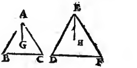
## PETITIO VI.

*Figuris planis, ſimilibus & æqualibus inter ſe coaptatis, centra quoque gravitatis earum inter ſe coaptabuntur.*

Cum enim figuræ ſint ſimiles, & æqoales, earum partes, omnes ſimiliter erunt poſitæ, & quomodoenmque ſuſpendantur, eôdem modô quieſcent, nam ſi vnius figuræ ſuſpenſæ, pars vna ſit in æquilibrio cum alia, neceſſariò alterius figuræ partes ſimiles erunt in æquilibrio, ſunt enim inter ſe, & prioribus æquales, ſunt etiam ſimiliter poſitæ ſeu æqualiter à puncto ſuſpenſionis, aut linea directionis remotæ: ergo nulla eſt ratio quæ æquilibrium deſtruat potiùs io vnâ, quàm in alia.

## PETITIO VII.

Si figuræ ſint ſimiles non verò æquales, eentra gravitatis earum erunt ſimiliter poſita. explicat autem Archimedes, quid ſit duò puncta eſſe ſimiliter poſita. nempe cum ab iis punctis ad angulos æquales, ductæ lineæ eum lateribus correſpondentibus æquales angulos efficiunt, vt ſi ſint duo triangula ABC, DEF ſimilia, & primi ſit eentrum gravitatis G, & ſecundi H. ducantutque lineæ GA, HE, ſintqoe anguli GAB, HED æquales; item GAC, HEF, & ita de reliquis lineis ad alios angulòs ductis, hoc vocat ſimiliter poni: cum ergo figuræ ſupponantur ſimiles omninò, ſi ab angulis æqualibus ſuſpendantur, dum quieſcent, linea directionis in vtraque figura, partes proportionales, & ſimiles abſcindet, eruntque propterea anguli æqoales.




## PETITIO VIII.

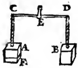
Si magnitudines quædam in qoibuſdam diſtantiis poſitæ; ſint in æquilibrio, & aliæ ipſis æquales in iiſdem diſtantiis poſitæ æquiponderabunt. eum enim nihil poſſit mutare momentum niſi, aut ipſius corporis gravitas, aut motos eius maior, motus antem ex diſtantiâ otiator, & ſupponatur æqualitas in vtroque, æquilibrium perſeverare neceſſe eſt.

## PROPOSITIO I.

### Theorema.

*Gravia quæ in diſtantiis æqualibus poſita, ſunt in æquilibriô; æqualia ſunt.*

Sint




Sint duo grauia AF & B, quæ ita suspeodantur io statarâ, vt distantiæ C E, E D, à punctô suspensionis E, siot æquales, sintque pondera in æquilibrio. dico poodeta AE, & B esse æqualia, si epim noo suot æqualia, sit AF maius, auferatur ex A excessus, quô superat graue B.nempe sit illud F.

Demonstratio A, & B, sunt poodera æqoalia, & in distantiis æqualibus posita; ergo sunt in æquilibrio per ptimam petitionem:sed iam AF, & B erant in æqoilibtio; ergo si pondera sint in æquilibrio secundum aliquam distantiam, & vni eorum aliquid adiicias, aut ab eódem detrabas remanebuot tameo in æqoilibtiô. eootra petitionem tettiam. non igitur AF per dettactionem fieri potest æquale, pooderi B; igitur æquale est quod erât demonstrandum.

Io hoc ptineipio fundatut statera brachiorum æqualium; & tatio fauet: eom enim, & motus, & grauitas ponderis conenttant ad componendum momeotum; & io casu nostto, sit motus æqualis, eò quòd sit distantia æqualis, nempe radius eireuli illius qui deseribi potest à pondere, sit item æquilibrium, ex suppositiooe seu æqualia momenta, æqoalem grauitstem in poriderıbus esse necesse est.

Vt verum tamen fatesr, hæe propositio nullam habet rationem medii, io quo fit tale examen, & procedit qoasi in vaeuo consisterent graoia, qoæ sunt in æquilibrio, vt ostendam diffieultatem:sint duo grauia nempe sit vna lîbta, auri, euius magnitudo sir æqoalis vnciæ cubicæ, seu eubo euios latus sit vnlus vnciæ, seu vnius digiti, sit item aliud quodcumque poodus ex aliâ mateтiâ leviori, quod io aquâ ster in æquilibrio cum illâ librâ auri, ita tamen vt vtrumqoe pondus sit immersum aquæ; eumque hoe seeuodum pondus, sit mateтiæ levioris;erit eius magoitudo maior. supponatur esse duplo maior msgnitudine auri. sitque æqualis duabus vnciis aquæ. Aurum dum aquæ immergitur attollit vnam vnciam aquæ, ergo de auri poodere decedit vna vncia. atque adeò libra aori io aquâ momentum habebit quindecim tantum vneiarom. aliud verò pondus, attollens duas aquæ vncias, vt sit in æquilibrio cum auro debebit esse septemdeeim vnciarum: igitur io aqua septemdeeim vnciæ, stant io æquilibtio eum sexdecim.In aëre item simile qoid dinstinguere possumus, eom eoim eomparantor duo pondera, dioersæ graoitatis specificæ, nempe quorum alterom, sub æquali grauitate maius est, vnum attollit plus aëtis, quàm aliud, & vtrumque amittit de suô momeotô qusnta est grauitas, aëtis ipsi æqualis, qoò ad molem; cum etgo expenduntur doo eorpora inæqualia, qoo ad molem; id qood decedit de vtriusqoe graoitate propter aërem, inæqusle est; & eonsequenter licèt sit æqoilibtiom, oon tamen benè concluditor eorum grauitatem secundum se æqualem esse.

Quia tsmen aëris grauitas modica est, & inæqualitatem ferè nullam indueit, nec possumus in locô vacuó, Exameo habete, ideò quò ad communes vsus negligendum est. Si quis tamen expetiri velit, in machina supetius deseripta, è qua plurimum edocitot aëris. fiat expetimentum, nempe sint duo corpota, diuersæ notabiliter grauitatis, vt voeant specificæ, qnæ ponantur tn æquilibtio, antequam è recipiente educatur aët. tum aër exsugatot, quod leuiotis est materiæ præponderabit. sed ista minutoria sunt tdeoque oegligantot.

## PROPOSITIO II.

### Theorema.

*Grauia inequalia in distantiis equalibus posita, non equiponderabunt. sed maius prevalebit, & inclinabitur.*

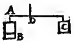
Sint in eâdem figura, graoia inæqualia AF, & B, quæ in distantiis æqualibos CE, ED appendantor; dico oou fore æqoilibtium;sed maius inclinandum esse deorsum. auferatur ex AF, excessus quô superat pondus B.

Demonstratio eum pondera A, & B fiot facta æqualia, & appendantur in distsntiis æqoalibus erunt in æquilibtio, ergo additô pondere F (*per petitionem tertiam*) noo remanebit æquilibtium, sed AF inclinabitur, quod etat demonstrandum.

## PROPOSITIO III.

### Theorema.

*Grauium in distantiis inequalibus equiponderantium maius in minori, & minus in maiori distantia consistit.*




Sint duo gtaoia inæqualia AB maius; & C minus, quæ suspensa ex punctô D steot io æquilibrio, dieo distantiam AD minorem esse distantiâ C D, si enim minor non est, etit æqualis, vel maior.non æqualis, si enim æqualis esset pondera AB, & C (*per primam huius*) esseot æqualia contra suppositiooem.Si autem distantia AD maior est quàm distantia DC. auferatur ex AB, excessus B qoó superat poodos C, eum ergo pondera A, & C sint æqoalia & distaotia AD maior qoam DC (*per petitionem secundam*) pondus A præponderabit; ergo multò magis, additô exeessu B, inelinabitut, contra suppositionem; ergo si ster in æquilibrio distantia AD mioot etit, quàm DC; quod etat demonstraodum.

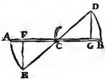
PROPO

## PROPOSITIO IV.

### Theorema.

*Si vt pondus ad pondus, ita fuerit reciprocè distantia, ad distantiam, erit æquilibrium.*

Stateram communem propono brachiorum inæqualium, quam vulgo in Galliâ Romanam appellamus, abstrahimus autem modò ab ipsius stateræ grauitate, & volumus omnia sic componi vt nullô appensô pondere, seu libtili, aut bolide omnia stent in æquilibrio. Sint igitur duo




pondera A, & B inæqualia, sitque vt A, ad B, ita distantia CB ad distantiam AC, dico si suspendatur tota magnitudo ex vtrisque conflata, ex punctô C, fore æquilibrium.

Supponatur enim eleuata fuisse statera in D, & ex alia parte depressa fuisse in E, ducanturque perpendicula DG. FE triangula ECF DGC. sunt æquiangula; cum enim anguli CGD sint recti, & anguli ECF, DCG ad verticem sint æquales, suppono enim virgam stateræ esse lineam rectam, erunt triangula æquiangula, eritque (*per* 4. 6.) vt CE, ad CD; seu vt CA, ad CB, hoc est vt pondus A, ad pondus B; ita perpendiculum FE, ad perpendiculum DG.

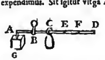
Demonstratio tunc est æquilibrium, seu æqualitas momentorum, cum ita se habet pondus ad pondus, vt motus sursum vnius, ad motum deorsum alterius, vt explicuimus in primô axiomate mechanices; sed in tali casu motus sursum ponderis A, est perpendiculum FE, motus deorsum ponderis B, est perpendiculum GD; ostendimus autem ita esse A, & B; vt GD, ad FE: ergo perstat æquilibrium, quod erat demonst.

## PROPOSITIO V.

### Problema.

*Eâdem bolide, multorum ponderum grauitatem expendere.*

Hôc principiô nititur statera communis in quâ, eâdem bolide, ferè omnium ponderum grauitatem expendimus. Sit igitur virga ABCD,




punctum è quô suspenditur sit B, A vero punctum è quo suspenduntur corpora quorum grauitas expendenda est. Sit bolis notæ grauitatis, verbi gratiâ vnius libræ, sitque prima vt ita dicam mensura grauitatis, in quâ conuenire debent, quicumque societatem aliquam ineunt, sit BC æqualis ipsi AB; BE dupla; BF tripla; & ita deinceps, dico eôdem pondere C vnius libræ, expendi posse grauitatem omnium ponderum. sit enim pondus quodcumque G, retrahatur bolis C, aut punctu suspensionis ita admoueatur; donec stet in æquilibrio, cum pondere G, dico si bolis C primæ diuisioni insistit, pondus G esse vnius libræ; si secundæ esse duarum librarum; & ita deinceps. Sit igitur in primâ diuisione.
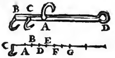
Demonstratio cum sit æquilibrium (*per præcedentem*) erit vt AB, ad BC ita C, ad G; sed AB, BC sunt æquales; igitur C, & G æqualia sunt. eôdem modô ostenderem si bolis C, ad faciendum æquilibrium retrahenda esset ad secundam diuisionem, pondus G esse duplum bolidis C, & ita de reliquis quod demonstrandum erat.

## PROPOSITIO VI.

### Problema.

*Stateram communem explicare, & diuidere.*

Statera communis seu brachiorum inæqualium; constat scapô seu virgâ, vt plurimum quadrangulari, ansâ seu spartô, non secùs ac libra communis, è quô suspenditur; vncô, aut lance, cui pondus expendendum imponitur, & bolide seu æquipondio mobili. diuiditur hæc statera in brachia inæqualia, à spartu seu ansa, ideóque dicitur brachiorum inæqualium, immò duplicem habet ansam, ita vt adhibeatur vna; dum maiora pondera exploranda sunt; alia verò dum minora. vnde communiter gallicè his vocibus vtimur, *le fort, & le foible.* Possent adhuc plures ansæ adhiberi. Sufficiunt tamen ad vsum communem duæ.




Sit igitur primò ansa A, remotior ab vnco B, atque adeo diuidendus erit scapus, pro minoribus ponderibus explorandis, quia diuisiones fient latiores. sit bolis seu æquipondium notæ grauitatis verbi gratia vnius libræ, vel sublatô æquipondio tota statera est in æquilibrio, vel non est in æquilibrio. Erit autem in æquilibrio, si brachium AB, licet sit breuius, ita tamen fiat crassum, vt additô vnco æquiponderet scapo AD: si ergo est in æquilibrio, sumatur distantia AB transferaturque quoties potest in scapum AD, facta erit diuisio. nam æquipondium in primâ diuisione, erit in æquilibriô, cum pondere vnius libræ dependente ex vncô B, si æquipondium sit in secundâ diuisione, faciet æquilibrium cum duâbus libris ex eôdem vncô B dependentibus, & ita deinceps.

Si autem sublatô æquipondiô, non est æquilibrium; vel brachium breuius præponderabit, vel brachium longius. ponatur primo brachium breuius deorsum vergere, sitque æquipondium notæ

notæ grauitatis verbi gratiâ vnius libræ, remoueaturque ab ansâ, donec fit in æquilibrio cum breviori brachio noteturque hæc distantia, sitque AB, tum vnco apponatur pondus vnius libræ, temoveaturque æquipondium donec rursus sit æquilibrium;sitque distantia A D, dico si interuallum BD transferatur continuò in scapum E, fore notam duarum;F trium, & ita deinceps. hoc est æquipondium translatum in B, facere æquilibrium solum cum brachio AC & vnco, translatum in D, facere æquilibrium cum vna libra; in E, cum duabus,& ita deinceps.

Demonstratio. cum æquipondium in B positum faciat æquilibrium cum brachiis, cum additur pondus vnius libræ in C, & remaneat idem æquipondium, ita debet esse pondus additum in C, ad æquipondium sicut motus qui additur æquipondio, ad motum ponderis in puncto C additi;sed motus sunt vt distantiæ,& augmentum motus vt augmẽt.distantiæ:igitur vt pondus vnius libræ ad æquipondium vnius libræ, ita augment. distantiæ,æquipondij,nempe linea BD,ad distantiã AC,quare BD,AC,sunt æquales. eodem modò ostendam,si addatur alia libra,in distantia AC,augmentum distantiæ æquipondij,nempe lineam DE æqualem esse lineæ A C, atque adeò lineas BD, GE esse æquales.

Si verò brachium longius,quale est AG, præponderet,brachio AC,appendatur in C vna libra; & æquipondium in ea distantiâ statuatur in qua faciat æquilibrium, sit hæc distantia AB, dico si BD fiat æqualis ipsi AC,item BD,DE, &c. æquipondium in D collocatum facere æquilibrium cũ duabus libris, in C collocatis; & ita deinceps.

Demonstratio. cum æquipondium in B collocatum faciat æquilibrium cum vna libra, in puncto C appensa; addaturque alia libra in eodem puncto C, debebit vt pondus additum,ad æquipondium; ita motus additus in æquipondio, ad motum ponderis additi, vt autem distantiæ ab ansa, ita motus, & vt augmentum distantiæ ita augmentum motûs, augmentum autem distantiarum in æquipondio sunt lineæ BD, DE, quæ sunt æquales lineæ AC. ergo benè diuisa est Statera.

## COROLLARIVM.

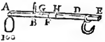
Ex hoc sequitur in communibus stateris, distantiam vnci ab ansa, translatam in scapum, æquiualere ponderi æquali æquipondio, hoc est sit distantia vnci,aut lancis duorum digitorum, dico interuallum duorum digitorum in scapo, si æquipondium sit vnius libræ, esse æquale vni libræ. si sit quinque librarum, pariter æquiuale-re quinque libris, in quamcumque tandem partem scapi trasferatur.

## PROPOSITIO VII.

Problema.

*Stateram in qua æquipondium immobile, & vncus, aut lanx mobilis,componere.*

Cum Statera sit aliquis vectis, in quo hypomoclion medium locum obtinet,ideo non tantum æquipondium mobile reddi potest,sed eò immotò pondus ipsum,cuius grauitas explorãda est,æquipôdio,& ansa immotis, reddi potest. Statera̅m huius generis describo,quæ forsitan erit Statera cõmuni incommodior.neque enim fieri potest, vt antiquis authoribus in mentem non venerit,cum tamen adhibita non fuerit; ideò tantùm, quòd vtilitatis,præ alia parum habeat. Sit ergo facilitatis




gratiâ talis statera ABE, quæ vacua stet in æquilibrio, sit æquipondium appensum in A 100. librarum,sitque AB,eius distantia ab ansa B,sitque BH illi æqualis. primò notandum est quæcumque pondera sunt maiora centum libris appendi debere inter B & H,quæ verò minora appendi debent vltra H.hoc est contrarias esse diuisiones,diuisionibus stateræ communis.sit enim pôdus 200.lib.

Demonstr.(*per 4. huius*) grauium inæquilibrio consistentium,ita est pondus ad pondus, vt reciproce distantia, ad distantiam;sed pondus 100. librarum est dimidia pars ponderis ducentarum, ergo distantia ducentarum librarum est dimidia pars, distantiæ centum librarum.nẽpe si sumatur dimidia pars AB, quæ sit BF, & in F appendatur pondus ducentarum librarum erit æquilibrium, quod erat primum.

Deinde sit pondus 50 librarum,sitque BD dupla ipsius AB; dico si in puncto D appendatur pondus 50.librarum;fore æquilibrium cum æquipondio 100. librarum,appensô in A. nam pariter (*per 4.huius*)tunc est æquilibrium cum,ita est pondus,ad pondus;vt reciproeè distantia, ad distantiam:sed vt 100.ad 50.ita BD,ad A B; igitur erit æquilibrium quod erat ostendendum.

Diuisio istius libræ non est ita facilis.diuidatur BH,bifariam in F & habebis distantiam ducentarum librarum, diuidatur rursus BH in tres partes nempe in G, punctum G erit locus trecentarum,& H r 50.BF,dimidiam lineæ AB rursus diuidas bifariam habebis distantiam quadringentarũ librarum;& hanc si rursus bifariam, octingentarum, & sic deinceps diuidendo semper bifariam, crescet pondus in proportione dupla. si crescat distantia in proportione dupla,decrescet pôdus in proport.subdupla nẽpe 100.50.25.12½ 6¼ 3⅛ &c.

Facilior erit diuisio si radium AB,aut AH diuidas in mille partes & per arithmeticam inuenias quæ distantia cuilibet ponderi obueniat, quod exemplô indico.sit quærenda distantia quingentarum librarum; nempe distantia in qua appendendæ sunt quingentæ libræ, vt cum 100. faciant æquilibrium fiat vt 500.ad 100. ita 1000. ad 200. dico si quingentæ libræ appendantur in H, distent a puncto B. ducentis partibus fore æquilibrium, idem dicendum pro ponderibus reliquis, nam continuanda est, diuisio per totum scapum. sed tam diuisio quam vsus istius stateræ incommodus est

## PROPOSITIO VIII.

Problema.

*Stateram in qua Ansa mobilis est componere.*




Hæc ſtatera, anſam mobilem habet, cætera autem immobilia, nempe idem æquipondium, & lancem, aut vncum in alia extremitate. debet autem æquipondium eſſe notæ magnitudinis, ſit verbi gratia 5. librarum, & tali ſtatera A B, in cuius extremitate ſit æquipondium, in alia vero ſit vncus, aut lanx. Si diuidatur biſariam in C, dico ſi anſa transferatur in punctum C, & vnco B, appendantur quinque libræ, fore æquilibrium. quod per ſe ſatis patet. Si transferatur anſa, ad punctum aliquod inter A & C poſitum, neceſſariò pondus appenſum in B, & faciens æquilibrium, minus erit quinque libris, quia nempe erit in maiori diſtantia. Si verò transferatur anſa, in punctum inter C & B poſitum, pondus faciens æquilibrium, maius erit quinque libris. facilitatis ergo cauſa diuidatur AB in 1000. partes, vt inuentas omnium ponderum diſtantias nempe, in quod punctum transferenda ſit anſa, ita operaberis.

Sit verbi gratiâ pondus vnius libræ propoſitum. cum æquipondium ſit quinque librarum, & pondus vnius fiat ſumma, ſex librarum; diuidatur AB in ſex partes, ſitque prima AD, dico ſi anſa transferatur in D, fore æquilibrium, nam erit vt pondus A, quinque librarum ad pondus vnius libræ, ita diſtantia DB, ad DA.

Si diſtantia duarum librarum, addantur quinque cum duabus, fientque ſeptem; ſi diuidatur AB in ſeptem partes, accipianturque prope A, duæ. ſi transferatur anſa ad punctum diuiſionis, erit æquilibrium, ſi appendantur duæ libræ in B.

Si velis diuiſiones pro ponderibus maioribus quinque libris, addantur ſimul verbi gratia pondos. ſex librarum & quinque fientque 11. diuidatur AB in partes vndecim accipianturque incipiendo ad A partes 6. nempe A E. ſi transferatur anſa in punctum E, erit æquilibrium. modò in B ſint 6. libræ.

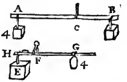
Quod vt facilius fiat, diuidendus eſt vt dixi ſcapus A B in mille partes. Deinde hoc modô operaberis facta ſumma ponderum verbi gratia 5 5. ita dices 11. dant 1000. quid dabunt 6. habebitque $5454 \frac{6}{11}$. atque ita de reliquis. non iudico eſſe commodum hoc genus ſtateræ, quia tamen poſſet occurrere, ne quid deeſſet in hoc opere noſtro, illud omittere nolui.

## PROPOSITIO IX.

### Problema.

*Sine ſtaterâ cuiuſlibet corporis grauitatem expendere, ſeu potius facilem ſtateram componere.*

Quia fieri poteſt vt alicuius corporis grauitas exploranda ſit, neque tamen ſit ad manum ſtatera. ſuppono autem haberi ad manum pondus notum, verbi gratiâ vnius aut plurium librarum. aſſumatur baculus AB quicumque in cuius extremitate A appendatur filo, pondus notæ magnitudinis verbi gratia quatuor librarum, in aliâ vero extremitate B, corpus cuius grauitatem explorare volumus, tum perpendendo, explorandum eſt in quô locô fiat æquilibrium, ſit in punctô C. metire diſtantias CB, AC aliquâ menſurâ communi quæcumque illa ſit, tum per regulam trium fiat, vt CB, ad AC; ita 4. ad aliud & habebis pondus B.




Demonſtratio graola A & B ſtant in æquilibrio, ſi ex C ſuſpendantur ex ſuppoſitione; ergo vt CB, ad CA, ita pondus A ad pondus appenſum in B. quod erat demonſtrandum.

Quia tamen baculus quô vſi ſumus habet aliquam grauitatem & dum ſuſpenditur inæqualiter, etiam exceſſus maioris brachij, ſupra minus, aliquid confert, ſatiùs ducerem vtendum communi genere ſtateræ, in quâ cùm tam ponderis expendendi, quam anſæ locus determinatus eſt, poteſt ſuſpendi baculus etiam inæqualiter, & antequam appendantur grauia poteſt poni in æquilibrio, nempe apponendo in breuiori brachiô aliquod pondus. vt in figura hac, ſit pondus E expendendum, ſitque anſa in F, retrahatur pondus cognitum donec ſit in æquilibrio. metire menſura communi diſtantias F H, FG fiatque vt HF. ad FG, ita 4. pondus ſcilicet cognitum, ad aliud; & habebitur pondus E. quæ omnia ſatis per ſe patent.

## PROPOSITIO X.

### Theorema.

*Statera cuius anſa, & grauium locus determinatus eſt, ſeu trutina, & libra.*

Trutina ſeu libra, habet anſam immobilem, & pondera immobilia. hoc eſt tam punctum cui appenditur pondus examinandum; quàm illud in quô ſuſpenditur æquipondium immobile, nempe extremitas ſcapi id habet incommodi trutina quod tot requirantur æquipondia, quot ſunt pondera examinanda, brachia autem ſunt æqualia: ideoque vt fiat æquilibrium. debet pondus examinandum eſſe æquale librili. nihil autem peculiare occurrit, niſi vt clauus anſæ, ſit tenuis & teres, immò ex chalybe puriſſimô, & benè aquâ temperatô, mirùm enim quantùm conferat, ad hoc vt quôlibet vel minimô additô pondere inclinetur, vt omnia ſint lubrica, hoc eſt benè limata, & inſuper omni careant tenacitate.

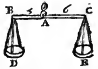
PROPO

## PROPOSITIO XI.

### Problema.

*Trutina dolosa ex inæqualitate brachiorum.*

Sit trutioa seu libra enius btachia sint inæqualis, quæ tamen siut in æquilibrio, dum vacua est, eò quòd brachij breuioris crassities, alterius longitudinem compenset, dico trutinam illam dolosam esse, nempe etiamsi vacua stet in æquilibrio, si tamen laucibus eius imponautur iuæqualia grauia, fore tamen adhuc æquilibrium. Et æqualibus impositis ponderibus, æquilibrium desttui. Sit euim btachium A B, quinque digitorum; braehium AC, sexdigitotum, uullôque impositô pondere sit æquilibrium; eò quòd; btachium A B sit erassiua, aut laux D grauior. imponatur lanci D corpus libratum 6. & lanci C, libratum quinque; asserô esse æquilibrium.



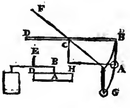

Demonstratio. pondeta D, & E, in tsli casû reciproeè se babent cum distantiis; ergo (*per 4. huius*) est æquilibrium.

Si autem pondera D & E; æqualia essent, non persisteret æquilibtium, quia æqualium ponderum, quod magis distat ab ausa, alteri præponderat. hôe dolô vsi sunt aliquaudo mercatores Sydouij, qui purpuram vendebant. vnde iu rebus pretiosissimis, transferuotut pondera, hoc est vt statera sit iusta debet perseuerate æquilibrium. Etiam dum pondus quod erat in lance C transferrnt in lancem E, & vicissim.

## PROPOSITIO XII.

### Theorema.

*Idem est appendere libere graue in aliquo punctô scapi, ac si centrum grauitatis ibi consisteret.*




Sit corpus graue A, appensum liberè, iu punctô B, libræ B D. dico pondus A ita appensum idem momentum habere, ac si eius centrum grauitatis esset in B. intelligatur enim scapus trutinæ inclinari in E, pondus A descendet iu G eruntque E G, B A, æquales & patallelæ, & consequenter (*per 33. 1. Eucl.*) AG BE parallelæ suot & æquales: ducatur linea CH, verticalis, & coosequeuter parallela lineia B A EG; ponatutque illis æqualis, ducaturqoe A H quæ eriam parallela erit lineæ C B. coniugatur linea H G.

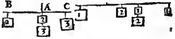
Demoustratio. idem pondus quod æqualem motum habet, æquale habet momentum, per primum mechaniees principium; sed pondus A, eundem motum babet, ac si esset in punctô B. nam si fuisset in punctô B, & inclinaretur libra iu E, descripsisset atcum B E, sed pariter, dum peudet ex punctô B, nempe dum existit iu A, describit arcum A G, qui est æqualis arcui B E: ergo habet æqualem motum. probatur minor lineæ EG, CH, sunt parallelæ, & æqualea, ergo (*per 33. primi Eucl.*) lineæ CE, HG æquales erunt, & parallelæ; ergo iam ostendo à pôdere A, describi circulum æqualem circulo BE, cum semper possim osteudere lineas CE HG æquales, tum inter se, tum lineis HA, CB, item cum arcus B E, A G subtendant liueas æquales erunt & similes, & æquales; ergo motus puncti B æqualis est motui ponderis A. Ex quô vides rationem cur pondera liberè appendantur. quod quidem verum est pbysicè, falsum tamen mathematicè, neque enim lineæ A B, E G sunt parallelæ, quippe quæ conueniant in centro tertæ, sed hæc differentia est pro nihilo habenda.

## PROPOSITIO XIII.

### Theotema.

*Idem est duo pondera appendere in eôdem punctô, ac ea appendere in reciprocâ distantiâ circa idem punctum.*

Sit Trutina seu libra cuius ansa sit A, & primò appendantur duo pondera 3. & 2. in punctô A. dicô si circa idem punctum A sumantur duæ distsntiæ A B, A C, se habentes, vt pondera teciprocè, nempe se habentes vt 2. ad 3. dico si appendautur reciprocè pondeta fore, idem omninò.

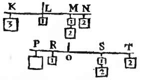



Demonstratio si pundera appensa esseut in punctô A; esset æquilibrium, sed si appendantur reciprocè in distantiis assumptis circa punctum A, nempe 3. in C, & 2. in B erit adhuc æquilibrium, (*per 3. huius*) igitur idem est siue appendantur in punctô A, siue appeudantur reciprocè, in distantiis circa punctum A assumptis; quod erat demonstrandum.

Sit statera cuius ansa D, sintque duo poudera 1. & 2. appensa in E, dieo ea duo pondera si appendantur reciprocè iu distantiis circa puuctum E assumptis, idem momentum babitura, sit euim D F æqualis ipsi D E, appendaturque

pondus 3. in puncto F, faciet æquilibrium cum ponderibus 1. & 2. in puncto E appensis. sint distantiæ E G, E H, quæ se habeant vt 1. ad 2. constituanturque pondera 2. & 1. reciprocè. hoc est 2. in G. & 1. in H. dico adhuc perseuerare æquilibrium. intelligatur pondus 3. diuidi in 2. & 1. appendique in puncto F.

Demonstratio momentum duarum librarum in F positarum superant momentum duarum librarum ex puncto G dependentium, & se habet ad illud vt FD ad DG, seu vt DE, ad DG; momentum autem vnius libræ in H positæ, superat momentum reliquæ libræ in F positæ, & se habet ad illud vt D H, ad DF, seu vt DH ad DE. ponatur ergo D G esse tantum media pars ipsius F D, tam bene procederet, demonstratio si esset quæcunque alia pars, quare momentum duarum librarum in G, est tantum tertia pars momenti trium librarum in F. si enim essent tres libræ in G esset media pars, sed cum sint tantum duæ erit triens. nempe momentum coalescit ex distantiâ & pondere. pondus in F, trium librarum multiplicetur per suam distantiam 2. erit 6. & momentum ponderis G multiplicatum per suam distantiam 1. erit tantum 2. sed momentum ponderis 1. in H positi, multiplicatum per suam distantiam quæ est 4. efficit 4. quare momentum ponderis 3. in F, positi est 6. & ponderum 2. & 1. in G, & H reciprocè dependentium est 4. & 2. seu 6. ergo adhuc consistit æquilibrium.




Sit alius casus, in quo sumantur aliter, nempe circa punctum M ex quo dependebant pondera 1. & 2. sumantur distantiæ quæ se habeant vt pondera, nempe M L & M N, quarum vna cadat in ansam. appendanturque pariter reciproce pondera. dico adhuc constare æquilibrium.

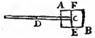
Demonstratio pondus 1. appensum puncto L in neutram partem inclinat, cum igitur sit vt pondus K, ad pondus N, ita LN, ad KL perseuerabit æquilibrium.

Vltimus casus potest esse, si ita sumantur distantiæ, vt inter vtrumque pondus, inueniatur ansa. sit enim distantia R S trium partium, eritque S T $1\frac{1}{2}$. quare momentum solius ponderis P est 6. momentum autem ponderis R est 1. quare duorum ponderum P & R momentum est 7. distantia O T est $3\frac{1}{2}$. si multiplices duo per $3\frac{1}{2}$. habebis momentum ponderis T esse 7. igitur adhuc inuenitur æquilibrium.

## PROPOSITIO XIV.

### Theorema.

*Vera distantia ponderis in scapo existentis, est distantia centri grauitatis, ab ansa.*

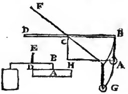



Sit corpus graue quodcumque A B, cuius centrum grauitatis C & ansa D dico veram distantiam illius ponderis esse DC, ita vt idem omninò momentum habeat, ac si omnes partes ex quibus componitur corpus AB appenderentur puncto C, intelligatur enim linea directionis F E, transiens per centrum grauitatis C, eritque æquilibrium inter partes AE, F B, intellectô quod suspenderetur totum corpus ex puncto F. quare in tali casu partes hinc inde à puncto C & lineâ directionis, erunt in distantia reciproca grauitatis ipsarum. (*per 3. huius*) alioquin non esset æquilibrium, sed quoties partes aut pondera circa aliquod punctum, sunt in distantiis reciprocè se habentibus, cum grauitate ponderum, idem momentum habent, ac si omnia pondera appenderentur eidem puncto; ergo idem momentum habet aliquod graue, ac si omnes eius partes, appenderentur in puncto in quo est centrum eius grauitatis, vel omnes compenetrarentur. Et hoc etiamsi firmiter scapo imponeretur.

## PROPOSITIO XV.

### Theorema.

*Dum pondera liberè ex eôdem punctô dependent, non mutatur æquilibrium etiamsi partes aliqua videantur respondere ansa.*




Sit pondus A liberè dependens ex puncto B. sintque aliquæ eius partes D. quæ videantur respondere ansæ E: dico quomodocumque vertatur pondus A, modò liberè dependeat ex B, idem omninò momentum habebit, ac si eius omnes partes essent, in puncto B.

Demonstratio centrum grauitatis ita se habet vt directe respondeat puncto B, ex definitione centri grauitatis, & (*per 12. huius*) idem momentum habet, ac si existeret in puncto B: sed si existeret in puncto B, idem momentum haberet

ac

ac si omnes eius partes existerent in eodem puncto B (per 14. igitur pundus quod liberè dependet ex puncto aliquo, eodem modo se haber, ac si omnes eius partes in eodem puncto existerent. quod erat demonstrandum.

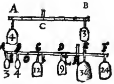
## COROLLARIUM.

Vera distantia pondetis dependentis liberè ex aliquo scapi puncto, est linea ducta à tali puncto ad ansam, nempe est in hoc exemplo linea EB.

## PROPOSITIO XV.

### Problema.

*Quotcumque datis in libra ponderibus, vbicumque appensis, centrum libræ invenire, ex quo si suspendatur libra, data pondera in æquilibrio maneant.*




Sint primò appensa duo pondera 4. & 3. appensa in punctis A, & B, fiat summa duorum ponderum nempe sit 7. librarum dividatur AB in septem partes æquales, dico si à puncto A versus B accipias tres partes vsque ad punctum C, tunc fore æquilibrium.

Demonstratio. cum enim sicut summa ponderum fuit septem vnitatum, divisaque est AB in totidem partes, & assumptæ sunt versus A, tot partes, quot sunt libræ in pondere 3. ita erit AC, ad CB, vt 3. ad 4. nempe reciproeè: igitur (*per 3. huius*) erit æquilibrium.

Si pondera essent æqualia divideretur AB bifariam.

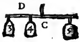
Sint modò pondera 3. 4. 12. 9. 36. 24. dependentia ex punctis A, B, C, D, E, F. dividatur AB, ita vt segmenta reciproeè eandem rationem habeant, ac 3. ad 4. fitque divisionis punctum I. tum dividatur IC, in segmenta quæ reciprocè, eandem rationem habeant, quam duo pondera 3. & 4. simul, seu 7. ad 12. fitque punctum divisionis O. dividatur OD in partes quæ habeant reciprocè eam rationem quam habent 3. 4. 12. simul. Id est 19. ad 9. fitque punctum divisionis K. dividatur item KE, ita vt segmenta reciproce eam rationem habeant quam 3. 4. 12. 9. simul seu 28. ad 36. fitque L punctum illud denique ita dividatur LF, vt segmenta reciprocè eam rationem habeant quam 3. 4. 12. 9. 36. simul, seu 64. ad 24. fitque punctum divisionis M. dico si suspendatur scapus, hôc modô ponderibus instructus ex puncto M fore æquilibrium.

Demonstratio. pondera 3. & 4. ex punctis A & B appensa, cum linea AB divisa sit reciproeè vt 3. & 4. & punctum divisionis sit I, idem momentum habent ac si ambo penderent ex puncto I (*per 13. huius*) pariter si supponerentur esse in I, quia IC divisa est reciproeè vt 3. & 4. simul ad 12. eôdem modô ponderant ac si omnia appenderentur in puncto O, & ita deinceps ostendam ita omnia pondera ita disposita, idem momentum habere, ac si penderent ex puncto M, sed si penderent ex puncto M omnia, esset æquilibrium, ergo posita in iis punctis faciunt æquilibrium. quod erat ostendendum.

## PROPOSITIO XVI.

### Problema.

*Quotcumque gravitatum, in libra situ æquiponderantium, datis omnibus radiis, & ponderibus præter vnum, invenire radium vel pondus ignotum.*




Sint duo pondera data 3. 4. appensa in punctis 3, & 4, fitque ansa data in C, ita vt cognoscantur radij 3 C, 4 C, deturque primò aliud pondus 5. sed quæritur radius nempe distantia ab ansa C, vt faciat æquilibrium cum ponderibus 3. 4. in A & B constitutis, dividatur 3, 4, ita vt segmenta reciprocè se habeant cum ponderibus 3. & 4. hoc est sit ita 3 D ad 4 B, sicut 4. ad 3. tum fiat vt 5. ad 7. ita D C ad aliud, nempe ad C5, dico si puncto huic appendatur pondus quinque librarum fore æquilibrium.

Demonstr. pondera 3. & 4. ita gravitant, ac si essent in puncto D, si autem essent in puncto D (*per 3. huius*) essent in æquilibrio, cum pondere 5. pendente ex puncto 5; ergo licèt appendantur in punctis 3, & 4 erit æquilibrium.

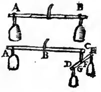
Secundò sit datum punctum 5, sed nesciatur pondus quod in puncto 5 appendendum est. pariter quæratur punctum D, tum fiat vt C5, ad DC, ita 3. & 4. seu 7. ad aliud, & invenietur pondus 5.

Demonstratio eadem applicari debet.

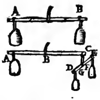
## PROPOSITIO XVII.

### Theorema.

*Pondera ex remotione (ab ansa, momentum maius, absolutum non acquirunt, sed tantum respectivum.*




Quæstio hæc scitu digna mihi videtur, quæritur ergo, an pondera quæ magis ab ansa removentur, absolutè magis gravitent, an tantùm respectivè, hoc est per modum vnius




vt ite dicam magis gravitent quod vt explicem ſupponantur pondera, in A & B poſita, quæ ſuſtenentur ab aliquo, anſem C apprehendente, quæritur an maiorem difficultatem expetiatur in ſuſtentendis ponderibus A, & B, quam ſi eadem pondere transferrentur in puncte viciniora.

Dico non maiorem eſſe difficultatem; ſed eandem omnino, ita vt maius momentum quod acquiritur, ſit tantùm teſpectiuum, nempe ponderis A teſpectu ponderis B, non eutem abſolutum.

Demonſtratio. pondera A & B ſive in extremitatibus ſcapi poſita, ſive in punctis D, & E, idem momentum commune habent, quod haberent ſi ſub anſa immediate appenderentur; ergo meius abſolutum non habent, ſed tentum reſpectiuum.

Quod ſi quis vlteriùs vellet id experiri ſit trutina ABC, cuiue extremitati A appendatur quodcumque grave, alteri autem extremiteti appendatur alia trutina duobus ponderibus, item in extremitatibue D & E conſtitutis inſtructa. ſitque pondus A in æquilibrio cum trutina DE, admoveet pondere DE, anſæ C, eáque transferat in puncta F, & G, adhuc pondus A erit in æquilibrio eum trutina.

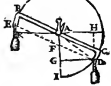
Regula Phyſica favet ſive pondera D, & E, ſint in extremitatibus, ſive in punctis G & F, ſi pondus A ſupponatur, inclinari verbi gratia vno digito, aut attolli, pondera D & E, æqualem motum habebunt, motus autem, vt vidimus in primô Mechanices principiô, ita eſt cauſa meioris momenti, vt vbi eſt idem motus & idem grave, ſit ſemper idem momentum; ergo pondera D & E in quocumque ſcapi puncto conſtituantur, idem ſemper obtinent momentum abſolutum. quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XVIII.

### Theorema.

*De ſtateris quarum anſa, eſt ſupra lineam coniungentem centra gravitatis ponderum.*

Diximus ſupra (*prop.*13.) dum appenduntur liberè duo pondera perinde eſſe, ac ſi centra gravitatis eorum, in puncto ex quo ſuſpenduntur conſiſterent. quare communiter punctum ex quo ſuſpenditur trutina, cenſetur eſſe in linea coniungente centra gravitatis ponderum appenſorum. intelligo autem per anſam punctum immobile, circa quod voluitur trutina, quale eſt punctum A. ponamus ergo talem trutinam in qua pondera, ſint appenſa infra ſcapum; in punctis E, & D, dico ſi ſint appenſa duo pondera æqua-




lia in diſtentiis æqualibus, ſi ſcapus à ſitu horizontali dimoveatur fore, vt ſuàpte naturâ ſitum horizontalem repetat. nam cum pondera pendeant ex punctis E, D, ſi coniungantur lineâ rectâ, centrum gravitatis erit in F, extra lineam directionis AG, atque adeò debet ad illam redire: quia tamen vix adhuc locuti ſumus de centro gravitatis multo minùs de illius inventione. ideò aliter idem probare debeo. vera diſtantia ponderis E, eſt E A; ponderis verò D eſt AH, vt iam oſtendimus cum locuti ſumus de potentiis per ſolam gravitatem agentibus. ergo pondus E eſt in maiori diſtantia quàm D, ergo prævalere debet.

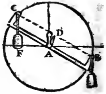
Sed adhuc id vlterius demonſtro, ſupponatur attolli pondus E vſque in B, & conſequenter pondus D deprimi per arcum æqualem D I, erit BK menſura motûs ſurſum ponderis E, & G I menſura motûs deorſum ponderis D, ſed BK, minor eſt quam G I, eò quòd circulus in puncto D magis ad horizontem accedat; igitur momentum ponderis E, in maiori motu verticali exiſtentis maius erit, quàm momentum ponderis D; ergo pondus E prævalebit.

Item aliô modô id demonſtro. circulus in puncto E, ferè coincidit eum linea verticali; in puncto verò D, coincidit cum plano valde inclinato, ſed gravia æqualia ita ſe habent, vt quod rectâ deſcendit, maius momentum habeat, quàm quod per planum inclinatum defertur; ergo pondus E maius momentum habet. quod erat oſtendendum.

## PROPOSITIO XIX.

### Theorema.

*De trutinis quarum anſa eſt infra lineam coniungentem centra gravitatis ponderum.*




Sit alia trutina, aut eadem, ſed inverſum ſitum obtinens. habenſque propterea anſam A infra lineam BC, coniungentem centra gravitatis ponderum B, & C. dico ſi dimoveatur à ſitu horizontali, eum non repetet, ſed magis, ac magis, inclinabitur.

Demonſtratio. facilè oſtendere poſſum ſicut prius

priùs centrum gravitatis D extra lineam directionis ita inveniri, vt ad eam se accommodare non possit, nisi ascendat, atque adeò illi tantùm congruere possit infra punctum A.

Secundò linea AB est vera distantia ponderis B, AF autem distantia ponderis C, atque adeò pondus B maius momentum obtinebit, & praevalebit.

Tertiò circulus in puncto C congruit cum plano magis inclinato, quàm in puncto B; ergo in puncto B, pondus æquale, maius momentum habet.

Quartò facilè ostendere possem in puncto B maiorem inveniri motum verticalem, quàm in puncto C.

## PROPOSITIO XX.

### Theorema.

*De Trutinis ordinariis.*

Trutinæ ordinariæ ita compositæ sunt, vt tria foramina in eadem sint linea recta. quæ hoc habent vt quemcumque situm habuerint illud servent. ratio est quia cum centrum gravitatis sit semper, in ipso ansæ puncto, quieto & immobili, quemcumque situm obtineat scapus, eum conservabit, invenitur enim semper in linea directionis. deinde puncta in quibus sunt centra gravitatis ponderum, semper inveniuntur in partibus circuli, sibi è diametro oppositis, atque adeò similiter inclinatis, perpendicula sunt æqualia, quare, si aliunde pondera sint æqualia persistet æquilibrium.

Si verò pondera firmiter scapo annecterentur, esset habenda ratio centri gravitatis, atque adeo si supra aut infra scapum inveniretur; trutina pertineret ad 18. aut 19. propositionem.

## PROPOSITIO XXI.

### Theorema.

*Trutinæ brachiorum longiorum sunt exactiores.*

Hæc propositio habetur apud Aristotelem non apparet tamen quò fundamentò nitatur, nam si mathematicè omnia procederent, si brachia trutinæ exacta sint, si clavus ansæ esset indivisibilis, quâcumque vel minimâ additâ gravitate ponderibus in æquilibrio positis, destrueretur æquilibrium, quia tamen in materiâ sensibili operandum est; faciliùs est primò duas magnitudines longiores æquales reddere, quam breviores, eò quòd excessus qui repetitur, minorem habeat rationem, ad maiorem quantitatem, quàm ad minorem.

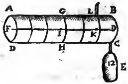
Secundò clavi magnitudo, pariter maiorem habet rationem, ad scapum breviorem, quam ad longiorem.

Tertiò dum omnia sunt in æquilibrio, si id quod additur maius momentum habeat, faciliùs inclinabit trutinam; sed idem pondus additum in extremitate brachij longioris, maius momentum habet; quàm in extremitate brachij brevioris; ergo tunc faciliùs inclinabit, ergo ex his capitibus, trutinæ longiores sunt exactiores, quod ostendendum erat.

## PROPOSITIO XXII.

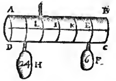
### Problema.

*Datis duobus gravibus, iugum seu punctum invenire, è quo si suspendantur fiat æquilibrium.*

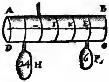



Sit data columna ABCD, verbi gratia 6. librarum, sitque in puncto C, seu D appensum pondus E librarum 12. supponatur, ita esse divisa columna vt si secluso pondere E, sola suspenderetur per punctum G, eius partes manerent in æquilibrio, atque adeo centrum gravitatis eius existat in medio axis; nempe in puncto I, quare linea ID erit coniungens centra gravitatis vtriusque ponderis. ita dividatur linea ID, in puncto K, vt sit eadem ratio IK. ad KD, quæ ponderis E ad columnam ABCD reciproce. dico quod si suspendatur totum aggregatum per punctum K, ita vt KL sit linea suspensionis, erit æquilibrium.

Demonstratio. cum columna sola ABCD suspensa per GI sit in æquilibrio, eòdem modò se habet, ac si omnes eius partes compenetrarentur in puncto I, aut si columna suspenderetur per punctum I cum idem sit (*per* 15.) appendere pondera in vno puncto, aut circa idem punctum in ratione reciproca; sed in tali casu, appensô pondere in D, ita est radius IK, ad radium KD, vt reciproce pondus E, ad columnam ex constructione: ergo est æquilibrium. (*per* 4.) quod erat demonstrandum.




Possunt dari alij casus eiusdem propositionis, in quibus nova videtur difficultas occurrere. vt si pariter sit columna ABCD, 6. librarum, cui appendatur in puncto E pondus F 6. item librarum, & in puncto G pondus H librarum 14. quæritur linea suspensionis, seu punctum è quo si omnia suspendantur erit æquilibrium, sit I centrum gravitatis columnæ, hoc est si suspendatur columna sola per I, sit æquilibrium, fiat vt columnæ pondus, ad pondus F, ita reciproce KE, ad KI, eritque punctum K, centrum gravitatis




vitatis columnæ, & ponderis F, seclusô scilicèt pondere G. idemque erit ac si omnes partes tam ponderis F, quàm columnæ appenderentur in puncto E, iam dividatur linea GK, ita vt fiat sicut GL ad LK, ita aggregatum ex columna, & pondere F, ad pondus H, dico punctum L, esse centrum gravitatis commune.

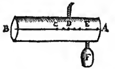
Demonstratio. ita est reciproce radius G L, ad LK, sient aggregatum columnæ & ponderis F, quod virtualiter appenditur in puncto K, ad pondus G: ergo est æquilibrium (*per* 4.)

Eodem modo operandum esset, si plura essent pondera, appensa in quibuslibet punctis.

## PROPOSITIO XXIII.

Problema.

*Invenire pondus, quod ad datam columnam determinatam habeat rationem.*



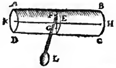

Sit columna cuius axis A B, centrum gravitatis C. è quo nempe si suspendatur, partes erunt in æquilibrio sitque propositum invenire pondus, quod ad columnam datam habeat rationem, nempe vt 2. ad 3. hoc est duos contineat trientes columnæ, fiat aggregatum ex 2. & 3. fitque 5. notentur quinque divisiones, incipiendo à centro gravitatis. suspendatur columna ex secunda nempe ex D. & pondus suspendatur ex quinta divisione, nempe ex puncto E, tantumque ponderis addatur donec fiat æquilibrium, dico ita esse pondus F, ad columnam vt 2 ad 3.

Demonstr. nam (*per* 4.) cum sit æquilibrium ita erit radius CD, ad radium DE, reciproce, vt pondus F, ad pondus C, seu columnæ: sed CD, ad DE, ex constructione est vt 2. ad 3. ergo ita est pondus F ad columnam vt 2. ad 3. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

*Si columna suspendatur, per punctum supra centrum gravitatis assumptum eius axis erit parallelus horizonti.*




Si columna ABCD, cuius centrum gravitatis sit E, suspendatur autem per punctum F imminens perpendiculariter puncto E, ita vt linea FE, sit perpendicularis ad axem GH, dico axem KH, esse horizonti parallelum ita vt si ab eo situ dimoveretur rediret.

Supponamus ita dimoveri, vt linea FL, sit perpendicularis ad horizontem; in tali casu, quia perinde est ac si tota columna esset in puncto E, (*per* 13.) cum ex alia parte nullum sit pondus, columna descendet quantum poterit, nempe donec linea FE, concurrat cum linea directionis FL.

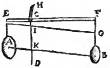
Quod si columna suspenderetur per punctum E, centrum gravitatis; quemcumque situm assumeret, & in eo permaneret, quia perinde esset, ac si omnes eius partes essent compenetratæ in puncto E suspensionis, in quo casu nullus sequi deberet motus.

Denique si columna suspenderetur per punctum G, quamvis mathematice loquendo, posito centro gravitatis E, supra punctum G, non debeat inclinari columna potiùs in vnam partem quam in aliam, physicè tamen vix in eo situ consistet, inclinabiturque donec centrum gravitatis, directe respondeat puncto suspensionis G.

## PROPOSITIO XXV.

Theorema.

*Linea directionis producta, quamcumque lineam coniungentem centra gravitatum in suos radios dividit, sicut & omnes interceptas inter lineas gravitatum ponderum.*




Sint duo pondera A & B, in æquilibrio, linea coniungens centra gravitatum sit AB, linea directionis tendens ad centrum terræ sit CD, sint etiam lineæ gravitatum ponderum EA, FB, dico lineam HC, seu Ansam productam, non tantum dividere lineam EF, in radios EC, CF, sed etiam lineam AB, aut quamcumque aliam ductam, à linea gravitatis EA, ad lineam gravitatis FB. ducatur EG, parallela lineæ AB.

Demonstr. cum lineæ EA, CD, FB, tendant ad centrum terræ erunt physice parallelæ: ergo (*per* 4. 6) ita erit EI, ad IG, seu AK ad KB; sicut EC, ad CF, sed EC, ad CF, sunt radij, ita se habentes reciprocè, vt pondera, ergo AK, ad KB erit vt pondus B, ad pondus A.

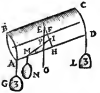
PROPO

## PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

*Datâ columnâ notæ grauitatis cum ponderibus notis, ex ea pendentibus, quæ axem horizonti parallelum contineant, inuenire pondus quod in certo loco appensum columnam in situ proposito statuat.*

Sit columna ABCD, verbi gratia 6. librarum, cum appensis ponderibus G, & L; appensis libere in punctis A, & D, ita vt sint notæ




grauitatis, quæ ita se habeant, vt columnæ axem detineant in situ horizontali si suspendatur ex puncto E, sit centrum grauitatis columnæ solius punctum F, sitque centrum grauitatis ponderum G, & L, punctum H, quare si fiat vt columna ad aggregatum ponderum G & L, ita HI ad IF; erit I centrum grauitatis commune columnæ ABCD, & ponderum A & L, statuatur linea AD in situ quêcumque, notetur que punctum M in quo aliud pondus appendendum est; ducatur linea MI, quæ secetur à linea directionis in puncto P, si fiat vt MP ad PI; ita aggregatum ex columna & ponderibus G & L, ad aliud, habebitur pondus N, quod si appendatur in puncto M, detinebit columnam in situ proposito.

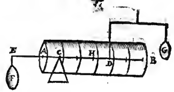
Demonstratio. Cum enim centrum grauitatis aggregati ex columna & ponderibus G & L, sit punctum I, & centrum grauitatis ponderis adiecti N sit punctum M, linea MI, erit connectens centra, cum ergo ita facta sit MP ad PI, vt reciprocè aggregatum ex columna, & ponderibus G & L ad pondus N; erit P centrum grauitatis commune, quare suspensô totô, illô aggregatô per punctum E, ita vt linea directionis sit EO, necessariò punctum P, in illam incidet: ergo columna hunc situm obtinebit, & in eo permanebit.

## PROPOSITIO XXVII.

Problema.

*Datâ columnâ, & assignatis duobus punctis in eius axe, vnô immobili, alterô mobili, inuenire pondus, quod directè motum, & annexum punctô mobili columnam in situ horizontali detineat.*






Sit columna cuius axis AB, in quo assignetur punctum immobile C. in quo nempe sustentetur, & circa quod motus fiat, detur & punctum mobile D, cui appliendum sit pondus, quod directè deorsum tendat, & columnam in situ horizontali detineat. id autem melius fieri non poterit, quàm si ope stateræ brachiorum æqualium applicetur. quæritur pondus G, quod tale sit, vt columnam in situ horizontali detineat.

Fiat linea EC æqualis lineæ CD. diuisóque axe AB bifariam in H, fiat vt EC, ad CH, ita pondus columnæ, ad pondus F. dico si fiat pondus G, æquale ponderi F, & applicetur eô modô quô figura exhibet, detinebit columnam in situ horizontali.

Demonstr. cum centrum grauitatis columnæ sit in punctô H, perindè est ac si tota penderet ex punctô H, quare radius eius erit CH; cum autem ita sit reciprocè vt EC, ad CH; ita columna, ad pondus F, columna & pondus F, erunt in æquilibrio (*per* 4.) sed pondus G in distantia CD, quæ est æqualis lineæ EC, æquale momentum habet; ergo momentum ponderis G agentis per eadem CD, æquale est momento columnæ. quod demonstrandum erat.

In hoc exemplo, in quo posuimus columnam esse 6. librarum, pondus G sustinet, aut vt ita dicam sentit pondus tantum 4. librarum, & pyramis K pondus duarum.

Pariter si locô ponderis G, substitueretur alia pyramis cuius apex, sustineret columnam in punctô D, pyramis C sustineret pondus duarum librarum, & pyramis sub D posita, pondus quatuor librarum.

Idem dicendum si duo homines sustinerent eandem columnam suspensam funibus ex punctis C & D. est enim vtrobique eadem ratio.

Quod si columnæ præterea appenderetur pondus, verbi gratiâ, in punctô I, illius etiam ratio haberi deberet, nempe primò determinandum esset centrum grauitatis, totius columnæ, & ponderis appensi in punctô I.

## PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

*Factâ superiori constructione, ita est pondus columnam in situ horizontali detinens, ad pondus columnæ; vt reciprocè radius columnæ ad radium ponderis.*

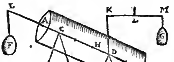
In constructione superioris propositionis, cum distantia seu radius ponderis G, sit CD, & radius

radius columnæ fit CH, clarum eſt (*per* 4.) vt ſit æquilibrium, ita debere eſſe pondus G, ad columnam; vt reciprocè radius columnæ CH, ad radium CD ponderis G.

## PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

*Datâ columnâ, & aſſignatô punčto immobili in ipſo axe: pondus quod ex punčto eiuſdem axis columnam in ſitu horizontali detinet, in omni ſitu eam detinebit.*




Proponatur in columnæ axe AB, punctum C, immobile; circa quod fiat motus, detutque in eodem axe punctum D, quô pondus G columnam elenet, dico quod ſi pondus G columnam detinet in ſitu horizontali, eam in omni ſitu continebit. ſubſtituatur enim pro pondere G, pondus F, quod illi ſit æquale, & cum totâ columnam in ſitu horizontali detineat. cum ea erit in æquilibrio, ergo commune centrum grauitatis erit in punctô C, per quod eum ſuſtineatur totum aggregatum, ex pondere F, & columna ex centro grauitatis C; omnem ſitum aſſumere poteſt; quare pondus F, continere poteſt columnam in omni ſitu: vt bi gratià in ſitu inclinato AB, ſed pondus G, æquale ponderi F ex ſuppoſitione, & agens per radium CD, æqualem, radio LC, & per angulum ALF, æqualem angulo CDK, habet æquale momentum: ergo eamdem columnam in ſitu inclinato detinebit. quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XXX.

Theorema.

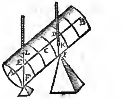
*Si columna duobus punctis in axe ſumptis innitatur, erit pondus vtrique puncto incumbens reciprocè; vt diſtantia vtriuſque a centro grauitatis.*

In eadem figura, cum pondus G, agat per radios KL, LM, eleuare tantum poteſt pondus ſibi æquale, ſed eſt æquale ponderi F, ergo eleuare tantum poteſt pondus æquale ponderi F, ſed pondus F, ſe habet ad columnam, vt HC, ad CL ſeu CD; ergo pondus quod eleuatur à pondere G, ſeu quod incumbit, in pyramidem cuius apex D, ſe habet ad columnam; vt CH, ad CD, reliquum autem pondus ipſius columnæ incumbit pyramidi cuius apex C, ergo vt CH, ad HD, ita pondus quod incumbit pyramidi D, ad pondus quod incumbit, pyramidi C, quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

*Si columna duobus quibuſcumque punčtis innitatur, erunt pondera ſingulis punčtis incumbentia, reciprocè vt ſegmenta axis, inter centrum grauitatis & lineas directionis.*

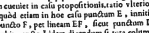



Sit columna cuius axis AB, quæ innitatur duobus punctis F & I, ita vt lineæ directionis ſint FE, ID; dico pondus incumbens puncto F, ad pondus incumbens puncto I, eſſe reciprocè vt CD, ad CE. ſi enim ſupponatur tota columna demitti ſecundum perpendicula EF, IK, ita vt innitatur punctis E & D, hoc nihil immutat rationem agendi ponderis, eodemque ſemper modô, incumbet pyramidibus, ſed ſi cuſpides F & I, ſuſtentarent columnam, in punctis E, & D, pondus incumbens puncto F, ad pondus incumbens puncto I, ſe haberet reciprocè vt DC ad CE: per præcedentem: ergo idem etiam eueniet in caſu propoſitionis, ratio vlterior eſt, quòd etiam in hoc caſu punctum E, innititur puncto F, per lineam EF, ſicut punctum D incumbit puncto I idem dicendum ſi tota columna ſuſpenderetur per L, & K; perinde enim eſſet, ac ſi ſuſpenderetur, per puncta axis, ipſis reſpondentia.

## PROPOSITIO XXXII.

Problema.

*Pondus quodcumque duobus, ſecundum datam rationem ferendum diſtribuere.*




Proponatur ſcala AB, craſſior in vna extremitate, à duobus ferenda æqualiter, hoc eſt, ita vt vterque æquale pondus ferat.

Sit diameter ſcalæ AB, ſuſpendatur ſcala per punctum C donec ſitum horizontalem obtineat, inuentoque puncto C. ducatur CD perpendicularis ad AB, ſecans axem AB, in puncto E, ſumantur æquales lineæ EF, EG, dico quod ſi duo ferant ſcalam, ita vt puncta G & F, directe ferentibus incumbant, tunc, æquale ſentient pondus. ſi vnus propius accederet ad centrum grauitatis E, vt in punctum I. eſſet pondus illius qui eſſet in

in I, ad pondus axifteotis io G vt GE, ad EI, quod fufficienter ptobatum eft propofitiooe præcedenti, quare in fitu horizontali qui ferrent in K & L, idem pondus experirentur, ac qui ferrent in F & G, io fitu vero eleuato, fi extremitas A effet altior, & B dapreffior; puncta in axe refpondentia non effent F & G, fed verbi gratia O, & M, qoate magis graoarerur qui effet io puncto L, minos qui in puncto K, fed de his iam diximus multa io Mechanicis.

# STATICÆ,

## LIBER QVINTVS

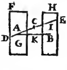
## Centrobaryca Linearum.

*Qvamuis nulla detur linea propriè loquendo, quæ coniuncta non fit cum fuperficie, & corpore, atque adeò nulla quæ fibi propriam vendicet grauitatem: poßumus tamen corpus oblongum, & tenue, & vniformis craßitiei pro linea cogitare, eiufque grauitatem confiderare; centrumque grauitatis intueri. In hoc ergo libro præmißis quinque Propofitionibus vniuerfalibus, omnique magnitudini conuenientibus, linearum tam rectarum quàm curuarum centrum grauitatis explicabimus, in qua materia egregie laborauit Guldinus nofter, è quo etiam multa mutuabimur.*

### PROPOSITIO I.

Theorema.

*Si duæ magnitudines fimul componantur: commune centrum grauitatis erit in linea recta; centra grauitatis particularia coniungente.*



Sint doæ magnitudines A, & B, quarum centra grauitatis fint A, & B; linea verò coniungens centra fit AB. dico fi illæ duæ magnitudines coniungantur, feu volantur, fiue detur aliquod inter illas interoallum, fiue non, (poffuot autem coniuugi mediô corpore folido potà virgâ A B.) Dico commoue centrum grauitatis effe in linea AB. neque enim poteft effe extra illam.

Sit enim fi fieri poteft punctum C; ducatur ex centro grauitatis A, linea AC prodoeenda in D.

Demonftr, Cùm linea DCE tranfeat per commone centrum grauitatis C, diuidet magnitudinem ex vtraque compofitam in partes æqualium momentorum; diuidet itam magnitudinem A, in partes æqualiom momentorum, eum tranfeat per centrum grauitatis A. debet item diuidere magnitudioem B, in partes æqualium momentorum. fi enim pars F, æquipooderat parti G, & pars H magoitudinis B, non æquiponderat parti IB, partes F & H fimol, non æquipooderabunt partibus G & IB. fed impoffibile aft vt diuidatur quaotitas B in partes æqualium momentorum, nifi à linea tranfeunte per eius centrum B, igitor centrum grauitatis commone, non poteft effe extra lineam cooiungentem centra graaitatis, qood erat demonftrandom.

### PROPOSITIO II.

Theorema.

*Si duæ magnitudines æquales coniungantur; commune centrum grauitatis, erit medium lineæ connectentis centra grauitatis*

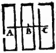
Siot doæ magnitudines A, & B æquales, quæ componantur in vnam magnitodinem. dico centrum commune grauitatis, effe iu medio lineæ, connectentis centra grauitatis particularia, nempe in puncto K.

Demouftr. centrum graoitatis eft in lioea AB (*per præcedentem*) uon poteft effe aliod qoam punctum K, fi enim effet aliud; fufpenfis omnibus ex eo, daretur æquilibrium (*per defin centri grauitatis*) fed quantitates æquales, ex diftaotiis inæqoalibus, non faciunt æquilibrium: fed tantum ex diftaotiis æqualibus, (*per primam præcedentis*) ergo lineæ AK, KB fuot æqoales. quod arat demonftrandum.

### PROPOSITIO III.

Theorema.

*Si trium magnitudinum, æqualium, centra grauitatis fuerint in vna linea; fintque diftantiæ æquales: Idem erit centrum grauitatis omnium fimul, ac intermediæ.*




Sint tres magnitudines A, B, C, æquales in grauitate, sintque centra grauitatis A, B, C, in eadem linea recta, sintque AB, BC, æquales. dico idem punctum B. centrum magnitudinis B, esse centrum magnitudinis compositæ ABC.

Demonstr. Magnitudinum A, & C coniunctarum, centrum grauitatis est punctum B, ergo seclusâ magnitudine B, quodcumque planum transiens per B, diuidit magnitudines A & C, in æquiponderantes, sed constitutô ceotrô grauitatis magnitudinis B, ipsa etiam diuiditur in partes æquiponderantes; ergo aggregatum ex tribus, diuidetur à quôcumque planô, per B transeunte, in partes æquiponderantes; igitur puoctum B est aggregati ex tribus commune centrum grauitatis. quod erat demonstrandum.

## COROLLARIVM I.

Ex his propositionibus concludit Archimedes, quòd magnitudinum æqualium, & numerô imparium, si centra grauitatis ita in vna linea constituantur, vt interualla sint æqualia, quod centrom commune omnium, idem erit ac intermediæ.

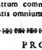
## COROLLARIVM II.

Si verò magnitudines pares numerô fuerint; centrum commune erit in medio lineæ coniungentis omnium centra.

## PROPOSITIO IV.

### Theorema.

*Si duæ magnitudines coniungantur: centrum commune grauitatis, diuidet coniungentem centra particularia, in segmenta, magnitudinibus reciprocè proportionalia.*




Sint duæ magnitudines A, & B, quarum centra grauitatis A, & B coniuncta lineâ rectâ AB, sitque vt A ad B, ita reciprocè CB ad AC: Dico punctum C esse centrum grauitatis, magnitudinis compositæ A, & B.

Demonstr. non potest centtum grauitatis esse aliud quam punctum C. sit enim si fieri potest punctum D; ergo si suspendatur totum aggregatum, per punctum B, erit æquilibrium (*per def. centri grau.*) ergo (*per 3.5. huius*) ita esset A, ad B, sicut BD, ad AD, sed DB mioor est quam CB, ergo DB ad CA minorem habet rationem, quã CB, & multò minorem ad AD, quam BC, ad AC, sed vt BC ad AC, ita A, ad B; ergo non ita se habet DB, ad AD, sicut A ad B; ergo non erit æquilibrium in D: ergo D non est centrum grauitatis. quod erat demonstrandum.

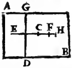
## COROLLARIVM.

Cognitâ grauitate duarum magnitudinum, assignatisque centris grauitatis earum, facile inueniemus centrum graoitatis aggregati, si nempe diuidamus lineam coniungentem centra; in radios reciprocè magnitudinibus proportionales.

## PROPOSITIO V.

### Theorema.

*Si à magnitudine, auferatur magnitudo: erit reliquæ centrum grauitatis, in recta coniungente totius, & ablatæ centra grauitatis, eruntque distantiæ centrorum grauitatis partium à centro communi, reciprocè proportionales partibus.*



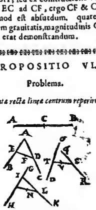

Sit magnitudo AB, cuius centrum grauitatis C, ex qua auferatur magnitudo AD, cuius centtum E, coniungatur linea EC, quæ vlterius producatur; sitque vt GB, ad AD, ita EC ad CF: dico punctum F esse centtum grauitatis magnitudiois GB, sit enim si fieri potest punctum H.

Demon. cum ex duabus magnitudinibus AD, GB vna fiat, & commune centrum grauitatis, sit punctum C. erit (*per præcedentem*) vt GB, ad AD, ita EC, ad CH; sed ex constructione vt GB, ad AD ita est EC ad CF, ergo CF & CH; sunt æquales: quod est absurdum. quare non est aliod centtum grauitatis, magnitudinis GB, à centro F. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VI.

### Problema.

*Data recta linea centrum reperire.*




Sit data recta linea AB, cuius quæritur centrom diuidatur bifariam in puncto C. hoc assero esse centrum grauitatis. cum enim per lineam hic intelligatur corpus tenue vniformis crassitiei, & grauitatis, partes æqoales erunt æquiponderantes, sont etiam æqualiter à puncto suspensionis hinc inde distantes: ergo punctum C, est commune centrum grauitatis.

PROPO

## PROPOSITIO VII.

Problema.

*Duarum rectar um centrum grauitatis reperire.*

Plurimi sunt huiusmodi propositionis casus facile solubiles. Sint primò duæ lineæ angulum quemcumque BAC facientes.inueniantur(*per 6.*) centra grauitatis linearum AB, AC. Sintque E & D, ducatur linea ED, fiatque vt AB, ad AC, ita DF, ad FD, clarum est (*per 5.*) punctum F esse centrum grauitatis eorum.

Secundò concurrant lineæ GH,IK,in puncto I, pariter inuentô M centrô grauitatis lineæ GH, & puncto L lineæ IK, ductâ linea ML, fiat reciprocè vt GH, ad IK; ita LN, ad NM erit N centrum commune grauitatis.

Tertiò sint lineæ O P, QR quomodocumque dispositæ, diuisis lineis OP, QR, bifariàm in T & S, ductâ lineâ TS, si fiat vt OP ad QR, ita reciprocè radius V S, ad T V, clarum est (*per præcedentem*) centrum grauitatis linearum OP, & Q R esse in puncto V.

## PROPOSITIO VIII.

Problema.

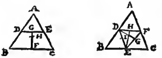
*Plurimarum linearum centrum commune reperire.*

Proponatur quotcumque linearum rectarum commune centrum grauitatis inueniendum.duarum quarumcumqoe quæratur commune centrum, tum aggregati ex his duabus lineis, & tertiæ cuiuscumque quæratur commune centrum; & ita consequenter omnium simul sumptarum commune centrum grauitatis inuenietur; atque hæc erit praxis quâ sequentia soluemus problemata.

## PROPOSITIO IX.

Problema.

*Centrum grauitatis ambitûs trianguli reperire.*




Sit inueniendum centrum grauitatis ambitûs trianguli ABC, seu centrum grauitatis, non areæ ipsius trianguli; sed tantum laterum: diuidantur latera AB, AC bifariam in D, & E, quæ erunt vt patet eorum centra grauitatis, ducatur linea DE, fitque vt AB ad AC, ita GE, ad GD, eritque (*per 7.*) punctum G centrum grauitatis laterum AB, A C. diuidatur pariter BC, bifariam,vt habeatur eius centrum grauitatis F, iungatur linea G F, fiatque vt A B, AC simul, ad BC, ita FH, ad HG eritque (*per 8.*) punctum H centrum grauitatis laterum AB, AC, BC quod faciendum erat.

Quia tamen est nimis operosum diuidere lineas, secundum huiusmodi rationes, aliam praxin proponemus. Sit triangulum quodcumque ABC, quæritur autem eius perimetri centrum: Diuisis lateribus AB, AC, BC, bifariàm in punctis D,E,F, iungantur lineæ DF, DE, EF, tum angulus E D F diuidatur bifariàm lineâ DG, angulus item DEF diuidatur bifariam lineâ EH. secante lineam DG in puncto I. dico punctum I. esse centrum grauitatis.

Demonstratio, cum E, & F sint centra grauitatis laterum AC, & BC centrum commune laterum AC, BC erit in linea EG (*per 1.* & cum angulus EDF bifariam diuidatur lineâ DG, erit vt EG ad GF ita ED, ad DF, (*per 3.6.*) sed vt ED, ad DF, ita AC ad BC, nam cum sit vt BE, ad BC ita BD ad BA, erunt (*per 4.6.*) DE, AC parallelæ, ita ostendam DF & BC, item FE, & AB esse parallelas. ex quibus sequitur triangula ADF, DBE, FEC esse triangulo ABC æquiangula, item DF esse æqualem lineæ BE, sicut DE lineæ AF; ergo sta est DF ad DE, sicut BC,ad AC.ergo ita est reciprocè EG, ad GF, sicut AC ad BC.ergo punctû G est centrum grauitatis laterum AC, BC: quare in linea DG, per primam erit totius perimetri centrum grauitatis, cum D sit centrum grauitatis tertij lateris, ostendam eôdem modò centrum grauitatis esse in linea EH: ergo commune centrum grauitatis erit in puncto I; quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO X.

Problema.

*Ambitûs figurarum quadrilaterarum centrum grauitatis reperire.*

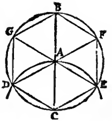
Primò occurrunt parallelogramma vt ABCD cuius facile habebitur centrum grauitatis ambitûs. diuisis enim bifariam lineis AD, BC æqualibus, erit centrum grauitatis earum in medio nempe in puncto I, ostendam idem punctum I esse centrum grauitatis linearum AB, DC: ergo punctum I est centrum grauitatis totius ambitûs.

Si proponatur Trapezium secundùm regulam generalem superius traditam quæratur centrum grauitatis duarum linearum. tum aliarum duarum quæ connectantur, diuidaturque linea connectens; secundum rationem reciproce. primarum linearum ad secundas; & habebitur commune centrum grauitatis.

## PROPOSITIO XI.

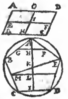
Problema.

*Ambitûs polygonorum Regularium, centrum grauitatis reperire.*




Polygona regularia circulo inscribi possunt, habentque latera, æqualia, & autem vel habent latera numero paria, quale exagonum, ostendo igitur eorum ambitûs centrum grauitatis, coincidere eum centro ipsius circuli, eoi aut inscribuntur, aut circumscribuntur, sit enim exagonum inscriptum circulo.

Demonstratio cum latera GB, BF sint æqualia & anguli GBA, FBA æquales, si diuiderentur bifariam, eorumque centra grauitatis coniungerentur lineâ rectâ, ostenderem facilè commune centrum grauitatis laterum GB, BF esse in linea BA, eôdem modô ostendam laterum GD, FE, aut DC, EC inueniri in linea BC. ergo commune centrum grauitatis totius ambitûs in eadem linea BC inuenitur. Eôdem modô ostendam, eiusdem ambitus centrum grauitatis inueniri in linea GE, aut FD, ergo concludo illud cum centro circuli coincidere.

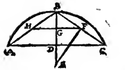



Secundo proponatur polygonum imparium laterum, vt pentagonum; diuisis lateribus AB, AE in F, & G, ductaque linea GF, facile ostendemus centrum grauitatis esse in puncto H, lineæ HI, diuidentis latus CD bifariam in I. pariter ostendam laterum BC, ED, centrum grauitatis commune esse in L, & cum reliqui lateris CD, centrum grauitatis, sit in puncto I. centrum totius ambitûs erit in linea AI. simili ratiocinio ostendam centrum grauitatis eiusdem ambitûs reperiri in linea EM, ergo inuenitur in communi concursu, nempe in puncto K, quod est centrum circuli.

## PROPOSITIO XII.

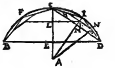
### Theorema.

*Si segmento circuli inscribatur polygonum cuius latera, sint pariter paria, erit vt medietas linearum, ad subtensam, ita perpendicularis à centro circuli ad vnum latus, ad distantiam centri grauitatis omnium à centro.*




Sit segmentum circuli ABC, cui inscribantur plurimæ numerô pariter pares, dico ita esse medietatem linearum seu in hoc primo exemplo lineam BC, ad dimidiam subtensam CD, sicut linea EF perpendicularis ducta à centro, ad BC, vnam ex lineis, ad EG distantiam centri grauitatis à centro circuli.

Demonstratio primò ostenditur centrum grauitatis linearum AB, BC esse punctum G, cum centra particularia sint F & H, & lineæ sint æquales, triangula item rectangula BDC, EGF, sunt æquiangula, cum præter angulos rectos, angulus EBC sit æqualis angulo EFG; sunt enim ambo complementum anguli BEG, quare ita erit BC ad DC oppositam angulo DEC, sicut EF, ad EG oppositam angulo æquali GFE, quod erat demonstrandum.




Proponatur segmentum BCD, in quo inscribantur 4. lineæ æquales, BF, FC, CI, ID, dico ita esse semisummam nempe CI, ID, ad semisubtensam ED, sicut AOperpendicularis, ex centro ducta ad DI vnam ex lineis, ad AL distantiam centri grauitatis à centro.

Primò ostendo punctum L esse centrum omnium linearum cum H, & O sint centra linearum, CI, & ID, & consequenter punctum K centrum commune, idem ostendetur ex alia parte, quare ducta KL, erit perpendicularis ad EC.

Considerandа sunt primo triangula DMI, KAO, quæ sunt æquiangula, nam præter angulos rectos M & K, angulus MDI, in peripheria insistens arcui CI, & angulus KAO in centro insistens dimidio arcui sunt æquales. quare ita erit DI ad DM, seu DI bis ad DM bis seu DC, vt AO ad AK. considerandа item sunt triangula LKA, CDE quæ dico esse æquiangula, cùm præter angulum rectum angulus CDE in peripheria insistens duplo arcui BF, FC, & angulus CAI in centro insistens arcui dimidio CI sint æquales. Erit ergo (*per* 4.6.) vt CD ad ED, ita AK ad AL: ergo ex æqualitate rationis, ita erit ID bis, seu CI, ID, ad BD; sicut AO, ad AL, quod erat demonstrandum.

Idem ostendi potest in pluribus lineis. Si modo fuerint numero pariter pares.

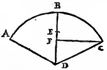
## COROLLARIVM.

Ita erit Summa omnium inscriptarum ad totam subtensam BD, sicut AO, ad AL, quia ita est summa linearum, ad totam subtensam B[illegible] sicut dimidia summa, ad dimidiam subtensam.

PROPO

## PROPOSITIO XIII.

*Cuiuslibet arcûs circuli centrum grauitatis reperire.*




Sit datus arcus circuli ABC. cuius Inuentum sit centrum D, (*per* 25. 3.) diuidatur bifariam in B, ductâque lineâ BD, fiat vt BC, ad dimidiam subtensam FC, ita radius DC, aut DB, ad DE. dico DE esse centrum grauitatis arcûs ABC.

Demonstratio possunt per subdiuisionem, tot inscribi lineæ æquales, numerô pariter pares, arcui ABC; vt tandem in ipsum desinant, ita vt defectus possit in infinitum minui; sed in tali casu perpendicularis ducta à centro D, ad vnam inscriptarum, sit ipse radius, ergo Ita erit BC, ad semisubtensam FC, sicut radius ad DE, distantiam centri grauitatis arcûs ABC, à centro D.

Hanc demonstrationem non vlterius explico, cum hâc methodô sæpissime vsi fuerimus, præcipue vt indagaremus, rationem circumferentiæ ad diametrum.

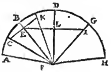
### COROLLARIVM.

In semicirculo radius est medius proportionalis inter quadrantem, & lineam DE.

## PROPOSITIO XIV.

Problema.

*Datô centrô grauitatis alicuius arcûs inuenire centrum grauitatis arcûs dupli, quadrupli, &c. Item arcûs dimidij, &c.*




Proponatur arcus AB, cuius habeatur centrum grauitatis C, habebitur centrum grauitatis arcûs BD illi æqualis; si nempe BD diuidatur bifariàm, lineâ FK, fiatque FK æqualis lineæ FC, ducatur CK. quæ diuisa erit bifariam in punctô E, centrum grauitatis arcûs dupli ABD. sit arcus DH æqualis arcui AD, sitque diuisus bifariam lineâ FG, in qua abscindatur FI æqualis lineæ FE, iungatur linea EI clarum est punctum L esse centrum grauitatis arcûs quadrupli ADH, & ita consequenter, donec absoluatur totus circulus.

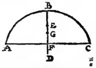
E contra vero datô centro grauitatis arcus ADH si ducatur perpendicularis LI, occurrens BF, FI, diuidentibus arcus AD, DH bifariam; habebuntur centra grauitatis arcuum AD, DH, nempe semissium, pariter ductâ perpendiculari BC habetur centrum grauitatis arcûs AB.

## PROPOSITIO XV.

Problema.

*Centrum grauitatis arcûs alicuius subtensæ inuenire.*

Sit Arcus ABC, cuius subtensa AC, quæritur autem centrum commune tam arcui ABC, quam subtensæ AC, seu centrum grauitatis aggregati ex arcu ABC, & subtensa AC. sit E centrum grauitatis solius arcûs ABC, fiat vt DB, DE simul ad DE, ita FE, ad EG: dico punctum G esse centrum grauitatis aggregati ex ABC & subtensa AC.

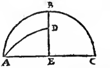



Demonstr. est enim (*per* 13.) vt ABC, ad AC, ita DB ad DE & componendo vt ABC, & AC ad AC, ita DB & DE, ad DE, vt autem DB & DE, ad DE, ita fecimus FE, ad EG; ergo ita erit FE, ad EG sicut ABC & AC ad AC. & diuidendo vt ABC, ad AC, ita reciprocè FG, ad GE; quare punctum G erit commune centrum grauitatis (*per* 4. *præcedentis*) quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XVI.

Theorema.

*Centrum grauitatis circumferentiæ semicirculi, est vltimum punctum lineæ quadraticis.*




Sit semicirculus ABC, & in eo descripta linea quadratix AD. dico vltimum eius punctum D esse centrum peripheriæ semicirculi A B C. nam qui de hac linea quadratice egerunt, vt Clauius Pappus & alij demonstrant, præcipuam eius proprietatem esse, vt sit eadem ratio AB ad AE, quæ EB, ad E D, sed ostendimus (*in* 13.) centrum grauitatis alicuius arcûs exhiberi, si fiat, vt AB, ad AE, ita EB ad ED. ergo punctum D est centrum grauitatis peripheriæ semicirculi.

*De hac linea quadratice hic non ago, agam fortasse in fine operis, post conicas sectiones.*

STATI

# STATICÆ,

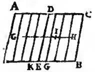
## LIBER SEXTVS

## Centrobaryca Planorum.

### PROPOSITIO I.

Theorema.

*Parallelogrammi centrum grauitatis est; in linea recta diuidente bifariam latera opposita.*



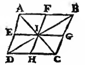

Sit parallelogrammum AB cuius latera aduersa AC BF diuidantur bifariàm io D, & E, ducaturque linea DE. dico centrom grauitatis parallelogrammi AB, esse in lineâ DE. si enim non est, sit illud in puncto I diuidantur latera AC, BF, bifariàm, & iterom bifariàm quaotùm libuerit donec punctum I sit extra primum parallel a grammum DG; ducanturque lineæ parellelæ lateribus AF,CB; eritque diuisum parallelogrammum AB io parallelogramma similia similiterque posita nomero paria coaprata ad inuicem.

Demonstratio cum partialia parallelogramma sint numerô paria, & lineæ inter centra grauitatum siot æqua les,in medio lioeæ ea cooocctentis erit commuoe centrum graojtatis, (*per Coroll.* 3.) sed non potest I esse io medio, cum sit extra primas figotas, siotque plores ex voâ parte, qnam ex alia: igitur punctum I oon est centrum granitatis; (*per coroll.* 3.) igirot punctum I. non est centrum grauitatis, quare nullom punctum intra lioeam DE erit centrum grauitatis; igitor illud erit in lioea DE, quod erat demoostraodum.

### PROPOSITIO II.

Problema.

*Parallelogrammi cuiuslibet centrum grauitatis est in concursu diametrorum.*



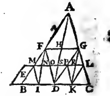

Sit parallelogrammum AC; dico centrum grauitatis eius esse in concursu diametrorum, diuidantur bifariam latera opposita, ducanturque lineæ FH, EG, item ducantur lineæ IB, ID. IA, IC.

Demonstratio (*per 6. huius*) centrom grauitatis est in linea FH, & per eandem est etiam in lineâ EG; ergo est in puncto I. quia autem triangula FIB, DIH habent angulos DHI, IFB alternos in parallelis æquales, item latera DH, FB, HI, IF æqualia, (*per 4. primi*) reliqua habebuot æqualia, eruntque anguli DIH, FIB æquales, quare erit DIB vna recta linea, ostendam pariper AIC esse rectam lineam, hoc est DB, AC esse diametros, ostendimos autem puoctum I. esse centrum grauitatis; igitor in parallelogrammis ceotrum grauitatis, est io concursu diametrorum, quod erat ostendeodum.

### PROPOSITIO III.

Theorema.

*Trianguli cuiuslibet centrum grauitatis est in Linea ducta ab angulo quocumque ad dimidiam basin.*




Sit trianguluм ABC, diuisâque bifariàm lineâ BC in puncto D, ducatur linea AD. dico centrum grauitatis esse in linea AD.

Demonstratio.

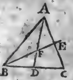
Demonstratio. centrum grauitatis est in linea A D, si A D, diuidat triangulum ABC in partes æquiponderantes, aut æqualium momentorum, sed linea AD ita diuidit triangulum ABC vt sint æqualia vtriusque momenta, si enim non sunt æqualia momenta; ponamus momentum trianguli ADC maius esse, momentô trianguli ABD suspensi nempe ex puncto A. eritque maius, excessu aliquô determinatô; supponamus æquiuál magnitudinem E, in puncto B applicatam, nempè maximè distantem à puncto suspensionis A, vt fiat æquilibrium. ostendo non requiri talem magnitudinem E, vt fiat æquilibrium. ex puncto D ducantur lineæ D F, D G, lineis AF, AG, parallelæ. diuisisque lineis BD, DC, bifariam in I & K, ducantur MI, IO lineis MP, FO, sicut KP, K L lineis P G., G L parallelæ. & ita deinceps diuidendo bases triangulorum reliquorum, intelligantur semper fieri parallelogramma ex triangulis. parallelogrammum AFDG est dimidium trianguli ABC, nam triangula AFG, BFD sunt similia, habentque latera AG, FD, æqualia; ergo æqualia sunt; cum ergo tam triangulum AFG, sit dimidium parallelogrammi, quam triangulum BFD, dimidium reliqui, erit parallelogrammum AFGD dimidium trianguli ABC, ita ostendam parallelogrammum FMIO esse dimidium trianguli BFD, sicut parallelogrammum GPKL, trianguli DGC, atq; ita ostẽdere semper possum parallelogramma esse, semper dimidia triangulorum quibus hoc modo inscribuntur. cum ergo ex triangulo ABC, auferendo parallelogrammum AFDG auferatur dimidiũ, & ex reliquo nempe ex triangulis BFD, DGC auferendo parallelogrammum, aufertur dimidium, atque ita deinceps tandem relinquetur quantitas minor quã E supponamus BMI, IOD, DPK, KLC, simul minora esse quãtitate E. quare excessus momenti triangulorum DPK, KLC, supra momentũ triangulorum BMI, IOD, minor erit momentô quantitatis E, cum quantitas E ipsis maior, sit etiã in maiori distantia. reliqua autem parallelogrãma sunt in æquilibrio, hoc est habent centrum grauitatis in linea AD. & primò quidem parallelogrãmum AFDG, habet (*per præcedentem*) centrum grauitatis in puncto H. parallelogrammum FMIO, in puncto N, & GPKL in R. cum autem MS, & SL sint æquales, item RL, & MN, erunt etiam æquales NS, RS. cum igitur parallelogrãmma FMIO, GPKL sint æqualia, & linea NR, coniungat centra grauitatis eorum, erit in medio eius nempe in S centrum grauitatis commune. sunt igitur hæc duo parallelogramma in æquilibrio. adduntur triangula, cum ergo excessus momenti triangulorum DPK, KLC, supra momentum triangulorum BMI, IOD, minor sit quàm momentum quantitatis E, falsum est momentum trianguli ADC, superare momentum trianguli ABD, momentô magnitudinis E, quod cum possim ostendere de quocumque momentô assignabili, dicendum est momentum trianguli ABD, æquale esse momentô trianguli ACD, si suspendantur ex A, atque adeò lineam AD diuidere totum triangulum ABC, in partes æqualium momentorum, igitur in AD est centrum grauitatis quod erat demonstrandum.

Hoc genere demonstrationis vsus est Archimedes, in aliis plurimis locis, licèt in hoc casu aliò vtatur; nam triangula per inscriptionem parallelogrammorum tandem vt ita dicam desinunt in parallelogramma, numero paria, quæ semper habent centrum grauitatis, in linea A D; ergo & omnia triangula simul sumpta, centrum grauitatis in eadem linea obtinebunt.

## PROPOSITIO IV.

### Theorema.

*In omni triangulo, si ex duobus angulis ad dimidia latera opposita ducantur rectæ lineæ; in earum concursu erit centrum grauitatis.*



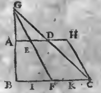

Sit triangulum ABC, diuidatur bifariam latus BC, ducaturque linea AD, diuidatur item bifariã aliud latus AC, ducaturq; linea BE. hæ duæ lineæ se intersecent in puncto F. dico punctum F esse centrum grauitatis trianguli ABC.

Demonstratio. centrum grauitatis trianguli ABC, est in linea AD, est etiam in lineâ BE, non potest autem esse in vtraque nisi sit in puncto F, ergo centrum grauitatis est punctum F, quod demonstrandum erat.

## PROPOSITIO V.

### Theorema.

*Cuiuslibet Trapezij duo latera parallela habentis centrum grauitatis inuenitur, in linea diuidente bifariam vtrumque latus parallelum.*




Sit trapezium ABCD cuius duo latera BC, AD sint inter se parallela, diuidatur latus AD, bifariam in puncto E, item latus BC in puncto F, ducaturque linea EF, dico in illa esse centrum grauitatis trapezij ABCD. vel enim latera AD, CB, æqualia, sunt, vel inæqualia; si primum erit trapezium ABCD parallelogrammum, atque adeò (*per 6. huius*) centrum grauitatis, est in linea EF.

Si verò latera AD, B C sint inæqualia, sit AD minus, producaturque linea BA, donec concurrat cum FE producta, in puncto G. producatur pariter CD donec concurrat cum FE; dico eam concurrere in eodẽ puncto G. neque enim parallela est BA, aut CD ipsi EF. quia sumptâ EH quæ sit æqualis dimidiæ basi FC, ductaque linea CH, erit parallela lineæ C H; ergo lineæ F G, CG concurrent ostendo autem lineas BA, CD concurrere cum FE in eodem puncto G. in triangulo GBF; cum basi BF, ducta sit parallela AE, erit vt BF, ad AE, ita FG,

ad EG, & diuidendo abscissâ BI quæ sit lineæ AE æqualis, erit vt IF, ad AE, ita FE, ad EG. pariter abscissâ CK quæ sit lineæ ED æqualis, erit consequenter FK, ipsi FI æqualis, sicut ED ipsi AE. quare eôdem modô ostendam FK ad ED, seu FI, ad AE, ita esse vt FE, ad EG; igitur eadem semper respondet linea EG. quare punctum concorsûs est semper idem: cum ergo trianguli totius GBC, centrum grauitatis sit in lineâ GF, & ablati AGD centrum in eâdem lineâ consistat, erit & reliqui centrum grauitatis in eâdem lineâ recta. (*per 5. huius*) quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Si ex angulo trianguli per centrum grauitatis ducatur linea recta, hec bifariam diuidet latus oppositum.*



Sit triangulum ABC cuius centrum grauitatis D, ducaturque linea AD, dico illam diuidere latus BC bifariam in E; si enim BE, EC non sunt æquales, sint BF, FC æquales, ducaturque linea AF.

Demonstratio. (*per 8. huius*) centrum grauitatis trianguli ABC, esset in linea AF; ergo falsum esset quod sit D. ergo si est punctum D linea ADE diuidit bifariam latus BC.

## PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Centrum grauitatis trianguli, ita lineam ab angulô, ad medium latus ductam secat, vt segmentum vicinius angulo sit duplum reliqui.*



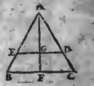
Sit triangulum ABC, ducatur linea AE. diuidens latus BC bifariam in E, sitque punctum D centrum grauitatis trianguli. dico AD esse duplam ipsius DE. sit enim BF, æqualis lineæ AB, quæ diuidatur bifariam in G, ducanturque GE, FC, item producatur BD, in H.

Demonstratio. linea BD, per centrum grauitatis ducta, per præcedentem, diuidit latus AC bifariam in H. cum ergo sit vt AB ad BF, ita AH, ad HC; (*per 2.6.*) lineæ BH, FC erunt parallelæ, pariter in triangulo CBF, quia ita est BG, ad GF, sicut BE, ad EC; GE, FC parallelæ erunt: ergo sunt etiam parallelæ BD, GE quare (*per 2.6.*) ita erit AB ad BG, sicut AD, ad DE, sed ex constructione AB est dupla ipsius BG; ergo & AD, ipsius DE dupla erit. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Si latus trianguli in tres partes diuidatur, & per tertiam partem prope basin, ducatur parallela basi; in ea erit centrum grauitatis.*



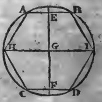
Sit triangulum ABC, sitque CD tertia pars lateris AC; ducaturque DE, parallela basi; dico in linea DE, esse centrum grauitatis trianguli ABC. diuidatur BC bifariam in F. ducaturque AF. ostendo centrum grauitatis trianguli esse in puncto G.

Demonstratio. In triangulo AFC, cum GD, sit basi FC parallela erit vt AD, ad DC, ita AG, ad GF, sed AD facta est dupla reliquæ DC; ergo AG dupla erit reliquæ GF. quare (*per præcedentem*) G est centrum grauitatis: igitur centrum grauitatis est in linea DE. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Omnis figuræ regularis parium laterum, centrum grauitatis idem est quod centrum circuli cui inscribitur.*



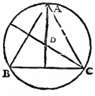
Vuco figuram regularem eam cuius omnes anguli, & omnia latera sunt æqualia. & consequenter quæ inscribi possit circulo. assero autem si latera sint numero paria, fore vt idem sit centrum grauitatis, polygoni & circuli cui inscribitur. sit enim verbi gratia exagonum, & duo aduersa latera AB, CD bifariam diuidantur in E, & F, ducaturque linea EF, quæ per centrum transit. In ea erit centrum, tam trapesij ABIH, quam CDIH (*per decimam huius*) quia autem trapezia sunt similia; suntque vel paria numerô, & tunc eorum centrum grauitatis est in linea media nempe HI, vel si sint numerô imparia, erit trapesium aliquod diuisum bifariam per lineam HI, in

in qua adhuc erit centrum grauitatis. cum ergo centrum grauitatis inueniatur in linea E F, & in lineâ HI, necessariò inuenietur in puncto G, centro circuli. quod erat ostendendum.

## PROPOSITIO X.

Theorema.

*Trianguli æquilateri centrum grauitatis est centrum circuli cui inscribitur.*

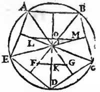



Sit triangulum æquilaterum ABC, qui circulo inscribatur cuius centrum D; dico punctum D esse centrum grauitatis trianguli ABC. ducatur per centrum circuli linea AD, hæc (*per* 1. 3.) diuidet latus BC bifariam. quare in ea erit centrum grauitatis, pariter ostendam in lineâ CD, per centrum D ductâ esse centrum grauitatis. quare punctum D, quod est centrum circuli est centrum grauitatis trianguli ABC. quod ostendendum erat.

## PROPOSITIO XI.

Theorema.

*Omnis polygoni regularis centrum circuli cui inscribitur, est centrum grauitatis.*

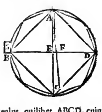



Sit Polygonum regulare verbi gratiâ pentagonum ABCDE, quod circulo inscribatur, sitq; centrum circuli I. dico punctum I, esse centrum grauitatis polygoni ABCDE. diuidatur polygonum in triangula, ductis lineis à centro I ad singulos angulos; quæ productæ diuident sibi opposita latera bifariam. si polygonum latera habeat numerô imparia (*per* 1. 3.) cum transeant per centrum, in iis autem lineis erunt centra grauitatis singulorum triangulorum. sint duo grauitatis centra, nempe triangulorũ EID, DIC, F, & G, quæ lineâ recta FG coniungantur. ostendam duorum triangulorum EID, DIC, centrum grauitatis esse in puncto K lineæ DI; item duorum triangulorum AIB, BIC, eêtum commune esse in linea IO item trianguli AIB centrum esse in linea IO. quare centrum commune grauitatis totius polygoni ostendetur esse in linea DO. non dissimili ratione ostendetur esse in aliâ quâcumque lineâ per centrum transeunte. ergo debebit necessariò esse in communi concursu. ergo centrum grauitatis polygoni regularis, idem est ac centrum circuli, cui inscribitur. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XII.

Theorema.

*Centrum grauitatis circuli, idem est quod centrum magnitudinis.*




Sit circulus quilibet ABCD, cuius centrum E. dico centrum E esse etiam centrum grauitatis eius. ducantur diametri AC, BD. & si si fieri potest centrum grauitatis F, sequitur quod linea AE, non diuidat circulum in partes æquiponderantes. sit igitur semicirculi ABC, momentum minus, quàm momentum semicirculi ADC, momentô magnitudinis G, in puncto B collocatæ. & circulo inscribatur quadratum, ABCD, & per bisectionem arcuum, inscribatur octogonum, deinde polygonum sexdecim laterum, & ita deinceps, tandem fiet polygonum ita parum deficiens à circulo; vt excessus circul minor sit quantitate G. ponamus illud polygonum esse octogonum. cuius centrum grauitatis erit punctum E, (*per* 14.) atque adeò linea AC diuidet illud in partes æquiponderantes, id autem quod addet semicirculus supra octogonum, minus est quantitate E, & adhuc minus distans, à puncto suspensionis A, igitur id quod circulus addit supra semicirculum minus momentum habebit, quam sit momentum quantitatis E. quod cum demonstrari possit de quâcumque quantitate minore, & minore in infinitum, dicendum est semicirculum ABC, non habere maius momentum, quam semicirculus ADC, atque adeò diametrum AC, diuidere circulum in partes, æquiponderantes, idem demonstrari potest, de alia quâcumque diametro, quare cum centrum grauitatis, sit in omnibus diametris, idem erit centrum grauitatis, & magnitudinis. quod erat demonstrandum.

## COROLLARIUM.

Eôdem modô ostendere possumus, in Ellypsi idem esse centrum magnitudinis, & grauitatis.

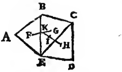
Idem facilius probaremus per methodum indiuisibilium. cum enim omnes ordinatim applicatæ diuidantur bifariam ab axe, seu diametro maiore, singularum centra grauitatis in eadem

eadem linea inuenientur: ergo & omnium linearum centrum commune in eadem linea erit, sed centrum grauitatis totius Ellypsis, non potest esse aliud, quàm centrum commune, omnium ordinatarum, quæ totum replent spatium, ita vt nullum sit in figura punctum per quod duci non possit ordinatim applicata, ergo centrum grauitatis est io eo axe. quod simili modò de omnibus sectionibus conicis demonstrari potest. In ellypsi tamen, & circulo, quia hæ ordinatim applicatæ, non tantum vni diametro, sed etiam alteri possunt esse perpendicolares, in vtraque diametro inuenietur centrum grauitatis: ergo in communi earum concorsu. seu in centro magnitudinis, quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XIII.

Problema.

*Cuiuslibet Rectilinei, centrum grauitatis reperire.*




Sit Rectilineum ABCDE, cuius quæritur centrum grauitatis. Resoluatur in triangula ABE, EBC, CED quæraturque vniuscuiusque trianguli centrum grauitatis. sintque F, G, H. coniungantur bina, nempe F & G, lineâ rectâ FG, fiatque, vt triangulum ABE, ad triangulum BEC, ita reciprocè GK, ad KF, eritque K, centrum grauitatis commune duorum triangulorum ABE, BEC. (*per 4. præcedentis*) ducatur linea KH fiatque vt triangula ABE, BEC simul, ad triangulum CED, ita reciprocè HI, ad IK. punctum I per eamdem erit centrum commune grauitatis quod inueniendum erat.

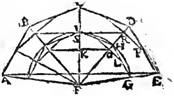
Ita etiam curuilineorum centrum grauitatis physicè inueniemus, si nempe resoluantur in rectilinea; quæ sensibiliter ab iis non differant.

## PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*Centrum grauitatis polygoni pariter paris, in segmento circuli inscripti, tertiâ parte minus distat a centro circuli, quam centrum grauitatis perimetri eiusdem.*

Sit polygonum ABCDE inscriptum segmento circuli. sitqoe numerus laterum pariter par. sitque inuentum (*per 12. præcedentis*) punctum S nempe centrum grauitatis perimetri ABCDE. sit SK tertia pars lineæ FS. dico punctum K esse centrum grauitatis totius polygoni ABCDE; abscindatur GE, tertia pars radij FE, ducaturque GH, lateri DE parallela, perficiaturque totum polygonum. (*per 8. huius*) centrum grauitatis



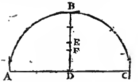

trianguli DFE erit in linea GH, & consequenter in puncto L; quare centrum grauitatis duorum triangulorum DFE, CFD, erit in puncto O & centrum commune totius polygoni io puncto K

Demonstr. cum lineæ GL, EP, sint parallelæ, erit vt FE ad FG, ita FP, ad FL, ergo LP est tertia pars lineæ FP, & OR tertia pars lineæ FR, & SK tertia pars lineæ FS, quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XV.

Theorema.

*Si in semicirculo radius fiat medius proportionalis, inter quadrantem, & aliam lineam distantia centri grauitatis à centro circuli; duas tertias illius tertia proportionalis sibi vendicat.*




Sit semicirculus ABC. dico si fiat vt quadrans AB, ad radium AD, ita radius DB, ad DE, & DF, sit duæ tertiæ lineæ DE, punctum F esse centrum grauitatis semicirculi ABC.

Demonstratio. Intelligatur inscriptum polygonum tot laterum numero pariter pariom, vt sensibiliter à circulo non deficiat, sed in illum vt ita dicam desinat, eritqoe vt eius semiperimeter quæ non differt sensibiliter à quadrante ad AD, ita perpendicularis ad vnum latus nempe ipsa AD, ad AE, & (*per 12. præcedentis*) erit E centrum grauitatis perimetri eius; & F, centrum grauitatis illius polygoni, seu sensibiliter semicirculi.

## COROLLARIVM.

Si fiat vt arcus 60. graduum, ad doas tertias radij, ita duæ tertiæ radij, ad tertium habetur distantia centri grauitatis.

Ex iis facile habebitur centrum grauitatis semicirculi. nam sinus arcus vnius minuti est 29. 09. qualium radius est 10000000. radij duæ tertiæ est 6666666. multiplica 29. 09. per 3600. habebis arcum graduum 60. esse partium 104724. 00 qualium duæ tertiæ radij sunt 66666. 66. fiat ergo vt primus numerus ad secundum ita secundus ad tertium & habebitur circiter 42472. 62. vel

vel hoc modo faciliùs quadrans ad radium est vt 11. ad 7. fiat vt 11. ad 7. ita 7. ad $4\frac{5}{11}$. cuius duæ tertiæ sunt seu $\frac{32}{11}$ seu fere 3. quare se habet radius ad distantiam centri grauitatis vt 7. ad 3. ferè seu vt 1000. ad 4147.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

*Distantia centri grauitatis sectoris à centro circuli duas tertias distantia centri grauitatis perimetri obtinet.*

Sit in figura propositionis 14. sector circuli ACEF, sitque centrum grauitatis perimetri punctum S. distantia eius à centro circuli, sit linea F S. cuius linea FK duas tertias obtineat. dico punctum K, esse centrum grauitatis sectoris circuli.

Demonstratio. Intelligatur polygonum pariter parilaterum inscriptum circulo, & tot laterum, vt à circulo sensibiliter non deficiat, quare centrum grauitatis perimetri eius, non differet notabiliter à centro grauitatis, perimetri sectoris; erit ergo punctum S. pariter centrum grauitatis sectoris, & illius polygoni, non different sensibiliter, ita vt quàcumque datâ differentiâ, potest Inueniri polygonum quod minus differat, à sectore; sed distantia centri grauitatis sectoris obtinet duas tertias, distantiæ centri grauitatis perimetri: ergo idem respectu sectoris eueniet.

Hanc demonstrationem tantum indico, cui nempe potest eadem vis tribui, quæ aliis demonstrationibus similibus competit, vt alibi pluries fecimus.

COROLLARIVM.

Si ergo fiat vt tertia pars perimetri sectoris, ad tertiam partem subtensæ AE, ita duæ tertiæ radij, ad quartam FK, habebitur distantia centri grauitatis a centro.

PROPOSITIO XVII.

*Centrum grauitatis segmenti circuli reperire.*

Sit segmentum ABCDE, cuius quæritur centrum grauitatis. Primò (*per præcedentem*) inueniatur centrum grauitatis, totius sectoris ACEF, quod sit punctum K. inueniatur (*per* 8.) centrum grauitatis trianguli AFE, quod sit Z. tum fiat, vt segmentum ACEF, ad triangulum AFE, ita reciprocè ZK, ad KI datum est ex regula generali sæpiùs repetita, punctum I, esse centrum grauitatis segmenti ACEF, quod faciendum erat.

PROPOSITIO XVIII.

Problema.

*Figurarum omnium ex circularibus compositarum, centrum grauitatis reperire.*

Sub hoc nomine comprehendo lunulas, secures, lenticulares & alias innumeras constantes aut circulis integris, aut segmentis circulorum, aut sectoribus. Proponatur primò Lunula

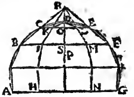



ABCAD. cuius inquiratur centrum grauitatis sit minoris circuli centrum F, & maioris punctum E, fiat vt maior circulus, ad minorem, ita FE, ad EG, clarum est punctum G, esse centrum grauitatis, quod erat faciendum. Eôdem modô procedendum est in aliis similibus exemplis, quæ congerere inutile iudico.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

*Si polygoni pariter parilateri segmento circuli inscripti, subtendentes diuidantur, singulæ in eâdem ratione, ita vt fiat aliud polygonum: erit primi, & secundi polygoni idem centrum grauitatis.*




Sit polygonum ABCDEFG pariter parilaterum inscriptum segmento circuli, sintque subtendentes CE, BF, AG, &c. quæ parallelæ erunt, cum polygonum æquilaterum supponatur. secentur singulæ subtendentes, in eâdem ratione, hoc est ita sit OK, ad OC, sicut SI, ad SB, fiatque aliud polygonum interius HIKDLMN. sitque polygoni exterioris centrum grauitatis punctum P. dico punctum P, esse centrum grauitatis polygoni interioris. producantur latera BC, IK, ML, EF donec conueniant cum axe; concurrent autem in eôdem axis RP puncto R quia nempe ita est CK. ad KO, sicut BI, ad IS.

Demonstratio. triangula DCE, DKL, habent idem centrum grauitatis, si nempe DO in tres partes secetur, & per primam diuisionem, ducetur parallela lineæ CE, in ea enim (*per* 8.) inuenitur centrum grauitatis vtriusque trianguli: sed vtriusque trianguli centrum in linea DO: ergo idem est centrum vtriusque.

Ostendo pariter trapeziorum BCEF, IKLM, idem esse centrum grauitatis, nam triangulorum RBF, RIM, idem est centrum grauitatis nempe in parallela &c. triangulorum item RCE, RKL idem est centrum grauitatis; ergo & reliquorum trapeziorum CBFE, IKLM, idem est centrum grauitatis. eôdem modô ostendam reliquorum

quorum trapeziorum idem esse centrum grauitatis. Ergo & componendo vtriusque polygoni idem est centrum grauitatis. quod demonstrandum erat.

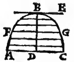
## PROPOSITIO XX.

*Segmenti elliptici cuiuscumque, & segmenti circularis eundem axem basim, & verticem habentium, idem est centrum grauitatis.*

Sit in eadem figura segmentum Ellypticum HIKDLMN, & segmentum circulare ABCDEFG. eundem axem, & eundem verticem D habētia: dico vtriusque idem esse centrum grauitatis, inscribatur enim segmento circulari polygonum parilaterum, tot laterum, vt non sensibiliter deficiat à segmento circulari, ductisque parallelis, inscribatur Ellypsi polygonum totidem laterum, neque etiam polygonum illud, ab Ellypsi sensibiliter differet; sed Ellypsis secat omnes parallelas basi, in eadem ratione, vt vidimus in secundo Geometriæ practicæ, ergo idem erit centrum grauitatis vtriusque poligoni, ergo & idem vtriusque segmenti circularis, & Ellyptici, quod erat demonstrandum. intelligo autem vnam Ellypsi diametrum esse æqualem diametro circuli.

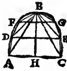
## SVPPOSITIO I.

Quia quæ Probat Archimedes de centro grauitatis parabolæ, supponunt nonnulla ex Conicis, ideò hanc suppositionem ex conicis repetere coactus sum. nempe in omni conica sectione dari aliquam diametrum, quæ omnes ordinatim applicatas secet bifariam. ordinatim autem applicatæ, debent esse parallelæ lineæ tangenti sectionem, præcise in puncto verticis. vt v. g. sit




sectio quæcumque ABC, quam tangat in puncto B, linea BE, erit BD diameter; diuidens bifariàm ordinatim applicatas FG, AC, cæterasque parallelas lineæ AC.

## SVPPOSITIO II.

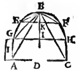



Supponit secundò Archimedes, vt sibi probatum, si intra parabolam ABC, cuius basis AC, triangulum ABC inscribatur & in residuis portionibus ABD, CBL triangula inscribantur eandem altitudinem cum basibus habentia, si coniungantur anguli triangulorum aducrsorum lineis D,& L; F & G; illæ erunt inter se parallelæ.

## PROPOSITIO XXI.

Theorema.

*Figura rectilinea, in parabola planè descripta, centrum grauitatis est in axe.*




In parabola ABC inscribatur primò triangulum ABC, supra basin AC, eandem habens altitudinem AB, tum in portionibus AEB, CFB alia triangula, & ita deinceps. dico huiusmodi figuræ AGEBFHC in parabola planè descriptæ, centrum grauitatis esse in axe BD.

Iungantur enim anguli æqualiter à vertice B distantes, lineis FE, EH, quæ per suppositionem præcedentem parallelæ erunt, & diuisæ bifariàm axe BD.

Demonstratio (*per 5. huius*) trapezij AGHC. centrum grauitatis est in linea DI, & trapezij GEFH, in linea KI, item trianguli EBF centrum grauitatis est in linea BK. ergo totius figuræ centrum grauitatis est in linea BD, quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXII.

Theorema.

*Parabolæ centrum grauitatis est in diametro.*

Sit parabola ABC, cuius diameter BD, dico in BD esse centrum grauitatis eius.

Demonstratio linea BD diuidit parabolam in duas partes æqualium momentorum. si enim momenta vtriusque partis non sint æqualia supponatur momentum partis CBD esse maius, determinato aliquo excessu, nempe momento magnitudinis L, in AG applicatæ, ita vt ABD simul cum L, sit in æquilibrio cum DBC, ostendo id dici non posse. Inscribatur parabolæ planè, figura AGEBFHC, ita vt excessus parabolæ supra figuram minus sit, magnitudine L.

Figuræ ita planè inscriptæ centrum grauitatis est in BD, id autem quod relinquitur, minus est quàm magnitudo L, ergo excessus residui CBD, supra residuum ABD, multò minor erit quam magnitudo L, & cum magnitudo L, sit in maiori distantia maius erit momentum magnitudinis L, quam illius excessûs, ergo magnitudo L addita parti ABD; maius faciet momentum quam sola pars DBC. ergo falsum est momentum partis DBC superare momentum partis ABD, momento magnitudinis L. sed nec aliô quocumque momento: ergo nullô: sunt igitur in æquilibrio, quod ostendendum erat.

PROPO

## PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

*In omni parabola centrum grauitatis eôdem modô diuidit diametrum.*

Sint duæ parabolæ BAC bac etiam dissimiles, hoc est quæ inæqualem cum ordinatim applicatis angulum comprehendant: sitque in vna centrum grauitatis E in alia verò sit e. dico ita esse AE, ad ED; sicut ae, ad ed. In vtraque parabola inscribatur triangulum bac. BAC, diuisisque lateribus BA, AC. ba, ac bifariam in punctis f, g, F, G ducantur lineæ fg, FG, ducantur item lineæ IFQ, ifq, KG, kg axibus parallelæ perficiantur item triangula aib, AIB, akc, AKC. quorum centra grauitatis sint L, M, l, m, ducantur lineæ lm, LM, quæ secent AD, a, d, in punctis n. N, ducantur lineæ ik, IK secantes axes in punctis O Eritque centrum grauitatis triangulorum AIB AKC in puncto N & centrum commune trium triangulorum, in vtraque parabola erit in linea NE, quare si diuidatur NE, ita vt eadem sit ratio trianguli ABC ad duo triangula AIB, AKC, sicut reciproce EN; ad ER. erit R. centrum grauitatis trium triangulorum se habet autem triangulum. ABC, ad triangula AIB, AKC vt 4. ad 1. vt probatum, supponitur alibi. quare NE, est quadrupla lineæ ER.

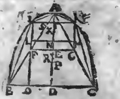
Demonstratio sicut AD ad AO, ita quadratum lineæ BD, ad quadratum lineæ IO, seu QD hoc enim inuoluitur in definitione, & generatione paraboles, sed QD, est dimidia lineæ BD, est enim vt AF, ad AB, ita FH, seu QD, quare quadratum ex BD, quadruplum erit quadrati ex DQ: erit igitur AD ipsius AO quadrupla sicut & lineæ OH, cum ergo OH, sit quadrans lineæ AD, & NH, sit tertia pars lineæ OH, erit nh seu lf duodecima pars lineæ AD, cui si addas medietatem HD, erit ND $\frac{7}{12}$. ex qua si auferas BD tertiam partem totius AD seu $\frac{4}{12}$. restabunt pro PN $\frac{3}{12}$. seu $\frac{1}{4}$. totius AD, sed ne est quadrupla ipsius nb. diuidi ergo debet quadrans in 5. partes, quod vt fiat diuidatur in $\frac{5}{20}$. & rn $\frac{4}{20}$. adde autem lineæ rp lineam PD $\frac{1}{3}$. erit ad $\frac{23}{60}$. & reliqua ar erit $\frac{37}{60}$. eritque ar, ad rd vt 37. ad 23.

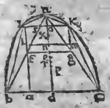
Quod ratiocinium applicari similiter potest vtrique parabolæ, quod si residuis portionibus in vtraque parabola inscriberentur totidem triangula AD, & ad; proportionaliter in singulis inscriptionibus diuiderentur à centris grauitatis triangulorum, cum ergo triangula inscripta in vtramque parabolam desinant, dicendum est parabolarum diametros similiter, seu proportionaliter à centris grauitatis secari. quod demonstrandum erat.

## PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

*Centrum grauitatis ita diuidit axem parabolæ; vt pars ad verticem, sit reliqua sesquialtera.*





Sit in eadem figura; parabola ABC, cuius diameter AD, diuidatur in E, ita vt segmentum AE, sit sexquialterum reliqui ED. dico punctum E, esse centrum grauitatis parabolæ. Fiat eadem constructio quæ prius. nempe inscripto triangulo BAC, diuisisque lateribus AB, AC, bifariam in F, & G, agatur FG, parallela lineæ BD. ductisque IFQ, KG. parallelis axi ducatur IK, diuidantur IF, KG, in L, & M, cētris grauitatum & ducatur LM. eritq; N, centrum grauitatis sectionum AIB, AKC, & diuisâ AD in P, ita vt AP, sit dupla lineæ PD, erit punctum P. centrum grauitatis trianguli BAC. supponatur E esse centrum grauitatis totius parabolæ: ostendere debeo lineam AE esse sesquialteram reliquæ DE.

Demonstratio Ita est AD ad IF, sicut ED, ad LF (*per* 23.) sed ostendimus in eadem AD: esse quadruplam ipsius IF, ergo & ED, erit quadrupla linea LF, seu NH, sicut residuæ AE, residuæ IL, seu ON, erit quadrupla, ablatâ igitur ON seu quartâ parte lineæ AE, reliquæ duæ nempe AO, NE, simul erunt triplæ lineæ ON. abscindatur OX, tertia pars lineæ AO, consequenter XN erit tertia pars EN. cum ergo AD sit quadrupla lineæ AO, & AO tripla lineæ OX, erit linea AX tertia pars lineæ AD, est autem PD tertia pars lineæ AD, quare lineæ AX, XP, PD sunt æquales.

Cum ergo totius parabolæ centrum grauitatis, sit punctum E, trianguli BAC centrum grauitatis sit punctum P, & sectionum AIB AKC, punctum N, ita erit triangulum BAC, ad sectiones prædictas, vt reciproce NE, ad EP, sed triangulum ABC, est triplum prædictarum sectionum; cum alibi probatum sit, totam sectio-

nem

nem ad triangulum A B C esse sesquitertiam, ergo linea NE. erit tripla lineæ EP, sed ostendimus supra NE, esse triplam lineæ X N, quare tota XP erit quincupla lineæ E P sed XP; & D P sunt æquales; ergo linea D P est quincupla lineæ P E, & DE, sexcupla lineæ EP; A D autem est tripla lineæ DP, cum punctum P sit centrum grauitatis trianguli BAD: ergo linea AE, est sesquialtera lineæ E D, quod erat demonstrandum.

# STATICÆ, LIBER SEPTIMVS Centrobaryca Solidorum.

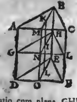
*SEQVENTES propositiones vt plurimum sunt Commandini & Lucæ valerij, alias tamen habent demonstrationes, aut clarius explicatas.*

## PROPOSITIO I.

### Theorema.

*Si prisma secetur planô aduersis planis parallelô; sectio erit figura similis illi; quæ est in oppositis planis: centrum grauitatis habens, in linea coniungente centra, figurarum oppositarum.*

Sit prisma in quô plana opposita sint, triangula ABC; DEF seceturque planô G H L illi parallelô. dico primò planum GHL, facere in prismate sectionem, figuram omninò similem, & æqualem triangulis oppositis ABC, DEF, item si in triangulis ABC, DEF assignentur centra grauitatis K, & L, iungaturque linea KL, dico punctum I, esse centrum grauitatis figuræ GHL. ducantur per centra K, & L lineæ BKM, ELO.



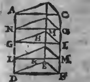

Demonstratio cum plana GHL; DEF sint parallela, quæ secantur planô AF, sectiones DF, GL, AC parallelæ erunt, (*per* 16. 11.) ita ostendam EF, HL, BC; DE, HG, AB esse parallelas. & cum AD, CF. BE, ex definitione prismatis sint parallelæ, erunt parallelogramma AL, AH, BL, GE, GF, HF. quare æquales erunt AC, GL, DF; AB, GH, DE; BC, HL, EF, & (*per* 7. 1.) triangula sunt omninò æqualia. quod si figuræ oppositæ non sint triangula ostendam tamen eas esse figuras similes. cum enim AC, GL, sint parallelæ, item BC, HL, erunt anguli ACB, GLH, æquales, cum ergo latera singula figuræ ABC, æqualia sint lateribus figuræ GHL, & anguli æquales; figuræ similes erunt. quod erat primum.

Quare cùm figuræ ABC, DEF sint similes, & æquales, habebunt centra grauitatis sibi congruentia; atque adeò BK, EL æquales erunt, & parallelæ cum ergo planum BKLE, secet plana parallela ABC, GHL, erunt lineæ HI, BK parallelæ, immò & æquales. cum ergo AB, GH; BK HI, sint parallelæ: erunt (*per* 10. 11) anguli ABK, GHI æquales. quare si fieret applicatio figurarum puncta K, & I, inuicem quadrarent; cum ergo punctum K, sit centrum grauitatis, & figurarum æqualium, & similium, centra sibi inuicem congruant: erit punctum I, centrum grauitatis figuræ GHL. quod erat demonstrandú.

## PROPOSITIO II.

### Theorema.

*Cuiuslibet prismatis centrum grauitatis est in planô, quod & oppositis planis parallelum est, & reliquorum latera bifariàm diuidit.*



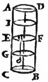

Sit prisma in quo, opposita plana sint ABC, DEF. reliquorum verò planôrum latera AD, BE. CF, diuidantur bifariàm in punctis G, H, I, per quæ ducatur planum, GHI; quod vt priùs vidimus, simile erit aduersis planis. dico in plano GHI esse centrum grauitatis prismatis propositi. si enim non est in eo plano, sit extra illud; sitque punctum K, ostendo

oſtendo non eſſe. nam per punctum K, ducatur linea KH, parallela lineis AD, BE, CF. diuidatur bifariam latus GD, in L. & rurſus G L bifariam; donec ſit aliquod eius ſegmentum minus, quàm ſit linea KH, ſitque illud GL; diuidatur AG in totidem partes, & per N, & L, agantur plana parallela, tum quia A N, N G, GL, LD; ſont æquales, erunt ſimilia, & æqualia priſmata AO, NI, GM, LF; quæ cum ſint numerô paria, & ſibi inuicem coaptata, non poterit centrum commune grauitatis, eſſe niſi inter illa, ergo centrum grauitatis non poteſt eſſe in punctô K. quô modô oſtendam quodcomque punctum aſſigneror extra planum GHI, ex priſmatibus æqualibus, ſibi inuicem coaptatis, plura eſſe ex vna parte, quam ex alia circa centrum grauitatis, quod cum fieri non poſſit; dicendum eſt, centrum grauitatis, eſſe in plano medio GHI, quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO III.

### Theorema.

*Cylindri centrum grauitatis eſt in plano baſibus parallelô, quod parallelogrammi per axem, latera bifariam ſecat.*



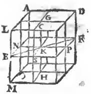

Sit cylindrus AB, cuius baſes AD, BC, inuicem parallelæ; ſitque parallelogrammum per axem, quod ad baſes rectum eſt, ACBD; cuius latera AC, BD, ſecet bifariam in E, & F; planum E F, baſibus parallelum. dico in plano EF, inueniri centrum grauitatis cylindri AB. ſi enim centrum grauitatis non eſt in planô EF; ſit extra illud in punctô O, ducatur linea OH parallela lateri AC. tum diuidatur latus AC bifariam, in G, & E G iterum bifariam, donec occurrat linea minor quàm HO. ſit hæc G E; & per puncta G, & I, & ſi quæ ſint alia ducantur plana baſibus parallela. eritque punctum O, infra planum per G ductum. oſtendam igitur ſicut in præcedenti propoſitione, punctum O non eſſe centrum grauitatis, quod cum de aliô quôcumque punctô extra planum EF poſitô, demonſtrari poſſit; neceſſariò concludendum eſt, in plano E F eſſe centrum grauitatis, cylindri A B. quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO IV.

### Theorema.

*In quôlibet priſmate parallelepipedô, centrum grauitatis eſt in mediô axis.*

Tom. I.




Sit priſma parallelepipedum, cuius latera diuidantur bifariam. in punctis C, O, E per quæ agantur plana GO, CI, E F, aduerſis planis parallela. eritque axis G H. oſtendam facile eius medium eſſe punctum K. eſt enim parallelogrammum CK quod diuiditur bifariam, per lineam SK cum latus LE. ſit diuiſum bifariam. oſtendo autem in punctô K eſſe centrum grauitatis totius parallelepipedi.

Demonſtr. (*per a huius*) centrum grauitatis eſt in plano EF, item eſt in plano CI, quæ tantum lineam SK habent communem: ergo, eſt in linea SK. Item idem centrum inuenitur in planis EF, GO quæ tantùm lineam NP habent communem, igitur inuenitur in lineis NP, SK, quæ cum habeant tantùm punctum K commune: inuenitur in punctô K; quod erat demonſtrandum.

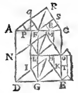
## COROLLARIVM.

Ductâ diametro E F, cum illa per punctum K tranſeat, in ea erit, centrum grauitatis. immò ſi intelligeretur planum, per illam ductum, quod diagonale dici poſſet, in eo inueniretur centrum grauitatis.

## PROPOSITIO V.

### Theorema.

*In priſmate triangulari: centrum grauitatis inuenitur in plano ductô ab vno angulo, in dimidium latus oppoſitum.*




Sit priſma triangulare ARCD; in quô diuiſis bifariam lateribus AC, DE, in punctis F & G, ductâq. lineâ FG, quæ parallela erit, lineis AD, RH, CE. ducatur planum RG. dico in eô eſſe centrum totius parallelepipedi, ducantur enim per punctũ F duo plana FI, FK, aduerſis planis parallela, ita vt fiat priſma parallelepipedum RG, ſitque planum medium N M O, erit parallelepipedi B G centrum grauitatis in lineâ ML (*per corollarium præcedentis*) ſi diuidantur latera AF, FC bifariam in P & R, intelliganturque fieri parallelogramma P Q, B S; quæ fiant baſes parallelepipedorum, oſtendam eorum centra inueniri in planô N M O, & ea æqualiter diſtare à linea LM;

AAAa atque

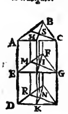
atque adeò commune centrum eorum esse in linea LM, & ita deinceps inscribendo in reliquis prismatibus triangularibus parallelepipeda;ostendam semper, si bina hinc inde sumantur eorum centra grauitatis inueniri in linea L M, quare planum BG diuidit totum prisma ABCDE, in partes momentorum æqualium. si enim non sunt, momenta æqualia; habeat pars ABFD momentum maius quam FBCG. ita vt addendum sit momentum quantitatis T vt sint momenta æqualia.

Demonstratio. cum ex inscriptione parallelepipedorum, intra prismata triangularia, auferantur dimidium, tandem perueniretur ad aliquam quantitatem cuius momentum sit minus quam momentum quantitatis T, positæ in loco T. cum ergo planum BG, diuidat prisma ABCD in parallelepipeda momentorum æqualium; & reliqua triangularia prismata minus habeant momentum, quam quantitas C, impossibile erit vt pars ABFD, superet quantitatem FBCG,momentó quantitatis T, quod cum de omni momentó demonstrari possit, momentum partis ABFD, æquale erit,momentô partis FBCG;quare in planô BG,erit centrum grauitatis, immò & in linea ML.quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Centrum grauitatis prismatis triangularis,est in medio axe. & in concursu linearum diuidentium latera trianguli medij bifariam, ab angulis oppositis in triangulô.*



Sit prisma ABCD, in quô sit triangulum medium EFG. in quo (*per 2. huius*) est centrum grauitatis,diuisis lateribus AB, AC bifariam,in punctis H,& L;ducantur plana BK,CR, quæ sectiones faciant in triangulo ABC, lineas CS, BH, in triangulô verò EFG, lineas MG,FI, concurrentes in punctô I. elarum est(*per præcedentem*)in vtrâque earum inueniri centrum grauitatis,nempe in punctô I, quod erat primum, communis autem sectio illorum planorum est linea SN,quam axem voco. sunt enim puncta S.& N centra grauitatis in vtroque triangulo. ostendam autem facilè SI, IN æquales esse;eum AE,ED ex suppositione sint æquales, & consequenter B F, F N; S I, I N, quod erat demonstrandum.

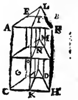
## COROLLARIVM.

Facilè Item demonstrabitur IF esse duplam reliquæ. quod si per S N duceretur planum, plano CD parallelum; non est difficilè ostendere illud planum, ita diuidere latera AB,BC, EF, FG, &c. vt pars vicinior punctis B & F sit dupla reliquæ.

## PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Cuiuslibet prismatis cuius basis est trapezium,& cuius duo latera sunt parallela;centrum grauitatis est in plano diuidente bifariam latera parallela.*



Sit prisma ABDC cuius bases trapezia AB, CD; horum latera AF, BE, item CH, DG sint parallela; sitque planum KI, diuidens bifariam latera AF, CH, item EB, CD. dico in eo plano esse centrum grauitatis, vel enim latera AF, BE sunt æqualia, & tunc AB esset parallelogrammum, & in tali casu iam constaret propositum (*ex propos. 4. huius*) vel sunt inæqualia, & concurrent vt iam ostendi (*superiori librô*) latera AE, FB, in punctô L, fietque prisma triangulare totale ALFC, fiet item aliud prisma triangulare ELBG; cum ergo (*per 6. huius*) totius prismatis centrum grauitatis sit in MO; & centrum grauitatis partialis prismatis triangularis ELBG, sit in NM; erit reliqui prismatis centrum grauitatis in NO; igitur inuenitur in plano diuidente bifariam latera AF, EB, CH, DG; quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Omnis prismatis cuius basis, est polygonum regulare parium laterum; centrum grauitatis est in mediô axe.*



Sit prisma cuius basis polygonum regulare parium laterum, & æqualium verbi gratiâ exagonum, atque adeò bases diuidi possint in duo trapezia æqualia, laterum parallelorum, quare planum diuidens latera parallela vnius basis bifariam, diuidet etiam bifariam alterius basis latera parallela, diuidetur item totum prisma plano G H. diuidente bases bifariam singulas in duo trapezia verbi gratiâ A K, G B, eruntque duo prismata A H, G C, habentia

habentia pro basibus trapezia, laterom parallelorum. & (*per præcedentem*) prismatis GC, centrom grauitaris, erit in linea I O, item prismatis AH, centrum grauitatis erit in linea IO, immò cum trapezia, quæ in plano illo medio inueniuntur sint æqualia, & similia; erunt eorum centra æqualiter distantia à puncto medio, seu centrô polygoni atque adeò punctnm illud medium, quod & centrum polygoni: erit etiam commune totius prismatis centrum grauitatis; quod erat ostendendum.

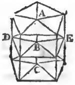
### COROLLARIVM.

Ex hôc facilè concludes illius prismatis habentis pro basi polygonum regulare, pariom laterum, ceotrum grauitaris esse in medio axe: sed hoc ex sequenti propositione adhuc patebit clariùs.

### PROPOSITIO IX.

Theorema.

*Prismatis cuiuslibet regularis centrum grauitatis, est in medio axe.*




Sit prisma seu columna quæcumque regularis verbi gratià pentagona, hoc est cuius bases sint pentagonæ axis ABC, sitque planom medium basibus parallelum DE. diuidatur autem tota columna in prismata triangularia, quæ æqualia omniò erunt. eorum autem omnium centra inuenientur in plano DE, singula in triangulis sibi correspondentibus. quia autem ista prismata sunt omninò æqualia, & similia; centra eorum erunt similiter posita, atque adeò æqualiter distantia à centro B, ostendam igitur (*vt in prop. 16. præcedentis*) centrum commune omnium esse in puncto B. nempe in medio axe. nam planum BE supponitur diuidere omnia latera bifariam, & consequenter axem, qui lateribus supponitor parallelus.

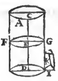
### PROPOSITIO X.

Theorema.

*Cylindri centrum grauitatis in mediô axe positum est.*

Sit cylindrus AB, cuius axis CD, diuisus bifariam, in E, planô FG; basibus parallelô: dico in puncto E, esse centrum grauitatis. nam (*per 3. huius*) centrum grauitatis primò est io plano FG, intelligatur per axem planum C I, ostendo etiam in eô esse centrum grauitatis, & planom C I diuidere totum cyliodrum in partes æquiponderantes. nam si hoc non sit partis CDF, momentum, maius mo-






mentô CDG. ita vt sit addenda quantitas K. ad æquilibrium. intelligatur cylindro inscribi prisma quadratum, & per diuisionem arcuum inscribi rursus prisma octo laterum; tum 16. laterum, & ita deinceps: tandem relinquetur inter columnam, & cylindrum, quantitas cuius momentum minus erit, quam momentum quantitatis K. sit talis columna octo laterum, quæ diuidatur per axem, planô CI, planom CI eam diuidit in partes æqualium momentorum. cùm ergo hinc inde circa planum CI, sint partes prismatis æquiponderantes; & id quod relinquitur ex cyliodrô, minus momentum habeat quam sit momentum quantitatis K, fieri non potest, vt cyliodri pars CDF superet partem CDG, momentô qoantitatis K, quod cum sit demonstrabile de quâcumque quantitate, dicendum est momentum partis CDF, æquale esse momentô partis CDG. quare in plano CI, erit centrum grauitatis. cogitetur aliud planum per axem CD ductum, ostendam eôdem modô; in eô existere centrum grauitatis, quæ duo plana cum sectionem communem, axem habeant, dicendum est in axe esse centrum grauitatis, sed centrum grauitatis est etiam in plano FG: igitur in puncto E est centrum grauitatis. quod erat demonstrandum.

### PROPOSITIO XI.

Theorema.

*Si pyramis triangularis secetur planô, basi parallelô. efficietur triangulum basi simile, habens in axe suum centrum grauitatis.*




Sit pyramis triangularis ABCD, cuius axis AE. quę secetur plano GIF basi parallelô; dico GIF esse triangulū, simile basi DBC. item punctum O, esse triangoli centrum grauitatis. iungantur enim lineæ DE, EC, BE. item GO, IO, FO.

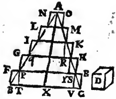
Demon. cum plana GIF, BCD sint parallela, quæ secantur eôdem planô ABD, erunt (*per* 16. 11) communes sectiones parallelæ; item parallelæ erunt BC, IF; DC, GF. item cū planum ADE, secat eadem plana erunt DE, GO, OI, BE, EC, OF parallelæ. quare (*per* 10. 11.) anguli DBC, GIF; BCD, IFG; DEB, GOI; BEC, IGF æquales erunt. æquiangula sunt igitur triangula BCD, GIF: ergo similia (*per* 4. 11) eritque vt DB, ad BC, ita GI, ad IF, item vt DE, ad EB, ita GO, ad OI; quare puncta O & E, sunt similiter posita; sed pūctum E, supponitur esse centrum grauitatis trianguli BCD; igitur & punctum O erit centrum grauitatis trianguli GIF, quod erat demonstrandom.

Coroll. Eôdem modô demonstrari poterat, si pyramis quæcumque secetur planô basi parallelô, sectionem pyramidis, fore figuram basi similem. & axem eam figuram secare in centro grauitatis eius.

## PROPOSITIO XII.

Theorema.

*In omni pyramide poſſunt inſcribi, & circumſcribi priſmata quorum baſes ſint baſi pyramidis ſimiles, & quæ habeant centra grauitatis in axe pyramidis. ita vt eorum differentia ſit minor aliquâ quantitate ſolidâ.*




Sit pyramis cuius vnicum tantum latus exhibeo ABC. dico illi poſſe inſcribi, & circumſcribi, priſmata quorum baſes ſiot ſimiles baſi, pyramidis, & circumſcripta non ſuperent, inſcripta quantitate D. nam diuiſâ altitudine pyramidis biſariam, & partibus iterum biſariam, & ſic deinceps, tandem occurret altitudo tam parua, vt priſma eandem baſin habens cum pyramide, minus ſit quantitate D, ſit illud priſma, cuius ſectio ſit BE, hoc eſt, ducantur plana, GH, IK, LM, NO, diſtantia ab inuicem quanta eſt altitudo priſmatis B E. hæc omnia plana per coroll. præcedentis facient ſectiones in pyramide, ſimiles baſi, licèt minores; hæ aſſumantur pro baſibus, tam inſcriptorum quam circumſcriptorum priſmatum. nempe P S, ſit baſis circumſcripti PH, & inſcripti PV; QR, erit baſis inſcripti QY, & circumſcripti R I; & ita de reliquis: cum ergo ſingola circumſcripta habeant ſibi æquale inſcriptum, exceptô primô BE, nempe circumſcriptum I R, inſcriptum QY, & ita de reliquis; nempe circumſcriptô ſubiacet inſcriptum æquale, erit primum BE differentia inter circumſcripta, & inſcripta. quod cum minus ſupponatur quantitate D: erunt pyramidi inſcripta, & circumſcripta polygona eiuſdem altitudinis, ita vt differentia eorum minor ſit quantitate propoſitâ. quòd verò habeant centrum grauitatis in axe pyramidis, ita oſtenditur. axis AX, tranſit per centrum grauitatis baſis pyramidis, nempe punctum X, ſed baſis hæc communis eſt primò priſmati; ergo etiam eſt axis ipſius priſmatis, & per nonam centrum grauitatis primi priſmatis, aut columnæ, eſt in axe pyramidis, idem oſtendam de ſecundo circumſcriptô P H, nam per corollarium vndecimæ, cum pyramis ABC, planô FE; baſi parallelô ſecetur, fiet figura ſimilis baſi; per cuius centrum grauitatis axis tranſit. quare axis communis erit etiam axis ſecundi priſmatis circumſcripti. quia autem baſis PS communis eſt priſmati P H circumſcripto, & P V inſcripto, & ita de reliquis, dicendum eſt omnium priſmatum tam inſcriptorum, quàm circumſcriptorum axem eſſe lineam AX. & quia in axe priſmatis eſt centrum grauitatis eius, (*per 9. huius*) in linea A X ſunt centra omnium priſmatum. & per primam præcedentis libri centrum commune omnium priſmatum circumſcriptorum eſt linea A X; ſicut etiam omnium inſcriptorum, quod erat demonſtrandum.

### COROLLARIVM I.

Hâc eâdem methodô oſtendere poſſumus in datô conô poſſe inſcribi, & circumſcribi cylindros eiuſdem altitudinis, ita vt differentia inter circumſcriptos, & inſcriptos minor ſit, datâ quantitate ſolidâ.

Et cylindri tam inſcripti, quàm circumſcripti habeant centrum grauitatis in axe coni. eadem figura ſeruari poteſt cogitando lineas BC, EF eſſe diametros baſium cylindrorum.

### COROLLARIVM II.

Eâdem demonſtratione vti poſſumus, ad oſtendendum, circa hæmiſphærium poſſe cylindros eiuſdem altitudinis inſcribi, & circumſcribi, quorum omnium centra ſint in axe. & ita vt differentia inter inſcriptos, & circumſcriptos, ſit minor datâ quantitate ſolida. idem oſtendi poteſt in Sphæroide, nempe in dimidia eius parte. & in parte minore hæmiſphærio.

### COROLLARIVM III.

Hæ demonſtrationes procedont non tantùm de pyramide conô, hæmiſphæriô integris, ſed etiam de fruſtis, ſeu partibus. nam ſi aſſumatur pars pyramidis RQBC, eadem demonſtratio fieri poterit. item ſi RQBC ſupponatur eſſe portio coni, eôdem modô oſtendam poſſe in illa inſcribi, & circumſcribi cylindros; eundem axem habentes; in quô ſint omnia centra grauitatis; ita vt differentia inter inſcriptos, & circumſcriptos minor ſit quâcumque quantitate ſolidâ aſſignatâ.

## PROPOSITIO XIII.

Theorema.

*Pyramidis, coni, Sphæræ, & Sphæroidis centrum grauitatis eſt in axe.*

Sit primò pyramis ABC, cuius axis AX. dico in eo eſſe centrum grauitatis pyramidis. ſi enim non eſt in axe, dabitur aliquod planum per axem ductum, quod non diuidet pyramidem in partes æquiponderantes. quia ſi omnia plana per axem ducta diuiderent pyramidem, in partes æquiponderantes, in ſingulis inueniretur centrum grauitatis, atque adeò exiſteret in communi illorum ſectione, nempe in axe, ponatur dari tale planum per axem ductum, diuidens pyramidem ABC in partes non æquiponderantes. ſi momentum partis A B X, maius eſt momentô partis ACX, illud ſuperat aliquâ quantitate, aut momentô alicuius quantitatis, ſuperet ergo illud momentô quantitatis ſolidæ D, collocandæ in punctô C. inſcribantur pyramidi ABC, & circumſcribantur priſmata æqualis altitudinis, ita vt differentia inter inſcripta, & circumſcripta ſit minor quantitate D. multò magis differentia inter inſcripta priſmata, & pyramidem ABC minor erit quantitate D.

Demonſtratio.

Demonstratio. prismatum omnium inscriptorum, centrum grauitatis est in axe AX (*per 12. huius*) ergo planum per axem ductum diuidit illa in partes æquiponderantes, id verò quod ex pyramide relinquitur, minus est quantitate D; ergo impossibile est, vt id quod additur prismatibus ABX, vt compleatur pyramis ex illâ parte, superet id quod additur, ex alia parte, excessu qui sit æqualis quantitati D; & consequenter illius momentum æquale sit momento quantitatis D, in puncto C collocatæ, nempe in maximâ distantiâ: ergo momentum partis ABX, non superat momentum partis ACX momentô quantitatis D, sed neque vllô aliô. detur enim aliud, inscriptis aliis prismatibus quorum altitudo minor sit, eôdem modô procedet demonstratio.

COROLLARIVM I.

Idem probari potest de qualibet portione pyramidis.

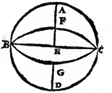
COROLLARIVM II.

Eadem demonstratio afferri potest, pro cono, aut hæmisphæriô.

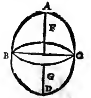
PROPOSITIO XIV.

Theorema.

*Sphæra aut Sphæroidis centrum grauitatis est idem ac centrum magnitudinis.*




Sit Sphæra ABDC cuius centrum E, dico illud esse centrum grauitatis. fit enim hæmisphærium ABC & DBC, nempe planum circuli BC, sit rectum ad planum ABDC. sitque AED axis.



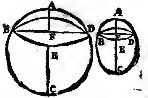

Demonstratio. centrum grauitatis hæmisphærij BAC est in axe AE, & hæmisphærij ED, in axe DE. sint F, & G, quia autem hæmisphæria sunt solida similia, & æqualia; erunt eorum centra grauitatis similiter posita, atque adeò EF, EG, æquales erunt. quare centrum grauitatis commune, erit in mediô, seu in punctô E.

Voco Sphæroides solidum quod in aliquô imitator Sphæram, vt si circa axem AD moueretur, Ellypsis ABDC, ita vt sectio BC esset circulus, eôdem enim modô procedit demonstratio, & possunt circa hæmisphæroides BAC circumscribi, & inscribi cylindri, immò & coni, qui easdem habeant conditiones, quas supra retulimus.

PROPOSITIO XV.

Theorema.

*Segmenti maioris hæmisphæriô, centrum est in axe; item segmenti Sphæroidis, quod maius sit dimidiâ eius parte.*



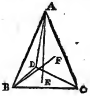

Sit Sphæra, aut Sphæroides ABCD, secetur que inæqualiter planô BD, sitque ad planum BD, perpendicularis AFC; dico segmenti maioris centrum grauitatis esse in FC, sit enim totius solidi centrum E, quod & centrum erit grauitatis eius.

Demonstratio. segmenti minoris BAD centrom grauitatis (*per 12.*) est in AF, & totius Sphæræ, aut Sphæroidis est in E, ergo (*per 5. libri præcedentis*) centrum grauitatis reliquæ BCD, erit in lineâ rectâ FC. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XVI.

Theorema.

*Pyramidis triangularem basin habentis centrum grauitatis est in concursu axium.*



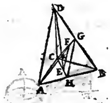

Sit pyramis ABCD, cuius A vertex, basis triangulum BCD, cuius centrum grauitatis E; ducatur axis AE, sumatur item pro vertice punctum B, & pro basi triangulum ADC, cuius centrum grauitatis sit in F, ducatorque axis BF. dico centrum grauitatis esse in punctô concursûs vtriusque axis.

Demonstratio. (*per 13.*) centrum grauitatis est in lineâ AE, & per eandem in lineâ BF; ergo necessariò inuenitur in concursu earum, nempe in punctô. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XVII.

Theorema.

*Axes eiusdem pyramidis secantur proportionaliter à centro grauitatis.*



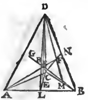

Sit pyramis ABCD, sintque axes DE, AF, se intarseeaotes in puncto K, dieo ita esse AK, ad KF, sieut DK, ad KE. eum enim AE; sit axis erit E, centrū grauitatis basis ABC: ductaqoe linea CH, (*per* 11. *præcedentis*) erunt lineæ AH, HB æquales. pariter erunt DG, GB æquales. dueãtur lineæ, GH, FE.

Demonstratio. in triangulô ABD, cum sit vt BH, ad HA ita BG, ad GD, est enim vtrobique æqualitas, (*per* 2.6,) erunt AD, GH, parallelæ pariter cum tam CE, sit (*per* 12. *præcedentis*) dupla lineæ EH, quàm CF, ipsius FG; erunt GH, FE, parallelæ; & (*per* 9. 11.) erunt EF, AD parallelæ: quare triangula ADK, FKE sunt æquiangula habent enim angulos in puncto K ad verticem æquales, item alternos ADK, KEF æqoales quare (*per* 4.6.) erit vt AK ad KF, ita DK, ad KE; quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XVIII.

Theorema.

*Triangularis pyramidis, centrum grauitatis ita diuidit axem, vt pars vicinior vertici sit tripla reliqua.*



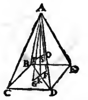

Sit pyramis ABCD, cuius axis DE, centrum grauitatis K. dico lineam DK esse triplam reliqua KE. quod vt probem, primò demonstrabo pyramidem ABCD esse quadruplam pyramidis ABCK, nam pyramides eandem basin habentes se habent vt altitudines, & etiam vt axes. etiamsi axes non sint perpendiculares ad basin. quod facile probari posset. nempe si intelligatur prisma cuius eadem basis ABCD. & altitudo eadem cum pyramide, illius enim pyramis ABCD, est tertia pars (*per* 8.12.) pariter si intelligeretur prisma super eãdem basi ABC, ad altitudinem EK, pyramis ABCK esset eius subtripla. prismata autem supereadem basi & eundem axem habentia, se habent vt partes axis, igitur & pyramides recensitæ, quare si probauero pyramidem ABCD, esse quadruplam pyramidis ABCK, probauero lineam BE, esse quadruplam lineæ KE, & consequenter DK, esse triplam lineæ KE, vt autem id exequar; diuide totam pyramidē ABCD. in quatuor pyramides, quorum vertex K, & bases sunt triangola componentia pyramidem ABCD, & has pyramides ostendo esse æqnales, & consequenter pyramidem ABCK, esse quartam partem omnium, seu pyramidis ABCD. tota autem difficultas est in imaginatione, formanda; ideóq; sum author vt hæc figura fiat in solido. hoc est fila ducantot omnes istas lineas repræsantantia, in sublimi alioquin vix concipietur Constructio; sint centra grauitatum triangulorum componentium pyramidem ABCD. trianguli ABC punctum E, dueaturque linea CEF, diuidens, vt vidimus latus AB bifariam in L. Sit item trianguli BCD centrum grauitatis F, dueaturque CFN diuidens latus DB bifariam in puncto N, iungaturque axis AF, qui (*per* 13. *huius*) transit per centrum graoitatis K. sit item trianguli ADC centrum grauitatis G, ducaturq; axis BKG, deniq; sit trianguli ABD centrū grauit H, linea DH diuidet latus AB bifariã in L.

Demonstr. (*per præcedent.*) axes secantur proportionaliter ergo, ita est ED, ad EK, sicut AF ad FK, sed vt ED ad EK ita pyramis cuius axis AEB, & basis ABC, ad pyramidem cuius eadem basis ABC, & axis EK; pariter vt AF, ad FK, ita pyramis cuius axis AF, & basis BCD, ad pyramidem cuius eadem basis, & axis FK. pyramis autem cuius axis ED, aut AF, est pyramis totalis ABCD, ergo eôdem modô se habet pyramis ABCD, ad pyramides quarum axes KE, & KF; quare illæ erunt æquales. quô modô ostendam quatuor illas pyramides esse æquales. vnde pyramis cuius basis ABC & axis EK. est quarta pars totius pyramidis. quare EK est quarta pars totios ED, & DK, tertia pars, ipsius EK, quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XIX.

Theorema.

*Pyramidis quadrilateram basin habentis, centrum grauitatis ita diuidit axem vt pars vicinior vertici, sit tripla reliqua.*




Sit pyramis quadrilatera ABCDE, quæ ductâ diametrô BD in duas pyramides trilateras diuidatur, sitque eius axis AK centrum grauitatis S. dico AS esse triplam reliquæ SK. sit enim AF, axis pyramidis triangularis ABDE, & AG axis pyramidis triangularis ABCD, sintque centra graui-

tatis

tatis I & O. iungatur linea IO. eritque (*per 1. præcedentis*) centrum grauitatis totius pyramidis in linea IO. sit punctum S. ASK, erit axis. ostendendum est AS esse triplam reliquæ SK.

Demonstratio (*per præcedentem*) AO, est tripla reliquæ OF, sicut AI reliquæ IG, igitur ita est AO, ad OF; sicut AI, ad IG, igitur (*per 4.6.*) IO, GF, erunt parallelæ, quare erit vt AO, ad OF, ita AS, ad SK, sed AO est tripla ipsius OF, igitur & AS, lineæ SK tripla erit, quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XX.

Theorema.

*Pyramidis cuiuscumque, centrum grauitatis ita diuidit axem, vt pars vicinior vertici sit tripla reliqua.*



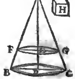
Sit pyramis cuius basis multilatera ABCDE. sitque axis eius AV, centrum grauitatis S. dico lineam AS, reliquæ SV triplam esse. diuidatur enim basis in quadrilateram CBED, & trilateram FED sitqua AK axis quadrilateræ pyramidis, & AM trilateræ, centra grauitatis I, & O; ducatur linea I O, in quâ (*per primam præcedentis*) erit centrum grauitatis totius pyramidis: ducatur axis ASV. ostendam sicut in priori propositione, AS esse triplam lineæ SV.

Et sic deinceps augendo: ostendam exagonæ, eptagonæ pyramidis centrum grauitatis ita diuidere axem, vt pars vicinior vertici, sit tripla reliquæ.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

*Omnis coni centrum grauitatis, ita diuidit axem, vt pars vicinior vertici Sit reliqua tripla*



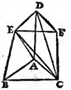
Sit conus ABC, axis AD & AE sit tripla lineæ DE. dico punctum E esse centrum grauitatis coni ABC, intelligatur planum FG parallelum basi, in quo sit punctum E: si planum FG diuidit, conum in partes æqualis momenti, in eo est centrum, sed inuenitur etiam in axe: ergo erit in puncto E. ostendo autem planum FG, diuidere conum in partes æquiponderantes. si enim non diuidit in partes æqualium momentorum: momentum partis BFGC superet momentum coni AFG; certè superabit aliquô excessu, excessus ille sit æqualis momêto solidi H, vt applicabilis in maxima distantia à puncto E, nempe ita vt si appenderetur solidum H, in puncto A; esset æquilibrium. demonstro id verum non esse, tale polygonum inscribatur circulo BC, per diuisionem arcuum, vt factâ pyramide, cuius basis sit illud polygonum. & vertex punctum A, id quod relinquitur, sit minus solido H, quòd autem id sit possibile, iam ostendimus aliàs, circumscribendo aliud polygonum simile inscripto. ostenderemus enim inter pyramidem inscriptam, & circumscriptam posse relinqui spatium quôcumque darô minus. sit igitur spatium relictum inter pyramidem inscriptam, & conum ABC, minus solido H.

Demonstratio punctum E (*per præcedentem*) est centrum grauitatis pyramidis inscriptæ, quare planum FG diuidit pyramidem in partes æquiponderantes, sed id quod conus addit supra pyramidem inscriptam minus est, ex suppositione, quàm quantitas H, adhuc non habet tantam distantiam, quantam solidum H, in puncto A collocatum; ergo non potest frustum BFGH, superare conum AFG, momentô quod sit æquale solido H; quod cum sit demonstrabile de quôcumque excessu: concludendum est planum FG diuidere conum, in partes æquiponderantes, hoc est nullô assignabili excessu se superantes; & consequenter in puncto E, esse centrum grauitatis coni A B C. quod erat demonstrandum.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

*Frustum triangularis pyramidis, diuidi potest in tres pyramides quæ sint continuè proportionales, in ea ratione, quæ est vnius lateris maioris basis, ad latus sibi correspondens minoris basis; & prima eandem basin maiorem habeat & eandem altitudinem.*



Sit frustum pyramidis triangularis ABCDEF; sitq; latus AB maioris basis, & DE aliud latus sibi correspondens. dico posse frustum ABCDEF, diuidi in tres pyramides, quæ sint continuè proportionales, in ratione AB, ad DE quarum prima habeat pro basi, triangulum ABC, & eandem altitudinem ducantur enim lineæ AE CE & per eas planum. ducatur item DC, & per DC, EC aliud planum intelligatur. tres pyramides fient, quibus æquale erit frustum; nempe ABCE, ACDE, DEFC,

Demonstratio. pyramides ABCE, ACDE eandem

dem vertieem C habentes, ſe habent vt baſes ABE ADE, ſed h:c triangula cum ſint inter duas parallelas AB, D E, ſe habent vt baſes AB DE, ergo pyramis ABCE, eſt ad pyramidem ACDE, vt AB. ad DE. ita aſſumptó communi vertice E, & pro baſibus triangulis ACD, CDF oſtendam pyramidem ACDE, ſe habere ad pyramidem DEFC, vt AC, ad DF, ſeu vt AB, ad DE: quare fruſtum pyramidis æquale eſt tribus pyramidibus proportionalibus eiuſdem altitudinis: euius prima ſit ſupra baſi maiori, vltima ſub baſi minori.

## COROLLARIVM.

Inuentâ baſi quæ ſit media proportionalis inter baſin minorem & baſin maiorem, ſi fiunt tres pyramides ſuper tribus his baſibus æqualis altitudinis, cum fruſto, aut ſi fiat vnica pyramis bis tribus æqualis, nempe euius ſit eadem altitudo, & baſis bis tribus æqualis; hæc erit æqualis fruſto.

## PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

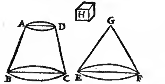
*Quodlibet fruſtum pyramidis, æquale eſt pyramidi eandem altitudinem habenti, baſin autem æqualem, baſi maiori, & minori, & media proportionali, ſimul ſumptis.*

Sit pyramidis cuiuſlibet polygonæ fruſtum, quod diuidi poterit in fruſta pyramidum triangularium, quorum baſes proportionales erunt, totalibus baſibus. & pariter ſi fiat baſis media proportionalis, polygona, hæc diuidi poterit in partiales triangulares, etiam proportionales, ſi ergo fiat pro ſingulis fruſtis triangularibus pyramis eiuſdem altitudinis, cuius baſis æqualis ſit baſi minori, maiori, & mediæ proportionali, hæc erit æqualis fruſto triangulari. fiaur ergo tot pyramides huiuſmodi, quot ſunt fruſta triangularia; quæ omnes ſimul æquales erunt fruſto totali, earumque baſes ſimul æquales erunt baſi maiori, minori, & mediæ proportionali: igitur ſi fiat pyramis, euius ſit eadem altitudo: & baſis omnes iſtas eomplectatur, nempe maiorem, minorem & mediam; hæc erit æqualis fruſto.

## PROPOSITIO XXIV.

Theorema.

*Fruſtum coni, æquale. eſt cono æque alto; cuius baſis æqualis eſt. baſi maiori, minori & media proportionali ipſius fruſti.*




Sit eoni fruſtum ABCD, dieo illud æquale eſſe cono EFG æquè alto, cuius baſis EF æqualis ſit baſibus BC, AD, & alteri, quæ ſit media proportionalis. Si enim conus non ſit æqualis; ſit minor. igitur fruſtum eum ſuperat aliquâ magnitudine. ſit hæc magnitudo H. inſcribantur baſi BC polygona plurium, & plurium laterum, donec fiat tale fruſtum pyramidis, intra ABCD, vt exceſſus fruſti coni, ſupra fruſtum pyramidis, ſit minus quantitate H. tum ſimile polygonum inſcribatur baſi EF; compleaturque pyramis, (*per præcedentem*) erit pyramis inſcripta eono DEF, æqualis, fruſto polygono inſcripto, intra fruſtum ABCD, ſed id quod relinquitur ex fruſto minus eſt quantitate H, ergo fruſtum ABCD. non poteſt ſuperare pyramidem GED quantitate H, multò minus conum GEF; quod cum ſit demonſtrabile de omni aliô exceſſu, dieendum eſt fruſtum eoni ABCD, non eſſe maius eono EFC. ſed neque minus eſt, quia conus EFG illud ſuperaret aliquâ quantitate. ponamus illam eſſe H. idemque ratiocinium adhibeatur: igitur eonus EFG, & fruſtum ABCD ſunt æqualia, quod erat demonſtrandum.

## PROPOSITIO XXV.

Theorema.

*Centrum grauitatis fruſti pyramidis, aut fruſti coni eſt in axe.*




Sit fruſtum pyramidis, aut eoni ABCD; cuius IE, ſit axis; dico in linea IE eſſe centrum grauitatis fruſti ABCD. abſoluatur conus aut pyramis. centrum tam coni GAD, quam coni GBC; eſt in axe ponantur eſſe puncta I, & F.

Dem. cum eentrum grauitatis totius, ſit F, & centrum ablati ſit I, erit reliqui ABCD centrum grauitatis in linea IF producta. quod erat dem.

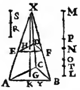
## PROPOSITIO XXVI.

Problema.

*Cuiuſlibet fruſti pyramidis, aut fruſti coni centrum grauitatis reperire.*

Sit fruſtum pyramidis ABCDEF, cuius axis GH, abſcindatur ex AB linea BK ipſi EF æqualis: fiatque vt AK, ad AB, ita G H ad L M. tum fiat LN æqualis ipſi GH. ſitque LO quarta pars, lineæ ML; & NP, quarta pars lineæ NM. fiat ergo vt AB, ad EF, ita EF ad R, & vt EF ad R, ita R, ad S ſitque BY æqualis lineæ R. ſi fiat vt AY ad YB; ita PO, ad OT, & linea LT, ſit æqualis lineæ GV: dico punctum V eſſe eentrum fruſti pyramidis.

Intelligatur




Intelligatur enim pyramis esse perfecta, cum pyramis XEFD, sit similis pyramidi totali XABC, erit vt AB ad EF; ita GX, ad HX; & vt GH, excessus quô GX, superat HX, ad GX; ita excessus quô AB superat EF, ad AB. quare prima operatione inuenimus lineam LM æqualem axi, cuius quartam partem accepimus LO. ita vt punctum O sit (*per* 16. *huius*) centrum grauitatis totius pyramidis XABC. quia autem LN æqualis facta est lineæ GH, erit reliqua NM æqualis lineæ XH, & assumpta quarta parte NP, erit P centrũ grauitatis pyramidis XDEF.

Ex aliâ parte, cum Pyramides XABC, XDEF, sint omninò similes; erunt in triplicatâ ratione laterum homologorum (*per* 8. 11.) cum ergo ita se habeant AB ad EF; vt EF, ad R & R, ad S, erit AB ad R aut BY, vt Pyramis XABC, ad pyramidem, XDEF. & AY ad YB, vt frustum ABCDEF, ad pyramidem XDEF; cum ergo sit vt AY, ad YB, ita PO, ad OT. si intelligatur suspendi tota pyramis XABC ex puncto O; erit æquilibrium. cum punctum O sit centrum grauitatis. & quia vt frustum ABCDEF, ad pyramidem XDEF, ita reciprocè distantia PO, ad OT. debebit frustum ABCDEF appendi in puncto T. hoc est punctum T erit centrum eius grauitatis; ergo punctum T est centrum grauitatis frusti ABCDEF. quod erat demonstrandum.

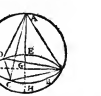
## COROLLARIVM.

Hæc praxis omni frusto pyramidis conuenit. & conuenit frusto coni, si pro lateribus homologis assumantur diametri circulorum, qui sunt bases frusti.

## PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

*Pyramis æquilatera Sphæra inscripta, pro centro grauitatis habet centrum Sphæræ.*




Sit pyramis ABCD, æqualium laterum Sphæræ inscripta, seu tetraedrum regulare ABCD, Sphæræ inscriptum; cuius Sphæræ centrum E. dico centrum E esse centrum grauitatis tetraedri A B C D.

Nam ex Campano (*libro* 13. *Elem prop.* 15.) axis AGH, GH est dupla ipsius E.

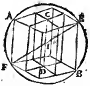
Demonstratio. cum ergo GH sit dupla lineæ GE; EH aut EA tripla erit eiusdem GE, quare (*per* 17. *huius*) punctum E, est centrum grauitatis tetraedri. quod erat demonstrandum.



## PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

*Cubus Sphæra inscriptus, habet pro centro grauitatis centrum Sphæræ.*

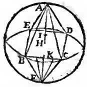



Sit cubus ABCDE Sphæræ inscriptus diuisisque bifariam lateribus, duo plana ducantur, quorum communis sectio sit CD, in cuius medio punctum I (*per* 4. *huius*) est centrum grauitatis. ducatur linea EF. hæc secabit diametrum CD in puncto I (*per* 39. 11.) eruntque IE, IF æquales. & cum EF, sit diameter Sphæræ, erit punctum I centrum eiusdem Sphæræ. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXIX.

Theorema.

*Octaedri Sphæra inscripti, centrum grauitatis, idem est quod centrum Sphæræ.*




Sit octaedrum ABCDEF, Sphæræ inscriptum. cuius centrum grauitatis H; dico illud esse centrum Sphæræ.

Demonstrauit Campanus, octaedrum diuidi in duas pyramides omnino similes & æquales quarum basis communis erit quadratum BCDE. sint ergo tales pyramides. & cum vnicum sit illius quadrati centrum grauitatis H, AH, FH, erunt axes; immò eadem linea AF erit axis, diuisa bifariam in puncto H. sint centra grauitatis pyramidum I, & K, erunt HK, HI æquales. & centrum grauitatis commune toti octaedro in medio, nempe in puncto H. quod erat demonstrand.

## PROPOSITIO XXX.

Theorema.

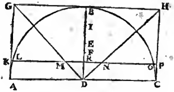
*Icosaedri Sphæra inscripti centrum grauitatis, est centrum Sphæræ.*

Sit Icosaedrum Sphæræ inscriptum, intelligantur, quot sunt triangula in Icosaedro tot esse pyramides; quarum communis vertex sit centrum Sphæræ. ducanturque à centro vnius trianguli, per centrum Sphæræ axis, qui in oppositi trianguli centrum cadet. vt ex (*tertio decimo libro Eucl.*) facilè demonstrari potest. assignentur in eo axe, centra grauitatis vtriusque pyramidis; hæc æqualiter à communi vertice recedent quare cum pyramides æquales sint; commune centrum earum, erit idem quod centrum Sphæræ. idem ostendam de quibuslibet oppositis, atque adeò commune centrum omnium erit centrum Sphæræ. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

*Centrum grauitatis hæmisphærij, ita diuidit axem, vt pars vertici propinquior sit ad aliam vt 5. ad 3.*



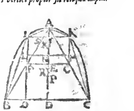

Sit hæmisphærium ABC, dico centrum grauitatis eius, ita axem BD diuidere in F, vt pars F B vertici propinquior se habeat, ad reliquam FD, vt 5. ad 3. intelligatur enim parallelogrammum GC, & triangulum GDH volui circa axem BD, generabuntur simul conus GDH, hæmisphærium ABC, & cylindrus A H. suppono autem primò conum GDH, esse tertiam partem cylindri AH, vt vidimus in Geometria: ita vt si supponatur cylindrus esse 6. partium conus sit duarum partium. suppono item hæmisphærium esse duplum coni, ergo erit 4. partium, qualium cylindrus continet 6. si ergo conus GDH. supponatur eximi, à cylindro restabit figura turbinata GADCH intus caua quatuor pariter partium. quare æqualis erit hæmisphærio. Est autem æquilibrium, si totus cylindrus, per mediam diametrum nempe per punctum E, suspendatur, quod est eius centrum grauitatis. in quô statu conus, idem momentum habet, ac si totus esset in centro suæ grauitatis, nẽpe puncto I, ad quartam partem diametri (*per 17. huius*) cum ergo distantia coni & figuræ concauæ GADCH, debeant se habere reciprocè cum corporibus, erit vt conus, ad eam figuram, nempe vt 2. ad 4. ita distantia I E, ad distantiam E F: ergo linea I E, dupla est distantiæ E F; quare cum IE sit quarta pars totius BD; EF erit illius octaua, & B F quinque partes continebit; F D continebit tres. punctum igitur F est centrum grauitatis figuræ solidæ GADCH. quæ cum æqualis sit ipsi hæmisphærio, immò & similiter posita, nam supposito quolibet plano KP, ostenditur alibi circulus, cuius diameter MN, æqualis esse coronæ seu annulo. circa hemisphærium descriptô, cuius latitudo KL, OP. quare additâ communi coronâ, cuius latitudo LM, aut MN; corona cuius latitudo MK, æqualis erit circulo cuius semidiameter RL.

Ex his facile segmentorum omnium centra grauitatis inuenies; modô sciatur eorum magnitudo, respectiue ad Sphæram aut ad hemisphærium. si enim hemisphærium in segmentum minus diuidas, & in Zonam solidam, cum sciatur centrum grauitatis hemisphærij, si circa illud assumantur distantiæ reciprocæ partibus: habebuntur centra grauitatis. dantur & aliæ methodi quibus modò breuitatis causa supersedeo, ne in immensum augeatur hic tractatus.

## PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

*Solidi Parabolici centrum grauitatis, ita diuidit axem vt pars vertici propior sit reliqua dupla.*



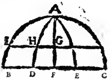

Sit parabola BAC quæ circa axem AD immotum, circumuoluatur, ita vt hac circumuolutione generetur solidum parabolicum, dico centrum grauitatis huius solidi parabolici ita diuidere axem AD, in puncto P, vt AP ad verticem sit reliquæ P D dupla. intelligantur ordinatim applicatæ I K, & aliæ, basi AC parallelæ, quæ singulæ sunt diametri circulorum parallelorum, ex quibus omnibus simul sumptis coalescit totum solidum parabolicum. suppono autem in parabola, ita esse A X ad A D, sicut quadratum lineæ XI ad quadratum lineæ BD. vt autem quadrata, ita circuli (*per* 2. 12.) ergo ita est circulus ex XI, ad circulum ex BD, vt A X, ad A D seu vt OS. vel eius dupla, ad DB, aut eius duplam BC. ergo circuli ex quibus coalescit solidum parabolicum, se habebunt inter se vt lineæ parallelæ ex quibus constat, triangulum B A C. sed sunt tot circuli, quot lineæ, quod si in iisdem distantiis appendantur pondera, quæ eadem rationem obseruent ac alia, idem erit primorum, ac posteriorum centrum grauitatis: ergo idem erit centrum grauitatis solidi parabolici, ac trianguli BAC sed centrum trianguli ita diuidit axem, vt segmentum ad verticem, sit reliqui duplum: ergo idem accidet in solido Parabolico. quod erat demonstrandum.

PROPO

PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

*Solidi Ellyptici, & solidi circularis æqualem habentium vnam diametrum; & æqualem altitudinem, idem est centrum grauitatis.*



Sit semicirculus BAC, & semiellypsis DAE, sitque vna diameter Ellypsis, æqualis diametro circuli. sit axis A F, circa quem immotum circumuolnatur tam semiellypsis, quam semicirculus, generabuntur hac circumuolutione duo solida, vnum Sphæricum, seu hæmisphærium, aliud Ellypticum: dico eorum idem esse centrum grauitatis. Intelligantur duei parallelæ basi BC, quotquot duci possunt, cum idem sit vtrique communis axis, non plures erunt in semicirculo, quam in Ellypsi, hæ autem lineæ (*vt probauimus in Geometria*) secantur proportionaliter ab Ellypsi, hoc est eadem est ratio lineæ G I, ad G H, quæ lineæ BF, ad FD sed circuli sunt in duplicata ratione suorum radiorum (*per 2. 12.*) ergo circuli descripti circumuolutione hæmisphærij à lineis parallelis eandem rationem habent inter se, ac circuli descripti ex circumuolutione Ellypsis; appenduntur que in iisdem punctis lineæ AF, sed quoties pondera proportionalia, in iisdem distantiis appenduntur, idem est centrum grauitatis: ergo solidum Ellypticum, & hæmisphærium idem habent centrum grauitatis. quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

Eadem demonstratio valeret, etiam si segmentum B A C, maius aut minus esset semicirculo; modo adsit vna conditio, nempe vt Ellypticum segmentum, sit pars Ellypsis cuius vna diameter, sit æqualis diametro circuli.

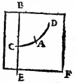
Ex his vides si linea BD, esset æqualis lineæ D F, figuram A B D A æqualem esse figuræ ADFA. immo solidi circularis pars intercepta inter superficiem Sphæræ, & superficiem Ellyptici, esset æqualis solido Ellyptico. quæ omnia procedunt secundum methodum indiuisibilium, viamque aperiunt ad alia difficiliora soluenda.

# STATICÆ,
## LIBER OCTAVVS
## Proprietates centri grauitatis, & lineæ directionis.

PROPOSITIO I.

Theorema.

*Nullius corporis centrum grauitatis nisi violenter ascendere potest.*



Sit quodcumque corpus, cuius centrum grauitatis A. dico fieri non posse vt punctum A ascendat, nisi aliô corpore extraneô impellatur sursum, aut ex præconceptô impetu sursum feratur. hoc est quomodocumque suspendatur numquam innatâ toti corpori grauitate fieri poterit, vt punctum A ascendat.

Demonstratio. cum enim centrum grauitatis tale sit, vt hinc inde circa illud circumstent partes æqualium momentorum; quomodocumque inuertatur corpus, si ascendat punctum A, partes quæ maius momentum habent ascendent, & ab aliis minus momentum habentibus, eleuabuntur, sed hoc manifestè implicat, nam quæ maius momentum habent, debent alias superare. vt si corpus propositum ex punctô B suspenderetur, ductâ lineâ directionis BE, non possunt partes BC, eleuare partes BF, quæ plures sunt numerô, & magis distitæ à punctô suspensionis B; sed si ascenderet centrum grauitatis A, versus partes D, omnes partes B F ascenderent, quod manifestum est, si ex punctô B, tanquam centrô per singulas intelligatur describi circulus, cuius infima pars erit in linea directionis, nam infima pars circuli verticaliter positi, est quæ proxi-

mior est centro terræ. nam intelligendo duci lineam, ex centro terræ ad centrum alicuius circuli, secans peripheriam in aliquo puncto, illa est breuissima, quæ à centro terræ ad circulum duci potest. (*per 8. 3.*) igitur punctum grauitatis ascendere non potest.

Posui autem in propositione nisi violenter, intelligo autem violentiam, primò quotiescumque ab alio agente, vt ab aliò graui, aut quôcum que momento impellitur, tunc enim licèt illius corporis, quod propriè spectatur, punctum aliquod dicatur, centrum grauitatis, non est tamen totius corporis, quod ex impellente, & impulso coalescit idem centrum grauitatis. neque enim opus est aliqua vnione, inter duo corpora, vt ex iis vnum totale pondus efficiatur. Secundo item, vt iam dixi, per conceptum impetum. experimur enim quotidie reflecti grauia, & in altum attolli, vi impetûs per descensum acquisiti.

## PROPOSITIO II.

*Centrum grauitatis, in linea directionis positum non mouetur.*

Sit corpus quomodocumque suspensum in puncto A, sitque centrum grauitatis eius punctum B, quod sit in linea directionis ABC, dico centrum grauitatis quieturum, nec posse vllum à tali corpore, motum effici. Intelligatur enim linea directionis produci vsque ad centrum terræ quod sit D, & ex punctô suspensionis A, interuallô AB describi circulus IO. ducantur ex centro terræ D lineæ DI, DO.



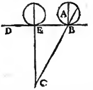

Demonstratio. corpus AB, ex suppositione suspensum est, ex puncto A, idróque punctum B moueri non potest nisi describendo arcum BI, aut BO, sed moueri non potest secundùm arcus BI, BO. sit enim D centrum terræ, cùm DC ex suppositione transeat per centrum circuli I B O; DB minor erit, quàm D I, aut D O; ergo si punctum B transferretur in O, recederet à puncto D, seu à centrô terræ; sed hoc est ascendere, quòd non potest (*per præcedentem*) igitur centrô grauitatis positô in linea directionis, corpus nullum vi grauitatis suæ motum habet.

Si verò corpus innitatur punctô infra centrum grauitatis positô vt puncto A, quia ex suppositione linea directionis CAB, transit per centrum grauitatis, diuidet corpus in partes æqualium momentorum, atque adeò erit æquilibrium, si tamen impellatur tantisper corpus in vnam partem; destruetur æquilibrium.

## PROPOSITIO III.

Theorema.

*Perfectè Sphæricum, perfectô planô insistens, in vno tantum punctô quiescit.*

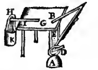



Sit perfectè Sphæricum, cuius centrum grauitatis idem quod magnitudinis sit, A, & planum perfectum sit BD; ex centro terræ C ad planum DB, ducatur perpendicularis C E, quæ vnica erit, mathematicè loquendo. dico globum A tantum quieturum, quando consistet in puncto E. insistat enim punctô B, ita vt punctum B sit punctum contactûs; ducaturque ad planum BD, perpendicularis BA, quæ parallela erit lineæ CE, (*per 6. 11.*) & transibit per centrum A. linea igitur CB, non poterit transire per centrum A, ergo globus non sistet, nec erit æquilibrium, quod de aliis omnibus punctis eiusdem plani BD ostendere possum, præterquam de puncto E, in quo linea perpendicularis ad planum, cum linea directionis concurrit. Dixi mathematicè, nam sicut nec datur, planum, nec globus perfectus, ita experimur quotidie in diuersis eiusdem plani punctis, globum quiescere posse.

## PROPOSITIO IV.

Theorema.

*De situla aquâ plena, quæ in extremitate mensæ pendens, ex baculo non cadit.*




Sit situla aquô plena, vel quodcumque aliud pondus, quod innitatur mensæ EF, ope virgæ inflexæ BCA, mirantur nonnulli quod ibi possit consistere, quamuis mirandum non sit: nam in ea dispositione, inuenitur centrum grauitatis in linea directionis, ita vt moueri non possit, quin ascendat.

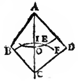
Est & alia dispositio in quâ videtur esse extra lineam directionis, vt si suspendantur per Gnomonem seu squadram GHK, sed notandum est in tali casu brachium IG, si sit longius posse facere æquilibrium cum situla; ita vt centrum grauitatis,

grauitatis, non fit in situla, sed extra illam, vt accidit in multis aliis corporibus.

## PROPOSITIO V.

Theorema.

*Quæ à superioribus lineæ directionis punctis retinentur, ad pristinum statum redeunt cum ab eo educuntur: quæ verò ab inferioribus magis ab eo recedunt.*




Sit corpus ABCD, primò suspensum ex puncto A, ita vt AC sit linea directionis; sitque punctum E centrum grauitatis extra lineam directionis AC positum, dico fore vt corpus ABCD suâpte naturâ moueatur, & centrum grauitatis E constituat in lineâ directionis.

Demonstratio. linea AC diuidit corpus ABCD in partes momentorum inæqualium, momentumque partis ACD maius est, ergo superabit, & eleuabit, partem ABC; motus autem quem efficere potest est circa punctum A: quare punctum E describet arcum E O, qui arcus continet descensum, punctum enim O vicinius est centro terræ, quàm reliqua eiusdem arcûs puncta: ergo centrum grauitatis, lineæ directionis AC se subiiciet.

Si verò corpus ABCD innitatur puncto C, describendus erit circulus ex puncto C vt centrô, & pars ACD pariter præponderabit, & punctum grauitatis describet arcum EF, neque enim, potest regredi ad lineam directionis, ita vt feratur, per arcum EI, alioquin ascenderet.

## COROLLARIVM.

Quoties centrum grauitatis est extra lineam directionis, & corpus innititur puncto infra centrum posito, toties debet fieri motus, & corpus deorsum ferri.

## PROPOSITIO VI.

Theorema.

*Ad motum hominis progressiuum, aut cuiuscumque animalis, mutatur linea directionis, Zenith, & horizon.*

Progrediatur homo, feraturque motu progressiuô: assero lineam directionis mutatum iri, item Zenith, & horizontem.

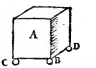
Cum enim linea directionis, sit linea ducta à centro terræ per punctum cui innititur corpus, necessariò mouabitur, & alia erit hæc linea, per aliud nempe, atque aliud terræ punctum ducta, quæ linea cum corpus non cadat per centrum grauitatis illius transit, item per Zenith; ergo continuò mutatur linea directionis hominis & Zenith; mutatô autem Zenith, alium horizontem esse necesse est, neque enim ex diuersis punctis tanquam polis idem describi potest circulus maximus.

## PROPOSITIO VII.

Theorema.

*Quotiescumque multæ sunt lineæ directionis, corpus non cadit, modò centrum grauitatis aut in vnâ earum, aut inter illas inueniatur.*

Voco hic semper lineam directionis, eam quæ ducitur à centro terræ, per punctum cui innititur corpus, sæpè autem accidit vt aliquod graue, pluribus punctis terræ innitatur, dico ergo in tali casu fieri non posse, vt corpus illud cadat.

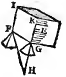



Sit enim tale corpus cuius centrum grauitatis A, quod pauimento innitatur punctis D, B, C, dico fieri non posse vt corpus illud deorsum feratur, si enim moueatur versus partes B fingatur describi circulus ex puncto B per centrum grauitatis A, debebit centrum grauitatis in eo circulo ascendere, idem dico de motu versus partes C: Igitur in neutram partem potest fieri motus. si verò centrum grauitatis, sit in linea directionis aliqua, in ea fiet æquilibrium, atque adeò non erit vlla ratio cur in vnam potiùs partem fiat inclinatio, quàm in aliam.

## PROPOSITIO VIII.

Theorema.

*Toties graue duobus punctis innixum, inclinatur ad motum deorsum, quoties centrum grauitatis est, extra planum trianguli in quo centrum terræ, & duo puncta sustentantia.*




Sit graue cuius centrum grauitatis E, puncta sustentatia sint F, & G, intelligatur planum HIK, in quô centrum terræ H, & puncta F & G, sitque centrum grauitatis E, extra illud planum, dico fore vt tale corpus inclinetur ad casum,

concipiatur circa lineam FG immutam, vului totum corpus, centrum grauitatis describet circulum, in quo circulo cum nihil impediat quominùs descendere possit, pluribus partibus in casum impellentibus, necessariò cadet, vt satis manifestè patet.

Si autem plura essent, quàm duo puncta sustentantia, tunc corpus inclinaretur cùm extra planum duorum extremorum, constituetur centrum grauitatis propter eandem rationem.

## COROLLARIVM.

Ex hoc vides rationem quare hominis latiores sint pedes quam aliorum animalium, cum enim alia animalia quatuor pedibus innitantur, modò centrum grauitatis habeant, intra pyramidem cuius apex est centrum terræ, basis spatium comprehensum intra quatuor pedes, stabunt. At verò si intelligatur solidum lineis à centro terræ per vtriusque pedis partes ductis comprehensum, modò in eô inueniatur centrum grauitatis hominis; stabit homo: si extra necessarius est casus.

## PROPOSITIO IX.

### Theorema.

*Motus progressiuus hominis.*

Non erit difficile iis positis fundamentis motum hominis progressiuum explicare. cum enim incipit motus, centrum grauitatis, innititur verbi gratia pedi sinistro, pes dexter extenditur in anteriora, tum corpus sequitur, & centrum grauitatis, in vtriusque pedis medio inuenitur, cum verò incipit imminere pedi dextro, aut ex præconceptô impetu. nullum restat periculum ne regrediatur, eleuatur pes sinister & in anteriora propellitur, & ita deinceps. si verò ex præconcepto impetu feratur centrum grauitatis, sistanturque ambo pedes, aut is qui in anteriora extendendus erat. cum primum centrum grauitatis, nec inter vtrumque pedem situm erit, nec alterutri imminebit perpendiculariter, necessariò cadit homo.

Qui humeris gestat aliquod onus, necessariò corpus incuruat, cum enim aliud fiat centrum grauitatis hoc constitui debet, aut inter vtrumque pedem, aut supra alterutrum, quod non nisi incuruatô corpore obtineri potest.

Dum in lubrico consistunt pedes; si accidat, vt centrô grauitatis subducantur; necessariò cadimus.

Ex hoc vides in quo consistat difficultas ambulandi in fune, aut in trabe non admodum latâ, nempe cum tota pedum planta non sustentetur, sed eius tantum exigua pars, faciliùs centrum grauitatis exorbitat, & extra lineas directionis egreditur, ita vt difficillimum sit motum progressiuum producere, & centrum grauitatis intra tam arctum spatium continere. idem dico de grallis.

Colliges item, quare adiectis hinc inde ponderibus faciliùs centrum grauitatis intra directionis lineas conseruetur, cùm pondus extraordinarium adiicitur, cui ferendo assueti non sumus, illud sentimus, faciliúsque dignoscimus, quam in partem inclinet, & consequenter vbinam sit centrum grauitatis; quàm dum corpus tantùm nostrum ferendum est.

Dum montem, seu planum ad horizontem inclinatum percurrimus, linea pariter directionis, in quâ debet esse centrum grauitatis ad tale planum angulos inæquales, hinc acutum inde obtusum efficit, quod sufficienter experimur, inde fit vt sint aliqua plana, ita inclinata, vt iis insistere non possimus; labuntur enim pedes, & secundum plani longitudinem fluunt.

## PROPOSITIO X.

### Theorema.

*Centrum grauitatis mutatur, quoties aliquid ex vnâ parte, additur, vel quoties aliqua pars, a lineâ directionis remouetur.*

Prima pars huius propositionis satis patet, cum enim planum per centrum grauitatis ductum, illud in partes æquiponderantes diuidat, adiectâ quâcumque grauitate ex vna parte; idem planum non distinguet corpus in partes æquales. atque adeò aliud esse centrum grauitatis, & in alio plano existere necesse est.

Ex hoc deducuntur nonnulla ad vsum communem pertinentia, ita experimur quotidie dum pondus satis magnum, vnâ manu sustentamus, necessarium esse vt corpus in oppositam partem inclinemus, cum enim tunc aliud oriatur centrum grauitatis, vicinius ponderi adiecto, vt illud intra lineas directionis collocetur, corpus est inclinãdũ.

Secunda itidem pars ex superiùs tradita doctrina manifesta est. diximus enim adiectô pondere, aliam esse scapi diuisionem, vt habeatur punctum è quo suspenditur ad æquilibrium. in puncto autem suspensionis est semper centrum grauitatis, saltem in planô per illud ductô, & hoc ex definitione centri grauitatis.

Ita dum aliquid è terrâ attollimus, si periculum sit destruendi æquilibrij, pedem aut manum in aduersam partem extendimus, vt semper constet æquilibrium, in quo vides per solam extensionem pedis, conseruari posse, siue adiectione ponderis, quia suppletur per maiorem distantiam.

Ita quotiescumque homo sedens vult surgere, necessarium est vt pedes sedi admoueat, quantum potest, caputque & pectus in anteriora educat, nempe vt centrũ grauitatis, sit in linea directionis. alioquin non surget, nisi forsitan maximô impetu, ex cõplicatione corporis, quasi ab arcu, & elatere adducto, aliquis violentus motus producatur.

Qui totus extensus iacet; non se eriget, si extensus maneat; neque enim eum impetum producere potest, qui vnô ictu centrum grauitatis in lineam directionis statuat, à qua distat toto circuli quadrante. quare si supinus iaceat, priùs manibus innitendo superiorem corporis partem eriget, tum in genua innitetur, denique interea dum centrum grauitatis vnô genu innitetur, pedem vnum statuet in situ naturali, denique totum se eriget. si verò pronus iaceat manibus primum innitetur, tum genua & pedes complicabit, & centro grauitatis submittet,

Si quis ita stet vt linea directionis per centrum grauitatis ducta, per pedis extremitatem transeat, si brachium ex eadem parte extendat, dubiò procul

col cadet; ratio clara est quia extentô brachiô mutatur centrum grauitatis, quod extra omnes lineas directionis inuenitur.

Si quis ad parietem humeris incumbens, longiùs à pariete pedes subductos habeat, nunquam surget, nisi aut pedes ad se retrahat; vel manibus corpus in anteriora propulset, quod quia sæpe fieri non potest, eò quòd brachia inuertere non possit, vt plurimum totum corpus, in situm contrarium conuertet.

## PROPOSITIO XI.

Theorema.

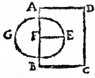
*Motus progressiuus quadrupedum.*

Quadrupedia centrum grauitatis inter quatuor pedes habent, insistuntque duobus pedibus diametraliter oppositis, interea dum alij pedes mouentur, ita vt nunquam centrum grauitatis vni tantum pedi insistat, nec duobus anterioribus, aut duobus posterioribus, nec etiam duobus ex eodem latere positis, sed duobus diagonaliter oppositis, & hoc in motu moderatô, dum enim currunt aliter, vt plurimum procedunt, simul enim duos pedes anteriores, quasi per saltum promouent, tum pedes posteriores anterioribus admouent, & ita consequenter, In saltu autem quia impetus, acquisitus potest corpus ad aliquod temporis interuallum sustentare, non est semper necesse, vt centrum grauitatis lineæ directionis impendeat. quod tamen necessarium est, vt in eodem situ aliquandiu perseuerent.

Aues volantes aliter se habent: alis enim suspenduntur atque adeò, vt de suspensis philosophandum est. quando ergo in altum euehi volunt, in anteriores partes alas extendunt, si verò descendere in posteriores: nempe vt centrum grauitatis quasi præcipitetur.

## VSVS NOVVS CENTRI grauitatis.

*HIC omittere non ausim eximium Guldini nostri inuentum, mirabilemque in Geometricis centri grauitatis vsum, quô seclusô quæcumque hactenus de centro grauitatis dicta sunt, inutilia viderentur. Nihil vt puto in Geometricis vniuersalius excogitari potuit, & quod ad problematum difficiliorum solutionem, viam latiorem aperiat. consistit autem in certa. & indubitata quantitatis rotundæ compositione, Resolutione, & inde orta comparatione. vocat rotundum eam quantitatem, quæ motu circulari generatur. & motum, Rotationem appellat, tales sunt primò circumferentia circuli, circulus, superficies cylindrica, conica, Sphærica, conoidum sphæroidum aliorumque corporum, tum soliditas eorumdem, quæ omnia cum centro grauitatis connexionem maximam habent, ita vt ex eius motu, facile horum omnium dimensiones innotescant. Regulam igitur generalem proponit, quâ ostendit ex rotatione alicuius quantitatis productam quantitatem rotundam æqualem esse, quantitati rectæ, quæ orietur; si prima quantitas moueretur motu recto, æquali, motui circulari centri grauitatis quod vt in*



*exemplo explicem proponatur rectangulum ADCB cuius centrum grauitatis E, fiat rotatio circa axem AB immotum: generabitur cylindrus, & punctum E, describet circulum cuius radius EF; vocat hunc radium rotationis, & circumferentiam circuli EG viam rotationis asserit inquam, quod si rectangulum AC, moueatur motu recto. seu secundum lineam rectam, æqualem viæ rotationis. seu peripheria circuli EG, producetur parallelepipedum. cuius soliditas, erit æqualis. cylindro, producto, ex circumuolutione rectanguli AC: circa axem immotum AB. suam autem regulam non aliter probat quam in variis exemplis, in quibus aliunde demonstratur esse vera Cæterum eam methodò indiuisibilium demonstrat nos etiam eam rem demonstrabimus. vbi aliquas definitiones attulerimus.*

## DEFINITIO I.

Potestas est quantitas producta, motu alterius quantitatis, vt in priori exemplo cylindrus, dicitur potestas rectanguli, eò quòd, motu circulari rectanguli generetur. quia autem motus simplex duplex est, (compositos enim non consideramus) rectos, & circularis, duplex etiam potestas distinguitur. directa, & rotunda. triplex autem vtriusque potestatis species assignatur. ex triplici scilicèt quantitatis specie desumpta, puncti enim potestas linea est; lineæ superficies; superficiei quantitas solida, in quo vides potestatem vnô semper gradu altiorem esse, eâ quantitate cuius dicitur potestas.

Alia item subdiuisio vtriusque potestatis institui potest, nempe in iustam, in minorem iusta, & maiorem iusta.

Sic quadratum potest dici potestas iusta. rectangulum altera parte longius, potestas iusta maior, rectangulum verò altera parte breuius, comparatum scilicèt cum linea longiore: dici potest, potestas iusta minor.

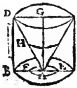
Potestates directæ paucissimæ sunt. nempe quadratum, cubus, rectangulum cubus, & parallelepipedum, non recenset Guldinus alias inter potestates directas, quamuis prisma vere sit potestas directa trianguli, aliæque multæ cogitari possint, in quibus omnibus, nulla est difficultas nisi de modô loquendi.

Potestatea rotundæ plurimæ sunt. & primo occurrit, periphæria circuli. quæ sola potestas linearis agnoscitur. Secundi vero gradus potestates infinitæ penè sunt, cum enim oriantur, ex motu circulari alicuius lineæ, lineæ autem infinitæ sint, nempe rectæ circulares, & mixtæ: idcò-

que

qoe poteſtatum infinitus pene numerus. Idem dicendum de poteſtatibus terrij gradus.

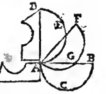
Poteſtates rotundæ ſecundi, & terrij gradûs, hoc eſt iam ſuperficiales, quam ſolidæ, non tantum ex varietate quantitatum generantium: ſed etiam ea vario ſitu, ad viam rotationis diſtinguuntur, & variantur. viam autem rationis ſemper horizontalem cogitabimus. Proponatur linea re-




&a AB hæc primò horizontalem ſitum obtinere poteſt, ita vt vnô ſui extremô centrum rotationis A attingat: ſi hoc modò rotetur, producetur poteſtas iuſta. hæc eadem linea ſitum obliquum obtineat, ponatur enim AD eſſe linea propoſita, quæ circa axem AG circumuoluatur, hæc tali rotatione ſuperficiem conicam deſcribet, quæ eius poteſtas minor iuſtâ dici poteſt, ſi eadem linea Erigatur verticaliter, ita vt attingat punctum A: eius rotatione generabitur eadem linea. vult autem dici poteſtatem iuſtam verticalem. ſed valde improprie.

Poteſt eadem linea ita attingere punctum rotationis, vt non in extremitate eius inueniatur Sed in alio puncto medio. vt ſi linea EB, proponatur, & centrum rotationis ſit A, generabitur in tali caſu poteſtas minor iuſta, nam circuli deſcripti à lineis AB, AE, Etiam ſimul ſumpti minores ſunt, circulo lineæ propoſitæ AE.

Linea propoſita diſtare poteſt à centro rotationis vt ſi proponatur linea BF. producetur corona, quæ maior eſt poteſtate iuſta, nempe circulo lineæ BF. idem dicendum de linea BD quæ tota diſtat à centro rotationis: producitur ſuperficies cylindrica, quæ maior eſt circulo cuius radius BD. idem dicendum de linea DH, quæ maiorem ſuperficiem conicam deſcribit quam ſi attingeret extremo H, punctum A.




Idem intelligere poſſumus in linea curua circulari. ſit enim ſemicirculus ABC. cuius diameter AB. ſi rotetur generabitur figura caua ad modum coronæ, cuius ſuperficies, eius poteſtas iuſta horizontalis dici poteſt. Idem ſemicirculus ſitum verticalem obtineat vt in AED, ita vt linea AD ſit immobilis generabitur ſphæra; cuius ſuperficies dici poteſt poteſtas iuſta verticalis. Denique idem ſemicircularis peripheria ſitum obliquum obtineat vt in FGA aliud corpus ſolidum producetur, cuius ſuperficies dicetur poteſtas iuſtâ minor. Idem cogitare poſſumus de peripheria Ellyptica, parabolica, hyperbolica, de irregularibus quibuſcumque figuris & aliis omnibus, quæ vlteriùs diſtinguere ſuperuacaneum videtur.

## DEFINITIO II.

Rotatio eſt motus ſimplex, & perfectè circularis circa centrum, aut immotum axem, qui axis rotationis dici poteſt.

## DEFINITIO III.

Quantitas rotonda ea eſt, quæ moto rotationis circumuoluitur, & id quod tali rotatione producitur, dicitur poteſtas eius ſeu rotandum, ſiue hæc ſit ſuperficies, ſiue ſolidum.

## DEFINITIO IV.

Radius rotationis, eſt linea recta horizonti parallela, à centro grauitatis quantitatis rotundæ, ad axem rotationis ducta.

Hæc linea in eodem ſemper plano concipitur in quo quantitas rotunda.

## DEFINITIO V.

Via Rotationis eſt circumferentia circuli; quam in rotatione deſcribit centrum grauitatis quantitatis rotatæ.

## PROPOSITIO XII.

### Theorema.

*Quantitas rotatione circulari producta, æqualis eſt, quantitati directa, generata motu recto, vniformi qui æqualis ſit via rationis.*

Hæc eſt regula vniuerſalis quam profert Pater Guldinus, aut ſaltem ſenſus eius. nempe quod ſi aliqua quantitas ita rotetur, vt ex ea ratione producatur alia quantitas, altioris ſcilicet ordinis, hæc producta æqualis ſit, quantitati directæ, productæ motu recto, æquali viæ rotationis.

Vt meliùs intelligatur ſenſus huius regulæ, reuocanda ſunt ea, quæ diximus ſæpe de productione quantitatum, per motum aliarum. ita diximus aliàs quod ſi linea alteri perpendiculariter ſemper inſiſtens, eam totam percurrat; producetur parallelogrammum rectangulum. diximus autem hunc ductum vnius quantitatis in aliam, reſpondere multiplicationi.

Diximus pariter generari ſphæram, ſi ſemicirculus immotâ diametrô circumuolutus, ad ſitum priſtinum redierit. quibus poſitis. vult quod ſi duæ quantitates, omnino ſimiles, & æquales proponantur, quarum vna rotetur, alia vero

motu

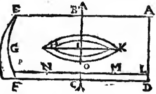
motu recto & vniformi in omnibus fuis partibus moucatur, ita vt linea tects à fingulis eius partibus pereutfa æqualis fit viæ rotationis, feu lineæ circulari, quam percurtit centrum grauitatis quantitatis rotatæ, æquales erunt quartitates productæ. Sieut ergo vt habeamus quantitatem productam motu recto quantitatem motam, per lineam motûs multiplicsmus, pariter quantitas rotata, per viam rotationis multiplicanda erit, vt habeamus quantitatem rotundam hoc motu generatam.

Pater Guldinus hanc regulam tanquam vniuerfalem proponit, oftenditque veram effe in quamplurimis exemplis; bane tamen non demonftrar vniuerfaliter. Hane Csualerius methodô indiuifibilium ita probat, cuius demouftrationem faciliorem, & plauiorem reddemus,

## PROPOSITIO XIII.

### Theorema.

*Si figura plana eidem axi aptentur & librata intelligantur, erunt rotunda inter fe, vt figurarum planarum momenta: feu in ratione compofita, ex area figurarum & via rotationis.*




Sint figuræ planæ A B C D, B E G F C libeatæ fecundùm axem B C, fitque centtum grauitatis figuræ B E G F punctum H, fitque H I radius rotationis. Supponatur figura A B, C D effe parallelogrsmma & habere centrum grauitatis K. Intelligator linea L P lineæ D F parallela, diuidantur L O, O P bifariam in M, & P: eruntque M, & N centra grauitatis linearum M, & N, & OM, ON diftantiæ.

Demonftratio. Momentnm lineæ L O, ad momentum lineæ O P componitur ex ratione L O, ad O P, & ex rstione diftautiæ M O, ad O N: vt autem M O, ad O N, ita eft tota L O, ad totam O P. ergo momentum lineæ L O; ad momentum lineæ O P, componitur ex ratione L O, ad O P; & ex ratione L O ad O P. feu ex ratione L O, ad O P duplicata. feu vt quadratum ex L O, ad quadratum ex O P, vt autem quadrata, ita eirculi quorum radii L O ad O P, qui nempe defcribuntur rotatione circa axem B C. ergo vt momentum lineæ L O,.ad momentum lineæ L O, ita circulus ex L O vt rsdiô, ad circulum ex O P vt radio. Quod demonftrari poteft de quibufeumque lineis parallelis lineæ D F, ex quibus coalrfcere intelligentur tam rectangulum A C: quàm figura B G C. & omnes lineæ figuræ A C funt æquales: ergo momenta omnium linearum rectanguli A C, ad omnia momenta linearum figuræ B G E, funt, vt omnes circuli à liteis A C defcripti, feu,vt rotundum ex AC, ad rotundum ex BGE, fed mumenta omnium linearum AC componunt momentum rectanguli AC:ficut momenta linearum BGC, componunt momentum figuræ BGC, ergo mumentum parallelogrammi AC, ad momentum figuræ B G C, eft vt rotundum defcriptum ex A C, ad momentum defcriptum ex B G C. Quod erat demonftrandum.



### COROLLARIVM.

Cùm ratio momenti rectanguli A C, ad momentum figuræ B G C componatur ex ratione rectanguli A C, ad figuram BGC, & ex ratione diftantiæ I K, ad I H, vt autem I K, ad I H, ita via rotationis radij I K, ad viam rotationis radij I H. Ratio rotundi A C, ad rotundum B G E, compofita ex ratione rectanguli A C ad figuram BGC, & ex ratione viæ rotationis radij IK: ad viam rotationis radij IH.

## PROPOSITIO XIV.

### Theorema.

*Quantitas rotunda in viam rotationis ducta producit quantitatem directam æqualem rotundo.*

Intelligatur figura B G C rotari eirea axem B C, & generari rotundum: dieo fi intelligatur eadem figura B G C, duci in lineam rectam, æqualem viæ totationis I H, dico produci figuram folidam æqualem rotundo. Intelligatur pariter rectangulum A C eircumuolui, vt fiat rotundum, exeitati item fupra bafin A C, aut circulum illi æqualem, cylindrum.cuius altitudo æqualis fit viæ rotationis radij KI.

Demonftratio. Rotundum ex A C, cylindrus eft; cylindrus item exeitatus, fupra bafin A C, aut fupra eirculum illi æqualem, habens altitudinem viæ rotstionis æqualem reciprocas habent bafes, & altitudines: nam bafis A C, ad bafin euius radius DC, eft vt A D, ad viam rotationis radij K I; circulus enim radij D C, fit multiplicando radium A D, per femiperipheriam, feu per totam peripheriam radij K I, quæ alterius dimidia eft. & bafis A C, fit ex multiplicatione D C per A D: ergo fe hsbet bafis A C, ad circulum radij D C; vt A D, feu B C, altitudo rotundi, ad viam rotationis radij I K: ergo cylindri illi reciprocant bafes, & altitudines: ergo (*per* 15. 12.) erunt æqusles.

Eft autem rotundum ex A C, ad rotundum ex B G C, in ratione compofita ex ratione rectanguli A C, ad figuram B G C, & ex ratione viæ rotationis radij I K, ad viam rotstionis radij I H. Pariter ratio cor-

porum columnariorum excitatorum ſupra baſes A C , B G C , componitur ex ratione baſis, ad baſin , & altitudinis ad altitudinem : ergo eôdem modô ſe habent. Quare rotundum ad rotundum , ſe habet, vt columnare ad columnare : ſed primum eſt æquale tertio , ergo & ſecundum æquale erit quarto. Quod demonſtrandum erit.

### COROLLARIVM I.

Hæc demonſtratio valet , etiamſi figura rotunda non adiaceret axi , vt ſi axis ſit B C, & figura rotunda foret E S F G ; nam inuentô eius centrô , eôdem modô procedit demonſtratio , & completâ figura B S C 1 oſtenditur ſicut priùs , vt rotunda B S C , & AC, ita eſſe eorum momenta , quare demptô momento figuræ B G C, ex momento figuræ B S C G , & rotundo B G C ; ex momento B S C G , momenta figurarum A C , BSCG erunt vt eorum rotunda , quæ conſequenter erunt in ratione compoſita figurarum , & diſtantiarum , ſeu viarum rotationis : quare concludemus vt priùs , viam rotationis , centri grauitatis figuræ B S C G in eamdem figuram ductam , producere corpus æquale rotundo eiuſdem figuræ.

### COROLLARIVM II.

Si loco circulorum , radiis L O , O P deſcriptorum ſubſtitueremus Ellipſes ſimiles , aut quadrata , aut quaſcumque alias figuras ſimiles, generabuntur columnaria corpora , de quibus procedet eadem demonſtratio : immò etiamſi axis B C , non eſſet perpendicularis, ſed obliquus , producerenturque rotunda ſcalena , vim tamen ſuam obtineret demonſtratio. Ex quibus via aperitur ad infinitas ſpecies corporum metiendas.

### COROLLARIVM III.

Sine maxima difficultate , hæc demonſtratio methodô communi , non aſſumptis indiuiſibilibus,accommodari poterit , vt examinanti facile patebit.

### COROLLARIVM IV.

Ex hac propoſitione , naſcitur noua Geometria , & facilis , quæ , per centrum grauitatis , omnium corporum rotundorum vt ſunt Sphæra , coni , cylindri , Elliptica , parabolica , hyperbolica. non tantum ſuperficiem , ſed etiam ſoliditatem , nullo negotio metietur.ea tamen modò ſufficiat indicaſſe, ne prolixior euadam.

# TRACTATVS VIII.

# GEOGRAPHIA.

*QVAMVIS accurata omnium regionum descriptio, diligensque terræ in regna, & nationes partitio, ad mathesin minimè pertineat: vniuersalia tamen Geographiæ principia, quibus in scientiarum numerum adscribitur, ita cum Mathematicis disciplinis connexa sunt, vt ab iis auelli, & separari non possint. Quare in hoc tractatu, ita illa enucleare conabor, vt cuilibet genuinam totius orbis terraquei ingenerem, notitiam; Tyronumque imaginationi; in qua fingendâ, & assuefaciendâ non nihil difficultatis occurrit: quantùm fieri poterit figurarum perspicuitate, seruiam. communia sunt, vt plurimùm quæ in hoc tractatu continentur homine tamen digna, ideoque à nullo contemni debent, quòd à plerisque teneantur. breuis erit iste tractatus; vnicô tantum librô comprehensus,*

## PROPOSITIO I.

### Theorema.

*Terra in infinitam superficiem planam non excurrit.*

Nomine terræ deinceps molem ex terra, & aqua compactam comprehendo, quam assero infinitâ superficie planâ, in qua animalia consistant, non constare.

Demonstratio si terra constaret superficie plana infinitâ; vel infinita esset ab ortu in occasum, vel à Meridie in Septentrionem. sed neutrô modô infinita est. quod vt concipiatur, suppono experientiam communem, nempe sydera primò in parte Orientali apparere, sensimque assurgere, donec in parte oppositâ rursus ad horizontem deprimantur, & delitescant; siue hoc eueniat propter motum sydetum, siue id tribuatur motui terræ, parùm interest, id modò non disputo. Suppono item experientiâ compertum esse; syderum circumuolutiones siue reales, vt fert communis opinio, siue apparentes vt vult Copernicus, non omnes æquales esse ita vt sydera, quæ his regionibus versos Septentrionem posita sunt minores circulos peragant. Et hoc ex vtraque parte terræ; vt ex iis qui vltra æquinoctialem lineam, vt vocant transvecti sunt didicimus. Ex quibus concludo terram non constare




superficie planâ infinitâ. Sit enim superficies terræ BD. sitque sydus in puncto H, quod sensim eleuetur in N. descendatque in M si terra infinita esset ab ortu in occasum, quomodo sydus illud, ex puncto M, regrederetur intra aliquas horas in H. nisi quis excogitaret aliquem canalem, in puncto M, nullum autem talem reperimus.

Si verò intelligatur aliquis motus in terræ superficie putà circa axem E F, etiam in hâc hypothesi, si terræ superficies infinita esset, incurreret in astra dum volueretur.

Sed neque terræ superficies infinita est, versus Septentrionem & austrum, quia stellarum circuli circa eas partes minores fiunt: ergo ab iis circulis clauditur spatium; quare terra in infinitum in eam partem excurrere non potest. quod si dicas terram esse planam, cœlum autem ad modum cylindri eam ambire, ex quo fit vt astra remotiora videantur circulos minores peragere. vt si aliquis in puncto A telluris planæ consisteret, essetque astrum in B, aliud in C & aliud in D licèt æquales circulos peragerent; ductâ lineâ A E; quia angulus CAE, maior est angulo D A E, circulus quem perficeret astrum C, videretur maior circulô, qui, perficitur ab astro D, sed alia sunt incommoda repugnantia apparentiis, sequeretur enim quòd quò magis aliquis procederet versus Septentrionem, circuli diurni stellarum maiores apparerent, quod tamen falsum est. si quis enim versus Septentrionem tendat, circuli stellarum eleuatiores quidem apparent, sed non maiores, immò tot apparent, supra horizontem, quod in hâc hypothesi fieri non posset. non ergo tellus constat superficie planâ infinitâ.

## PROPOSITIO II.

### Theorema.

*Tellus non constat superficie planâ.*

Addo in hac propositione tellutem non consiste vnicâ superficie planâ. immo neque plùribus.

Demonstratio si eoim tellus haberet superficiem planam, hæc infinita non esser per præcédentem, quare eertia terminis definireinr: sed experientiâ, constat non inueniri tales terminos, potest enim semper vlteriùs peragrari terra, aut nauigari mare, immò notatum est quod si quis vlteriùs semper in eandem partem proeedat, randem sd eundem loeum reuertatur, quod eum planâ supesficie oon potest consistere.

Ostenditur Secundò, si tellus constaret snperficie plsnâ, inciperet dies omnibus simul hominibua, & finiret simnl qnod falsnm esse constar experientiâ; nam aliqui homines, dies eosdem habent longiores, quam alij; quod respectu superficiei planæ locum habere non potest.

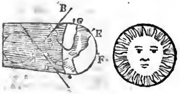
## PROPOSITIO III.

### Theorema.

*Moles terraquea spharica est ab ortu, in occasum.*

Vt terræ rotunditatem omnimodam asseram, probabo hâc propositione terram sphæricam esse, & non planam ab ortu in necaslium.

Demonstratio, si terra plana asset ab ortu in occasum, sydera omnibus hominibos simul orirentur ant simol occidereor, sed hoc est falsum. sumamus enim aliqnod phenomenon cœleste, nempe Eclypsin lunæ, quæ aceidet dnm terra inter lunam, & solem inreriicietur. hæc Eclypsis qnæ eôdem tẽpore physicô accider omnibus hominibus; aliqnibus ramen accidet luna, in ipso horiaóte oriente, aliis in vertice, aliis in hotizonte, oecidentali, positâ, nonnullis, eàdem lunâ infra horiaontem delitescente, quod expliesri non potest; primò per vnicam superficiem planam sit enim terræ supeificies plana AB, ita vt




luna in Eclypsi illi oriatur, omnes homines siue in C, siue B positi, lunam Eelypsin patienrem, videbunt terræ superficiem stringere. neque explieart potest quomodo eôdem Eclypsis momentô, nonoulli eam videant in horizonte, orientali vt qni in punctoC, alij in parte oecidẽtali hotizontis, vt qui in loco D, alij ptope verticem nonnulli ita se habeant vt Eclypsin non videant, lona infra eorum horizontem delitescente, vt qui in F, E, G; nisi terra ponatur sphærica ab ortu in oceasum.

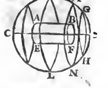
Neque etiam tetta cogitari posset polygona ab ortu in occasum, ponantur enim duo telluris loca notabiliter dissita E, & G in eàdem superficie plana posits, si accideret Eclypsis luoâ vniua horizontem stringente, pariter videretur alterius horizontem attingere, cum vnius sit amborum hotiaon. hoc ramen est eontra obseruationes; nam si duo loca, Sint secundum ortum, & occasum disposita; necessariò luna videbitur in occidentaliori horizonte; dum iam aliquô, tempore, supra orientalioris horizontem apparuerit: & hoc proportionaliter ad distantiam locorum: vnde si recta ad ortnm procedatur, per milliaria sexaginta, sub æquatore, sit differentia vuiua gradus, seu quatuor minutorum temporis, Io aliis verò partibus ab æquinoctiali circulo remotioribus; si recta procedator ab orto, & quioquaginta verbi gratiâ milliaribus respondeat differentia ortus vnu gradu, seu minutis quatuor, io toto illo parallelo, singulis quinqu. ginta nulliaribus, eadem respoodebit ortùs differentia. quod denotsi cireularem curuitatem, & non alterius generis. qnare constat terram rotundam esse, seu cireularem ab ortu, in occasum. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO IV.

### Theorema.

*Terra rotunda est, à septentrione in Austrum.*

Si terra Rotuoda non esset, & eireularis, à septentrione in anstrum, hoe est intelligatur planum seesns terram secundùm lineam meridianam, si communis sectio terræ, & illios plani non esset circnlaris; secundnm eam dimensionem terra esset plana, vel polygona, vel oualis, aut alterius euioscumqne figuræ; sed nullum hornm dici potest. cogitetur primò esse extensâ secundùm lioeam rectam, vnde positâ rotunditate ab ortu ad oecasum; terra esset figuræ cylindrieæ; qualis est columna AB, & necessariò si cœli moueantur,

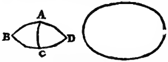



ueantur, poli cœlestes erunt C & D, si antem terra moueatur erunt poli cœlestes apparentes nempe; pariter C & D. Ex quo fit vt in totâ superficie cylindrica ABFE, nnllô modô sint conspicui, nec procedeotibos ex A versus B. attollarur polus D, nec attolli videatur, immò nec conspiciatur, donec perueniatur ad circulum BF. Secundo nnllæ essent stellæ perpetuæ apparitionis. sit enim stella in G quæ conspiciatur, ab iis

qui

qui inter A & B versantur, cum motu cœli petuenerit in H ab iisdem non videbitur.

Tertiò perpetuum in tota terra esset æquinoctium, nullumque dierum aut noctium incrementum, quod ita ostendo. Intelligatur planum aliquod insistens, cylindro AB secundum lineam AB, illud planum esset horizon; cum enim tellus in ea suppositione. sit cylindrus aliquis ingens, cuius respectu statura hominis nullius sit momenti; potest cogitari oculus hominis in superficie terræ positus esse; atque adcò nihil videbit infra tale planum: illud autem planum bifariam secabit sydetum omnium cursum, atque adcò omnia sydera, tanto tempore supra horizontem erunt quatô infra.




Neque etiam terra pyramidalis est vt in hac figura exhibetur. alioquin omnes qui in linea AB positi sunt, eandem dierum quantitatem haberent, sed experientia constat, quod si 20. leucis Gallicis accedas ad septentrionem, mutetur dierum quantitas, ergo pyramidalis non est.

Denique oualis non est. quia oualis figura telis est, vt prope vertices sit portio minoris sphæræ, in medio verò ad maioris spatæ superficiem accedat; quare cd recedendum vnó gradu ab æquinoctiali ad polum, plura milliaria decurrenda essent, quam ad peragrandum vnum gradum, prope partes septentrionales, quod hactenus notatum non fuit eâdem demonstratione vti possumus ad demonstrandum terram non esse longiorem versus quamlibet aliam partem. ergo circularis est à septentrione ad austrum quod erat demonstr.

## PROPOSITIO V.

### Theorema.

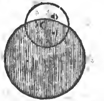
*Terra absolute sphærica est.*

Quamuis ex superioribus sequatur, terram sphæricam esse.quia tamen superiores demonstrationes, ex Astrorum obseruationibus petitæ, nonnulla supponunt quæ alibi explicantur; & quæ Tyronum captum nonnihil superare videntur; idcò superuacaneum non erit aliam eiusdem veritatis demonstrationem afferre.

Demonstratio In mari nauigantibus, aut iter in magna planitie habentibus, montium cacumina, aut ædificiorum fastigia, primò apparent, & eiecta erumpere videntur & hoc vndique & quaqua versum, ita vt montes æque alti, ab æquali distantiâ, primò se ostendant: sed hoc explicari non potest nisi ponatur terra vndique circularis, hoc est sphærica. nam in planitie AB, sit excitata turris, aut mons A C meliùs videri deberet punctum A quam punctû C, cum enim angulus BAC rectus sit, atque adcò maximus in triangulo ABC, (*per 17.1. Eucl.*) latus BC, maius est latere AB; ergo meliùs videri deberet punctum A, quam punctum C. Contrarium tamen accidit, impediente scilicèt terræ, aut maris tumore sit verbi gratiâ nauis in puncto D, mons EC assurgens supra superficiem aquæ, impossibile erit ex puncto D infimo, ducere lineam ad radices montis EC, nisi hæc linea aquæ tumorem penetradat, poterit tamen ex puncto F eompe ex carchesio videri, punctum G eiusdem montis: igitur aqua, & planities quæcumque tumorem habet.




Addo insuper circularem, aut sphæricum esse hunc tumorem, quod concludo, cò quòd idem mons vndique videri incipiat ex punctis D, H, I, K æqualiter ab eo distantibus, & altitudines æqualiter supra tellutis superficiem. extantes, ab æquali distantia spectentur. quod conuenire, non potest nisi sphæricæ superficiei; quæ æqualiter vndique funditur, si enim cogitetur hic tumor, aut oualis aut alterius cuiuscumque figuræ, facilè demonstraremus, non vndique ab æquali distantia eandem altitudinem spectatum iri.



Hæc telluris globositas, ita à nauigantibus deprehenditur, vt videtim nautas, ignatos cæteroquin, qui demirarentur, quomodo aliquibus philosophis in mentem venerit terram planam esse, quibus facilè fuit respondere, non omnes philosophos nauigasse; aut immensam aliquam planitiem vidisse; vnde mirum non esse, eum qui minimam terræ partem simul prospexisset, eius tumorem animaduertere non potuisse, vt si circuli cuius diameter 20. pedum videatur portio vnius tantum pedis, vix nisi applicatâ regulâ, de eius conuexitate iudicare poterimus.

Aliud argumentum petitur ab Eclypsi lunari, In qua terræ vmbra in lunarem discum incidit,& circularis apparet. quomodocumque tandem solis radius in terram incurrat. non potest autem fieri vt alicuius corporis vmbra, in omni situ circularis appareat; quin corpus illud sphæricum sit. igitur terra sphærica est. præcipue cum lunæ distantia; à terra non sit nisi quadraginta semidiametrorum eius. aut 50. posset enim aliquis dicere; quod cùm sol sit sphæricus,vmbra terræ, eius figuram imitetur, eó modò quò radius per foramen quadratum traiectus, rotundus est. sed in eo maxima requiritur distantia, neque patitas est in vmbrâ, & radio per foramen traiecto.

### COROLLARIVM I.

Centrum terræ est locus infimus, sit enim, si fieri potest, aliud punctum in terra, qui sit infimus, verbi gratiâ punctum B, ad illud tendere deberent omnia grauia, ex definitione grauitatis; sed (*per præcedentem*) tendunt ad centrum; ergo punctum B est centrum. contra suppositionem.

### COROLLARIVM II.

Benè ex eo intelligitur, quod si perforaretur terra secundùm lineam CD, fore vt lapis demissus consistat tandem in puncto A, si enim ex A tenderet in B ascenderet; cùm ascendere sit recedere à loco infimo.

### COROLLARIVM III.

Concipitur etiam; quomodò antipodes, licet aduersis pedibus insistentes, situm tamen naturalem habeant, quia situs naturalis est, vt pedes locum inferiorem, caput superiorem obtineat. sed homo in K positus, cuius pedes respiciunt centrum A, ita se habet: nam pedes viciniores sunt centro, hoc est loco infimo; non est autem periculum: ne pronus in caput decidat, cum hoc non sit cadere, sed ascendere; tunc enim ascenditur, cùm receditur à loco infimo, descenditur autem cùm ad locum inferiorem acceditur.

### COROLLARIVM. IV.

Concipitur ex eo, verum esse id quod communiter asseritur; nempe caput plus itineris conficere, quàm pedes; si enim concipiatur homo ex K processisse in I, cùm semper dirigatur ad centrum A, caput perfecerit maiorem arcum, & pedes arcum minorem.

### COROLLARIVM V.

Concipitur item, quomodocumque procedatur in superficie terræ; siue ad polos accedatur, siue ab iisdem recedatur, non esse ascensum, aut descensum, quia non receditur a centro: sed eadem seruatur ab eo distantia. vnde terræ tumor, seu globositas nihil confert ad aquarum fluxum, sed tantùm alueorum decliuitas, quâ à rotunditate deflectentes ad centrum nonnihil inclinant: vnde in quocumque loco terræ ponatur globus, in eo consistere debet,

### COROLLARIVM VI.

Facilè item intelligi potest, quomodò circumnauigari possit tellus, ita vt in easdem partes semper procedendo. rursus ad terminum, à quo soluit nauis redeat.

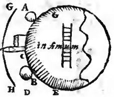
Item, quomodò parietes ad perpendiculum erecti, sensim ad se inuicem accidant, cùm producti per centrum ferantur.

### COROLLARIVM VII.

Si detur planum terram tangens, & in puncto contactus ferè cum superficie terræ congruens, si vlteriùs producatur, ita fiet inclinatus: vt in eo sit impossibile consistere: vt si tale planum sit EN, quamuis in puncto I, facilè illi insistatur; in puncto tamen N decliue erit ad modum montis, ita vt impossibile sit in eo ambulare. Si ergo illi plano imponatur globus, aut aqua in puncto N, hæc defluet in punctum I, vt pote centro vicinius.

### COROLLARIVM VIII.

Ex aqua & terra fit vnus globus. Cùm enim tam liquida, quam sicca, seu omnia grauia; ad idem terræ centrum ferantur; cum per eandem lineam descendant, circa illud idem centrum se accomodant, sed hoc est vnum & eundem ex vtroque Elemento globum coalescere: igitur ex aqua & terra fit vnus globus. Quod intelligendum est physicè, certum est enim terræ superficiem paulò altiorem esse superficie aquæ, cùm eam quasi in vase contineat; videamusque flumina in mare decurrere, quod aliquam decliuitatem denotat. Addo montium iuga, sed hæ inæqualitates si cum terræ magnitudine comparentur, nullius sunt momenti, ita vt montes altissimi vix bis millesimam diametri terræ, partem adæquent. ex quo ausim asserere vix ab artificibus nostris, tam perfectum globum tornatum esse; quò terra non sit perfectior, hoc est nullus vnquam composuit globum, cuius inæqualitates, licet insensibiles, non essent saltem bis millesima pars diametri.




### COROLLARIVM IX.

Si fieret scala, quæ per centrum terræ transiret; in ea primò descenderetur vsque ad centrum, exinde qui vlteriùs in ea pergeret, ascenderet.

### COROLLARIVM X.

Posset homo in altum, & caput & pedes erigere, & tamen stare rectus, si nempe eius venter in centro terræ statueretur.

### COROLLARIVM XI.

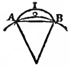
Concipi item potest, quomodò ædificia, quæ in partibus (vt ita dicam) lateralibus terræ sita sunt, non defluunt: vt ædificium C, non cadit ad partes H, hoc enim non esset cadere, cùm vi grauitatis debeat tendere ad locum infimum. Idem dicendum de globo A: qui non feretur in C aut B.

### COROLLARIVM XII.

Idem vas in sublimiori loco positum, minorem liquidi copiam excipit, quàm si in loco inferiori collocaretur. Suppono autem ad id explicandum, liquidorum superficiem se accommodare superficiei sphæricæ, cuius centrum sit centrum terræ: quare superficies liquidi in superiori loco positi, se accommodat superficiei, sphæræ maioris, & in loco inferiori superficiei sphæræ minoris, vt pote cuius diameter sit minor. liquidum igitur exuberat supra labra vasis, & in lo-

co

eo inferiori connexitas illa fit maior, vt pote minoris Sphæræ segmentum, vt si extremitates




vasis sint A & B, in loco inferiori superficies liquidi se accommodabit circulo minori AIB, in loco superiori se accommodabit circulo maiori AOB, cùm eius distantia à centro terræ sit maior: ergo idem vas fiet capacius in loco inferiori.

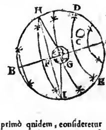
Alia multa corollaria coacervari possent; quæ quidem facilia sunt, & communia, non tamen omittenda, vt Tyronum imaginatio sensim assuefiat. experientiâ enim docet, viros etiam grauissimos in hâc materiâ sæpe peccare.

Huius figuræ Sphæricæ proprietates modò non explico; has inferiùs attingemus, vt pote à quibus tota luminis distributio pendeat.

PROPOSITIO VIII.

*Terra centrum est in axe circumuolutionum diurnarum.*

Suppono ad huius propositionis demonstrationem, dari aliquem motum diurnum, quô sydera aut verè, & physicè ab ortu, in occasum ferantur, aut saltem, vt volunt Copernicani, ferri videantur. hic motus siue sit in cœlo, siue sit in terra vniformis est, fitque circa vnicum axem, quia omnes stellæ, dum mouentur; eundem seruant situm, circulosque parallelos, & eundem polum habentes describere videntur, linea tales polos coniungens dicitur axis. dico ergo in vtraque hypothesi, terram esse in axe circumuolutionum diurnarum.



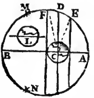

Et primò quidem, consideretur hypothesis communis terræ immotæ, ex obseruationibus constat, sydera suas circulationes diurnas peragere parallelas inter se, hoc est circa eosdem polos, ita vt quæ stellæ à polis longiùs discedunt, maiores circulos perficiant; vt figura satis exprimit; quod probare non debeo, sed tantùm asserere, ita obseruatum esse: sint ergo tales poli A & B, & linea A B eos coniungens, dicaturque axis: dico terræ locum esse in axe isto. an autem in medio, an verò magis ad vnum polum accedat, existimo demonstrari non posse: probabilius tamen iudico, in axis medio sitam esse, saltem physicè, & sensibiliter.

Demonstratio. Sydera dum mouentur motu diurnô, non accedunt ad terram, nec ab ea item recedunt, sed æquali semper interuallô distant; sed, nisi posita essent in axe motuum diurnorum, accederent magis ad terram, nec æqualiter semper ab eâ distarent; vnde aliquando maiora, nonnunquam minora apparerent. ponatur enim terra esse in punctô C extra axem, clarum est; quod stella eadem in D posita propior est terræ, quàm dum motu primi mobilis delata, est in E. idem intelligendum de cæteris. quod verò stella æqualiter semper distet à quôlibet axis punctô, ita ostendo. Intelligatur terra esse in punctô F; demonstro stellam in H & I, aut quamlibet aliam in omnibus sui circuli punctis, æqualiter ab ea remoueri. cùm enim ex definitione poli, arcus BH, BI æquales sint, erunt anguli BGH, BGI, æquales; quarè in triangulis HGF, FGI, quorum latera HG, G I æqualia sunt ex definitione Sphæræ æqualia sunt, & latus F G commune, item anguli HGF, IGF æquales, bases HF, FI (*per* 4. 1. *Eucl*) æquales erunt. Ex quo concludo, ex æquali apparente magnitudine eiusdem syderis, in diuersis licet sui circuli punctis existentis nihil concludi aliud posse nisi terram existere in aliquo punctô axis, positâ hypothesi terræ immotæ.

At verò in hypothesi Copernicana, clarum est terram existere in axe circumuolutionum diurnarum. nam sydera secundùm eam immota sunt; terra autem, circa suum axem, singulis diebus semel circumuoluitur: ergo constat propositio, nempe terræ centrum esse in axe circumuolutionum diurnarum. de loco autem eius nihil potest omninò constitui. Sit enim terra in L, quæ circa suum centrum semel in die circumuoluatur, quamuis sit propior stellæ M, quam stellæ N, eandem tamen distantiam quam semel habuerunt, obseruabunt, ideoque non fient modò propiores, modò remotiores. cùm ergo tanta sit stellarum distantia, vt omnem superet mensurandi artem, animaduertere non possumus, an æqualiter ab omnibus stellis distemus. dicendum tamen in Copernicana sententia, circulum illum, quem tellus intra annum absoluit, ita paruum esse, vt non propterea fiat sensibiliter illis propinquior.

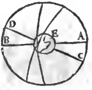
Ptolomæus in sua magna constructione, multis stabilire conatur terram esse in centro vniuersi, tam ab æquinoctiis quam ab aliis accidentibus motuum, præcipue solis, sed multa sunt, quæ nihil probant, saltem de toto cœlo, hoc est respectu cœli stelliferi. dum enim probat terram esse in plano æquinoctialis circuli, & in eo plano locum medium occupare, seu centrum, primò non liquet, an æquinoctia accidant dum sol æqualiter distat secundùm realitatem ab vtroque polo, licet ab vtroque distare videatur, sint enim poli A & B: ponatur terra in axe AB, sed sit propior polo A quàm B, intelligatur planum CD, cui axis rectus sit, certum est, quod, sole existente in eo plano, erit æquinoctium in tota terra: cùm enim sol diurnô suô motu, dum existit in plano C D, percurrat circulum, cuius centrum est terra, videbitur percurrere maximum circulum, & cùm omnes circuli horizontales transeant per centrum terræ, finguntur à

nobis




nobis qoasi maximi circuli , videbuntur igitur. tam circulus ille diurnus , quam bonrizontales circuli se bifariam secare. quamuis autem dum sol existens in plano CD propior sit polo A, quam polo B, videbitur tamen æqualiter ab iis distare , nam dum aliquid è terra in cœlo metimur , id præstamus per angulos , ita vt eæ cœli partes maiores censeantur , quæ sub maioribus angulis spectantur. cum ergo arcus BD videatur sub angulo recto BCD , sicut & arcus AD sub angulo recto ACD, arcus BD , AD æquales videbuntur. hoc quidem habemus quod io solstitiis F & E , sol æqualiter distare videatur , ab æquinoctiis; nempe anguli FCD DCE sint æquales, sed an cœlum solare , pro centro habeat , centrum ipsius cœli non liquet , immo ex eummuni opinione , terram non habet pro centro , quamuis terra sit in plano Eclypticæ. sed hæc difficiliora sunt quàm vt à Tyronibus omninò coneipiantur. sufficiat modò indicasse non bene probari, terram esse in eentro vniuersi.

Dixi tamen probabile esse , eam in centro vniuersi physicè positam esse. quam probabilitatem dedoco ex alio stellarum motu. animaduersum est , præter motum diurnum , quô sydera singulis diebus mouentur ab ortu , in oecasum , alium ipsis inditum esse ; quô non quidem mouentur directè ab occasu in ortum , sed obliquè secundum alios polos , qoi motus valdè lentus est; ita vt à tempore Ptolemæi noo adhuc integrum dignum absoluerit , obseroatum autem est polos huius motus esse diametraliter oppositos, circulosque vi illius descriptos, esse parallelos circolo cuius terra centrum sit ; atque adeò ,sicut priùs conludam terram esse in axe istius motûs. sint ergo poli communes A , & B , poli zodiaci




C , & D , eom ostenderimus initiò huius propositionis , terram esse io axe A B , ostendatur item eam esse in axe CD , concluditor eius locum esse in puncto E quia tamen hie motus lentus est & non vsque adeò benè constitutus; vt vi obseruationum exactè concludatur terrā versari in axe illius motûs , ideo nolui vt hæc nostra probatio demonstrationis nomen obtineret , sed tantum probabilitatem præ se ferret.



## COROLLARIVM.

Ex hoc vides non esse facilè aliqoid circa hanc materiam constituere quod fidem faciat inconcussam , deinceps tamen quoties loquemur secundum communem opinionem , cœlos moueri asseremus , terram in centro cœli stelliferi collocabimus , ita enim omnia cum obseruationibus conueniunt, vt vel eam esse in medio physice , vel saltem eadem illi accidere , circa illuminationem , & alis affectiones cœlestes, ac si re vera in centro versaretur asseramus.

## PROPOSITIO IX.

*An terra competat quies , an motus.*

Difficultas hæc his præeipuè temporibus satis acriter agitata est , Peripateticis terræ immobilitatem adstruentibus, Copernicanis verò eiusdem motum defendentibus. In qua materia duplex mihi quæstio instituenda , prima an re vera terra moueatur. secunda an vi rationum humanarum ab experientia, aut a priori deductarum aliquid certi in hac materia possit constitui

Pro prima quidem parte certum est terræ quietem competere , & non motum , ob testimonia sacræ scripturæ , quæ in sensum accommodatum detorquere non debemus , sed explicationi communi patrum , & interpretum catholicorum nos accommodare. testimonia autem scripturæ sunt 1. quæcumque asserunt solem oriri & moueri. Math. 5. *solem suam oriri facit super bonos & malos* ad Eph.4. *sol non occidat super iracundiam vestram* Gen. 15 *sol egressus est super terram* Iudith. 14 , *& erit cam exierit sol* Ios. 10. *sol contra Gabaon ne mouearis , & luna contra vallem Aialon steteruntque sol, & luna donec vlcisceretur se gens de inimicis suis. stetit itaque sol in medio coeli, & non festinauit occumbere spatiò vnius diei , obediente sole voci hominis* septuaginta interpretes 4. Reg.20. & reuersus *est sol decem lineis per gradus quos descenderat.*

Ps. 18. *de sole dicitur , Exultauit vt Gigas ad currendam viam,* Eclesiastis 1 *Generatio præterit & generatio aduenit , terra autem in æternum stat. oritur sol , & occidit , & ad locam suum reuertitur , ibique renascens gyrat per meridiem , & flectitur ad Aquilonem lustrans vniuersa in circuitu* l.1. Paralipom. eap. 16 *commoueatur a facie eius omnis terra, ipse enim fundauit orbem immobilem*

Prou.8. *quando appendebat fundamenta terræ* ps. 92. *Etenim firmauit orbem terræ qui non commouebitur, fundasti terram , & permanet.*

Sunt alia loca asserentia terram esse deorsum, & cœlos sursum.

Nimis longum esset referre patres , & interpretes , hæc scripturæ loca ad litteram exponentes. ex quo factum est ; primò vt multi tanquam erroneam in fide iudicarint Copernicanam sententiam & propterea liber Copernici à sacra Inquisitione, primo prohibitus fuerit, deinde cautū fuerit, vt correctus legi posset, correctio autem in eo posita esset, vt ea loca delerentur, in quibus assertive, videretur tenere terram mobilem esse. liber autem Copernici quasi ex hypothesi explicans cœlorum motus non prohiberetur. quid sit autem hoc ex hypothesi , nempe qui asserat omnes motus cœlestes aliaque phænomena cœlestia , aut terrestria , per motum telluris bene explicari

& conſequenter argumentis contrariis reſpondeat, modò nullum afferat argumentum quò id affirmatiuè aſſerere videatur; reprehendi non poſſit.

Inſuper Galilæus qui in ſiſtemate mundi, nimis inclinaſſe deprehenſus eſt in prædictam ſententiam; damnatus fuit, euaſtuſque abiurare talem opinionem; & ſacra inquiſitio ita indicat, hanc propoſitionem ſolem eſſe in centro mundi, & immobilem motu locali, eſt propoſitio abſurda, & falſa in philoſophia, & formaliter hæretica, quia eſt expreſſe contraria ſacræ ſcripturæ.

Terram autem eſſe centrum mundi, nec immobilem, ſed moueri motu etiam diurnò eſt item propoſitio abſurda, & falſa in Philoſophia & Theologicè conſiderata, ad minus erronea in fide.

Hæc opinio periculoſa eſt, dum enim terram mobilem facit, & in planetarum numerum refert; locum præbet ſuſpicioni, reliquos planetas totidem terras eſſe, incoliquè ab hominibus, immò dum tanta inter planetas & reliquas ſtellas animaduertitur differentia, quod illi mutuato tantum lumine fulgeant, iſtæ verò proprium habeant, vt indicat ſcintillatio: procedit vlterius ſuſpicio, totidem eſſe ſoles, circa quos variæ terræ ob immenſam diſtantiam inuiſibiles, ſuos orbes abſoluant: ex quo conſequenter inquiritur, an pro illis mortuus ſit chriſtus, variaque & periculoſa dubia pullulant. atque hæc de quæſtione Theologicà quæ ſufficiunt in hoc loco, nam in tractatu Aſtronomico, cætera quæ ad hanc quæſtionem pertinent ex profeſſo tractabo.

### PROPOSITIO X.

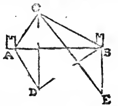
Problema.

*Modus metiendarum diſtantiarum.*

Pleræque praxes quibus telluris magnitudinem exploramus aliquem, terræ tractum mechanicè dimenſum ſupponunt, quare ex geometrica practica, nonnulla ſunt acceſſenda, in qua plorimos tradidimus modos alicuius tractus terræ metiendi, nempe ope decempedæ, funium, rotarum, per tempus quo ſonus ſpatium percurrit, quæ omnia reperere ſuperuacaneum videtur.

Interualla locorum quæ ſimul ex eodem loco ſpectari poſſunt, facile per Geodeſiam innoteſcunt, modò tamen ad capiendos angulos, ſemicirculò vtamur prægrandi, qui ſingula gradûs minuta exhibeat.

Ita Snellius ſpatium inter Lugdunum Batauorum ſeu Leyden, & Pagum Soeterwoudam di-




menſus eſt. Ponatur Leyden, eſſe A, & pagus B. aſſumptis duobus locis C, & D in planitie æquabili, dimenſus eſt mechanicè non ſemel, ſed bis iterumque, lineam CD, tum magnô quadrante explorauit angulos DCB, DCA, ADC, CDB, ex quibus in triangulo BCD, datur latus DB, & in triangulo ADC, latus AD, ex quibus manifeſtatur latus AB.

Quod ſi detur locus remotior E, qui videtur, ex locis A, & B, facile cognoſcetur diſtantia AE. ſi verò ex puncto B videri non poſſet, inquirenda prius eſſet linea BE, eô modo quô inquiſiuimus AB Ita Villebrordus Snellius ſuam telluris dimenſionem inſtituit vt dicemus infrà. vtinam ita procederent, qui locorū diſtantias metiuntur, Geographicas mappas exactiores haberemus, ſed ſudiori mineruâ, opus tantæ dignitatis exequuntur, dum locorum diſtantias ad communem vulgi æſtimationem exigunt: in qua plurimæ latent errorum cauſæ. Primò enim hæc milliariorum æſtimatio, lubrica eſt & vaga, cum milliaria vbique non ſiant æqualia, ſed plerumque regionum menſuræ confunduntur. Secundò vix habetur vlla, anfractuum & obliquitatis ratio. Tertiò à pleriſque aſſumitur terra vt plana, cum tamen conuexa ſit, & ſphærica. Quartò magnitudinis terræ ignoratio, & altitudinis poli neglectus, mappas geographicas ita à vero abducit; vt qui diligentius eas examinarit, vix quidquam ſuô luco repoſitum deprehendet.

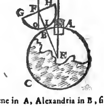
### PROPOSITIO XI.

Problema.

*Primus modus inueſtigandi ambitum terræ, ab Eratoſthene vſurpatus.*

Quamvis in methodis, antiquitùs vſurpatis, ſæpè videantur non omnes adhibitæ cautiones, vel non ſatis fideliter relatæ; eas tamen non eſſe reiiciendas, ſed potiùs corrigendas exiſtimo.

Eratoſthenes igitur duabus vrbibus vtitur, ſub eodem meridiano poſitis, nempe Syene, & Alexandriâ Ægypti. interuallum autem inter eas vrbes erat 5000 ſtadiorum. Syene ſub tropico cancri poſita erat, nam in ſolſtitio æſtiuo putei vſque ad aquam illuminabantur. quibus ſuppoſitis ita demonſtrationem ſuam aggreditur. ſit terra




ABC Syene in A, Alexandria in B, ſit Solis radius ſolſtitialis DA, perpendicularis ad Syenem, tempore ſolſtitij æſtiui; ſcaphium ſoli exponebat nempe GIH, meliùs tamen, & facilius ſemicirculus adhiberetur. in quo ſtylus IF perpendicularis ad horizontem ſeu tendit ad centrum terræ; ſcaphiô igitur ad Solem meridianum expoſitô, obſeruatur vmbra extremitatis ſtyli, ſeu puncti F, quæ




quæ cadat in O : inuenitque arcum OI esse quinquagesimam partem circuli, seu graduum 7.min. 12. ex quibus asseruit arcum A B esse quinquagesimam circuli terrestris, seu multiplicando arcum AB nempe stadia 5000, per 50, inuenit ambitum terræ esse 250000 stadiorum, seu milliariorum 31250.

Demonstratio. Radij solares DA, KF, ob immensam solis distantiam, sunt physicè paralleli. ergo (*per 27. 1. Eucl.*) anguli alterni OFB, FED sunt æquales. igitur arcus OI, AB sunt similes, sed OI inuenitur esse quinquagesima pars sui circuli. ergo & AB est quinquagesima pars sui circuli. quod erat demonstrandum.

Multi, inter quos Pater Ricciolius, demonstrationem reprehendunt; sed, vt puto, immeritò, si adhibitæ sunt sequentes cautiones; prima, vt in vrbe Syene puteus meridie æqualiter illuminatus fuerit, nempe vt radius medius è puteo ductus rectâ ad centrum solis duceretur. secunda, vt in obseruatione Alexandrinâ pariter haberetur ratio radij centralis; clarum enim est, duas lineas, vnam ad centrum solis, aliam ad circumferentiam ducțas comprehendere angulum minutorum 15. putat autem idem Ricciolius antiquos in suis obseruationibus nonfuisse semper ita exactos, affertque exemplum maximæ Eclipticæ declinationis, inqua irrepsit error viginti duorum minutorum; cùm inuenta sit graduum 23 min. 52, & modò 23 & 30 minutorum inueniatur, & credibile sit, eã esse inuariabilem Quamuis de facto, an benè progressa sit Erathostenis operatio, asserere non possim, clarum tamen est, si nonnullæ adhiberentur cautiones, bene posse procedere. Pater Ricciolius dubitat primò an habita fuerit ratio radii centralis, secundò, Syenen non esse sub meridiano Alexandrino ostendit, huiusque deuiationis nullam habitam esse rationẽ. Tertiò, iure respuit puteum, vt ineptum huic negotio instrumentum, cùm non in sola Syene, sed in toto aliquo tractu, ad multa milliaria, putei illuminarentur hora meridiana, diei solstitialis. Quartò dubitat de interuallo, cùm ex Plinio colligantur milliaria 570. atque ita hanc obseruationem ita detorquet, vt ad suas eam accomodet, inueniatque ex ea obseruatione sic correctâ milliaria Romana antiqua in vno gradu terræ 83 $\frac{19}{35}$

Ad hunc modum reuocatur, & alius facilior, si nempe sint duo loca sub eodem meridiano sita, sitque notum inter illa interuallum, in milliaribus, eodem die obseruetur solis altitudo meridiana, intelligendo semper de altitudine centri solaris, differentia inter vtramque solis altitudinem diligenter notetur, ponamus esse graduum 10. tũ per regulam trium dicatur, si 10 gradus dant mihi 6666 stadia; quid dabunt 360 gradus? inuenioque stadia 239976.

Sint verbi gratiâ duo loca A, B sub eodem meridiano posita, applicentur quadrantes; in A quidem quadrans AFG, sitque linea FG horizontalis, inuentusque angulus eleuationis solaris GFO 30 graduum. In loco B obseruetur simili quadrante eleuatio solis DCE graduum 20. ita vt differentia sit graduum 10; asseto arcum AB esse graduum 10. ducatur in quadrante GK, linea FI parallela lineæ DC, pariter linea FK parallela lineæ BC eritque angulus IFK rectus, sicut angulus DCB rectus est.



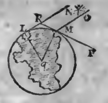

Demonstratio. cùm lineæ DC, IF sint parallelæ ex constructione, sint item paralleli radij EC, OF propter immensam solis, ad cuius centrum diriguntur, distantiam à terris. anguli DCE, IFO æquales erunt, quare angulus GFI erit differentia, seu excessus, quo eleuatio solis in loco A superat eleuationem solis in puncto B, angulus autem GFI est æqualis angulo AFK, cùm enim anguli GFA, IFK sint recti; ablatõ communi angulo IFA, restant æquales AFK, GFI, sed cùm FK, CB, sint parallelæ, anguli alterni KFA, AHB (*per 27. 1. Eucl.*) sunt æquales, igitur anguli GFI & AHB æquales sunt, & consequenter arcus AB similis est arcui GI differentiæ inter vtramque altitudinem. quod erat demonstrandum.

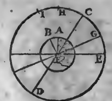
## PROPOSITIO XII.

### Problema.

*Secundus modus Possidonij metiendi terræ ambitum.*

Modus hic vix differt à superiori, nisi quod per stellas perficiat, quod alter ope solis exequitur. Possidonius autem duas obseruationes fecit circa Canobum stellam in temone Argo: primam in vrbe Rhodo obseruauit Canobum ita stringere horizontem, vt statim ac appareret in horizonte, occideret. secunda candem Canobum Alexandriæ eleuari quadragesima octaua parte meridiani, seu gradibus 7$\frac{1}{2}$. sunt autem illæ vrbes sub eodem meridiano communiter inter Rhodum, & Alexandriam existimantur esse stadia 5000. quare demonstrandum est inter Rhodum, & Alexandriam intercedere quadragesimam octauam partem meridiani seu gradus 7 $\frac{1}{2}$, eo quòd angulus OMP, eleuatio Canobi Alexandriæ fuerit inuenta graduum 7 $\frac{1}{2}$, seu ostendendum est angulos OMP, LQM æquales esse.




Demonstratio. radij LN, M O, tendentes ad eandem stellam, nempe Canobum, ob immensam eius à terra distantiam, sunt paralleli; quare (*per* 27. 1. *Eucl.*) anguli oppositi OMP, NRM sunt æquales. sed anguli NRM, & L Q M sunt æquales, nam anguli NRM, LRM sunt duobus rectis æquales: (*per* 13.1.*Eucl.*) sed pariter in quadrilatero LRMQ, diuisibili in duo triangula, (*per* 32. 1. *Eucl.*) omnes anguli simul sumpti, sunt quatuor rectis æquales, quorum duo QLR, QMR, (*per* 18. 3. *Eucl.*) sunt recti, quare reliqui LRM, & Q sunt æquales duobus rectis: ablatô igitur communi L R M, manent anguli NRM, seu O M P, & L Q M æquales; quare arcus meridiani LM, erit illius quadragesima octaua: igitur si 5000 multiplices per 48, habebitur terræ ambitus, 240000 stadiorum. Istæ autem omnes praxes non sunt exactæ, eò quod tantùm per æstimationem habeatur interuallum, Rhodum inter & Alexandriam interiectum. quod si iustum fuisset haberetur haud dubiè totus terrestris ambitus, modò Rhodus & Alexandria sint sub eodem meridiano, & obseruatio ritè processerit, de quibus omnibus nonnulli dubitant, putant enim Rhodum inter & Alexandriam interiectos tantùm esse gradus 5. quare si hoc sit peccatum, fuit in alterutra obseruatione. potuit enim Canobus videri ex Rhodo, non stringere horizontem, sed paulò eleuatior. quidquid autem sit, indico tantùm methodos; rem ipsam non definio.

Prætereà, nulla fuit habita ratio refractionis, quæ in horizonte negligenda non est. secundò Geminus Astronomus asserit stellam Canobi non videri in insula Rhodo, nisi ex locis eleuatioribus, quæ autem ita videntur sunt infra horizontem, etiam aliquibus gradibus.

Nonnulli voluerunt terræ ambitum cognoscere ex diametro soli apparenti cognitâ, nempe quæ est minutorum circiter 30. & ex terrestri portione in qua nulla esset vmbra, aliqua die determinata vt quia Syene subiecta est tropico æstiuo, non tantùm Siene, sed & alia finitima loca talia sunt, vt nullam in meridie vmbram habeant, & hoc ad 300 stadia, inde concluditur, 300 stadia æquiualere minutis 30. sed hic modus erroribus obnoxius est; vnde eum non explicabo vlteriùs, videbimus autem suô locô penumbram in terra, ferè dimidium gradum obtinere. nempe quanta est solis diameter apparens.

## PROPOSITIO XIII.

### Problema.

*Tertius modus inuestigandi ambitum terræ.*

Sint duo telluris loca sub eodem meridiano sita, nempe A, & B, & in singulis obseruatur poli eleuatio, verbi gratiâ in loco A sit eleuatio poli CFE graduum 50. in B verò eleuatio poli sit CFG, graduum 30. differentia erit angulus GFE, graduum 20, cui assero æqualem angulum AFB, seu arcum AB.

Demonstratio anguli AFE, BFG, sunt recti, ex definitione horizontis, horizon enim rationalis est planum per centrum terræ ductum, ad quod ea, quæ ad centrum tendit, recta est; & consequenter AF angulum rectum facit, cum sectione meridiani, & horizontis, nempe cum linea FE, pariter angulus BFG rectus est. ablatô communi anguló AFG, remanent anguli GFE, AFB æquales. quod erat demonstrandum.

Cognoscatur arcus AB in milliaribus, verbi gratiâ sint 1200 milliaria: quare si ita ratiocineris 20 gradus dant 1200 milliaria 360. gradus dabunt 21600 milliaria, seu leucas 7200.

Vt autem aliquid veterum dicamus, primus Anaximander milesius, circa annum ante Christum 550, inuenit terræ ambitum esse 400000 stadiorum quænam autem fuerint stadia, ex pede illius regionis pendet.

Eratosthenes, circa annum ante Christum ducentesimum, definiuit ambitum terræ primo stadiorum 250000. Plinius autem asserit ea efficere milliaria Romana 3 500.

Possidonius, paulo ante Christum, definiuit terræ ambitum 180000 stadiorum.

Arabes in mesopotamiæ campis, progressi à septentrione in austrum, donec mutaretur eleuatio poli, præcisè vno gradu, inuenerunt milliaria $56\frac{1}{2}$. ex quo sequitur terræ ambitus esse milliarium 20340.

## PROPOSITIO XIV.

### Problema.

*Quartus modus inueniendi ambitûs terræ ex Snellio.*

Snellius vtitur duobus quibusque locis, etiam in eodem meridiano non iacentibus, facili calculo per Trigonometriam, affert igitur operationem suam. sit ABCD meridianus Alcmariæ, Alcmaria in puncto B, cuius eleuatio polaris inuenitur esse grad. 52 min. $40\frac{1}{2}$, & consequenter arcus AB graduum 37 $19\frac{1}{2}$.

Sit

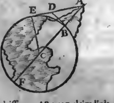



Sit alter locus E Berga ad zonnm; cuios eleuatio polaris 51 29. & consequenter arcus AB complemantom eleuationis poli grad. 38 31. intelligatur doci circulus BE, angulus positionis CBE graduum 11 min. 26. arcus BE est pedum Rhinlandicorum 416520. in triangulo autem ABE, cum nota sint latera AB, A E, & angulos EBA nempe 168 ,34. cognoscetur EB in gradibus, inuenitur latus BE in gradibus nempe gr. 1 min. 13. fiat ergo regula trium. si vnus gradus cum 13 minutis, seu 73 minuta, dant pedes Rhinlandicos seu Romanos antiquos snellianos 416520. quid dabunt minuta 60? inuenioque pedes 342000. seu milliaria ex pedibus Romanis suis constantia $68 \frac{4}{5}$. si autem hunc pedum numerum diuidas per 60, vnus gradus continebit sexaginta milliaria, quorum quilibet, pedes habebit Rhinlandicos 5700. Pater Ricciolius putat aliquem errorem latere in hâc obseruatione, quod distantiam BE, non sit Mechanicè dimensus Snellius: sed multiplici calculô, & Geodesiâ pluribus triangulis constante eam sit assecurus, vsus in hâc inuenienda, basi nimis breui, & instrumentis nimis paruis. quamuis enim in obseruanda altitudine poli, quadrantes satis magnos adhibuerit, semicirculo tamen non æque magno angulos terrestres dimensus sit. adde quod hæc obseruatio, speciminis, & exempli tantùm causâ, facta fuerit, ante scholasticos. ideoque Ricciolianis per decennium repetitis nihil derogare debet.

## PROPOSITIO XV.

Problema.

*Quintus modus inueniendi terræ ambitum.*




Sit mons altissimus AB notæ altitudinis, verbi gratiâ 480 passuum Geometricorum, sitque planities BE, & ex puncto E, incipiat primò videri cacumen A, sitque EB 40000 passuum Geometricorum, quia autem arcus EB minimus est, sumatur pro linea recta, & angulus A B E pro recto. eritque angulus AEB complementum anguli EAB, cuius etiam angulus C est complementum, eò quòd angulus AEC rectus sit. cognoscetur autem angulus AEC, per Trigonometriam, si fiat EB sinus totus: tunc enim AB erit tangens anguli AEB fiat ergo vt EB 40000, ad AB 480; ita sinus totus, ad 11904 & angulus A E B inuenietur grad. 410. mi , fiat ergo, vt 41 minuta, ad 60: ita 40000, ad 59000 passus, seu pedes 295000, pro vno gradu. reprehenditur tamen hæc operatio, eò quòd arcus EB non sit linea recta: nec in his operationibus liceat errorem vel minimum admittere.

Posset aliô modô institui. si enim EB sit linea recta, cum angulus AEC sit rectus, item angulus ABE, sit rectus, ita erit A B, ad BE, sicut BE, ad BC; hoc est, vt 480, ad 40000: ita 40000, ad 3333333. vnde in hoc ficto exemplo, semidiameter terræ esset passuum Geometricorum 3333333.

Aliò Item modô fieri posset. cognitâ altitudine AB 480 passuum; ex cacumine A obseruetur angulus BAE, qui vocetur vltimi visûs. sitque verbi gratiâ grad. 88 min. 57. cùm angulus E rectus sit; erit angulus C complementum anguli A; nempe vnius gradus & minut. 23. Intelligatur AC esse sinus totus 10000000. è quo auferatur EC 9997085. nempe sinus anguli 88 37. restabit AB 2915. fiat vt AB 2915, ad 10000000: ita AB 480 passuum ad AC 1646670. passus, pro semidiametro terræ, Vel AC est secans anguli C & A B est excessus secantis supra radium. fiat ergo vt excessus secantis illius supra radium, ad radium: ita AB altitudo cognita in milliaribus, ad BC semidiametrum terræ.

Aliô Item modô, Idem problêma absoluemus, ex Maurolico. Inueniatur vt priùs angulus EAC, ducaturque alia tangens BD: cognoscatur item altitudo montis AB. In triangulo ABD rectangulo cognoscentur omnes anguli, & latus AB; quare per Trigonometriam cognoscentur latera AD, DB, & quia DB, DE, sunt æqualia cognoscetur tota tangens AE, cuius quadratum, (*per* 37. 3. *Eucl.*) æquale est rectangulo comprehenso sub tota AF, & sub AB, quare si diuidas quadratum lineæ AE, per altitudinem AB, quotiens erit linea AF, è qua si subtraxeris altitudinem AB habebitur diameter BF.

Secundùm hanc methodum inuenit Maurolicus pro diametro terræ passus Geometricos $6745454\frac{1}{4}$. hunc modum valde reprehendit Pater Ricciolius, ob refractiones, quæ nonnunquam magis, & minus superficiem terræ attollunt. si tamen rem attentiùs consideremus, cùm tam superficies terræ, quam montis fastigium versentur in atmosphæra, non fit mutatio medij. admitto quidem refractiones aliquas in atmosphærâ respectu syderum, eò quòd radij transeant ab æthere puriori in crassiorem aërem, at verò cum radius ab aliquo puncto superficiei terræ, ad cacumen montis, semper maneat in æthere crassiore; non video vllum periculum refractionis. Refert Pater Ricciolius à se visam superficiem terræ nonnunquam depressiorem aliqua arbore, & aliquando altiorem, debuisset tamen adhibere instrumentum, vt determinatè assereret, refractionem posse aliquid efficere. vnde quia fieri posset, vt res non videretur, defectu illuminationis; vellem in ipso sole oriente id experiri.

Sunt aliqui modi, qui fiunt per libellationes varias, sed adeo operosi & lubrici, vt

eos referre pigeat. hos leges apud Patrem Riccioliun.

PROPOSITIO XVI.

Problema.

*Sextus modus inueniendi terræ ambitum.*




Sint duo loca quæcumque A & C, quæ videri possint. sitque distantia DB inter vtrumque intercepta, cognita, ex loco A optimò instrumentò: quod minuta possit ostendere, obseruetur angulus EAC, item ex C obseruetur angulus ECA. vt autem hoc commodè fiat in locis A, & C de nocte excitetur ignis, vt meliùs videri possit. Cognitis autem angulis ECA, EAC cognoscitur angulus E, in grad.bus; & consequenter arcus DB: Qui cùm cognitus sit etiam in milliaribus, innotescet tota circumferentia.

PROPOSITIO XVII.

Problema.

*Variæ methodi inueniendi terræ ambitûs.*

Primò multi ex duabus vrbibus sub eodem meridiano sitis ambitum terræ venantur. Metius affirmat Dauentriam, cuius eleuatio poli 51 11, esse sub meridiano Frenequeræ, cuius eleuatio polaris 53 11. & iter interiectum esse milliariorum germanicorum 15. P. Brietius asserit Abbauillæ eleuationem polarem esse graduum 50. Caietnm grad.51. Sub eodem meridiano, & peritum Geometram inuenisse 60 milliaria Italica. Sed nihil docet, cum pedem,ad quem exacta sunt ea milliaria, non exhibeat. Dicetem enim pariter Massiliensem latitudinem esse grad. 43 19. Lugdunensem 45 46. differentiam 2 27. & censeri in eò interuallô leucas 49. Ex quibus concluditur 20 leucas vni gradui competere. quales antem sint leucæ, determinare non possumus, cùm æstimatione,& non mensuratione habeantur.

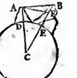
Secundò sint duo loca A & B.polus C, ita vt pateat prospectus ab vno, ad alium, obseruetur angulus positionis BAC, cum latitudine vtriusque,habebuntur complementa BC, AC. Quare in triangulo BAC,datis lateribus AC; BC, & angolô BAC, cognoscetur,per Trigonometriam, latus AB in gradibus scilicet; quare,si ope Geodesiæ,cognoscatur quantitas lateris AB in milliaribus,cognoscetur ambitus terræ.

Idem habebitur, si cognoscantur duo anguli positionis CBA, CAB, vnà cum latitudine, pariter, per Trigonometriam,habebitur arcus AB. Sicut ex tribus angulis BAC,ABC, & ACB, qui vltimus est differentia longitudinis.

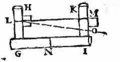
Quoties patet ab vno loco in alium prospectus, potest formari planum, quod productum per imaginationem transeat per alium, vt ex A in B. Adhibeturque simplicissimum instrumentum, nempe triangolum filare. Quare tali instrumentô, obseruetur ex A alicuius astri E notæ declinationis eleuatio supra horizontem, dum in tali plano versabitur, cognoscetur distantia à vertice, seu arcus AE, supponitur cognita declinatio syderis, & consequentèr eius complementum, seu distantia a polo, hoc est arcus CE, supponitur cognita latitudo loci A, & eius complementum AC: quare innotescet in triangulo EAC, angulus positionis BAC; vnde rursus in triangulo ABC, datô angolô BAC, & lateribus AC,BC,seu complementis latitudinum, cognoscetur latus AB in gradibus. Si idem cognoscatur in milliaribus,absolutum erit negotium.

Faciliùs idem arcus AB innotescet, si in vtroque loco A, & B, eiusdem syderis altitudo obseruetur, habebuntur enim distantiæ ab vtroque vertice nempe AE, BE, differentia erit arcus AB, qui si per Geodesiam pariter innotescat in milliaribus,absolutum erit problema.

Pater Ricciolius multiplicem affert methodum, indagandi ambitûs terrestris, in hàc tamen potissimum desudauit, nempe vt per binam eiusdem syderis,è duobus locis spectati altitudinem hoc problema perficeret.




Secunda eiusdem methodus fuit per angulos, à perpendiculis comprehensos. Sint enim duo montes conspicui A, & B. Ex A, respice locum B, & metire angulum CAB. Item ex B metire angulum ABC, quibus ex 180 subductis, restat angulus C cognitus, seu arcus DE, cognitus in gradibus. Si per Geodesiam habeatur in milliaribus distantia AB, aut AF, hæc sensibiliter,non differet ab arcu DE.




Vt exactiùs cognoscerentur anguli A & B, vtebatur prægrandi libellâ, quæ ad 20 aut 30 pedes extendebatur, compacta autem erat ex ferro albo, insertis duobus tubis vitreis GH, IK. Nam si impleatur aquâ, eleuatio aquæ in vtroque tubo apparebit in L & M, eritque linea KM horizontalis, collimando exinde per LO, ad eaeumen montis, data linea MO, & longitudine tubi GI, innotescit angulus depressionis MLO.

Idem vsus est libellatione multiplici, factâ à peritis libellatoribus, iussu summorum pontificum; quâ inuenit summitatem Paterni montis prope

prope Bononiam esse pedum Bononiensium $195\frac{1}{2}$ supra superficiem Adriatici maris. conscensô exinde monte, obseruauit angulum depressionis, seu angulum quem comprehendit linea vltimi visûs, cum horizontali, inuenitque min. 35. sec. 28. secans huius anguli est 10000532. & subductô radiô restat 532. fiat ergo vt 532 ad 10000000, ita $195\frac{1}{2}$ pedes, eritque radius terræ milliariorum Bononiensium 3665. Pater Ricciolius inuenit 3664 & pro vno gradu terræ 63,915 passus ego inuenio 64134 ex eâ obseruatione. quæ milliaria sunt Bononiensia, & efficiunt Romana antiqua 85 cum passibus $170\frac{1}{2}$.

## PROPOSITIO XVIII.

### Problema.

*Constituitur magnitudo terræ.*

B Snellius vt supra diximus inuenit vnum gradum terræ, continere Perticas Rynlandicas constantes 12 pedibus Rynlandicis, 28500. nempe sunt in gradu pedes 341000. seu milliaria $68\frac{1}{3}$. Pes autem Rynlandicus seu vt vult ipse antiquus Romanus, ad pedem Romanum Vespasianeum, quem profert P. Ricciolius, est vt 1218 ad 1500, essent ergo in vno gradu pedes Romani Riccioli 347130 seu milliaria 69. 426 passus. P. Ricciolius contendit corrigendam esse obseruationem Snellij & meritò, vnica enim est facta, potiùs animi gratiâ, in specimen artis, quàm ea intentione, vt in ea acquiesceret. vnica autem obseruatio nihil derogat tot aliis, ab eodem P. Ricciolio tantâ diligentiâ per decennium integrum factis; inuenit autem milliaria 80. & nonnunquam 81. ita vt octaua parte à Snellio discrepet. quare Ricciolio huic operi per 15. annos incumbenti fidendū esse existimamus.

Vni gradui terræ milliaria tribuemus 80, quorum quilibet continet pedes Vespasianos 5000, seu passus 1000, est autem linea AB semi. pes.

Tota circumferentia continet milliaria 28800. seu leucas 9600.

Si pede Rynlandico vteremur essent in vno gradu milliaria $78\frac{5}{6}$.

In tota circumferentia milliaria 28380. leucæ 9460.

Hæc obseruationum discrepantia, aliquibus fecit suspicionem, terram non esse perfectè sphæricam, sed sphæroides Ellypticum; ita vt versus polos in minorem circulum abiret. sed opus esset pluribus obseruationibus ad id persuadendum.

A

## PROPOSITIO XIX.

### Problema.

*Reliquas terræ dimensiones assignare.*

Constitutâ semel circumferentiâ maximi terræ circuli; non erit difficile reliquas terræ dimensiones exhibere ex iis quæ in geometria practica constituimus. primò igitur occurrit diameter: determinauimus autem librô primô Geometriæ propositione 20. diametrum circuli, se habere ad circumferentiam vt 71, ad 223. fiat ergo vt 223, ad 71 ita 28800 ad 9156.

Diameter terræ est 9156 milliariorum ex pedibus Ricciolianis compositorum, seu leucarum 3052; quarum quælibet tria millia continet. fiat pariter vt 223 ad 71 ita 28380 ad 9035.

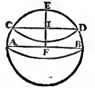
Diameter terræ est 9035 milliariorum ex pedibus Rynlandicis compositorum, & leucarum 3011⅔ quarum quælibet tria milliaria Rynlandica continebit.

Tertiò si fiat vt 223 ad 71, ita 21600 ad 6877.

Si pedem maiorem assumamus.

Diameter terræ erit milliariorum, quorum sunt in gradu 60, erit inquam milliariorum 6877, seu leucarum $5192\frac{1}{3}$ hæ autem sunt Gallicæ leucæ non quidem Parisinæ; sed communes.

Si quis desideret aut diametrum, aut circumferentiam cuiuslibet paralleli terræ, ita operabitur.




quæratur diameter paralleli C D, cuius declinatio est AC, sit polus E, axis EF, erit semidiameter CI, sinus arcus CE, seu complementi declinationis AC. fiat ergo vt AF sinus totus, ad CI sinum complementi declinationis, ita diameter terræ, ad diametrum CD quartus proportionalis erit diameter paralleli.

Quia autem vt diameter ad diametrum, ita circumferentia ad circumferentiam, & arcus quilibet vnius circuli, ad arcum similem alterius; vt ostendimus in geometria, si fiat vt sinus totus, ad sinum complementi declinationis paralleli, ita circumferentia maximi circuli, ad quartum exurget circumferentia paralleli, vel ita milliaria contenta in vno gradu æquatoris, ad quartum; exurgent milliaria contenta in vno gradu paralleli, supernacaneum autem puto hic tabulas apponere, quæ facilè componi possunt, & quas dabimus in tractatu nauigationis.

Si velis superficiem, seu aream maximi terræ circuli; per 25 libri secundi geometriæ practicæ, multiplica semicircumferentiam per radium, seu semidiametrum. nempe 4578 semidiametrum, secundum Riccioli milliaria. per 14400. fient milliaria quadrata 66023200. secundum pedem Riccioli.

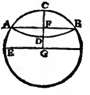
Superficies terræ continet milliaria quadrata secundum pedem antiquum Romanum P. Riccioli 264092800.

Superficies terræ secundum pedes Rynlandicos continet milliaria quadrata 256415300.

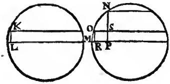
Superficies terræ secundum milliaria, quorum 60 continentur in vno gradu, est milliariorum quadratorum 156543200.

Quæ omnia fundantur (*in 43. libri 2. Geometriæ*) in qua ostendimus superficiem sphæræ quadruplam esse, areæ maximi sphæræ circuli.

Si quis desideret superficiem segmenti sphæræ, multiplicet circumferentiam maximi terræ circuli, per sinum versum semidiametri eius, vt si velim scire superficiem segmenti ADBC. multiplica circumferen




cumferentiam maximi circuli terræ,per lineam CF quæ eſt ſinus verſus arcus AC, cuius AF eſt ſinus rectus. ( *& hoc per corollarium* 1.43.41. *Geometriæ*) velim ſcire quot milliaria quadrata Ricciolana, contineat zona frigida. cum AC, ſit graduum 23 $\frac{1}{2}$ erit AE eius complementum 66. 30, cuius FG ſinus erit. 9706. qualium ſinus totus eſt 10000 erit ergo FC 8294. ſi ergo ſemidiameter 10000 dat FC 8194, Semidiameter terræ 4578. milliarium, dabit FC 378 $\frac{4}{5}$ milliarium. multiplica circumferentiam maximi terræ circuli 28800 per 378, $\frac{4}{5}$, Et habebis zonam frigidam 10886400 milliariorum quadratorum ſecundum pedem Patris Riccioli.




Semi Zonam torridam ita metietis ( *per* 44. 2. *Geom* ) multiplica Circumferentiam maximi terræ circuli per ſinum 23 $\frac{1}{2}$ in milliaria reductum. ſinus graduum 23 $\frac{1}{2}$ eſt 39874.

Si ergo fiat vt 100000, ad 39874, ita ſemidiameter 4578, ad 1821. multiplica circumferentiam maximi circuli nempe 28800, per 3821 & habebis 51944800. pro ſemizona torrida, & 103889600 milliaria quadrata pro tota ſuperficie zonæ torridæ.

Superficiam Zonæ temperatæ ita habebis arcus MN eſt graduum 66 $\frac{1}{2}$ ex cuius ſinu NP 91706, aufer ſinum OR graduum 23 $\frac{1}{2}$, nempe 39874 reſtabit SN 51832. vt reducatur ad milliaria. fiat vt 100000 ad 51832, ita milliaria 4578 ſeu terræ ſemidiameter; eritque SN 2372. multiplica 2372, per circumferentiam maximi circuli terræ; nempe 28800 eritque ſuperficies zonæ temperatæ milliarium quadratorum 68313600.

Soliditas terræ facile habebitur hôc modô ( *ex propoſitione* 13. 4. *libri Geometriæ practicæ* ) multiplica aream maximi circuli nempe 66023200 per duas tertias partes diametri, diameter eſt 9136 duæ tertiæ 6104 exurgent milliaria cubica in terra 40300561280. nempe ſecundum pedem antiquum Romanum ex Ricciolio.

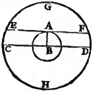
Cæteræ menſuræ in hunc modum ex propoſitionibus eiuſdem libri peti debent. quare ſi ſcias quot libras pendat pes terræ cubicus, facile poteris dicere totum pondus terræ.

## PROPOSITIO XX.

### Theorema.

*Magnitudo terræ reſpectiua terra eſt inſtar puncti reſpectu firmamenti.*

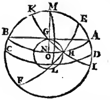
Terram eſſe inſtar puncti reſpectu firmamenti, nihil eſt aliud, quàm terræ diametrum non habere ſenſibilem aliquam rationem, cum ſemidiametro firmamenti; ſed non habet ſenſibilem aliquam rationem igitur terra eſt inſtar puncti reſpectu firmamenti. minor probatur ſi terræ ſemidiameter ſenſibilem aliquam rationem haberet, cum ſemidiametro firmamenti, vt verbi gratiâ ſi eſſet vigeſima pars, aut centeſima; oculus in ſuperficie terræ poſitus, non videret mediam partē cœli, ſi enim ſtatuatur centrum terræ in centro mundi, intelligaturque planum ali-




quod CD per punctum B ductum, id ſecabit cœlum in duas partes æquales, ex Theodoſio, quare ſi per oculū A in ſuperficie terræ exiſtentem ducatur aliud planum EF, nihil oculus A videre poterit ea iis quæ ſunt infra planum EF; cum ( *per* 16. 3. *Eucl.* ) ex nulla parte recta linea inter lineam AF, & circumferentiam terræ duci poſſit, quæ circumferentiam terræ non ſecet, & linea viſualis non poſſit ſecare terræ ſuperficiem, vt pote opacam. ponamus ergo circulum CEFD eſſe æquinoctialem, & pariter punctum A eſſe æquinoctiali ſubiectum; ſequeretur ſtellam in æquinoctiali circulo poſitam, non videri ſupra horizontem EF: per tantum tempus, quantum inſumit ſub horizonte. ſed hoc eſt contra experientiam, nam ſi aliquæ ſtellæ ita ſint diſpoſitæ, vt vna occupante punctum orientale E, alia ſit in occidentali puncto F, dum motu diurno, quæ erat in E, delata fuerit in F, ea quæ erat in F inuenietur in E, ſed id non accideret ſi terræ ſemidiameter ſenſibilem rationem haberet, cum ſemidiametro firmamenti. nam arcus EGF minor eſſet, arcu EHF, ſumatur ergo arcus FH æqualis arcui EGF; cum ſtellæ eaſdem ſemper diſtantias ſeruent: prima ſtella occupante punctum F, ſecunda occuparet punctum H, ergo adhuc non attingeret horizontem.

In ſphæra obliqua, eadem propoſitio difficiliùs probatur, ponatur aliquod Aſtrum tantô tempore ſenſibiliter ſupra horizontem apparere, quantô deliteſcit infra horizontem, hoc eſt oriatur in circulo horæ ſextæ, & occidat in eodem circulo horæ ſextæ, ſequeretur inquam illud aſtrum non oriri, in puncto veri ortûs, hoc eſt in puncto diſtante 90. gradibus à meridiano.

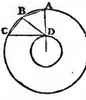
Sit enim meridianus ABCD poli E, F, circulus horæ ſextæ EHF, horizon ſenſibilis alicuius puncti terræ G; ſit AHB; circulus quem percurrit aliquod aſtrum ſit KHI, attingens circulum horæ ſextæ




ferræ in puncto H. fit horizon vt vocant rationalis C L D. Secans terram per centrum O, ducatur circulus verticalis ML. Cum meridianus A B C D transeat per polos horizontis, nempe per zenith M, & per nadir fintque maximi circuli, (*ex Theodosio*) vicissim horizon C D per polos meridiani transit, pariter cum circulus FLE sit circulus horæ sextæ, ad eum meridianus rectus erit, quare circulus FLE transit per polum meridiani; polus ergo meridiani erit punctum L, & arcus CL, LD sunt quadrantes; verticalis igitur M L distat æqualiter à meridiano, quare astrum quod oritur in H non orietur in primo verticali, quod tamen est contra experientiam; non igitur semidiameter terræ sensibilem habet rationem cum semidiametro firmamenti. quod demonstrandum erat.

Quod si difficile videatur metiri tempus, quod insumit astrum supra aut infra horizontem.

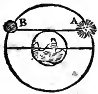
Aliâ viâ idem probabimus. si semidiameter terræ haberet sensibilem rationem cum semidiametro firmamenti; minor distantia inueniretur & appareret inter duas stellas prope horizontem, ac inter easdem stellas prope verticem; sed hoc est contra omnem experientiam, igitur semidiameter terræ, non habet sensibilem rationem, cum semidiametro cœli sint enim duæ stellæ




A B, quæ priùs fuerint in C B, ita vt distantiæ CB, AB fint æquales, neque enim stellæ fixæ ad se inuicem accedunt: ostendo igitur fore vt distantia A B, maior appareat, nempe sub maiori angulo. distantias enim cœlestes metimur tantùm, secundum angulos in terra factos. ostendo igitur angulum ADB maiorem esse angulo CDB.

Demonstratio cum triangula AB D, C B D habeant duo latera vtrumque vtrique æqualia, nempe latus BD sit commune, & lineæ AB B C, supponantur æquales, & basis C D (*per* 9. 3. *Eucl.*) sit maior basi A D, erit (*per* 24. 1.) angulus C B D, angulô A B D maior, quare reliqui duo B A D, A D B simul sumpti sunt maiores duobus BDC &c. sinus autem primorum inter se rationem habent eandem, ac sinus secundorum (*per* 1. 3. *trigon.*) nempe ita est sinus anguli B D A, ad sinum anguli B A D, vt latus A B, ad latus B D; pariter ita est sinus anguli B D C, ad sinum anguli BCD, vt B C æqualis ipsi A B, ad BD, & permutando ita erit sinus anguli A D B, ad sinum anguli B D C, vt sinus anguli B A D, ad sinum anguli B C D. quare concludo sinum anguli A D B, maiorem esse sinu anguli BDC. si enim illi esset æqualis sinus anguli B A D, æqualis esset, sinui anguli B C D; atque adeò aggregatum ex angulis A D B, B A D æquale esset aggregato ex angulis B C D, B D C quod demonstratum est priùs esse falsum. Pariter si sinus anguli A D B maior esset sinu anguli B D C, ostenderem aggregatum ex primis minus esse, aggregato ex secundis, quare sinus anguli D A B, maior est sinu anguli B D C. & consequenter angulus A D B maior est angulô B D C, quod erat ostendendum.

Aliud signum quod terræ diameter, etiam cum distantia solis, & lunæ, non habeat adeò sensibilem rationem, petitur ex Eclypsi lunæ horizontali, sæpè enim accidit, vt luna Eclypsin patiente, vtrumque luminare appareat adhuc, sed si terræ diameter notabilem haberet rationem, cum distantia solis, aut lunæ, id accidere non posset, ponatur enim sol esse in puncto A luna in B, sitque si velimus




mus Eclypsis centralis, hoc est solis, terræ & lunæ centra sint in eadem linea recta, obseruatum est sæpè, in tali casu, solis & lunæ centra, aut esse in horizonte sensibili, aut saltem non multum abesse ab horizonte sensibili, sed tunc solis, lunæ, centra sunt etiam in horizonte rationali vt pote centraliter opposita: igitur horizon sensibilis,& rationalis coincidunt, saltem sensibiliter.in luna quidem deerit vnus gradus, quia talis est parallaxis horizontalis, fateor item refractionem aliquid adimere roboris huic ratiocinio.

Idem etiam probabitur ab experientiâ horologiorum sciatericorum, in quibus, propter paruitatem terræ respectiuam, supponimus quodlibet punctum superficiei terræ, esse centrum cœli, neque tamen vllam animaduertimus differentiam notabilem, & hoc indicamus ex horologiis nostris automatis, præcipuè pendulo instructis, quæ si duobus consequentibus diebus cum meridie solari conueniant, in cæteris horis indicandis cum eodem sole conuenient.

Consentit opinio satis communis quæ vult Lunæ mediocrem distantiam à terra, continere terræ semidiametros 50. mercurij 160. veneris 1100. solis 1100. martis 5000. iouis 10000. saturni 17000 firmamenti denique semidia

ſemidiametrum, continere diametros terræ 10000. ſed de his diligentius in Aſtronomia.

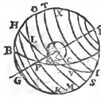
## PROPOSITIO XXI.

Theorema.

*Duplex motus in cælo.*

Ad intelligentiam plerarumque terræ affectionum, & proprietatum, neceſſariò præréquiritur aliqua motûs cœleſtis notitia, ex his enim duobus principiis, nempe ſyderum circumuolutionibus, & terræ rotunditate, ferè omnia terræ accidentia, originem ducunt. motus igitur cœlaſtis duplex agnoſcitur, ſiue oriatur à diuerſis principiis, ſiue non; parùm intereſt, qui enim vnicum ſpiralem agnoſcunt ex duobus nempe compoſitum, omnia confundunt, nihilque explicant. quare iure meritò omnes quotquot fuerunt Aſtronomi hanc diuiſionem ita admiſerunt, vt de motu particulari cuiuſlibet planetæ loquantur, quaſi nullus alius in cœlo motus animaduerteretur, cum impoſſibile ſit, regularitatem vllam in ſyderum circulationibus cogitare, niſi hæc diuiſio admittatur.

Et de facto ſi automatam aliquam machinam excogitare vellemus, quæ motus cœleſtes exhiberet: neceſſario duplex principium aduocandum eſſet, aut ſi vnico rem vellemus abſoluere, ſuperaddenda eſſet aliqua noua determinatio, quâ motus propriùs planetarum exprimatur. duplex igitur motus in cœlo obſeruatur, primus omnibus ſyderibus communis eſt, quô ab ortu ad occaſum, continuâ circumrotatione feruntur, circa duo puncta cœli immobilia. videmus enim ſolem, Lunam, & ſtellas in horizonte ortiuo, primò aſcendere vſque ad meridiem, deinde ſenſim ad horizontem occiduum inclinari: ſit enim horizon ACB obſeruamus ſydera primò apparere circa horizontem ACB & aſcendere vſque ad medium cœli, deinde ex alia parte horizontem occiduum ſubire? huncque motum effici circa vnum punctum immobile F, nobis in Europa conſpicuum, ita vt ea aſtra quæ huic puncto viciniora ſunt, circulos deſcribant minores, vnde fit vt multæ ſtellæ nunquam nobis occidant, eò quòd horizontem noſtrum non attingant. hic motus vocatur diurnus, quod intra 24. horas abſoluatur. dicitur motus raptûs, quaſi fingeremus eum firmamento per ſe ineſſe inferioribusque orbibus ita communicari, vt eos ſecum deferat, & rapiat. dicitur communis, quod in omnibus ſyderibus aduertatur, immò quidquid etiam per accidēs in cœlo naſcitur, vt ſunt ſtellæ nouæ, & cometæ; ſtatim hunc motum participat. quare probabile eſt, cœlos ipſos ſi ſolidi ſint, aut ipſum æthera, ſi fluidi, moueri, & ſecum ſydera auehere. Abſoluitur autem intra ſpatium 24 horarum, cum ergo circulus quilibet in gradus 360 diuidatur, cuilibet horæ gradus quindecim competunt.




Hunc motum vt iam diximus Copernicani, & ſemicopernicani telluri tribuunt, vi cuius ſemel intra 24 horas, circa ſuum axem circumuoluatur, ex quo fit vt ſydera, & ſtellæ circumagi videantur, cum tamen immobiles ſint.

Secundus motus ille eſt, quô præcipue planetæ in zodiaco, circa proprios illius polus mouentur ab occaſu in ortum. tempus autem quô ſol, ab aliquo zodiaci puncto digreſſus, ad idem regreditur, dicitur annus, continens dies 365, & ferè ſex horas, nempe horas quinque min. 49, vi iſtius ſecundi motûs, ſol aliis atque aliis punctis cœli ſtelliferi reſpondet: hoc eſt alias atque alias ſtellas tegit. dixi (*vi iſtius motûs*) ſi enim ſolum motum diurnum haberet, & ſimul cum cœlo ſtellifero, eôdem modó moueretur, ſi ſemel vni ſtellæ reſponderet, ab ea nunquam digrederetur: ſed obſeruatum eſt, eum cum iiſdem ſtellis non ſemper oriri. vnde non ineptè aſſumitur exemplum nauigij, in quo quis propriô motu ambulare poteſt, licet motu communi ſimul cum aliis vehatur. vi motus proprij, à cæteris vectoribus, modò magis, modò minus remouetur. Affertur item exemplum muſcæ, quæ lente in globo, circa axem volubili progrederetur, quæ quidem exempla ſatis benè rem exhibent. debent autem præceptores rem iſtam diligenter explicare, quæ à multis alioquin doctis, ſæpè non percipitur; mirum enim ad quas ineptias in re alioquin facili impingunt quod vt meliùs oculis ſubiiciam, ſit globus qui æquabiliter circa immotum axem F G continuò voluatur, ſupponaturq, muſca in puncto H, quæ motu globi rapiatur & deſcribere cogatur in ſpatio, circulum KPH, interea autem hæc muſca repter ex H in L, nempe ferè contrariô motu. dum motu ſibi propriô progreſſa fuerit muſca; ex H in L, non ampliùs deſcribere cogetur circulum KPH, ſed circulum ML, deinde cum motu propriô peruenerit in N deſcribet circulum NO vi motûs globi. circuli iſti omnes paralleli ſunt, vtpote deſcripti circa eoſdem polos FG.

Quamuis autem ſol non ſit in ſuperficie extimâ firmamenti, nihilominus tamen tegit nobis aliquam partem cœli, ſtelliferi mubilis, & ſucceſſiuè aliud atque aliud illius punctum, Si notentur omnia illa puncta, quibus ſucceſſiuè reſpondet intra annum, illa in circumferentia circuli maximi iacebunt, qui erit HLNI, cuius polus diſtat à polo mundi F R gradibus 23 $\frac{1}{2}$ hæc circumferentia dicitur Eclyptica; eò quòd tunc tantum Eclypſes accidant, quando luna eam attingit. quia autem Luna & planetæ excepto ſole, ab ea ſemita paululum declinant, non tamen multùm, ideo huic Eclypticæ hinc inde octo gradus adduntur, & hôc modô formatur zodiacus planetarum ſemitam complectens; dicitur autem zodiacus eò quòd in eo plurimæ ſint conſtellationes animalium figuram referentes; animal enim ζωὸν dicitur. Illæ conſtellationes ſunt numero 12 pro menſium numero. his verſibus comprehenſæ.

Sunt

*Sunt Aries , Taurus , Gemini , Cancer , Leo, Virgo , Libraque , Scorpius , Arcitenens , Caper , Amphora , Pisces.*

Eclyptica secat æquatorem ST hoc est circulum maximum æqualiter ab vtroque polo distantem, in puncto V, & eius opposito. quæ cum sol attigerit ; motu primi mobilis raptus, describit circulum æquinoctialem SVT. quia verò circulus æquinoctialis maximus est circulus, horizon item quilibet ( de rationali loquor) est maximus circulus, maximi autem circuli se bifariàm secant ( *Ex Theodosio* ) ideò tunc in vniuersâ terrâ accidit æquinoctium.

Quando sol intersecat æquinoctium ascendendo versus polum arcticum nobis;est initium veris, nempe 21. Martij. Cui tria signa subuuntur Aries, Taurus Gemini, Eclyptica maxime accedit ad polum arcticum in puncto I, vnde sol cum ad illud peruenerit;percutiet eo die tropicum cancri IX, vi motus generalis, incipitque regredi, donec tertiò mense attingat rursus circulum æquinoctialem ; sitque rursus aliud æquinoctium autumnale circa 24. Septembris, inde ad polum antarcticum se confert, & in maximo accessu accidit solstitium hybernum, dum percurrit Tropicum Capricorni. Singulis ergo mensibus percurtitur vnum signum zodiaci, & singulis diebus vnus ferè gradus,quodlibet enim signum triginta gradus continet. ex quibus facile cognosces locum solis in zodiaco pro quolibet anni die : initium enim signi circa 21. accidit.

Hæc distinctio motûs generalis , & patricularis diligenter noranda est, vi motûs generalis sol singulis diebus circa terram circumuoluitur, vi motûs particularis Eclypticam percurrit, intra annum ; & quia Eclyptica alios polos habet , à polis mundi distantes , hoc est magis ad vnum polum, quàm ad alium accedit ; inde tora tempestatum anni diuersitas originem ducit.

Semicopernicana sententia terram in centro mundi statuens , mobilem tantum motu diurno circa axem proprium , hos motus omnium optimè distinguit , & explicat ; dum motum diurnum solis apparentem tantum esse, & realiter terræ inesse statuit ; soli autem annuum in proprio circulo relinquit.In hac tamen geographiæ explicatione opinionem communem sequemur, cui nempe Tyronum imaginatio meliùs potest assuefieri.

## PROPOSITIO XXII.

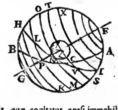
### Theorema.

*Circulorum aliquorum definitio.*

Vt variarum terræ partium proprietates meliùs intelligantur ; necessariò , quædam partes , tàm cœlestes , quàm terrestres explicandæ sunt.

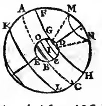
Centrum cœli est punctum illud , à quo omnes lineæ ad circumferentiam sunt æquales , hoc in opinione communi , cum centro terræ coincidit. cogitandum ergo cœlum est, tanquam globus vacuus vndique terram ambiens.

Poli sunt duo puncta in cœlo immobilia , circa quæ cœlum motu diurnô voluitur, talia sunt puncta F , & G. linea autem FG di-




citur axis. quæ cogitatur quasi immobilis ; vt si infixa esset rei alicui immobili in punctis F & G , rotumque cœlum volueretur circa talem axem. puncta F & G sunt immobilia, & circa illa tanquam circa polos absoluetur cœlestis motus , ex quo fit , vt puncta polis propiora , circulos minores describant, remotiora verò maiores. Sicut autem in cœlo sunt propriè loquendo poli , circa quos tota cœlestis machina mouetur , ita & in terra immobili licèt , poli agnoscendi sunt ; puncta scilicèt telluris, poli cœlestibus subiecta, seu puncta superficiei terræ , per quæ axis trajici intelligitur. tale est punctum superficiei terræ , polo arctico F directè suppositum. polus vrsæ vicinus dicitur arcticus , alter verò illi oppositus dicitur antarcticus.

Æquator est circulus maximus in cœlo ab vtroque polo æqualiter distans , in cuius plano cum sol fuerit , est æquinoctium. diximus suprà , Solem percurrendo motu propriô Eclypticam , aliquando æqualiter ab vtroque polo distare ; & tunc vi motus diurni, percurrere maximum circulum , ille circulus maximus




qualis est in præsenti figura ABC dicitur æquator. huic circulo , alius circulus terrestris subiacet , hoc est æquatoris vt pote circuli maximi planum, per centrum terræ transit , communemque sectionem facit , in superficie terræ, circumferentiam maximi circuli terræ , qualis est O I e , ( *per secundam 1. Theodosij.* )

Hic est æquator terræ , illiusque partibus sol successiuè perpendicularis erit , cum cœlestem æquatorem percurret. æquator terrestris communiter dicitur linea, æqualiter à polis terrestribus D , & E distans.

Tropici sunt circuli minores , æquinoctiali paralleli ; quos sol motu diurnô percurrit, cum ad polum propiùs accesserit , nam su-

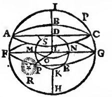
ſupra diximus,ſolem dum percurrit motu annuô Eclypticam, peruenire ad ea illius puncta quæ ſunt viciniora polis, ( Eclypticæ enim ſitus obliquus eſt, reſpectiue ad polum, ) vnde eius punctum vnum maximè accedit ad polum arricum. ad illud igitur punctum, cum ſol motu propriô acceſſerit; runc cùm motu diurnô circũvoluatur, tropicum caucri deſcribet, nempe F G H; è contrà verò dum ad polum antarcticum in Eclypticâ ſuâ propiùs acceſſerit; motu diurnô tropicum capricorni K L deſcribet. hi circuli diſtantes hinc inde ab æquarore gradibus $23\frac{1}{2}$ vocantur tropici. Qui proportione quâdam in terra deſcribuntur, eò quòd ſi à centro terræ, ad ſingula tropicorum cœleſtium puncta lineæ rectæ ducantur, hæ cadant in circumferentiam eiuſdem circuli terreſtris. vnde circuli terreſtres, æquarori terreſtri paralleli, & ab eo gradibus $23\frac{1}{2}$ diſtantes,dicuntur tropici, & in ſolſtitiis ſol ſucceſſiuè,ſingulis eorũ punctis fit perpẽdicularis.

Circuli polares, ſunt circuli minores, quorum circumferentia vndique à polis mundi gradibus $23\frac{1}{2}$ diſtar. ſunt autem circuli quos poli Eclypticæ motu diurno deſcribunt, cum enim Eclyptica hinc inde ab æquarore decliner gradibus $23\frac{1}{2}$, neceſſarium eſt, vt eius poli, à polis æquatoris, ſeu à polis mundi, tantumdem diſtent. hi circuli etiam in terra intelliguntur, ſi nempe à centro terræ, ad ſingula puncta circumferentiæ talium circulorum, ducantur lineæ; hæ in ſuperficie terræ, circulum formabunt. vt ſi intelligatur conus, cuius apex in centro terræ, baſis circulus MN, ille in terræ ſuperficie abſcindet circulum à polis terræ totidem gradibus, hoc eſt $23\frac{1}{2}$ diſtantem.,

Horizon ſeu finiror eſt circulus, partem cœli conſpicuam, è loco determinato ſuperficiei terræ, a parte cœli latente determinans. cum enim oculus noſter diſtans tantum quatuor aut quinque pedibus à ſuperficie terræ, phyſicè cenſeatur eſſe in ipſa ſuperficie terræ, horizon ſenſibilis, cogitari poteſt tanquam planum aliquod, terram tangens,in eo puncto in quo verſamur.te autem verà cogitandus eſſet horizon quaſi conus aliquis valde obtuſus, cuius apex eſſet in ipſo viſu, & cuius ſuperficies, tangeret terram in toto aliquo circulo, vt ſi oculus eſſet in puncto quocũque diſtante à ſuperficie terræ,quatuor aut quinque pedibus, Et hinc inde intelligerentur tangentes terram, formaretur in terra circulus aliquis qui horizon ſenſibilis diceretur, & in eo ſenſu.dicitur horizon ſenſibilis excurrere ad multa ſtadia. diuiſi ſunt autem authores, aliqui tribuunt ſemidiametro illius horizontis ſenſibilis ſtadia 150. alij pauciora, nonnulli plura. certiſſimum autem eſt diſtinguendum eſſe, ſecundùm diuerſam oculi eleuationem, ſeu diſtantiam à ſuperficie terræ Si enim oculus diſtet à ſuperficie terræ tantum ſex pedibus,horizon ſenſibilis, non excurret hinc inde vltra tria milliaria Italica. Si pedibus 10. quatuor milliaria. ſi pedibus 20. quinque milliaria. ſi pedibus 45. octo milliaria. neque aliter res definiri poteſt.

Communiter tamen horizon ſenſibilis ſumitur pro plano tangente, ſuperficiem terræ. quia altitudo hominis pro nihilo habetur. In ſupercilio tamen montis cuius altitudo perpendicularis paſſuum 2000. differentia eſſet ferè duorum graduum, ex omni parte, hoc eſt citiùs orirentur ſydera quam deberent, tardiúſque occiderent, ferè octo minutis temporis. Si fuerit altitudo vnius milliarij erit horizontis ſemidiameter octoginta milliariorum.Deinceps tamen ne cogamur rationem habere altitudinis oculi.horizontẽ ſenſibilem pro plano ſuperficiem terræ tangente aſſumemus. Ex quo ſequitur tot eſſe horizontes diuerſos quot ſunt puncta in ſuperficie terræ.

Diuiditur autem horizon, in horizontem ſenſibilem, & horizontem rationalem. horizontem ſenſibilem iam ſuprà deſcripſimus, nempe pla-




num terram tangens,in aliquo ſuperficiei puncto. vt planum circuli ABC,terram tangens in puncto D. Horizon rationalis eſt planum per centrum terræ ductum, horizonti ſenſibili parallelum, & terminatum ad cœli ſuperficiem. quale eſt planum circuli EFG. quæ duo plana in ordine ad cœleſtes apparentias, pro vno eodémque plano ſumuntur, propter modicam differentiam ſolius terræ diametri, quæ reſpectu cœli nullius eſt momenti. quare hic circulus eſt horizon ſeu finitor, diſtinguens partem cœli conſpicuam, ab ea quæ ex puncto D videri non poteſt. ſtatim ac aſtrum aliquod ad partes orientales, horizontis planum attigerit, orietur; vbi verò ad occidentalem eiuſdem horizontis partem peruenerit, occidet,ſeu occultabitur.

Idem circulus horizon, duobus punctis ſuperficiei terræ, inter ſe è diametro oppoſitis eſt vſui. vt planum circuli EFG, eſt horizon rationalis, tàm puncti D quàm puncti K. diuersô tamen modô, ea enim pars horizontis quæ vni eſt ortiua, alteri occidua eſt.

Ad planum horizontis tàm ſenſibilis, quàm rationalis linea perpendiculô ducta, recta eſt, ſeu perpendicularis. cum enim linea perpendiculo ducta, qualis eſt DL tendat ad centrum terræ. & planum ABC tangat terram in puncto D, ( *per* 4. 1. *Theodoſij* ) linea DL ad planum ABC recta erit, ſed planum EFG parallelum ſupponitur plano ABC; igitur ( *per* 4. 11. *Eucl.* ) linea DL ad planum E F G recta erit. intelligatur linea LD produci, hinc inde vſque ad cœli puncta H, I, punctum I erit, punctum verticis ſeu zenith, punctum H vertici oppoſitum,ſeu nadir,aſſero ea puncta eſſe polos horizontis. cum enim linea LI ſit recta ad planum maximi circuli EFG, & per eius centrum L tranſeat ( *per* 10. 1. *Theod* ) etiam per polos eius tranſit. quare à vertice ad horizontem rationalem ex omni parte ſunt 90 grad.

Hoc planum in opinione communi terræ immotæ, immobile eſt. At vero in opinione terræ motæ, ſimul cum terra voluitur, quare in ea, ſolem oriri, nihil eſt aliud, quam planum illud, ita ad ſolem conuerti, vt in eo plano producto per intellectum, ſolis centrum inueniatur. hoc eſt datô locô habitationis D.

Si ex

Si ex eo tanquam polo descriptum intelligas circulum horizontalem MNO; si sol P responderit eius alicui puncto, hoc est linea à centro terræ L, ad solem ducta, superficiem terræ attigerit in aliquo puncto circuli MON, tunc sol illuminabit punctum D, quia sol illuminat medietatem terræ; vt videbimus. quare circulus illuminationis,ex puncto O vt polô ductus, transit per punctum D. quod autem dixi de sole, de quolibet alio sydere intelligendum est.

Ex hoc etiam intelliges quod si procedas versus vnum polum, horizon inclinabitur, ex ea parte, si procedas versus ortum, planum horizontale in eandem partem inclinabitur. Intelligis item quomodo nobis in puncto, verbi gratia D habitantibus, & diem habentibus, antipodes nostri punctum scilicet K incolentes,noctem habeant. nam ex puncto D videri non poterit sol, dum infra planum EFG versabitur; è contrà verò sol non videbitur ex puncto K, quando supra idem planum EFG positus, ex puncto D spectari poterit. colliges item qoid sit diem esse maiorem nocte, nempe circulum diurnum solis, ita secari ab horizonte, vt eius maior pars supra horizontem eadat, & tunc antipodes nostri vicissim noctem die maiorem babebunt.

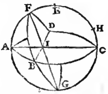
Circulus horizontalis in artificialibus globis, non notatur, confusionis vitandæ gratiâ, ponitur tamen circulus globum ipsom ambiens, qui vices omnium circulorum horizontalium obit.

Circulus meridianus, est circulus maximus per polos mundi, & per zenith & nadir regionis transiens, vt in præcedenti figurâ sint poli mundi, puncta P & R, zenit eorum qui in puncto D habitant, sit punctum I, nadir punctum H, circulus maximus PIRH erit meridianus puncti D. eius communis sectio cum superficie terræ, nempe DMKN erit meridianus terrestris.& quæcumque regiones in circulo DMKN positæ sunt, eundem meridianum habent, hoc est idem omnibus circulus, per polos transiens meridianus erit. Sit enim exempli causâ punctum terræ S, linea ducta à centro terræ per S, erit in eodem plano circuli meridiani, cum meridianos sit circulus maximus, coius consequenter planum per centrum terræ transit: atque adeò producta vsque ad superficiem cœli, sea vsque ad zenith illios regionis non egredietur ex tali plano; zenith ergo illius regionis est in eodem circulo, nempe in puncto T. quare per definitionem, allatam circulus PIRH est etiam meridianus illorum qui punctum S incolunt. Ex quo sequitur nos posse circuire totam terram sub eodem meridiano, quamvis alia atque alia puncta verticalia habeamus: item non esse tot meridianos, quot sunt horizontales circuli. nam vt ostendi procedendo ex D io S, mutatur necessariò horizon, qui inclinatur ex parte A, & eleuatur versus C. de hac mutatione horizontis sub eodem meridiano, primo agemus, deinde explicabimus mutationem horizontis quæ sit procedendo ab occidente in ortum.

Circulus meridianus est ad horizontem tam sensibilem, quam rationalem rectus, cum enim transeat per polos horizontis (*per* 9. 1. *Theod.*) erit ad illius planum rectus. nempe tam ad planum horizontis rationalis quàm sensibilis, pariter cum idem circulus meridianus per polos mundi transeat, seu polos æquatoris, & omnium circulorum æquatori parallelorum: erit etiam rectus, ad planum æquatoris & circulorum diurnorum eosque(*per* 10.1.*Theod.*) bifariàm diuidet.

Ex hoc facilè ostendemus cum sol meridianum circulum attigerit; esse meridiem, in quô cumque tandem illius puncto inueniatur, hoc est, partem circuli diurni, quæ supra horizontem inuenitur, bifariàm secari à circulo meridiano.

Sit enim horizon ABCD, meridianus AEC




circulus diurnus BFDG, polus mundi H, cum circulus meridianus FGH transeat per punctom H, polum circuli BFDG eum bifariàm secat, quare linea FG, erit diameter circuli BFDG. Item cum eam horizon ABCD, quam circulus diurnus BFDG, sint recti ad meridianum; erit communis eorum sectio BD, ad planum meridiani recta (*per* 19. 11. *Eucl.*) quare angulus BIF rectus erit, & (*per* 30. 3. *Eucl.*) arcus BF, FD sunt æquales, item arcus BG, GD, quod erat ostendendum. eôdem modô ostendere possem arcus horizontis AB, AD, item DC, BC esse æquales.

Ex hoc sequitur omnes regiones eidem meridiano subiectas, eôdem tempore habere meridiem. nam tunc est meridies quando sol meridianum attigerit, cum ergo eundem meridianum num habeant, simul etiam meridiem habebunt.

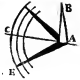
## PROPOSITIO XXIII.

### Problema.

*De linea meridiana.*

Antequam de latitudine regionis loquar,modumque doceam eam obseruandi, debeo priùs lineam meridianam exactissimè designare.

Primus modus per vmbram styli minimã procedet.




infigatur stylus AB in plano horizontali, habeaturque illius verus pes, qui sit A, si expectetur circa meridiem, donec minimam vmbram fecerit. Hæc meridiana erit, cum enim quodlibet astrum magis, ac magis attollatur;donec ad meridianum pertingat; vmbra meridiana omnium erit minima,quod vt faciliùs exequatis, plurimos ex

ex centro A circulos concentricos deſcribes, notabiſque puncta in quibus ab extremitate vmbræ attinguntur.

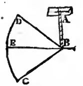
Hæc methodus præciſa non eſt, eò quod circa meridiem, ſolis vmbræ inſenſibiliter non augeantur, aut decreſcant; ita vt plures gradus in ſuo parallelo percurrat, immutatâ ſenſibiliter vmbræ longitudine.

Vnde ad ſecundam praxin communem illam licèt recurrendum eſt; quâ matutinis horis, notatur punctum, in quo extremitas vmbræ vnum ex circulis concentricis attingit v. g. punctum E, tum pomeridianis, notatur punctum aliud, eiuſdem circuli, in quod eadem extremitas cadit verbi gratiâ punctum F, & biſecando arcum F E bifariàm in puncto C. ducitur linea meridiana C A.

Hæc praxis ſupponit aſtrum in duobus verticalibus, æqualiter à meridiano diſtantibus, æqualem obtinere eleuationem, ſupra horizontem, & conſequenter æqualem vmbram proiicere quod quidem verum eſt, modò æqualem ab æquinoctiali declinationem obtineat. quare cùm circa æquinoctia ſol ſingulis horis delinationem ſuo minutó variet, periculum erit erroris. propterea que cautiores, circa ſolſtitia, eam obſeruationem fundamentalem peragunt, alij ad ſtellas eam exigunt, quæ intra plurimos annos variationem declinationis, non patiuntur.

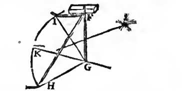
Secundus error qui poſſet irrepere, ex vmbra non præciſa ortum ducit cùm eiius corporum vmbræ dubiæ ſint, eò quòd ſol non ſit punctum indiuiſibile, ſed diametrum viſualem vnius ſemigradûs obtineat, & conſequenter vmbra in penumbram ſenſim deſinat, difficile erit vmbræ extremitatē definire. quare nonnulli volunt, vt ſolis radius per foramen exiguum traiiciatur, & plano excipiatur, ſic enim meliùs & faciliùs eius centrum determinabitur.

Tertius error poteſt ex plano, non præcisè ad libellam exacto procedere. ſi enim in vnam partē inclinetur, manca erit operatio. quare nonulli vt huic incommodo obuiam irent, quadrante circuli eleuationem ſolis obſeruant & fili perpendiculatis vmbram, in plano horizontali notant,



ſit filum perpendiculariter erectum AB, matutinó tempore, obſeruetur inſtrumentó ſatis magnó v g. quadrante maximó, ſolis eleuatio, & eodem temporis momentó notetur vmbra fili A B, quæ ſit BC tum veſpertinis horis, expectetur donec ſol præcisè æqualem eleuationē obtineat, noteturque eiuſdem fili vmbra BD, deſcriptum ex B vt centrô arcum DC, diuide bifariam in E, habebis lineam meridianam EB.

Si ſtellas adhibere volueris, vt pote mutationi declinationis non obnoxias, pariter filum FG verticaliter ſtatue, & apparentis ſyderis, ad partes orientis eleuationem obſerua: eôdemque tempore, extende aliud filum ex F in H, donec



collineando per fila FH, FG ſydus attingas, noteturque punctum H. ducaturque linea HG, tum expectatis aliquibus horis, donec ſydus ad partes occidentis æqualem eleuationem obtineat, extende pariter filum FI, vt collineando per fila FI, FG, idem aſtrum in eodem plano inuenias, notató punctó I, ductâque linea IG, fiat ex punctô G vt centrô, arcus IH, qui diuiſus bifariàm, in K, dat lineam KG meridianam.

Idem obtinebis ſine inſtrumentó ſtellis nunquam occidentibus, nam hôc filari triangulô, vnius ſtellæ maximam elongationem à meridiano obſeruabis, ad partes orientis, extenſôque filô donec per vtrumque ſtella videatur, notatur punctum in plano, tum poſt multas horas nempe circiter 12. obſerua eiuſdem ſtellæ maximam elongationem ad partes occidentis, diuiſôque par ter arc; lineam meridianam habebis. requiritur ergo ad hanc praxin nox hyberna.

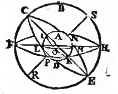
Si tempus hoc nimis diuturnum videatur, ſelige ſtellam quæ duabus tantum aut tribus horis ſub horizonte delireſcat, & nota eôdem filari inſtrumentó, circulos verticales, in quibus oritur & occidit, hunc arcum ſi bifariàm diuidas, habebis lineam meridianam. Idem intellige de quâcumque ſtellâ oriente, aut occidente.

## PROPOSITIO XXIV.

### Theorema.

*De latitudine, & Eleuatione poli.*

Latitudo regionis eſt diſtantia regionis ab æquatore, ſeu arcus meridiani interceptus inter regionem, & æquatorem, ſi ſumatur in cœlo; erit, arcus meridiani interceptus inter æquatorem cœleſtem & Zenith: ſi in terra numeretur, terminos habebit, ex vna parte regionem ipſam, ſeu locum terræ de quo agitur, & ex alia parte,



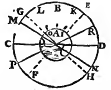
æquatorem, ſit enim regio A eius zenith B, æquator cœleſtis CDE, æquator terreſtris ei ſubiectus IOK, poli S, R, axis R S; attingens terræ ſuperficiem in punctis N, P, horizon cœleſtis FDH, horizon terreſtris LOM, rationalis ſcilicet

cet erit latitudo regionis: si in cœlo sumatur arcus BC, nempe arcus meridiani inter punctum C æquatoris, & zenith B, interceptus; si verò in terra sumatur, erit arcus AI, inter locum A, & æquatorem terrestrem. sunt autem arcus BC, AI similes vt patet. Eleuatio poli est arcus meridiani, interceptus inter horizontem & polum, siue numeretur in cœlesti meridiano, siue in terrestri vt arcus S H, M N, qui etiam sunt similes. ostendi autem iam aliis occasionibus, latitudinem æqualem esse eleuationi poli; hoc est arcus N M, A I, æquales esse, item arcus H S, B C. cùm enim arcus BH sit quadrans, ex definitione poli, item sit quadrans arcus SC, erunt arcus SC BH, æquales, ablatò igitur communi arcu BS, restant arcus BC, CH æquales. quâ ratione pariter ostendam arcus NM, AI æquales esse.

Ex hoc sequitur quòd quò magis ad polos accesseris, eò magis æquator deprimi videbitur, & poli mundi magis attolli supra horizontem: quia quo magis remotus fueris ab æquatore, eò maior erit latitudo vt patet ex eius definitione; cui cum æqualis sit eleuatio poli hæc etiam maior erit.

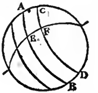
Dixi videbitur attolli polus, quia licèt polus immotus maneat, & tota mutatio fit in horizonte, quia tamen similem respectum habemus ad nouum horizontem, quem habebamus in priori, ideò imaginamur factam esse aliquam mutationem in polis, & axe mundi in ordine ad horizontem, cum tamen tota facta sit, in horizonte respectu axis, & polorum.

Hæc quidem facilia sunt, non tamen inutilis, ad formandam Tyronum imaginationem. sit enim primò aliquis habitans in puncto A, cuius zenith




in puncto B, horizon CD, axis EF, æquinoctialis GH. erit latitudo BG, eleuatio poli ED; procedat versus polos, ad punctum I, cuius vertex K horizon MN, erit latitudo K G, maior, quàm antea: eleuatio poli erit NE, eò quòd horizon deprimatur ex illa parte, ex alia vero parte, æquator deprimi videbitur. nam æquinoctialis eleuatio supra horizontem, erit arcus M G, cum antea esset arcus CG. è contra verò si procedat versus austrum ad punctum O, cuius zenith erit punctum L, & horizon PR, erit latitudo LG, & eleuatio poli ER, minor quàm antea, eleuatio autem circuli æquinoctialis erit PG, maior, quæ omnia accidunt ex mutatione verticis, & consequenter horizontis, & ex tali mutatione quæ fiat ab austro ad septentrionem.

Si mutatio horizontis fieret præcisè ab ortu ad occasum, non mutaretur eleuatio poli, sit enim in terra æquinoctialis circulus AB, primò quidem si quis secundùm circulum AB procedat; nullam habebit latitudinem; sicut neque vllam eleuationem poli, si verò versetur in parallelo CD, æqualiter semper distabit ab æquinoctiali, nam arcus AC, EF sunt æquales, igitur eandem semper




latitudinem habebit, cui cum eleuatio poli sit æqualis, æqualem semper habebit eleuationem poli, æqualem item æquinoctialis eleuationem.

Ex mutatione latitudinis, oritur mutatio climatum, eaque diuersitas noctium, & dierum, hyemis & æstatis, quæ in variis orbis partibus inuenitur, qui enim in eodem sunt parallelo easdem habent mutationes, quare quidquid pro vno puncto paralleli deinceps demonstrabitur, de reliquis omnibus eiusdem paralleli punctis intelligendum erit.

## PROPOSITIO XXV.

### Problema.

*Altitudinem poli, & latitudinem regionis obseruare.*

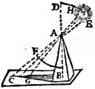
Hæc quam necessaria sit, ad Geographicas mappas construendas obseruatio, nemo non videt; nam eius adminiculo, distantiarum & anguli positionis, facilè totius telluris accurata descriptio potest institui.

Multi ex lapidum venis latitudinem regionis, se coniicere posse credunt; sed quam parum fideliter, experiatur qui volet alij ex inclinationibus magneticis, de quibus egimus in tractato de magnete, quare ad alias methodos recurramus.

Quamuis autem in tractatu nauigationis, aliquas praxes simus tradituri, latitudinis obseruandæ, ibi tamen eas tantum explicabimus quæ in mari vsurpari possunt, eas prætermittemus, quæ firmitatem aliquam, & quietem requirerent.

Possumus igitur vel latitudinem immediate quærere & ex ea æqualem eleuationem poli, vel eleuatione poli & ex ea latitudinem. Prima igitur versabitur præcisè in inquirenda latitudine, quæ cû nihil sit aliud, quàm distantia verticis ab æquatore, expectandû erit donec sol in æquatore versetur: si enim tunc metiaris quantam in meridie habeat distantiam à vertice, habebitur latitudo regionis, quam plurimi quæsiuerunt ab vmbra horizontali Gnomonû, & pro Gnomonibus, nonnulli ægyptiia vsi sunt obeliscis, obseruando scilicet vmbræ longitudinem; nam vt longitudo obelisci ad longitudinê vmbræ horizontalis, sole æquinoctialem percurrente: ita sinus totus, ad tangentem latitudinis; sit enim obeliscus AB vmbra eius meridiana die æquinoctij sit BC, fiat vt AB ad BC, ita sinus totus, ad tangêtem anguli BAC, seu illi oppositi ad verticê DAE, cuius mensura est arcus DE. quodlibet enim punctû in superficie terræ positum, quale est punctum A, pro centrô mundi sumi potest, cum semidiameter terræ non habeat sensibilem rationem, ad distantiam solis à terra: arcus igitur DE, hóc modô inuentus, erit latitudo regionis.

Hæc methodus non potest esse præcisa eo quòd,




quòd, non habeatur, præcisus vmbræ terminus propter penumbram, oritur autem penumbra ex magnitudine solis, nam in præcedenti figurâ, tota CG illuminatur partialiter à sole, ita vt vmbra incipiat in C, tantisper nigrescere, in G verò sit perfecta vmbra, quod est vsque adeò verum, vt si in puncto A supponatur globus, eius vmbra in pauimento, omninò euanesceret, nisi globus sit satis magnus, quò melius vti possemus, quam obelisco solo, assumendo scilicet centrum vmbræ.

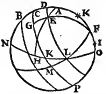
Quare Gnomon mihi nunquam visus est, satis aptus, meliùs si in puncto A pro stylo, esset foramen, per quod radius solaris transmitteretur, sic enim sciretur tam arcus DH, quam arcus DE, latitudo esset arcus inter vtrumque medius, nempe distantia centri solaris, à vertice.

Accidit aliud incommodum circa huiusmodi praxin, nempe quòd raiò admodum sol præcisè æquinoctium attingat meridie, & consequenter defectus erit tot minutorum, quot horis æquinoctium meridiem antecedet, aut subsequetur. Quare multi pro vmbra æquinoctiali, solstitialem æstiuam substituunt: supponitur tamen cognita, maxima solis declinatio.

Non negatim Instrumentum ad formam obelisci posse esse vsui, non tantum ad latitudinem dignoscendam, sed etiam ad locum solis præcisum quôlibet die inueniendum. Ita refert P. Ricciolius duo esse huiusmodi instrumenta, in duabus Ecclesiis Bononiensibus, in quarum pariete meridiem spectante, relictum est foramen, linea que meridiana exacta ad libellam, debet autem haberi accurate centri foraminis distantia à pauimento, vt linea meridiana in partes æquales, diuidatur partibus altitudinis, vel ex tabula tangentium apponantur tangentes, omnium arcuum, sic enim quôcumque die, habebitur solis meridiana distantia à vertice; immò signa & gradus in hac linea notari poterunt. Quia tamen radius solaris per foramen traiectus est satis magnus, sumenda est vtriusque limbi eleuatio, vt habeatur eleuatio centri solaris

Hic arcus haberi posset aliis multis instrumentis, præcipue verò quadrante Astronomicô In hoc tamen deficit iste modus quod bis tantum in anno, hoc est in æquinoctiis valeat; immò si nihil aliud addatur multis minutis potest deficere, eo quod raiò admodum æquinoctium cadat in horam meridianam, illius loci, in quo fit obseruatio; & quot horis æquinoctium aberit à meridie, tot minutis aberrabit latitudo inuenta vt dixi.

Quod si adhibenda sit aliqua correctio, incidemus in aliam methodum, & quôcumque die, quô nota fuerit solis declinatio; inuenire poterimus latitudinem regionis. In quo notandum est declinationem in cœlo, idem esse cum latitudine in terra. definimus enim latitudinem regionis, distantiam ab æquatore; declinatio pariter, est distantia sydeis ab æquatore, quæ in circulo meridiano, aut in circulo quolibet horario, numerari debet. In cœlo autem latitudo est distantia ab Eclyptica. sole verbigratia tropicum alterutrum percurrente, ita latitudinem regionis obseruabimus. sit igitur sol in tropico capricorni: obseruetur distantia solis meridianum circulum




occupantis à vertice, nempe arcus AB, ab eo aufer arcum BC seu maximam declinationem solis, restabit arcus AC latitudo regionis. è contra si sol percurreret tropicum cancri; distantiæ, solis meridiem occupantis, à vertice seu arcui AD, addatur arcus, CD, seu declinatio solis graduum $23\frac{1}{2}$ & exurget latitudo regionis AC.

Quod dixi de tropicis intelligi potest, de quolibet alio parallelo; cuius declinatio nota fuerit, atque adeò quôlibet die, hora meridiana latitudinem regionis obseruare licebit.

Non dissimili ratione ex eleuatione meridianâ, cuiuslibet sydeis, cuius nota fuerit declinatio, latitudinem habebimus; diligenter animaduertendo, an sit borealis an verò australis, vt fecimus in duobus tropicis, ad quod aptissimæ sunt stellæ fixæ, vt pote quæ diu eandem declinationem habent.

Quâlibet horâ diei per trigonometriam, latitudinem obseruabimus; nempe si duo simul obseruemus, altitudinem sydeis supra horizontem, & circulum verticalem, & aliunde sciamus eius declinationem. hôc modô, sit sol in puncto E, per quod intelligatur duci verticalis circulus AE, qui sit cognitus, hoc est cognoscatur angulus DAE, ex polo F, ducatur circulus horarius FEG, in quo cum supponatur cognosci solis declinatio GE, cognoscetur reliquus arcus EF, obseruetur vt dixi solis eleuatio HE, notus erit arcus E A, quare in triangulo EAF, cognoscitur angulus EAF, & latera AE, EF, & per trigonometriam innotescet arcus AF, complementum latitudinis AC.

Item ex amplitudine ortiua, & declinatione. oriatur sol aut sydus quodcumque, cuius nota fuerit declinatio, in puncto L, obseruetur que arcus KL; ducatur circulus horarius FLM, qui cùm per polos æquatoris transeat, rectus erit ad æquatorem, hoc est angulus M rectus erit. In triangulo igitur rectangulo KLM, cognoscitur arcus ML sydeis declinatio, item arcus KL amplitudo ortiua obseruata: quare non latebit ex trigonometria angulus MKL seu oppositus ad verticem NKC, hoc est arcus NC, complementum latitudinis AC. debet ratio haberi refractionis.

Quod

Quod per Trigonometriam perficitur, per aſtrolabia, vniuerſalia, & per analemma abſolut poteſt, non tamen ita exaſte qum multis minutis, & aliquando ſemigradu abetretur, eas praxes hic nun repeto, quas io tractato de Aſtrolabiis reperies.

Altæ praxes non directè latitudinem regionis obſeruant, ſed potiùs eleuationem poli Et primò ex ſtellis circumpolaribus, ſi enim ſtellæ alicuius circa polum poſitæ, maxima eleuatio obſeruetur, ſunt enim multæ quæ bis meridianum attingunt, obſeruetur igitur ſtellæ eleuatio KO, cuius cognoſcatur declinatio CK & illius complementum KF, hoc complementum KF aufer ab eleuatiooe KO obſeruata, reſtabit eleuatio poli.

Si obſeruaueris minimam eleuationem IO, complementum declinationis P I, arcum ſcilicet FI adde eleuationi OI obſeruatæ, exurget altitudo poli FO.

Dinique ſi ignoretur ſtellæ declinatio, habeatur vtraque eleuatio nempe KO, IO ſeu differentiam earum, arcum ſcilicet HI adde minimæ eleuationi IO, vel deme ex maxima eleuatiooe KO reſtabit eleuatio poli FO.

Voluit Ptolomæus ex maximæ diei longitudine latitudinem regionis inuenire, exiſtimo tamen difficultatem non modicam, in inueniendā horā ortùs ſolis, nam horologia ſciaterica, ſupponunt vt plurimum latitudinem regionis cognitam, ſi tamen aliquis arenario exquiſitô vteretur, vel funependulu, ita vt ab ortu ſolis ad meridiem numeraret horas, quod modò non expendo; poſſet ex longitudine maximæ diei, eleuationem poli, aut latitudinem inuenire. ponatur enim maximam diem eſſe horarum 14. & conſequenter, arcum ſemidiurnum eſſe horarum 7. oriatur ſol in puncto L, ſitque arcus LD horarum 7. arcus item æquinoctialis illi reſpondens, nempe arcus MC erit horarum 7. ſed arcus KC eſt horarum 6. quia ſol io æquinoctio oritur 6. horis ante meridiem, quare arcus MK, eſt vnius horæ ſeu gradnum 15. in triangulo igitur rectangulo MKL cognoſcitor ML, maxima ſolis declinatio, grad. $23\frac{1}{2}$. cognoſcitur item arcus MK, quare cognoſcetor angulus MKL quem circulus æquinoctialis facit cum horizonte. cuius complementum eſt latitodo. Sed habenda eſſet ratio tam refractionis quæ eſt 32 min. & parallaxis quæ eſt trium. refractio autem maiorem facit diem,

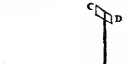
Inuenta ſemel latitudine regionis in qua verſaris, aſſignare poteris circulom aliquem, æquinoctiali parallelum. cui hæc regio ſubiaceat, ſi enim tot gradibus à circulo æquinoctiali recedas, inuenies talem parallelum.

Ad indicandam cuiuſlibet regionis latitudinem deſcribuntur in globo terreſtri, & in quālibet mappa Geographica; circuli paralleli æquatori, qui diligenter notandi ſunt; vocanturque circuli latitodinum: eò quòd hæc terræ dimenſio ab æquatore ad polum dicatur latitudo. omnis enim ſuperficies duplicem habet dimenſionem, quarum quæ maior eſt dicitur longitudo; quæ verò minor latitudo, cùm ergo tellus antiquitus, non tota crederetur habitabilis; ſed torrida nimiô calore, frigidas nimiò frigore incolas arcere exiſtimarentur; ſolæ reſtabant Zonæ temperatæ, quarum Auſtralis incognita. ſola igitur reſtabat Zona borealis temperata, & partes nonnullæ torridæ.

Quare terræ habitabilis cognitæ minor dimenſio: à Septentrione ad Auſtrum extendebatur, complectens quadraginta, aut quinquaginta gradus, Alia dimenſio maior, ab occaſu, ad ortum porrigebatur, ideoque longitudo dicta fuit.

Circuli igitur æquatori paralleli dicuntur circuli latitudioum, eò quòd latitodinem, ſeu diſtantiam regionis ab æquatore iodicent. & conſequenter illi æqualem, eleuationem poli hi circuli non omnes vitandæ confuſionis gratiā; ſed deni quique aut quini, io mappis vniuerſalibus notantur, imaginatione reliquorum defectum ſupplente. Cuiuslibet regionis ab æquatore diſtantiam vno intuitu ope illorum circulorum diſtinguimus. in æquatore tribuitur cyphra o. eo quòd regiones illi ſubiectæ, tām latitudine, quam eleuatione poli careant. Sequenti parallelo ſiue ad boream, ſiue ad Auſtrum tribuitur nota 1. ſecundo 2 & ita deinceps. donec ad polum peruenias cui conpetit character 90 Duo igitur neceſſaria ſunt vt determines circulum parallelum per regionem aliquam tranſeuntem, nempe vt ſcias quot graduum ſit latitudo; ſecundò vtrum borealis an Auſtralis ſit. Ex his ſequitur latitudinem non excedere gradus 90. cum enim definiatur diſtantia ab æquatore, & impoſſibile ſit aliquod punctum diſtare à circulo maximo, pluribus quàm 90. gradibus, latitudo plurium eſſe non poteſt.

Inter circulos latitudinum, recenſeri poſſunt Tropici, & polares. Tropici quidem terreſtres, quibus ſol reſpondet perpendicolariter dum tropicos cœleſte percutiit coincidunt cum circulis latitudinum graduum $23\frac{1}{2}$. Polares cum circulis latitudinum, graduum $66\frac{1}{2}$.




Finem impono huic propoſitioni deſcriptione Inſtrumenti, quô vtebatur Dominus Caſſinus Bononiæ, ad habendam, ſtellæ polaris aut cuiuſlibet, alterios eleuationem. Vtebatur canali AB 26. pedibus longô, & pleno aquâ, C D regula erat, horizontaliter poſita, è qua pendebat filó cupreo bolis plombea B

In A erat furcula mobilis dioptram ferens, per quam collineandum erat donec acies regulæ ſyderis diſcumbiſecaret, metiebatur enim diligenter longitudinem AB, & altitudinem CB, vſque ad ſuperficiem aquæ, detractâ altitudine dioptræ, aſſumptâque linea CD, vt radiô, AB vt tangente, diſtantiam ſyderis à vertice concludebat. quæ omnia facilia ſunt.

## PROPOSITIO XXVI.

### Theorema.

*De Zonis.*

Hæc Zonarum distinctio à motu solis annuo, ducit originem: vi cuius sol modò, æquali interuallo ab vtroque polo distat, nempe dum percurrit æquatorem, modo ad alterum polum maxime accedit vt in solstitiis: ideoque quinque circuli præcipuè sunt notandi. Siue in cœlo cogitentur, siue in terra, ij sunt æquinoctialis, tropici duo; & polares; ex quibus tota Zonarum distributio nascitur. Zona igitur est pars telluris, tropicis, & polaribus circulis comprehensa; hoc nomine vocata quòd terram ambiat




Zonæ sunt quinque torrida, temperatæ duæ, & duæ frigidæ. Zona torrida duobus tropicis continetur, qualis est telluris tractus circulis AB, CD comprehensus. hæc diuiditur per medium, circulô æquinoctiali EF, qui vulgò vocatur linea æquinoctialis. præcipua proprietas Zonæ torridæ est, vt per se maximos calores experiatur; cum enim omnibus locis Zonæ torridæ, sol verticalis fiat, aut ab eorum Zenith longiùs non digrediatur, inde fit, vt calor sit maximus. dixi per se, Deus enim omnibus ita prospexit, vt multa illis accidant, quibus calor minuitur. in aliquibus enim locis, terra ibi nonnihil in montes assurgit, & è tepido illo calore tellurem ambiente aliquantulum se exerit; ostendimus enim cùm de distributione luminis, nó tantum, distantiam aut accessum ad polum, calorem & frigus efficere, sed distantiam à centro terræ: ex quo fit vt montium cacumina, sint frigidiora radicibus, cum tantâ differentia, vt ascensus vnius milliarij recedendo à centro terræ, maiorem in frigore & calore diuersitatem afferat, quam si per docentas leucas versus polos procederetur. aliunde etiam frequentes pluuiæ, calorem non mediocriter minuunt. Ita vt in Malacensi tractu, æquinoctiali subiecto, calor non sit sufficiens ad maturandos racemos.

Zona torrida totam terram ambit, eius vt ita dicam latitudo ab vno tropico ad alium, vt in adiecta figura à circulo AB, ad circulum CD gradus 45. comprehendit.

Zonæ temperatæ duæ sunt, vna borealis à tropico cancri, ad circulum polarem vicinum, nempe quidquid terrarum inter circulos DC, GH, positum est. sunt autem à circulo DC, ad circulum GH gradus 43. totidem ex alia parte à circulo AB ad circulum IK, pertinentes ad Zonam temperatam australem.

Zonæ frigidæ sunt duæ. comprehensæ singulæ circulis polaribus. circulus autem polaris, vt dixi 23. gradibus cum dimidio à polo distat. vna est Australis, borealis altera.

Zona torrida incipit à 23. gradibus cum dimidio eleuationis polis Australis, seu à latitudine australi graduum $23\frac{1}{2}$, vsque ad latitudinem borealem totidem graduum. quare quæcumque loca latitudinem, siue australem siue borealem habēt minorem gradibus $23\frac{1}{2}$ ea sunt in Zona torrida.

Quæ vero latitudinem habent maiorem gradibus $23\frac{1}{2}$, & minorem gradibus $66\frac{1}{2}$ ea sunt in Zona temperata, ea verò quæ latitudinem aut eleuationem habent maiorem gradibus $66\frac{1}{2}$ ea sunt in Zona frigida.

Æquator terrestris ita Zonam torridam in duas partes diuidit, vt non immeritò duæ Zonæ torridæ dici possint, quarum vna borealis, alia australis. æquatori autem subiacent ista loca, Insula S. Thomæ. in oceano æthiopico sita, Athiopiæ pars, oceanus indicus, Insulæ Maldiuæ: Insula sumatra, Chorsonesus aurea, siue Malacensis, aliæque insulæ maris Indici, moluccæ, oceanus pacificus. Peruana prouincia, lacus parima, oceani Atlantici pars.

In Zona torrida, posita sunt hæc loca, maxima Africæ pars, Abassia. Arabiæ pars aliqua. Cambaya, India, Insulæ oceani Indici, Iaua, Ceilanum, Peruuia, Mexicana prouincia, Brasilia noua Guinea, quæ omnia loca in mappa percurrere debent Tyrones ad formandam imaginationem.

Tropicus cancri transit per hæc loca, vltra Atlantem mõtem, per Lybiæ fines, per sinem æthiopiæ, per mare rubrum, per Meccam Mahometis sepulchrum, per Arabiam fœlicem, per extremitates Persidis, per Cambayam, Indiam, Cãboyam, & fines Sinensis imperij; per mare Pacificum, Caleforniam, per Mexicanū regnum, Cubam insulā radit. Tropicus Capricorni, per Africæ promontorium, Madagascar, Monomotapam, oceanum Indicum, nouam Guineam, oceanum pacificum Per Peruuiam, Brasiliam, oceanum Atlanticum.

In temperata Zona boreali posita est tota Europa; tota fere Asia nempe totum Turcicum Imperium, Persidis regnum, magni Mogor terræ, sinensis regio, Tartaria, America septentrionalis, Iapon, aliæque insulæ. Africæ caput seu Barbaria, & ferè tota Ægyptus.

Temperata Zona Australis paucissimas terras complectitur, scilicèt promontorium bonæ spei, Monomotapæ regnum, Brasiliæ, & Chili magna pars, fretum Magellanicum, & adiacentes illi regiones, cætera pontus habet.

Circulus polaris arcticus transit per Islandiam, per supremam Noruegiam, per Lappiam, Grolandiam, Samoiedam, Tartariam, Americam septentrionalem.

Circulus polaris Antarcticus, transit per magellanicam regionem eamque incognitam; & terram australem incognitam.

Zona frigida Septentrionalis complectitur dimidiam Islandiam partem Noruegiæ, Lappiæ Finmarchiæ, nouam Zemblam, Gronlandiam, Spitzbergam, Americam Septentrionalem.

Zona frigida Australis incognita nobis, ignoraturque terrasne, an mare tantum complectatur.

## PROPOSITIO XXVII.

Theorema.

*Latitudo in variis regionibus obſeruata*

| | Gradus. | Min |
|---|---|---|
| Anconæ | 43. | 26 |
| Auenione D. S. Leger | 43. | 52 |
| Aquis ſextiis Gaſſendus | 43. | 35 |
| Almariæ Snellius | 52. | 40 |
| Amſtelodami Snellius | 52. | 25 |
| Antuerpiæ Gutiſcouius | 51. | 12 |
| Anguſtæ Vindelicorum | 48. | 24 |
| Athenis | 37. | 40 |
| Atacta | 36. | 0 |
| Aſpan | 36. | 55 |
| Aden Arabiæ | 13. | 36 |
| Agra Metrop. Mogorenſis | 26. | 50 |
| Alexandriæ Ptolomæus | 30. | 58 |
| | | |
| Bononiæ Ricciolius | 44. | 30 |
| Blæſis Ant. Marchais | 47. | 46 |
| Burdigalæ P. Mercurius Verdier | 44. | 51 |
| Barcinone Ioan. B. Cyſſatus | 41. | 26 |
| Bruxellis Langrenus | 50. | 48 |
| Bambergæ | 49. | 56. |
| Benaticæ Tycho | 50. | 18½ |
| Brunopoli | 52. | 15 |
| Babylon antiqua | 34. | 30 |
| | | |
| Catazij In calabria catanzaro D. Franc. Zupus | 49. | 5 |
| Cremonæ Gerardus | 45. | |
| Cadomi Caen Maſſeus | 49. | 10 |
| Coriani ex nautis | 43. | 14 |
| Copenaghen | 55. | 43 |
| Caſſellæ | 51. | 19 |
| Cracouiæ | 50. | 10 |
| Calecut | 21. | 0 |
| Ceylani medium | 7. | 50 |
| Cochinum | 10. | 0 |
| Comorinum | 8. | 0 |
| Comorini prom. | 7. | 40 |
| Cangoxima | 31. | 10 |
| | | |
| Digniæ Gaſſendus | 44. | 6 |
| Dauentriæ Metius | 51. | 51 |
| Dantſich | 54. | 22 |
| | | |
| Enchuſæ Richardus Sloteon | 52. | 51 |
| Erbel | 35. | 35 |
| Ecbatana Tauris | 36. | 15 |
| | | |
| C. Finis terræ, ex naucl. | 43. | 4 |
| Florentiæ Dantes | 43. | 41 |
| Focalcarij Gotefridus | 43. | 54 |
| Frenequeræ metius | 53. | 11 |
| Francfort | 51. | 24 |
| Froemburgi | 54. | 22 |
| Firando | 33. | 15 |
| Facata | 33. | 50 |
| Ferrariæ Ricciolius | 44. | 49 |
| | | |
| Genuæ Vincentios Reynerus | 44. | 33 |
| Gratianopoli Gaſſendus | 45. | 11 |
| Goezæ Lansbergius | 51. | 31 |
| Glats Bohemiæ | 50. | 22 |
| Goæ | 15. | 30 |
| | | |
| Herizihzua. Tycho | 55. | 58 |
| Herſæ Vendelinus | 50. | 53 |
| Heidelbergæ | 49. | 22 |
| Hainam inſula | 18. | 50 |
| Hoingam Chinæ | 33. | 58 |
| | | |
| Ianchæum Chinæ | 32. | 30 |
| Ingolſtadium | 48. | 40 |
| Inſptuc œnipontum | 47. | 15 |
| | | |
| Lauteti P. Ioan. Viua | 43. | 42 |
| Lodunum in Pictauis | 48. | 1 |
| Lugduni D. Monton | 45. | 46 |
| Londini Brichius | 51. | 32 |
| Limout Dudlæus | 51. | 32 |
| C. Lizard. | 50. | 4 |
| Leyden | 52. | 10 |
| Louanij Gemmaſtyſius | 50. | 50 |
| Lincium Auſtriæ Kepler | 48. | 16 |
| Lipſia | 51. | 19 |
| | | |
| Mutinæ | 44. | 38 |
| Mantuæ Vincentius Maria | 45. | 11 |
| Maſſiliæ Gaſſendus | 43. | 20 |
| Mainticæ Vincentius Mut | 39. | 35 |
| Madriti P. Ioan. Viua | 40. | 46 |
| Moſæ oſtia | 52. | |
| Moſcua | 55. | 18 |
| Macaum | 21. | 13 |
| Meaco | 36. | 0 |
| | | |
| Neapolis | 41. | 5 |
| Niccæ | 43. | 37 |
| Norimberga | 49. | 26 |
| Niniue Moſul | 35. | 40 |
| Nanchinum Chinæ | 31. | 15 |
| Nangoya | 33. | 54 |
| Nongazaqui | 32. | 50 |
| | | |
| Ortegall. | 44. | 4 |
| Oxford | 51. | 46 |
| Oenipontum | 47. | 15 |
| Omura | 33. | 0 |
| Parmæ Ricciolius | 44. | 45 |
| Piſis Vincentius Reynerus | 43. | 30 |
| Taurini D. Iulios Torrinus | 44. | 50 |
| Pariſiis Bullialdus | 48. | 51 |
| Pennas de Guzao | 43. | 25 |
| Plimout Dudlæus | 51. | 0 |
| Portlandiæ | 50. | 40 |
| Pachin | 40. | 0 |
| Pragæ Tycho | 50. | 6 |
| | | |
| Romæ varie obſeruata | 41. | 54 |
| Rothomagi Grand. Amicus | 49. | 0 |
| Rhodus | 36. | 22 |
| Rauennæ. Ricciolius | 44. | 26 |
| | | |
| Smirnæ Bullialdus | 38. | 22 |
| Sayde | 33. | 25 |
| Samarcandæ | 46. | 30 |
| Suſa | 33. | 20 |
| Socotora | 13. | 0 |
| Syene | 23. | 30 |
| | | |
| Taurini D. Iulius Torrinus | 44. | 50 |
| Tanger | 35. | 25 |

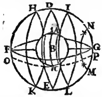
| | Grad. Min. |
|---|---|
| Tubingæ | 48. 54 |
| Tetedon Baſota | 30. 53 |
| Tytus | 33. 20 |
| Ternate | 0. 42. Auſtr. |
| | |
| Venetia | 45. 27 |
| Vliſippo | 38. 39 |
| Valeotiæ Hyeronimus Muſonius | 39. 30 |
| S. Vincentij Promon. | 37. 5 |
| Vnatoburgum Tycho | 55. 54.40 |
| Viennæ Auſtiæ | 48. 22 |
| Vuitemberga | 51. 48 |
| Vulfembutel | 52. 9 |
| Varſoniæ | 52. 14 |
| | |
| Zeuta | 35. 32 |
| Noua Zembella | 77. |

## PROPOSITIO XXVIII.

Theorema.

*De proprietatibus Locorum, ſub æquinoctiali poſitorum.*

Qnicumqne ſub æqolnoctiali habitant, hoc eſt in æquinoctiali terreſtri verſantut : verricem habent, in cœleſti æquioođiali; vt ſi ſit æquiuo-




ctialis terreſtris ABC; qoi eront in pnncto A verticem habent in puncto D, qui autem illis ſunt antipodes, babitantque in puncto C iis Zenith erit in puncto E. alij verò in aliis ponctis æquinoctialis cœleſtis ſuum Zenitb habebunt.

Ex hoe ſequitut quod ſol æquinoctialem circulum percurrens, iis ſiat verticalis, meridie; hoc eſt vertici illotum immineat; quod cum bis in anno accidat; circa 21. Martij; & circa 24. Septembris; ideò citca bæc tempota, ſol in meridie capiti eorum imminebit, nullæque proptereą, erunt vmbræ. ſucceſſiuè igitur aliis atque aliis locis æquinoctialis terreſtris, ſol fiet verticalis.

Secundò cum ſol ab æquinoctio nunqnam recedat niſi 23. gradibus eum dimidio, ſol in meridie ab eotum vertice nooquam recedet plus quàm gradibns $23\frac{1}{2}$, & hoe in ſolſtitiis, vt in H, & I, tunc autem adhuc tantùm ferè eleuabitur, quantùm in iſtis regionibus maximá æſtate. nam hic Camberij vbi latitudo eſt graduum 45. ſol à capitibus noſtris in ſolſtitio æſtiuo diſtat in meridie grad. $21\frac{1}{2}$. hæc ſolis diſtantia à vertice ſemel erit ad Auſtum, ſemel ad boream; ad boream quidem dum ſol percurret tropicum cancri, ad auſtum, dum verſabitur in tropico capticotni.

Tertiò nullus polornm attolletur ſupra borizontem; aut deprimetur, ſed vterque in borizonte erit. cum enim à Zeoith ad hotizontem ſint vndique gradus 90. & pariter ab æquinoctiali ad polum ſint gradus nonaginta, polos in borizonte poſitos eſſe neceſſarium eſt. vel cum nulla ſit latitudo, hoc eſt diſtantia ab æquinoctiali, eleuatio poli quæ illi æqualis, eſt nulla erit.

Quartò. In iis regionibus perpetuum eſt æquinoctium, ſeu & dies ſunt æquales noctibus, & omnium ſyderum circulus diurnus, biſatiàm diuiditur ad borizoote; ita vt tanta pars ſub horizonte lateat; quanta ſupta hotizontem eſt conſpicua. Ratio, eſt quia (*ex Tneod.* 1. *prop.* 15.) circulus maximus (qualis eſt hotizoo FG, per polos cuiuſcumque citculi, vt tropici IL, aut HK tranſiens, eum diuidit biſatiàm. idem dico de circulo diurno MN, vnde nullæ ſunt ſtellæ quæ non occidant.

Dicitur hæc Spbæræ diſpoſitio in qua poli in horizonte iaeent, Spbæra recta, eò quòd circuli diurni ad rectos angulos borizontem ſecent. vnde ſol rectà ſemper aſcendit; hotaſque 6. impendit ad boc; vt ab hotizonte, ad meridiem perueniat. quia horizon cum circulo ſextæ boræ congruit.

Ex boc recto aſcenſu accidit, vt crepuſcula ſint breuiora, cum enim vulgò crepuſculum perſeuerer, donec ſol gradum 18. infra horizontem attingat, verbi gratià citculum OP parallelum hotizonti; citiùs illum attinget, ſi per lineam perpendiculatem ad illum feratur; quam ſi per obliquam. quare in Sphæta recta dicuntur crepuſcula durare per ſemihoram, quod intelligendum eſt vſque ad medium crepuſculum; hoc eſt donec non ſufficiat lumen ad legendum. cum in iſtis regionibus ſæpe per integram horam, poſt ſolis occaſum, legere poſſimus. boc inqoam oritur, quod circuli omnes diurni, ad horizontem ſint recti.

Æſtatis, bycmis, veris, & autumni definitiooes non ita faciles ſunt; Aſtronomi enim, vt plurimum eas definiunt, in ordine ad certa ſigna Zodiaci, ſed hæ definitiones generales eſſe non poſſunt: eo quod, in oppoſitis regionibus opponantur iſtæ tempeſtates, idemque ingreſſus ſyderis in ſignum, aliquibus hyemem; aliis æſtatem efficiat. neque etiam præcisè ex calore, & frigore definiri poſſunt iſtæ tempeſtates; eò quòd propter nonnulla accidentia in certis regionibus, calor & frigus, contrariam habeant ſeriem, quàm ferat ſolis curſus; mediam igitur viam ingrediemur, & cum vt plurimum calot, & frigus, ſolis motum ſequantur: definiemus æſtatem, cum ſol maxime ad verticem illius regionis acceſſerit, ita vt initium æſtatis; ſit ille dies in quo ſol in meridie, euaſerit propior vertici : autumoos cum ſol meridianus recedendo à vertice, mediocrem ab eo incipiet babere diſtantiam, hyems incipiet cum ſol meridianus maximè à vertice receſſerit. ver deniqoe cùm ſol meridianus accedendo ad verticem, mediocrem ab eo diſtaotiam fuerit conſequutus. ita enim apud nos æſtas ioeipit, in ſolſtitio æſtiuo, quando ſol meridianus proprior vertici fuerit. autumnus cùm in receſſu ſol ad æquinoctium peruenerit, & mediocrem in meridie habuerit ab Zenith diſtantiam. byems cum ad ſolſtitium capricotni peruenerit, hoc eſt meridie, maximè à vertice receſſerit. denique ver cum accedendo ad nos mediocrem diſtantiam acquiſiuerit.

Ex

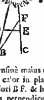
Ex hoc sequitur sub linea æquinoctiali, duplicem dari hyemem, duplicem æstatem, duplicem autumnum, & ver. nam cum sol erit in tropicis erit hyems, in quocumque tandem inueniatur, cum æquinoctialem peruenerit, ipsisque fiet verticalis, tunc erit æstas, in media distantia, nempe post vnum mensem, erit ver aut autumnus, nempe sole ingrediente arietem erit æstas; autumnus incipiet initiô Tauri; tunc enim declinabit grad. $11\frac{1}{2}$.

Autumnus per duos ferè menses perdurabit, sicut hyems per duo consequentes vsque ad initium virginis, tunc enim incipiet ver, vsque ad libram in qua rursus æstas erit; vsque ad scorpium in cuius initiô autumnus incipiet, duosque menses perdurabit; sequitur hyems per duos méses, & rursus ver per vnum.

In hoc duæ possunt fieri quæstiones, quare ver, & æstas vnum tantum mensem habeant, autumnus, & hyems, duos. Respondeo id oriri ex obliquitate Zodiaci, ob quam intra mensem circa æquinoctia, tantùmdem declinatio mutatur, quantùm intra duos circa solstitia, cum ergo in duobus solstitiis habeant hyemem, tam autumnus qui desinit in solstitium, & hyems quæ in solstitio incipit, erit duorum mensium.

Secunda quæstio quæ fieri potest, est ista, nempe cur initium æstatis sit, quando sol vertici proximior est; si enim calor sequatur accessum solis, tunc deberet esse medium æstatis quando sol maximè vicinus esset. Respondeo id euenire, eo quod calor patiatur contrarium, ideoque quamuis si præcisè solis accessum, aut recessum consideremus, id videretur consequi; quia tamen requiritur aliqua mora, vt terra prius frigoribus hyemis astricta, calorem concipiat, ideò maior est calor sole à vertice iam recedente, quam cum illi maximè vicinus est.

Quæres vlteriùs quare accessus solis ad verticem maiorem procreet calorem; Respondeo id non accidere propter viciniam, cum enim terra sit punctum respectu cœli, etiam solaris, saltem non habeat notabilem rationem, differentia illa quæ potest inesse, respectu diuersarum terræ partium; nempe quòd vni sit vicinior, quàm alteri, hæc inquam differentia, nullam potest diuersitatem inducere. hanc difficultatem expendi in tractatu optico, de distributione luminis, breuiter tamen indico, sint radij solares AB, AC qui secentur, seu excipiantur quantùm fieri potest directè, planô DE, & obliquè planô BF, non plures excipientur radij, planô DE, quàm planô BF, planum BF sit duplum plani DE, erit enim maius, cùm obliquè incidat, quare tantum luminis distribuetur maiori plano DE, quantùm minori, vnde intensiùe maius erit lumen, & consequenter maior calor in plano minori DE, quàm in plano maiori BF. & hæc est vt puto vera causa cur radius perpendicularis sit fortior, id quilibet poterit experiri; si enim planô quôcumque, modò perpendiculariter, modò valdè obliquè radios solares excipiat, maximam in illuminatione inæqualitatem animaduertet.



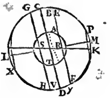

Alia item accidentia ad calorem conferunt, vt maior mora solis supra horizontem, diuturniori enim tempore, meliùs agit, quàm breuiori. minor eiusdem depressio infra horizontem; quæ duo accidentia in Sphærâ rectâ locum non habent; in qua vt dixi perpetuum est æquinoctium.

Terræ item species, nam in terram sulphuream, aliter sol agit; quàm in petrosam, aut pinguem. depressio item solis, aut eius à centro elongatio, vt iam dixi supra. situs item plurimum facit. sic in montanis regionibus, illæ partes quæ septentrionem respiciunt calorem vix sentiunt, quæ meridiem vinum generosius habent, quæ ad orientem vergunt, minorem habent calorem, quàm quæ ad occidentem. veuti item plurimum conferunt.

## PROPOSITIO XXIX.

### Theorema.

*Proprietates locorum, inter æquinoctialem, & tropicos positorum.*




Sit locus habitationis A, eius Zenith B, cadat inter circulum æquinoctialem CD, & alterutrum tropicorum EF, sit alter tropicus GH, sit horizon IK, axis mundi secans æquinoctialem ad angulos rectos, sit ML.

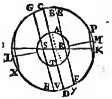
Primò alter polorum attollitur supra horizontem, alter totidem gradibus deprimitur, poterunt esse aliquæ stellæ quæ nunquam occidant, aliæ quæ non oriantur, & semper apparentium maximus, tot gradus continebit in semidiametro, quot gradibus polus eleuatur supra horizontem, talis est circulus PK.

Secundò bis in anno sol in meridie, fit illis verticalis, non tamen dies quibus id accidit, sunt oppositi semicirculô; sed æqualiter distant à tropicis, in circa, vt si diebus viginti ante solstitium sol transeat in meridie, per verticem B, totidem diebus post solstitium, rursus per verticem B, meridie transibit. ex quo sequitur quod in vno solstitio longiùs distet à vertice, quàm in alio. quod si præcisè in medio interuallo, inter tropicum, & æquinoctialem sit aliquis positus, sol in æquinoctio, tantum distabit à vertice quantum in solstitio vicino.

Quô die sol per verticem B transit, sit successiuè verticalis omnibus eandem latitudinem habentibus, percurritque in cœlo circulum perpendiculariter respondentem, circulo terrestri latitudinis.

Sole æquinoctialem attingente, est iis æquinoctium, quia cum horizon, IK, & æquinoctialis CD, sint maximi circuli, quorum scilicèt plana per centrum terræ transeunt; ex (*Theod* 1. *prop.* 1 s.) se inuicem bifariàm secant, ideòque pars OC suprà horizontem posita, æqualis est parti OD, infra horizontem depressæ.

FFFf 3 Dies




Dies maximus erit (*per* 20.2. *Theod.*) sole tropicum vicinum polo conspicuo percuriente, quia pars RE maior est parte RF, & tunc minima nox erit: quæ æqualis erit minimæ diei; quia segmenta SG, RF æqualia sunt, sicut segmenta RE, SH; igitur maxima nox, maximæ diei, minima nox minimæ diei æqualis erit.

Eorum antipodes in puncto T existentes, eundem horizontem habent, eamque cœli partem conspicuam, quæ istos latet. inde fit vt pariter æquinoctium habeant commune. sed cùm dies est maxima existentibus in puncto A, sole nempe percuriente segmentum RE, existentibus in loco T ipsis, diametraliter opposito, est maxima nox, quia toto eo tempore, sol versatur infra horizontem. E contrà sole percuriente segmentum SH, est nox maxima existentibus in B, dies maxima existentibus in T.

Sol à vertice V maximè distabit, in tropico EF, quando scilicet in meridie erit in F, in puncto autem H, sole oppositum tropicum peragrante, non erit tanta distantia.

Existentibus in puncto T eleuabitur supra horizontem polus alter L, iisque contraria erit latitudo.

Qui existent in eodem parallelo AY, tantumdem distabunt ab eodem tropico, & latitudinem habebunt & æqualem, & similem.

Ex qua consideratione facilè in mappa geographica, assignabis regiones, quibus sol quocumque die fiet verticalis. si nempe ex tabulis Astronomicis scias eius declinationem, seu distantiam ab æquinoctiali, ponamus solem habere declinationem decem graduum borealem, quære in mappâ geographicâ, circulum latitudinis ab æquinoctiali, decem gradibus dissitum; dico solem eô die omnibus regionibus sub illo latitudinis circulo positis, fieri successiuè verticalem.

Pro distinctione anni tempestatum, hoc est veris, æstatis, autumni, & hyemis, hæc varia est, pro diuersa distantia ab æquatore, qui ergo inter æquatorem, & tropicum cancri positi sunt, habent propriè initium hyemis sole tropicum oppositum percurrente. initium veris varium, cum enim ex definitionibus supra traditis, initium veris, sit in medioeri distantia à vertice, hæc varia erit pro variâ distantiâ verticis ab æquatore. Immò longior videbitur æstas, & quasi duplex, paruô inter illas interuallô; incipiet enim æstas cum sol per verticem progredietur, rursusque in regressu fiet alia æstas, vnde vix in illis regionibus potest benè admitti hæc distinctio tempestatum in quatuor. In istis autem omnibus non possunt esse difficultates nisi de nomine. quòd dixi de regionibus inter æquatorem, & tropicum cancri positis, proportione quâdam, de aliis inter eundem æquatorem, & tropicum capricorni existentibus est intelligendum.

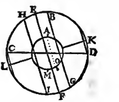
Vmbra in iis regionibus, sicut & sub æquinoctiali, in omnem fertur loci differentiam, hoc est aliquando meridie nulla est, aliquando in meridie fertur ad austrum, nonnunquam ad septentrionem, quod clarissimum est ex dispositione solis, longior est vmbra meridiana sole solstitium remotius occupante.

In iis locis duo sunt æquinoctia, consueta, nempe cum sol, ad arietem, aut ad libram peruenerit. crepuscula sunt paulò maiora quàm sub æquinoctiali circulo.

## PROPOSITIO XXX.

### Theorema.

*De Proprietatibus locorum sub tropico positorum.*




Sit locus habitationis A, Zenith B, in vno tropico, verbi gratia in tropico cancri B G; sit horizon CD, æquinoctialis EF, alter tropicus capricorni sit HI. axis KL.

Primò in iis regionibus alter polorum supra horizontem attollitur gradibus $23\frac{1}{2}$, (*per* 18. *huius*) nam latitudo est graduum $23\frac{1}{2}$, alter polorum totidem gradibus infra horizontem deprimitur. Item quæcumque stellæ à polo conspicuo, paucioribus quàm viginti tribus gradibus distabunt, nunquam occident, seu nunquam horizontem attingent. & de die semper apparerent, nisi nimius solis fulgor obesset.

Secundò semel tantùm in anno, sol fiet illis regionibus verticalis, & hoc meridie, quando nempe tropicum cui subiacent percurret. vnde omnibus populis, tali tropico subiectis successiuè fiet verticalis. Et in iis omnibus meridie nullæ erunt vmbræ, hoe est vmbræ in pedem styli perpendiculariter erecti, cadunt.

Maxima dies erit, sole tropicum cui subsunt percurriente, quia horizon CD, inæqualiter tropicum BG, diuidit; maiorque eius pars supra horizontem inuenitur, (*per* 10 2. *Theod.*) è contra verò cum alter tropicus simili ratione diuidatur, ita tamen vt maior eius pars sub horizonte lateat (*per eandem*) erit maxima nox, seu minima dies, dum sol tropicum HI peragrabit. contrariô autem modô se habebunt antipodes M eundem scilicèt habentes horizontem, sed contrariô respectu.

Qui habitant in puncto O, immò in toto circulo AO, seu in tropico terrestri, dies omnes similiter habent, ac qui punctum A incolunt.

Æquinoctium habent sole æquatorem percurrente, quia vt dixi supra, omnis horizon est maximus circulus, secans æquinoctialem bifariàm, vnde

vnde pars illa æquinoctialis quæ ſupra æquatorem couſpicua, eſt æqualis illi quæ infra illum latet. (*per* 15. 1. *Theod.*)

Ea definitionibus ſuprà traditis non erit difficile initia quatuor anni tempeſtatum aſſignare. nempe qui in tropico cancri verſantur, æſtatis iuitium habent, circa 24 Iunij, initium autumni ſole æquatorem percurrente, nempe 24. Septembris, initium hyemis dum ſol in tropico HI verſabitur, hoc eſt 24. decembris denique æquinoctium vernum 21 martij.

Sol à vertice diſtabit non pluribus quam 47. gradibus, vnde in tropico appoſito eleuabitur gradibus 43. atque iſti ſunt termini zonæ torridæ.

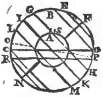
Dies maxima erit horarum $13\frac{1}{2}$, & conſequenter dies minima horarum $10\frac{1}{2}$ oſtendemus autem infrà quomodo id ſupputari debeat.

Denique qui ſub tropico cancri verſantur, non habent vnquam vmbram ad auſtrum procedentem, ſicut neque qui ſub tropico capricorni, Septentrionalem.

PROPOSITIO XXXI.

Theorema.

*Proprietates zonæ temperatæ.*




In zona temperata, illæ regiones ſitæ, ſunt, quarum zenith inter tropicum & circulum polarem vicinum inuenitur, In zona temperata ſeptentrionali reperiuntur, ij quorum vertex inter tropicum cancri, & circulum polarem borealem, ſitus eſt. in zona temperata auſtrali ij; quorum Zenith inter tropicum capricorni & circulum polarem antarcticum inuenitur, vt ſi ſit habitator in A cuius vertex B, horizon CD.

Primò in iis omnibus regionibus nunquam ſol fit verticalis, vt ex figura ſatis apparet, quia nullus circulus diurnus per eorum verticem tranſit. nam circuli diurni ſolis inter tropicos continentur, eò quòd Eclyptica non vlteriùs tranſeat. Atque hæc eſt ratio quare moderatum habeant calorem, ſole nunquam verticaliter ipſis impendente.

Æquales habent diebus noctes bis in anno, nempe dum ſol æquinoctialem attingit, cum tam æquator, quàm horizon ſint circuli maximi, qui (*ex Theodoſij* 11. *l.* 1.) ſe bifariàm ſecant.

Vnus polus attollitur, ſupra horizontem, alter tantumdem deprimitur, multæ ſunt ſtellæ perpetuæ apparitionis, hoc eſt quæ nunquam horizontem attingunt, quales eſſent in præſenti figura quæcumque intra ſegmentum DEF continentur ſunt etiam ſtellæ aliquæ perpetuæ occultationis, ſeu quæ ſuprà horizontem nunquam aſcendunt.

Exceptâ die, quâ ſol æquatorem percurrit, dies ſunt noctibus inæquales, dum ſol verſatur in parallelis ab æquatore ad polum conſpicuum declinantibus, dies ſunt maiores noctibus, quando verò percurrit parallelos ab æquatore, ad polum non apparentem, declinantes, noctes ſunt diebus maiores. vt dum ſol percurrit parallelum H G declinantem ab æquinoctiali IK, verſus polum conſpicuum F, dies erunt maiores noctibus. quia ſegmentum XG, maius eſt ſegmento HX, è contra verò dum ſol feretur, per circulum diurnum ML maiores erunt noctes diebus.

Quò maior erit latitudo, eò maior erit dierum inæqualitas, hoc eſt dies æſtate maiores erunt, hyeme minores. ita illius qui punctum S incolit, horizon OP, magis inæqualiter parallelos LM, GH diuidit, quàm horizon CD.

Nullus tamen erit parallelus qui ab horizonte non ſecetur, atque adeò in Zonis temperatis, intra 24. horas ſemel ſol occidit & oritur.

Qui Zonam temperatam borealem incolunt, initium hyemis habent ſole tropicũ capricorni percurrente, æſtatem eôdem ſole tropicum cancri peragrante; vt ſi polus arcticus ſit F, tropicus cancri HG, tropicus capricorni ML; quando ſol percurret parallelum GH incipiet æſtas, quia tunc ſol maximè accedet ad verticem B; maximè recedet, dum percurret parallelum L M, atque adeò incipiet hyems. vmbræ in Zonis temperatis non procedunt in omnem partem, ſed deficit ſemper aliqua pars horizontis in quam vmbra nõ proiicitur, in ſeptentrionali Zonâ, vmbra nunquam excurrit in auſtrum, & in medio Zonæ temperatæ, vmbra nunquam attingit quadrantem integrum circa meridiem, ſi tamen verſus polum procedatur, cum magis obliquè ſecentur paralleli ſolis, ſeu circuli diurni, maiorem etiam horizontis partem occupabunt.

In Zona temperata crepuſcula ſunt maiora, & quò ad polum magis acceſſeris; eò etiam erunt maiora, ob duplicem cauſam, prima eſt, quòd circuli diurni, quos ſol percurrit ſunt magis obliqui, maiuſque tempus impendat, vt ad circulum almicantarath deſcendat, qui eſt finis crepuſculi. quod vt intelligatur, ponamus crepuſculum perdurare donec ſol attingat, circulum parallelum horizontis ab eo diſtantem gradibus 18. qui ſit repræſentatus per lineam PR, ſitque paralleli ſegmentum, interceptum inter horizontem & prædictum parallelum, ſi parallelus rectè ab horizonte ſecaretur, (vt accidit in Sphæra recta) paralleli arcus eſſet maior, clariſſimum autem eſt (*per* 17. 1. *Eucl.*) baſin maiorem eſſe lineâ alia. & conſequenter, eam maiorem eſſe partem circuli quem repræſentat, quàm aliam, quod trigonometrice probari poſſet, vt in tractatu crepuſculorum abunde fiet; igitur crepuſcula in Zona temperata maiora ſunt, propter obliquitatem circulorum diurnorum, in ordine ad horizontem. ex quo ſequitur quòd in extremitate Zonæ temperatæ, vt in Suecia, æſtate crepuſcula coniungantur, ita vt etiamſi ſol occidat, nunquam tamen octodecim gradibus, infra horizontem deſcendat.

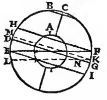
Altera ratio accidentalis eſſe poteſt, quod in Zonâ temperatâ aër ſit craſſior, altior athmoſphæra, & conſequenter maior refractio (ſi tamen crepuſculum ex refractione oritur) aut ſaltem magis remittuntur radij ſolares.

PROPO

## PROPOSITIO XXXII.

Theorema.

*Proprietates locorum, quorum Zenith est in alterutro circulorum polarium.*




Iam attingimus zonas frigidas, versamurque in confinio Zonæ temperatæ. sit ergo aliquis in puncto A, cuius Zenith B sit in circulo polari hoc est distet à polo C gradibus $23\frac{1}{2}$. eritque latitudo DB, deficiens à quadrante gradibus $23\frac{1}{2}$, hoc est gradum $66\frac{1}{2}$. sit horizon EF, erit eleuatio poli, arcus CF, gradum $66\frac{1}{2}$, quia autem arcus CG, est quadrans, distantia nempe poli ab æquinoctiali, si ab eo auferas arcum CF graduum $66\frac{1}{2}$, restabit arcus GF graduum $23\frac{1}{2}$, qualis est declinatio tropici, FH erit tropicus attingens horizontem in puncto F. pariter cum arcus FG sit graduum $23\frac{1}{2}$, arcus DE erit totidem graduum, quare per punctum E transit alter tropicus, qui erit EI. vnus ergo tropicus FH totus est supra horizontem, alter verò EI totus infra horizontem.

Ex hoc sequitur in eleuatione graduum $66\frac{1}{2}$, dari diem 24 horarum, in quo scilicet solis centrum horizontem attingat; non tamen infra illum demergatur. pariter dari noctem horarum 24. in qua solis centrum in horizonte inueniatur, non tamen supra illum emergat, quod accidet in tropicis, vt respectu illius qui in puncto A existeret, dum sol percutteret tropicum FH oriretur in F, eleuaretur vsque ad meridiem in H, descenderet ex alia parte vsque ad F. eius eleuatio in puncto H esset graduum 47. pariter dum sol attingeret solstitium oppositum, & motu diurno ferretur per tropicum EI, solis centrum attingeret quidem punctum E, non tamen supra horizontem eô die eleuaretur; sequenti tamen die aliquantulum eleuaretur, parùm tamen, quia in solstitiis sol non mutat multùm declinationem, intra 24. horas; ita vt vndecim diebus circa solstitium modica sit illa differentia. idem intelligendum de tropico FH.

Æquinoctium erit idem, & eôdem tempore, quô fit in cæteris orbis partibus. nam sole æquinoctialem circulum DG percutrente, cum iàm horizon EF, quàm æquator RG sint circuli maximi, necessarium est, vt se inuicem bifariàm secent. (*per* 11. 1. *Theod* )

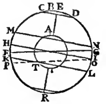
Crepuscula in iis regionibus maxima erunt, & tanta vt dimidio mense post æquinoctium vernum, vsque ad dimidium mensē ante æquinoctiū autumnale, iis qui in circulo polari arctico, verticem habent, nulla sit nox plena & perfecta, sed falsum crepusculum aliquod, affulgeat, crepusculumque vespertinum aurotam attingat. quod vt ostendam, sit horizon EF; KL circulus horizonti parallelus, & ab eo distans gradibus 18. qui communiter censetur esse ille, ad quem cum sol peruenerit, vel initium est auroræ, in parte orientali, vel finis crepusculi vespertini in parte occidentali. est ergo arcus KF graduum 18. & reliquus GK, graduum $5\frac{1}{2}$. ducatur per K parallelus KM, declinans ab æquinoctiali gradibus $5\frac{1}{2}$. ad eum parallelum sol peruenerit die decimâ quartâ post æqoinoctium, vt constat ex tabulis declinationis, & ad eum rursus perueniet die decimâ quartâ, ante æquinoctium sequens. dum ergo sol percurrit parallelom KM, non descendit infra circulum KL, sed vbi illum attigerit, rursus eleuabitur versus horizontem. quare tunc finis crepusculi vespertini, coincider cum initio aurotæ, vbi verò sol magis recesserit ab æquinoctio, parallelumque alium describet, inter KM, HF, tunc non attinget circulum KL; quare non finietur vnquam crepusculum, sed antequam sit plena nox, incipiet aurora illucescere, In ipsô autem æquinoctio nox plena quidem erit, sed paucarum horarum; atque hæc de luminis distributione.

Quod pertinet ad tempestatum anni distributionem, habent & isti suam æstatem tempore consuetô, nempe cuius initium coincidat cum solstitio æstiuo, seu cum illo solstitio, quod ad polum conspicuum vergit. initium autumni & veris sole æquinoctium percurrente, initium hyemis in solstitio opposito. Non est autem dubium, quin illæ regiones, sint frigidissimæ. quamuis enim æstate, sol per 24. horas sit supra horizontem, & non multùm deprimatur infra horizontem, hoc tamen compensare non potest obliquitatem radiorum, quare frigidæ sunt regiones.

## PROPOSITIO XXXIII.

Theorema.

*Proprietates regionum. quarum Zenith est inter circulum polarem, & polum.*




Regiones Zonæ frigidæ. quarum Zenith positum est inter circulum polarem, & polum, multos dies habēt continuos quibus sol non occidit. sicut & noctes alii quorum mensium, quibus sol supra horizontem non assurgit. Sit verbi gratiâ aliquis in puncto A cuius vertex B, sit intra polarem circulum CD; & polum E, sit horizon FG, æquator HI, tropici KL. MN, primò erit arcus inter verticem B & polum minor 23 gradibus, ponamus esse graduum 15. eritque reliquus BH latitudo regionis graduum 75 & pariter altitudo poli GE, erit graduum 75. & arcus GI. graduum 15. cum autem tropici declinent gradibus $23\frac{1}{2}$ erit arcus

arcus GN graduum $8\frac{1}{2}$, idem dico de arcu IK. omnes igitur paralleli qui magis ab æquatore declinabunt versùs polum E, quàm gradibus 15. toti supra horizontem erunt; quare tutô illô tempore, quô sol in illis parallelis versabitur manebit supra horizontem. Vt in hoc exemplo, sol habebit declinationem graduum 15. circa 10. Tauri, & 20. Leonis, hoc est ab Initio Mayi, ad 10. Augusti, quare in exemplo apposito, toto illo tempore sol horizontem non attinget, eritque dies perpetua trium mensium, & decem dierum. E contrà dum sol declinabit 15. gradibus, seu arcu H F, versus polum oppositum R, sol supra horizontem non ascendet.

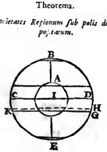
Crepuscula item in iis regionibus sunt maxima. vt in apposito exemplo infra horizontem FG, ducatur circulus PO ab eo distans gradibus 18. in quo ex communi opinione, finiuntur & incipiunt omnia crepuscula, quia autem arcus GI, est graduum 15. & arcus GO supponitur esse graduum 18. erit arcus IO graduum 3. quare donec sol attingat parallelum declinantem ab æquinoctio H I, gradibus tribus, versus polum R, nulla erit nox plena, & perfecta. & in exemplo nostro ab 8. diebus ante æquinoctium vernum, ad octo dies post æquinoctium autumnale, nulla erit nox perfecta, sed aut sol supra horizontem erit; aut certè aurora, & crepusculum.

In iis regionibus etiam dum sol per tres menses non apparet; sed infra horizontem delitescit, multis tamen horis apparet crepusculum, vt quatuor, aut quinque ante meridiem affulget aurora, totidemque crepusculum post meridiem perdurat. vt sole tropicum LK percurrente, interea dum fertur per arcum TK, inuenietur supra circulum PO, quem diximus esse initium auroræ, & finem crepusculi.

## PROPOSITIO XXXIV.

Theorema.

*Proprietates Regionum sub polis directè positarum.*




Ij qui sub polis degunt, hoc est quorum vertex cum polo coincidit, primò habent horizontem cum æquatore congruentem. Sit enim aliquis habitans in regione A. cuius vertex, sit in puncto B, sitque B polus mundi. cum Zenith sit polus horizontis, idemque sit polus æquatoris, & tam horizon, quàm æquator sint maximi circuli eos congruere necesse est sit ergo æquator CD, idemque horizon. quamdiu igitur sol declinabit ab æquatore versus polum conspicuum B, tamdiu versabitur supra horizontem, quamdiu verò declinabit ab æquatore versus polum depressum E; tamdiu delitescet infra horizontem Sed per 6. menses declinat ab æquatore ad polum conspicuum B; totidemque declinat ab eodem æquatore, ad polum occultum E; igitur per 6. menses sol manebit supra horizontem, totidemque mensibus, infra horizontem latebit. locum igitur habemus in quo annus, sit dies vnica. hoc est annus definiatur vnâ die, & vnâ nocte. Sit enim Eclyptica FG. secans æquinoctialem, & consequenter horizontem in puncto I. interea dum sol percurret semicirculum IFI, quamuis motu primi mobilis circumagatur, circa axem BE, describatque circulos (vt vocant diurnos) hoc est intra tempus 24. horarum describat vnum, in percurrendo tamen circulo IFI sex menses circiter impendit, & in percurrendo semicirculo IGI, totidem ferè insumit. Dixi circiter & ferè, quia propter eccentricitatem circuli annui solaris, plures dies insumit in percurrendo semicirculo boreali, quam in percurrendo semicirculo australi, vnde qui versantur sub polo boreali 187. dies continuos sine nocte habent, noctes verò sine die 178. E contra qui sub polo antarctico degunt, dies continuos tantùm habent 178. noctes verò 187. quæ differentia in tota luminis distributione, regnat proportione quadam in aliis Zonis.

Crepuscula autem sunt longissima, nam cum arcus DG, sit graduum $23\frac{1}{2}$, abscindatur arcus DH graduum 18. quæ declinatio conuenit verbi gratia, respectu poli arctici, conuenit (inquam) gradui nono amphoræ, quare aurora incipiet quinquaginta gradibus ante æquinoctium vernum, id est circiter diebus quinquaginta, finietque crepusculum vespertinum totidem circiter diebus post æquinoctium vernum, quare nox perfecta duos tantùm menses, dies viginti obtinebit. quæ quidem vera sunt ex suppositione, quod tunc tantùm finiantur crepuscula, cùm sol peruenerit ad 18. gradum sub horizonte, diuersitas tamen athmosphæræ, diuersitatem in crepusculorum durationem inuehere potest.

In ea regione omnes circuli horarij, possunt diei meridiani, nec vlla est ratio cur, vni potiùs quam alteri hæc denominatio tribuatur. cum enim meridianus definiatur, maximus circulus per polos mundi, & per Zenith illius regionis transiens, & cum Zenith illius regionis, idem sit qui polus mundi, omnis circulus per polos mundi transiens, meridianus erit.

Addo vlteriùs quod sub polo acus Magnetica, staret indifferens in omnem plagam, nec potiùs in vnam partem tenderet, quam in aliam. eius situs maximè naturalis esset, si verticaliter erecta, polum ipsum terræ respiceret, animaduertimus enim acus Magneti versus polos admotas, in directum cum ipsius axe manere.

Quamuis dicantur communiter æquinoctia, esse toti telluri communia, propter rationem sæpiùs allatam; nempe quod horizon, & æquinoctialis, sint maximi circuli; so se consequenter bifariàm intersecantes, non tamen hæc regula locum habere potest, respectu

regionum ſub polo poſitarum, quia horizon, & æquator non ſe ſecant, ſed inuicem congruunt. Intelligendum igitur eſt æquinoctium quod ſolis æquatorem percurrentis centrum, per horizontem eô die circumrotetur, atque adeo dies noctî eô die æquetur, nempe ſit totô die nox ſecundum mediam ſolis partem, cùm media eius pars ſub horizonte lateat, ſit etiam dies ſecundùm aliam mediam ſolis partem.

In ea regione ſtellæ fixæ nec oriuntur, nec occidunt, ſed quæcumque habent declinationem borealem, exiſtentibus ſub polo arctico, ſunt perpetuæ apparitionis, cùm horizon, æquator, & ſemper apparentium maximus ſint vnus idemque circulus; pariter quæcumque ſydera declinationem habent auſtralem, reſpectu eorumdem perpetuæ ſunt occultationis.

Stellæ dum ſuos circulos agunt; eandem ſemper obtinent eleuationem, nam circuli eleuationum, quos volgò Almicantarath nominant, cum circulis diurnis ſtellarum, ſeu parallelis æquatori conueniunt. Sicut verticales circuli cum circulis horariis congruunt.

Nullus ibi ventus Septentrionalis. omnes auſtrales dici debent, à quâcumque enim plagâ, in eam regionem ſpiret, ſemper ex partibus auſtralibus, ad Septentrionales feretur. loquor de polo arctico, nam de polo antarctico, contrarium dicendum eſt; nempe omnes ventos ibi Septentrionales eſſe.

Si oculus eſſet punctum, & in polo terræ ſtatueretur in opinione Copernicana, omnes ſtellas immotas cerneret.

## PROPOSITIO XXXV.

### Theorema.

*Superiorem doctrinam in globis, & mappis Geographicis vniuerſalibus exhibere.*

Vt meliùs quæ ſuperiùs tradidimus Tyronum imaginationi inhæreant, eadem in globis, Sphæris, & mappis Geographicis præcipuè verò vniuerſalibus exhibere volui. Et primò quidem in globo terreſtri, ſi ſtatuatur globus terreſtris, ita vt eius poli ſint in horizonte immobili, ea omnia quæ de Sphæra recta diximus intuebetis. nam primò æquinoctialis circulus, attingit meridiani punctum ſupremum. igitur ſi intelligatur ſol ita circumagi, vt totô die, è plano æquinoctiali non egrediatur; neceſſariò per verticem tranſit. Et hoc bis in anno, cum duo ſint æquinoctia. Intelliges item facile quomodo ſucceſſiuè fiat verticalis omnibus regionibus æquinoctiali ſubiectis. Et cùm extra tropicos non egrediatur, intelliges quomodo à Zenith eorum, pluribus quàm gradibus $23\frac{1}{2}$ hinc inde non aberret dum meridiem attinget. neuter polus attolletur ſupra horizontem vt globus oſtendit. Eſt perpetuum æquinoctium, nam in eo globi ſitu videbis, tam æquinoctialem quàm tropicos, & alios circulos inter æquinoctialem & tropicos, parallelos vtique æquinoctiali, bifariàm ſecari àb horizontali circulo. Idem videre poteris in mappa vniuerſali, quæ duas partes globi, quaſi extenſas refert, habe præ manibus ligneam regulam, quam polis mundi applicabis, hæc horizontem refert, videbiſque omnes parallelos, non tantum ſolares; ſed etiam quoſcumque alios bifariàm a tali regula ſecari.

Attollatur ad libitum alteruter polorum, minùs tamen, quàm gradibus $23\frac{1}{2}$. vt habeatur diſpoſitio ſecunda, nempe alicuius loci Zonæ torridæ, inter æquinoctialem, & tropicum ſiti, ibi videbis aliquem parallelum, attingere locum ſupremum meridiani immobilis, qui parallelus in duobus locis attingit Zodiacum; ſi notentur hæc puncta, & ad quem gradum pertineant, videbis quibus anni diebus ſol illi regioni fiat verticalis. Immò datâ regione in Zona torrida, facilè duos dies aſſignabis quibus ſol illis fiat verticalis. nam in globo, aut mappâ vniuerſali, ſequere parallelum per eam regionem ductum, donec in duobus locis Zodiacum, ſeu Eclypticam attingat, cum ſol ad tales gradus Eclypticæ peruenerit, illi regioni fiet verticalis. E contrà quacumque die propoſitâ, ſcies omnes regiones quibus fiet verticalis, ſi in Zodiaco quæras gradum quem eô die ſol percurrit, parallelus enim per eum gradum tranſiens, eſt is in quo ſol eô die mouetur, fietque ſucceſſiuè verticalis regionibus in eo notatis. In mappa idem præſtabis, ſi datô die ſcias locum ſolis in Zodiaco, & eius declinationem, circulus enim latitudinis terreſtris, æqualiter ab æquinoctiali diſtans, erit circulus quem ſol eo die percurret.

Attollatur alteruter polus globi materialis, vel ita aptetur regula centro mappæ materialis, donec alteruter polorum gradibus $23\frac{1}{2}$ attollatur ſupra horizontem. In tali ſitu animaduertes tropicum tranſire per Zenith. atque adeò ſolem, eundem tropicum percurrentem, fieri verticalem illi regioni; animaduertes item inæqualiter parallelos ſecari ab horizonte immobili, aut à regula vices eius obeunte. æquinoctialem tamen bifariàm diuidi, ſeu in circulo horæ ſextæ.

Promoue vlteriùs polum ſupra horizontem immobilem, donec pluribus, quàm gradibus $23\frac{1}{2}$ attollatur. tunc nullus parallelorum inter tropicos interceptorum attinget verticem, vnde cum ſol extra tropicos non egrediatur, nunquam illis regionibus fiet verticalis. Secondò eò magis inæqualiter paralleli ab horizonte ſecabuntur, quò maior erit altitudo poli; hoc eſt eò dies maiores erunt æſtate, minores hyeme. Poteris item videre, quô in verticali, ſol oriatur quolibet die, ſi nempe in horizonte immobili animaduertas gradum, in quô parallelus ſolis, tali diei deſtinatus, eum ſecat, quantùm diſtet à Zenith in meridie; aliaque multa quæ ex globorum vſu decerpi poſſunt.

Pariter datô locô in Zona frigida ſitô, eos dies aſſignabis quibus ſol, illi loco non occidet, aut quibus non orietur, aut quibus orietur, & occidet Eleuetur polus ſupra horizontem pro datâ loci latitudine, & in tali ſitu animaduerte, qui ſolis paralleli toti ſupra horizontem inueniantur,

dum

dum ſol illos percuttet, in ea loci latitudine, ſol neque orietur neque occidet, quod etiam in mappis vniuerſalibus, applicatâ regulâ pro horizonte, videre licet.

Item io mappis vniuerſalibus quibuſcumque hoc ita exequeris. nota complementum latitudinis illius regionis, pooamus eſſe 15. gradus. paralleli declinantes verſus eundem polum pluribus quam 15. gradibus, toti erunt ſupra horizontem, atque adeò dum ſol eos percurret non occidet. quicumque paralleli maiorem habebunt declinationem verſus polum oppoſitum, quàm graduom 15. toti erunt ſub horizonte, & ſol eos percurreos non orietur, paralleli minorem vtrinque declinationem habentes, quàm graduum 15. horizontem ſecabunt, atque adeò ſol dum in iis verſabitur & orietur, & occidet.

## PROPOSITIO XXXVI.

### Theorema.

*Accidentales quatuor anni tempeſtatum in variis regionibus diuiſiones.*

Hæc propoſitio potiùs hiſtorica eſt, quàm mathematica pendet enim ex variis accidentibus, propter quæ tempeſtates vt ita dicam terreſtres, cum cœleſtibus non conueniunt. quis enim credat in variis Zoaæ torridæ locis, ſufficientem noo eſſe ad maturaodos racemos calorem, ſiue quia ſumma mootiom iuga ad mediam ferè regionem pertingunt; ſiue quia continuis pluoiis, ita irrigantor, eô præcipuè tempore, quô vuæ matureſcere deberent, vt calor ſit modicus. In genere tamen in ea Zoaâ hyems potiùs pluuiis definitur, quam gelu, & frigore, quod etiam in plurimis Zonæ temperatæ locis, licet animaduertere. Incipiamus igitur à torrida, vellem autem vt Tyrones iſta legentes, præ manibus aut globum terreſtrem, aut mappam Geographicam haberent. non ſemper afferam rationes quare terreſtres tempeſtates, differant à cœleſtibus, quia hæc ſæpe ex variis circumſtantiis locorum petenda eſſet, quæ noo ſatis diligenter ab authoribus notatæ ſunt. maritimæ quidem vt à noſtris Europæis circumnauigatæ, meliùs cognoſcuntur, quàm mediterranea loca.

## AFRICA.

Occidentalis pars Africæ, quæ à promontorio viridi, ſeu à 14. gradu latitudinis, ad tropicum cancri, ſeu ad $23\frac{1}{2}$ protenditur fertilis eſt in frumento, pomis, & armentis; homines habet robuſtos, caloré ſupra mediocritaté. vnde incolæ nudi incedunt; Hanc fertilitatem inducunt. Primò fluuij Senega & Gambea, vicinum mare vapores ſubminiſtrat, non eſt ootatum quomodo ibi ſe habeant anni tempeſtates.

Ab octauo gradu vſque ad extremitatem Africæ, hoc eſt vſque ad ſecundum, aut tertium gradum ab æquatore, quæ Regio Guinea dicitur, & di Benio. non eſt adeo fertilis, in ea frutices & arbores totô annô virent. habent pluuios menſes, quibus nihil ſeritur, aut metitur, videnturque eſſe contra cœleſtem rationem, Menſibus Aprili, Mayo, & Iunio ferè continuæ ibi ſuot pluuiæ, tonitrua & tempeſtates; vnde videtur ibi hyems eſſe illis menſibus, ſequentibus tribus, Iulió Auguſtô & Septembri ver, æſtas Octobri, Nouemb. Decemb. & autûnus Ianuariô, Fèbruariô, Martiô. cum tamen in fine Aprilis & Septembris ſolem habeant verticalem. Et quod mirandum eſt in Inſulis heſperidibus non longè à Sierra Lione diſtantibus; aliô modô. & fere contrariô res ſe haber. dicitur ſol antequam accidat tegi nubibus, ſaltem vt plurimum.

*Tom. I.*

Nigritarum regio, quæ tropicô cancri & Guineâ, continetur, vt plurimum ſterilis eſt, exceptâ eâ parte, quæ nigro fluuio alluitur, Fluuius autem hic Nilum imitatur, fertilitatemque terris inducit, multoſque lacus efficit. Loca Lybiæ confinia vt plurimum ſterilia ſunt, vt pote arenoſa.

Regna Angolæ, Manicongo, Congo à 2. gradu latit. borealis vſque ferè ad tropicum capricorni, habent tempeſtates anni cum cœleſtibus ferè conuenientes, nam à 21. Martij ad 24 Sept. autumnum & hyemem experiuntur, quia ſol ab illis recedit, & pluuias frequentes habent, accedunt iuga montium altiſſima, verſus orientem ſita, & io toto tractu vig.t Zephyroboreas pluuias in iuga montium impellens. vltra quæ ſpirat Euro auſter contrarius priori. In his montibus creditur eſſe origo Nili. Fluuij Congi etiam exundant ſicut Nilus.

Io vicino regno Louuango, aliô modô ſe res habet, propter contrarium ibi ventum vt diximus regnantem, menſes enim pluuij ſunt Ianuarius, Februarius, Martius, Aprilis.

In Regnis Zofula, Mozambicu, Quiloa, menſes pluuij ſunt September, October, Nouember, December, Ianuarius.

Ignoratur quales ſint anni tempeſtates in reliqua ora Maritima Orientali, Africæ, vſque ad fauces Arabici ſinus, conſtat quidem hunc tractum ſitieuloſum eſſe, & arentem.

## ASIA.

Regiones Aſiæ mari rubro adiacentes, à Mecca ad Aden, maximo torrentur æſtu, præcipuè dum ſol eorum capitibus imminet, tantos autem eſt calor, vt ditiores ſibi aquam continuò affundi curent; aut in aqua iaceant. In Aden mercatores tantùm noctu conueniunt. arena ad hunc calorem multum confert.

In tota Arabia ferè ſimilis eſt calor.

Cambaya Indiæ, iacet in ipſo tropico cancri, ſicut & in ora Malabarici littoris vſque ad latitudinem borealem graduum 8. Menſes pluuij ſunt Iunius, Iulius, Auguſtus, September, præcipuè verò à medio Iunio, ad medium Septembrem. magis pluit in Goana, & Cocioenſi prouincia, quàm in Cambaya. Goæ pluit nonunquam Menſibus Aprili, & Mayo, maxima eſt ſiccitas à 25. Decembris ad 21. Martij. habet littus illud frequentes procelias, & tonitrua, & menſibus pluuialibus mare clauſum eſt, vſque ad Septembrem: pluuialibus menſibus pluuia non eſt continua, ſed per aliquas tantum diei horas, vnde ſole nubibus tectô, tempus eſt aptum ad ſerendum. Si pluuiæ

aliquo annô non veniant, est maxima annonæ caritas, vt accidit anno 1630. cæteruo fertilis est regio. sementem faciunt mayo, & Iuniô, messem Nouembri; & Decembri. in quo notandum est hyemem esse, contra cœlestem rationem. noctes frigidæ, ventus a meridie, ad medium noctem.

In orientali Indiæ littore cui nomen Coromandel, mensibus Martiô, Aprili, Mayô, Iuniô Ingentes sunt æstus, ob ventum borealem feruidissimum. pluuiæ occupant menses Iulium, Augustum Septembrem & Octobrem, mensibus Nouembri, Decembri, Ianuario, Februariô sentitur aliquid frigoris, præcipuè noctu. In eo tractu sunt montis Gatis iuga, quæ Coromandelium diuidunt, ita vt trans Gatem sæpe sit hyems & cis Gatem sit æstas.

In Regionibus Gangetici maris, nempe in Regnis Sian, Begu, Malaca, pluuiales menses sunt September, October, Nouember, malacæ autem exceptis mensibus Ianuariô, Februariô Martiô, singulis hebdomadibus, pluit bis aut ter. fertilitas in his regionibus ab exundatione fluuiorum oritur. In regno Patanæ viciniisque regionibus æstas incipit à Februario, ad finem Octobris.

## AMERICA.

America duplex est Septentrionalis, & Australis, Australis diuiditur in Peru, & Brasiliam. Peruuiana in tres partes subdiuiditur, in littoralem, montanam, & planam. quæ tres regiones licèt in eodem climate existant, contrarias sæpè anni tempestates experiuntur. In montanis pluuialem hyemem habent à mense Octobri, ad finem Martij, cum æstatem habere deberent, æstatem ab Aprili ad Octobrem. mensibus pluuiis ferè continuè sunt, imbres, siccis nulli. In maritima Peruuiana, ferè nulla hyems, nulla pluuia, ab Aprili tamen ad Octobrem, non est calor, quia sol ab illis recedit. quibus mensibus aër nebulosus, vt plurimum solem tegit. non pluit quidem sed ros decidit, quô tempore in montanis serenum est cœlum. In planitie eædem tempestates ac in montibus.

In insula Gorgon pluit ferè per octo menses, cum tonitru, non pluit mensibus mayô, Iuniô, Iuliô, & Augusto. eius lat. Australis trium graduum.

In Prouincia Pastos nimium frigus fruges impedit. In agro vrbis Cusco, in medio æquatoris, & tropici capricorni, gelu, & niues deprehenduntur. in omnibus supradictis regionibus venti Australes cœlum serenant.

Brasilia orientem respicit à 2. gradu latitudinis Australis, ad 24. Iucunda & salubri temperie aëris, pluuias habet ab Aprili, ad Augustum. quô mense procellæ sæuiunt, noctes habet frigidissimas, præcipuè verò in mediterraneis locis. pluuiarum guttæ magnæ, cum impetu decidentes; habet autem colles amœnos, menses pluuij sunt Februarius, Martius, Aprilis, Mayus, Iunius Iulius, Augustus præcipuè Mayus, & Iulius.

In Septentrionali Americæ menses pluuij, à Mayo ad Octobrem; reliquis æstus, & siccitas. Montes ad S. Mattham 11 gradibus ab æquatore ad boream niue plerumque teguntur.

Quare constat in torrida vt plurimum non esse sensibile frigus, ideoque hyemem pluuiis definiri, frigus in aliquibus sentitur, præcipuè noctè, post mediam noctem. Imminuit autem æstum quod dies non sint adeò longi, quod sol multum infra horizontem descendat; & venti frequentes sint.

## ZONÆ TEMPERATÆ.

In Zonis temperatis accessus, & recessus solis, vt plurimum totam tempestatum anni distributionem efficit. In eodem tamen climate est maxima diuersitas, quoties datur inæqualitas soli, nam in summis montium iugis, maximum est frigus, calor modicus, experiuntur tamen proportionatam quatuor anni tempestatum vicissitudinem.

Loca tropicis viciniora aliquid de torrida participant, etiamsi sint in Zona temperata. Sic in ea parte Guzaratensis regni, quæ in Zona temperata iacet, iidem sunt pluuij menses, qui in Zona torrida. Io littoribus Persiæ, circa Ormuzam tantus æstus, vt in aqua dormire cogantur. calor etiam intolerabilis in tota Arabia.

In tota Barbaria. Incipiunt imbres mediô Octobri, Decembri & Ianuariô frigus hem eodem tempore incipit, Decembri & Ianuariô frigus paulò maius, remissum tamen, vt non cogantur ad ignem accedere; Februario ferè omnino remittit frigus; initio Mayi iam cerasa matura sunt, mediô mayô iam ficus decerpunt, mediô Iuniô vuas. In multis locis est nix, præcipuè in Montanis vt in Atlante monte 7. gradibus distante à tropico, semper aliquid niuis apparet, habent hyemem ab Octobri, ad Aprilem. In Numidia, mayo frumentum metunt. Octobri dactylos ab Octobri ad Ianuarium frigus ingens. Si octobri & Aprili desint pluuiæ, sterilis est annus. multi sunt montes niue cooperti non procul à tropico.

In Ægypto, Ianuariô, & Februariô ver est temperatum, æstas incipit cum Martio, ad finem Augusti, Autumnus Septembrem & Octobrem occupat; hyems Nouembrem, & Decembrem. Messis mediô mayo perfecta est. nullus fructus in arboribus, Idibus Iunij incipit nili inundatio.

In Archipelago non pluit ab Aprili ad Octobrem, regnantque boreas, ab Octobri ad Aprilem sæpe pluit, regnat Auster, ideoque frigus valde remissum.

In Anglia aër minus frigidus, quàm in Belgio & Germania. In Gallia adhuc minus, in extrema prouincia Maritima frigus exiguum. In Hispania exceptis regionibus Pyrenęo vicinis, vix sentitur frigus.

Borealis pars regni Sinensis quæ excurrit à 30. gradu latitudinis, ad 42. frigus habet intensius quam Italia, cum flumina sæpe, gelu concrescant.

In freto magellanico, sub lat. australi graduum 52. æstate etiam niues habent. præcipuè in Montanis, quod notatum etiam est in plerisque locis Zonæ australis temperatæ, in quibus hyeme maius frigus, & æstate minor calor.

In regno Chili à 30. gradu latitudinis australis, ad 42. ver incipit mense Augusto, deberet tantùm incipere Septembri. vsque ad medium Nouembrem, ibi licèt vix ningat in planitie, est tamen frigus acerbissimum; & maius quàm in plerisque Europæ partibus.

In Iaponia à 31. latitud. borealis, ad 39. Hyems, frigidior multò, quàm in partibus Europæ

Europæ aut Asiæ sub eodem parallelo iacentibus.

In Armenia in planitie ingens calor æstate.

## DE ZONIS FRIGIDIS.

Vix quidquam certi habemus de istis regionibus, quæ non multum extenduntur, frigus haud dubiè habent intensissimum, etiam toto annò, sterilis est terra, & saxea, non habet habitatores. referunt nautæ Hollandi 23. Iunij in boreali Zona, se ingentem glaciem vidisse, quæ totum mare occuparet. alij die 11 Aug. in lat. boreali graduum 76. inuenerunt glaciem ad fundum maris continuam; 27. Sept. niues continuas.

## PROPOSITIO XXXVII.

### Theorema.

*De asciis, amphisciis, Antœcis, antipodibus eorumque proprietatibus.*

Quamuis supra de vmbris iam multa dixerimus, nihilominus vt omnia quæ ad tellurem pertineot clariora fiant, intelligantur etiam voces, quibus communiter vtuntur Geographi, nonnullas hic explicandas suspicio. notandum autem primò vmbram suam denominationem accipere à plaga in quam fertur, ita vt dicatur orientalis, quæ in orientem; occidentalis, quæ in occidentem protenditur: consideratur autem hic præcipuè vmbra meridiana styli perpendiculariter, ad planum horizontale erecti, aut hominis stantis. clarum item est vmbram ferri in oppositam soli plagam.

Heteroscij dicuntur Incolæ illius regionis, in qua vmbræ meridianæ in vnum eundemque polum semper feruntur.

Periscij sunt ij, quorum vmbræ intra eundem diem in omnem plagam protenduntur.

Amphiscij quorum vmbræ meridianæ, modò vnum, modò alterum polum respiciunt.

Ascij quorum vmbra aliquo die nulla est meridie.

Qui in alterutro tropico iacent, sunt Ascij heteroscij, quia nempe sole vicinum tropicum percurrente, vmbra meridiana nulla est. aliis verò diebus versus eundem polum semper tendit, ad alterum nunquam. ad hoc enim vt vmbra illius qui est in tropico cancri, tenderet ad polum antarticum, sol deberet esse borealior tropico, quod fieri nequit, cum nunquam extra tropicos excedat.

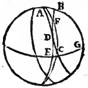
Cæteri incolæ Zonæ torridæ sunt Ascij, amphiscij. quia aliquô anni die sol meridie per eorum verticem transit; atque adeò nullam vmbram efficit. sunt item amphiscij, quia vmbra modò ad polum arcticum, modò ad antarticum protenditur.

Nec difficile est datô locô Zonæ torridæ, inuenire diem quô erunt ascij eius incolæ, idem enim est ac quærere diem, quô sol fit illis verticalis. vel vicissim datô anni die, inuenire regiones ascias eô die. seu quibus sol fit verticalis.

Incolæ Zonæ frigidæ sunt perisceij, saltem illis diebus quibus sol manet supra horizontem, neque difficile est eos dies inuenire, ostendimus enim supra methodum inueniendi dies continuos in qualibet regione Zonæ frigidæ.

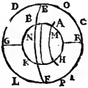
Sicut difficile non est in dato loco Zonæ torridæ, inuenire dies quibus vmbra meridiana modò in hunc modò in alterum polum protendatur, quod facile fiet comparando solis declinationem cum loci latitudine, si enim borealior fuerit vmbra tendit in austrum, si australior in boream.

In locis Zonæ torridæ dum sol versatur inter tropicum vicinum & loci parallelum, vmbra styli perpendiculariter ad horizontem erecti bis regreditur semel manè, & semel vesperi. Sit enim

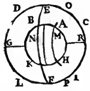



latitudo graduum 20. sitque vertex A. BC circulus tropicus, ex puncto A ducatur circulus verticalis tangens. parallelum in puncto D, sitque ille circulus ADE. Sol igitur dum orietur in puncto C, erit in circulo verticali A F C, dum ascenderit in D, in verticali ADE versabitur, rursusque erit in F in verticali AFC. quare bis manè in eodem erit verticali: vnde si in plano horizontali, infigatur perpendiculariter stylus, satis longus, ita vt vmbra vltra planum protendatur, ducanturque Gnomonicè circuli verticales; nempe factô circulô, ex pede styli, & in partes æquales diuisô, vmbra regredi ad eundem verticalem videbitur. in quo etiam illud mirandum est, quod dum sol percurret arcum F B, sol in verticalibus percurret totum arcum CG. vnde manè, & vespere vmbra vix verticalem mutat, circa meridiem multos percurrit gradus.

Hoc non accidet in æquinoctiali circulo, cum enim æquinoctialis sit maximus circulus, omnis item circulus verticalis sit maximus circulus: circuli autem maximi se bifariàm secent, si circulus verticalis secat æquinoctialem supra horizontem, alia sectio eiusdem verticalis cum æquinoctiali, erit è diametro, priori opposita; & infra horizontem cadet. At verò in circulis minoribus quales sunt tropici, aliter accidere potest. Et quò minores erunt circuli diurni, eò meliùs, & magis sensibiliter euenire poterit.




Antœci dicuntur incolæ duorum locorum, in eodem meridiani semicirculo positorum, æqualem, sed contrariam latitudinem habentium, sint incolæ A, & B, in eodem semicirculo REG meridian



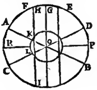

ridiani habitantes, æqualiter distantes ab æquatore EF, è diuersa tamen plagâ, illi inter se dicentur antœci.

Periœci sunt incolæ, eiusdem meridiani, & eiusdem paralleli, hoc est æqualiter ab eodem polo, & in diuersa eiusdem meridiani parte habitantes. quales sunt incolæ locorum A,& H.

Antipodes sunt incolæ duorum locorum, sibi è diametro oppositorum; quales sunt A & K, vel B, & H.

Antœci simul quidem meridiem, cæterasque consequenter, simul horas habent, hoc est cum est meridies habitantibus in loco A, est etiam meridies in loco B; & consequenter, dum est hora prima in puncto A; est etiam hora prima in loco B, & ita de cæteris; quia vt vidimus cùm sol ad meridianum peruenerit, est meridies, cùm ergo eundem habeant meridianum, & ex eadem illius parte versentur; erit meridies vtrisque. potest esse difficultas, si maxima esset vtorumque latitudo, ponamus enim solem in puncto O, sitque meridies habitantibus in loco M, quorum Antœci sint in puncto N. ita tamen vt solem non videant (quod accidere potest in Zona frigida. dico tamen esse meridiem habitantibus in loco N. nam si motu diurnô sol perueniat ad punctum P eiusdem meridiani, magis distabit à puncto N, quam dum erat in puncto O, ergo sole existente in puncto O, erit meridies, existente autem in puncto P erit media nox.

Quare Antœci easdem horas simul numerant, tempestates autem contrarias habent, cùm enim contrariam latitudinem habeant, cum sol minime distabit ab vno, maximam ab alio distantiam habebit. Si extra Zonam torridam habitent, si verò intra Zonam torridam sint, hæc contrarietas perfecta non erit vt consideranti satis constabit; præcipuè si non longe ab æquatore versentur.



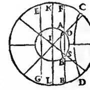

Dies quælibet, alterius nocti æqualis est, quia horizontes similiter inclinantur & ex diuersa parte. Sint enim horizontes A B, C D locorum F; E, æqualiter ab æquatore G distantium, ponatur sol percurrere parallelum H I, erit arcus K H, dies respectu regionis E, æqualis arcui LI, seu nocti respectu regionis F. quod per trigonometriam ex similitudine triangulorum CLI, AKH facile ostendere possemus. Ex quo sequitur quod crescentibus diebus vnius, crescant, & noctes alterius, & consequenter decrescant dies.

Dum sol in æquatore versatur iis simul oritur, nam vtriusque horizontales circuli se intersecant in puncto O, sextæ horæ, ij autem vt vidimus simul habent omnes horas. ergo & simul horam sextam. extra æquinoctia iis ante oritur, qui maiorem habent diem, seu qui cum sole in eodem hæmisphærio versantur. Si vni est dies continuus alteri est nox continua, quia vt ostendi dies vnius, æqualis est nocti alterius.

Si vtrique faciem ad æquatorem obuertant, vni sol & stellæ à dextris, alteri à sinistris oriri videbuntur. Septentrionalibus a sinistris, Australibus à dextris.

Habent item polos oppositos æqualiter eleuatos; cum latitudo æqualis sit eleuationi poli, & latitudines supponantur æquales; eleuationes quoque æquales erunt, imò poli æqualiter inter vtrumque horizontem positi erunt, cum enim arcus PB, RC sint æquales, sint item æquales PB, AR arcus AR, RC æquales erunt.

Vnde stellæ quæ respectu vnius horizontis sunt perpetuæ apparitionis, respectu alterius sunt perpetuæ occultationis. nam ex polo P interuallô BD si describatur parallelus, hic erit respectu horizontis AB semper apparentium maximus, sed hic quoque attingit horizontem CD, cùm arcus PB, P D probati sint æquales: igitur arcus BD erit nunquam apparentium maximus.




Qui in eodem parallelo versantur, eandem vt patet habent latitudinem, hoc est distantiam ab æquatore, cum circulus supponatur parallelus æquatori, habent item latitudinem eiusdem affectionis, hoc est simul borealem, aut simul australem, & consequenter æqualem poli eleuationem, vnde vnus idemque iis erit, circulus semper apparentium maximus, omnesque stellæ iis orientur in simili plaga, in meridie eôdem modô eleuabuntur, supra singulorum horizontem; sol item simili modô, eôdem die successiuè ad eorum verticem accedet, aut recedet. omnes tempestates anni simul habent, omnia denique eadem habent, nisi quod idem tempus reale, non est omnibus eadem hora, hæc in globo materiali manifestè ostenduntur.

Antœci sunt in eodem meridiano, æqualem habent latitudinem, suntque in eodem parallelo, atque adeò proprietates recensitæ ipsis conueniunt. tales sunt qui in A & B, quorum vertices C & D. Horas contrarias habent, hoc est dum est meridies existentibus in puncto A; est media

nox

nox existentibus in loco B, vtque adeò est vtrisque simul hora prima, bis pomeridiana, istis post mediam noctem vt sole attingente arcum EF, est meridies incolis puncti A, est media nox incolis puncti B. E contrà verò dum sol attigerit arcum meridiani G H, erit meridies existentibus in puncto D, media nox incolis puncti B tempore æquinoctii, dum sol oritur vni, alteri occidit. quia cum eorum horizon sit rectus ad planum eiusdem meridiani, (supponuntur enim habitare sub eodem meridiano) per polum eius transit, sed etiam æquator K L est rectus, ad meridianum, & vterque, horizon, & æquinoctialis se intersecant, in eodem meridiani polo; quare ortus solis respectu vnius, erit occasus respectu alterius.

Quando verò sol versabitur in eodem hemisphærio, in quo ipsi versantur, vt dum percurret tropicum FH, in toto arcu O S diem simul habebunt. denique quando sol in hemisphærio opposito inuenietur, simul aliquibus horis noctem habebunt. hinc est priùs vni periæco occidet quàm alteri oriatur. Idem dicendum est de stellis; quæ enim in eodem hemisphærio cum periœcis sitæ sunt, aliquibus horis simul ab vtroque videbuntur, si verò sint in opposito hemisphærio, simul ab vtrisque non videbuntur.

Antipodes ita se habent vt omni tempore astra quæ vni occidunt alteri oriantur, & vicissim, ratio est quia eundem horizontem habent, vertices enim oppositi, sunt poli eiusdem maximi circoli; ex quo fit vt vnius dies, sit nox alterius, vnius dies longissima, est alterius breuissima, seu nox item longissima. Anni tempestates contrarias simul habent. nempe dum est hyems vni, antipodi est æstas: horas oppositas simul habent, quæ stellæ vni perpetuò apparent, alteri nunquam oriuntur.

Ex hac doctrina possunt solui nonnulla problemata; præcipuè verò in globo materiali. verbi gratiâ, datô locô in terra, assignare omnes regiones quæ simul, easdem horas numerant. si enim locum ad meridianum adducas, omnes regiones quæ in semicirculo meridiani inueniuntur, in quo, & locus propositus, incipiendo nempe à polis, simul cum tali loco, horas omnes numerant; qui verò in alio semicirculo eiusdem meridiani, habent horas oppositas.

Pariter si datô locô, velis scire eos qui eorum diebus noctes æquales habeant. primò antipodes, secundò Antœci, & omnes qui in eodem cum antœcis parallelo versantur.

Pariter scire poteris quot horis, quâlibet die, locus aliquis solem simul videat, cum periœcis suis, si nempe excessum diei supra 12. horas duplices, vt si dies est horarum 14. simul solem videbunt horis 4. Si verò defectum diei supra horas 12. duplices, Inuenies horas, quibus priùs vni occidat, quam alteri oriatur.

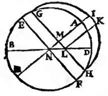
## PROPOSITIO XXXVIII.

Theorema.

*De die longissima.*

Suprà iam ostendimus sub æquinoctiali circulo degentibus, dies omnes noctibus esse æquales, & esse perpetuum æquinoctium, hoc est diem esse horarum 12. noctem item esse horarum 12. Ita vt sol perpetuò horâ sextâ oriatur, & horâ item sextâ vespertinâ occidat, & hoc constanter, & per totum annum. In aliis verò locis, pro ratione latitudinis, dies esse noctibus inæquales, exceptô tamen die, quô sol æquinoctialem circulum percurrit; tunc enim esse æquinoctium in tota terra diximus, vt autem ista meliùs innotescant, assumenda est maxima inæqualitas diei, & noctis, quæ in tropicis accidit, nam quicumque inter æquatorem & 66. gradum latitudinis borealis cum dimidio positi sunt, ij diem maximam habent sole tropicum cancri percurrente, alij vsque ad polum pluribus diebus continuis solem vident, & consequenter nocte carent. E contrà qui inter æquatorem, & 66. gradum latitudinis australis versantur, diem maximam habent sole tropicum capricorni percurrente, è contrà minimam, sole in tropico cancri positô, reliqui vsque ad polum pluribus diebus ante, & post solstitium capricorni, solem vident. Ex quô fit vt in locis Septentrionalem latitudinem habentibus, minorem gradibus $66\frac{1}{2}$ dies ab initio capricorni, quò est breuissima; crescant continuò vsque ad maximam diem tropici cancri, deinde decrescant vsque ad minimam tropici capricorni. contrarium accidit in locis australibus. Ad metiendam quantitatem maximæ diei in singulis gradibus latitudinis, vti possumus quadruplici methodô.

Prima fiet ope globi terrestris materialis. Eleuetur enim polus supra horizontem, à pro ratione latitudinis de quâ agitur, numera gradus tropici cancri supra horizontem existentes, eosque in horas conuerte, attribuêis pro singulis horis gradibus 15. & habebis quantitatem diei maximæ.

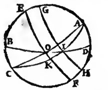



Secunda methodus erit, per analemma. fiat circulus ABCD meridianum regionis repræsentans; ducatur diameter BD pro horizonte, sitq; arcus AD; æqualis latitudini datæ; sitque AC axis mundi, ad quem EF æquinoctialis, perpendiculariter cadat, sumptisque arcubus EG, FH graduum $23\frac{1}{2}$; quanta est maxima Eclypticæ declinatio; ducatur G H tropicus; circa quem describatur circulus G I H. & è puncto L in quo tropicus GH. Secat horizontem B D, educatur perpendicularis L K; arcus K G, erit arcus semidiurnus, qui duplicatus exhibet arcum diurnum. vel quod idem est arcus IK, erit dimidius excessus maximæ diei supra horas duodecim.

Idem habere poteris per Astrolabia, si enim in Astrolabio vniuersali regulam, quæ vicem habet horizontis, remoueas à polo; secundùm latitudinem propositam, notesque circulum horarium, in quo hæc regula secat tropicum, habebis

habebis horam; in qua sol orietur aut occidet.

Si tamen exactissime etiam vsque ad minuta procedere velis per Trigonometriam operare.




Sit enim meridianus circulus ABCD, poli AC, horizon BD, eleuatio poli arcus AD, æquinoctialis EF, tropicus GH secans horizontem in puncto I, per quod intelligatur circulus horarius AIC, & æquinoctialis EF qui secet horizontem in puncto O. quia in æquinoctiis sol oritur horâ sextâ ducatur per punctum O circulus horæ sextæ AOC. In triangulo sphærico OIK, cognoscitur arcus KI æqualis declinationi tropici cancri; cognoscitur angulus rectus K. item angulus KOI complementum eleuationis poli, quare non latebit latus OK, seu angulus OAK. nam in triangulo OFD, fiat vt tangens arcûs FD complementi eleuationis poli, ad tangentem arcûs KI, maximæ declinationis Eclypticæ, seu graduum $23\frac{1}{2}$; ita sinus totus OF, ad sinum arcûs OK. excessus arcûs semidiurni supra sex horas, quô excessu additô sex horis habebitur arcûs semidiurnus. horum omnium demonstratio pendet ex propriis tractatibus. Vicissim iisdem praxibus, datâ longissimâ die inuenies eleuationem poli competentem. datâ enim maximâ die datur excessus arcûs semidiurni supra sex horas, nempe arcus OK; fiat ergo vt sinus arcus OK, excessûs nempe arcûs diurni supra 6. horas, in gradus nempe conuersi, ad sinum totum arcus OF; ita tangens arcûs KI, 23 graduum cum dimidio, ad tangentem arcûs FD, seu DOF. complementi eleuationis poli.

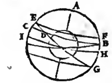
## PROPOSITIO XXXIX.

### Problema.

*Datâ latitudine maiore 66 graduum cum dimidio; inuenire quot diebus sol maneat supra horizontem, & vicissim.*

Hoc problema primò in Globo materiali exequemur, numeretur à polo æquinoctium versus, hæc latitudo, parallelus per illud punctum ductus in tali eleuatione totus supra horizontem eminet; omnesque alij vsque ad tropicum, quare totô tempore, quô sol à tali parallelô, ad tropicum procedet, & à tropico ad parallelum regredietur, sol erit supra horizontem. Sit enim eleuatio poli AB parallelus BC totus est supra horizontem & reliqui omnes vsque ad tropicum EF, sequere ergo parallelum BC, donec secet Eclypticam GE in puncto D, arcus DE, duplicatus erit is quem cum sol percurret, non attinget horizontem.

Vicissim cognitô tempore, quô sol manet supra horizontem, cum arcum si bissecueris per medium, habebis arcum ED, si parallelum per punctum D transeuntem sequaris vsque ad meridianum in B, aut C, erit arcus AB eleuatio poli in illis regionibus.




Faciliùs id præstabis per tabulam declinationum punctorum Eclypticæ, sit enim æquinoctialis HI, sit BH complementum eleuationis poli, punctum eclypticæ declinans ab æquinoctiali, arcu BH, incipiet esse semper supra horizontem, & omnes alij gradus vsque ad tropicum, & totidem post tropicum. pariter datô parallelo solis qui totus est supra horizontem, illius declinationis complementum, est latitudo regionis, in qua prædictus parallelus, totus est supra horizontem.

## PROPOSITIO XL.

### Theorema.

*De Climatibus.*

Clima est telluris tractus, duobus parallelis æquatori, comprehensus; in quibus longissima dies variatur notabiliter. hic telluris tractus, est quasi zona aliqua circa tellurem extensa, cuius principium & finis sunt duo paralleli, quorum vnus est, vel æquator; vel alius circulus minor, ipsi parallelus, finis item est parallelus alius ex eadem parte, sed remotior ab æquatore. Ita vt in remotiori parallelo dies longissima, notabili aliquô excessu superet diem longissimam parallell vicinioris, putà vnâ semihorâ, aut vnâ horâ. aut etiam vno mense; vides autem cur tellus hôc modô distribuatur; quia nempe quicumque sub eodem parallelo positi sunt, eamdem dierum magnitudinem, & luminis distributionem habent; exceptisque accidentibus, eamdem lucis, & caloris intensionem experiuntur. Non addidi autem quodnam discrimen horarium requireretur, quia non omnes in eo conueniunt; sicut neque de climatum numero. expendemus autem postea quodnam sit illud discrimen, quod aptissimum sit, quando aliquas propositiones præmiserimus, quibus probabimus. Si sumantur paralleli æqualiter distantes ab inuicem, non sequi in illis horarum discrimina æqualia, & vicissim. Si distributionem tantùm telluris quæreremus, nullâ habitâ ratione incrementi dierum, eius vnum hemisphærium in nouem climata distribueremus; ductis nempe octo parallelis, ab æquatore ad polum, ita vt limes primi climatis esset ex vna parte æquator ex alia, parallelus decimus. Secundi climatis initium esset decimus parallelus, & finis vigesimus; & ita de reliquis. ita tamen vt nonum clima, haberet initium in parallelo octogesimo, & finem in polo. Sed hæc distributio facilis quidem in se, nihil doceret nisi eleuationem poli, aut latitudinem in singulis terræ partibus. communiter pro singulis climatibus ita assignantur paralleli, quorum primus vicinior nempe æquatori, est initium climatis; remotior ab

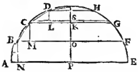
æquatore

æquatore est finis eiusdem climatis;medius autem parallelus erit medium climatis,in quo etiam notandum est finem vnius climatis,esse initium alterius.

Notandum item est climata , suam denominationem potiùs habere à medio,quàm à fine. antiqui paucissima recensebant climata quia exiguã telluris partem cognoscebant; ea autem quamvis inæqualia essent in latum ; differentiam tamen notabilem non habebant. Sed de hac infra.

LEMMA I.

*Si in circulo arcûs hinc inde æquales sumantur , ducanturque lineæ parallelæ, hæ abscindent in diametro partes inæquales , eruntque minores quæ remotiores à centro.*




In semicirculo ABDE, sumantur arcus AB. BC, CD,EF, EG, GH omninò æquales,ducanturque lineæ parallelæ BF,CG,DH, abscindentes in diametro PS, lineas PO, OK, KI;dico illas inæquales esse, & OP maiorem esse quàm OK ; & OK. maiorem quàm KI,ducantur DL,CM,BN; parallelæ lineæ PI. quæ supponitur esse perpendicularis, erunt & ipsæ perpendiculares , & æquales lineis PO, OK,KI,cum sint parallelogramma DK, MK, NO. ducantur subtensæ AB. BC, CD. quæ æquales erunt,cum arcûs AB, BC,CD supponantur æquales.

Demonst. In triangulo ABN angulus BAN insistit arcui BE; pariter in triangulo CBM,angulus CBF insistit arcui CDF, sed arcus CDF est pars arcûs ADE, quare (*per 27.3.Eucl.*)angulus BAN maior est angulo CBM. (sed per Trigonometriæ tertij prop.2 )in triangulo BAN,ita se habet linea AB,ad lineam BN; vt sinus totus anguli recti N, ad sinum anguli BAN , in triangulo CBM,ita est linea BC, seu AB. ad CM;sicut sinus totus, ad sinum anguli CBM , sinus autem anguli BCM minoris, minor est sinu anguli maioris BAN,& consequenter sinus totus ad illum , maiorem rationem habet (*per 10. 5.Eucl* ) igitur maior est ratio lineæ BC,seu AB,ad CM,quam lineæ AB,ad BN quod erat demonstrandum.

COROLLARIVM.

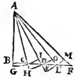
Si sumantur in linea perpendiculari , lineæ æquales per quas ducantur lineæ parallelæ,arcûs non erunt æquales , sed maiores quò à centro magis recedetur,hoc est si lineæ P O , OS , vltimæ figuræ, sint æquales ; arcus AB , minor erit arcu B T.

LEMMA II.

*Si ex puncto lineæ , ad diuisiones æquales suæ perpendicularis. ducantur lineæ ; quò remotiores erunt ab illa lineâ , eo minores angulos comprehendent.*

Sit punctum A lineæ AB, ad quam sit perpendicularis BF, & diuisa in partes æquales BC, CD, DE, EF ducanturque lineæ AC,AD,AE, AF,dico angulum BAC,maioré esse angulô CAD;& hunc maiorem angulô DAE, angulum item DAE maiorem angul ô EAF.






Ex puncto A , describatur circulus interuallô lineæ AC,quæ maior est lineâ AB.(*per 17.1.Eucl.*) cùm opponatur angulo recto B. vnde producenda AB,vt circulum attingat. Pariter interuallô lineæ AD , quæ maior est quàm AC , eò quòd angulus ACB sit acutus , & consequenter angulus ACD obtusus;interuallo (inquam) AD describatur circulus HO, & ita deinceps.

Demonst. Angulus BAC,ad angulum CAD(*per vltim. sexti Eucl.*) se habet,vt sector AGC,ad sectorem ACI , sed sector AGC maior est sectore ACI,nam sector AGC maior est triangulo ABC; sector ACI minor est triangulo ACD , triangula autem ABC, ACD (*per 13.6.Eucl.*) sunt qualia. igitur angulus BAC, maior est angulo CAD , ita demonstrabo angulum CAD maiorem esse angulo D A E.

COROLLARIVM I.

Si anguli sint æquales ; linea BC minor erit quam CD,& hæc minor quàm DE.

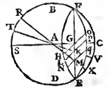
COROLLARIVM II.

Quod si linea BC maior esset lineâ CD, & hæc maior quam DE,multò magis angulus BAC maior esset angulo CAD, & hic maior angulo DAE.

PROPOSITIO XLI.

Theorema.

*Si tellus diuidatur in climata per parallelos æqualiter distantes , inter se ; non erit excessus longissimæ diei æqualis , sed maior erit quo magis ad polum accedemus.*




Sit centrum terræ A, meridianus BCD, in quo polus C, sit tropicus EF , in quo nempe sumitur maxima dies. Sit communis sectio tropici,& meridiani EF. sit communis sectio meridiani,& horizontis in sphæra recta,linea AG,sitque communis sectio horizontis recti,& tropici cancri linea GH. Sit communis sectio horizontis obliqui 10. graduum, & meridiani, AK ; & communis sectio horizontis , & tropici linea KL ; item alia sectio meridiani & horizontis in quo eleuatio poli 20. graduum,sit AM. communis sectio horizontis in quo polus eleuatur gradibus 20,& tropici cancri sit MN. dico arcum NL, maiorem esse arcu LH, est autem arcus diurnus in sphæra recta, semicirculus HFO , arcus diurnus in parallelo distante

HHHh decem

decem gradibus;seu cuius eleuatio poli est graduum 20,erit arcus LFP;& arcus diurnus in eleuatione poli 20 graduum;cuius horizon est planum per RAM, & MN ductum;est arcus NFq, quare excessus, quô dies LFP superat diem æquinoctij,minor erit excessu,quô dies NFq superat diem LFP, & ita de cæteris si plures ducerentur.

Demonst.anguli TAS RAT supponuntur æquales, & pariter oppositi ad verticem GAK, KAM æquales erunt,quare per Coroll 1. 2.Lemmat. linea KG,minor erit linea KM. vnde per Cor. 1. Lemm. arcus LN maior erit arcu LH.si paralleli æqualiter distent inter se, & consequenter eorum horizontes æquales angulos comprehendant, arcus diurnus remotiorum magis superabit arcum diurnum sequentis versus æquatorem, quam hic alterius consequentis, hoc est si arcus diurnus diei maximæ, in eleuatione 10 graduum, superaret diem maximam respectu,eorum qui habitant in æquinoctiali vnâ horâ, essetque propterea tredecim horarum, erit dies maxima in latitudine viginti,graduum maior horis 14.& in eleuatione triginta graduum adhuc cresceret magis,quã augmentô horæ vnius,quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO XLII.

### Theorema.

*Si sint plurimi paralleli ab æquatore,ad polum ita dispositi vt in illis excessus dierum maximarum sint æquales inæqualiter inter se distabunt ipsi paralleli. minusque distabunt qui polô erunt propiores.*

Sint in eodem meridiano, sectiones meridiani,& circulorum horizontalium,diuersis parallelis respondentium; SAG.TAK RAM,sint item sectiones eorumdem horizontalium circulorum,& tropici;HGO: LKP;NMq.sintque arcus LH,LN æquales;sic enim excessus arcuum diurnorum æquales erunt. dico angulos GAK,KAM inæquales esse ; & GAK maiorem esse.

Demonst. cum arcus HL , LN sint æquales,erit per 1.Lemma GK, maior quàm KM.quare(*per cor. 2. Lemm 2.*)erit angulus GAK, maior quam KAM. vnde si eleuatio poli C , supra horizontem AKV sit decem graduum;arcus XV minor erit,quàm decem gradibus;& arcus XC non erit viginti graduum, sed pauciorum ; quod autem probauimus de his eleuationibus. de aliis sequentibus intelligendum est. & quò magis ad polum acceditur , eò fiunt excessus semper minores , & minores.

## PROPOSITIO XLIII.

### Theorema.

*Climatum distributio.*

Climatum distributio ab antiquis vsurpata,longè differt ab ea quæ à multis modò adhibetur,quia paucissimas admodum terræ partes cognitas habuerunt. Primò enim totum hemisphærium Australe ignorarunt, hoc est dimidiam telluris partem ; existimaruntque totum hunc tractum ab aquis occupari. Secundò tota America illis incognita fuit , zonæ torridæ regiones æquinoctiali vicinas,sicut & septẽtrionales inhabitabiles crediderunt , ideóque septem tantùm climata posuerunt. In singulis autem climatibus tres parallelos nempe initium climatis,mediũ, & finem procedendo versus polos, ita vt finis vnius esset principium alterius. denominatio autem sumeretur , ex aliquo loco insigniori , per quem medius parallelus transiret.

Primum antiquorum clima,fuit per meroen,vrbs est in ægypto.

Secundum per Syenem ; vrbs pariter,sub tropico cancri sita.

Tertium per Alexandriam ægypti.

Quartum per Rhodum;insula est in mediterraneo mari.

Quintum per Hellespontum. alij per Romam.

Sextum per Borysthenem fluuium Sarmatiæ.

Septimum per Riphæos montes Sarmatiæ.

Addiderunt progressu temporis octauum per paludem mæotidem.

Et nonum per mare Balthicum , & etiam alia nonnulla prout boreales regiones innotuerunt.

Diximus ô veteres non incepisse primum clima ab ipso æquatore sicut ratio postulabat, propter rationem allatam , ideoque quòd modò secundum est clima illis primum erat. Secundò nonnulli ex veteribus , cum putarent incredibile , totum Australe hemisphærium esse inhabitatum , præcipuè cum suam haberet zonam temperatam;climata australia, iisdem nominibus appellarunt, additâ tantum particulâ *αντι*, quæ contrarietatem significat : nempe per antimeroem, per antisyenem , &c.

Quomodo verò distribuenda sint climata hic aperiendum iudico;quod vt melius exequar,attendendus est finis quem in tali distinctione spectamus; nempe vt totam distributionem luminis respectu telluris quasi præ oculis habeamus. hæc autem difficilis non est,si diei maximæ longitudo teneatur,hâc enim semel constitutâ, facilè quanta sit vniciusque diei quantitas determinatur , cum sciatur sole æquinoctium pecurrente,diem noctibus æquari. & circa solstitia vix in augmento, & decremento diei,vllam fieri mutationem notabilem. quare vt iam diximus inter climatis initium , & finem debet esse vnius saltẽ semihoræ differentia,in diei maximæ longitudine.

Hoc est cum vnumquodque clima.vt diximus,tribus distinguatur parallelis, duobus extremis, & mediô, differentia diei maximæ in duobus extremis, sit dimidiæ horæ , & inter duos vicinos parallelos sit vnius quadrantis,quia tamẽ vbi ab æquinoctiali discesseris , ita fiunt vicini paralleli,vt aliquibus tantum minutis differant , vt consulatur memoriæ, post clima in quo dies maxima est 16. horarum , mutant nonnulli incrementa semihoraria, ita ab æquinoctia , ad illa telluris loca , in quibus dies maxima , est horarum 16. sint octo climata, exinde vsque ad illas regiones quæ diem habent 24 horarum,seu quæ subiacent polari circulo,& latitudinem obtinent graduum $66\frac{1}{2}$ fiot alia octo climata. deinde incrementa fiant per menses integros, & quia sub polo dies est sex mensium, fiant climata sex atque hôc modô fiant climata 22;16.propria.Sex impropria.Quamvis in mappis communibus vsque ad circulum polarem climata 24 numerentur.

Voluit P.Ricciolius præter communem,cæterorũ omnium praxin ; vt in determinanda diei maximæ longitudine, haberetur ratio parallaxis,& refractionis, id tamen inutile iudico;Secundò quia refractio, propter variorum locorum diuersam athmosphæram ita varia est. vt sit multis erroribus obnoxia. vnde neglectâ hâc inutili obseruatione,

Climata.

| | Climata. | Dies maxima Horæ | min. | Latitudo Eleuatio poli grad. | min. | Interuallum grad. | min. |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| | Principium medium. | 12. | 0 | 0. | 0 | | |
| | Finis prim. & secundi. | 12. | 15 | 4. | 15 | | |
| 1 | Initium. | 12. | 30 | 8. | 25 | 8. | 25 |
| 2 | Medium. | 12. | 45 | 12. | 30 | | |
| | Finis. | 3. | 0 | 16. | 25 | 8. | |
| 3 | Medium. | 13. | 15 | 20. | 15 | | |
| | Finis. | 15. | 30 | 23. | 50 | 7. | 25 |
| 4 | Medium. | 13. | 45 | 27. | 40 | | |
| | Finis. | 14. | 0 | 30. | 20 | 6. | 30 |
| 5 | Medium. | 14. | 15 | 33. | 40 | | |
| | Finis. | 14. | 30 | 36. | 28 | 6. | 8 |
| 6 | Medium. | 14. | 45 | 39. | 2 | | |
| | Finis. | 15. | 0 | 41. | 22 | 4. | 52 |
| 7 | Medium. | 15. | 15 | 43. | 32 | | |
| | Finis. | 15. | 30 | 45. | 29 | 4. | 7 |
| 8 | Medium. | 15. | 45 | 47. | 20 | | |
| | Finis. | 16. | 0 | 49. | 1 | 3. | 31 |
| 9 | Medium. | 16. | 30 | 51. | 58 | | |
| | Fiois. | 17. | 0 | 54. | 27 | 4. | 56 |
| 10 | Medium. | 17. | 30 | 56. | 37 | | |
| | Finis. | 18. | 0 | 58. | 29 | 4. | 2 |
| 11 | Medium. | 18. | 30 | 59. | 58 | | |
| | Finis. | 19. | 0 | 61. | 18 | 2. | 49 |
| 12 | Medium. | 19. | 30 | 62. | 25 | | |
| | Finis. | 20. | 0 | 63. | 22 | 2. | 4 |
| 13 | Medium. | 20. | 30 | 64. | 6 | | |
| | Finis. | 11. | | 64. | 49 | 1. | 27 |
| 14 | Medium. | 21. | 30 | 65. | 21 | | |
| | Fiois. | 22. | 0 | 65. | 47 | 0. | 58 |
| 15 | Medium. | 22. | 30 | 66. | 6 | | |
| | Finis. | 23. | 0 | 66. | 20 | 0. | 37 |
| 16 | Medium. | 23. | 30 | 66. | 28 | | |
| | Finis. | 24. | 0 | 66. | 30 | 0. | 10 |
| 17 | Medium. | 15. | $\frac{3}{4}$ | 66. | 30 | | |
| | Fiois. | 31. | $\frac{1}{2}$ | 67. | 21 | 0. | 50 |
| 18 | Medium. | 47. | $\frac{1}{4}$ | | | | |
| | Finis. | 62. | | 69. | 48 | 2. | 27 |
| 19 | Medium. | 77. | $\frac{3}{4}$ | | | | |
| | Finis. | 93. | | 73. | 37 | 3. | 49 |
| 20 | Medium. | 108. | $\frac{1}{4}$ | | | | |
| | Finis. | 124. | | 78. | 30 | 4. | 57 |
| 21 | Medium. | 141. | $\frac{5}{6}$ | | | | |
| | Finis. | 154. | | 84. | 5 | 5. | 35 |
| 22 | Medium. | 170. | $\frac{1}{6}$ | | | | |
| | Finis. | 187. | $\frac{1}{2}$ | 90 | 0 | 5. | 55 |

## PROPOSITIO XLIV.

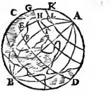
### Theorema.

*De Longitudine.*

Proprietates variarum regionum hactenus traditæ, latitudini eorum annexæ sunt, quæ verò deinceps dicentur longitudinem respiciunt. diximus suprà circulum meridianum cœlestem, esse circulum maximum, per polos mundi, & per Zenith illius regionis transeuntem; cui alius circulus terrestris subiacet, nempe in eodem cum ipso plano existens, per polos terræ, & per regionem ductus. hic circulus meridianus idem est cum circulo longitudinis illius regionis, diximus item multas regiones, eidem meridiano subiacere, quia earum Zenith, in eôdem meridianô inuenitur. ostendimus etiam, tunc esse meridiem in vno loco, quando sol eius meridianum assequitur; vnde conclusimus omnes regiones eidem meridiano subiectas simul, & eodem Physicó temporis momentó meridiem habere, cum enim communem meridianum habeant, sol eôdem tempore in iis omnibus meridiem efficiet. Ex quo sequitur, dum erit hora prima post meridiem vni ex iis regionibus; esse etiam primàm post meridiem aliis omnibus. idem dicito de secunda, idem de terria, & cæteris.

Quare omnes regiones in eôdem meridiano dispositæ, simol, & eôdem temporis momentô, numerant omnes horas Astronomicas, seu horas à meridie, aut media nocte incipientes. quæ verò in diuersis meridianis positæ sunt, simul omnes horas non habent. vt si meridianus regionis orientalior est meridiano alterius regionis, citiùs habebit meridiem; quia sol citiùs attingit meridianum orientaliorem, quàm occidentalem.

Vt autem determinetur vniuscuiusqoc regionis meridianus, debuit assignari aliquis meridianus primarius, tanquam terminus à quo cæteri computarentur; & quia nulla videtur potior ratio vnius quàm alterius, hoc arbitrarium fuit, vnde mirum non est, quòd in eo hominum voluntates discreparint. cum vbi natura nullum initium posuit, id hominum arbitrio reliquerit. Quamuis in globo omnia puncta æqualiter se habeant, terræ tamen respectiuè sumpt[æ] ad cœlos, dantur aliqua puncta quæ immobilibus cœli punctis subiecta sunt, nempe poli, & quia duo sunt poli, tota terræ latitudo erit à polo ad polum, semicirculum tantùm complectens. At verò, quia ab occidente ad orientem, nulla sunt huiusmodi puncta immobilibus cœli punctis subiecta, ideo hæc terræ dimensio, totum circulum absoluit; & quia integer circulus longior est semicirculo, & quadrante, hæc dimensio vocatur longitudo, attulimus, & aliam rationem, huius appellationis, nempe quòd terræ aliàs cognitæ maior esset dimensio, ab occidente in ortum, quàm à Septentrione, ad Austrum.




Meridiani omnes ex definitione initiô traditâ, per polos mundi transeunt, quare ibi omnes conueniunt, ex quo fit vt (*ex Theod*) tam æquinoctialem circulum, quàm omnes ei parallelos, eôdem modô, & proportionaliter secent. sint poli terræ A, & B, quilibet meridianus ACED, æquinoctialis CD, alij meridiani AEB, AFB, certum est ex Theodosio, arcus CE, EF æquinoctialis circuli, similes esse arcubus G H, H I. vnde sicut arcus æquatoris CE, est mensura anguli quem comprehendunt duo meridiani, CAE, EAF, ita etiam potest arcus GH, paralleli GHI, esse mensura eiusdem anguli G A H, quia vt probauimus, in Sphæricis; si arcus CE, triginta verbi gratiâ graduum fuerit, tàm angulus C A E, quàm arcus C H, K L, & cuiuslibet alterius paralleli, triginta graduum erit. hi arcus vocantur distantia meridianorum inter se, maior quidem si in æquatore sumatur; minor si in parallelis, & in propioribus polo adhuc minor, similis tamen, hoc est totidem graduum. hæc meridianorum distantia vocatur differentia longitudinum. seu distantia meridiani vnius regionis, à meridiano regionis alterius. aut potiùs distantia punctorum in quibus meridiani per duas regiones transeuntes attingunt æquinoctialem; quia autem quilibet meridianus in duobus punctis æquinoctialem secat; ideo qui in oppositis eiusdem meridiani partibus versantur, habent differentiam longitudinis æqualem semicirculo. illæ vero regiones quæ eidem meridiani semicirculo, à polis inchoato supponuntur, nullam habent longitudinis differentiam. vt si sint aliquæ regiones in punctis C, G, K, aut aliis eiusdem semicirculi ACB illæ eandem habent longitudinem, siue in æquatore, siue in alio parallelo versentur. Si verò comparentur regiones CGK, cum illis quæ semicirculo ADF subiacent; differentia erit semicirculus CFD, eritque graduum 180.

Ex Natura rei differentia longitudinis maior esse non potest semicirculo, hoc est gradibus 180. quia si accipiantur duo puncta in æquatore (in quibus scilicet à duobus meridianis secatur) hæc semper minùs quàm semicirculô distabunt. vt si comparentur regiones quæ subiacent semiculo ACB, cum iis quæ positæ sunt in semicirculô, oppositó, ipsi AEB. quem figura non potest exprimere, si procedas per CEFD donec ad eum semicirculum peruenias, plures gradus inuenies quàm 180. si verò procedas contraria viâ; pauciores erunt. placuit tamen Geographicis vt in numeratione longitudinis, semper ab occasu, in ortum procederetur. ex quo fit vt possit longitudinis differentia ferè ad circulum integrum peruenire. vt si semicirculus AEB sumatur tanquam initium numerationis, comparetur que cum semicirculo ACB occidentaliori. quamuis posset dici differentia longitudinis esse arcus E C triginta graduum, quia tamen voluerunt Geographi; vt procederetur, ab occasu ad ortum; differentia longitudinis esset arcus EDC 330. graduum. restat vt Initium numerationis commune assignemus.

PROPO

## PROPOSITIO XLV.

### Theorema.

*De primo Meridiano.*

Quamvis arbitrarium omninò sit, quemcumque meridianum, pro primo assumere, & ab eo initium numerationis ducere, æquum tamen visum est vt vltimatum versus occasum regionum cognitarum, meridianus pro primo assumeretur. Cum ergo Ptolemæus nullas vltra fortunatas insulas, regiones versus occidentem agnosceret, ideò prope illas suum primum meridianum fixit, à quo vsque ad Sinensis regni confinia, terræ longitudinem numerauit. Cùm tamen decursu temporis aliæ, atque aliæ terræ versus occidentem detectæ sint, præcipuè verò, aliæ insulæ: geographi suum etiam primum meridianum, versus occidentem promouerunt; nullus tamen vsque ad Americam, eò quòd oceanus ipse videretur quasi terram in duo hemisphæria diuidere. vnde primus meridianus in aliqua oceani parte constituendus fuit. Nonnulli in insula Sancti Nicolai quæ vna est ex insulis promontorij viridis, alij in insula Sancti Iacobi vt Hondius constituerunt. Alij in insula del Coruo quæ est vna ex Azoribus primum meridianum collocant, eò quòd ibi acus magnetica non declinet. Sed neque hæc ratio fuit sufficiens, cum in multis eiusdem meridiani partibus acus magnetica, declinationem patiatur, & in multis aliis terræ tractibus, directè Septentrionem, & Austrum indicet. Mercator in suis mappis hunc primum meridianum definiuit. Belgæ ad fortunatas insulas regressi sunt, montemque totius terræ (*vt creditur*) altissimum, in Teneriffa insula, pro meta primi meridiani assumpserunt. Galli ex præscripto Ludouici XIII. partem occidentalem insulæ ferri.

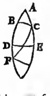
Astronomi autem insigniores, pro primo meridiano locum habitationis suæ, & obseruationum assumunt, ad quem omnes apparentias cœlestes exigunt, ex quo fit, vt tabulis Astronomicis semper præfigant meridianum cui addicuntur. Pariter cùm tanta sit diuersitas in geographicis tabulis, quotiescumque fit mentio, longitudinis regionis; quærendum est quônam in locô, author suum primum meridianum constituat, vt tollatur omnis ambiguitas.

## PROPOSITIO XLVI.

### Problema.

*De longitudinis differentiâ inueniendâ, sine syderum obseruatione.*

De Hoc problematè dicemus in tractato de Nauigatione, quia tamen eas methodos tantùm ibi trademus, quæ possunt in mari vsurpari, ideò hic alias tradere, & explicare decreui. Prima per trigonometriam absoluetur, terrestrisque nuncupabitur. sint ergo duo loca B, & C, in eodem hemisphærio posita. Sit polus terræ A, æquinoctialis DE. ponatur cognita vtriusque loci latitudo, quam diximus æqualem esse eleuationi poli, hoc est sint cogniti arcus B D, C E, & consequenter eorum




complementa AB, AC. cognoscatur item, vel angulus positionis ABC, qui facilè cognoscetur, si ex loco B, locum C videre possis, facilè enim animaduertes in quam plagam cadat locus C, respectu loci B vel si certus sis, iter quod ex B ad C ducit, rectâ lineâ procedere, facile anguli ABC quantitatem accipies; cognoscatur igitur vel angulus positionis ABC. vel denique itineris B C quantitas in leucis, & milliaribus, & consequenter in gradibus, & minutis cum iam constituta sit terræ magnitudo; facilè per trigonometriam innotescet angulus A, seu arcus DE. differentia longitudinis.

In Globo artificiali facilius iisdem cognitis, innotescet differentia longitudinis. cognoscatur enim vtriusque loci latitudo, & angulus positionis ABC. statuatur locus B in zenith. hoc est eleuetur Globus secundùm eleuationem competentem loco B, quod facillimum erit, numeratis enim in meridiano Globum ambiente, & sustentante, à polo deorsum gradibus eleuationis poli; ita disponatur globus, vt vltimus ille numerationis gradus horizontem immobilem attingat; tum Globus ita voluatur vt punctum B meridianum attingat, numera in horizonte tot gradus à meridiano quot continet angulus ABC. applica laminam æneam puncto B, & gradui in horizonte inuento, vbi enim hæc regula attinget parallelum competentem latitudini loci C. erit in globo materiali punctum conueniens loco C. quare si notes in circulo æquinoctiali, gradus qui secantur à meridiano, cum puncta B, & C successiue attingunt meridianum, habebitur differentia longitudinis. Hæc praxis optima est ad notandas regiones in ipso Globo. quæ non intelligetur nisi præ manibus, idem Globus habeatur.

Multò facilius eandem longitudinis differentiam habebis in Globo, si cognoscas iter inter duo loca interceptum, hoc iter in gradus, & minuta conuerte, totidemque gradus, & minuta in æquinoctiali circulo, circinô accipies, posito que pede circini in B. arcum delineabis, qui secet parallelum competentem loco C; punctum intersectionis, erit illud in quo notandus est locus C. ex quo vt priùs habebitur longitudinis differentia.

Idem in mappis ordinariis, & planis, & ferè eôdem modô haberi potest; nisi quod horizonte vti non possumus, ad determinandum angulum positionis. Sed simpliciter ducenda est linea cum meridiano angulum positionis comprehendens.

Quod si duo loca in duobus hemisphæriis fuerint; qualia sunt C.F, modò cognoscatur iter interceptum C F, & vtriusque latitudo, in triangulo ACF. cognoscentur tria latera & consequenter angulus A, seu differentia longitudinis. eandem habebis per angulum positionis ACF, si haberi posset. sunt & alij modi cognitum supponentes Rombum, seu angulum lineæ loxodromicæ; sed hi ad nauticam pertinent.

Alij modi differentiæ longitudinis inueniendæ cœlestes sunt, hoc est ex apparentiis & obseruationibus syderum dependent, supponunt tamen sequentem propositionem, quam ideò priùs explicabimus.

## PROPOSITIO XLVII.

Theorema.

*Horarum in duobus locis differentia, æqualis est differentiæ longitudinis.*

Sint duo loca telluris A, & B, dico horarum differentiam in duobus illis locis, intelligendo pro eodem tempore physico, æqualem esse longitudinis differentiæ. hoc est si quo tempore est meridies in loco A, sit iam hora prima in loco B; dico locum B orientaliorem esse 15. gradibus. Si dum est meridies in loco A est hora secunda in loco B, dico locum B esse orientaliorem, loco A. gradibus 30, & ita deinceps. quod etiam intelligendum est de aliis horis, vt si sit hora nona in loco A, dum est vndecima in loco B, dum erit meridies in eodem loco B, erit decima in A. & dum erit meridies in A erit hora secunda in B.




Demonstratio. Sol percurrat primo æquinoctialem circulum DC, sintque duo loca A, & B, ita disposita vt dum sol attigerit punctum C nempe meridianum loci A, sit hora secunda pomeridiana in loco B; hoc est à duabus horis sol erat in meridiano BG, seu sol erat in puncto G, sol autem singulis horis percurrit in æquinoctiali cœlesti 15. gradus, & consequenter respondet successiuè 15. gradibus æquinoctialis terrestris, quare ante duas horas respondebat puncto G, vnde arcus CG erit graduum triginta, sed hæc est differentia longitudinis, igitur sole percurrente æquinoctialem, differentia horarum, æqualis est differentiæ longitudinis. quod erat demonstr.

Secundò sol percurrat parallelum E F, quem etiam ita vniformiter percurrit, vt singulis horis grados 15. absoluat in parallelo. quare dum erit meridies respectu loci A, hoc est dum sol attinget punctum F, iam à duabus horis fuerit meridies in loco B; hoc est à duabus horis sol fuerit in puncto H, quare arcus FH erit graduum 30. Sed vt ostendit Theodosius à circulis transeuntibus per polos, vt sunt meridiani, tam æquinoctialis, quàm omnes eius paralleli similiter secantur; igitur arcus GC differentia longitudinis pariter erit triginta graduum.

### COROLLARIVM.

Loca quæ pro eodem tempore physico, plures horas numerant orientaliores sunt. Sint enim duo loca A & B, & B plures horas numeret, pro aliquo instanti physico: dico B esse orientaliorem. nam vt plures horas numeret B, quàm A, debuit prius esse meridies in B, quàm in A, sol autem motu diurnô, quem hôc locô præcipuè respicimus, fertur ab oriente, in occidentem: igitur partes orientaliores prius attingit, quàm occidentaliores, prius que attingit meridianum orientaliorem, quàm occidentalem. quod intelligendum est vsque ad duodecim horas nam post 12. horas, seu post semicirculum qui vnô sensu est orientalior, aliô sensu magis proprio est occidentalior. vt si sint A & E, verè in vna reuolutione prius sol attinget locum E, quam A, deinde A prius attingetur, quàm sol regrediatur ad E. vnde ista omnia intelligenda sunt, dum differentia minor est duodecim horis. nam in hoc casu falsum esset hoc ratiocinium, punctum I orientalius est quam A, & E, quam I, & O ex alia parte, quam non repræsentat figura orientalius est quam E, non tamen propterea O in aduersâ parte figuræ positum, erit orientalius quam A, sed occidentalius. in quibus omnibus, si res bene intelligatur, non potest esse difficultas solida.

Intelligendæ autem sunt hæ & sequentes propositiones tantum de horis Astronomicis, quæ incipiunt à meridie, aut media nocte, aut quôlibet alio circulo per polos mundi, transeunte, & vt ita dicam diuidente parallelos, seu circulos diurnos, perpendiculariter. non autem de horis Italicis, ab occasu solis incipientibus, aut Babylonicis ab ortu, aut Antiquis.

## PROPOSITIO XLVIII.

Theorema.

*Quôlibet tempore, est omnis hora.*

Determinetur quodlibet tempus physicum, verbi gratiâ dum est meridies, in regionibus primo meridiano subiectis, dico tunc temporis in aliquibus regionibus esse primam horam post meridiem, in aliis secundam, in nonnullis tertiam. quartam &c. ponatur enim circulus AC primus meridianus, quem sol supponatur attingere, atque adeò sit meridies respectu regionum sub meridiano AC degentium, datur alius meridianus distans à primo versus orientem 15. gradibus; ergo ante horam sol erat in eo meridiano, ergo iam hora elapsa est ex quo, erat meridies, in regionibus tali meridiano subiectis. quare si habebunt horam primam erit hora secunda in iis regionibus, quarum meridianus, à primo, gradibus triginta distabit, & ita de reliquis. quæ verò regiones occidentaliores erunt; illæ meridiem adhuc non numerabunt, quia sol nondum earum meridianum attigerit. Quare quôcumque tempore datô, sol aliquorum capiti imminet, hoc est, duci potest linea à centro solis ad centrum terræ, quæ superficiem terræ alicubi attinget, per illud punctum duci potest meridianus, quare tunc erit meridies respectu illorum, qui sub tali meridiano degunt hora prima respectu illorum, qui meridianum gradibus 15. orientaliorem habent; & ita de cæteris, quare nullum assignari potest temporis instans, in quo alicubi, non sit meridies, alibi hora prima, alibi secunda &c. quod erat ostendendum.

PROPO

PROPOSITIO XLIX.

Theorema.

*Datâ horâ in aliquâ orbis parte ; determinare quanam sit hora, in tota terra, aut quâlibet eius parte.*

Ponamus esse horam sextam matutinam, respectu eorum qui sunt in meridiano A C, dico facilè determinari posse quænam sit hora in qualibet parte orbis terrarum. nam quicumque versabuntur sub meridiano, gradibus 15. orientaliore, ij horam Septimam numerabunt, octauam qui 30. gradibus, nonam qui gradibus 45. qui verò occidentaliores erunt gradibus 15. nondum habebunt sextam; sed tantùm quintam matutinam, & ita de reliquis, pariter si assignetur meridianus quilibet, qui sit I, numera gradus, inter ipsum, & meridianum AC interceptos, sint gradus 75. seu horæ 5. attributis scilicèt gradibus quindecim in singulas horas; quia à puncto A ad I proceditur versus orientem, addantur horæ quinque, est igitur hora 11. in iis omnibus regionibus, quæ meridiano I subiacebunt.

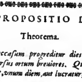
COROLLARIVM.

Ex hoc animaduertes methodum, determinandi horam Eclypsis Lunaris pro tuo meridiano; si ex tabulis Astronomicis, scias horam quâ accidere debet, in alio quouis meridiano. tabulæ enim Astronomicæ concinnatæ sunt, & affixæ, vt diximus vni meridiano, qui debet initio tabularum præfigi. ex mappis Geographicis decerpe differentiam longitudinis, nempe inter meridianum tabularum, & tuum: quam differentiam in horas mutabis, & si quidem orientalior fueris, eas horas addes, horis tabularis, habebisque horam respectu tui meridiani, quâ Luna Eclypsin patietur. Si verò occidentalior, eas horas subtrahes, & habebis pariter horam Eclypsis pro tuo meridiano.

PROPOSITIO L.

Theorema.

*Qui versus occasum progreditur dies longiores habet, qui versus ortum breuiores. Qui terram circumnauigat, vnum diem, aut lucratur, aut deperdit.*




Ponamus in figurâ superiori aliquem ex puncto D, proficisci versus occasum per æquinoctialem DC, vel per parallelum EF, vel quomodocumque parùm interest, & iter incepisse dum erat hora meridiana, quod intelligentiæ tantùm causâ dico. peruenisseque post aliquos dies ad meridianum BG, dico dies habuisse longiores quàm si in eodem meridiano permansisset. ponamus enim meridianum BG, distare à meridiano DE, octo horis, & iter fuisse 8 dierum. dies quilibet in tali hypothesi esset horarum 25. nam quôlibet die differētia meridianorum esset quindecim graduum, seu vnius horæ, quare sol à meridiano DE digressus, impendit 24. horas vt ad eundem meridianum regrediatur, interea viator confecit 15. gradus, quare vt sol eum assequatur, sitque meridies in eo meridiano ad quem peruenit, superest vna hora, & ita deinceps.

At verò si contra solis cursum iter faceret: dies breuiores efficeret, vt si ex meridiano C F proficiscens, pariter horâ meridianâ, intra 23. horas reales, mutaret quindecim meridianos; ita vt hora 11. respectu meridiani C F, perueniret ad meridianum MN, etiam si esset hora tantum vndecima, in meridiano AC, atque adeò elapsæ essent realiter 23. tantùm horæ, ipse diem integrum esse crederet, quia meridiem haberet, diem igitur haberet breuiorem.

Ex quo fit vt qui orbem circumnauigaret, procedendo versus orientem, cum ad meridianum è quo soluit regrederetur diem integrum lucraretur, supra eos qui immobiles fuissent. nam cum dies breuiores faciat, mirum non est, si vnô die prouectior fiat. E contrà si quis totum orbem circumnauiget itinere occidentali, cum dies longiores efficiat, numerat vnum diem minùs, quàm qui immotus permansit. & in singulas circumuolutiones, vnum diem amittit. ita vt si quater circumnauigaret orbem, eodem itinere occidentali, quatuor illi dies decederent, & pro quintâ die Ianuarij, primam tantùm haberet.

Pariter si duo ex iisdem regionibus profecti, contrarium cursum teneant, hoc est vnus versus orientem procedat, alter versus occidentem, si totâ tellure circumnauigatâ sibi occurrant; differentia inter illos, erit duorum dierum; si verò non tota tellure circumnauigata, sed tantùm vt ita dicam mediâ; differentia necessariò, erit vnius diei, propter rationem allatam.

Quæ res maximam olim admirationem mouit, nautis Hispanis, & Lusitanis, cum enim Lusitani ad Philippinas cursu orientali peruenissent, diem, duodecim horis, antequam eadem dies in Europa inchoetur incipiunt: hoc est, cum ipsi à nobis differant ferè semicirculô, diem primum Ianuarij incipiunt cum habent mediam noctem, hoc est cum habemus meridiem trigesimæ primæ Decēbr. E contrà verò qui ad easdem Insulas perueniunt itinere occidentali, incipiunt primam dié Ianuar. dum nos meridiem habemus primæ diei Ianuarij.

Vnde fit vt duo loca vicina discrepent vnô die, neq; aliter fieri possit, nam vt ordine procedamus, Italia est orientalior, quàm Gallia, vnâ horâ, igitur diem primam Ianuarij inchoat vnâ horâ antequam Gallia. Regiones Turcico Imperio subditæ, duabus horis sunt orientaliores, quare diem primam Ianuarij inchoant ante nos. Babylonij 4. horis; Mogorenses sex horis, Sinenses octo circiter, Iaponenses decem, vnde si procederemus semper, qui essent iis orientaliores vnâ,

vnâ, duabus, tribus, quatuor horis vt sunt partes Americæ, diem primam Ianuarij inchoarent totidem horis, atque adeò ante nos sexdecim horis, & quia sumus orientaliores America, inchoaremus tamen annum quatuor horis ante Americanos, quod esset absurdum, vt ante & post inchoemus.

Quare necessariò erit alicubi figendum initium diei, ita vt loca vicina licèt, & orientaliora tardiùs, viginti quatuor ferè horis initium anni habeant. Quod est ita constitutum, vt tota America tardiùs, quàm nos diem inchoet, pro ratione, differentiæ longitudinis. Africa simul cum Europa procedat. Asia ante nos secundùm longitudinis differentiam, diem inchoet. Exceptis Insulis Hispanorum ditioni subditis, quæ cum itinere occidentali detectæ sint, diem habent nostrô tardiorem.

Ex hoc possunt fieri quæstiones Ludicræ, quomodo fieri possit vt duo homines simul nati, ita se habeant vt vnus plures dies immo & annos numeret, si continuò vterque tellurem circumnauigaret.

## PROPOSITIO LI.

### Theorema.

*Differentiam longitudinis inter duo loca ex obseruatione cælesti reperire.*

Quamuis hoc problema, nauticum existimetur, & nauigationibus dirigendis vtilissimum, in Geographia item maximi foret momenti, si solui posset, & iunctum latitudini, accuratam totius telluris descriptionem exhiberet, aperiamus, ergo varias methodos, quibus hactenus tentatum est.

### PRIMVS MODVS.

*Per Eclypses lunares.*

Obseruetur in duobus locis quâ horâ incipit, & finit Eclypsis lunaris; vt habeatur eius medium, bipartitô scilicèt tempore, differentia horarum in gradus redacta, differentiam longitudinum inter hæc duo loca exhibebit.

Si initium & finis haberi non possunt, comparentur vel initium vel finis, in vtroque loco. Afferam exemplum à Patre Ricciolio relatum. Macai anno 1612. nocte post diem octauum Nouembris P. Iulius de Alenis Eclypsis lunaris finem obseruauit hora 11. minuto 45. quam horam habuit ex Azimuto & altitudine lunari. Eôdem tempore P. Christophorus Skeiner, eiusdem Eclypsis finem obseruauit. Ingolstadij hora 5. differentia horarum inter 5. & 11. 45. est 6. horarum & 45. minutorum, quæ in gradus redacta tribuendo 15. gradus in singulas horas, dat gradus 101. & 15. minuta, igitur Macaum est orientalius Ingolstadio gradibus 101. & 15. minutis.

Cautiones quæ adhiberi debent, prima est vt conueniant ambo obseruatores in distinguendo vero initio, & fine Eclypseos, & caueant à certa vmbragine spuria, quæ solet nonnihil antecedere Eclypsin, & aliquam lunæ partem occupare, eò quòd priuetur aliquibus solis radiis.

Secundò, posset notari in totalibus, initium totalis immersionis, & initium emersionis, & forsitan melius, vel si ambo obseruatores conueniant in tempore, quô aliqua lunaris macula incipit obscurari.

Tertiò habebitur hora per horologia Horisona, si pendulis sint instructa, & præcedenti die fuerint rectificata, vel Clepsydris exactis, si paucis antea horis, cum aliqua hora ex sole inuenta, inceperit fluere, opus tamen erit ad distinguenda minuta, pendula libera adhibere.

Meliùs hæc hora habebitur si alicuius stellæ habeatur altitudo exacta supra horizontem, vel meliùs etiam sine instrumento habeatur linea meridiana exacta, excitatoque filari triangulô, cum primum incipit Eclypsis, adhibeatur pendulum liberum, cuius vibrationes numerentur, donec aliqua stella, cuius nota est ascensio recta, meridianum attingat, si quæratur solis ascensio recta, & comparetur cum ascensione rectâ stellæ, habitâ ratione temporis inuenti: habebitur certò, hora inchoatæ Eclypsis, idem præstandum circa finem.

Nonnulli habentes tabulas Astronomicas vni meridiano affixas, horam ex tabulis inuentam, comparant cum obseruatâ in alio loco; sed quia tabulæ Astronomicæ, non sunt adhuc omninò exactæ, periculum est erroris quatuor, & quinque graduum & nonnunquam plurium.

Lunares Eclypses sunt aptissimæ ad hoc negotium, ita censent omnes ferè Astronomi, exceptô Keplerô: quamuis enim meliùs discernantur initia & finis solaris Eclypsis, quàm Lunaris, parallaxis tamen ita omnia conturbat, vt nisi ab excellentibus Astronomis tractari non possit. Eclypses ad differentiam longitudinum locorum vicinorum, vix adhibeantur nisi cautiones omnes, & à peritissimis obseruentur.

### SECVNDVS MODVS.

*Per Iouis Satellites, & Lunarium macularum dispositionem.*

Numerantur quatuor Iouis Satellites, qui circa hunc planetam, quasi circa centrum sui Epicycii circumuoluuntur, vnde fit vt singulis fere noctibus, eorum aliquis in Iouis vmbram incidat, & Eclypsin patiatur. Clarum est si duo obseruatores, in duobus quibuscumque locis obseruent horâm in qua vnus ex his vmbram Iouis subit, quod differentia horarum, in gradus redacta, longitudinis differentiam inter ea loca tribuet. vel si haberentur tabulæ Astronomicæ indicantes præcipuè horam talium Eclypsium, pro vno meridiano; differentia horæ obseruatæ, & inuentæ in tabula, pariter differentiam longitudinis inter locum obseruationis, & tabularum meridianum exhiberet, etiamsi haberentur tabulæ exactæ, quæ adhuc non habentur, nauigationi tamen inutile esset hoc problema, eò quòd telescopia longiora, quæ sola sunt his vsibus accommodata; in Iouem certò dirigi non possent. quare hæc methodus inter terrestres recenseatur.

Ad hanc methodum reuocari debent aliæ duæ, quas nonnulli per maculas Lunares instituunt. volunt igitur vt obseruetur diligentissimè tempus, quô macula certa Lunaris, aut mons aliquis incipit, aut desinit illuminari à sole, & hoc à duobus obseruatoribus, vel etiam verticalis gradus

limbi

limbi lunatis, & ex differentia horarum, differentiam longitudinum concludunt. quia tamen illuminario lunaris, ita lentè procedit, tam lubrica est hæc obseruatio, vt sit periculum errandi, non in minutis aliquibus in tempore, sed etiam horis integris, vt ex huiusmodi ingeniosis quidem methodis, nihil sperari vnquam possit, adhibitis licèt quibuscumque cautionibus.

## TERTIVS MODVS.

*Per lunæ distantiam à stellis.*

Variè proponitur hoc problema. Aliqui enim volunt simpliciter, vt aut sextante, aut radiô Astronomicô obseruetur lunæ distantia à stella, quâcumque horâ determinatâ, præcipuè verò à stella, quæ non multum distet ab Eclyptica, si in duobus locis eadem prorsus inueniatur distantia, pro eâdem horâ de quâ conuentum sit, inter obseruatores: ea loca erunt in eodem meridiano, si verò fuerit diuersa, hoc discrimen in horas conuerres, tribuendo duas circiter horas singulis gradibus, luna enim singulis horis 30. gradûs minuta circiter perficit. Satiùs tamen est vti motu vero, lunæ. has horas, in gradus rursus converte, tribuendo singulis horis 15. gradus, & hæc erit differentia longitudinis. Sed nisi habeatur ratio parallaxis erronea erit hæc obseruatio. Et vt verum fatear, eam periculosam existimo. nam si vnico gradûs minuto erraueris, excrescet error in semigradum, si fuerit duorum minutorum gradûs, incidet in errorem gradus integri. ratio est quia luna singulis diebus accedit ad stellam 13. gradibus 10. min. & 38. secundis: ergo singulis horis luna propriô motu recedit à stella, aut ad illam accedit minutis circiter 33. quare si committeretur error 33. minutorum, inueheret errorem vnius horæ, seu 15. graduum in longitudine terrestri: igitur error duorum, minutorum gradûs, in obseruatione, generat in differentia lõgitudinum, errorem gradûs integri. Ratio vlterior est, quod hæ obseruationes desumuntur à motu lunæ particulari, quô cum in circulo perficiendo impendat 27. dies, mirum non est, si quilibet error in maiorem excurrit. At verò ex Eclypsibus positæ obseruationes, cum circa horam obseruationis versentur, sequuntur motum, syderum diurnum, nempe eum quô sydera intra 24. horas, vnam circulationem absoluunt. qui vigesies septies velocior est, vnde mirum non est, si summa in hoc vltimo exemplo diligentia requiratur.

Nonnulli vt vitent parallaxin & instrumentorũ fallaciam, transitum lunæ per meridianum assumũt hôc modô. duo obseruatores, in locis quorum differentia longitudinis exquiritur, aduertant ad lunæ transitum per meridianum, excitatô filari triangulô supra lineam meridianam, vbi ergo limbus lunaris, filum attigerit, adhibeatur funependulum, cuius oscilationes numerentur; donec stella de qua inter obseruatores conueniat, meridianum assequatur, hoc tempus in gradus, & minuta reductum, dabit differentiam ascensionis limbi lunaris, ab ascensione recta stellæ, comparetur ergo ascensio recta lunæ, in vtrôque locô inuenta. quæ si æqualis vtrobique inuenitur, eidem meridiano hæc loca subiacere concludes. si verò differentiam aliquam inuenias, vt scias quantum cuilibet horæ tribuendum, repetenda esset sequenti die operatio, nam ex notatione ascensionis rectæ, intra 24. horas, concludes quantùm cuilibet horæ tribui debeat. Quamuis hæc methodus sit accuratior præcedenti, vitetque omnem parallaxis suspicionem; immò ferè instrumentorum fallaciam; habet semper id vitij, quod quilibet error in vigesies septies maiorem excrescat, propter rationem supra traditã.

Eclypses mercuriales possunt idem præstare, quod Eclypses lunares. coniunctiones verò planetarum cum stellis fixis, maiori vitio obnoxiæ sunt, quàm coniunctiones lunares. nec video quid aliud è cœlestibus obseruationibus sperari possit. quantumlibet accuratè pertractentur; vnde exceptis Eclypsibus lunaribus, ad indicandam longitudinem locorum dissitorum, nihil aliud expectandũ est. Ita Dominus Vincentius Mutus, ex obseruatione Eclypsium mediterranei maris longitudinem correxit, quæ à veteribus Geographis fiebat graduum circiter 60. aut sexaginta duorum, cum tamen quadraginta quatuor gradus non excedat.

## PROPOSITIO LII.

### Problema.

*Longitudinem aliis modis reperire.*

Dicemus abundè in tractatu de nauigatione. quid sperandum sit à variis praxibus quas adhibere possumus, ad longitudinem inueniendam. certum est enim ex cognitione Rombi per quem nauigatum est, & obseruatione latitudinis in vtroq; termino, haberi posse satis exactè locum ad quem peruenit nauis, & consequenter longitudinis differentiã. quod ope tabularum loxodromicarum satis exactè præstamus, in omnibus loxodromiis, exceptô parallelô. quia tamen rudiori mineruâ rombum eundem obseruamus, ideò vltimam præcisionem ab ea sperare non possumus.

Pariter cognitâ distantiâ, quæ inter vtrumq; terminum inuenitur, & vtriusq; latitudine, facilè longitudinis differentia innotescet. etiamsi hæc distãtia non desumatur secundùm circulum maximũ, & viam breuiss. sed secundum lineam loxodromicã.

Dicemus item quid sperandum sit ab horologiis automatis, etiam si funependulô instruantur. quod tantum hic indico. certum est enim quòd si haberetur certa mensura horaria, quæ nullô modô falleret, haberetur differentia longitudinis quãtùm ad nauigationem necessarium est. nam antequam è portu solueremus, horologium nostrum ad horam veram illius loci è quo discedimus adiungeremus, quare totô tempore nauigationis, horam eiusdem loci indicaret. ex quâ fieret, vt obseruatâ horâ ad solem, in quocumq; loco haberetur differentia horarum, & hæc horarum differẽtia in gradus conuersa, lõgitudinis differentiam exhiberet. vt v.g. si dum Massiliâ soluo, horologiũ ad horam quam Massiliæ obseruo, adiungo; horologium indicabit semper, etiamsi aliò transferatur, horam Massilianensem, quare si vbi v.g Melitam appelio, obseruo horam ex obseruatione cœlesti, habebo differentiam inter horam è cœlo obseruatã & horam ab horologio automato indicatam, hæc horarum differentia in gradus conuersa, dat differentiã inter Melitensem, & Massiliensem longitudinem. hæc demonstratio nulli dubia est. sed de hypothesi dubitatur, nempe an hæc præcisio ab horologiis speranda sit, ita vt nullô modô à varia aëris temperie alteretur.

Nautæ communiter arenariis horologiis vtuntur,

tur, nec dubito quin si haberentur arenaria 24. horarum, saltem semel in die, haberi posset longitudo.

Sed priùs longâ experientiâ inuenienda foret eorum duratio, neque enim necessarium puto vt præcisè 24. horas æquent, aut vtriusque patris duratio æqualis sit; præter vnum 24 horarum, posset haberi aliud 12. aliud 6. horarum, & vnum vnius horæ præcisè, & puto si diligentia adhiberetur posse aliquid boni præstari.

Dudlæus proponit horologium Mercuriale, ex Mercurio per distillationem defœcato confectum, sed ante illum Tychobrahe simili horologio vsus erat, adhibitis pluribus cautionibus, nam vni ampullæ, alia vicina suppeditabat ita Mercurium, vt eôdem semper tenore flueret. tum vbi stella aliqua ad meridianum perueniret permittebat fluere Mercurium, donec eadem ad meridianum regrederetur, totumque mercurium ad trutinam examinabat, quando autem differentiam ascensionis rectæ alterius stellæ, & prioris assumptæ obseruanda erat, Mercurium deciduum trutinâ expendebat, instituitâque regula trium, cognoscebat, quænam reuolutionis diurnæ portio illi competeret. Inuenit tamen tot & tantas inæqualitates, vt hanc methodum omninò missam fecerit Quamuis Dudlæus impensè eam commendet, & proponat tanquam suæ nauigationis primû principium.

Dicemus item de aliis horologiis quid sperandum sit.

Restaret aliquid dicendum de declinatione Magnetis, quod est aliud principium, quò nonnulli ad inueniendam longitudinem vtendum esse pronuntiarunt. Sed diximus peculiari tractatu, declinationem Magnetis esse multùm irregularem, immò inconstantem, & variabilem esse in eadem regione. ex quo fit vt superuacaneum putem tabulas declinationum instituere.

Si quis desiderat longitudines varias tam ex Eclypsibus, quam ex itinerariis interuallis determinatas, eas in Libro octauo Geographiæ reformatæ Patris Riccioli abvnde reperiet.

## PROPOSITIO LIII.

### Problema.

*In mappis vniuersalibus quâlibet horâ, assignare locum terræ, cui sol perpendicularis est.*

Vt meliùs discant Tyrones, tellurem cum sydesibus comparare, consentaneum esse iudicaui, vt varia problemata, facilia illa quidem, non tamen iniucunda proponerem. quorum illud primum erit, proponatur ergo mappa Geographica vniuersalis, quomodocumque composita sitque data hora, vt ibi gratia hora tertia pomeridiana, quæritur locus cui sol est perpendicularis. Cùm in mappis vniuersalibus, Eclyptica notata sit, in ea quære locum solis pro eo die, & certò scias solem eô tempore percurrere parallelum, per locum solis in Zodiaco transeuntem.

Et cum sit hora tertia, iam à tribus horis sol pertransierit meridianum regionis in qua sumus, quare pro tribus horis, numerandi sunt meridiani quadraginta quinque communis concursus, huius meridiani, & paralleli quem diximus à sole percurri, est proprius solis locus pro tali die, & hora, & regioni illi puncto subiectæ sol perpendicularis est.

## PROPOSITIO LIV.

### Problema.

*Datâ latitudine & longitudine, regionem in mappa Geographica assignare.*

Sit data latitudo graduum 45. borealis, longitudo graduum 23. quæritur locus, cui talis latitudo, & longitudo competit.

Quæratur parallelus distans ab æquinoctiali gradibus 45 numera in æquinoctiali à primo meridiano, procedendo versus orientem gradus 23. noteturque meridianus, per hunc 23. graduum transiens, intersectio talis meridiani, & paralleli, erit locus quæsitus, & ita in aliis omnibus.

Vnde paratis circulis meridianis, & parallelis, quomodocumque tandem componantur mappæ, & hi circuli repræsentent, ex tabulis Geographicis præcipuarum ciuitarum longitudinem, & latitudinem continentibus, mappas Geographicas componemus.

## PROPOSITIO LV.

### Problema.

*Quâlibet hora & tempore, ostendere in globo quibus locis sol occidat, aut oriatur.*

Per 54. in globo terrestri, quæratur locus ille cui sol perpendiculariter respondet, hunc locum ad meridianum promoue, & in loco supremo colloca, nempe in Zenith; tunc horizontis immobilis pars occidua ostendet loca, quibus sol oritur, pars verò eiusdem horizontis ortiua, loca ostendet in quibus sol occidit.

## PROPOSITIO LVI.

### Problema.

*Ostendere in mappa Geographica, quibus regionibus sol eô die non occidat, aut non oriatur.*

Quæratur parallelus quem sol eô die percurrit, animaduertaturque quantum declinet ab æquinoctiali versus vnum polum, ponamus declinare 15. gradibus versus polum arcticum, numerentur 15. gradus à polo arctico, circulus ille comprehendet regiones quibus sol non occidet eô die, parallelus verò oppositus, regiones continebit quibus sol non orietur.

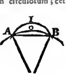
## PROPOSITIO LVII.

### Theorema.

*De Locorum distantia.*

Distantia duorum punctorum, superficiei terræ, est arcus maximi circuli, ea puncta coniungentis; cum autem sit arcus circuli maximi, eius planum per centrum terræ transit, quare si

ſi intelligas ex centro terræ duas lineas, ad puncta propoſita ductas, producaſque planum per eas ductum, donec ſuperficiem telluris ſecet; communis ſectio erit arcus maximi circuli. In ſuperficie globi materialis facilè duci poteſt, ſi nempe circinô valgô, quadrantem maximi cuiuſcumque circuli accipias, tum ex punctis propoſitis tanquam centris, duos arcus deſcribas; ſic enim inuenies polum maximi circuli per ea puncta tranſeuntis. Quod verò arcus maximi circuli, ſit via breuiſſima ex infinitis circularibus, quæ ab vno loco, ad alium duci poſſunt, ita oſtenditur. circulô maximô Sphæræ nullus eſt maior, quare omnes aliæ lineæ circulares (nulla enim recta duci poteſt, quæ non cadat intra Sphæram, loquimur autem de via, quam percurrere poſſimus) aliæ igitur circulares erunt arcus minorum circulorum; certum eſt autem




ſi vna eademque linea A B ſubtendat arcos duorum circulorum inæqualium, A O B, A I B arcus maioris circuli AOB minor, erit arcu AIB minoris circuli.

Ex hoc ſequitur, quòd exceptis duobus locis, diametraliter oppoſitis, vnica ſit via breuiſſima, vnicus enim tantum duci poteſt circulus maximus, duo loca non ex diametro oppoſita coniungens. Ad Antipodes autem quâlibet viâ perueniri poteſt, hoc eſt per quemlibet ſemicirculum.

Nulla loca in tellure, magis diſtare poſſunt ab inuicem, quàm ſemicirculô; hoc eſt Leucis 3600. ſeu milliaribus 10800. qualis eſt diſtantia antipodum. nam ſi loca propoſita coniungantur arcu circuli maximi, & vni loco quærantur antipodes, manifeſtum erit alium locum, minùs diſtare quàm ſemicirculô.

In globo terreſtri, facilè duorum locorum diſtantia in gradibus, habebitur. extende pedes circini ad duo loca propoſita, tum experire in æquinoctiali, aut quôlibet circulô maximô, quot gradus circinus ita apertus comprehendat, tot enim gradibus ea loca diſtabunt, vnde ſi cuilibet gradui leucas 20. attribuas, exurget diſtantia in leucis.

In mappis autem Geographicis communibus, circino duorum locorum diſtantia accipitur, & in ſcalam transfertur. maiores tamen mappæ, non poſſunt vitiô non carere, & diſtantias alterare; ſi nempe ſint vniuerſales. cum ſit impoſſibile Sphæram plano perfecte exhibere, quin regiones inter ſe æquales, exhibeantur inæquales. quare in ſingulis, peculiares cautiones ſunt adhibendæ.

Quòd ſi in eodem globo deſideres omnia loca, 20. verbi gratia gradibus, à determinato puncto diſtantia, pedes circini ad 20. gradus æquatoris extende, & ex puncto propoſito, eô interuallô deſcribatur circulus; omnes regiones in illius circuli circumferentia poſitæ, viginti gradibus ab eo puncto diſtabunt.

Quæ omnia vera ſunt abſtrahendo ab impedimentis viarum; qualia ſunt, Syluæ, montes, valles, paludes, lacus, agri per quos ſæpe itinera non ducuntur, rectâ via. In maritimis itineribus ſyrtes, promontoria, inſulæ, procurrentes terræ. hæc vt plurimum, itinera reddunt maiora, quàm ſit arcus maximi circuli, inter duo loca interceptus; pariter fieri poſſet, cum arcus maximi circuli tumorem habeat, ſi iter extenſum eſſet in lineam rectam, atque adeò in medio depreſſum appareret, fieri (inquam) poſſet, vt iter commune paulò breuius eſſet, quàm arcus maximi circuli, inter duo loca interceptus.

## PROPOSITIO LVI.

### Problema.

*Datâ duorum locorum longitudine, & latitudine, diſtantiam inuenire.*

Hæc problemata primò per aſtrolabia ſolui poſſunt, ſecundò per Trigonometriam, tertiò per Geometriam. quoniam autem varij ſunt caſus eos proponam breuiter.

Poſſunt loca propoſita eamdem habere longitudinem; ſeu eſſe ſub eodem meridiano. & tunc vel vtriuſque latitudo; eſt eiuſdem rationis, ſeu vtraque borealis. ita vt loca ſint in eodem quadrante, in quo caſu, minor latitudo à maiori ſubtrahatur; relinquetur eorum diſtantia in gradibus;




vt ſi hæc loca ſint A, & B, auferatur latitudo AC, ex latitudine BC, relinquetur arcus AB. Si verò inter loca propoſita, latitudinem eiuſdem rationis habentia, incurrat polus E; vt ſi comparentur loca A & D, auferatur vtraque latitudo AC, DF ex ſemicirculo, relinquetur arcus AD, pro diſtantia.

Si latitudines ſint diuerſæ rationis, vt ſi comparentur A, & G; addantur latitudines AC, CG, & habebitur arcus AG. ſi denique polus K incurrat, ex ſemicirculo FHC ſubtrahatur latitudo FH, reliquo HC, addatur latitudo A C. habebitur arcus ACH, qui ſi ſuperet ſemicirculum, accipiatur reliquum ad circulum integrum.

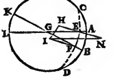
Si vterque locus latitudine careat, atque adeò vterque ſit in æquinoctiali; minor longitudo à maiori ſubducatur, relinquetur diſtantia, modò tamen, ſit minor ſemicirculo; ſi enim maior eſſet, ſumendum eſſet reliquum ad circulum.

Si loca propoſita, nec ſint in eôdem meridianô nec in æquinoctiali ſintque illa A & L, ex vtriuſq; longitudine cognitâ, innoteſcit longitudinis differentia, nēpe arcus CO, ſeu angulus CEO, cognoſcuntur & complementa latitudinum, nempe arcus AE, LE, vnde per Trigon. cognoſcetur arcus AL.

Denique ſi comparentur loca A & M, diuerſi generis latitudinē habentia, addatur latitudo AC quadr. CK, cognoſcetur arcus AK, cognoſcitur itē

arcus MK, complementum latitudinis O M, & angulus AKM, nempe arcus C O, differentia longitudinum.

Alter modus qui Geometricus est, & ferè genus aliquod Astrolabij continet, ita se habebit, sit differentia longitudinum arcus AB, & vnius




loci latitudo, sit æqualis arcui AC, alterius loci latitudo sit æqualis arcui B D, ducantur diametri AG, BG, ad quas demittantur perpendiculares CE, DF coniungatur linea FE, ad quam ducatur perpendicularis HE, æqualis lineæ CE, item alia perpendicularis FI æqualis lineæ DF, erit HI subtensa arcûs intercepti inter loca proposita. quare si accipiatur recta HI, & transferatur in circulum CAD, quot gradus subtendet, tot gradus inter loca proposita intercipientur.

Demonstratio. Intelligatur circulus CAD esse æquinoctialis. eruntque A, & B, puncta in quibus meridiani per loca proposita transeuntes æquinoctialem secant, & AG, BG diametri meridianorum. intelligatur supra diametrum BK, insistere semicirculus meridiani, pro quo, quia in sublimi operari non possumus, substituatur semicirculus BOK, in quo sit latitudo B D, ductaque perpendiculari DF, notetur in diametro BK, punctum F cui perpendiculariter respondet locus vnus, ita ostendam punctum E, esse locum in diametro A L cui respondet perpendiculariter locus alter. idem enim punctum inuenimus per perpendicularem CE, quod inuentum esset, si ex loco proposito, demitteretur perpendicularis ad eamdem diametrum AL. Intelligantur lineæ FI, EH, eleuari, ita vt sint rectæ ad planum æquinoctialis, cum sint æquales lineis EC, FD, in superficie Sphæræ terminabuntur; eruntque H, & I puncta proposita, & HI, subtensa arcûs inter ipsa intercepti, si tamen loca fuerint in eôdem hæmisphærio, si verò posita essent, in diuersis hæmisphæriis, vna ex lineis qualis est EN in alteram partem ducenda esset, & subtensa arcus inter ea loca intercepti esset linea IN; quia in tali casu linea IF excitata perpendiculariter supra planum æquinoctialis, esset in vno hæmisphærio, & linea AN in alio.

Alij multi casus esse possunt, qui omnes hôc exemplô, probè intellectô, solui possunt.

Solui item poterunt per Trigonometriam alia similia problemata, qualia sunt hæc, datâ duorum locorum latitudine, & plagâ, in qua vnus, ab altero situs est, inuenire distantiam.

Vel datâ duorum locorum longitudine, & vnius latitudine, & plagâ in qua alter locus situs est inuenire distantiam,

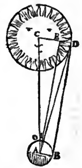
## PROPOSITIO LVII.

Theorema.

*Quantum plusquam hæmisphærium terræ sol illuminet.*

Suppono id quod in fine tractatûs opticæ, iam demonstrauimus. luminosum Sphæricum maius, minoris Sphæræ plusquam hæmisphærium illuminare, vbi etiam ostendemus extremum, illuminationis limitem, esse circulum.

Suppono item diametrum solis, se habere ad diametrum terræ vt 11. ad 100. item diametrum solis subtendere angulum 30. minutorum, & semidiametrum angulum 15. minutorum, sit ergo




terra cuius centrum A, semidiameter AB, sol cuius centrum C, semidiameter C D, sit tangens DB, & quia anguli D & B recti sunt, lineæ AB, CD parallelæ erunt, abscindatur linea ED æqualis lineæ AB, ducaturque linea AD.

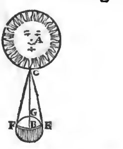
Demonstr. Cùm lineæ AB, ED parallelæ sint, & æquales, lineæ B D, A E erunt etiam parallelæ, (*per* 33. 1.) vnde angulus EAB rectus erit. quare arcus BI quadrans erit, quæritur arcus IO, nempe id quod præter quadrantem, ex illa parte illuminatur; ducatur CD. cum linea recta potest assumi pro arcu 15. minutorum, si ergo E D continet duas vndecimas 15. minutorum, C E continebit 9. vndecimas 15. minutorum, hoc est minuta duodecim cum quadrante, quare OI continebit 12.min.cum quadrante, quare præter hæmisphærium, sol illuminat, in terra limbum duodecim minutorum, illuminatione tamen partiali.

## PROPOSITIO LVIII.

Theorema.

*Luminosum etiam maius, illuminatione perfectâ illuminat minùs, quàm hæmisphærium Sphæræ minoris.*

Illuminationem perfectam eam voco, quâ opacum, à toto disco luminosi, & non ab vnâ tantùm eius parte illuminatur. Sit ergo sol A, terra B, dico



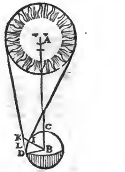

dico minùs quàm hæmiſphærium terræ, illuminatione perfectâ illuminari. Sit enim C centrum diſci ſolaris, ſeu partis ad terras obuerſæ.

Dem. Illæ partes terræ non illuminatur illuminatione perfectâ, quæ non illuminantur, à puncto C, centro diſci ſolaris, ſed punctum C minus ex terra illuminat, quàm hæmiſphærium, docantur enim tangentes CE, CF. In triangulo CBE, cum angulus E, (*per 18. 1. Eucl.*) rectus ſit, angulus CBE minor erit recto, & conſequenter arcus GE, minor erit quadrante, & FGE minor ſemicirculô.

## PROPOSITIO LIX.

### Problema.

*Quantùm ſol minùs, quàm hæmiſpharium terra, illuminet perfectâ illuminatione determinare.*




Sit ſol A, terra B, quæritur quam terræ portionem ſol illuminet illuminatione perfectâ. Sit linea AB coniungens centra ſolis, & terræ, ſitque tangens E D, item tangens FI, ſolus arcus CI ex illa parte, illuminatione perfectâ illuſtratur. quæritur quantus ſit. In propoſ. 57. vidimus arcum CD præter quadrantem continere minuta $52\frac{1}{4}$. triangula KDB, KIL habent angulum K, communem, & angulos rectos KDB, KIL, igitur anguli KLI, DBI, æquales ſunt, ſed angulus KLI ſeu E L F, eſt angulus ſub quô ſol videtur, nempe min. 30. igitur arcus DI erit minutorum 30. ſed arcus CD erat gr. 90. min. $12\frac{1}{4}$. igitur arcus CI erit graduum 89. min. 42. deficiunt ergo min. 18. ad quadrantem.

Sol igitur illuminatione perfecta non illuminat hæmiſphærium terræ, deficitque limbus minutorum 18.

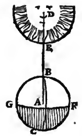
Item in terra illuminatione partiali illuminatur limbus triginta minutorum.

Oſtendam pariter centrum diſci ſolaris illuminare ferè totum hæmiſphærium, ita vt deficiant tantum duo minuta, cum tribus quadrantibus. quare omnibus ſubductis, ſi ſumatur medium limbi illuminati imperfectè, inuenietur ſol illuminare hæmiſphærium, quod deinceps aſſumemus tanquam principium; negligendo duo minuta cum tribus quadrantibus. quæ deficiunt in illuminatione centrali.

## PROPOSITIO LX.

### Theorema.

*Sole in æquinoctiô poſitô, centrali illuminatione vterque polus illuminatur.*




Sit terra A, æquinoctialis circulus BC, in terrâ ductus, ſol D ſit in æquinoctiali circulo, hoc eſt linea ducta à centro ſolis, ad centrum terræ, attingat æquinoctialem terræ, dico punctum E, centrum nempe diſci ſolaris, illuminare ferè vtrumque polum.

Demonſtratio. (*per præcedentem*) centrum diſci ſolaris illuminat ex vtraque parte ferè quadrantem, ergo BF, BG ſunt fere quadrantes,: igitur puncta F, & G, ſunt poli, quare polus vterque illuminabitur, & cum ſol totô eo die, ita voluatur circa terram, aut terra circa axem, ſecundum Copernicum, vt ſemper ferè maneat in plano circuli æquinoctialis, limes illuminationis, (quem circulum eſſe diximus, cum circulis horariis, ſeu meridianis coincidet, & vtrumque polum ſemper attinget.

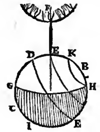
## COROLLARIVM.

Sole æquinoctialem percurrente, limes illuminationis, eſt circulus horarius, nempe per polos tranſiens.

## PROPOSITIO LXI.

Theorema.

*Quanta est solis declinatio, ab æquinoctiali, tantum illuminatio deficit ab vno polo, & tantum alius polus intra illuminationem immergitur.*




Sit terræ centrum, polus vterque B, & C, æquinoctialis D E; sol declinet ab eo, arcu DE graduum 20. dico illuminationem, à polo opposito C deficere gradibus 20. E contra polum B immergi intra illuminationem, seu abesse à limite illuminationis H gradibus 20.

Demonstratio. ab æquinoctiali D, ad polos B & C, sunt vtrinque gradus 90. seu quadrans circuli; sed pariter a puncto E, medio illuminationis (*per 59. huius*) ad limitem illuminationis, sunt hinc inde gradus 90. quare subductis arcubus communibus DG, EH, restant arcus GC, ED, BH æquales, quod erat demonstrandum. Et totô eô die, siue sol, siue terra voluatur, limes illuminationis percurret periphæriam GI, hoc est semper distabit à polo C totidem gradibus; ab eo deficiendo, & ex alia parte, attinget semper aliquod punctum peripheriæ circuli K H, eum illuminando, & viginti gradus prætetea, & eæ sunt regiones comprehensæ nempe circulo KH; quibus sol, totô cô die non occidet, sicut oppositis, seu circulô GI comprehensis, non orietur.

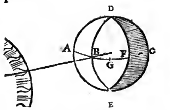
### COROLLARIVM.

Ex hoc sequitur circulum perpetuæ diei, & perpetuæ noctis à tempore æquinoctij, in quo nullus est, ad solstitium vsque semper crescere, exinde minui vsque ad æquinoctium. Quia nempe cum declinatio solis semper crescat, vsque ad solstitia; in quibus inuenitur graduum 23. cum dimidio, & diameter circulorum perpetuæ diei ex vna parte, & perpetuæ noctis ex, alia totidem gradus contineat, quot habet declinatio, eos circulos crescere, & decrescere necesse est cum declinatione.

## PROPOSITIO LXII.

Theorema.

*Sole existente in aliquo circulo maximo, illuminatio peruenit ad eius polum.*




Sit sol in aliquo circulo maximo, verbi gratiâ in horizonte, hoc est linea coniungens centra solis, & terræ secet horizontem ABC alicuius loci D. E qui etiam est horizon respectu loci E, ex B vt polô, interuallô quadrantis describatur circulus maximus DFE, item per punctum B intelligatur duci circulus verticalis BDE, transiens per Zenith, illius illuminabitur quadrans, sed ab horizonte ad Zenith, & ad nadir, est præcisè quadrans: igitur illuminatio præcisè transit per Zenith D, & nadir E. quare Zenith & nadir qui sunt poli horizontis illuminantur. quod erat demonstrandum.

### COROLLARIVM I.

Sequitur Item sole positô, in polo alicuius maximi circuli limitem illuminationis, coincidere cum illo maximo circulo, quia illuminationis limes ex omni parte, distat circiter 90. gradibus.

## PROPOSITIO LXIII.

Theorema.

*Sole in horizonte positô, limes illuminationis est circulus verticalis distans 90 gradibus, ab eo, in quo sol versatur.*

Sit sol respondens circuli horizontalis puncto B, dico limitem illuminationis esse circulum verticalem terrestrem, distantem à circulo verticali DBE gradibus 90. quod enim sit circulus verticalis facilè ostenditur. est enim circulus maximus, transiens per Zenith, & per nadir, vt ostendimus in superiori propositione. quod verò distet à verticali DBE 90. gradibus, ostenditur, quia ex B, ad F, quæ est mensura illuminationis, & simul verticalium, sunt 90. gradus.

### COROLLARIVM I.

Sole oriente in primo verticali, circulus qui est limes illuminationis est circulus meridianus. simulque oritur omnibus qui in eodem sunt meridiano, quæ est ratio cur omnibus hora sexta oriatur. ratio est quia primus verticalis gradibus 90. distat à meridiano.

### COROLLARIVM II.

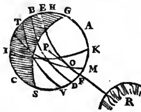
Quanta est amplitudo ortiua, tantùm verticalis qui est limes illuminationis declinat à meridiano: oriatur enim sol in puncto B, sitque amplitudo ortiua, arcus BG, est autem amplitudo ortiua arcus interceptus inter ortum solis, & punctum in quo oritur tempore æquinoctij, dico arcum

cum FC quô limes illuminationis, distat à meridiano, æqualem esse arcui BG, cùm enim iam BF, quam GC sint quadrantes, ablatô communi arcu FG, restant arcus GC, BF æquales.

## PROPOSITIO LXIV.

Theorema.

*Tempore æstiuô loca Septentrionaliora, citiùs illuminantur, quàm minus Septentrionalia.*

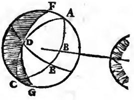



Sit terra ABC cuius poli A & C. æquinoctialis B D, sol percurrat parallelum æstiuum EF, sintque duo loca G, & H, quorum horizontales circuli LM, IK, sitque sol in punctô O horizontis LM, pertinentis ad locum G, illuminatio est GS (*per 62.*) & punctum H adhuc est in vmbrâ, ergo citiùs otitur punctô G, quod est vicinius polo A, quàm punctô H. contrarium accidet quando sol percurret parallelum TV.

## PROPOSITIO LXV.

Theorema.

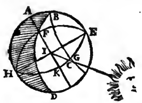
*Sole positô in circulo quôcumque horario; limes illuminationis transit per punctum æquinoctialis distans ab eo, sex horis.*




Sit sol in circuli horarij quolibet punctô B. dico illuminationis limitem F G secare æquinoctialem ED, in punctô D, ita vt arcus D E, sit sex horarum, seu graduum 90. nam (*per 61. huius*) sole existente, in aliquo circulo maximo, illuminatio peruenit ad eius polum, polus autem circuli horarij, est in æquinoctiali, cum enim circulus horarius AEC transeat, per polos æquinoctialis (*ex Theodosio*) vicissim æquinoctialis per polos eius transit; non potest autem esse aliud punctum quam D, quod supponitur gradibus nonaginta distare.

## PROPOSITIO LXVI.

*Differentia circulorum horariorum, qui à limite illuminationis secantur, tam in æquinoctiali circulo, quàm in quolibet parallelo, æqualis est differentiæ ortus solis in æquinoctiali, ab ortu solis in tali parallelo.*

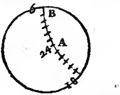



Sint duo loca A in æquinoctiali circulo, & B in parallellô quôlibet, & sole in C existente, limes illuminationis BD, secet circulum horarium ABE, in punctô B, pertinente ad parallelum BG, & æquinoctialem secet in circulo horario EF. cum autem sol illuminare incipit punctum B, sit in circulo horario EC, qui circulus non distabit sex horis à punctô A, alioquin illuminatio transiret per punctum A, quare illuminatio coincideret cum circulo ABE, quod fieri tantùm potest, sole æquinoctialem percurrente (*per 61. huius*) sit ergo circulus distans 6. horis E I H. quem cum sol attigerit necessariò illuminabit punctum A, dico arcum AF, æqualem esse arcui IK, arcus autem IK, est differentia ortus in parallelo BG, ab ortu in æquinoctiali: hoc est arcus IK, indicat quot horis ante sextam sol oriatur in parallelo. cum enim arcus I A, ab hora sexta ad meridiem sit sex horarum, seu 90. graduum, pariter arcus KF (*per præcedentem*) sit 90. graduum, æquales erunt, quare ablatô communi IF, restant arcus KI, AF æquales. quod erat demonstrandum.

## PROPOSITIO LXVII.

Theorema.

*Si quemlibet parallelum terræ diuidas in 24. partes æquales, factô initiô ab aliquo eius punctô; limes illuminationis ortiuus, ostendet horas Babylonicas, & occiduus Italicas.*




Sit parallelus terræ quilibet AB, qui diuidatur in 24. partes æquales, incipiendo à punctô, cui vel cyphram O vel 24. assignabis sequenti versus occasum cyphram I attribues, aliis verò consequentibus 2. 3. 4. &c. dico fore vt limes illuminationis

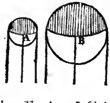
luminationis occiduus indicet horas Italicas pro puncto A. cùm enim sol oritur in puncto A, limes illuminationis necessariò attinget punctum A, voco autem limitem ortiuum, quia est limes ostendens quibus regionibus sol oriatur. cum autem limes illuminationis vniformiter ipsum parallelum percurrat, ita vt intra 24 horas circiter, ad idem punctum regrediatur. si tellurem inspicere liceret, in parallelo quolibet limes illuminationis ortiuus horas ab ortu solis indicaret.

Idem dico de occiduo, nam cum solem occidere respectu puncti A, nihil sit aliud, nisi limbum illuminationis attingere punctum A, & tunc esset 24 hora Italica. Singulis autem horis idem limbus illuminationis quindecim gradibus in parallelo procedat, atque adeò horas indicaret; si liceret tellurem inspicere.

## PROPOSITIO LXVIII.

Theorema.

*Quilibet globus soli expositus eôdem modô illuminatur quô terra.*



Sit globus quilibet A terra B, sol ad partes C, dico globum A, eôdem ferè modô illuminari, quô terra illuminatur.

Et primò quidem si de illuminatione centrali, agatur; sol illuminat paulo minus quam hemisphærium, hoc est deficiunt vtrinque duo, aut tria minuta, sed pariter in globo A, sol illuminatione centrali illuminat paulò minùs quam hemisphærium.

Vnde quo ad hoc differentia non potest esse nisi vnius aut alterius minuti. Secundò globus A, ex eadem parte illuminatur, ex qua terra. nam ducantur lineæ AC, BC nempe vsque ad centrum solis hæ sunt physicè parallelæ propter immensam solis à terra distantiam.

## COROLLARIVM.

Ex hoc sequitur quod si globus aliquis materialis soli exponatur, qui insculptas habeat omnes regiones, item omnes circulos, quos in terra communiter agnoscunt Geographi, sitque illius meridianus, secundum lineam meridianam cœli dispositus, habeat item polum eleuatum prout exigit latitudo regionis, in eo globo lucente sole, videbuntur regiones quibus dies est; item illæ quibus nox est, quibus sol oritur, & quibus occidit, quibus sol eo die non oriatur, quibus non occidat, & alia multa quæ in fine Gnomonices fusiùs tradentur.

## PROPOSITIO LXIX.

*Terra diuisio.*

Postquam telluris affectiones omnes cœlestes superioribus propositionibus sufficienter explicuimus, restat vt generales saltem eius diuisiones attingamus, neque enim enucleatiùs ista persequar, quæ alioquin facilia sunt. & iuris nostri non videntur esse.

Telluris igitur in ea significatione acceptæ, quæ globum integrum complectetur diuisio generalis, est in aquam, & terram, seu in partem siccam, seu consistentem, & liquidam. Terra seu pars sicca, & consistens globi terraquei, non est homogenea, variaque complectitur corpora, nempe Arenam. Sabulum, Argillam, Cretam, Cinnabarin, Ochram terram Lemniam, Samiam, Armeniam, lapides omnis generis, metalla nempe aurum, Argentum, Æs, stannum, plombum, mercurium, ferrum, Anthimonium, sulphur, nitrum, Alumen, Bitumen vitriolum.

Pars verò liquida mare, fluuios, fontes, lacus, & paludes complectitur. Ex terra consistente, & liquida coalescit vnus globus, eo quòd mare, fluuij, & fontes in terræ cauitatibus, & fossis continentur. ex quo fit vt pars eius aliqua extet supra aquas, pars verò aquis tegatur. sunt item multi intra terræ superficiem hiatus, per quos sæpe currunt amnes, vt in fodinis experimur, ita fluuij nonnulli terram subeunt, & post aliquod interuallum rursus emergunt. Ex quibus vides terræ superficiem continuam esse, non autem totius aquæ, cum sint aliqui lacus, qui nullam cum oceano communicationem habeant, vt de mari Caspio communis fert opinio, licèt nonnulli per subterraneos meatus illud, cum mari Euxino coniungant.

Ex quibusnam corporibus constet terra à superficie ad centrum nihil certi dici potest, quamuis pater Kirker hâc de re librum integrum conscripsit. nonnulli nucleum terræ existimant magneticum & durum, partes verò fossiles, & minùs consistentes ad aliqua milliaria nucleum ambire, & ad illud vi natiuâ ferri, hoc est vi grauitatis decidere. An terræ nucleus sit magnus magnes diuinare non possumus, certum est tamen terræ vim magneticam inesse, vt suo loco probabimus. Sed ad diuisionem nostram reuertamur.

Terra supra superficiem aquæ extans, vna non est & continua, sed in varias quasi partes distincta. Eam diuidimus in continentes, & insulas. Licèt autem continentes etiam mari ambiantur, quia tamen vastos adeò tractus complectuntur; in insularum numerum non referuntur.

Continentes igitur sunt 4. vetus orbis, seu antiquis cognitus, nouus orbis, seu America, terra polaris Arctica. terra polaris Antartica, seu magellanica.

Vetus orbis solus antiquis cognitus in duas partes diuiditur, exiguô tantum isthmo coniunctas. nempe in Africam, & partem ex Asia, & Europa constantem. totum hunc veterem orbem à septentrione mare glaciale, & Tartaricum ambit, ab ortu mare sinicum, & pars oceani pacifici. ab Austro, Oceanus Indicus, & Æthiopicus. ab occidente mare Athlanticum.

Hunc orbem diuidit mare mediterraneum, & sinus

sinus Arabicus,relicto exiguo Isthmo, 30. millia-rium vt volunt nonnulli,qui si abesset,Africam in insularum numerum referre possemus.

America item cingitur oceano, A Septentrione Mare est incognitum, nescitur enim quid sit, mare an terra, ab oriente mare Athlanticum, ab Austro fretum magellanicum,ab occidente mare Pacificum.America item in duas ferè partes diuiditur, nimirum ad Panamam. dubitatur an sit Asiæ coniuncta circa fretum Anian.

Terra polaris Arctica à veteri orbe minimô abest interuallô, nempe ad fretum Vaigats,America ad fretum Danis.

Terra polaris Australis vicina est orbi veteri ad nouæ Guineæ promontorium, orbi nouo seu Americæ ad fretum magellanicum, certum est eam vndique oceano cingi.

Non est certum an Terra polaris arctica vndiq; separetur ab orbe veteri,& ab America,immò incertum est an America adhæreat Tartariæ, aut conterminis regionibus. neque enim nouus orbis aut America ad partes Septentrionales circumnauigata sunt.

Præter has 4. continentes quæ forsitan sunt maximæ insulæ, decem numeramus magnas Insulas, inter quas primum locum obtinet Britannia Regna Angliæ, & Scotiæ complectens, inter Americam, & Europam posita vicina Europæ, nempe Galliæ & Flandriæ, cingitur mari Athlantico,eius forma oblonga est, extensa à meridie ad Septentrionem crassior in plaga meridionali. Eius vrbs præcipua Londinum cuius latit. graduum 51.32 Long.22.30.

Iaponia quæ non minor est Britanniâ, Asiæ & chinæ finitima est, vndique mari pacifico alluitur. vrbs Nangafachi habet latitudinis borealis gradus 32. 55. longit. 150. 38.

Luconia quæ habet Metropolin Manbilam latit.borea.14 33.Long.142.10.inter Philippinas recensentur, Asiæ finitima est, cingitur oceanô pacificô.

Madagascar seu Insula Sancti Laurentij, Africæ vicina, cingitur mari Arabicô, iacet non longe à faucibus rubri maris, tropico capricorni subiecta est.

5. Sumatra,seu vt volunt alij Taprobana non est multum dissita à Chersonesô Malacensi, in longû porrigitur, cingitur mari Indicô, subiacet lineæ æquinoctiali, longitudinem habet 121. graduum.

6. Borneo Vicina Sumatræ eius Metropolis latitudinem borealem habet graduum 5. longit. 133. graduum.

7 Islandia circulo polari arctico subiecta,non procul à terra polari, & Nortuegia,cingitur mari athlanticô, eius forma oblonga est.

Terra noua Insula adiacens canadæ In Septentrionali America,cingitur mari Septentrionali.

Noua Zembla Insula sita inter Samoiedam & Russicam, & terram polarem arcticam separatur ab Europa fretô Vaigats.

Pariter adiacet terræ polari. alia magna Insula, inter fretum Dauit,& fretum Hudsonij,dubitatur tamen multis an sit insula, an verò sit pars Americæ. Idem dubium est de Califotnia,quam nonnulli partem Americæ faciunt.

## INSVLÆ MEDIOCRES 10.

Iaua vna ex Indicis, formâ oblongâ cingitur oceano Indico, huius latitudo Australis 6. graduum 55.mio.longitudo 125.10.

Cuba Americana Insula prope floridam in ingressu Mexicani sinus.

Hispaniola non longe à Cuba,eius forma subrotunda est.

Hybernia seu Irlandia vicina Britanniæ subrotunda est.

Creta in Græcia cingitur mari mediterraneo.

Sicilia Italiæ vicina in mari mediterraneo triangularis est.

Sardinia in mari pariter mediterraneo infra Corsicam.

Ceilanum non procul à promontorio Comorino, forma eius rotunda est,Barrius eam existimat esse Taprobanam.

Mindanao vna ex Philippinis in oceano pacifico ferè rotunda est.

Celebes insula non procul à Borneo.

Frislandia non procul ab Islandia.

## INSVLÆ PARVÆ 10.

Gilolo vna ex Indicis non procul à Molucis in oceano Indico.

Amboina non procul à præcedenti in eodem oceano posita,forma oblonga.

Timor Insula non procul à terra Australi, refertur ad Indicas.

Iamaica in sinu Mexicano formâ oblongâ.

Zelandia Insula Daniæ inter Iutlandiam & Gothiam,rotunda est.

Corsica in mari mediterraneo.

Euboæa seu Negreponte, vicina Moreæ

Maiorica vna balearidum

Cyprus non procul ab Asia minore

Isabella in oceano pacifico.

## MINIMÆ INSVLÆ.

Minimarum insularum Infinitus est penè numerus.vt Rodus melita, ynica minorica seio Cephalenia in mari mediterraneo.

In oceano Athlantico inter Africam & Brasiliam Insula S. Helenæ Ascensionis, Insulæ Diui Thomæ,Madeia è regione freti Gaditani.

Zocotora ad fauces Arabici sinus

Gotlandia in mari Baltico

Insula Paradon quam nemo inuenit nisi casu fortuitô.

Insularum Agmina seu quasi Archipelagi sunt quindecim

Canariæ Insulæ è regione Athlantis montis, sunt numero 10.dictæ sunt fortunatæ.

Flandricæ seu Azotes inter Europam, & Americam sunt 7.præcipuæ.

Hesperides è regione promontorij viridis numerantur 12.

Maldiuæ insulæ, in oceano Indico non procul à Malabarico, extenduntur à Septentrione in Austrum, earum ingens dicitur esse numerus, ad 12. millia, alij mille ducentas. sunt tamen quasi septem Insulæ maiores, frequentibus quasi canalibus subdiuisæ.

Insulæ lucares inter floridam & cubam. numerantur 400.paruæ omnes exceptâ Lucaiâ.

Insulæ principis inter Hispaniolam, & Americam omnes in sinu Mexicano.

Insulæ camercanæ prope Hispaniolam

Insulæ mascarenæ inter Madagascar & Africâ.

Moluccæ Caryophylorum copia celebres.

Pbilippinæ quarum magnos eſt numeros.

Inſulæ Maris Ægei, hoc eſt iam eyclades quæ duodecim numerantur.quam ſporades.

Inſulæ Iaponicæ.

Inſulæ Salomonis in mari pacifico.

Inſulæ latrunculorum.In archipelago S. Lazari.

Inſulæ Bandanæ inter Iauam & Bandam.

Inſulæ Angliæ & Scotiæ adiacent, vt Inſulæ Dalmatiæ, Noruegiæ, Chinæ &c.

TERRÆ IN MARE PROCVRRENTES.

Italia. Hiſpania, pars Angliæ, Tota Græcia; Aſia minor; Noruegia, Suecia, cum Lappia, India, Camboya, noua Guinea terræ Auſtralis Beach eiuſdem continentis, noua Britannia, nouum Belgium, Lingua Afticæ.

PENINSVLÆ.

Peninſulæ ſunt quatuordecim, quarom 7. oblongæ ſunt.

Cherſoneſus aurea, ſeu Malaecenſis, quæ adhæret Indiæ.

Cherſoneſus Cimbrica, ſeu Iutlandia adhærens Hulſatiæ.

California ad litus occidentale Americæ.

Noua Fraucia vt volunt nonnulli.

Cherſoneſus Incatan in ſinu Mexicano.

Cherſoneſus Thraciæ ad Helleſpontum.

Cherſoneſus Caſſandriæ ad ſinum Theſſaloniecenſem pariter Ionia.

Peninſulæ ſubrotuodæ Africa tota.

Americæ partes

Peloponeſus ſeu Morea

Taurica Cherſoneſus

Cambaya.

ISTHMI,

Iſthmus inter Ægyptum & Aſiam

Iſthmus Corinthiacus.

Panamenſis inter Mexicanam Americam, & Peruuiam

Pa'itar inter auream Cherſoneſum, & Indiam.

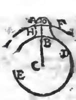
Iſthmus Tauricæ Cherſoneſi,

PROPOSITIO LXX.

*De Montibus.*

Mons eſt pars terræ ad notabilem aliquam altitudinem ſupra cæteras terræ partes aſſurgens, niſi hæc altitudo ſit notabilis dicetur collis, tumulus. multa circa montes occurrunt ſcitu digna, & primò quidem de montium altitudioe, mirum enim quàm in materiâ alioquin obuiâ, & in oculos incurrente diſcrepent authores, aliis quatuor, aut quinque milliaria montibus altiſſimis in perpendiculo tribuentibus; aliis verò 50. aut 60. milliaria aſſignantibus, in quo primò diſtinguenda eſt cum Ricciulio Altitudo montis reſpectiua, ab eiuſdem montis altitudine abſoluta.

Altitudo montis abſoluta, eſt linea recta, & perpendicularis ducta à faſtigio montis ad ſuperficiem maris continuata. Sit mons AB, linea perpendicularis, ſeu linea perpendiculi per centrum terræ tranſiens ſit AC, ſuperficies maris ſit DE, quæ continuata in orbem eirca centrum terræ C,




ſecet lineam AC, io punꝫo B, voco lineam AB abſolutam montis altitudinem. non quòd hæc etiam altitudo non ſit reſpectiua ad ſuperficiem maris, ſed quòd hic reſpectus quaſi ſeipsô determinatus, ſit, nec pendeat ab hominum arbitriô hunc terminum aſſignante cum hæc videatur eſſe ſuperficies globi terraquei.

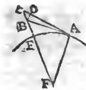
Reſpectiua altitudo montis, aut turris, eſt exceſſus montis ſupra oculum reſpicientis, vel ſupra planitiem aliquam quamcumque; verbi gratiâ, ſit planities aliqua in F, è qua ſpectetur mons AB, intelligatur produci Sphæricè hæc planities, donec attingat lineam AC in puncto H. linea AH erit altitudo montis reſpectiua.

Dixi producatur Sphæricè, nam ſi Intelligeretur planities produci, in planum multom de altitudine montis decederet. vt ſi ſpectarem montem ex H, intelligeremque planitiam produci per planum HO, haberem pro altitudine montis ſolam lineam AO, quæ haud dubie in nullo ſenſu poteſt eſſe vera eius altitudo. niſi forſitan eſſem ita vicinus monti, vt differentia inter curuam ſuperficiem, & planam, inſenſibilis eſſet. vt autem ſciatur quantum decedat; diſtantia vnius milliarij demit vnum pedem, diſtantia trium 6. pedes, diſtantia 10. milliarium 15. paſſus Geometricos. 20. milliarium paſſus 59. 30. milliarium 131. paſſus, 40. milliarium 233. paſſus, 60. mill. 524. paſſus 80. milliarium, 932. paſſus & ita de reliquis.

Ex quibus vides in metiendis montibus, ex diſtantia notabili, illius decrementi habendam eſſe rationem. diſtinguendam item eſſe altitudinem reſpectiuâ, ab abſoluta abſolutam enim præcipuè inquirimus, quæ vnica & determinata eſt; cum reſpectiua ſit multiplex, ſecundum varias oculi altitudines, cum quibus montis altitudo comparari poteſt.

Ex his vides quàm malè à nonnullis antiquis accepta fuerit altitudo montis Atho, ex vmbra quam Lemnon vſque proiiciebat, aſſumebant enim totam ſuperficiem maris ſtadiorum 700. hoc eſt milliarium 87. quaſi eſſet ſuperficies plana, & mons erectus perpendiculariter, ſupra ſuperficiem aquæ; in quo duplicem noto errorem; & quòd curuam pro recta aſſumat, & quòd montem quaſi perpendicularem ad horizontem ſuum concipiat. ſit enim aliquis in Lemno inſula nempe cuius horizon ſit AB, obſeruet autem angulum CAB ſub quo videtur ſummitas montis, & ſecundùm communem Geodeſiam metiatur altitudinem montis, dico fore vt illi obueniat tantum longitudo lineæ perpendicularis B D, quæ minor eſt linea BC & a ihac detrahit altitudinem BE.

Metiamur igitur montis Athos altitudinem qui videtur non tantum ex Lemno inſula, ſed etiam ex inſula Tenedo. Et ego illum vidi ex prædicto luco. diſtat autem Tenedo à Lemno Inſula pluſquam triginta Leucis. ita vt ſint ad




minimum 100. milliaria quorum 60. in gradus ponamus ergo BE esse altitudinem montis, A B esse horizontem loci in quo eramus. arcum A E esse 100. milliariorum, hoc est unius gradus & $\frac{2}{3}$. seu angulus A F B erit unius gradus & 40. minutorum est. ergo BE excessus secantis supra sinum totum, qui in canone secantium est 4232 qualium sinus totus est 10000000. semidiameter terræ ex Ricciolio est 3684598. fiat ergo vt 10000000. ad 4232. ita 3684598. & inuenio 1559. passus.

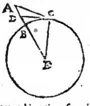
Si verò mons aliquis non tantum primò videretur ea puncto A. sed etiam videretur sub angulo BAD, in triangulo CAF cuius cognoscitur angulus CAF, supponitur item cognitus angulus F. & AF, semidiameter, facilè habebitur CE.

Non difficili ratione si ex B cacumine montis respiciendo, limbum maris per lineam BA, obserues angulum FBA, cuius complementum erit angulus F. vt patet. ita institues regulam proportionum si AF, sinus totus 10000000. tabulatus, dat BE, 4232. excessum secantis verbi gratiâ vnius gradus & 40. min. semidiameter terræ 3684598. passuum antiquorum Ricciolianorum, quid dabit.

Ea quo vides quod si habeatur vel arcus è quo primum videtur cacumen montis, vel angulus factus in cacumine montis, innotescit altitudo montis, modò sit iam constituta terræ diameter.

Dicitur videri Æthnæ cacumen ex ducentis milliaribus. Scilicèt ea tribus gradibus; ea excessus secantis trium graduum & 6. min. est 14655. dicas ergo si 10000000. dant 14555. semidiameter terræ 3584$\frac{1}{2}$ milliarium dabit 5399$\frac{1}{2}$ passus quorum sunt 80. milliaria in vno gradu.

Cauendum tamen ex eo quod videantur montes ea eleuatione aliqua, non procedere argumentum, vt dicunt ea Tolonis portu videri Corsicæ montes, quod falsum est ea superficie maris; sed tantum si conscendas montem. cum neque ea villa Franca videri possint. etiam ex summitate arcis. tunc igitur habenda est summitatis montis è quo




alius spectatur, verbi gratia, ex summitate A montis videatur montis C D cacumen, sciatur item arcus BD in milliaribus, & consequenter in gradibus. vnde cognoscitur angulus E, obseruandus item est angulus FAC. tum in triangulo AFC vt sinus anguli C, ad sinum anguli A, ita E A cognita in milliaribus ad C E, è quâ



auferenda est DE. quare diligenter interrogandi sunt qui dicunt se ex tanto interuallo vidisse montem, an ex superficie maris videant, an è summo Catchesio.

Vnde quæ referuntur de Caucaso quod videatur, ex ea parte ponti Euxini quæ profunda dicitur, puto esse ambigua. Idem dicendum censeo de eo qui ex Lylibæo, Siciliæ promontorio naues discernebat è Carthaginis portu soluentes. quod fabulosum est. neq; ea eo quidquam concludi potest de Lylibæi altitudine. cum neque à transeuntibus inter melitam & Siciliam videatur.

Narrant pariter in Insula Teneriffa esse montem Picum nomine, cuius apex flammis coruscat, qui videatur ex 60. aut 70. Leucis Hispanicis: hoc est ea tribus gradibus cum dimidio. sed restat semper meum dubium an ex imo tabulato, an verò ex summo Catchesio videatur, ista enim valde differunt.

PROPOSITIO LXXI.

Theorema.

*An aliquid detrahendum sit altitudini montium propter refractiones.*

Certum est quod si montis cacumen spectetur ea inferiori loco, & hoc modo mensuretur eius altitudo, & supponatur eius cacumen transcendere nubes, & totam athmosphæram, certum est inquam, quod refractio aliquid efficiet, illumq; altiorem apparentem reddet, quàm reuerà sit. sed supponitur semper altior quam sint vapores illi qui, refractionem producunt. si verò non sit altior huiusmodi vaporibus, refractionis ratio habenda non erit. immò si ea superiori loco per intuitum horizontis, eius altitudinem metiri velimi tantum abest vt refractio augeat eius altitudinem, quiot immo minuat.

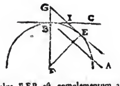
Confirmant hoc nonnulli variis experientiis. Pater Athanasius Kircher. Ea in sula melita nonnunquam sibi visum Æthnæ cacumen, alias non visû. Asserit Ricciolius & Pater Grimaldi sibi visas nônunquam ea Paterno monte Rauennates turres, & ædificia supra quandam arborem, nonnunquam verò deprimi infra eandem arborē, ea interictu scilicet aliquorum vaporum mane, & vespere, vnde possumus suspicari refractionem aliquid facere, & positâ communi refractione horizontali minutorum 30. quæ est Tychonica; facilè poterimus imminuere altitudinem montium, ita vt determinare possimus detractâ ea altitudine quæ refractioni competit, montem saltem esse talis altitudinis. nam operæpretium erit scire altitudinem montium, & ita scire vt de ea dubitare non possimus. quod vt meliùs fiat.

LEMMA.

Supponam & præmittam vnum lemma: quod quoties stella est infra horizontem meum aliquibus g adibus, linea tangens superficiem terræ ex stella ducta, totidem gradibus abstit à puncto mei horizontis.

Sit ergo stella A infra horizontem meum BC posita, v. g. 10. gradibus hoc est, sit angulus ABC graduum 10. dico si ex eâdem stellâ ducatur tangens AE, fore vt angulus EFB sit 10. graduum,

 nam



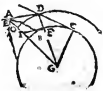

nam angulus E F B est complementum anguli EGF, sed pariter angulus GIB, est complementum anguli G, ergo anguli F & G I B sunt æquales; sed anguli GIB, CBA alterni in parallelis sunt æquales, ergo anguli F, & ABC sunt æquales.

## PROPOSITIO LXXII.

### Theorema.

*Quid detrahendum sit ex altitudine montis propter refractionem.*

Deducam facilè secundum praxin nostram, quid ad summum, detrahendum sit ex altitudine montis, dum timetur refractio. Et primò quidem in exemplo montis Athos quem posuimus videri ex distantia 100. milliariorum detrahenda essent 30. milliaria, ex distantia è qua videtur ad sũmũ, ita vt detractis illis 30. milliaribus, sim certus montem ad minimum habere eam altitudinem quæ competet secanti reliquorum, vel meliùs. Sit




mons AB cuius inquiritur altitudo, hic videatur primum ex puncto C. sed timetur ne videatur per radium refractum A D, DC. ponatur ergo videri stella radere caeumen montis A, ita vt videatur pariter stella per radium refractum EDC. qui frangatur solum inter cacumen montis & oculum C. intelligatur igitur stella 30. minutis infra horizontem DC, qualem refractionem horizontalem ponit Tycho, & supponatur à stella, duci linea I F, tangens terram in F, eritque per lemma superius; arcus FC min. 30. producatur linea GFD donec attingat radium EA, & ex G, per D ducatur arcus DO; linea ED erit tangens arcum O D in puncto D, cum lineæ A D, I F sint parallelæ, ob immensam stellarum distantiam, & angulus IFG sit rectus, angulus etiam EDG rectus erit, & ED erit tangens (*per* 16. 3.). altitudo montis constabit lineâ OB quæ est æqualis lineæ D F, excessui secantis minutorum 30. supra semidiametrum terræ, & lineâ AO, quæ est excessus secantis arcus reliqui O D supra semidiametrum G D, seu semidiametrum terræ auctum linea FD. res in exemplo patebit,

Sit propositus mons Atho quem diximus videri à 100. milliaribus DF, excessus secantis 30. min. qui in tabula inuenitur 380. fiat ergo vt 10000000. ad 380. ita radius terræ in milliaribus nempe 3684598. ad quartum nempe 140. passus Geometricos, arcus OD est 70. min. seu vnius gradus & 10. min. vt habeatur AO fiat vt 10000000. ad excessum tangentis vnius gradus & 10. min. nempe ad 3428. ita tota CD nempe 3684738. ad 1262. quibus si addas OB seu F D 140. habebis ad minimum 1404. passus Geometricos. vix tamen puto rem ita posse se habere; eo quod radius tangens A D non possit refringi. debet enim aliquibus gradibus inclinari, vt ingrediatur corpus densum, contendo tamen illud esse ad summum quod detrahendum erit. vt enim radius AD non sit perpendicularis ad D G, debebit deprimi athmosphæra; & consequenter linea BO fieri minor; ideoque dixi BO esse ad summum id quod detrahi debet.

Hæc assertio intelligenda est, quando metimur altitudinem montis, ex loco inferiori, hoc est ex loco è quo primùm videtur, nam hôc modó procedebat ratiocinium.

## PROPOSITIO LXXIII.

### Prohlema.

*Quid addendum sit altitudini montis, obseruatæ ex vertice propter refractionem determinare.*

In hac propositione contendo si obseruetur altitudo montis, ex ipso cacumine, & detur aliqua refractio, fore vt mons depressior deprehendatur quàm re verâ sit, & ostendo modum determinandi quantum illi addi debeat ad summum.

Ex cacumine A spectetur limbus maris, aut planitiei per radium refractum CDA. ita vt obseruetur angulus DAG. radio A D ducatur parallela IF tangens terram in puncto F, modus quem tradidimus est, vt sumamus excessum secantis anguli AGF complementi scilicèt anguli obseruati, sed hòc modô habebitur tantum altitudo B I, ergo refractio si detur montem deprimit. quod erat primum.

Ita habebis altitudinem summam montis; cum angulo AGD quem habemus ex eius complemẽto GAD obseruato, quæratur secantis AG excessus A O, supra diametrum terræ auctam lineâ DF, quam iam supra inuenimus passuum 140. huic lineæ AO addatur OB, seu DF, passuum 140. & babebitur totius montis altitudo AB.

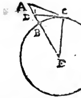
Poterimus item per regressum in praxibus infra tradendis idem inuenire.

## PROPOSITIO LXXIV.

### Problema.

*Altitudinem montis ex quâcumque distantiâ notâ inuestigare.*

Quia rarò accidit vt videamus montem, ex eâ distantia præcisè, quâ primùm videri potest, spectetur ex puncto C summitas montis A, ita vt habeatur angulus ACD. sciaturque distantia BC in milliaribus, & consequenter cum iam determinata sit, diameter, & circumferentia terræ, habebitur arcus B C seu angulus E. cuius complementum est angulus EDC, æqualis angulis DAC, DCA (*per* 32. 1.) & cum supponatur obseruatus angulus DCA. habebitur angulus DAC, quare in triangulo EAC, fiat vt sinus anguli A, ad sinum anguli ACE, ita CE, semidiameter terræ, ad A E, cognoscetur




tur AE, è quâ si subtrahas semidiametrum terræ BE, restabit AB altitudo montis.

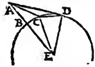
Vel assume tangentem anguli E, in tabulis, nempe lineam DC, fiatque vt sinus anguli A, ad sinum anguli ACD, ita DC ad DA, huic lineæ DA adde DB è tabulis desumptam, nempe excessum secantis anguli E, supra semidiametrum BE, atque ita habebitur AB, in partibus canonis sinuum tangentium, & secant. vt habeatur in milliaribus. fiat ut sinus totus 10000000. ad AB, ita CE semidiameter terræ in milliaribus, nempe 3684588. ad AB in milliarib.

Poterit deinde auferri id quod refractio producere potest. nam cum AE cognoscetur in partibus semidiametri, scietur cuius arcus sit secans, atque adeò ex quonam arcu primum videri potest. vnde applicando penultimam propositionem scies quid timeri possit à refractione.

## PROPOSITIO LXXV.

Problema.

*Altitudinem montis per duas stationes inuestigare.*




Sit obseruanda montis altitudo AB, obseruetur ex pũcto C angulus ACE, qui ablatus ex quatuor rectis, relinquit summam angulorum ACD, ECD. tũ decurratur arcus CD cognitus in milliaribus, quod in aliquibus casibus facillimum erit, nempe dum proceditur à Septentriona in austrum, vel per æstimationem, vel quâcumque alia methodô, si simus in planitie aliqua id præstabimus Mechanicè: obseruetur item angulus ADE, quia autem cognoscitur arcus CD, dabitur & eius subtensa CD, & anguli ECD, EDC, qui sunt æquales, & reliqui ad duos rectos subductô angulô E. quare si angulum ECD, subducas ex summâ angulorum ECD, ACD; pariter subducendo EDC, ab angulo ADE obseruato; restabit angulus ADC. & consequẽter CAD. fiat ergo vt sinus anguli CAD, ad sinum anguli ADC; ita CD ad AC. habebitur AC. in triangulo ACE, datis lateribus AC, CE, & angulo comprehenso ACE, habebitur facile basis AE. è quâ si subtrahas semidiametrum terræ BE; restabit AB altitudo montis.

Possunt dari multæ aliæ praxes quæ non sunt huius loci, cum ad Geometriam practicam pertineant; volui tamen istas tradere propter peculiarem facilitatem quam ex diametro terræ cognitâ mutuantur.

## PROPOSITIO LXXVI.

Problema.

*Datâ altitudine obiecti supra superficiem maris determinare ex quantâ distantiâ primum videri possit.*

Hæc propositio est conuersa proantepenultimæ. fiat vt semidiameter terræ in milliaribus, ad altitudinem datam, ita sinus totus 10000000. ad quârtum, id quod proueniet erit excessus secantis supra radium, qui excessus quæsitus in tabulis, dabit arcum è quo videri poterit, qui in milliaria redactus exhibet distantiam, è quâ primum videri potest tale obiectum.

Hæc propositio supponit oculum in superficie positum. sed si velimus oculum eleuatum, quæram distantiam, è qua obiectum eleuatum videri potest ex superficie terræ, tum adhuc quæro distantiam è quâ oculus ipse eleuatus videri potest ex superficie, adde istas distantias, & habebis distantiam è quâ oculus eleuatus, obiectum item eleuatum videre potest. ita determinabis è qua distantia oculus eleuatus videat vexillum nauigij.

## PROPOSITIO LXXVII.

Theorema.

*Quid sentiendum sit de refractione respectu altitudinis montium imminutæ aut auctæ.*

Quamuis non dubitem refractionem astra attollere ita vt in regionibus Septentrionalibus, vt in Dania, horizontalis refractio 30. minutis eleuet syderat. probabile tamen est, in regionibus vicinioribus æquinoctiali, multo minorem esse: loquendo ordinariè. non dubito enim quin nubecola interposita possit nonnũnquam obiecta attollere.

Secundò non est probabile hanc refractionem inchoari tantum infra montium cacumina, cum athmosphæra longô excedat interuallo montium altitudinem, atque hoc Euineo facile; nam montes altissimi operti sunt niuibus vt plurimum: igitur nubes altior fuit eorum vertice. quare iam facta est refractio antequam radius ad mõtes perueniat. licèt autem forsitan adhuc fiat aliqua, non est tamen tanta, quantâ Tycho obseruauit, in syderibus. quia æther valde dissimilis est Athmosphæræ, & illa purior. superior tamen pars Athmosphæræ, non est notabiliter rarior inferiori parte. quare puto istud totum refractionis negotium in montium altitudine determinandâ, negligendum esse.

## PROPOSITIO LXXVIII.

Theorema.

*Examen altitudinis diuersorum montium.*

Prodigiosas profert certorum montium altitudines P. Ricciolius, volui singillatim examinare quibus obseruationibus nixus, eas proferat: video enim plerosq; authores, etiam præcipuæ notæ non assignare nisi vnum aut duo milliaria Germanica hoc est ad summum octo milliaria cómunia.

Primò profert montem Æthnam, cuius altitudinem determinat suppositô quod videatur ex 200.

milliaribus ex assertione Manrolyei, & aliquorum meliteusium Equitum Sed ostendo falsam esse hác assertionem: nisi aceesserit aliqua refractio extraordinaria. Æthna distabit melitâ 120. milliaribus Italicis vt mappæ omnes Geographieæ indicant. sed non semper videtur ex meltia Insulá apex montis Æthnæ, non dico ex superficie maris; sed neque ea supremis ædificiis, ergo videri non potest ex 120. milliaribus, nisi accedat aliqua causa extraordinaria.

Immo nauigantes inter meltiam, & Sieiliam non vident Æthnam ergo seclusâ extraordinaria causâ videri non potest ex tanta distantia

Pro Lylibæo etiamsi strabo ille videret è Lylibæo nauigiatè portu Carthaginis soluentia, non faceret altitudinem Lylibæi extraordinariam,

Fateor si vt referunt naucleri aliqui, Picus Mōs Teneriffæ videatur ex 4 gradibus, eius altitudinem seclusis refractionibus esse 9. milliariorum & habitâ ratione refractionis saltem septem milliariū, vereor tamen ne eum perpetuis flammis coruscet, ineumbentes nonnunquam nubes illustret, quæ reflexæ collucentes pro ipsius cacumine accipiantur, memini enim semel Constantinopoli, ita Lumen incendij quod ex domo nostra S Benedicti, videri directè non poterat, per reflexionem vidisse, vt vna Leuca legerem,

Accedit Caucasus mons qui censetur esse altissimus, duabus de causis, eò quod Aristoteles referat. Illustrari de nocte illius verticem, vsque ad tertiā partem, & in aurora, Itidem à vespera. torsit ingenia hic locus, an intelligeret Aristoteles tertiam partem montis illustrari à sole, an verò apicē eius illustrari à sole tertia parte noctis. multi præferūt hanc vltimam explicationem & videntur fauere consequentia verba, nempe & in aurora, itidem à vespera quod si in solstitio sumatur eum sol occidat hora octaua tertia pars vsque ad mediam noctem esset vnius horæ eum 20. min. Sol autem in ea eleuatione deprimeretur 14. circiter gradibus infra horizontem.

Ex quo sequeretur auCcasum videri posse ex totidem fere gradibus, quod incredibilem facit eius altitudinem. quare res tanti momenti debet stabiliri supra experientiam ab aliquo viro Mathematico factam, & non in loco Aristotelis obscurô id referente, ex famâ.

Notandum autem est montis Caucasi verticem esse niuibus coopertum, quæ sunt alba modò interdum per illustrentur, videntur radiis solaribus illuminari, lucemque spargunt non modicam, vnde accedente illius altitudine, & colore albo, & illuminatione diuturniore, ob refractos radios potuit dare occasionem aliquam id asserendi; & vt res famâ crescunt, & Græci omni æuo fuerunt mendaces: puto nihil certi ex hoc loco constitui posse, præcipue cum Aristoteles non determinet, an de radiis directis, an verò de refractis intelligat, seu quod luce crepusculina illostretur.

Idem dico de Casio monte de quo Plinius & Solinus Mons Casius cuius excelsa altitudo quarta vigilia orientem per tenebras solem aspicit, breui circumactu corporis, diem noctemq; pariter ostendens, ambitus ad cacumen est nouemdecim millium, altitudo per directum 4 sunt eius verba. Ammianus Marcellinus asserit ex eodē loco secundis Gallicinijs videri primū solis exortū.

Neque aliæ feruntur obseruationes: nisi cōmunis opinio, sed quid quærimus in horum montiū determinanda altitudine cum istius Casij altitudo dicatur esse quatuor milliariorum, eademque fere de illo dicantur quæ de Caucaso.

Alia coniectura quæ accipitur, petitur ab ascēsu: vt quia ascensus Athnæ montis est 20. milliariorū satis difficilis, de illius altitudine iudicium fertur. sed experientiâ compertum est viam quæ in singulos pedes tribus digitis ascendit, esse valde præruptam nec dari fere, vllum montem in quo via compensando loca maxime prærupta cum minus prærupta, quæ ascendat ad duos digitos in singulos pedes, hoc est sextâ parte longitudinis. hoc cōprobarem sexcentis experientiis, quare cum longitudo itineris dicatur esse 20. milliariorum, quātis vt plurimum milliaria quæ in montibus numerantur sint aliis multo breuiora, quia homines ex labore, longitudinem viæ solent æstimare. non darem propterea nisi tria ad summum aut 4. milliaria Æthnæ monti.

Secundò profert Alpes; quæ dicuntur quintô die tantum superati; numerāt autem 150. milliaria, hoc est à Gabeleta ad summitatem montis Cenisij. sunt autem Leueæ Gabeleta Camberium duæ, Cāberio ad S. Ioannis Mauriennæ 12. à S. Ioanne ad Aneburgum 9. & vna altitudinis efficiunt 24 Leucas, nec plures, hoc est octoginta ad summum milliaria, sed ascensus Gabeletæ non superat descensum, & Camberio vsque aiguebellam sunt 6. Leucæ quibus vix ascēditur, & vsque ad Aneborgum lenis est admodū ascensus, ita vt vix putarim montem Cenisium habere altitudinis in perpendiculo vnum milliare, nam ex planitie Susana ascenditur per 6. tantum milliaria. verum quidem quod sunt iuga in monte Cenisio multò altiora quàm sit ea pars per quam expotrigitur iter, vnde ex eo capite sumo coniecturam reliquorum, dat enim illi Pater Riecciolius 10. milliaria perpendiculi.

Multorum montium referuntur ascensus, sed omnibus perpensis nullam video obseruationem cui fidere possimus, quæ euincat montis altitudinem 3 aut 4. milliaria superare.

Scio esse nonnullos qui Caucasi altitudinem ad 276. milliaria peruenire existimant; si ad litteram nempe explicaretur ille Aristotelis locus.

Monti Æmo tribuunt nonnulli 1200. passus alij sex milliaria.

Athnæ tria quatuor & quinque milliaria

Alpibus 50. milliaria, alij 12. alij 7. & ego ad summum tria aut 4.

Aruerniæ montibus 577. passus Geometricos.

Atho 10. 9. & 4 aut 5.

Athlanti 12.

Baldo monti Blancanus 800. passus. Ricciolius vnum milliare cum dimidio, aut duo milliaria.

Montibus Beraguis in America australi 12. alij 24. milliaria, sed sine vlla obseruatione.

Chilensibus montibus 9. aut 13.

Cimoni monti Mutinensi vnum milliare.

Corsicæ montibus vnum, aut tria; sed quam friuola obseruatione id concludatur ostendi suprà.

Noruegiæ montibus 9 aut 13.

Pico monti Teneriffæ 6. 7. 8 9. milliaria tribuūt

Paterni Serra 195. aut 175. passus

Rhodope 1250. passus.

Caucaso monti 55. milliaria 27. 50. 62. 125. 180. 276. 699. 1715. milliaria. quæ omnes altitudines sequuntur ex loco Aristotelis, ad litteram explicato. quis hoc credat. nam si ad tantam altitudinem assurgeret ex Italia videretur.

Ex

Ex quibus concludo credibile mihi esse nullum montem ad tria aut 4 milliaria ascendere, si numerentur in perpendiculo. & mirum est nullam afferri observationem sufficientem ad tollendum hoc dubium.

## PROPOSITIO LXXIX.

### Theorema.

*Montium divisio.*

Montes alij separati sunt, qui nempe spatiô modicô definiuntur, alij verò longiorem tractum obtinent, & ea pluribus montibus coalescunt Hi communiter dicuntur iuga. Celeberrima sunt Alpes, quæ Italiam à Gallia dirimunt, & quia perpetuô ferè tractu Italiam dirimunt, per Dalmatiam feruntur vsque ad Thraciam. sed interrumpuntur nonnihil, censentur Dalmatica iuga alia, ab alpibus. vnde in Iuliis iugis finis alpibus imponitur. tamen qui Italiam diuidit protenditurque ad fretum vsque siculum, varia nomina sortitur, dicitur alicubi Apenninus, multos habet quasi Surculos. Alpes non vnô continuô iugorum tractu constant, sed multis, ita vt latitudo alpium, 25 ad minimum Leucas obtineat.

Dantur & Pyrenæi montes Hispaniam à Gallia separantes.

Iuga Peruuiana sunt celeberrima, quæ Americam Australem, à freto magellanico, ad æquatorem vsque pernadunt, & Peruuianam à reliquis regnis & prouinciis distinguunt Longitudo ast fere 54. gradunm, seu milliariorum 3180. vnicus tantum est transitus, quo peruadi possint, saltem quod sciatur, sunt ità alta, vt supra nubes attolli dicantur & cætere aëre respirationi idoneo. perpetuis niuibus teguntur. sunt & alii rami Peruuiam à brasilia diuidentes.

Dantur & alia in America septentrionali, vt in Canadensi regione. Tauri montis Iuga, quæ in Asia minori incipiunt, progrediunturque vsque in Indiam; totam Persidem pertuadentia, totamque Asiam in septentrionalem, quam intra Taurum dicunt, & meridionalem, quam extra Taurum nominant distingunt; item Armeniam à mesopotamia; multos ramos versus septentrionem & meridiem emittunt.

Imaus mons In Scythia Asiatica In formam crucis protenditur, vsque ad Indiam, distingnit Sythiam in orientalem, quæ extra Imaum, & occidentalem quæ intra Imaum. pars septentrionalia dicitur Alcai; protenditur ad longitudinem milliariorum mille quingentorum.

Caucasi montis Iuga prope Caspium mare, porrigitur per ducenta milliaria, ad pontum vsque Euxinum peruenit, & ferè attingit Tauri montis iuga, & montem Ararat, qui sunt montes Armeniæ altissimi.

Sunt & Iuga montium in Sinensi regno

Iuga Arabiæ quæ ad palæstinam vsque progrediuntur, mons sinai inter ea numeratur, triplex est eorum ordo.

In Africa plurima sunt iuga, inter quæ Decantatus Athlas oritur à littore occidentali Africæ, & extenditur vsque ad Ægyptum, habet fontes præcipuorum Africæ fluuiorum, Niuosus est, quamuis sit in zona torrida. Sunt & alia Iuga in cuspida Africæ, prope monomoparam, dicontur montes Lunæ, ex quibus Nilus ortum ducere dicitur, multos hinc inde ramos Emittit Sunt in Europa Riphæi montes à sinu moscouitico ad fauces obij fluminis protensi.

Iuga Norvegiæ, & Lappiæ sueciam à Noruegiâ separantia.

In Scotia Grampius mons ab ortu in occasum mediam peruadit.

Idem Euenit in multis Insulis vt sumatra, Borneo, Lucnnia, Celebes.

Indiam diuidit Gatis Iugum à Septentrione ad Austrum procurrens, & diuidens malabaricam, à cotomandelia.

Montes altitudine Insignes El Pico In Teneriffa Insula.

In vna Azorum mons sancti Georgii,

Iugum Cordilhera separans Peruuianam à reliquis prouinciis.

Mons Ætna in sicilia Ignluomus.

Hecla mons Islandiæ.

Pico De Adam in Insula Ceilam.

In Isponia mons Figenoiamma.

Caucasus Pelion macedoniæ, Athos mons.

Montes ardentes qui Vulcanij ab insula pariua vicina siciliæ, quæ monte ignluomo insignis est.

Ætna mons siciliæ celeberrimus qui sæpe flammarum globos eructat. & anno 1537. magno hiatu disruptus torrentem igniuomum, eiecit quod & anno 1668 contigit & sæpe aliàs.

Hecla mons Islandiæ. Vesunius prope Neapolim, qui regnante Vespasiano ita. arsit vt cineres in Africam ventorum impetu sint delati.

Mons in Iaua insula anno 1586. primum ardere cœpit, tanta eruptione vt decem hominum millia, hôc incendiô perierint.

Mons Gonnapi in vna Bandanarum Insularum.

Mons Balaluanus in sumatra.

In Insulis moluccis. In vna ex mauricis.

In Iaponia plures sunt.

In Tandaia insula quæ est vna ex Philippinis

In Nigaragua Americæ prouincia.

Prope Arequipam vrbem Peruuiæ.

In Peruuia prope vallem mulahallo.

Sunt & iuga omnem transitum denegantia, vocantur portæ. In Phocida,

Thermopylæ. Portæ caspiæ, Porta cordilhera in iugis Peruuianis.

Inter Abassiam & Arabiam Troydodyticam.

Dantur & Barathra seu specus In Islandia specus S. Patricii.

In Italia Grotta del cane. In insula Baruchus quæ valliæ adiacet, est in monte hyatus, cui si aurem admoueris inaudum, & malleorum ictus exaudies.

## PROPOSITIO LXXX.

*Fodinæ.*

Auri fodinæ feracissimæ in Peruuiana Prouincia, inter eas fodinas, aliquæ sunt in quibus plus ast auri quam terræ. In Regia cusco plurimæ

mæ ædes laminis aureis obducta erant. In monte Potosi feracissima argenti fodina.

In Iaponia argenti fodina,

Arabia olim auri fodinas habebat.

In montanis Persiæ & in china argenti fodinæ.

In Guinea multi montes auriferi.

In monomotapa auri,& argenti sunt fodinæ Vt in Angola.

Dantur & aliquæ argenti fodinæ in Germania. Cupri fodinam feracissimam habet Suecia quæ tertiam redituum regiorum partem suppeditat. Gemmeæ fodinæ sunt in Insula Ceilam, & huic vicina parua insula multum habet aurum.

In chili regione auri, argenti, & gemmarum feracea fodinæ. sed eas Incolæ sunt demoliti fugatis,& trucidatis Hispanis.

In insula Madagascar sunt fodinæ stanni & ferri, nec non argenti.

In insula sumatra auri fodinæ.

Salis fodinæ in Polonia, in Africa etiam sale vtuntur ex fodinis eruto. dantur ferri,æris,plombi,& salis fodinæ in Sabaudia.

Siluæ sunt omnis generis arborum, In moluccis Insulis Cariophylorum.

In Ceilano syluæ sunt,quarum arborum cortices cynnamomum præbent; in aliquibus locis syluæ sunt malorum aureorum.

In Bandanis Nuces muscatæ In Brasilia syluæ sunt ex arboribus dictis Bresil. In lybano monte cedrorum.

Deserta loca præcipue sunt in Africa, in tota nempe Lybia, hæc ægyptum ferè totam cingunt.

Arabiæ deserta partim arenosa, partim petrosa.

Deserta Tartariæ circa Imaum montem

Desertum mongul vbi dicitur esse cataiæ regnum.

Deserta Camboyæ.

Deserta nouæ zemblæ.

Deserta Noruegiæ,Lappiæ,sueciæ,Finmarchiæ.

Deserta Americæ inter quæ multa frugifera forent, si colerentur.

## MARIS DESCRIPTIO.

Quamuis aqua sibi peculiarem locum vendicet, & præcipuæ oceani proprietates ad hanc partem non pertineant, ea tamen quæ situm eius respiciunt, Geographica sunt, & hic peculiariter pertractanda.

## PROPOSITIO LXXXI.

*De oceano*

Oceanus vniuersam tellurem ita ambit, vt non interrumpatur eius continuitas ab incurrentibus terris. Hoc meliùs non probatur quàm circumnauigatione, quam fœliciter peregit nauis victoria;ex qua constat primò totam terram australem esse insulam. de quo dubitatum est vsque ad Magellanem, neque enim America adhæret terræ australi, vt multi existimarunt, nexum impediente magellanico freto. dubitabatur item aliàs an Africa adhæreret eidem terræ Australi, porrigeretque latus occidentale vsque ad illam, sed Lusitani hoc dubium sustulerunt, inuentò bonæ spei Promontoriô, & vltimò eius terminô. quod videtur accidisse circa annum 1500.

Oceanus qui totam terram ambit in plures partes diuiditur, sæpiusque nomina sortitur terrarum adiacentium.

Oceanus Athlanticus, est ea pars oceani quæ inter veteris orbis, oram occidentalem, & Americæ latus orientale sita est,& coniungitur cum mari hyperboreo. posset diuidi in duas partes, prima se extenderet ab æquatore Septentrionem versus, alia vero ab æquatore ad partes antarcticas porrigeretur.

Oceanus Pacificus, mare Pacificum, del zur inter Americæ latus occidentale, & Asiæ orientale positus, alluit, Philippinas Sinas & Iaponem.

Oceanus hyperboreus circa terram polarem arcticam.

Oceanus Australis inter terram australem, & Africam, nec non Asiam huius oceanus Indicus est pars.oceani item partes suam denominationem habent à terris quas alluunt.

Sinus præcipui oceani sunt primò mare mediterraneum, qui terras ingreditur freto Gaditano, inter Hispaniam, & Barbariam, diuiditque Europam ab Africa;&ad Asiam vsq; minorem, & Syriam protenditur: dantur & sinus minores; qui sunt partes huius maioris sinus. vt sinus Adriaticus, sinus Thessalonicensis, post mediterraneum mare sequitur propontis, ab eo diuisa exiguo freto ad Dardanelia castella exinde Bosphorus, & Pontus Euxinus, qui videtur esse pars mediterranei.

Desumit suam appellationem sæpe à regionibus vicinis, habet autem à Septentrione Hispaniam,Galliam,Italiam,Siciliam,illyricum,seu Dalmatiam, Græciam,Thraciam. ab oriente Asiam minorem, Syriam, seu Palestinam. Ab austro, regnum Maroco;Fessanum Algerianum, Tunetanum,Ægyptum, è quibus terris dicitur Ibericus, prope Hispaniam; balearicus, prope insulas balearicas, Gallicus, ligusticus, siculus, Cretensis Archipelagus Extenditurab occasu in ortum. fluuios excipit, Ebrum, Rhodanum, Varum, Arnum, Tiberin, Padum, Danubium; in puncto Euxino Tanaim,Nilum & alios minores innumeros.

Mare Balthicum, seu sinus Codanus, qui in terras ingreditur inter zelandiam Daniæ insulam, & Gothiæ Sueciæ continentem.primo à Septentrione in austrum protenditur,mox reflectitur ad Septentrionem.ab oriẽte alluit Pomeraniam,cassubiam,Borussiam Liuoniam,ab occidente Sueciã & Lappiam.Tres habet sinus secundarios Botnicũ,Finnicũ & Liuonicũ fluuios excipit insignes.

Mare rubrum seu, sinus Arabicus, qui inter Arabiam & Africam intercurrit ad Aden promontorium Arabiæ, inumeras habet insulas protenditur fere ad maesttalem.diuidetur à mari mediterraneo Isthmo 24 leucarum vt volunt nonnulli, alij pauciorum, fluuios non excipit.

Sinus Persicus priori fere paralleius inter Arabiam & Persidem situs.Ex oceano Indico ad Ormus regnum in terras se insinuat Eufratem excipit;sinus californiæ, Inter californiam si insula non est, & Hispaniam nouam & mexicum, fluuios non excipit.

Sinus de Nanquin inter coream, & littora chinæ

Chinæ & Tartariæ ab Austro in Septentrionē excurrit. prædicti finus fauces habent non hiantes, qui sequuntur latiores habent sinusque septem.

Sinus Mexicanus inter Americam Septentrionalem, & australem politus, Separatus à pacifico Isthmo Mexicano, multitudine Insularum, Ægeo non inferior.

Sinus Gangeticus seu Golfo di Bengala, inter Indiam Malacensem, & Chersonesum alluit regna Indiæ, Bengalam, & Pegu. Gangem recipit & alios fluuios.

Sinus inter Malacam & Camboyam, alluit regnum Siam, longitudo eius ab austro ad Septentrionem.

Sinus Russicus, Mare album, influit in tertas ex oceano Septentrionali, Austrum versus; Inter Lappiam, & extrema Russiæ, ibi Emporium celebre cui nomen Archangel, excipit fluuios insignes.

Mare Lanchidol, In oceano Indico versus terram australem.

Mare Hudsonij ad Canadam, inter Canadam, & alias Americæ Septentrionalis, regiones.

## FRETA.

Fretum Magellanicum quod inuenit Magellanes, vt ab Athlantico in pacificum penetraret, eius latitudo est nonnunquam semimilliarij, alicubi duorum eius longitudo 400. milliarium. Est situm in lat. austr. gr. 52. 30. in extremitate Americæ australis.

Fretum Le Maire priori parallelum ferens pariter ab Athlantico ad pacificum, sed breuiori via, in latit. grad. 54. 30. hoc est distans à priori duobus gradibus seu 120. milliaribus.

Fretum Manilias inter Luconiam & alias Philippinas situm, Lenearum 100. periculosissimum ob incertentes syrtes, protenditur ab oriente in occidentem, coniungitque mare pacificum cum Indico. Licet sint alij transitus vicini liberiores.

Sunt & alia multa freta inter Insulas, tum etiam inter insulas, & continentes vicinas, vt inter Ceilanum & Indiam, inter Sumatram & Malacam.

Fretum vaigats, ferens ex mari Septentrionali, ad Tartaricum, sed hactenus clausum fuit Europæis, ob rigentes in illa regione glacies.

Fretum Glaciale inter nouam Zemblam & Spithzbergam,

Fretum Dauis inter Groenlandiam, & Americam Septentrionalem.

Fretum Anian inter Americam Septentrionalem, & Tartariam, Asiæ adhuc incertum.

Fretum Herculeum, seu Gaditanum, coniungens mediterraneum cum oceano, latitudinem habens 18. milliarium, longitudinem maiorem.

Fretum Danicum inter Zelandiam, & Scandiam, coniungens oceanum cum mari Baltbico. Latitudo eius est vnius milliarij cum dimidio, sunt alia duo nempe inter Zelandiam, & Funen,

Fretum seu fauces Arabici sinus nempe ad Emporium Aden.

Fretum persici sinus, quod quia angustius non est ipso sinu, impropriè dicitur fretum. Siculum inter Siciliam & Italiam.

Fretum Hellespontj coniungens propontidem cum Ægeo

Bosphorus Thraciæ supra Constantinopolin, coniungens propontidem cum Ponto Euxino.

## PROPOSITIO LXXXII.

*Breuis enumeratio regionum quas mare alluit.*

Vt sensim Tyronum imaginatio assuefiat situi regionū, optimum erit si huiam marinimam sequatur in mappa Geographica, omneiq regiones addiscat, quas mare alluit. Incipiamus ergo a Septētrione a freto Vaigats quod est terminus urbis veteris nēpe aggregati, ex Europa, Asia, & Africa.

Huic freto adiacet Samoieda tum prouinciæ regni Moscouitici, tū lappia & versus occasum Noruegia; deinde flectendo versus orientem Scania, & Gothia, tum Iutlandia quam alluit mare Balthicū, hinc Suecia, Finlandia, Liuonia, Borussia, Cassubia, Pomerania Holsatia, & Iutlandia. sequitur exinde Littus aliud Holsatiæ, frisiæ, Hollandiæ, Zelandiæ, Tum Galliæ tū Hispaniæ, Lusitaniæ, & ingrediēdo mediterraneum mare Littus Hispaniæ Galliæ seu Prouinciæ, Italiæ ex vtraque parte, Illyrij seu Dalmatiæ, Græciæ, Thraciæ minoris, Tartariæ, Mingreliæ, seu Armeniæ, Asiæ minoris, Syriæ, Ægypti, Barbariæ, seu regni Tonetani, Algeriani Marocco, Fez: Exinde Africam legimus nempe oram regnorum fes Marocco vsque ad promontorium viride, vbi littus flectitur ad ortum nempe ad Guineam, Angolam, Congo; proceditque ad Austrum vsque ad Promontorium bonæ spei, & tunc flectitur ad Græcum in Mozambico, & Soffala.

Exinde sequitur mare rubrum alluens ab ortu Arabiam, Hinc sinus Persicus. alluens ab occasu Arabiam, ab ortu Persidem, tum littora Persidis, Cambayæ, Indostans, Indiæ Malacensis, Bengalæ, Camboyæ, Chinæ, Tartariæ.

Americam item oceano circumscribemus. Incipiemusque à freto Dauis, & Mare Hudsonij Legemusque littora nouæ Angliæ, nouæ Franciæ, seu Canadæ, Virginiæ Floridæ, Mexicanæ regionis, Isthmi Americani. Castiliæ, Guianæ, Caribanæ, Brasiliæ Chili, hic littora freti Magellanici tum in mari pacifico littora Chili Peruuianæ prouinciæ Isthmi Americani Mexicani, Californiæ, nouæ Albionis, Quiriuæ, regni Anian

Terram polarem, arcticam hôc modô legemus A freto Dauis littora, Groenlandiæ, & Spitsbergæ deinde litus nouæ Zemblæ, reliqua sunt ignota.

Terra Australis, seu Magellanica A freto Le Maire incipit, & variis flexibus ad regionem Beach, vbi sinus est maris Lantchidol, hinc littora nouæ Guineæ.

Oceanus varia sortitur nomina à freto Dauis oceanus dicitur hyperboreus, glaciale Caledonium: seu Gruenlandiæ; deinde decurrit inter Americæ, & Europæ littora dicitur que oceanus Britannicus, Danicus, Gallicus Hispanicus. Est etiam mare Mexicanum, & mediterraneum, dicitur Æthiopicus inter Africam, & Americam, tum post promontorium bonæ spei est mare Indicum. Inter Americam, & Indiam est mare pacificum.

## PROPOSITIO LXXXIII.

*De Lacubus, fontibus.*

Præcipuæ difficultates quæ possunt fieri tàm circa oceanum, quam circa fontes, & fluuios non sūt huius loci, nam aqua peculiares tractatus sibi vendicat.

vendicat. hic ergo ea tantum attingere debeo quæ ad geographiam pertinent sunt primò aliqui lacus qui neque emittunt, neque excipiunt fluuios, aut fontes, eos ex pluuiis generati necesse est coaceruatis ad vsum aliquem, si arte facti sunt, vt in aliquibus prouinciis vsu venit remotia ab omni fluuio, & fonte se habent autem isti lacus tanquam cisternæ.

Datur talia lacus Patima in America, trecentarom leucarum in longitudine nullum excipit fontem, nullum emittit.

Plerique tamen lacus fluuios Emittunt Vt Volga, qui est origo fluuij eiusdem nominis, odoium ex quo Tanais; Adac ex quo Enascitur Tigris.

Lacus chiamy sub latitudine graduum 31, ad ortum Gangis, Ex quo 4. flumina oriuntur nempe fluuij Menan, Axa, Cosmum, Martauan qui inundant sicut Nilus.

Lacus Cinenyhay in finibus chinæ oblongus mittit magnom fluuium ad leptentrionem qui chinam ingreditur.

Lacus Titicaca in Carea Americæ Australis prouincia, cuius ambitua est octogintа Leucarum, emittit magnum fluuiom qui terminatur ad paruum lacum, neque vlterius progreditur aut apparet: forsitan per subterraneos meatus in mare exoneratur.

Lacua Nicaragua in Prouincia Americæ australis, 4 Leucis distans à mari pacifico; centum autem ab Athlantico in quod magno alueo influit.

Lacus apud Iroquensea in Canada, ex quo oritur fluuius sancti Laurentij.

Lacus Annibi in Asia sub latit.gr.61.

Aliqui lacus fluuioa excipiunt nullos emittunt.

Lacus Alphaltites seu mare mortuum Iordanem excipit.

Alius minor in Asia minori, alius in Perside.

Soran lacua in Moscouia.

Alij lacus & excipiunt & reddunt fluuioa, talis est lacus Lemanus seu Gebennensis Rodanum, talea lacus Niclensis, Burgetensis qui tres sunt in Sabaudia.

Lacus zaire; in Africa, à 13 ad 16 gradum Lta. Australia extensus. è quo trea ingentes fluuij Nilus, Cuama, zaire.

Lacus zaflan non longe à zaire, mittit amnem in Nilum.

Lacus sachaf prope promontorium bonæ spei è quo erumpit fluuius sancti spiritûs.

Lacus Aquilunda qui ex zaire fluuium accipit, aliumque Emittit in regnum congo.

Lacus Onega in finlãdia longus quadraginta quinque leucas, latus triginta emittit fluuium in lacum Lodogam.

Lacua Lodoga emittit fluuium.

Lacus osera accipit fluuium Kousan, emittit Sosnam qui influit in Volgam.

Lacus Enarach in Lapponia longua 40. Leucis, excipit fluuium Auilam emittit fluuium Paes.

Lacus Vla in Moscouia.

In china quatuor insignes.

In Brasilia pariter.

Lacua fere omnes dulcem aqoam continent, vt pote ex pluuiis & imbribus generati; exceptô Asphaltite lacu, qui licet aquam dulcem nempe Iordanem accipiait, fœtidum tamen odorem exhalat.

## PROPOSITIO LXXXIV.

*De Fluuiis.*

Longum esset & operosum omnes fluvios recensere, sufficiat quæ sunt aliquibus tantum propria Explicare.

Aliqui fluvij sub terram se condunt, rursusque erumpunt inter quos.

Primò Niger fluvius Africæ, qui occurreos montibus Nubiæ sub illis conditur, & ex altera plaga nempe occidentali erumpit.

Rodanus qui subit montium Voragines post Geneuam.

Tigris in Mesopotamia qui conditur sub monte Tauro, & postquam pertransiit Lacum Tospitem rursus latebris conditur.

Lycus & Erasinus in Arcadia.

Alpheus Achaiæ fluuiua, qui vt volunt Poetæ, subterraneô meatu fertur ad siciliam, enasciturque & dicitur Arethusa: signum autem erat; quod Arethusa quartô quôque annô post celebrata olympica certamina, excrementa pecudum & victimamatum eiiciebat, quæ in Alpheum fluvium proijciebantur.

Guadiana fluvius in Hispania, inter Lusitaniam & Beticam, qui absconditur per octo, aut 10 Leucas.

Dan fluvius qui in Iordanem influit.

Quidam fluvij statis temporibua augentur, & exundant inter quoa famosissimua est Nilus, incipit autem inundatio circa 17 Iunij crescitque: causa huius inundationis diu ignota fuit, neque enim si Nilus in Vicinia nasceretur, posset mense Iunio ita augeri, quia tunc maxima foret siccitas, vt experimur in aliis locis. vnde nonnulli etesiis hoc incrementum tribuerunt, quod etesiæ fluxum fluvij sisterent & inhiberent, ex quo nasceretur illud incrementum: sed Etesiæ non sunt ita vehementes vt cursum eius inhibere possent. secundò aliis anni temporibus accidunt venti vehementiorea ab eâdem plagâ spirantes, qui tamen cursum eius non inhibent neque hoc Nilo peculiare esset, Vera igitur causa sit, quòd Nilus originem ducat à Lacu zaire sito in decimo circiter gradu latitudinis australis in quem exonerantur montium iuga quamplurima, certom est autem iis locis, mense Iulio hyemen incipere, hyems autem iis in regionibus, non à frigore petitur, sed à continuia pluuiia.

Niger fluvius Africæ statis etiam temporibus exundat, sicut & zaire, ratio communis est

Fluuius Argenteus Brasiliæ eodem etiam tempore exundat.

Ganges mensiboa pluviis illarum regionum, nempe iunio, Iulio, Augusto.

Omnes fluvij qui ex Lacu chiamay orti se exonerant in Bengaleosem sinom, transeuntes per regna Pegu & Siam & hoe mensibus Iunio, Iulio Augusto Macon fluvius Camboyæ.

Pariter in Coromandelia fluvij exundant.

Eufrates Mesopatamiam inuodat.

Sus fluvius numidiæ.

*Atque hec sufficiant diuisiones enim terræ in regna, & prouincias; non sunt huius loci, reliquis igitur petantur Geographis cum difficultate careant.*

# TRACTATVS IX.

# DE MAGNETE.

*MAGNVM haud dubiè naturæ, in informi lapide ludentis miraculum, explicandum suscipio, dum Magnetem propono, cuius proprietates non minùs vtiles, quam prodigiosas, hôc totô tractatu prosequor. Quamuis autem multùm physicam sapiat, minùsque mathesin spectare videatur: quia tamen sine lineis, & angulis, intelligi satis non potest, infinitasque praxes, continet nostri iuris, ideò Magnetem tacitus prætermittere non potui. Magnes igitur aut à Magnesia regione, in quâ luculentus, & eximiæ virtutis effoditur, nomen traxisse ferunt: aut à Magnete Pastore, qui Primus in Ida monte, ex baculi ferrea cuspide ei adhærescente detexit, Varia sortitus est nomina. dictus est Heracleus, seu Herculeus, quòd sicut Hercules monstra, ita ferrum Magnes domaret, à nonnullis sideritis, seu ferreus dictus est, Gallis aymunt, quod ferrum amet, Italis calamita.*

*Eius natura lapidea videtur, est tamen potiùs metallica, seu ditior ferri vena, cum ex eô chalybs eximiæ notæ educatur. Colorem habet non vnicum, sed varium, fuscum vt plurimum, si tamen poliatur in ferrugineum desinet. Datur & Magnes Albus, cum enim ferri vena in medio marmore, vt plurimùm lateat, inde fit, vt quoties diues non est, præualeat marmoris color; Magnetesque sint debiles, & minùs generosi, qui colorem habent album, immò abrasis venis nigricantibus, tota fere deperit virtus Magnetica.*

*Magnetis virtutes variæ sunt, reuocari tamen possunt ad duas. Prima erit attractiua, quòd nempe ferrum ad se alliciat & hæc antiquis non fuit incognita. vt videre possumus apud Platonem aliosque quam plurimos, extat Claudiani Elegans Poema de Magnete.*

*Altera verò erit directiua, quâ se dum liberè suspenditur secundum lineam meridianam accommodat, de quâ nihil omninò antiqui, solum enim cùm Deus optimus maximus, pro suâ in homines prouidentiâ, dissitas, & totô oceanô remotas nationes Christianis ritibus imbuere voluit, à trecentis circiter annis, directionem hanc Magnetis detexit. Melphitani in regno Neapolitano primi pixidem Nauticam instruxisse dicuntur. circa annum millesimum trecentesimum Nonnulli Paulum Venetum E regno Sinensi eum in Europam detulisse circa annum 1260.*

*Inuenimus autem Poetam Gallum ita lusisse circa illa tempora.*

Icelle estoile ne se muet.
vn art font qui mentir non puet
par vertu de la marinette
qui est vne pierre noirette
alaquelle le fer volontiers se ioingt.

*Quidquid si de inuentore, hôc inuentô nihil ad humanos vsus accommodatiùs excogitari potuisse, assero; vt in decursû satis patebit.*

*Authores qui de Magnete Egerunt sunt isti. Chabotus Primus Magneticorum variationem detexit. Fracastorius rationem quærit Magneticarum directionum, eamque in montes hyperboreos transfert.*

*Cardanus stellæ Cynosuræ.*

*Conimbricenses alicui parti cœli.*

*Martinus Cortesius, Bessardus, Iacobus Seuerinus, Robertus Normannus, Franciscus Maurolicus, Baptista Porta de Magnete scripsere. Nouissimè vero Guillelmus Gilbertus, medicus Londinensis. Patres Cabæus, KirKerius, Grandamicus, Leotaudus è nostra societate, Magnetis naturam scrutati sunt; Scripsit & nonnulla Gassendus, Chartesius, sed eam mysterium tantùm delibarunt.*

*Ordo, primi libri talis erit, Experimenta omnia referam eaque in certos ordines distribuam. Primus ordo continebit omnia Experimenta, quæ ad vim ferri aut Magnetis attractiuam, aut repulsiuum pertinent.*

*Secundus vim directiuam ad polos Magnetis stabiliet.*

*Tertius vim directiuam ad polos terræ.*

*Quartus declinationem,*

*Quintus inclinationem.*
*Sextus communicationem virtutis.*
*Secundô librô, conclusiones certas ex his principiis deducemus, incertas & probabiles attingemus variasque opiniones referemus & refutabimus.*
*Tertius aliquas praxes continebit à Magnete desumptas.*

# LIBER PRIMVS DE MAGNETE.

## PRIMVS ORDO EXPERIMENTORVM.

*Spectantium ad vim attractiuam, & repulsiuam.*

Primum experimentum habeatur pixis magnetica communis, in quâ nempe acus ferrea, aut chalybea in æquilibrio posita, in omnem partem

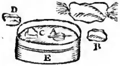



moueri potest, cui magnes A admoueatur; quamvis acus ad certam aliquam mundi plagam meridianam scilicèt obuersa, quiesceret, ab eâ quiete, & constanti situ dimouebitur; vnôque extremô ad magnetem conuertetur. Si pixidi magnes subiiciatur, eique circumducatur in orbem mouebitur acus.

Experimentum secundum, Si pro magnete A ferri venam adhibeas, idem sequetur effectus, præcipuè si diues fuerit, immò, vt ipsemet expertus sum, suis non caret polis, & modò acûs furciculam, modò cuspidem attrahit, ex quô concludere licèt, magnetem nihil aliud esse, nisi ditiorem ferri venam.

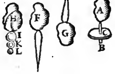
Experimentum tertium. Hæc ferri præcipuè verò, liberi seu suspensi in æquilibrio, à magnete attractio, interpositô quôcumque corpore, similiter sequetur, vt interpositâ mensâ, ligneâ, Ebore, ære cæterisque solidioribus materiis, exceptô tamen ferrô, propter peculiares rationes inferiùs explicandas.

Quartum, Si magnetem ferreo pulveri, aut magnetico admoueas, adhærebit hinc inde illius extremitatibus, ad modum barbæ.




Quintum, Si ferrum A verbi gratiâ, exiguô suberis frustô innixum, aquis innatet, cui admoueatur magnes B, sequetur ferrum, in omnem partem, idem dico de magnete C, cui si admoueatur alius magnes D pariter in omnem partem sequetur. Ex quô principiô varia possunt in aquis ludicra exhiberi, si enim vasi E immò mensæ cui innititur, subiiciatur magnes, occultisque rotulis, & elateriis quomodocumque moueatur, similis in magnete, aut in acu motus producetur, vt si in orbem spatiô duodecim horarum subiectus magnes circumducatur, eôdem tempore magnes innatans, suam circumuolutionem absoluet horasque indicabit.

Sextum, Si stylus ferreus magneti admoueatur, ad illum accurret, atque ita firmiter ei adhærebit, vt pendeat, potest item vice versâ magnes ferro adhærescere, & ab eo pendere, neque enim magnes potius ferrum trahit, quàm ferrum magnetem, quare si attractionem spectemus, quod liberius est, verbi gratiâ leuius, aut liberiùs suspensum, potiùs accurret ad aliud. Neque tantùm ferrum magneti adhærebit, sed huic secundum, secundo tertium, & ita consequenter, non tamen in infinitum, sed tantum donec aggregatum pendentis ferri non superet, virtutam attractiuam magnetis. ita tres quatuor annuli, consequenter ad modum catenæ alicuius ex magnete H dependent.



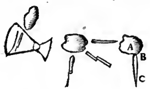

Septimum, si duo magnetes aquis innatent, aut duo quælibet ferramenta, ad inuicem concurrent in certo nempe, & determinato situ. alioqin se inuicem fugient. donec constituantur extra finea sphærarum actiuitatis.

Octavum. Ad eandem ferri suspensionem reuocari possunt rotulæ illæ, quibus digitorum compressione à pueris motus imprimitur, si enim stylum ferreum AB inseras rotulæ C, cui deinde motum vertiginis digitô imprimas, tum magnetis polum admoueas, adhærebit stylus, non tamen propterea sistetur eius motus, sed diuturnior.

niot erit, quàm si mensæ rotula incumberet, & quò infirmior erit, magnes, infirmiorque adhæsio, eò minus sistetur hic motus. quò validior & generosior magnetis virtus, eò faciliùs extinguetur.

Nonum. magnes armatus, hoc est cui conuenienter, seu ad polos, aptatum est ferrum, aut perforatò axe, ferreus substitutus est, ad sustinendum ferrum maxime iuuatur. Ita vt nonnunquam decuplò maius pondus ferri sustentet, quàm antea. modò tamen inter magnetem, & ferrum nihil mediet, si enim ferrum immediatè non tangat, non erit validior attractio armati, quàm inermis.

Decimum. Acus ferrea magneti adhærebit, etiam interpositò vitrô, aut aliô corpore solidô.




Vndecimum, Impossibile est physicè, vt ferrum inter duos magnetes suspensum maneat. Multa sunt quæ licet Metaphysicè loquendo possibilia sint, tam accuratam tamen requirunt diligentiam, vt pro impossibilibus haberi debeant. vt mola asinaria potest quidem absolutè loquendo, cuspidi acus inniti, inuentò scilicèt centrô grauitatis, qui tamen id præstiterit, mihi futurus est magnus Apollo: idem in præsenti negotio asserere possum, quamuis enim P. Cabæus affirmet se voluisse id aliquando tentare, in acu aliqua, adhibitis nempe duobus magnetibus satis æqualibus, secundum pulos amicos, tum acum in medio ita collocauit, vt quamdiu sentiret maiorem vnius magnetis attractionem; tamdiu sensim acum alteri magneti admoueret, tandem euicit, vt acus per illud spatium quo recitarentur quatuor exametri versus, in medio duorum lapidum suspensa hæserit, quâlibet tamen aëris commotione, alterutri ex magnetibus adhæsit. Vnde fuit totum illud Mahometani sepulchri commentum, quod ita à veritate abhorret, vt Turcæ Eslam qui Mecca redeunt de hoc negotio nihil vnquam audiuerint. quamuis ergo magnâ aliquâ industriâ consequi possemus vt ferrum inter magnetes pendulum sisteremus, in eo tamen statu perseuerare non posset.

Ferrum in aëre pendere potest si retineatur, filô aliquô, ne ad magnetem accedat.

12. Ferrum ignitum non trahitur à magnete, immò per vehementem ignitionem, tam ferrum, quàm magnes, omnem verticitatem amittunt.

13. Ferrum magneti aliud ferrum eripit, sæpeque imbecillior magnes, ferrum fortiori auferet, hoc prodigiosum, & ab omni verisimilitudine alienum, experientià tamen comprobatum est, vt si ferrum magneti adhæreat & ex alia parte eidem ferro, aliud ferrum, aut debiliorem etiam magnetem admoueas; huic relictò potentiori magnete, ferrum adhærebit; quamdiu versabuntur intra sphæram actiuitatis maioris magnetis.

14. Magnes fortiùs trahit ferrum mundum, quam rubiginosum, meliùs chalybem quam ferrum, meliùs item temperatum, quam molle.

15. Magnes qui duas ferri vncias sustinere potest, non poterit regere vnam ferri, coniunctam cum altera vncia alterius metalli, aut corporis cuiuscumque non ferrei. ex quo sequitur, aut ferrum ipsum conferre aliquid ad talem adhæsionem, aut magnetem ferrum totum suâ virtute complere.

16. Figura magnetem maximè iuuat, vnde informes minori pollent virtute, quam politi, iotra figuras, rotunda, & oualis cæteris, vt plurimum præstat.

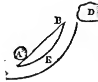
17. Ferrum aliàs excitatum, sæpissime, ægrè admodum à magnete trahitur.

18. Difficiliùs, & lentiùs ferrum à magnete repellitur, quam trahatur.

19. Faciliùs ferrum quâ parte crassius est trahitur à magnete, quàm ea, quâ est gracilius. vt magnes A admotus stylo ferreo BC, fortius & faciliùs illi adhærebit, si admoueatur illius extremo B quam si cuspidem eius C tangeret.

Nonnulli existimarunt ex combinatione duarum facultatum, quæ in corporibus magneticis elucent, grauitate scilicèt, & virtute magneticâ, posse celebre illud motûs perpetui problema ad exitum perduci. modum vnum refert Pater Cabæus.

Supponit autem facilius trahi, pondus quodcumque per planum inclinatum, quàm si per-




pendiculariter eleuaretur, vt globus A facilius traheretur, seu cogetur ad ascensum, per planum inclinatum AB, quàm si per lineam ED sursum traheretur, ex quo sequitur virtutem sufficientem ad trahendum globum A. secundùm planum inclinatum AB, non esse sufficientem vt eum attollat, aut sustineat perpendiculariter. ponamus dari globum ferreum A, & magnetem D posse quidem globum A attollere per planum inclinatum AB. non posse autem eum perpendiculariter attollere, aut in aëre suspensum detinere. Si in pede plani inclinati AB, ponatur globus ferreus A, & magnes in D, attolletur seu trahetur per planum inclinatum AB, dum verò globus peruenerit in B, vbi deficit planum, non sustinebitur cadetque per BE vi grauitatis suæ rursusque restituetur in locum A, vnde rursus attrahetur à magnete per planum inclinatum AB.

In multis deficit hoc ratiocinium, & primò quidem assero, quod si magnes D, possit in fine plani inclinati attollere globum A, poterit illum detinere in punctò B, etiam in aëre pendentem, secundò in punctò A globus non est adhuc supra planum inclinatū, vnde tanta requiritur virtus, vt

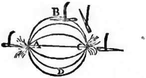
ſtatuatur ſupra planum inelinatum, quanta ad eum detinendum in puncto B. alia multa diei poſſent quibus breuitatis eauſâ ſuperſedeo.

## SECVNDVS ORDO. EXPERIMENTA'

*Ad vim directiuam verſus Magnetis polos pertinentia.*

Quæ hactenus de Magnete retulimus experimenta, conelußooeſqne ex iis deducendæ, veteribus philoſophis fuerunt cognita, quæ verò hôe & ſequentibus ſectiunibus referentur, iiſdem prorſus ineognita fuerunt.

In genere ergo dicere poſſumus, non ineoncinnè, ferrum à Magnete attrahi, aut repelli;ſed certô ordine, & ex præſcriptis quaſi legibus illi eoniungi. vnde non ineongruè huius philoſophiæ authores,polos in Magnete exeogitarunt,& conſequenter ſuum aſſignarunt æquatorem,æquatorique parallelos circulos,ſuos item meridianos, ſeo eireulos horarios, per vtrumque polum deſcriptos:non ineongrue (inquam) tales in Magnete polos exeogitatos eſſe,oam eum virtus Magnetica, præcipuè indita ſit eorporibus Magneticis, vt ſe dirigant ſecundùm lineam meridianam, & planum meridianum per polos excurrat, benè poli in iis cogitari poſſunt. Sed eum in præſenti ſectione non ſpectemus virtutem ad polos mundi directiuam; ſed tantum directiuam corporum Magneticorum in ordine ad Magnetem;independenter ab eo ſitu, quem Magnetica reſpectu vniuerſi, ſibi vendicant,polos Magnetis,ſtatuere debemus. Habeatur ergo Magnes eximiæ noiæ ſatis magnus, (qnamuis etiam in paruis, & imbecillibus poli facilè ſe prodant) ſit item Sphæricus quantuoi fieri poterit.ita eius polos inuenies.

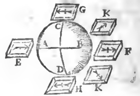



Primò Magnetem Sphæricum ABCD immitte in ſcobem,ſeu puluerem ferreum, aut etiam Magneticum, adhærebit puluis ferreus ſolis polis,ita vt barbatus vtrinque appareat magnes. hoe enim habet lapis iſte, vt ſuam vim maximè exerat per polos, aut certè in ordine ad polos, ex quo fit, vt aliis partibus, etiam ſi adhæreſcat puluis ferreus, non exuberet ſupra ſuperficiem globi, ſed aut parallelus axi, aut ſecundùm longitudinem Magnetis ſe extendat, in polis verò vlteriùs continuetur virtus, plurimaſque puluiſculi partes ad inuieem eoagmentet, & coniungat.

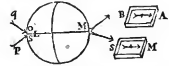
Experimentum ſecundum; acus quæcumqne, per medium ſuſpenſa & Magneti admota ſecundum aliquem meridianum ſe accommodat, quare ſi dueas planum in Magneiè ſecundùm longitudinem lapidis meridianum habebis, ſi idem præſtes in duobus planis,duos meridianos inoenies, quorum duplex interſectio, duplicem polum exhibebit.

3. Acus ſuſpenſa in ſolis polis A, & B, directè lapidem reſpicier, ſeu perpendicularis erit ad eius ſuperficiem; hoe eſt ad ceutrum eius dirigetur,In aliis verò punctis,& locis variam inclinationem ſortietur,aut parallela erit axi.

Alia praxis, polus Magnetis, inuenlendi, ſpectat ad ſequentem ſectionem; nempe ductâ linea meridiana, ſi magnes aquis innatet ei ſe accommodabit, ex quo facilè meridianum planum, notare poteris in lapide; ſi ſitus Magnetis varietur, alium meridianum deprehendes, horum meridianorum interſectio polum dabit.




Experimentum Quartum. Sit magnes eniu, polis A & B. eui in varius punctis plxis Magnetica applicetur. acus diuerſimode Magneti accommodabitur, nam acus E cuſpide polum A reſpiciet, & hoe directè, acus F, directe item ad polum B dirigetur, ſed fureinulam ad eum obuertet, acus G, & H axi A B parallelæ eruntj;acus vero K inelinata erit non tamen polum B reſpiciet.notandum item eſt, quod ſi acus G aut H ſucceſſiue applicaretur æquinoctiali CD, ſemper remaneret parallela axi AB. In quo vides fureinulam attrahi à polo B, cuſpidem vero à polo A.quod ſi polo A admoueas fureinulam, fugabitur ab eo, vt nempe attrahatur cuſpis, contrarium accidit in polo B.& in aliis ſitibus proportionaliter.




5. Duo verſoria ſecundùm extrema eiuſdem rationis, eidem puncto Magnetis coniunguntur, aliis extremis ſe inuicem fugientibus; hæc autem duo puncta ablatò Magnete fiunt inimica. Sit Magnes enius poli L, M, admoueantur eidem polo L duo verſoria Oq, SP, ſintque extrema eiuſdem denominationis O & S putà ea quæ conuerti ſolent ad meridiem. Compertum eſt experientiâ, ea quidem coniungi eidem polo L, & ſimul poſſe illum tangere, recedentibus ab inuicem duobus extremis P & q Si verò auferatur magnes,extrema O & S, ſe inuicem fugient, neque vnquam conuenient; immò extremum O conjungetur extremo P, & extremum S attrahet extremum q & vieiſſim.

Vnde ſequitur primò in Magneticis, quæ ſunt eidem amica, inter ſe eſſe inimica, hoe eſt quæ ab eodem Magnetis punctô attrahuntur, ſe inuicem fugare. Item quæ ſunt eidem inimica, inter ſe inimica eſſe.

Pariter quæ ſunt eiuſdem denominationis,hoe eſt

est quæ simul Septentrionem respiciunt, aut simul meridiem, se auersantur.

Polus Magnetis qui acûs iam verticitatem habentis, partem Septentrionalem trahit, seu quæ ad Septentrionem vergit,meridionalis est. hoc est si magnes libretur,meridiem respiciet. E contrà polus Magnetis Septentrionalis trahit extremitatem acûs meridionalem, verbi gratia polus L qui extremitatem acûs meridionalem trahit Septentrionalis est, & libratô Magnete Septentrionem respiciet.

Sextum, si magnes situm suum naturalem habeat;Id est libratus in aquâ,aut pendens è filo, se dirigit ad polos mundi, & axis eius cum linea meridiana congruat; acus polum Magnetis respiciens directè, situm suum naturalem occupabit; acus verò ei superimposita, aut subiecta contrarium situm habebit ei, quem sibi relicta occupatet. vt si polus A Magnetis A C B D, esset Septentrionalis, Septentrionemque respiceret, & consequenter polus B meridiem, polus inquam A attraheret cuspidem acûs, furcinulâ Septentrionem respiciente. Idem ostendere poterimus respectu poli B. qui attraheret furcinulam, cuspide ad meridiem obuersâ, in punctis G & H. contrarium vides situm obseruari. in punctis vero K incipit acus se ad situm naturalem conuertere.




Experimentum Septimum. Si duo Magnetes in cimbis ita collocati, vt poli eiusdem denominationis superiorem locum obtineant;se inuicem fugient; donec quilibet sit extra Sphæram actiuitatis alterius, Sint duo Magnetes A & B, quorum poli A, & B sint vel ambo Septentrionales, vel ambo meridionales, dico fore vt se inuicem fugiant isti duo Magnetes, neque vnquam à mutuâ fugâ desistant;donec vnus in alium agere non possit. E contra verò, si poli A & B fuerint diuersæ denominationis: hoc est, A australis esset,& B borealis;ad se inuicem accederent, & coniungerentur.

Experimentum octauum. Si duo Magnetes ita natent in cimbulis suis, vt amborum poli, sint in horizonte, sibi occurrant secundum polos eiusdem denominationis, se fugient aliquantulum, itaque situm alternabunt, vt poli amici, seu diuersæ denominationis, se respiciant, & tunc ad inuicem accedent. Sint duo Magnetes AB, SM, quorum poli in horizonte A australis, B, borealis, S, Septentrionalis M meridionalis; si sibi occurrant secundùm polos B & S,eiusdem denominationis; se fugient,aliquantulum; donec situm alternent,& polus M obuertatur ad polum B,tunc accedent ad inuicem,& coniungentur.

Si verò axes paralleli essent & polus S, vicinus esset polo AB,aut polus M polo A;se fugerent.nô tamen alternabunt situm nisi æqualis essent virtutis, si verò in situ parallelo polus A vicinus esset polo S,& polus B polo M ad se inuicem accederet.

Experimentum nonum. Si duæ acus de repentè,aut casu fortuitò aut de industriâ, inordinantur parallelæ,& extrema eiusdem denominationis sint vicina,nempe extremum Septrionale B Septriona li S sit vicinum, manebunt in situ parallelô quia licèt extrema A & M; se expellant, quia se expellere non possunt quin B & S ad inuicem accedant, quæ tamen patiet se expellunt, perseuerabit parallelismus.

Si verò accidat vt extremum M inueniatur prope B adhuc fieri poterit parallelismus, sed inuerso situ,hoc est ita vt extremum meridionale vnius, respondeat boreali alterius.

Pariter si duo versoria superponantur, ita vt extrema eiusdem rationis sibi respondeant, se fugabunt inuicem, sibique respondebunt extrema diuersæ rationis, & si sint æqualis virtutis verticitatem ad polos non exercebunt.

Ratio horum omnium est quia solæ facies diuersæ denominationis in Magneticis coniunguntur, & amicæ sunt.




Experimentum Decimum. Nonnonquam Magnetica diuisa, alium situm obtinent post diuisionem quàm antea, aliquando eundem habent;notandum autem in genere;quâcumque Magnetis diuisione factâ, in singulis partibus duos polos exurgere, & verticitatem perseuerare, ita vt pariter vnô sui extremô meridiem, aliô verò Septentrionem spectet. quibus positis.

Sit magnes AB, cuius polus A australis,B borealis, diuidatur secundum æquinoctium, fient in segmentis duo noui poli, nempe S Septentrionalis, & M meridionalis, cum enim polus A perseueret qui australis est, & omne Magnetis segmentum duos polos habeat, in segmento AS generabitur alter polus S, hoc est punctum S, incipiet terminare eundem axem, in segmento AS: cum autem polus A sit australis,necessariò polus S Septentrionalis erit. idem dicito de segmento MB; cui ratiocinio consonant experientiæ, nam polus A ad austrum, polus S ad Septentrionem dirigetur, polus A furcinolam versoriorum, quæ nempe Septentrionem respicit, attrahit,& punctum S cuspidem.

Assero insuper quod facies S & M,coniungentur,cum enim sint diuersæ denominationis,nempe Septentrionalis, & meridionalis necessariò amicæ erunt,sicut B & A.quare segmenta Magnetis diuisi secundùm planum ad axem perpendiculare,rursus coalescunt,vt vnum totum efficiant.

Diuidatur magnes cuius duo poli A, & B planô, quod sit axi parallelum, in vtroque segmento erunt duo poli, ( cum nullum sit Magnetis frustum, quod polis careat ) quare vel poli A & B perseuerabunt vel vterque descendet versus partes C. eritque pariter A polus australis, B polus borealis. in segmento item MDB fient duo poli,nempe M meridionalis, & S Septentrionalis.

Cum autem Magneti alius magnes,aut versoriû superponitur extrema eiusdem rationis se fugiût,& quæ

quæ diuersæ sunt rationis se alliciunt, quare polus M, seu meridionalis, meridionalem A fugiet, attraheṫque septentrionalem B. & polus S attrahet polum A non igitur conueniet sicut priùs, neque pars magnetis ab eô auulsa eundem respectum habet, quem antèà habebat.

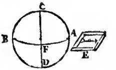
## COROLLARIVM.

Ex hoc sequitur non esse, verum quod magnetes à terra auulsi eundem situm affectent, quem antea habebant, immò videtur sequi, positâ nempe virtute magneticâ terræ (quam experimentis facile inferiùs stabiliemus) positó item quòd virtus magnetica terræ eam dirigat ad polos mundi, videtur inquam sequi quod contrarium situm habeant pustquam auulsi sunt à totô corpore terræ, ei quem ante separationem habebant. nam vocemus polum terræ qui vergit ad Septentrionem Septentrionalem, oppositum Meridionalem, para magnetis quæ ad Septentrionem vergebat, polum Septentrionalem habebit, in hoc sensu; & opposita Meridionalem, sed polus Septentrionalis magnetis, amat polum Meridionalem alterius magnetis, & consequenter terræ, cum supponatur terra, megneticam vim habere.

Ergo polos magnetis qui, ante separationem Septentrionalis erat, dirigetur ad polum Meridionalem terræ. Vnde putare debemus quod auulsa à terrâ magnetica contrariô modô se dirigerent ad polos cœli, quàm modò se dirigant, ad polos terræ vel si transferrentur extra sphæram actiuitatis terræ.

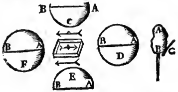
Quare si supra nubes deferretur pixis magnetica, ita vt esset extra sphæram actiuitatis terræ, dirigeretur non ad polos terræ, sed ad polos cœli, contrariô tamen situ. hoc est pars illa quæ dirigitur ad polum Septentrionalem terræ, cum Meridionalis sit ad polum Meridionalem cœli dirigeretur.

Experimentum vndecimum. Si magnes cuius poli in horizonte, ita circumvoluatur, secundùm lineam aliquam verticalem vt poli semper in horizonte maneant, ad vnam eius circumvolutionem versorium vnicum etiam circulum absoluet. Sit ma-




gnes AB, cuius polus australis A, borealis B. eique vicinum sit, versorium E, circumvoluatur magnes, circa lineam CD, immotam, ita vt poli AB describant circulum horizontalem AB; dico quòd ad vnam eius circumuolutionem, vnam etiam circumvolutionem absoluet, acus versorij E. nam cum polus A mouebitur versùs F furcinula etiam paulatim illud sequetur ita vt dum polus A, erit in F, acus fiat parallela axi, dum verò A erit in B, & B in A, cuspis respiciet punctum B; absolutaque erit, semicircumuolutio, atque ita dum circulum absoluet magnes, circulum etiam absoluet pixidis acus.

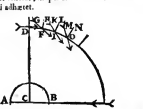
Experimentum duodecimum si magnes circa versorium circumducatur ita vt eius axis semper eundem situm obtineat, hoc est semper parallelum: dico ad vnam magnetis circumuolutionem duas à




versorio circumvolutiones absolui. nam supponatur magnes esse in F, furcinula respiciet polum eius australem A, cum furcinula sit pars septentrionalis, procedente autem sensim puncto A, vsque ad situm quem obtinet in C, eum polum sequetur furcinula, ita vt magnete existente in C fiat acus parallela axi; sed contrariô modô se habeat, atque ita magnete promotô secundùm quadrantem circuli, versorium semicirculum perfecerit. promoueatur magnes ex C in D cuspis versorij sequetur polum; donec magnete in puncto D existente, cuspis directè polum B respiciat, atque ita versorium circulationem perfecerit, dum magnes semicirculum tantùm absoluerit; cætera eôdem modô intelligi possunt.

Idem autem eueniet si circa magnetem immotum, & fixum, alius magnes bene libratus circumuoluatur.

Experimentum duodecimum ferrum quodcumque meliùs magneti adhærebit in aliis plagis, quam præcise in ipsis polis; vt si sit magnes A B, in cuius polo B pendeat acus, experientiâ compertum est, eandem acum firmiùs eidem magneti adhæsuram, in puncto C, quia nempe in puncto B, sola extremitate tenetur, in puncto vero C, tota mole magneti adhæret.




Experimentum Decimum Tertium, si versorium circa magnetem cuius poli in horizonte existant circumducatur varia erit illius inclinatio. sit magnes cuius poli A & B, sit in horizonte, & vt meliùs totum negotium procedat, excauetur in asserculo locus magnetis: ita vt poli sint in plano asserculi, tum ex centro magnetis interuallô quôcumque describatur quadrans D E, diuidendus in gradus, vel in quinos, aut denos gradus, tum singulis gradibus successiuè applicetur centrum versorij, notabis quàm inclinationem habeat, vel cum radio, à centro procedente, vel cum lineâ tangente, quæ horizontem repræsentaret, si arcus D E intelligeretur pro meridiano.

Et primò quidem deprehendes in puncto D, acum versorij parallelam esse axi AB, atque adeò cum radio DC comprehendere angulum rectum: vnde si duceretur horizon seu linea tangens per punctum D, congrueret cum acu versorij. In puncto vero E, acus versorij incideret in radium CE, & cõsequenter cum linea tangente angulum rectum comprehenderet, ponatur arcus DF esse gradum 5, inuenies

inuenies GFH graduum 69. ita vt si per F duceretur tangens versorium GF cum tangente comprehenderet angulum graduum 21.

Ponatur arcus DI esse graduum 10. erit angulus KIL grad. 55. & angulus quem comprehendet acus KI, cum tangente erit graduum 35.

Sit modò arcus DO graduum 15. erit angulus MON 46. & angulus cum tangente graduum 44. atque ita poteris experiri in quacum que distantia ab æquatore C D, quem angulum comprehendat versorium, siue cum radio, siue cum tangente, vnus enim est complementum alterius.

Quia autem (vt videbimus posteà) eandem Inclinationem quam habet versorium respectu Magnetis, eandem habet respectu terræ, si circulus DE intelligatur meridianus, vt verè meridianus est respectu Magnetis, cum procedat à polo ad polum, primo arcus DF, DI, DO essent variæ latitudines, radij CF, CI, CO essent lineæ verticales & tangentes ductæ in punctis F, I, O, quæ non dual virandæ confusionis gratià ea hiberent varios horizontes. vnde poterimus facile pro qualibet latitudine, inuenire angulum quem facit versoriū cum horizonte. quia autem careo genero.ô Magnete, aliorum obseruationibus fidere sum coactus, alias obseruationes in lucem edimus si poteutem aliquem lapidem naneisci potero.

Referam autem varias tabulas, quarum aliquæ sunt confectæ per praxin Gilberti, quæ cum sine vlla ratione procedat, non video cur illi fidere debeamus. Pater Grandamicus aliam profert valde diuersam à præcedente, quæ potiùs per experientiam procedit quam per ratiocinium. tres autem fere conueniunt nempe Gilbertus, Cabæus, & Kirker.

Tabula Inclinationis Magnetis ex Kirchero & Cabæo secundum ratiocinium Gilberti.

| Latitudo gradus | Angulus quem comprehendit acus cum horizont gr. | mi. |
|---|---|---|
| 5 | 10. | 51 |
| 10 | 20. | 49 |
| 15 | 29. | 55 |
| 20 | 38. | 12 |
| 25 | 45. | 43 |
| 30 | 52. | 31 |
| 35 | 58. | 39 |
| 40 | 64. | 10 |
| 45 | 69. | 6 |
| 50 | 73. | 28 |
| 55 | 77. | 17 |
| 60 | 80. | 34 |
| 65 | 83. | 10 |
| 70 | 85. | 38 |
| 75 | 87. | 23 |
| 80 | 88. | 42 |
| 85 | 89. | 34 |
| 90 | 90. | |

Tabula Inclinationis acus circa Magnetem descripta ex obseruationibus P. Grandam.

| Latitudo seu distantia ab æquatore gr. | Angulus versorij cum tangente gr. |
|---|---|
| 0 | 0 |
| 5 | 21 |
| 10 | 35 |
| 15 | 44 |
| 20 | 51 |
| 25 | 56 |
| 30 | 60 |
| 35 | 63 |
| 40 | 66 |
| 45 | 69 |
| 50 | 72 |
| 55 | $74\frac{1}{2}$ |
| 60 | 77 |
| 65 | $79\frac{1}{2}$ |
| 70 | 82 |
| 75 | 84 |
| 80 | 86 |
| 85 | 88 |
| 90 | 90 |

Animaduertere potes magnam inter istas tabulas differentiam, quòd Prima vix procedat per experientias, nisi forsitan circa latitudinem graduum 40. potuerunt enim tàm Cabæus quam Gilbertus, & Kirker circa hanc poli eleuationem habere nonnullas obseruationes, circa terram at verò Pater Grandamicus obseruationes suas perfecit non circa tellurem, sed circa Magnetem.

Notare etiam potes ea hac differentiâ, tam notabili, hanc materiam esse valde lubricam, & opus esse maximâ diligentiâ, nam error plurimorum graduum facilè committitur. quomodo autem hæc inclinatio obseruari possit circa tellurem dicemus postea.

Experimentum 14. Acus supra Magnetem, sicut & versoria non directè meridianis circulis eiusdem Magnetis se accommodant, sed sæpe nonnihil declinant, pro maiori, aut minori heterogeneitate eiusdem Magnetis, diximus suprà experimentô secundô huius ordinis acum suspensam, & Magneti admotam se accommodare alicui meridiano eiusdem Magnetis, immò si acus breuior inconsideratè ad Magnetem applicetur, pariter situm meridianum affectabit. quod quidem verissimum est nisi scrupulosius agas, si enim rem accuratiùs examines; vbi næuus aliquis in Magnete inuenietur, aut partes heterogeneas habebit, videbis acum, non nihil in vnam aut aliam partem deflectere. Sit ergo mag-




nes AB, cuius poli A & B, sitque meridianus aliquis A C B, cui in puncto C applicetur acus: sed supponatur magnes habere ali- quam

quam heterogeneitatem, ita vt prope punctum C, nempe in D sit aliquis næuus valde notabilis



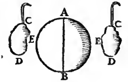

verbi gratiâ lacuna, vel terrestris aliqua materia, dico fore vt versorium, aut acus non se accommodet perfectè meridiano ACB; sed deflectat nonnihil vt vides in figurâ expressum, quod non potest tribui alteri causæ, nisi quòd propter imbecillitatem partis D, qui videbatur meridianus respectu molis ipsius Magnetis, non sit meridianus respectu virtutis Magneticæ. atque adeò, in eô saltem loeô, non trahatur hinc inde æqualiter versorium. in quô notandum est, in eiusdem meridiani diuersis partibus diuersam esse declinationem, pro varia irregularitate partium Magneticarum, & inæquali distributione virtutis eius. Animaduertendum item est versùs polos maiorem esse, eam declinationem, quam versus æquinoctialem. Ratio videtur esse, quòd directio versorij secundùm meridianos Magnetis, ex eô procedat, quod vterque polus, vnum eius extremum attrahat, cum ergo versus polum, non multum agat alter polus, fit quidem vt satis firma sit adhæsio, vnius extremi Magneticæ acûs ad polum, aliud tamen extremum quod non multum attrahitur ab alio polo fluctuat, & faciliùs exorbitat à plano meridiano.




Experimentum 15. Si polus Magnetis supponatur breuioribus acubus, aut puluei ferreo, erigentur ad perpendiculum, etiam interpositâ mensâ, aut aliô corpore durô; sequentur, item illæ acus, & inclinabuntur, prout in vnam, aut alteram partem mouebitur magnes: vt si sit magnes AB, cuius poli A & B. si polus A supponatur mensæ in qua iacent breuiores acus, aut puluis ferreus, erigent se breuiores acus, sicut & puluis ferreus in longum directus eriget se; & pro variô motu poli A, aut mouebitur supra mensam, aut pariter inclinabitur, ad modum hastatorum militum. Quod si alium polum substituas, mensæque supponas, erigent se, tàm breuiores acus, quàm puluis ferreus secundùm aliud extremum, idemque motus sequetur.

Experimentum 16. Diximus supra, quòd si polus Magnetis immittatur in scobem ferream, quod illi adhærebit puluis, in pilorum figuram conformatus; si verò admoueatur alius magnes secundùm polum inimicum, hoc est secundum polum eiusdem denominationis, inclinabuntur illi pili, & in aduersam partem detorquebuntur, & amoto secundô Magnete rursus erigentur.

Experimentum 17. Si minor magnes filô suspensus per polos circa maiorem circumducatur eandem semper faciem ad eum obuertet. Sit maior magnes AB immotus sintque eius poli A & B. sitque alius magnes C D, cuius poli C & D, sintque poli A & C amici, suspendatur polo C magnes CD, dico fore vt in istâ circumductione eadem facies CED semper Magnetem AB respiciat, & illi obuertatur. Ratio potest esse, quod impossibile sit Magnetem CED esse perfectè homogeneum, quare si accidat vt pars CED sit perfectior, quia non tantùm magnes generosior, validiùs trahit, idem corpus Magneticum, sed etiam multò faciliùs allicit illud quod virtutem Magneticam habet validiorem, semper ad se conuertet partem CED.







Experimentum 18. Si polo Magnetis imponatur lamina ferrea aut chalybea, extremitas versorij, quæ ad talem polum priùs conuertebatur, non polum, sed limbum lamellæ respiciet, vt si polo A Magnetis A E, imponatur lamina AB, sitque versorium CD, quod extremitatem C priùs conuertebat ad polum A, iam illa eadem extremitas C, non ampliùs respiciet polum A, sed aliquam extremitatem lamellæ AB.

## TERTIVS ORDO. EXPERIMENTA.

*Ad vim directiuam Magneticorum, ad polos mundi, aut terræ pertinentia.*



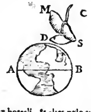

Experimentum Primum. Magnes suspensus aut natans in cimba se accommodat lineæ, meridianæ, experimentum non est difficile. inuentis duobus Magnetis polis, ita suspendatur lapis, vt duo eius poli in horizonte inueniantur, dico quòd ita se accommodabit lineæ meridianæ, vt eius vnus polus verbi gratiâ A respiciat meridiem, alius verò B, Septentrionem, & quantùmuis ab eô situ dimoueatur, se tamen restituet semper ad eandem directionem.

Idem accidit in Magnete liberè natante in aquis, qui secundùm eosdem polos quibus priùs austrum & Septentrionem respiciebat, modò

dò ad easdem plagas se conuertet. & hoc constantissimè, hoc est non fortuitò aliquò casu, sed semper, modò nulla sint impedimenta quibus detineatur.

Lapis item qui integer ad polos mundi se accommodabat, etiam diuisus ad eos se conuertit, ita vt nullum sit Magneticum frustum, ex quâcumque Magnetis parte decisum, quod similem virtutem non habeat.

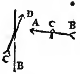
Experimentum Secundum. In omni Magneticâ suspensione poli Magnetis se accommodant polis terræ. non tantùm dum magnes ita suspenditur vt eius poli sint in horizonte. animaduertitur hæc directio secundùm lineam meridianam, quomodocumque suspendatur, ita conuertetur vt polus eius vnus quantùm potest fiat vicinus




polô terræ boreali, & alter polo australi. Sit terra cuius poli A & B. suspendatur magnes cuius polus Septentrionalis S, & M meridionalis, post aliquas conuersiones, ita sistet magnes, vt polus S quantum fieri potest sit vicinus polo B, & polus M sit vicinus polo A, & axis SM sit in plano meridiano. quod si in M esset polus Magnetis, Septentrionalis & S meridionalis S transiret in D & M in C, vt sic M accederet quantùm posset ad polum borealem B, & S ad australem A.

Vt verùm tamen fatear hôc experimentô non probatur conuersio potiùs ad polos terræ, quam ad polos cœli, nam polus S qui in eâ conuersione circa filum suspendens describere potest circulum S D, quando occupat punctum S, non tantum vicinior est polo terræ B, quàm in alio quolibet puncto circuli SD, sed etiam vicinior polo cœli, vnde concludi non potest his experimentis, potiùs Magnetem conuerti ad polos terræ, quàm ad polos cœli.

Experimentum Tertium. Acûs Magneticæ excitatæ, & suspensæ secundùm lineam meridianam se dirigunt, non tamen exactè, sed in variis locis variè declinant, etiam aliquádo ad triginta gradus: Ita vt hactenus nulla certa regula obseruari potuerit. Experimentum istud multa supponit, & primò quidem supponit inuentionem, lineæ meridianæ, quam ex cœlo obseruare debemus. alibi iam dedimus supra, methodum triplicem inueniendi lineam meridianam. Primò quidem duabus vmbris. Secundò tribus quibuscumque obseruationibus, secundùm astrolabium horizontale. dedimus item alias methodos, quibus vti possumus in mari. inuentâ autem lineâ meridianâ facilè possumus dignoscere Magnetis, seu acûs Magneticè excitatæ declinationem. nam si imposita lineæ meridianæ, cum illa congruat, nulla erit declinatio, & quot gradibus ab illâ deflectet tot graduum dicetur esse declinatio, siue in occidentem, siue in orientem, quod intelligendum de furcinula, seu de illa parte quæ Septentrionem respicit, vt si vera linea meridiana, ex solis eleuatione obseruata.




Sit linea A B, & acus Magnetica eum obseruet situm respectu lineæ A B, quem habet linea CD, quia furcinula C quæ in boream tendere deberet, declinat ad orientem, dicetur simpliciter acus in orientem declinare, quod communiter dicitur nordestare, hoc est a nord seu borea, ad orientem seu ad est procedere, & Grecisare. si vero ad occidentem declinaret, diceretur nordoustare, siue maestrolisare.

Hæc declinatio tam varia est in variis regionibus, vt nullam certam regulam assignare possimus, nec vllum punctum, siue in terra, siue in cœlo determinare ad quod præcisè dirigantur omnia Magnetica. nam in eiusdem meridiani diuersis punctis, diuersa obseruatur declinatio, nullusque est meridianus in cuius omnibus punctis, aut sit eadem declinatio, aut acus directè meridiem, & Septentrionem respiciat, nullus item, sit parallelus in cuius omnibus punctis eadem deprehendatur declinatio. Quare, vt ostendemus postea, dicendú est Magnetica eodem modó se accommodare telluri; quó supra Magnetem diriguntur, sicut ergo ostédimus suprà, propter inæqualitatem virtutis Magneticæ, sæpe acus Magnetibus applicatas, exorbitare ab eorum meridianis; ita etiam dicere possumus propter maximos terrarum tractus, ingenti oceanô virtutem Magneticam non participante, interruptos; meridianum virtutis Magneticæ, non coincidere cum verò telluris meridianô. ita qui ex Canadensi regione Europam repetunt, experiuntur prope Americam Septentrionalem pixidis partem, Nordouestare, hoc est furcinulam quæ directe in Septentrionem tendere debuerat, ad occidentem deflectere. Americâ scilicet regione furcinulam attrahente, in medio autem ferè oceano euanescere eam declinationem, donec prope Europam mutetur in contrarium, nam ex borea in orientem deflectit, quod est adeò verum vt vnus ex patribus nostris, Cùm ex America in Europam regrederetur, post ingentem tempestatem, in quâ ratio itineris haberi non potuerat, & altercarentur nautæ de locô nauigij, & plerique se multis milliaribus regressos vltra primum meridianum assererét, ipse ex Magnetis declinatione, quam obseruabat ad orientem vergere, pronunciauit se non longe distare ab Europa: cui pronuntiato respódit euentus: nam posterô die Hispaniam viderunt.

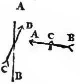
Hæc declinatio tanta est vt nonnunquam 20. gradus excedat, Immo dicatur vsque ad trigesimú gradum excurrere, præcipue in polaribus regionibus. In aliquibus regionibus nulla est, talis declinatio. vt in medio fere tractu inter Europam, Africá ex vna parte, & Americá nulla est declinatio, terris hinc inde acum Magneticam æqualiter trahentibus. In aliquo promótorio, prope promótoriú

bonæ spei aeus dilguntur præcisè ad meridiem, & Septentrionem, hinc America meridionali, inde verò nouâ Guineâ acum æqualiter librante. In Gallia tota, furcinula declinat à Septentrione in ortum, Constantinopoli autem tribus, aut quatuot gradibus declinat in occasum, audiuique ab aliquibus vltra Siciliam, in aliquo meridiano, acum nullam pati declinationem. quia tamen declinatio in toto fere mediterraneo mari, quatuor, aut quinque gradus non excedit, ideò vt plurimùm contemnitur.

Notandum autem plerasque obseruationes deuiationis Magneticæ perperàm esse factas, nam pixidulæ Magneticæ, vt plurimùm adhibetur aliqua declinatio, cuius deinde si ratio non habeatur in obseruationibus, error grauissimus committetur. vt autem in exemplo rem totam ostendam. Quia vlisippone datur aliqua declinatio nempe dimidio vnius rumbi, est autem rumbus graduum 11. graduum & $\frac{1}{4}$ declinat ergo circiter quinque gradibus & $\frac{1}{4}$. ideo qui sibi pixidulas componunt, remouent versus orientem acum à lilio grad. $5\frac{1}{4}$. vbi ergo erit eadem declinatio, factis obseruationibus videbitur nulla esse, hoc est vera meridiana cœli cadet in lilium rosæ Chartaceæ, Batauì integro rumbo remouent acum à lilio. aliqui Angli sextam partem rumbi. inde fit vt caput de las agullias nullam admittat declinationem respectu pixidis cuius compositio sit Lusitanica.

Referunt autem quod à totâ via, quæ est ad ortum Brasiliæ, proceditque per promontorium Sancti Augustini, ad promotorium Frico, vsque ad fretum Magellanicum, furcinula quæ ad Septentrionem spectare debuerat, declinat ad orientem & propè littus maior est, quàm in aliqua distantia à terris. Ita aliæ nonnullæ referuntur declinationes Magneticæ. optandum quidem fuisset, vt pixides nauticæ simplices fierent, sine vllâ declinatione, faciliùs enim & sine vlla perplexitate obseruationes declinationum haberet, & fortitan ex iis regulam aliquam generalem præscribere possemus. Si tamen constantes sunt, & non mutabiles vt ferunt quam plurimæ recentiorum experientiæ.

Experimentum Quartum. Acus noua, antequam Magneticè excitetur in æquilibrio posita, si Magneticè excitetur, fit grauior, quâ parte Septentrionem spectat, in regionibus borealibus, hoc est in toto hæmisphærio terræ Septentrionali; in hæmisphærio autem australi, fit grauior eâ parte quâ austrum spectat, seu se conuertit ad polum antarcticum: sub æquinoctiali verò manet in æquilibrio, nec inclinationem vllam acquirit ad horixontem. Vt autem ostendatur id verè prouenire ex virtute Magnetica, sit




acus chalybea AB noua æquilibrata more consueto in C, ita vt horizontaliter librata maneat. Magneticè excitetur, & A respiciat austrum, & punctum B boream, incipiet pars B grauior esse, cessabitque æquilibrium, vnde vt fiat vtilis hæc acus hoc est vt ad æquilibrium reducatur, aliquid resecandum erit ab extremitate CB, sic enim fiet, vt maior grauitas partis CA pugnet cum virtute Magnetica: rursus verò auferatur verticitas ab acu, A B, seu contraria inducatur, hoc est pars A incipiat dirigi ad Septentrionem, & extremitas B ad austrum, incipiet pars A præponderare, & deorsum inclinari; ita vt quomodocumque mutes verticitatem semper pars Septentrionalis deorsum vergat.

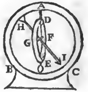
Qui primi hoc experimentum fecerunt, existimarunt per contactum Magnetis semper adhærescere aliquas Magnetis partes ipsi acui, quibus ea pars quæ Magnetem tetigit grauior euadat, sed cum virtus Magnetica conueniendi ad Septentrionem extremitatem B, communicari possit tangendo partem A, & in hoc casu, non pars A, sed pars B fiat grauior, illud effugium fit omninò inutile.

Ex hoc vides cur pleræque pixides nauticæ, quæ sunt vtiles, in hæmisphærio boreali, post transitum æquinoctialis fiant inutiles non corrigantur, hoc est nisi aliquid ponderis addatur parti Septentrionali rosæ, ad hoc vt detineatur in æquilibrio.

Simile experimentum sumi potest in Magnete, quamuis difficiliùs.

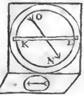
Habeatur magnes quantum fieri potest Sphæricus, qui liber permittatur in Mercurio. (nam in aquâ supernatare non potest, nisi illi Cymbâ subiiciatur, quæ tamen nostro experimento, officeret.) polus Septentrionalis, seu qui ad Septentrionem dirigitur, deorsum deprimetur ad gradus sexaginta, & quò maior fuerit latitudo regionis in quâ fit tale experimentum, eò magis inclinabitur quod etiam acubus accidit.

Quia verò nec cuilibet ad manum est eximius magnes, & Mercurius, facilius fiet experimentum, si pararetur aliquod instrumentum idoneum. varia excogitata sunt à multis, nam communes acus, quæ cuspidi imponuntur, non sunt libratæ vt par est ad hoc negotium, neque satis inclinari possunt. quare alios cardines habere debent, vt facillimè moueri possint deorsum.




Tale instrumentum communiter proferunt nempe circulum æneum ABC innixum suppedaneo BC vt verticaliter stare possit. in eius summitate A filum sericum, non contortum annectunt, è quô pendeat, compacta ex duabus laminis ærels nauicula, seu Ellypsis, cui inserantur duo cardines acûs, seu styli chalybei, affabrè elaboratì. debet autem stylus chalybeus poni in æquilibrio antequam

quam Magnetem persentiscat, ita vt horizontaliter dispositus in neutram partem inclinet. tum imbuatur generosô Magnete, Sitque planum circuli ABC in plano meridiano, ea pars quæ boream spectare debet infra horizontem descendet, & inclinabitur, pro latitudine regionis, secundùm tabulam propositam in superiori ordine.




Pater Leotaudus non vult vt nauicula suspendatur, quia notat fluctuationem illam multum obesse obseruationi, sed acus intra duas regulas cupreas constringit, quibus duo cardines acus inseratur, valde exiles, & affabrè elaborati, vellem item cardines fieri ex chalybe bene temperato, immò regulæ inseri tenuem bracteolem ex chalybe temperato, sic enim facilius mouebuntur. addit etiam alium assereculum cui aptat acum Magneticam cómunem, vt totum instrumentum collocari possit in lineâ meridianâ Magnetica. aliæ multæ cautiones adhiberi possunt, debet secunda acus esse extra Sphæram actiuitatis primæ.

Notat idem quia difficile est acum cudere, quæ nullam concipiat virtutem Magneticam, quod tamen requiritur, vt in æquilibriô posita, inclinationem ex virtute Magneticâ habeat. ita operatur; vt eam ponat in æquilibrio. Sit ergo acus proposita NO, hanc ita tangit Magnete, vt extremum eius N respiciat boream, notetur gradus inclinationis ad quem descendit, communicetur acui contraria verticitas, ita vt punctum O vertatur ad boream, & inclinetur, si attigerit eundem gradum inclinationis, quod extremum N indicauerat, benè quidem, si verò non tam inclinatur, aliquid limâ ab extremo N demendum est.

Si verò punctom O magis inclinetur, ab eo abradendum est aliquid; toties ergo repetatur operatio donec extrema N. & O mutatis verticitatibus. totidem gradibus inclinentur.

Iam dixi suprà quid sentiendum sit de gradibus inclinationis, pro singulis gradibus inclinationis, nempe Gilberti methodus, nulli rationi nititur, quare ad experientiam recurrendum est, & obseruationes faciendæ saltem in vno quadrante. putat autem Pater Cabæus; exactiùs dignosci posse latitudinem regionis hôc instrumētô, quam dignoscatur linea meridiana acû Magnetica communi. quod quidem commodissimum esset in nauigationibus, si quolibet tempore, latitudo obseruari posset. nihilominus quia hæc obseruatio ita exacte fieri non potest, propter instrumentorum paruitatem, vt non sit procliue errorem committere aliquorum graduum, & aliunde etiam in nauigationibus scitur latitudo regionis, vel ex itinere confecto, vel ex aliis circumstantiis, non mihi videtur hæc obseruatio valde vtilis, quamuis esset exactior, quàm inuentio lineæ meridianæ.

Notandum autem hôc experimentô concludi acum Magneticam eô modô in ordine ad globum terræ dirigi, & ordinari, quô acus se accommodat Magneti, eandem enim habet inclinationem.

Notandum item, non tantùm his instrumentis haberi posse inclinationem Magneticam, si non exactam, saltem sufficienter, vt detegatur aliqua inclinatio. verbi grátia si lamella chalybea ita serico filo suspendatur, vt sit in æquilibrio; antequam verticitatem habeat, vbi Magnetem debitè tetigerit, inclinabitur extremo ad Septentrionem vergente. pariter obelus natans & in æquilibriô positus, si excitetur Magneticè vnô. extremô ad Septentrionem deprimetur.

## COROLLARIVM.

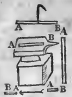
Ex hôc colliges Magnetica non respicere polos cœlestes, cum enim polus Septentrionalis, in his regionibus attollatur supra horizontem, & antarcticus deprimatur; tantùm abest, vt lamella acquirendo verticitatem grauior fieri debeat, eâ extremitate quæ spectat ad polum boreum, quin immò leuior euaderet. quod est contra manifestam experientiam.




Experimentum Quintum, ferrum virtute Magneticâ non imbutum si perpendiculariter teneatur, extremô, quod verticem respicit; furcinulam acus Magneticæ attrahet. vt si ferrum oblongum A B ita teneatur vt extremum A respiciat verticem, idem extremum A attrahet furcinulam, hoc est idem præstat, ac polus meridionalis Magnetis, extremum verò B adducit cuspidem, positó nempe quod extremum B viciniùs sit acui, quàm extremum A, positô autem quòd extrema A & B æqualiter distent à cuspide; acus perpendiculariter, secabit lineam A B: quia non est potior ratio cur furcinulam conuertat ad A, quam cuspidem ad B, & cum vtrumque fieri non possit, ob dispositionem tàm ferri, quàm acus, ideò manebit quasi æquilibrata, quod aliter explicari non potest, vt videbimus postea; nisi quòd cùm extremum B vicinius sit polo terræ boreali, transmittatur quasi transeunter virtus terræ ex eô polô per B A, & B sit quasi pars Magnetis Septentrionem spectans, quæ consequenter attrahit partē meridionalem acus seu cuspidem, & pars opposita nempe A attrahit Septentrionalem.

Experimentum Sextum. Acus & obeli, etiam non excita, si liberè suspendantur, aut aquis innatent, se plerumque lineæ meridianæ accommodabunt, & nunc vnô extremô Septentrionem spectabunt, & posteà eôdem meridiem respicient, prout sors tulerit. detinebuntur tamen in situ meridianô, & ad eum se reducent si dimoueantur.

Hoc experimentum ostendit debilem aliquam virtutem, communicatam, quæ facilè mutari possit in contrariam. à quô autem communicetur à Magnete, an à terrâ, vi huius experimenti nihil omninò concludi potest.




Experimentum septimum. Si ferrum candens refrigeretur in situ meridiano, hoc est extendatur supra incudem secundum lineam meridianam verticitatem satis insignem acquirit, ita vt si suspendatur liberè vnâ sui parte ad septentrionem, aliâ ad Austrum conuertatur.

Idem dico de eôdem ferrô ignitô, quod in situ perpendiculari refrigerabitur, quod etiam verticitatem habebit, extremumque eius infimum nempe B, septentrionem spectabit, punctum A respiciet austrum.

Experimentum octauum. Quaecumque ferramenta diu, in situ meridianô detinentur, aut in situ verticali, insignem verticitatem acquirunt. ita ferrei cancelli qui per centum, aut ducentos annos situm perpendicularem habent, insignem habent vim magneticam. expertus sum ferreas crates, acum magneticam detorquere à meridianâ lineâ ad quinque, aut sex pedes, pars autem quae vertici propior ad Austrum, quae terrae vicinior ad septentrionem dirigitur, & hoc in regionibus septentrionalibus, quamuis polus coelestis boreus vicinior sit, & magis directè respiciat, illud extremum, quod verticem spectat, quàm quod infimum locum obtinet.

Ad hoc experimentum reuoco aliud, nempe magnetes maximè conseruantur suamque augeant virtutem, dum in situ conuenienti detinentur, è contra verò multum imminuuntur si contrarium situm habeant, situs autem naturalis est, vt polus boreus septentrionem, Australis meridiem spectet. alius verò adhuc magis connaturalis erit, si polus Boreus inclinetur ad horizontem, pro ratione latitudinis regionis.

Experimur item acus magneticas in instrumentis aliquibus adhibitas, quae situm horizontalem habent, non tantùm diuturnitate temporis nihil de verticitate sua deperdere, sed etiam nouum robur acquirere.

Experimentum nonum, ferrum oblongum, horizontaliter iacens, modò hanc modò illam, acûs magneticae extremitatem alliciet. vt si ferrum AB horizontale sit, & punctum B respiciat septentrionem, aut partes septentrionales, neque enim requiritur vt directè spectet ad septentrionem, tunc pars eius A fiet australis & alliciet furcinulam. è contrà verò si pars B austrum respiciat, extremitas eius A alliciet cuspidem.

Experimentum decimum si magnes polos in zenith & nadir habeat, & liberè natare permittatur, eamdem semper faciem ad Austrum, & septentrionem obuertet; vt si sit magnes A B natans in cimbâ eburneâ, aut lignea, qui habeat polum australem in zenith, & borealem in nadir, pendeat etiam acus E, in medio obuersa ad magnetem, secundùm extremitatem suam amicam, vt nempe magnes detineatur in mediô, vasis maioris, nec extremitates petat; si notentur in magnete ita dispositò partes obuersae ad meridiem, & septentrionem, vt si notentur partes C & D, sitque C ad meridiem, & D ad septentrionem, quamùmlibet dimoueatur magnes ab hoc situ, semper post aliquas fluctuationes ad illum se reducet, & partes C meridiem & D septentrionem spectabunt, immò si transferatur magnes in quamcumque regionem eôdemque modô disponatur in cimbâ, eaedem partes C & D constanter meridiem, & septentrionem respicient, & hoc sine vlla declinatione, quod mirum, & vtilissimum est, si in nauigationibus adhiberi possit.



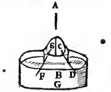

Primus hanc magnetis proprietatem prodidit Pater Grandamicus, qui putat huius esse veram causam, quòd singulae partes magnetis respondeant iisdem partibus terrae, quibus respondebant in fodina, quantùm saltem possunt, & meridianus vniuersalis magnetis directè subiaceat meridiano regionis, in quâ magnes existit: ex eô enim (inquit) necessariò sequitur vt partes orientales magnetis, spectent semper orientem regionis in qua est magnes, occidentales verò occidentem, putat item se ex ea obseruatione immobilitatem terrae posse demonstrare. sed de hoc vltimo postea, dico tamen eam rationem subsistere non posse, primò quia inuoluit pugnantia, nempe quòd singulae partes magnetis respondeant iisdem partibus terrae quibus respondebant in fodinâ, & in omni locô eaedem partes obuertantur ad terram, si enim in fodina aliqua pars respiciebat certam partem terrae ponamus Europam in qua erat magnes, dum erit in Asia, si eandem partem obuertat ad Europam, impossibile erit, vt quae in Europa meridianum spectabat, in Asia conuertatur ad meridianum. deinde falsum est magnetem eum situm affectare, quem habebat in fodinâ, immò comparando magnetem cum terrâ, eôdem modô quô comparatur frustum magnetis resectum, à magnete cum magnete totali, dico potiùs contrarium affectare, cum enim per resectionem oriantur duo noui poli, & poli eiusdem denominationis sint inimici, inde fit vt ea pars quae in toto, septentrionem spectabat, habebatque propterea polum septentrionalem amicum, post resectionem fiat amica polo meridiano terrae, & ab eo alliciatur, Item. probabile mihi videtur quod magnes in fodina suum habeat axem, parallelum axi mundi, ita enim videmus quoties abscindimus à magnete aliquam partem, de nouo generari duos polos; ita vt axis hic nouus, sit axi totali magnetis parallelus; non tamen propterea si pars abscissa liberè supra magnetem suspendatur, axis illius erit parallelus axi magnetis, nisi illi applicetur circa aequinoctialem, in aliis enim partibus, inclinabuntur ad inuicem tales axes, vt experientiis allatis satis constat.

Rationem

Rationem huius experimenti, ex aliis experimentis deductam profertam, certum est enim chalybem multò melioris verticitatis capacem esse, quam ferrum, ferrumque purum quàm rubiginosum. cum ergo impossibile sit magnetem, ita esse homogeneū,vt secundùm aliquas suí partes meliorem nō habeat verticitatem,hæc pars à polis vicinis terræ potiùs allicietur, quàm aliæ, vnde mirum non est si vbique terrarum hæc eadem pars aut septentrionem, aut meridiem semper spectet. Cum enim in eo situ in quô polus magnetis infimum locum occupat, non sit potior ratio, cur vna pars magnetis sit in meridianô, quàm alia, positâ homogeneitate lapidis, vbi verò perfectiorem naturam participabit, secundùm aliquem meridianum, eum etiam meridianum ad polos conuertere debebit. Adducor autem ad eam coniecturam, quod videam, hanc virtutem conuertendi in tali situ determinatam partem ad boream & austrum, esse valde debilem, indigereque suspensione exquisitâ, sine vllô motu extraneo ad hoc vt se ostendat, ex quo fit vt ad vsus nauticos adhuc sit inutilis; si enim facile ad praxin reuocari posset, omnes pixides nauticæ communes, abiiciendæ essent, vt pote declinationi obnoxiæ, componique deberent aliæ secundùm hanc methodum. cum ergo valde debilis sit hæc virtus, bene tribui potest partium heterogeneitati.

Fauent autem isti opinioni cæteræ circumstantiæ, & obseruationes quas refert idem author, asserit enim, quòd si inuertatur magnes, & polos eius meridionalis infimum locum teneat; boreus verticem spectet, idem magnens meridianus,se accommodabit cœlesti meridiano,eædémque partes meridiem & austrum respicient. inuertetur reliquarum situs, nam quæ in priori casu orientalis erat, euadit occidentalis. quod explicari facilè potest secundùm superiorem rationem, nam, in vtrôque casu eædem partes quæ supponebantur perfectioris naturæ à polô trahuntur, cum quô conueniunt, hoc est si pars quæ perfectior est, est in hemisphæriô lapidis boreô, quantùm poterit, respiciet polum boreum, atque adeò semper borealis erit.

Ex hâc proprietate deducitur methodus Inueniendi hunc lapidis meridianum vniuersalem, etiam non inuentâ ex syderibus lineâ meridianâ. ponatur enim magnes in situ conuenienti nempe sit polus eius Australis in vertice. seu in



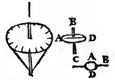

A, assumatur aliquod eius punctum C, in orientali plaga æstimata, & per punctum C ducatur filum quasi ex axe lapidis (boc meliùs & faciliùs fit in acu,quæ transmittitur per cymbam aliquam cui imponitur rosa chartacea) dictô filô notetur in margine punctum D, tum ponatur magnes in situ disconuenienti, hoc est polus boreus

sit in zenith,noteturque vbi nam sit punctum C priùs notatum:videbis illud transistum esse in E, ex punctô E, rursùs educatur filum EF, arcus FD diuidatur bifariàm in G, meridianus lapidis respondens punctô G est meridianus quæsitus, qui in omni regione se accommodabit cœlesti.

Lapide conuenientem situm occupante, hoc est polô australi in zenith positô, si versus meridiem eum polum deprimas, semper idem meridianus lapidis subiacebit meridiano cœli, quamdiu polus meridionalis versabitur in semicirculo meridiani australi, vbi verò attigerit nadir,aut illud trangressus fuerit, aut fuerit in quôcumque gradu semicirculi meridiani, qui ad boream vergit,subitò conuertet se lapis,& quæ partes erant ad boream, flectentur ad meridiem, & vicissim.ratio horum est quia polus borealis terræ allicit polum borealem magnetis & vicissim.

Ad idem experimentum reuocari potest, simile omninò quod locô magnetis substituit acum ferream crassiorem, nempe crassam instar calami hordeacei; & longam quinque aut sex digitos, imbutam virtute magneticâ. Si enim hæc virga ferrea inserta in oui testam, aut aliam leuem materiam,libere natare permittatur; eaque pars quæ meridiem spectare consueuit verticem respiciat, imponatur item rosa chartacea, cœli plagis, seu rombis distincta, addatur item parua acus, secundum extremum amicum polo meridionali, atque ita dispositis omnibus liberè natare permittatur, eandem semper rosæ partem ad meridiem obuertet, in omni loco. & hoc sine vllâ declinatione.

Experimentum vndecimum. Si virga ferrea superius descripta, inseratur frusto suberis, vt tecta natare possit, noteturque vt priùs, quam faciem ad meridiem obvertat, si extrahatur ex subere, & rursus inseratur in idem foramen, diuersô tamen situ, non ampliùs eadem ferri facies meridiem spectabit, sed ea quæ respondebit, illi suberis parti quæ meridiem respiciebat, vt si sit virga ferrea BC, longa vt priùs, quinque, aut




sex digitos quæ inseratur in frustum suberis AD, liberéque natare permittatur; obuertet quidem si nihil mutetur, semper eandem faciem in meridiem & boream. sitque ea facies quæ respondet punctô A suberis, ita vt punctum A respiciat austrum. extrahatur hæc virga ferrea, sed diuersô paulisper modô, nempe ita vt ea virgæ facies quæ respiciebat partem A suberis spectet aliam suberis partem. dico fore vt iterum punctum A suberis, respiciat meridiem, & consequenter, non eadem virgæ facies respiciat Austrum. quod si aliud forsmen feceris, rursus eadem virgæ facies vertetur ad Austrum.

Ex hoc experimentô duo mihi licet concludere, primum est relinqui aliquid in subere, quod virtutem magneticam contraxit, nempe si diu virgæ

virga ferrea in eodem fetsmine mansit, propter maiorem aquæ cui innata contrahitur aliqua rubigo, quæ adhæret foramini, secumque nonnullas ferri partes asportat, quæ ferri partes etiam virtutem magneticam habent, quia autem hæc rubigo ferrea est, adhærens interiori suberis foramini, maiorem habet ambitum, quam virga ambit, ideò maiorem vim habet, quia trahit per partem aliquam magis distantem à centro secundùm regulas potentiarum motricium.

Non ineptè etiam suspicari licet, aliquos spiritus magneticos in subere recipi, qui etiam absente virgâ ferreâ possint obuerti ad septentrionem, & austrum ex quo aperitur via totam magnetis naturam explicandi, aut saltem illi videtur multùm fauere, nam si qualitatem magnes profundat per medium, hæc ita ab agente suô pendebit, vt in extraneo subiectô amotâ causâ producente perire debeat. quod dicendum non erit de spiritibus magneticis.

Secundum quod ex hâc experientiâ concludo erit, valdè debilem esse hanc virtutem, constanter obuertendi vnam faciem, ad Austrum, & aliam ad boream: cum tàm facile superari possit, ab eâ virtute quæ reliqua esse potest in subere. quod non accidit in virtute simplici directiua magnetis, vt si inseratur suberi AB acus, BC imbuta virtute magnetica, quæ naturæ permittatur, illius punctum C verbi gratia ad meridiem, & punctum B ad boream obuertentur, extrahatur ex subere, inseraturque contrariâ ratione, aut secundum lineam AD, in omnibus his casibus præualebit virtus quæ acui inest, nec vlla aduertetur reliqua esse in subere.

## QVARTVS EXPERIMENTORVM ORDO.

*Experimenta ad vim communicatiuam pertinentia.*

Experimentum. Primum Acus ferrea, aut chalybea noua, exquisitè suspensa, in omni situ quiescet, si aliquam verticitatem habet, hæc ita debilis est, vt dirigat ad meridiem modò cuspidem, modò furcinulam, si magnetem tetigerit, acquiret verticitatem manifestam, & determinatam; ita vt vna eius extremitas meridiem respiciat, alia septentrionem, & quantùmuis ab eô situ deturbetur, ad illum se constanter restituet, ex quô concluditur acum ferream per contactum aliquid recipere, quod in multos annos manifestè se prodat. quid autem sit, hic nodus est.

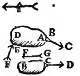
Hæc virtus aliis materiis non communicatur: si enim fiat acus ex auro, argento, ære aliòue metallo, aut ex ligno nihil tale continget, quamuis hæc virtus peruadat omnia corpora, quantùmuis dura.

Hæc eadem verticitas ferro communicatur, si producatur in situ meridianô. aut postquam incanduerit, refrigescat in eôdem situ lineæ meridianæ, hoc est extendatur secundùm eandem lineam meridianam.

Experimentum secundum, lateres cocti, ex magnetis contactu eamdem verticitatem acquirunt præcipuè verò oblongi; hanc autem verticitatem non nunquam habent independenter à magnete, præcipuè verò si diu in eôdem situ permanserint, ex quô fit vt versoria fenestris imposita sæpe aberrent à lineâ meridianâ: quia trahuntur ab huiusmodi lateribus.

Experimentum Tertium. hæc verticitas communicari potest sine physicô contactu magnetis, per solam approximationem, meliùs tamen communicabitur per contactum, partis cum aliqua morâ; quàm per solam approximationem.

Hæc item verticitas non tàm benè communicatur ferrô crassô, & oblongô, quam graciliori, ex quô fit vt acus pixidum magneticarum debeant cudi vadlè graciles.



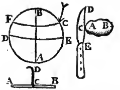

Experimentum Quartum, si acus vnô, tantùm extremô magnetis polum vnicum tetigerit, aliud extremum contrariam etiam verticitatem acquiret, vt si punctum A, sit polus australis magnetis, qui tangat furcinulam B acûs ferreæ, non tantùm furcinula B acquiret virtutem, quâ dirigetur, ad boream, sed cuspis eius C, acquiret verticitatem australem qua nempe ad meridiem spectabit: ita vt alia verticitas non acquiratur, dum cuspis C tangeret polum D; quàm si furcinula B tangat polum A. ideoque non tantùm extremitas quæ magnetem tangit; sed etiam quæ non tangit acquiret verticitatem.

Experimentum Quintum, magnes quâcumque sui parte, extremitatem ferri tangat, verticitatem illi communicabit quæ secundum ferri longitudinem procedet, vt si magnes AD tangat acûs EF extremum E, aliqua sui parte, exceptâ tamen aliqua parte æquinnctialis circuli, illi verticitatem communicabit, quæ procedet secundùm ferri longitudinem, hoc est vnum eius extremum boream, spectabit, aliud austrum.

Experimentum 6 verticitas communicata ferro, ab vnô magnetis polô, ab aliô ita destrui non potest, quin mutetur in contrariam, hoc est si extrèmum C, versorij CD tetigerit polô A australi, communicabitur extremitati C verticitas borealis, nempe ea, vi cuius obeli CD extremum C boream respiciet, si eadem extremitas C aliô polô B boreali tangatur præsertim cum aliquâ morâ, ita destruetur prior verticitas, vt contraria producatur, sitque difficillimum, ita in versoriô semel virtute magneticâ imbutô omnem virtutem destruere, vt nulla amplius remaneat: nisi vt iam aliàs dixi vehementi ignitione, aut contusione validâ.

Expet. 8. Si ferrum oblongum, ita magneti applicetur, vt sit eius axi parallelum, verticitatem acquiret contrariô modô, ac sit in ipsô magnete, vt si ferrum FG sit parallelum axi AB; sitque A polus australis. & B borealis, hoc est si suspendatur punctum A se conuertet ad austrum, & polus B ad boream, extremum C, si separatim suspendatur, respiciet austrum; eô modô, quo polus A, & extremum G ad eandem plagam obuertetur, quam respicit polus B. quia nempe in magneticis quæ sunt amica, contrarias habent denominationes.

Experimentum



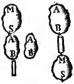

Experimentum 9. Eadem Magnetis pars, quæ ferro commouicat faciem australem, diuisò Magnete per parallelum æquatori, communicare potetit faciem borealem. Sit magnes AB, cuius poli sint puncta A, & B, æquator DE assumatur in hæmisphærio boreali DBE, quodlibet punctum C, quod vt constat experientiâ communicabit virtutem australem, seu conuertendi se ad austrum, ei extremitati, quæ ipsum terigerit, secetur magnes per parallelum CF, assumaturque segmentum FBC, dico si applicetur versorium, eidem puncto C, segmento FBC, fore vt communicet illi extremo virtutem conuertendi se ad boream, quia per separationem segmenti FAC, punctum C ex boreo fit australe.

Experimentum 10. Ferro oblongo manifestior communicatur verticitas, quàm ferro alterius figuræ, siue quia verticitas omnis est in ordine ad aliquam longitudinem, nempe vt dirigat Magnetem à polò ad polum, seu secundum planum meridianum: siue quia ferrum in longitudinem extensum, fibras habet eôdem tenore ductas.

Experimentum 11. Ferreus puluis si vnitus contineatur, secundum eum ordinem, quem habet dum verticitatem concipit, verticitatis actum secundum exerit, & ad planum meridianum se accommodat; si verò inordinatè adunetur, aut verticitatem amittit, aut saltem nullum verticitatis signum edit. portatur AB esse tubus, ex pennâ, quâ scribimus desumptus, qui scobe ferreâ impleatur, sed quæ priùs contactu Magnetis, verticitatem conceperit: duplici modò impleri poterit, vel ita vt puluisculus ille liberè immittatur, eique potestas fiat ordinandi se, secundùm leges verticitatis, hoc est vt puluisculi obuertant ad inuicem polos amicos, & in tali casu si calamus filò liberè suspendatur, lineæ meridianæ adhærebit. Si verò inconsideratè, & cum aliqua vi immittatur puluis in calamum, ex quò fiat, vt in plerisque poli aduersi, & contrarij iungantur, non insistet hic calamus lineæ, meridianæ, quantumuis liberè suspendatur, cuius rei ratio satis patet, quia nempe in tali casu puluisculi in contrarium feruntur, neque coosentiunt, ad vnum eundemque effectum.

Experimentum duodecimum. Dum ferro, vt cultro, per contactum poli Magnetici virtus communicatur, si polus ducatur à mediis partibus ad cuspidem vna verticitas, communicabitur; si verò idem polus à cuspide ad manubrium, aut ad medias partes ducetur, contraria verticitas producetur; vt si ducatur, polus A australis, Magnetis AB, à mediis partibus C, aut à manubrio E ad cuspidem D, culter ED eam verticitatem concipiet, quâ cuspis D, Septentrionem respiciet, dum autem idem polus A, supra cultrum ED, à cuspide D ad manubrium E procedet, verticitatem habebit, quâ cuspis D, ad austrum feratur.

Ratio non videtur, quòd motus ille aliquid conferat, sed quòd in primò casu sistitur polus A in cuspide, ideóque vltimò producatur in eâ cuspide, illa facies quam polus A australis communicare potest, borealis scilicèt; in aliò motu vltimò sistatur in C aut in E, vnde extremitas E, acquiret faciem borealem, & consequenter cuspis D australem.



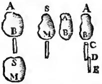

Experimentum 13. Si magnes Magneti superponatur secundùm leges amicitiæ, iuuatur magnes inferior, ad suspendendum ferrum, sit verbi gratiâ magnes AB, cuius poli, A australis; B borealis huic alius magnes superponatur, secundùm leges amicitiæ, hoc est, iungatur vel admoueatur polo A australi polus S seu Septentrionalis; experientiâ constat, in tali casu, fore vt magnes AB maius ferri pondus sustineat, & attrahat, quia tunc eôdem modò se habent illi Magnetes, ac si in vnum maiorem Magnetem coalescerent.

Secundò magnes à Magnete iuuabitur, si poli eiusdem denominationis fiant vicini, admoueantur ferro, fit enim etiam tunc coniunctio qualis in magno Magnete esse deberet, ponamus enim duos Magnetes aliquando resectos esse, seu separatos ab inuicem, sed aliquando composuisse vnum Magnetem, sectionémque factam fuisse, aut per axem, aut parallele ipsi axi. certum est quòd ante separationem, partes boreales borealibus congruebant, & australes australibus, sed ante separationem erat maior magnes, hoc est agens potentius, & validius; ergo si eôdem modò coniungantur fiet agens validius. certum quidem quod in tali casu extremitas C, stili ferrei videbitur fugere, & auersari polum B Magnetis adiuncti, re vera tamen magnes sustinebit maius ferri pondus.

Tertiò si Magnetis AB polo boreali B adhæreat stylus ferreus, eique addatur infra ferrum, alius magnes secundum polos amiens, hoc est punctum M sit polus meridionalis, stylus ferreus magis adhærebit punctô B, quamuis autem polus M habeat vim attractiuam, quia tamen, ex eâ positione validior producitur effectus in totò mediò MB, ideò in punctô B, erit firmior, adhæsio, neque enim magnes MS ita rapit ferrom, vt effectus qui prodit ex polo M contrarios sit, effectui emananti ex polô B. sed potiùs se iouicem iotendoot.

Experimentum 14. Impeditur magnes aliô Magnete. Primò si dum ferrum Magnetis polo B, seu boreali adhæret, supponatur alius magnes cuius pariter polus Septentrionalis obuertatur ad aliud ferri extremum, impeditur ferri adhæsio ad punctum B, quia per contrariam verticitatem

verticitatem, eiuſdem nempe rationis, procedentem, vt ita dicam in partes contrarias retunditur virtus ex polo B procedens, ex quo fit, vt ſi ferrum, non multùm excedatur à virtute ſuſtentatiuâ Magnetis, vbi admonebitur magnes SM, eô modô quô diximus illicò decidat.




Secundò ſi duo Magnetes ita componantur, vt ſint axes paralleli, & poli diuerſæ denominationis ſint vicini; imminuitur virtus attractiua, & ſuſtentatiua, quia id quod à Magnete ſecundô productus, contrarium habet ſitum, illi quod à primô Magnete productum eſt, ideoque contrarietatem aliquam cum eo exercet, & imminuit.

Si magnes Magneti ſuperponatur, quomodocumque inuertatur non minuetur, virtus Magnetis inferioris ſuſtentantis ferrum; licèt enim magnes Magneti congruè ſuperpoſitus, poſſit vnum totale agens conſtituere, ſi tamen incongruè ſuperponatur, non poterit contrariam virtutem, trans inferiorem Magnetem tranſmittere, cum illius non ſit capax, atque adeò neque imminuere eius qualitatem, quod quidem potuiſſet in aliô mediô, non determinatô ad vnam qualitatem. decurſu tamen temporis, ſe inuicem deſtruerent, illi Magnetes, incongruè ſcilicèt ad inuicem applicati.

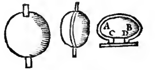
## COROLLARIVM.

Sequitur ex eô, in regionibus Septentrionalibus polum borealem Magnetis, ſeu qui in boream dirigitur, maius ferri pondus ſuſtentare, quàm polus meridionalis, cum enim polus Septentrionalis terræ, ſit amicus polo boreali Magnetis, in ſuſpenſione ferri perinde eſt, ac ſi polus amicus, ſupponeretur Magneti, ſed in tali caſu, augentur vires Magnetis; ergo etiam in ſuſpenſione ferri à Magnetis polô boreali, augeri debent eius vires. contrarium, autem accidit ſi ſuſpendatur ferrum à polo Magnetis meridionali. res tamen iſta requirit exactum obſeruatorem, cum enim virtus terræ ſit valde tenuis, & remiſſa, exceſſus ille notabilis non erit.

Experimentum 15. Ferrum Magneticè excitatum ad attrahendum aliud ferrum, iiſdem ferè modis, quibus magnes à Magnete iuuatus, vt per ſuperpoſitionem congruam Magnetis A B, ſtylus ferreus CD, faciliùs, & firmiùs ſuſtentabit arum D E, quàm antea. Si tamen ſuperpoſitio incongrua fieret, quia per applicationem Magnetis, alia verticitas ferro communicatur, ideò impedietur illa adhæſio. quæ ſuperpoſitio incongrua vix officeret Magneti, niſi diuturnitate temporis. quia ſcilicèt virtutem habet radicatam, & quaſi in fonte.

Experimentum 16. Eſt maior in Magnete ferri amor, quàm alterius Magnetis, hoc multis experimentis conſtat, faciliùſque Magneti adhæret ferrum, quàm magnes. nempe ob peculiarem diſpoſitionem, & quia propter æquabilitatem partium, meliùs illi coniungitur, quàm magnes, qui ſæpè impurus eſt, pluribuſque partibus heterogeneis conſtat.

Experimentum 17. Magnes Armatus multò potentior eſt ad ſuſtentandum ferrum, quàm inermis. multis autem modis armari poteſt. Primò ſi inuentis duobus polis, perforetur magnes, hoc eſt adimatur illi axis, & pro ſuô, axis ferreus, aut chalybeus ſubſtituatur. Secundò ſi inuentis pariter polis, addatur lamina ferrea in duos ſtylos ferreos, hinc inde deſinens, debet autem hæc lamina ſtringere Magnetem, in polis præcipue, ideoque leuigari debent, vt ferrum meliùs contingant.




Tertiò ſi inuentis pariter Magnetis polis A, & B, fiat lamina ferrea eos tangens, & excurrens in duos apices ſatis craſſos C & D, in eôdem Magnetis latere diſpoſitos. Sic enim fiet, vt vterque polus eidem ferro, applicari poſſit, & magnes duplum pondus ſuſtineat, quàm anteà. nam virtus Magnetica quæ à polô, ad polum communiter excurrit, ob applicationem laminæ, quaſi refractionem patitur, ſequiturque illius ductum. Notandum autem quòd augeantur in tali caſu notabiliter vires Magnetis, quæ inuentô per ferrum oſtiô, fotàs faciliùs prorumpit, & potentiùs operatur. quod intelligendum eſt modò inter polos Magnetis nullum corpus intercedat; ſi enim vel tenuiſſima charta interponeretur nullum eſſet augmentum virtutis Magneticæ.

Experimentum 18. Magnes armatus, ad excitandum aliud ferrum Magneticè, ſeu ad communicandam ferro virtutem Magneticam, non eſt aptior inermi, nec etiam ad attrahendum ferrum, ſed tantùm ad ſuſtinendum, immò interpoſitô quôcumque corpore quantùmuis tenui, non ſuperat virtute inermem, ita vt hic effectus maioris ſuſtentationis facilè tribui poſſit ſimilitudini pororum, & texturæ, quæ vtrique ferro ineſt, & quod ferrum pluribus partibus aliud ferrum tangat quàm Magnetem. quæ ratio videtur eadem eſſe ac ea, propter quam diximus ſupra ferrum Magneti firmiùs adhærere, quàm Magnetem Magneti.

Experimentum 19. Ferro maior virtus à Magnete communicatur, quàm in ſe habeat magnes. hoc eſt in ordine ad aliquos effectus neque enim hoc abſolutè verum eſſe poteſt. Sed tantùm de adhæſione. certiſſimum etiam eſt in præſentiâ Magnetis debitè applicati, ferrum maiores habere vires, quàm abſente Magnete. ex quo ſequitur quod quamuis ferrum ſit capax alicuius virtutis à Magnete receptæ, non

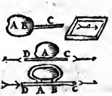
tamen

tamen propterea totam conseruat. Sed aliqua eius pars deperit & definit amotô Magnete.




Experimentum 20. Minor magnes maiori ferrum subripit.

Hoc experimentum nonnulli videbitur prodigiosum, nempe quòd minor magnes, qui consequenter minores habet vires, quàm maior, nihilominus illi præualeat, ferrumque à maiore subripiat; sed attentiùs id consideranti mirum non videbitur. Sit ergo magnes AB, cuius polo A ferrum adhæreat, applicetur alteri ferri extremo, minor magnes SM, secundùm polum amicum, hoc est si polus A australis est, sit polus S Septentrionalis; relictô Magnete AB; adhærebit ferrum Magneti MS. quia nempe non pugnant ad inuicem virtutes vtriusque Magnetis, sed potiùs se inuicem adiuuant, quare cum virtus Magnetis AB sit validior; Sphæram actiuitatis magis extensam habebit, vnde poterit prouenire vsque ad S, cum tamen Sphæra actiuitatis minoris Magnetis, non proueniat vsque ad A, poterit ergo fieri, vt virtus sit intensior in puncto S quam in puncto A, & consequenter sit firmior adhæsio. quod non impedit quo minus, magnes SM iuuet etiam adhæsionem in puncto A, modò virtus minoris Magnetis perueniat vsque ad punctum A, licèt autem maior sit adhæsio in punctô A, quàm anteà, hoc non impedit quò minùs minor magnes adhuc subripere possit ferrum, quia adhuc erit maior intensio in puncto S.



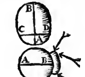

Experimentum 21. Mediante filo ferreo producitur sphæra actiuitatis magnetis, vt si sit magnes AB qui sphæram actiuitatis circumscriptam habeat punctô C, si eius polo B applicetur filum ferreum, mediante eô filô ferreô producentur fines eius, ad duplum, & etiam triplum spatium.

Experimentum 22. Si filum ferreum, polum Magnetis tetigerit in mediô, vtrumque extremum eandem verticitatem habebit, vt si filum ferreum DC, in mediô polum A Magnetis tetigerit; extrema eius D & C, erunt australia; & acûs Magneticæ furcinulam attrahent. quod si per medium suspendatur prædictum filum ferreum; videbitur nullam habere verticitatem, hoc est neque in austrum, neque in Septentrionem dirigetur.

Experimentum 23. Si filum ferreum vtrumque Magnetis polum tetigerit, ita vt hinc inde illos excedat, in extremis erunt facies contrariæ, in mediis vero, varium situm habebunt eædem facies, pro vt in varias partes secabitur; vt si filum ferreum DC, polos A & B Magnetis tangat, in extremo C erit verticitas australis, in extremo D facies borealis, in punctô A, facies australis in punctô B borealis.

*Tom. I.*

Experimentum 24. Filum ferreum Magneticè excitatum, si contundatur, aut violenter digitis incuruetur, aut incuruatum ad rectitudinem reuocetur, omnem verticitatem amittit.




Experimentum 25. Si Magnetis pars aliqua in meridionali hæmisphærio resecetur, hæmisphærium Septentrionale, multùm de suis viribus amittet, vt si ex Magnete A B resecetur segmentum CAD, polus B tantùm ferri pondus non sustinebit, quantùm antea sustinebat.

Experimentum 26. Ferrum aliàs excitatum, difficiliùs nonnunquam trahitur, quam ferrum, quod nunquam Magnetem expertum est; quia scilicèt, antequam trahatur debet sæpè destrui præconcepta verticitas, quando contingit, vt incongruè applicetur.

Experimentum 27. Ferrum interpositum impedit, ne vlteriùs virtus Magnetica rectà procedat. vt si polo boreali Magnetis AB, applicetur lamina ferrea, virtus Magnetis, non amplius rectà procedet, seu in directum axi Magnetis, sed per laminam effundetur, & versoria non occurrent è regione poli Magnetis: sed ad extremitatem laminæ.

Experimentum 28. Verticitas ferro communicata; & quæ in eo diu, & per multos annos perseuerauit; si per contactum non diuturnum Magnetis in contrariam mutetur, post aliquas horas reuiuiscit, & nouam destruit.

*Axiomata ab experimentis deducta.*

Ex prænotatis experimentis varia axiomata, & quasi leges Magneticorum notare possumus, quibus in decursu vtemur ad probandas propositiones nostras.

### AXIOMA I.

In instanti agit magnes, statim enim atque ferro admouetur in debitâ distantiâ, & intra Sphæram actiuitatis suæ, illud commouet, dirigit, & allicit. vnde quantùm ad directionem & attractionem spectat, nulla intercedit mora; nullum tempus requiritur.

### AXIOMA II.

Magnes agit in tempore, hoc est vt ferrum immutet, eique verticitatem, & virtutem aliud ferrum alliciendi, diuturnior requiritur mora, & quò infirmior erit magnes, eò maiori opus erit tempore. Sic terra vt cancellos ferreos perficiat, notabilique verticitate imbuat, multos annos requirit.

### AXIOMA III.

Virtus Magnetica nullum habet contrarium quàm seipsam, nisi fortitan vehementem ignitionē.

 contusio

contusionem item ferri validam, nec requirit in subiectô quod penetrat vllam dispositionem; est tamen virtus Magnetica sibi ipsi contraria, cum verticitas ab vnô polô communicata, difficulter expellatur ab aliô polô: & ex eâ resistentiâ contrarietatem arguere liceat.

AXIOMA IV.

In eôdem subiectô inueniuntur contraria, In eôdem quippe lapide, vtraque verticitas, quâ ad Austrum & boream conuertitur, ferroque duplicem verticitatem communicat, censeri autem debet aliquô modo sibi contraria, quia & vnâ parte vni tertio, nempe alteri Magneti amica est, & eidem secundùm aliud extremum inimica.

AXIOMA V.

Virtus Magnetica diuisibilis est, cum distinctionem partium habeat, inuehatque semper duos polos diuersos, & æquinoctialem, indiuisibilis etiam est, quia quæcunque vel minima pars Magnetis assumatur, eandem polorum, & æquatoris differentiam admittet, vnde tota in totô esse, & tota in qualibet parte, dici potest. centrum in circumferentiâ, quia ad polos præcipuè confluunt, omnia Magnetica, quasi ad commune centrum, dici etiam potest vis corporea, & spiritualis, corporea quidem, quia proprietas est corporis, spiritualis, quia perfectiones habet rebus spiritualibus simillimas.

AXIOMA VI.

Vis omnia penetrans, nihil lædens. habet enim hoc peculiare, virtus illa, quæ à Magnete per medium propagatur, vt nollum sit corpus ipsi impenetrabile, nulli tamen corpori, eâ penetratione nocet.

AXIOMA VII.

Actio indistans, non tamen sine mediô, quia magnes ita agit per medium, vt in eô virtus propagata non aduertatur; nec vllum in eô videatur effectum formalem habere. non tamen eadem virtus sine mediô propagatur; quia si polô Magnetis admoueatur ferrum, protenditur hæc virtus vltrà præstitutos sibi terminos.

AXIOMA VIII.

Profusio sine iacturâ, hæc proprietas communis est omnibus ferè agentibus, quæ agendo non exhauriuntur, ita sol perpetuò producit lumen.

AXIOMA IX.

Magnes dat quod non habet, primò ferro communicat vim attollendi, certum pondus, quod vires Magnetis superat, præcipue iu Magnetis præsentiâ. Secundò polus borealis Magnetis, qui vim tantum habet conuertendi se ad boream, ferro communicat virtutem conuertendi se ad meridiê.

AXIOMA X.

Idem aliquid producit, & destruit: nempe idem magnes verticitatem vnios rationis producit, eamque per applicationem alterius poli omninò obliterat. vel si idem polus alteri extremo admoueatur.

AXIOMA XI.

Paruus magno præstat, hoc est paruus magnes maiori ferrum præripit. vel proportione seruatâ, maiores animaduertuntur effectos in paruô Magnete, quàm in magno.

AXIOMA XII.

Pondere propriô non grauatur. hoc de ferrô intelligendum est, quod cum Magneti adhæret, non grauitat, magnes tamen illius pondere grauatur.

AXIOMA XIII.

Contraria contrariis amica, nempe polus boreus vnius Magnetis, polo australi alterius Magnetis amicus est, similia similibus inimica, poli nempe eiusdem denominationis se inuicem auersantor, hoc est polus boreus vnius, fugit polum boreum alterius.

AXIOMA XIV.

Quæ sunt eidem amica, sunt inimica inter se, quæ sunt inimica eidem, inimica sunt inter se: hoc de polis Magnetis intelligitur, vt duo poli borei duorum Magnetum sunt inimici, polo boreo tertij Magnetis, sunt item inimici inter se cum sint eiusdem denominationis. Eiusdem sunt rationis alia multa axiomata quæ formari possunt vt hæc. Virtus in eôdem fonte petita contraria, & noxia, vt si successiuè eidem Magneris polo duo, versorij extrema applicentur, communicatur contraria verticitas. virtus in contrariis fontibus petita amica. hoc est si duo versorij extrema admoueas duobus polis eiusdem Magnetis, meliùs radicatur eadem verticitas. Si inimicum inter duos inimicos colloces ambos fugabit, hoc est si poluni verbi gratiâ boreum, inter alios duos polos boreos statuas, ambos expellet. Si tertium inter duos amicos amicitiam impediet.

AXIOMA XV.

Eadem vis motum facit, & sedat. si nempe supra, aut infra pixidem Magneticam in gyrum Magnetem moueas, acus Magnetica eundem motum imitabitur. sedabitur autem eiusdem acus circulatio, si polus contrarius motui acui occurrat, præcipuè verò si occurrat extremo contrariam faciem habenti, aut potiùs faciem eiusdem denominationis.

AXIOMA XVI.

Motus circulatis alicui naturalis, nempe si circulariter moueatur magnes, circulariter etiam versoria ipsi imposita mouebuntur, ita vt quamuis Magneti motus ille circularis, non sit naturalis, sit tamen naturalis versoriis.

AXIOMA XVII.

Motus Magneticorum mutuus est, hoc est mutuò se ad motum inciant.

DE MAGNETE

# DE MAGNETE.

## LIBER SECVNDVS

## Propositiones.

*POSTQVAM experimenta Magnetis præcipua, sufficienter explicuimus, restat, vt quid certi ex iis deduci possit, quid probabilis, aut dubij, perpendamus; quod propositionibus sequentibus clarè quantùm fieri poterit exequi conabor: certa vt certa proponam, dubia quasi dubia proferam, & probabilibus sua probabilitas non adimetur.*

### PROPOSITIO I.

Theorema.

*Demonstratur virtus Magnetica terra inesse.*

Illi corpori virtus inest Magnetica, circa quod omnia quæ hanc virtutem participant, mouentur, & quiescunt, eô modô quô mouentur & quiescunt circa Magnetem. Sed omnia Magnetica eô modô se habent respectu terræ, quô circa Magnetem: ergo terræ virtutem Magneticam inesse fatendum est. maior facilè ostenditur, dum enim dubitamus an lapis aliquis, sit Magneticus, nec ne id experimur admouendo corpora Magnetica; reâque iudicamus, illud virtutis Magneticæ esse particeps, si vnâ sui parte, furcinulam acus Magneticæ alliciat; aliâ verò repellat, si ad eius vnum polum inclinentur versoria, denique si dirigantur acus Magneticæ supra prædictum corpus, eô præcisè modô quô reliquos Magnetes respicere solent: ergo si idem accidat omnibus Magneticis in ordine ad terram, idem iudicare debemus. minor autem primi syllogismi, nempe quod Magnetica eandem habitudinem obseruent respectu terræ, ac respectu Magnetis ita ostenditur inductione.

Primò ab aliquâ causâ diriguntur Magnetica, aut saltem aliquem terminum habent suæ directionis, sed à nullâ aliâ causâ diriguntur: ergo à terra directionem illam ad polos habent. ergo sicut Magnetica se accommodant planô meridianô Magnetis, secundùm meridianum terræ extenduntur. maior autem quod ab aliquâ causâ, hoc modô dirigantur, aut saltem habeant aliquem terminum quem respiciant: ideo disiunctione vsus sum, quia posset aliquis dicere Magnetica determinata esse ex natura sua, vt respiciant polos. ostendo autem non respicere cœlestes, sed terrestres, secundò ostendo etiam hanc directionem oriri à terrâ non à cœlô, immò nec ab ipsô corpore Magneticô. Si enim talis directio à cœlô, aut à corpore Magneticô orietur, terrâ nullam vim conferente, nullam declinationem paterentur Magnetica; sed semper meridiano insisterent; at Magnetica magnam patiuntur declinationem, in polaribus præcipuè regionibus; eô modo quô illam patiuntur dum Magneti insistunt, quæ maior est versus polos.

Si enim à cœlesti aliquô punctô dirigantur, cum solus cœlestis polus sit immobilis, reliqua omnia puncta mobilia spatio 24. horarum; Magnetica, aut polum vbique, & semper respicerent, vel mutationem declinationis intra viginti quatuor horas paterentur. Sed neque à seipsis hanc habent directionem, nisi influat aliquid, aut saltem ea determinet terra, quia omne Magneticum, si nihil extrinsecum accidat, determinatum est ad vnum modum agendi; ergo si tota directio ab ipso petatur, nunquam exorbitabit à lineâ meridianâ. Quare vt breuiter complectar omnia, nulla alia afferri potest causa declinationis Magneticæ, nisi inæqualitas virtutis Magneticæ, per totam terram diffusæ. causa enim huius declinationis proportione quâdam respondere debet, causæ declinationis illius, quâ Magnetica aberrant à meridiano Magnetis, sed hæc tribuitur inæqualitati perfectionis diuersarum partium Magnetis; ergo similem in terrâ causam agnoscere debemus. hoc est cum terra, oceanô interrumpatur, pro vt plures ex vna parte continentes occurrunt, quàm ex alia; versoria ad se magis alliciant, & declinare cogant. ita diximus in experimentis, in medio fere occanô, qui inter Europam, & Americam Septentrionalem interiacet, versorium rectâ meridiano subiacere. Si in Europam rendatur, pars Septentrionalis Magnetis, sensim ad oricntem deflectet.

Secundò ex inclinatione Magneticorum, ostenditur virtus Magnetica terræ. Corpus illud virtutem Magneticam participat, circa quod versoria eôdem modô inclinantur, quô circa Magnetem; sed experientiâ compertum est, versoria ità se habere respectu terræ; ergo illi virtus Magnetica deneganda non est. minor ostenditur. ite acus noua, quæ virtutem Magneticam nunquam senserit, in æquilibriô posita, neutrô extremô præpondetante. quæ imbuatur virtute Magneticâ, siue vnum extremum tangatur polô australi, siue aliud polô boreali, pars illa, in his regionibus, quæ ad boream tendit sexaginta aut pluribus etiam gradibus, infra horizontem descendet; & ne putes id casu accidisse, si admotô ad extremum quod vnô polô tetigisti, polô Magnetis contrariô, ita vt verticitas prima destruatur, & contraria

 contraria

contraria producatur, aliud extremum quod modò ad boream spectabit, pariter totidem gradibus descendet. dixi item quodcumque extremum tangatur, vt iis responderem, qui dixerunt ideò inclinari vnum extremum, quòd per contactum ferro adhæreant nonnulla Magnetis ramenta. illud enim extremum quod polum verbi gratiâ boreum tetigerit, atque adeò faciem australem conceperit, eleuabitur, supra horizontem, & leuitare videbitur.

Et quod mirum est quantùm experientiæ demonstrant, tot gradibus Magnetica inclinantur ad terram, quot inclinantur ad Magnetem. Quare sicut inclinationem versorij circa Magnetem circumducti, benè tribuimus ipsi Magneti, illumque lapidem Magneticum asserimus, circa quem eadem, & similis inclinatio deprehenditur; ita etiam dum eandem circa terram inclinationem obseruamus, idem de terrâ pronuntiare debemus.

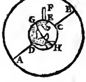
Vt autem hæc demonstratio maiorem vim obtineat. ostendo nec polum cœlestem esse terminum directionis Magneticæ, nec eosdem polos ad se versoria attrahere. Si enim versoria ad polos cœlestes dirigerentur, aut ab iis allicerentur; acus hoc modò in æquilibriò posita, vbi Magnetem tetigisset, attolleretur in his regionibus, secundum eam partem, quæ polum boreum spectat, nam polus boreus supra horizontem attollitur gradibus quadraginta quinque. hic Camberij cum tamen pars borealis infra horizontem deprimatur.

Tertiò magnes circa Magnetem circumductus, eandem semper faciem ad illum obuertit; item magnes circa terram circumductus eandem faciem ad terram obuertit; ergo terra virtute Magneticâ non caret. Antecedens probatur nobili illâ experientiâ, quam primus protulit Pater Grandamicus de meridianô vniuersali. hoc est si magnes ita collocetur, vt polus eius meridianus, sit in Zenith, & boreus spectet nadir, hoc est inferiorem locum obtineat, eamdem semper faciem in circulô meridianô collocabit, sed eandem faciem non collocaret, in meridiano, in diuersis regionibus, nisi terræ inesset virtus Magnetica, ergo terra virtutem habet Magneticam. Supponamus enim ad cœlum Magnetica dirigi; cum exceptô polô cætera cœli puncta mobilia sint, & per conuersionem vnius faciei ad meridianum poli Magnetis, non melius congruant, cum polis cœli nulla videretur esse ratio, cur determinatum, & constantem situm prosequerentur.

Vt verum tamen fatear, nam quærenti veritatem nihil dissimulare licet, hoc tertium argumentum, vim apud me demonstrationis, non obtinet, ponamus enim Magnetem, non esse perfectè homogeneum, & aliquam eius partem perfectiorem esse, hæc potiùs attraheretur à polis cœlestibus, quàm quælibet alia, vnde mirum non esset si semper se conformaret ad situm meridianum, eam enim rationem attulimus, illius constantis situs, nempe quod partes illæ quæ perfectiores sunt, quantùm possunt, se adiungant ad polos terræ; & facile, ad polos cœlestes idem effectus reuocari posset. fauet tamen huic rationi quod magnes respectu alterius Magnetis idem faciat.

Secunda Demonstratio. Petitur ex communicatione virtutis Magneticæ, quæ ferro nouo additur. non vtor experientiâ quæ asserit ferrum, refrigeratum in lineâ meridianâ verticitatem acquirere, quia id tàm facilè cœlo, quàm terræ adscribi posset. sed alias in medium afferam, quæ soli telluri conueniunt. hôc igitur modô fieri poterit demonstratio.

Illud corpus Magneticum est, quod alteri virtutem Magneticam communicat, sed tellus virtutem Magneticam communicat; ergo verè Magnetica est. maior controuerti non debet, si enim versorium præparatum habeamus, quod verticitate careat, si animàduertamus ex contactu alicuius lapidis, illud versorium verticitatem acquirere, benè iudicabimus huic lapidi virtutem Magneticam inesse: ergo pariter si terra eam tribuat, alicui, priùs illi inesse fatendum est. ad probandam minorem illæ experientiæ proferendæ sunt, quibus ostendimus supra, ferramenta omnia, vt sunt cancelli ferrei, perpendiculariter per multos annos erecti, aut in situ pariter perpendiculari refrigerati, post vehementem ignitionem, verticitatem acquirere; & eam (quod diligenter notandum est) vi cuius in his borealibus regionibus, pars superior vergat ad Austrum, inferior verò ad boream, vnde concludo hanc virtutem ipsis à terra tribui. Vel enim à cœlo his ferramentis virtus Magnetica tribuitur, vel à terra; non à cœlô, ergo a terrâ. probatur minor, si à polis cœlestibus produceretur hæc virtus; dum ferrum esset perpendiculare, eius pars superior boream spectaret, inferior austrum; sed contrarium accidit: ergo falsum est, quod cœlum sit causa productiua talis virtutis. probatur sequela maioris polus quilibet dum confert alicui ferro virtutem, non per contactum sed per approximationem, polus boreus tribuit vim se dirigendi ad boream, ei extremo cui est vicinius, sed polus cœlestis boreus illi extremo, quod verticem respicit seu spectat verticem, polus verò australis vicinior est ei extremo quod spectat ad nadir, vt apparet in figura: in qua polus cœlestis




boreus B vicinior & magis directè respicit extremum F, quàm extremitatem E, si tamen suspenderetur virga ferrea EF, pars E tenderet in Septentrionem. quia nempe tangit hæmisphærium terræ boreale G C H. quare concludendum est verticitatem illam produci à terrâ non à cœlo.

Et hoc secundùm leges Magneticas, & experientias supra relatas, in quibus vidimus in quôcumque puncto alicuius hæmisphærij tangatur extremitas ferri, contrahi semper ab eô extremo, verticitatem quâ, ad polum illius hæmisphærij dirigatur, hoc est dum dirigitur secundum planum meridianum vergat ad talem polum.

Tertia demonstratio petitur ex duabus experientiis, prima est, quod ferrum perpendiculare, secundùm partem superiorem attrahit furcinulam acûs Magneticæ, secundùm partem inferiorem attrahit

attrahit cuspidem, seu partem acus meridionalem, ex quo sequitur extremitatem F meridionalem esse, & extremitatem E borealem; & hoc non tantùm quando diù perseuerarunt in eodem situ; sed etiam quando de nouo hunc situm accipiunt; ita vt eadem pars quæ, verticem occupabat, & fiebat australis attrahendo furcinulam, si inuertatur, & inferiorem locum de nouo accipiat, iam fiat borealis, & alliciat cuspidem eiusdem acus. Sed hoc explicari non potest, nisi tribuatur polo terræ C boreali; qui transmittat virtutem suam per ferrum EF, fiatque extremitas E illi amica, & consequenter quæ ad boream seu ipsum semper spectare debeat. ex quo fit, vt E attrahat partem Australem versorij, & punctum F partem borealem, agente vt dixi polô terræ C per ferrum E F, & hoc fortiùs quàm si tale ferrum non adesset. quia per tale ferrum propagatur, & quasi extenditur virtus Magnetica terræ. contrarió autem modô propagaretur, si a polis cœlestibus deflueret. Idem ferè dicendum est de ferrô horizontaliter iacente, cuius extremitas quæcumque, modò vnum, modò aliud versorij extremum allicit, pro vt meridiem, vel austrum spectauerit, & quasi transeunter fiat meridionalis, aut borealis.

Omitto quòd lateres cocti, & omni humore extraneô expurgati præcipuè si eundem situm obseruarunt per multos annos, verticitatem habent, satis insignem, sunt autem huiusmodi lateres terra pura. ergo etiam terra pura eandem virtutem habet.

Experimenta quæ attuli circa inclinationem, & declinationem acus Magneticæ, intelligenda etiam sunt de Magnete ipsô, si libere natare permittatur, verbi gratiá in Mercurió, aut aliquô aliô modô fiat liber à grauitate suâ.

Ex his vides quàm meritó iure distinguantur poli in Magnete, & æquinoctialis circulus, cum suis parallelis, cur item magnes vocetur terella, si enim terra magnes aliquis est, propter similitudinem, quam habet cum Magnete, propter eandem similitudinem, magnes terellá quædam erit.

## PROPOSITIO II.

### Theorema.

*Terra, omnia Magnetica, ad situm meridianum dirigit.*

Hæc propositio in præcedenti sufficienter probata est, & facile in hunc modum demonstratur.

Magnes acûs versorias suprapositas dirigit, ad situm conformem suo meridiano, neque enim rei de se actiuæ, & necessariæ ad effectum aliquem, denegari debet actio, sed magnes necessariò requiritur ad hoc vt acus collocetur in situ parallelo axi eiusdem Magnetis; ergo illi denegari non debet actio. nam ponere Magnetem esse meram conditionem sine vllâ efficientiâ, ita vt positô Magnete, versorium ab intrinsecô producat motum in se, & se collocet in situ illô parallelô. quæro quid determinet versorium ad talem motum, si nihil in eô à Magnete producatur, neque enim versorium diuinare potest ibi esse Magnetem. Secundò aliquid permanens perseuerat in versoriô, quod non erat anteà nempe vis attractiua alterius ferri; ergo magnes verè dirigit ferrum, ad situm parallelum axi suo: ergo etiam terra dirigit corpora Magnetica ad situm meridianum. probatur hæc vltima consequentia, rationes cur non denegetur Magneti hæc vis directiua, tàm benè ostendunt eam non denegandam telluri, cum Magnetica ordinentur ad tellurem, eô præcisè modô, quô ad Magnetem ordinantur. Insistendum autem est præcipuè declinationi Magnetis, cuius nullam probabilem reddere possumus rationem, nisi terra dirigat omnia Magnetica, idem dicito de inclinatione, & de conuersione eiusdem faciei Magnetis perpendiculariter suspensi.

## PROPOSITIO III.

### Theorema.

*Quies terræ in centrô, non demonstratur ex eius virtute Magnetica, immo nec probabilis redditur.*

Gilbertus qui primus proprietates Magnetis diligentiùs scrutatus est, copernicano systemati addictus fuit, tellurisque motum, tam diurnum circa axem, quàm annuum in deferente tuetur; quam opinionem virtute Magnetica non propugnat, sed aliunde desumptis rationibus stabilire conatur.

Pater Cabæus ait ideò telluri inditam esse virtutem Magneticam, vt singulæ eius partes similiter, & eodem semper modô cœlestes influentias excipiant, iisdemque parallelis subiaceant. vnde benè excurrit à polô ad polum, hoc est secundùm axem motuum diurnorum. Ex eô tamen, vt satis manifestum est non probatur terræ immobilitas, siue enim sit in centro immobilis, siue moueatur tantùm circa axem motu diurno, vt volunt semicopernicani, siue præterea moueatur in deferente motu annuô, easdem semper partes, iisdem parallelis cœlestibus supponit: quare ex eo capite nihil pro eius quiete virtus Magnetica efficit.

Pater Grandamicus à duabus qualitatibus, terræ immobilitatem omnimodam effici existimat; grauitatem scilicèt, quâ omnes eius partes ad centrum vniuersi lineis rectis tendunt; & virtutem Magneticam, quâ illi omnis circularis motus adimatur. immò hoc duplici quasi fulcrô omnis fluctuatio, & trepidatio, quam ad motum animalium pati posset impediatur. putatque se nouam inuenisse immobilitatis terræ demonstrationem, quam hac propositione expendendam suscipio. Reuocandum autem est id quod, in Staticâ ostendi, incertum esse, an grauia tendant ad centrum vniuersi, an verò ad centrum terræ, & an terra per modum vnius grauitet. potest enim fieri vt grauitatio, nihil sit aliud, quàm consensus quidam partium terræ; quâ inuicem se attrahunt, vt vnum totum componant, quare ex hoc capite vacillat immobilitas terræ.

Quod verò pertinet ad virtutem Magneticam terræ, non video eius circulationem circa axem impediri. neque enim conceptum vertiginis motum præcisè impedit virtus Magnetica. nam si grauia, præcisè quâ grauia motui horizontali non

non resistunt, ita ita vt si supponatur globus perfectissimus, plano item perfecto inniti, & moueri in orbem supra punctum cui insistit, secluso attritu illius partis, & resistentia aëris ambientis, perpetuus deberet esse motus ille: multo magis si terra dirigatur à polo ad polum per virtutem Magneticam, hæc directio non erit contraria motui vertiginis, experimur enim multò minus virtutem magneticam esse contrariam motui horizontali vertiginis, quam sit grauitas. nam turbo cuius axis ferreus, si concepto motu, à polo Magnetis detineatur, diuturnior erit motus quam si mensæ quorumlibet leuigatæ insisteret.

Id totum ergo quod virtus Magnetica præstabit, erit vt eius axis sit parallelus, axi mundi, nihilque præterea, restat autem, vt eius demonstrationem expendamus. Primò supponit experientiam supra prolatam, Meridiani vt vocat vniuersalis, sine alia declinatione, nempe quod Magnes, aut virga ferrea sex digitos longa, & ita suspensa, vt polus eius australis verticem respiciat, eandem semper faciem ad orientem, eandem ad meridiem, & austrum conuertat, ita autem conficit argumentum.

Nullum corpus Magneticum mouetur circulariter circa polos; sed tellus est corpus, Magneticum ergo tellus non mouetur circulariter circa polos, minor probata est propositione prima, restat tantum difficultas circa maiorem quam sic probat: si corpus Magneticum moueretur circa polos, deberet esse indifferens ad hoc vt quamlibet faciem ad orientem, & occidentem conuerteret, sed non est indifferens, vt constat hâc experientiâ; ergo nec mouetur circa polos, nec aptum est ad motum circa polos; maior etiam constat si enim non sit indifferens resistet motui circulari, quare motus circularis naturalis illi non erit. hæc est tota vis argumenti quam demonstrationem tam claram esse existimat ac istam. Nullum corpus graue sursum mouetur, seu recedit à centro vniuersi; sed terra est corpus graue: ergo non recedit à centro vniuersi. de hac vltimâ iam tulimus iudicium suô locô.

Vt meliùs huius demonstrationis infirmitas appareat, videamus vtrum in affini materia aliquid simile tentare possimus hôc modô.

Nullum corpus Magneticum habet axem parallelum axi mundi, sed inclinatum ad horizontem, sed terra est corpus Magneticum, ergo non habet axem parallelum axi mundi. respondere debet nullum corpus Magneticum prope alium Magnetem positum habet axem parallelum axi mundi, (excepto situ æquinoctiali) concedo, liberum omnino, & remotum ab omni Magnete à quo coërceatur nego. neque enim argumentari debet ex iis quæ accidunt corporibus Magneticis directis à virtute Magneticâ terræ, ad ea quæ iisdem acciderent, si sublatâ terra à cœlo dirigerentur. Idem dicito in exemplo demonstrationis propositæ. Immò ex eâ demonstratione & experientiâ, cui ipse innititur facilè demonstro perfectam indifferentiam Magnetis respectu partium omnium cœli; nempe orientalium, corpus enim illud quod eandem faciem conuertit modò ad vnum punctum cœli, modo ad aliud, est indifferens, sed tale est corpus Magneticum, quod in diuersas regiones translatum, eandem faciem obuertit ad orientem illarum regionum, sed oriens vnius regionis, differt ab oriente alterius regionis, ergo corpus Magneticum obuertit eandem faciem, modò ad vnum, modò ad aliud punctum cœli, ergo ex eô capite probatur indifferentia. quare vt aliquid probaret hoc argumentum transferendum esset; corpus illud extra sphæram actiuitatis terræ, nam hic Magnes à terrâ coërcetur, terra à nullô aliô Magnete coërcetur.

Quod si proponeretur idem argumentum alicui Copernicanô, facile negaret primam Maiorem, scilicèt nullum corpus Magneticum moueri circulariter, assereret enim etiam Magnetem dispositum eo modo, quo exigit experientia, simul cum terra circulariter moueri. neque enim ex quiete quæ apparet in ordine ad cæteras partes terræ, cum quibus eundem situm obseruat, licet argumentari, ad quietem omnimodam quis enim dicat hoc argumentum aliquam vim habere, nullum corpus graue circulariter mouetur, sed terra est grauis, ergo circulariter non mouetur. Et probaret maiorem ex eo quod partes terræ non mouentur circulariter super terram. puto maiorem vim non inesse propositæ demonstrationi.

## PROPOSITIO IV.

### Theorema.

*Nisi obstaret scripturæ authoritas virtus magnetica terræ; aliquam probabilitatem adderet opinioni Copernicanæ.*

Pater Grandamicus terræ immobilitatem, ex eius virtute magneticâ deducit, ego verò existimo seclusâ authoritate scripturæ, virtutem magneticam terræ, eius mobilitati fauere. Nam si consideremus Copernicanum systema, certum est vt saluentur omnes apparentiæ, axem terræ debere semper esse parallelum, primario axi, hoc est fingendo lineam per centrum vniuersi ductam, quæ telluris axi semel sit parallela: certum est (inquam) vt omnes obseruationes consistant, axem terræ huic lineæ parallelum esse debere, contendo autem ad id præstandum [a] non potuisse virtutem excogitari aptiorem, quàm quæ in Magneticis obseruatur quod ita ostendo.

[a] Virtus illa aptissima est, ad parallelismum axis terræ, cum axe mundi obseruandum, quæ in Magneticis corporibus parallelismum semper efficit: sed virtus Magnetica id præstat: ergo aptissima est ad parallelismum axis terræ efficiendum. minor probatur experientiis, si enim pixidem in orbem pixidem Magneticam animaduertes, in omni positione, acum sibi ipsi parallelam semper esse. hoc est si ducatur linea secundùm longitudinem acûs, antequam pixis moueatur, in quôcumque loco ponatur; semper huic lineæ acus versoria parallela erit. Confirmatur hæc ratiocinatio, aliorum rationibus qui voluerunt terram contineri, virtute per polos cœli transmissâ, quæ contineat axem terræ, cum axe mundi in eâdem lineâ.

Hic finis virtutis magneticæ inditæ globo terraqueo multò maiorem habet probabilitatem, quàm omnes alii qui communiter afferuntur, ponamus enim vt communis fert sententia, terræ omnes partes vi grauitatis suæ niti ad centrum vniuersi, ita vt centrum grauitatis cum eo congruat, sine vllâ virtute

Magneticâ,

Magneticâ, anne propterea periculum erit ne ab eo situ dimoueatur. primò dimoueri non poterit nisi mutetur centrum grauitaris, non potest mutari sensibiliter, nisi addatur pondus, quod cum mole terræ sensibilem aliquam proportionem habeat. quod enim insensibiliter mutetur centrum grauitatis, & motum aliquem minimum habeat nihil ei nocere potest. quod verò nullum addatur pondus sensibile ostenditur, nam omnia animalia quæ tellurem habitant, nihil sunt si cum tantâ mole comparentur.impetus autem omnis à ventis, aut fluctibus impressus primò valde paruus est, quippe cui ædificia nostra, & arbores sufficienter resistunt. Secundò etiamsi aliquam cum tantæ molis resistentiâ rationem haberet, nihil vt puto efficeret.quia corpora è quibus proficiscuntur terræ ipsi innituntur,quod maxime notatu dignum vt iam diximus.Supponamus aliquem in naui existentem totis. viribus in nauis quâ vehitur proram eniti, vt eam ad motum impellat;an propterea aliquid efficiet, si funem ad puppin annexum omnes remiges, in triremi existentes ad se trahant, an propterea incitabitur triremis; inutilis erit hic omnis conatus, quia quantùm impetûs antrorsum impellentis in naui producunt;tantùm impetus retrorsum promouentia nitentes pedibus,eidem naui tribuunt.

Idem dico de quolibet,etiam vento, cum enim aër omnis,omnisque exhalatio & vapor,terræ insistant, quoties accidit vt pars aliqua rarefiat & aërem impellat,potiùs in vnam partem, quam in aliam,ideò quia ex illâ parte minorem inuenit resistentiam,dico ergo iu corpus illud resistens tantumdem product impetus, quantùm ex aliâ parte impenditur ad propellendum totum aërem, & incitandum ea velocitate,quam in ventisanim aduertimus: ex quo nullus propterea in tellure motus sequetur, Quod innumeris probarem experimentis si opus esset.

Quare vt reuertar ad propositum. Sublatô omni virtute Magneticâ, terra à situ quem semel à grauitate habuit non dimouebitur, neque ab animalibus, neque à ventis, aut fluctibus. neque etiam virtus Magnetica terræ tribuitur, ne concipiat à continuâ cœlorum vertigine, & rotations, similem motum. nam huic motui non resistit virtus Magnetica, cùm hæc virtus quomodocumque tandem à cœlis emanet, sit tantum à polis cœlorum immobilibus, motui circulari non resistet, immo verò contra terræ indita dici posset, vt suspendat terram secundùm axem, eamque reddat alienius rotationis capacem. quod nonnullis experimentis confirmari posset vt dixi. nempe ferree virgulæ incertæ in circellum cartaceum, aut ligneum; quæ si cum ex digitorum compressione motum vertiginis supra mensam concepit, attrahatur à Magnete, longe diuturniorem continuabit vertiginem, quam si eidem mensæ insisteret. Ostendo autem quod virtus Magnetica terræ eam tantùm affigat polis cœli, si enim reliquæ terræ partes reliquis cœli partibus affixæ essent, ex virente Magneticâ potiùs sequeretur motus, quàm quies: cùm exceptô polô, reliqua, omnia cœlorum puncta, mobilia sint. Ostendo id etiam positinè ab experimentis iam supra relatis, præcipuè à Patre Grandamico nempe experimentô illô, quo lineam meridianam, sine vllâ declinatione, se vbiquè inuenturum sperabat, sequitur enim ex eô,Magnetis singulas partes non respondere singulis partibus terræ; nam eadem facies virgæ ferreæ verticaliter erectæ, obuertit se successiuè ad omnes terræ partes: nempe semper ad meridianam plagam, quod facere non deberet si talis esset natura terræ, quatenus Magnetice, vt non tantùm poli eius, sed & reliquæ eius partes, ad certa, & determinata cœli puncta obuerterentur. nam magnes, in quo elucet præcipuè virtus hæc terræ, partes haberet similes partibus terræ, & quamuis, non se conformaret cœlo, ob virtutem terræ præualentem, deberet tamen se conformare partibus terræ. vnde concludo virtutem Magneticam terræ, non posse dici, ei collatam, ad impediendum motum vertiginis, à continua cœlorum circulatione in ea producendum.

Quare iure asserere possum, non satis explicari in communi opinione, quorsum telluri virtus Magnetica insit.

Quam verò benè afferatur, eius vtilitas in opinione Copernicanâ confirmare possum, ex eo quod qui sistema corponicanum machinâ aliquâ facili exprimere vellet, vt terra parallelissimum viâ parabili, obseruatet, acu Magneticâ vti debeter. saltem id mihi sæpe venit in mentem; igitur nisi authoritas scripturæ cui vim facere nefas est,obstaret;tantùm abest vt virtus Magnetica terræ eius stabilitatem adstruat,quinimò ciua motum probabilem mihi redderet.

## PROPOSITIO V.

### Theorema.

*Non potest vera linea meridiana omnis declinationis expers, vi Magneticorum innotescere.*

Hæc assertio. Est contra Patrem Grandamicum, qui aliquas tantum pro se experientias affert, quibus ostendit, obelum ferreum in chartaceum circulum insertum,& ita verticaliter erectum, vt pars eius borealis infimum locum obtineat, idem chartacei circuli punctum ad meridianum obuertere. nam hic Pater id tantùm in aliquibus locis, non longô interuallô dissitis,nec diuersas admodùm declinationes babentibus, expertus est. Et Experimentum est ita lubricum ve nisi plures proferantur experientiæ, fidem inconcussam, & firmam facere non possit. præcipuè cum virtua illa, quâ ferreus obelus, verticaliter erectus se in orbem conuertit, sit ita tenuis; ve sæpè acciderit, modò hoc, modò illud circuli chartacei punctum, meridianam plagam respexisse.

Probo autem id non accidere vbique. & suppono me in diuersis locis existere quorum vnus declinationem, habeat orientalem, & alter occidentalem. ponamus ergo punctum A chartacei circuli obuerti ad meridiem directè; punctum autem B esse illud quod subiacet declinationi Magnetis, nempe quod inuenitur in linea per quam in ea regione profunditur virtus Magnetica terræ.




Ideo punctum A respicit directè meridiem, quia in virgulâ ferreâ inuenitur aliqua pars è regione puncti B melius affecta virtute Magneticâ, quæ se disponit secundùm illam lineam quâ virtus Magnetica telluris diffunditur in ea regione; ergo eadem pars vbique se accommodabit illi lineæ per quam hæc virtus terræ propagatur, vel afferatur aliqua probabilis causa, cur in vna regione se accommodet illi lineæ declinationis, in aliâ verò regione illi non se accommodet. Cùm igitur nulla possit afferri disparitas, & omne agens eodem modò semper agat in passum æquè dispositum, dicendum est partem respondentem puncto B semper occupaturam lineam declinationis, & in aliquibus erit ad sinistram veræ lineæ meridianæ, aliquando ad dextram, cum ergo punctum A sit semper ad dextram puncti B, impossibile erit, vt semper situm meridianum occupet.

Tota igitur vis argumenti mei in eo posita est, quòd virtus huius virgulæ ad hoc vt aliqua eius facies meridiem, alia verò Septentrionem respiciat, (suppono semper situm verticalem) consistit in aliqua heterogeneitate partium, quam facile in Magnete notare possumus, in virgula autem quamuis vniformi in omnibus suis partibus, potest heterogeneitas virtutis Magneticæ communicari, dum affricatur Magneti, neque enim vndique affricatur, sed tantum ad vnam quasi lineam secundum longitudinem virgulæ extensam, ex quo fit vt sæpe acus, versoriarum, quæ ad latera tantùm Magnetem tetigerunt, non se accommodent lineæ declinationis, sicut alia versoria, quare dum hoc modò lateraliter virgulæ applicabitur magnes, vt excitetur Magneticè, illa facies quæ Magnetem tetigerit, se diriget ad situm declinationis, vt potè quæ meliùs disposita est ad Magnetem.

Quare vt omnia breuiter complectar, vel axis Magnetis (qui supponitur in nauicula natare) est perfectè verticalis, seu ad horizontem rectus, vel non est. Si primum quod vix vlla arte consequemur, & sit alioquin perfecta in Magnete homogeneitas, dico fore vt magnes sit indifferens ad hoc vt vnam potiùs faciem obuertat ad meridiem, quam aliam. Si verò non fuerit perfectè homogeneus, dico fore vt ea pars Magnetis, quæ erit perfectioris notæ, verticali declinationis Magnetis subiaceat. tandem si axis Magnetis non fuerit ad horizontem rectus, conuertetur magnes, donec axem suum constituat in plano verticali declinationis. Idem dicere possum de virgulâ ferreâ, quæ si perfectè verticalis statueretur, constaretque partibus perfectè homogeneis, & virtus Magnetica illi æqualiter secundùm omnes partes communicaretur, dico in tali casu fore indifferentem perfectè, vt vnam potius faciem ad Austrum quàm aliam obuertat. Si verò fuerit aliqua heterogeneitas mirum non est si aliqua eius facies meridiem respiciat, aut saltem sequatur planum declinationis Magneticæ. Si denique non fuerit perfectè verticalis, atque adeò non statuatur in plano verticali eiusdem declinationis, post multas hinc inde circulationes ei se accommodabit.

Confirmatur tota hæc ratiocinatio experientiâ, motus ille, quô aut magnes, aut virgula verticaliter erecta, determinatam aliquam partem, ad meridianum conuertunt, lentus est, nec æquè validus, ac cæteri motus, qui in Magneticis corporibus inueniuntur, immò in multis casibus sistitur, & impeditur; ergo benè tribui potest, aut alicui inæqualitati virtutis, aut quòd axis non sit exactè perpendicularis; quod vlteriùs stabilitur, nam quò magis à situ verticali deuiabit, eò velocior apparebit.

## PROPOSITIO VI.

### Theorema.

*Terra & magnes attrahendo, & dirigendo cætera corpora Magnetica, aliquid producunt.*

Certum est virtutem Magneticam terræ inesse, eum corpora Magnetica eodem prorsus modò respiciant terram, quô alium Magnetem. certum est item ferrum ad præsentiam Magnetis commoueri, dirigi, accurrere, dico in hac propositione terram, aut etiam Magnetem, respectu omnium istorum effectuum, non se habere purè passiuè, sed agere, & aliquid physicè producere.

Probatur quia si dum ferrum antea immotum, incipit moueri ad præsentiam Magnetis, verè eum motum produceret, sine vllâ actione Magnetis, aliquod agens de se indeterminatum ad hanc, vel illam actionem, & hunc, vel illum motum, talem determinatè motum produceret, quamvis non determinaretur, hoc est eodem modò se haberet, ac anteà. Sed nullum agens de se indeterminatum potest se determinare ad agendum; nisi aut liberum sit, aut aliquid de nouo recipiat: ergo ferrum quod ad præsentiam Magnetis incipit moueri, verè aliquid recipit, & patitur à Magnete, aut saltem motus ille à Magnete pendebit; sed in tali casu adhuc constat aliquid produci in ferro à Magnete, nempe ipse motus: ergo aliquid producitur à Magnete, aut ab ipso promanat. valet enim principium vniuersale, agens non liberum eodem modò se habens, operatur idem, neque enim ferrum diuinare potest, Magnetem vicinum esse, aut locum, & situm, quibus tamen se accommodat, cum inclinatione ad axem eius.

Valet item commune axioma in physicis, quotiescumque aliquid ad actionem requiritur, quod de se actiuum est, verè non debet illi denegari actio, alioquin omnia agentia referam in numerum conditionum sine quibus non, quod axioma, in hâc maximè materiâ locum habet, in quâ constat Magnetem, & ferrum eiusdem esse naturæ.

Probatur Secundò. Quotiescumque effectus aliquis ita se habet, vt perfectior euadat in minori distantiâ, & crescente distantiâ minuatur, & in aliquâ tandem nullus sit, toties aliquis effectus illi causæ tribui debet; sed motus, & directio ferri talis est, vt in aliquâ distantiâ nullus sit talis effectus, in aliâ minori sit maior, & quò vicinior erit magnes, eò perfectior sequetur effectus: ergo hic effectus tribuendus est Magneti. Maior est ita

ita certa vt si semel negetur, dicam neque lumen à sole produci, neque calorem ab igne, nec probabitur ferè vllum agens aliquem effectum producere. Immò si diligentiùs res tota consideretur hæc ratio etiam infringit, hunc aliquorum explicandi modum, qui asserunt Magnetem vndique in orbem virtutem producere, quæ non sit productiua illius motûs, quem in ferrô animaduertimus; sed tantùm sit determinatiua, & quasi commouefactiua, ita vt ferrum seipsô accurrat ad Magnetem. quorum mentem vt meliùs explicem, supponamus explicationis tantùm causâ, hypothesin Copernicanam de motu terræ; volunt iidem tellurem emittere suam athmosphæram, ita vt graue quodcumque intra athmosphæram positum, determinetur ad producendum in seipsô motum tendentem ad centrum terræ, non quòd athmosphæra euagat, sed quod tantum determinet grauia ad talem motum. nam si athmosphæra impertinenter se haberet ad motum deorsum, graue non posset scire, vt ita dicam terram in eo loco esse, aut in alium translatam esse. quòd verò athmosphæra non concurrat ostendunt, quia athmosphæra, de se grauis est, & potiùs resistit motui corporis grauioris, eò quòd corpore descendente ad motum sursum impellatur. Verumtamen non est omnimoda paritas cum ferri ad Magnetem accurrentis, & corporis grauis descendentis, eò quod quò remotiùs est graue à terrâ, non propterea lentiùs descendat, quòd si hoc experientiâ aliquâ comperiremus, haud dubiè assererem terram concurrere ad motum deorsum omnium grauium. non video autem quomodo id meliùs probare possumus, quàm si duo pondera priùs in exactâ bilance, probata, & in æquilibrio posita, rursus ita probarentur in altâ turri, vt vnum penderet mediô filô ex vna lance, & ferè terram tangeret, aliud verò alteri lanci imponeretur. quidquid tamen sit futurum circa, hanc experientiam, quamdiu assumetur tanquam verum, corpora grauia æqualiter initiô descendere, siue ex altissimo monte demittantur, siue ex minori distantiâ: tamdiu apparebit manifesta disparitas inter accursum Magnetis, ad ferrum. Et motum deorsum grauium.

Probatur Tertiò. Restat aliquid in ferrô ex contactu Magnetis; vel etiam ex viciniâ, quod produci non potuit nisi à Magnete: ergo magnes aliquid producit. maior ostenditur. ferrum quod antea non dirigebatur, ad Septentrionem, & austrum, vbi Magnetem tetigerit, perseuerantem habet, hanc verticitatem: ergo aliquid recepit a Magnete.

Atque hæc de Magnete respectu ferri; de tellure idem constat, quia tellus habet virtutem Magneticam, vt vidimus supra, similiterque Magnetica dirigit, & virtutem ferro communicat: ergo si magnes actiuus est, non deneganda est telluri virtus actiua.

## PROPOSITIO VII.

### Theorema.

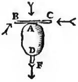
*Magnes non agit in distans.*

Constat ex propositione præcedenti aliquid in ferrô, à Magnete produci, immò, & à terrâ dum Magnetem dirigit. dico in hac propositione, non tantùm aliquid in ferrô produci, sed etiam in totô medio.

Probatur Primò. Ex receptô axiomate, nullum agens agit in distans, nisi aliquid, aut producat, in mediô, aut saltem cum mediô vnum agens totale componat. Ratio autem huius communis axiomatis est, quòd nisi requireretur propagatio alicuius effectûs, aut virtutis per medium, agens illud ageret ad omnem distantiam, nec coarctaretur intra certos limites.

Probatur Secundò. Ferrum antequam accurrat ad Magnetem, ad certum & determinatum situm se conformat, ergo regulatur à mediô; certámque lineam sequitur; sed nisi aliquid producatur per medium, nulla erit ratio cur hanc potiùs lineam, aut directionem sequatur, nam dependentia à mediô ostendit, aliquid in mediô recipi.

Probatur Tertiò. Quod est capax extensionis alicuius; immò & refractionis alicuius, necessariò recipitur in mediô, sed animaduertitur in effectibus à Magnete productis, aliqua talis refractio, igitur id quod à Magnete producitur aut emanat,




per medium propagatur. Minor ostenditur, sit magnes AD cuius polo A applicetur lamina BC, non ampliùs obelus ad Magnetis polum A accurret, sed ad extremitates B, & C. Sed nisi aliquid propagaretur per medium, polus A eôdem modô attrahere deberet obelum, igitur aliquid propagatur per medium, & in tali casu non directè procedit, sed sequitur longitudinem virgulæ BC.

Probatur Quartò. Aliô experimentô interponatur inter obelum F, & polum Magnetis D aliquid ferri; fortiùs trahetur obelus F, quàm antea, ergo medium ibi concurrit, ergo in ferrô intermediô producitur aliquid, Magnes item in puncto F aliquid efficit, nam meliùs adhæret obelus ferro DF, ad præsentiam Magnetis: quàm ablatô Magnete.

Videntur posse duo obiici, primum erit, quod si Magnes ageret per medium, diuersitas medij officeret eius actioni, hactenus autem nullum inuentum est medium, quod eius actiuitatem impediat. antecedens videtur probari inductione omnium aliorum effectuum, qui propagantur per medium, vt odorum, sonorum, luminis, caloris frigoris, & aliorum. Responderi potest, quod sicut medium quod vni effectui nocet, alterius propagationem non impedit, ita fieri potest, vt detur certa virtus cui nullum medium sit, contrarium. adde quod vt ostendimus etiam patitur aliquam in mediô alterationem nempe refractionem in laminâ ferreâ, atque adeò iam inuentum est aliquod medium contrarium eius propagationi directæ.

Dices si aliquid per medium propagaretur à

Magnete, illud defcrefceret vniformiter diffotmiter, videtur autē non propagati vnifotmiter diffotmiter: ergo nihil propagatnt. probatur virtus fufpendendi ferrum eft virtus illa quæ propagatur per medium, fed hæc non decrefcit vniformiter difformiter: cum tota videatur deperdi, fi inter Magnetem, & ferrum quod fufpenditur aliquid mediet.

Refpondeo eam etiam virtutem decrefcere cum vniformitate, efto nun poffit tunc habere fuum effectum, defectu conditionis, aut obicis interpofiti, requirit enim immediationem, quòd autem nun propterea ceffet illa virtus, fic oftendo. mediet igitut inter ferrum, & Magnetem aliquod corpus, ita vt ferrum fufpendi non poffit, nihilominus ifti ferro, adhærebit firmiter alind ferrum, etgo non ceffauit adhuc virtus fufpendendi, quæ à Magnete procedit, hæc enim virtus, quæ eft in ferrô à Magnete emanat. nam amotô Magnete ceffat, aut minuitur.

## PROPOSITIO VIII.

### Theorema.

*Argumenta fuadentia virtutem à Magnete propagatam fubftantialem effe.*

Superioribus propofitionibus oftehdimus verè aliqnid à Magnete propagari, fiue in ferrô, fiue etiam in mediô. nunc inquirimus, ac illud fit accidens propagatum per veram effectionem, & eductum ex potentiâ materiæ ipfius medij; ita vt compenetretur cum mediô, verbi gratia aëre, an verò fit aliquid fubftantiale, receptum in mediô, eô modô, quô fumus, aut vapur qoilibet in aëre recipitur. quamuis autem hæc materia videatur purè phyfica & fines noftros' trāfcendere, quia tamen pleraque argumenta ab experimentis, quæ mathefin noftram fapiunt defumuntur, nolui vt in hoc noftrô opere deeffent. volui item vtrique opinioni probabilitatem omnem adftruere, contta morem plerorumque authorum, recentiorum quidem, qui qualitatum ofores, eas omninò refpuunt, & fua corpufcula tenuefque fpiritus, vbique introducunt, putantque fe omnes foluiffe difficultates, fi vnam, aut alteram comparationem, aut fimilitudinem afferant, quâ fuam opinionem explicent: aliorum item qui antiquæ vt ita dicam philofophiæ, placita, ita ebiberunt, vt folô nomine corpufculorum exhorrefcant; omnemque opinionem quantauis probabilitate munitam refpuant; quod antiquorum placitis non fubfcribat. vterque modus æquè mihi vifus eft iniquus, & perniciofus, & à fincero veritatis amatore, alienus. in hac Affertione à recentiorum partibus ftabo: in fequenti verò aliter me geram.

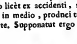
Probo ergo cum recentioribus, id quod à Magnete emanat, accidens non effe receptum in mediô.

Probatur. Id quod à Magnete propagatur, in omni mediô recipitur, nullumque in eô habet effectum formalem; fed nullum eft accidens quod in omni omninò fubiectô æqualiter recipiatur, & in eô nullum effectum fenfibilem habeat: ergo id quod à Magnete propagatur accidentale non eft. maior conftat experientiâ. minor inductione patet. nam qualitates Primæ non dicuntur effe in fubiectô, nifi conftet aliqua fenfibili notâ, ibi dari talem qualitatem. addo nullam effe, quæ peculiares in fuô fubiectô conditiones, non requirat.

Probatur Secundò. Omne accidens naturâ fua permanens, & carens contrariô præfente, vbi femel in fubiecto productum fuerit, in eô perfeuerat. Sed id quod à Magnete propagatur eft permanentis naturæ, nullum habet contrarium præfens: ergo fi fit accidens, debet perfeuerare, quod tamen non facit, nam amotô Magnete, ceffat id totum in mediô. probo autem ex naturâ fuâ id effe permanens, nam fi in ferrô recipiatur, in eô per multos annos perfeuerabit: ergo illud eft permanentis naturæ, addidi illud nomen (perfeuerantis naturæ) vt occurrerem inftantiæ, quæ fieri poteft de lumine, quod pendet continuè à fuâ causâ. Sed primò certum eft multos etiam cum aliquâ probabilitate hôc maximè nomine, quòd lumen amotô luminosô ceffat, exiftimant illud effe fubftantiale profluuium. quòd fi accidentale eft, ab omnibus ferè dicetur effe fluentis, & non permanentis naturæ: fola difficultas effet in lapide Bononienfi, qui exceptum à fole lumen aliquandiu videtur conferuare. Sed communis fert opinio, hunc lapidem à folis calore & lumine excitatum, in feipsô tale lumen producere. Addo ad confirmationem iftius rationis.

Id quod à Magnete producitur, non poffe dici accidens, quod pendeat effentialiter à Magnete, nam perfeuerat in ferro etiam amotô Magnete. vnde in fui conferuatione ab eô pendet. dices conferuari à ferrô; fed quomodo à ferrô conferuari poteft, quod à ferrô, primò produci non poteft, nullum eft exemplum in totâ naturâ, accidentis, quòd ab vnô agente producatur, deinde ab aliô conferuetur.

Probatur Tertiò. Si Id quod per medium propagatur eft qualitas accidentalis, vel ita producitur, vt tota immediatè à Magnete producatur, vel pars qualitatis remotior, pendet à viciniore. Si primum, videtur dari actio in diftans, aut faltem poffe dari, nam actio quâ magnes remotiorem qualitatem producet nullô modô pendebit, ab actione quâ producet eam qualitatem in viciniori parte; ergo licèt ex accidenti, non produceretur virtus in medio, produci tamen deberet in remotâ parte. Supponatur ergo magnes cuius




polo A fuperponatur lamina ferrea, aut chalybea, quare virtus illa propagatur fecundum longitudinem laminæ, & nullo modo producitur in puncto C in quô priùs producebatur, cum enim fit accidens receptum in materia, quod non tranfit de fubiectô in fubiectum; non videtur quare hæc propagatio, ita fequi debeat, extenfionem fubiecti, vt propterea ceffet eius actio in viciniori aëre. neque vllum habemus tale exemplum in reliquis accidentibus. Si verò vna pars qualitatis aliam producat, neque propterea ceffat difficultas, immò verò augetur; quia omnis pars in orbem producere deberet, fecundùm leges cæterorum agentium. neque dicere potes ideo Magne-

tem

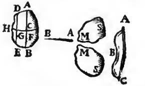
tem ſuperpoſitâ laminâ nihil amplius producere, in ſpatio C quia lamina eſt impedimentum, ſed contrà, lamina eſt medium aliquod receptiuum qualitatis Magneticæ, immò multò magis, quàm aër: nullum autem ſubiectum capax alicuius qualitatis poteſt habere rationem obicis, reſpectu vlterioris propagationis.

Reſpondere potes ſimilem difficultatem inueniri in refractione luminis. Sed inſtare poſſum, difficultatem non propterea infringi: quia reflexio & refractio probabilitatem affundunt opinioni exiſtimanti lumen, non eſſe accidens. verſaui in omnem partem opinionem communem de lumine, vt aliquid inuenirem, ſecundùm eius principia, quô reflexio, ſed præcipue refractio explicaretur, nihil inuenire potui, quod ad probabilitatem accederet. ſufficiat autem mihi, ſimilem inueniri difficultatem in refractione virtutis Magneticæ, illi quæ in refractione luminis inuenitur.

Quàm autem facilè in opinione contrariâ, explicetur hæc virtutis Magneticæ refractio, nemo eſt qui non videat. ſubſtantiale profluuium conformes figuræ ſuæ poros ſecundùm laminæ extenſionem productos, nactum ſe inſinuare, alióque detiuari.

Probatur Quartò. Si virtus Magnetica eſt qualitas accidentalis, vel erit vna, vel multiplex, ſed neque eſt vna, nec multiplex, ergo non eſt accidentalis qualitas. Oſtendo primò non eſſe vnam, vna & eadem qualitas non poteſt diuerſos & contrarios effectus habere, ſed attrahere idem ferrum, & illud idem expellere, ſunt effectus contrarij, ergo non poſſunt ab vnâ eâdemque qualitate procedere. Pariter hæc virtus ferro communicata, illud detinet in ſitu meridiano amotô Magnete, præſente verò Magnete, illud deturbat à ſitu meridiano. diuerſimode afficit ſubiectum in quo eſt, nonnunquam enim vnum illius extremum ad meridiem obuertit, ſi aliter excitatum fuerit Magneticè, aliud eius extremum plagam meridianam reſpiciet, quæ omnia explicari non poſſunt vnicâ virtute æquabiliter per totum Magnetem, & per medium diffusâ. Neque etiam duplex qualitas dici debet ne ponantur duæ contrariæ qualitates in eôdem ſubiectô; quæ ita ſe habeant, vt vna creſcente, alia etiam augeatur, contra leges contrariorum accidentium. quod verò ſint in eôdem ſubiectô oſtenditur, nam eadem pars eiuſdem Magnetis, poteſt fieri polus borєus, per diuiſionem, & eadem polus auſtralis, ſi diuidatur aliter. diuiſio autem nihil producit de nouô: ergo in eadem præcisè inueniretur duplex illa qualitas, & conſequenter duo contraria in ſummô. oſtendo item illas duas virtutes eſſe contrarias, nam quæ ſe expellunt ex eôdem ſubiectô, & ſub eôdem genere maximè diſtans, illa ſunt contraria, ſed virtus borealis expellit Auſtralem, ab eadem ferri extremitate; ergo contrariæ ſunt. ex aliâ parte non videntur contrariæ, quia virtus Auſtralis quamuis Auſtralem in extremitate quam tangit producat, in aliô extremô borealem producit; ergo hæ duæ qualitates ſibi inuicem contrariæ ſunt, & non ſunt contrariæ.

Probatur Quintò. Qualitas accidentalis compenetrata cum ſuô ſubiectô duas facies habere non poteſt ita vt ſitum habeat, ſitque diſpoſita ab A verſus B, potiùs quàm à punctô B verſus A, ſed etiam aduerſarij coguntur dicere hanc qualitatem eſſe diſpoſitam ſecundùm longitudinem axis; ita vt ab A excurrat in B, ex B verſus A, ex D verſus E, ex E versùs D, quod quomôdo intelligi poſſit in accidente vnicô, & vniformi ſatis perſpicere non poſſum. animaduerto enim aduerſarios, velint nolint, cogi adhibere voces, quæ motum localem ſignificent, in accidente autem compenetratô, cum ſuô ſubiectô, & non tranſeunte de vnô in aliud, nullus motus excogitari poteſt, ergo neque dicere poſſunt virtutem Magneticam




potiùs excurrere ex A, in B, quàm ex C, in D; cùm ſit in omnibus & ſingulis partibus Magnetis, vel enim iſta excurſio, & extenſio qualitatis ex A in B, ſignificat, qualitatem quæ eſt in F produci à qualitate quæ eſt in C, & A; & hoc non quia in Magnete, vna pars non producit aliam, cum ſint ſimilis naturæ, nec eſt potior ratio, cur pars F, dicatur produci à partibus A, & C, quàm partes C & A produci à parte F. ſecundò ſi vna pars aliam produceret, quare pars F non ageret in orbem, & non poſſet producere partem G. Si verò iſta extenſio qualitatis ſignificet coactionem, nempe quod pars F, coagat cum partibus C & A, non autem cum lateralibus; hoc etiam falſum erit. quia ſi reſecaretur ſegmentum D H E, non eſſet tam intenſus effectus productus à parte A; ergo quælibet actio procedit indiuiſibiliter à totô Magnete. coguntur tamen extenſionem aliquam & ſitum tribuere virtuti Magneticæ, tàm intra, quàm extra Magnetem. vel non explicabunt cur manifeſtior ſit virtus in polis, quàm in reliquis partibus, ergo proprietates Magneticæ, quæ ſine motu locali explicari, non poſſunt, non ſunt propriæ accidentium, ſed corporum, & ſpirituum capacium motûs localis.

Probatur Sextò. Acui AB directè obuertatur polus Magnetis inimicus, fugiet tota acus, & pars B. quæ trahi dicitur à polo M etiam fugiet. ſi verò obliquè applicetur magnes, ſecundùm eundem polum eidem acui; fugiet ſola pars A, accedétque pars B, quæro cur directa applicatio talis eſt, vt etiam fuget extremum B. non aliter reſponderi poteſt niſi, quòd ex polô M producatur impetus, nempe à ſubſtantia egrediente ex punctô M, quæ ſi directè incurrat in partem A, propter aduerſam diſpoſitionem acus, inuenit reſiſtentiam etiam in parte B, ſi verò poſſit eadem ſubſtantia ingredi per A propter conuenientem diſpoſitionem partium ſe inſinuat, & conuertit. denique quomodocumque explicetur, non poſſunt benè explicari, impetus iſti producti, niſi inueniatur ſubſtantia aliqua. & ſpiritus qui moueantur.

Probatur Septimò. Si id quod emanat à Magnete, eſſet qualitas accidentalis, alia & contraria produceretur ab iiſdem Magnetis partibus; nam omnes partes BA; verſus A producerent qualitatem borealem, & eædem partes AB vltra B

producerent aliam, & omnino contrariam; quod est inauditum in naturâ, vt detur agens quod non agat in orbem, & aliô modô in vnam, quàm in aliam partem. video quidem arcum ABC inflexum dum se redocet ad statum connaturalem versus A verbigratia, impellet aliquod corpus in austrum, & ad partes C impellet ad boream, sed contendo hoc genus actionis competere corporibus eò quòd ex situ partium hic effectus oriatur, sed non video in productione simplicis qualitatis ab agente omninò immotô, tam secundùm partes principales, quàm secundùm partes subtiliores idem satis concipi posse.

Probatur octauò si magnes esset productiuus alicuius accidentis, aptissima illius figura, esset sphærica, sed aptissima magnetis figura non est sphærica: ergo magnes non est productiuus accidentis. maior videtur certa inductione omnium aliorum agentium, quæ communiter creduntur esse productiua accidentium, cum enim æqualiter agant in orbem, Sphæra actiuitatis debet conformis esse figuræ agentis, adde quod in agente sphæricô, partes maiorem habent præsentiam cùm minor sit cæteris paribus extima superficies: vnde redditur minus obnoxium agentibus externis, & contrariis. Quòd verò figura sphærica, non conueniat maximè magneti, notatum est ab iis omnibus qui magnetem versarunt, nam omnes obseruarunt longiusculam figuram, eam esse quæ aptissima sit, ad magneticos effectus, optimè autem explicatur quomodo hæc figura oualis, & longiuscula conferat, vt substantiale effluuium, quod per lineas parallelas axi, procedit, diutiùs in magnete vim currendi concipiat.

Probatur nonò. Omnis qualitas carens contrariô producitur in instanti tota simul, nec requirit moram, aut successionem temporis, vt perfectior euadat: sed id quod producitur, aut emanat à magnete in ferrum, aut etiam à terræ globô, requirit moram aliquam; ergo id quod producitur à magnete in ferrum, non est aliquod accidens. maior patet in lumine quod ideo censetur communiter esse accidens, quòd in instanti luminosum exerat suas vires, nec addat prioribus nouos gradus luminis. minor patet experientiâ; nisi enim fiat, aliqua mora, in contactu magnetis ad ferrum, communicabitur quidem aliqua virtus, sed debilis, & languida; huic argumento vix puto responderi posse probabiliter. Quòd enim nonnulli recurrunt ad qualitatem contrariam, quæ priùs expelli debet, subsistere non potest, quia ferrum de nouô cusum, qualitatem magneticam nullam habet, præcipuè si refrigeretur secundum lineam orientalem. secundò etiam si haberet aliquid contrariæ qualitatis, quia illa non esset maior eâ quæ introduci debet, adhuc facile superari posset. Tertiò ponamus me velle augere borealem verticitatem iam præexistentem, si contactus fiat sine morâ, non augebitur notabiliter, in tali tamen casu non præexistit qualitas contraria. Tertiò multò maior requireretur mora, ad destruendum in ferro veterem qualitatem contrariam, & ad nouam introducendam, in ferro indifferenti, experientiâ tamen constat, nô maiorem, aut non multo maiorem requiri. Denique nulla supperet talis responsio ei qui vocem tantum agnoscit qualitatem magneticam.

Probatur decimò omnis qualitas carens contrariô, recepta in aliquo subiectô debet etiam absente agente tota simul perseuerare, & non imminui; sed virtus magnetica in ferro recepta, est ex se permanentis naturæ carensque contrariô; multum tamen de illa deperditur amotô magnete, ergo non est qualitas, minor probatur; nam ferrum præsente magnete magis attrahit aliud ferrum, maiusque pondus sustinet. neque dici potest subiectum non esse capax maioris qualitatis, nam si applicaretur alius magnes generosior maiorem conciperet. Hoc argumentum nullam vim habet, nam in casu propositô non tantùm ferrum aliud ferrum sustinet, per vim à magnete sibi communicatam; sed etiam per virtutem ipsi magneti inexistentem; sicut duo luminosa, quamuis lumen suum non intendant inuicem, in certô tamen & determinatô locô, maiorem effectum producunt.

Probatur vndecimò Accidentalis qualitas, per receptionem contrariæ in suo subiectô, non manet illæsa, nec se reducit ad statum priorem, nisi adsit forma substantialis à quâ emanat, sed virtus communicata ferrô à magnete, ita se habet, ergo non est accidentalis qualitas. probatur minor, si ferro iam habenti vnam verticitatem applicetur breui tempore contrarius polus eam concipiet, videbitur que prior verticitas omninò periisse, post aliquod tamen tempus hæc superinducta verticitas euanescit, ergo virtus ferro communicata non est accidentalis. nam accidentia recepta in eôdem subiectô, nunquam pugnant inter se, nec se vicissim expellunt, fateor quidem duo accidentia in diuersis subiectis existentia posse hôc modô pugnare, non tamen existentia in eôdem, ita quando aqua se ad pristinum frigus restituit, tribui non potest hæc victoria gradibus frigoris adhuc residuis in aqua, sed formæ substantiali aquæ, quare satis difficile videtur propositam experientiam explicare, in sententia asserente, id quod ferro communicatur à magnete, esse purum accidens, nam in alia opinione substantiale effluuium agnoscens, multis modis id explicatur, precipuè verò asserendo substantiale illud effluuium excauare sibi canaliculos congruentes qui aliter conformari debeant pro contrariâ verticitate, cum igitur hæc contraria verticitas introducitur, licet pori isti, nouam conformationem accipiant, quia tamen veterem diu retinuerunt, quasi aliqua elateria ad eam redeunt, sensimque spiritosam quam ebiberat ferrum materiam expellunt.

Probatur duodecimò quod in suâ diffusione, & propagatione, pendet à certâ partium subiecti coordinatione, porositate, non potest esse accidens, sed necessario est aliquid substantiale suam habens impenetrabilitatem: sed quod recipitur in ferrô, à magnete propagatum tale est, ergo non est accidens, sed aliquid corporeum suam habens quantitatem; probatur maior, quod compenetratur cum suô subiectô, non exigit certam coordinationem partium, certamque porositatem, nam hæc porositas potiùs illi noceret, quàm prodesset, quia cum accidens in poris recipi non debeat, distraheret eius partes, ostendo minorem multis exemplis: ferrum quod potentissimè calefit amittit suam verticitatem, sed non propter aliam causam illam amittit; nisi quia pori amittont suas figuras, fiuntque alij, atque alij, diuersi à prioribus, pariter dum virga ferrea incutiatur, aut

validâ percuſſione contunditur, perit omnis verticitas: ideò nempe quia in illis tribus caſibus, calefactionis, tunſionis, & incuruationis, particulæ ferri euoluuntur, flectuntur, deordinantur, quod patet ex teneritudine quam habet ferrum ex vehementi ignitione, idem dico de duobus aliis caſibus, non poteſt autem aſſignari quid oriatur de nouo in ferro, quod contrarium ſit verticitati, vnde ſi dicatur; id quod à Magnete recepit eſſe qualitas accidentalis: deberet permanere, etiamſi ferrum cui ineſt fricetur, teratur digitis, incuruetur: nulla enim ceſſat diſpoſitio neceſſaria ad eius conſeruationem.

Dices calorem vehementem contrarium eſſe virtuti Magneticæ. Sed contrà ferrum ignitum trahitur à Magnete. neque etiam præcisè tunſio, nam ferrum bene contuſum capax eſt concipiendæ virtutis Magneticæ, ſi de nouô Magneti admoueatur, idem dico de incuruatione.

Secundò benè explicatur ſi dicatur virtus Magnetica, poſita in ſubſtantiola aliqua in poris recepta, bene explicatur quomodo per vehementem calefactionem aliter conformatis poris, aut per contuſionem foràs expellatur hæc ſubſtantiula.

Dices in vehementi calefactione, incuruatione, fricatione, attritione, contuſione, idem euenire quod dum puluis imbutus Magnetiſmo, violenter in calamum immittitur, quia poli inimici plerúmque coniunguntur, fiuntque agentia contraria: in contrarias vt ita dicam trahentia. Sed contra in tribus caſibus recenſitis partes ferri, non ita perturbantur, vt multæ contrarium ſitum aſſumant, ſicut accidit in ſcobe ferrea.

Probatur 13. Ex declinatione Magneticorum, quæ non eſt in eodem loco ſemper eadem, ſed decurſu temporis alia inuenitur. quod multis experimentis probari poſſet, vnum aut alterum proferam. Dominus Galterius Prior Valleræ. iam olim declinationem acûs Magneticæ, Aquis ſextiis obſeruarat, eamque inuenerat orientalem graduum circiter octo Exinde eadem acus ab eadem linea meridiana, quam in pauimento notarat, declinauit quinque tantum gradibus, tum quatuor, tribus. & poſt multos annos eius nepos non declinare inuenit, immò ad occidentem nonnihil deflectere his temporibus obſeruauit. Idem de Londinenſi declinatione notatum, quæ 11. circiter graduum erat, modò verò trium, aut quatuor. idem in multis aliis obſeruatum fuit.

Referam item aliud experimentum, nempe nonnunquam in mari accidere vt acus meridianam lineam non indicet, ſed in orbem perpetuò circumuoluatur; id multi referunt ſibi ſæpiſſime accidiſſe, non tamen vltra aliquem exiguum maris tractum, huiuſmodi motum in pixide Magnetica perduraſſe. memini etiam me legiſſe in mathematico Pariſienſi cuius nomen excidit, idem à ſe obſeruatum eſſe, dum ad menſurationem peragendam, in aceruo lapidum pedem fixiſſet Magnetici inſtrumenti, ex quibus omnibus ducitur coniectura ſatis valida, virtutem Magneticam quæ terræ ineſt, non niſi per Magneticorum ſpirituum effluuium propagari. Si enim in partibus terræ fixis, & omnino immobilibus conſiſteret; firmior eſſet, & minus mutationi obnoxia declinatio Magneticorum, quippe quæ à telluris partibus fixis omnino penderet. Idem dicendum de ſecundo effectu, qui indicat motum aliquem in partibus terræ Magneticis.

Multa alia argumenta ſatis valida, contra accidentalem virtutis Magneticæ qualitatem fieri poſſunt, vtinam tam facile omnia ſolueremus, poſſemoſque omnes effectus facile, & probabiliter explicare neque enim ſufficit aſſerere id quod à Magnete procedit eſſe ſubſtantiale, ſed etiam requiritur vt explicemus, quomodo hæc ſubſtantiola ſe habeat, & effectus Magneticos producat. ſuas enim etiam hæc opinio difficultates, non contemnendas patitur. quas vt oculis ſubiiciam, varios modos explicandi proponendos eſſe exiſtimaui.

## PROPOSITIO IX.

### Theorema.

*Variæ explicationes ſubſtantialis Magnetiſmi.*

Quamuis plerique ex recentioribus in eô conueniant, vt virtutem à Magnete propagatam in numerum ſubſtantiarum referant, in modo tamen explicandi non conueniunt, neque enim facilè eſt oſtendere, quomodo hoc ſubſtantiale effluuium eos effectus præſtet, quos in eô lapide animaduertimus. Ratio difficultatis in eo poſita eſt, quod modum aliquem operandi ſenſibilem, exigant. nã opinio communis quæ eam virtutem accidentalem facit, de modo operandi nihil dicit, ſed tantum aſſerit motus Magneticos ab ea procedere. vocant illam qualitatem duarum facierum, putantque ſe ſufficienter eius naturam explicuiſſe. Iſti verò in materia phyſicâ aliquid ſenſibile requirunt; vnde mirum non eſt ſi io principia difficilia incurrant. Rident communis philoſophiæ ſectatores, recentiorum vt vocant commenta, iure id facerent ſi aliquid dicerent: ſed dum ipſi nihil explicant, & principiis, vniuerſalibus inſiſtunt; alios vlteriùs progredi æquô animó patiantur. nam qui nihil aliud diceret, niſi circa Magnetem dari ſubſtantialem aliquam athmoſphæram, quæ ſit ſubſtantia duarum facierum, hoc eſt conſtans partibus heterogeneis, aut certa configuratione præditis, quæ effectus omnes Magneticos producat, adhuc plura diceret, quàm qui accidentalem ex Magnete virtutem emanare contendit, neque vlla contra eum fiet difficultas, quæ in aduerſarium non regeratur. Sed vt dixi aliquid vlteriùs audent plerique, in eôque difficultatem patiuntur.

Quæ ego monere volui, non quòd hæc omnia probem, ſed vt qui non meliora, ſed ſæpe nihil dicit, etiam non optima dicentem æquô animô audiat.

Aſſerunt nonnulli ex recentioribus, aliquid ſubſtantiæ tenuis, verſus vtrumque polum terræ colligi. (tellurem enim iam diximus Magneticam eſſe) hæc ſubſtantia tenuis ex diuerſis quidem terræ partibus egreditur; colligitur tamen verſus vtrumque polum. Egreditur (inquam) ex diuerſis, ſiue id oriatur à calore ſolis partes terræ præcipuè circa torridam attenuante, quæ niſi repararentur continuò, haud dubiè imminueretur terra, multúmque detrimenti pateretur. Et ne quid fingere videantur, aut ſine probabilitate aſſumere. ſimile non tantùm in materia tenui, ſenſuumque aciem

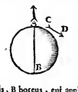
aciem fugiente; sed etiam in valde crassâ, profluuium ad polos agnoscere omnes tenentur, nam sol circa torridam vbi multa maria sunt, exhalationes, & vapores colligit, & cùm nquos semper educat, & attenuet, propelluntur versus vtrũque polum, vbi deficiente solis calore innatâ grauitate in pluuias & niues decidunt, augentque maria, quæ ideo in austrum feruntur. hanc continuam circulationem nemo negare potest.

Hoc substantiale effluuium confirmatur, eo quod in nobis ipsis experimur; & in animalibus cæteris animaduertimus; nam secundùm hoc substantiale effluuium canes, feras ad multa milliaria sequuntur, exoleuit enim iam ea opinio quæ odorem sine substantia, alienis corporibus communicari volebat. neque Magneti propterea, aut terræ timendum est, cum reparet sua detrimenta, & quamuis non repararet, cogitet exiguum mosci fragmentum, ad multos annos substantiam odoriferam expirare; cogitet quàm exiguum pigmentum ingentem aquæ copiam inficiat; ex quo perpetuò aliqoid extrahitur. quam in tenues bracteas aurum ducatur, quô si inauretur argenteus cylindrus, qui in fila extendatur, omnia inaurata erunt. Si motus hic mirabilis videbitur, attendat ad granum salis aquæ admixtum, quod per totam massam sese infundit eamque agitat, propter heterogeneitatem maximam: attendat ad corrosiua omnia quæ sunt in perpetuó motu, dum certis corporibus admiscentur, talis est aqua fortis supra cuprum, quæ perpetuam agitationem patitur, & supra vitrum quiescit. Si iste regressus improbabilis existimatur, puluerem sympathicum meminerit, cuius efficacia mirabilis in paruâ distantiâ, fundatur tota in regressu spirituum ad vulnus. testis sum oculatus aliquem qui acerbissimô dentium dolore cruciabatur, ex gengiuô modicum sanguinis expressisse, & strophiolô excepisse, quem sanguinem puluere sympathico aspersit: mirum dictu intra tempus quô recitaretur bis miserere cessauit dolor ille acerbus: residuus tamen erat aliquis, vnde iussit calefieri strophiolum, & genæ admouit, denuò cepit cruciari ita acerbe; vt dolor lachrymas exprimeret: ego qui intereram petij, an strophiolum illud esset quô sanguinem ex gengiua expressum exceperat, cumque annueret subrisi, quòd dolorem nouum ex calefactione ortum esse intelligerem, quare iussi vt Strophiolum aquæ immergeretur, eique redderetur, intra tempus quo recitaretur psalmus miserere, dolorem omnem cessasse asseruit. dico ergo me non dubitare, dari aliquem spirituum regressum, ad vulnus è quô desumptus est sanguis. Et in eô regressu forsitan posita est fermentatio, quæ & febres in animalium corporibus, & æstum in mari procreat. immò nonnulli etiam in odoramentis aliquem regressum, agnoscunt, non enim continuò expirant corpora, sed per alternas vices: quæ omnia non gratis asseruntur, sed certis experientiis comprobari possunt. notaui non semel cum alicubi repositi essent crampes caudices, & cæpium, & alliorum aliarumque herbarum, quæ computruerant, identidem nos vnius tantùm odorem percipere verbi gratiâ crampes. post aliquot verò tempus, cæpium tantum. vnde aliquis in iis motus, & quasi fermentatio agnoscenda est, quâ identidem expirant, identidémque spiritus coaceruant. Quæ omnia retuli ne incredibilis videretur, hoc substantiale effluuium, cum tot in aliis corporibus similia agnoscere cogamur.

Duo talia Magneticæ substantiæ effluuia adstruere debet hæc opinio; quæ licèt substantialiter eiusdem sint naturæ, modum tamen fluendi habent omnino contrarium. Quod præcipue oritur ex dispositione fibrarum ipsius Magnetis quas in sua generatione habuit. has fibras saltem vt plurimum parallelas axi cogitamus, quamuis non ita exquisitè, vt non detur transitus transuersalis ab vnô quasi canaliculó, in alium vicinum. quia autem faciliùs isti Magnetici spiritus mouentur in ipsò Magnete, & ferró, quàm in reliquis corporibus in quibus alia est textura, ideò quantùm possunt, per maximam Magnetis longitudinem excurrunt, confertioresque in polis colliguntur, vbi quasi collecti, dum egrediuntur, quasi in orbem sparguntur, & procedunt, nullâ texturâ peculiari eos ampliùs determinante ad parallelismum.

Hæc spirituum peculiaris configuratio, non sine exempló ab aliis materiis assumptó fingitur: exemplum enim habemus in salibus, ex variis corporibus eductis, qui omnes diuersam habent configurationem, nempe vt minutæ aliquorum partes affectent cubicam, aliorum Sphæricam, exagonam, cylindricam, ita sal eductum ex quâcumque arbore, si aquæ tepidæ infundatur, quæ congelari permittatur, exprimet totam arborem, cum foliis & ramis, Sal commune in aquam iniectum, & dissolutum. si rursus euaporatâ aquâ coalescat, in cubos efformabitur, omitto arborum semina, foliorum texturam, in quorum figuratione exquisitum naturæ artificium elucet. Omitto niuis in stellulas configurationem, sexcentaque alia exempla, quæ de nouo ope microspij deteximus.

Ostendo autem confertiorem esse in polô, & in eo quasi in fonte colligi hanc spirituum Magneticorum emanationem. Sit enim polus Magne-




tis A australis, B boreus, cui applicetur obelus A, eius extremitas A contrahet vim se conuertendi ad boream, qualem communicat polus australis A, & extremitas alia, concipiet virtutem se conuertendi ad austrum, qualem communicat polus boreus B. quod si ad latera applicetur obelus, vt in CD punctum C contrahet verticitatem australem, & extremitas D borealem, vnde debet dici virtus illa ex B ad A, ex A ad F, & ad CD. procedere quare communiter duo cogitantur substantiarum profluuia, vnum quod egreditur ex A factôque longiori circuitu regreditur per B, vt rursus fluat in A, alterum quod egressum per B rursus, factô circuitu ingreditur per A, vt rursus per B egrediatur. Videntur ista quidem gratis asseri, & sine ratione, sed duo habeo reponenda.

Primum est vt attendatur ad communem loquendi modum, eorum etiam qui accidentalem agnoscunt virtutem Magneticam, vt Gilbertus,

Cabæus

Cabæus qui voluot: totam hanc virtutem in polis colligi, & ex polis ductis hinc inde radiis diffundi. quod ego io accidente puto difficillimum intellectu, quare id quod ipsi metaphoricè intelligi volunt, putantque se experimentis conuinci, & cogi vt ita loquantor, ego soblatâ metaphorâ, idem ferè diceodum puto, da substaotiali materiæ Magneticæ profluuio.

Secundum est. qnod quoties explicandum suscipimos aliquem effectum physicom, toties demóstrasse existimandi sumus, quoties systema, & hypothesin non incongruam ponimos, in quâ effectus omnes optimè explicentur. Si enim qui horologium automatum nonquam vidisset, audiret tamen appositè numerum horarum, & indice ostendere, & Campanâ significare, optimè causam illius effectus assiguare credeudus esset, si certam configurationem rotarum in medium proferret, quâ positâ necessariò hic effectus sequeretur.

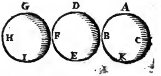
Prima difficultas quæ occurrit, erit hæc quomodo duo hæc effluuia substantialia: non sibi inuicem aduersentur, oec se inuicem impediant Primò quidem dicendum, est in Magnete peculiarem esse conformationem ex vna parte, quæ non sit ex alia, propter quam peculiarem conformationem, possit excipere vnam ex his emanationibus, aliam vero excipere non possit, vnde emanationem borealem excipiet ex vna parte, australem verò mioimè poterit excipere, quod multis modis euenire potest. Si enim succus arborom ascendere quidem potest, & se insinuare per fibras, regredi tamen nõ potest, si spicæ intra foramen aliquod intromissæ regressum nullum habeor, aristis resistentibus, si sanguis per dextrum cordis sinom intromissus, regredi non potest valuis occludentibus, si cochleæ nostræ vnâ tantum sui parte foramen pariter in cochleam efformatum subire possunt, si claues in certas tantum seras intromitti possout, quæ omnia in sola figura posita sunt.

Quid ni idem dicendum est de ferro, quod ante primum Magnetis contactum indifferens erat, vt exciperet vnum, aut alterum Magneticæ virtotis profluuium, oon tamen sine difficultate, viam sibi aperiente, & poros eius conformáre per frequentem traositum eâ substantiâ. Ex quo benè explicatur, cur requiratur aliqua mora, cur ferrom nullâ imbutom virtote Magneticâ, pro vt variè ad polos terræ obiicitor, modò vnum, modò alterum profluuium excipiat, non quidem permanenter, eò quòd valde remissè tellus agat, Magneticósque spiritus, valdè tenues emittat, si verò ferrum per multos annos euodem situm conseruet, & impregnetor his spiritibus, meatus tandem iis cooformes acquirit, vnde si contrarium situm acquirat, spiritus per aliud extremum non admittit, multa alia in hunc modum explicantur. quæ infra receosebo postquam alteri difficultati respondero

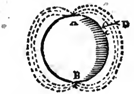
Secundò quomodo hæc effluuia oon sibi inuicem aduersentur, aot in se inuicem incurrant, quod vt soluam videndum est, an in rebus naturalibus, aut etiam artefactis, similia exempla non inueniam. Primò quidem in naturalibus. si phiala aqua plena, inuerso collo in cyathum, vinô plenum immittatur, per idem phialæ collum, & ascendet vinum ad modum vaporis alicuius teouis, & per idẽ descendet aqua, hoc enim solemne est & vsitatom in liquidis vt se mutuò parmeent, diuidant, nec tamen multum de suo impetu, & velocitate remittant, ita in eôdem vâse, si diuersimodè agitetur aqua, plurima aduertemus profluuia, in diuersa teodentia, & se iouicem diuidentia, ita vapor continuô solis calore rarefactus ascendit, & aër vt locum vaporis occupet descendit.



Id explicarem multis aliis exemplis similibus, nam cum sit peruvlgata & satis communis opinio, asserens sonum nihil esse aliud, quam concisum & frequentissimom aëris tremorem, animaduertimus tamen sonum ferri, & propagari, etiam aduersô veutô, quamuis cum aliqua difficultate.




Si ad artefacta coofugere liceat dico posse fieri vt duo corpora vicina sibi inuicem non aduersentur, etiam si motu contrariô rectô ferantur, modò præterea motum habeant circularem; ita si tres globuli sint vicioi ita vt globus ABC; feratur rectà ab A in K, globus vero DFE, feratur ab E in D, & GHI ferator pariter rectà, à G in I sibi inuicem non contradicent, modò præterea motum habeant circolarem contrarium, immò verò motum suum inuicem intendent, vt si globus ABC, moueatur circulariter ab A in BK; medius coorrariô motu ex D in B; E, F. tertius in GHI, noonulli alia afferunt exempla, vt si duo funes inuicem in spiras implices, poteris vnum trahere in vnam partem, alium verò in contrarium, afferunt alij exempla spirarum & cochlearum. Sed faciliùs dico huiusmodi substantialia profluuia, noo eandem omnino viam inire, sed vicinam: nec eosdem omninò Magnetis poros ingredi, & egredi, sed nonnullos vni profluuio aptos esse, & alios vero alteri, sed neque cogimur totum hunc motum, & fluxom admittere, cum omnia inferius sine tali motu simus explicatuti. Qui tamen volet aliquam huius rei ideam habere; Magoetem, Sphæricum habeat in quo




Sint poli A & B, hunc in plano aliquo horizontali deponat, & vt meliùs succedat experimentum, ita planum horizontale excauet, vt meridianos Magnetis iaceat in plano illo, & axis sit parallelus horizonti, tum scobem ferream priùs Magneticè excitatam, quaqua versus spargat, videbit eam disponi eô modô, quô figura exprimit, & quo Magneticos spiritos circa Magnetem fluere volunt.

Hæc opinio sicut & aliæ similes, non probantur, nisi quòd hic modus videatur aptissimus ad

PPPp explicanda

explicanda omnia experimenta, quæ supra recensuimus.

Primò quidem apparet cur ferrum oblongum aptiùs sit ad Magneticos effectus, & verticitatem concipiendam, quàm si esset alterius figuræ; quia nempe faciliùs excauantur meatus, & pori in longum quàm in latum, vnde faciliorem præbet adytum Magnetico illi effluuio, cui cum meliùs sit per ferrum excurrere, quàm per alia corpora, facilè longitudinem ferri sequitur.

Ex quô vides secundò rationem cur virtus Magnetica aliquam refractionem patiatur, quamuis enim in aëre, rectà ex Magnetis polô egrederetur, cum applicatam laminam ingressa est, & incurrit in aërem, porosque eius non sibi vsqueadeò conformes reperit, in lamina autem aptissimos, circumquáque secundum laminæ extensionem se insinuat.

Tertiò, Vides cur ferrum oblongum meliùs disponatur, modò non obsit grauitas, quàm si aliam figuram haberet, quia nempe longiorem tractum in eô obtinet substantia Magnetica, cuius partes potiùs coniunguntur secundùm longitudinem axis.

Quartò vides rationem cur emanatio terræ faciliùs dirigat ferrum, iam excitatum Magneticè, primò quòd meatus habeat illi emanationi excipiendæ magis idoneos. Secundò quòd iam imbutum sit Magneticô effluuiô; vnde maior copia eorum spirituum, tam veterum quam nouorum, maiores vires habet ad commouendum, & dirigendum, dirigit autem quia motui proprio, & sibi connaturali illud conformat quantùm potest, cum enim ita impellit siue in ingressu; siue in egressu, siue etiam dum in eum occurrit, vt ad situm tandem sibi naturalem adducat.

Quintò. Ex his intelliges quomodo ferrum perpendiculariter erectum, superiori parte furcinulam versorij attrahat; inferiori verò cuspidem, quia nēpe emanatio borealis ingreditur per partem infimam, eique communicat spiritus qui possint eam conuertere ad polum borealem, restringitur autem illa emanatio per virgam, & egressa per aliam extremitatem, apta est pariter attrahere ad se eam partem, quæ solet ad boream conuerti.

Quamuis ex eô spirituum motu explicari satis possint directiones Magneticæ, tam secundum lineam meridianam, quàm etiam secundùm eam inclinationem, quam habet ad horizontem, impellitur enim ferrum; donec directè excipiat fluentes huiusmodi spiritus, intacta tamen manet præcipua difficultas, nempe quomodo magnes attrahat ferrum, aut ad ferrum accurrat, ista enim agentia mutuò se habent, hoc est mutuus Magnetis ad ferrū, & ferri ad Magnetem congressus: hic ad immotum ferrum accedit magnes ad immotum Magnetem accedit ferrum. Pater Grimaldi in suo de lumine tractatu, agit ex occasione de Magnete, multáque profert ex superioribus argumentis, & rationibus, vt statuat istas spirituum Magneticorum emanationes; dum explicat tractionem, & mutuum illum accessum videtur deficere. refert enim tantùm finem istius mutui accessûs. accedunt enim (inquit) ad inuicem ferrum & magnes, vt meliùs hanc materiæ sibi conformis emanationem excipiant. debet ergo cogitari quasi appetitus aliquis, vi cuius dum pulsantur hâc materiâ, accurrant vt illam excipiant eô modô quô inest grauibus vis mouendi ab intrinsecô versus centrum terræ, vbi iutta athmosphæram fuerint posita. hic modus mihi non videtur satis physicus, nec tanto apparatu, & conatu constituendus emanationis Magneticæ fluxus, vt præcipuus effectus, per solam finalem causam explicaretur: pariter non benè hôc modô explicatur adhæsio tanta ferri, ad Magnetem, quæ quôcumque interpositô corpore interrumpitur, video quidem ob pororum conformitatem meliùs communicari ferrô hanc emanationem, dum tangitur immediatè magnes à ferrô, & interpositô quôcumque corpore etiam tenui, multum imminui, quia tunc fluit ea emanatio, tantùm secundùm poros illius corporis extranei, quod interponitur: non video tamen ex eo vllam adhæsionem maiorem, nisi dicantur isti spiritus conferti, inter se vnionem aliquam habere, quæ per separationem ferri a Magnete disrumpi debeat, hoc satis probabiliter dici posset, sed nullum accessum propterea aut congressum. Satis tamen benè explicatur quomodo ferrum, ferro meliùs adhæreat, quàm nudo Magneti, propter istam fibratum similitudinem. immò soluitur obiectio; quæ non impetit hanc præ cæteris opinionem, sed potiùs assertionem primam, quæ in tellure statuit virturem Magneticam, cur nempe ferrum non adhæreat terræ. Sed dicendum est virturem Magneticam non inesse, huic extimæ superficiei, sed tantum nucleo. Secundò etiamsi nonnihil magis adhæreret terræ, quàm ferrèr eius grauitas, hoc tribueremus grauitati: vnde non possumus habere vllum experimentum, quô dignoscamus an ferrum nonnihil terræ adhæreat, ob virtutem Magneticam, quæ volui hic innuere, antequam vlterius procederemus.

Nouus non est iste emanationis Magneticæ fluxus, sed iam ab antiquis philosophis admissus, ad explicandum solum accessum ferri ad Magnetem.

Inter eos nonnulli quos refetunt Gilbertus, & Cabæus voluerunt emitti continuò spiritus à Magnete versus ferrum, qui aërem locô suô pellerent, vndè factô inter Magnetem, & ferrum vacuô, à tergo instaret aër, & vi si velimus Elasticâ, dum potest se extendere impellit ferrum, & ad Magnetem accedere cogit. Hic modus explicandi constare non potest ob triplicem rationem.

Prima quòd nullam potiorem afferat rationem, cur ferrum accedat ad Magnetem, & non alia quæcumque corpora. Secundò non explicat quomodo spiritus Magnetici, qui aërem locô suô pellunt, & in locum alterius aëris compingunt, non possint impetum retro pellentis ferrum aëris sustinere; si enim infirmiores sunt, quàm vt resistant aëri se extendere volentis, quomodo partes eiusdem aëris locô suô pellent,

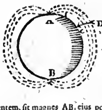
Posset forsitan aliquis suspicari facilem esse, huius accessûs ferri ad Magnetem rationem afferre, admissû semel Magneticorum spirituum fluxu; cum enim inquiet confluant ad polum Magnetis mirum non est, si secum deferant ferrum, eô modô quô videamus, paleas, ligna, cæteráque corpora aquæ innatantia, secundô fluuio deferri Sed neque hic modus satisfacere potest. primò quia non affertur vlla ratio cur ferrum huiusmodi vortices potiùs sequatur, quàm quodcumque aliud corpus.

Verè quidem hic modus sufficere posset ad electricas

ctricas attractiones, eò quòd nulla peculiaris dispositio requiratur, & æqualiter omnia leuia alliciantur, neque ad peculiarem aliquam partem. expertus sum aliquando corpus electricum attritione excitatum, fumum ex candelâ recenter extinctâ erumpentem, ita cum impetu attrahere, vt totum corpus fumô inuolueretur; vnde in eam sententiam facilè abiui, electricas attractiones à spiritibus vi caloris, & attritionis excitatis, & quasi circumquaque diffusis oriri, qui vbi cessaret calor, ad corpus vnde decisi essent; etiam cum impetu redirent, secúmque corpora quæcúmque leuia asportarent, at in Magnetica attractione longè aliter se res habet, non omnia corpora attrahuntur, sed ferrum tantummodo, neque etiam ferrum vtcúmque, sed modò pars eius amica, ad polum sibi conuenientem obuerteretur, aliter dispositum repelleret, & fugaret. faciunt autem difficultatem duo, aut tria, primum est quòd duæ sint emanationes, vna per pulum ingrediens, alia ex polô eôdem egrediens, vnde si quæ ad polum fertur secum deuehere potest ferrum, ea quæ ab eo emanat illud repellere potest. hæc est prima difficultas, cur fluxui, & motui emanationum Magneticarum, simpliciter sumpto tribui non possit accessus ferri ad Magnetem.

Secunda difficultas petitur ex eo quòd æqualiter, & magnes ad ferrum, & ferrum ad Magnetem accedant, non video autem quomodo si simpliciter ex Magnete per vtrúmque Magnetis polum egrediantur spiritus, quomodo inquam si occurrat ferrum, quod moueri non possit, vel propter nimiam grauitatem, vel propter alium obicem; debeat propterea, accedere ille polus, ad quem talis emanatio ferrum deferre oitebatur.

Tertia difficultas petitur ex duplici emanatione, vna ad vnum polum accedente, alia ad alium, cui tribuetur accessus ferri ad polum, vt explicem




meam mentem, sit magnes AB, eius poli A, & B. in hac opinione duplex est fluxus spirituum Magneticorum, est enim aliquis fluxus spirituum Magneticorum ex polo B, per C ad polum A, & alius pariter ex polò A erumpens qui feratur ad partes C, & tandem ad polum B perueniat. attrahetur cuspis C à polo A, & quantùm poterit furcinula D attraherur à polo B, & quia polus A vicinior est, plus inclinabitur ad eum cuspis C, quàm furcinula D ad polum B, hoc est magis se conformabit obelus CD ad emanationem procedentem ex A, quàm ad emanationem procedentem ex polo B. quæritur an obelus CD; accedat ad polum A quòd retrò impellatur ab emanatione procedente ex polo B, an verò quod emanatio procedens, ex polo A eum trahat, vel etiam quod spiritus egressi ex polo B, & recepti in obelo CD, dum habent fluxum ad A secum deferant eundem obelum, an quod emanatio procedens ex AC, eum per modum catenæ trahat. In primô licèt videatur hic impulsus obeli ab emanatione BD facilior in aliquo, non respondet tamen experientiis. nam cum supponatur obelus CD, viciniur esse polo A, quam polo B si congressus fieri cum Magnete, fieret per expulsionem, polus vicinus A plus impelleret obelum, quam polus remotior B, atque adeò deberet, potiùs recedere à polo A viciniori. cui difficultati vix puto posse responderi, nisi excogiteur aliud principium, nempe istud quod facilius isti spiritus fluant in Magnete quam extra Magnetem, vnde fit vt quo emanatio vicinior est polo ad quem tendit, quia pars quæ antecedit, & iam immersa est, facit locum anteriori, ea etiam incipiat accelerare gradum, eo quod ab anteriori cum qua habet aliquam vnionem trahatur; ex quo sequetur, quod emanatio procedens ex B, & ingressa per D, vbi egreditur per C & petit polum A, incipiat accelerare gradum, sitque potentior propter hanc accelerationem, quam emanatio quæ procedit ex A, ingreditúrque per C, cum enim est egressa per D, quia adhuc longiùs distat a polo B, in quó acquirit velocitatem, tardiùs adhuc incedit, nec tam potens est ad conuertendam furcinulam D, quam alia emanatio ad conuertendam cuspidem C.

Sed alia occurrit difficultas, quamuis hôc modó, non ineptè explicaretur accessus ferri ad Magnetem, nulló modô explicatur, accessus Magnetis ad ferrum, ponamus enim detineri obelum CD, certum est quod si possit magnes moueri, ita vt propter æquilibrium liber fiat à grauitate suâ, accedet ad obelum CD; quæro à quo deferetur? an ab emanatione spirituum, quæ procedit ex A in C, sed cum hæc emanatio etiam sublatô obeló CD, non cesset, quare tamen cessabit motus Magnetis, an quod dum emanatio AC incurrit in obelum velocius in eo fluit, ex quo fit vt reliquæ partes vsque ad Magnetem quasi trahantur, & aliquem impetum Magneti tribuant. quamuis hæc cum aliqua probabilitate dici possint; non tamen satisfaciunt vsquequáque. referam ergo quæ grauissimi authores in hac materia excogitarunt, vt vnusquisque breuiter intueatur quidquid super ea re constitui possit.

Gassendus duplicem modum in medium profert quô magnes ferrum ad se pelliciat, primus erit vncinulis, hamulisque è Magnete prosilientibus sibique catenatim succedentibus, & singulis euolutione suâ intra ferri ansulas impulsum suum præbentibus. Posset quis cogitare his verbis inuul duplicis generis atomos à Magnete quidem vncinulatas, & hamulatas versus ferrum, procedere, à ferro autem ansulatas, quibus inserantur hamuli, & hoc modo quasi catenatum ferrum, ad Magnetem adducant; multa contra eum obiicit Pater Leonraud, & iure, quorum nonnulla vigere videntur, alia verò non multùm premunt. primò instat quomodo hæc probentur, sed responsio communis est, eô modô probari quo cæteræ omnes hypotheses probantur, nempe quod eâ positâ bene explicentur omnes effectus, & experientiæ, neque mirum videri debet; si ad explicandum effectum incognitum ex similitudine cum effectu nobis

nobis noto ad eius causam ascendamus : hæ similitudines mihi satius introducendæ quam recurrere ad qualitatem occultam si nihil vlteriùs addatur, cui authoritatem sola vetustas conciliat. Sed ad rem veniamus, & omni præoccupatione depositâ expendamus, an hæc hypothesis possit subsistere, & an in bonum sensum detorqueri possit. videamus ergo quid contra eam obiici possit.

Vrget ergo non immeritò Pater Leotaud, quid hamatas & vncinulatas atomos, ad Magnetem reuocat;an est in Magnete virtus eas emittendi, & reuocandi, an est aliquis motus quasi systoles, & diastoles. deinde poteste cogitari tanta firmitas, in spiritibus catenatim sibi annexis, vt non rumpatur & dissiliat eorum textura; sed pro hac firmitate facilè responderi potest etiamsi identidem discontinuetur, non desinit tamen aliquem impetum imprimere, singulis vt ita dicam ictibus, vnde quod ad hunc meó iudició non viget. aliud obiicit nempe quod non tantùm Ferrum ad Magnetem, sed etiam magnes ad Magnetem, immò etiam magnes ad ferrum moueatur ! debebunt igitur, etiam dari ansatæ atomi in ipsó Magnete. ista etiam sunt leuis momenti, nam duo etiam vncini eiusdem rationis sibi adhærescunt, & connectuntur, immò si trahatur à Magnete catenula & detineatur magnes ferrum accedet, si detineatur ferrum magnes mouebitur: vt experimur in multis, quare authoris cuiusque opinio & verba in meliorem sensum accipiantur quem pati possunt, vt melius elucescat veritas. dico quod opus non erit ansatis atomis, sed ipsæ vncinulatæ atomi, intra ferri poros implexæ si retraherentur ; haud dubiè ferrum secum adducerent ; non vrget autem id quod vlteriùs proponit, nempe quare istæ atomi hamatæ expellant ferrum Magneticè excitum, aut alium Magnetem indebitè, & secundùm polus eiusdem rationis applicatum, facilè enim responderi potest atomos vncinulatas dum poros ferri applicati indebitè, subire non possunt, illud propulsant, & auertunt. Proponit item quomodo istæ substantiolæ non ægriùs marmora quam aërem subeant, quod argumentum est firmissimum eique suo loco respondebimus.sicut & alteri de imminutione Magnetis si spiritus continuo emitteret. Ex quibus omnibus constat vnicam restare difficultatem ex omnibus à Patre Leotaud propositis, nempe quid retrahat hos spiritus ad Magnetem.vnde nisi admittatur aliud principium,vel quod hi spiritus ad Magnetem identidem reuertantur, haud dubiè nulla est tota hæc hypothesis.

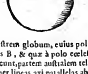
Videamos vtrum præter ea quæ superiùs diximus, possimus inuenire aliquid quô hi spiritus siue hamati, siue ansulati, & ferrum ad Magnetem adducant, & Magnetem ferro admoueant, Supponamus eos spiritus connexionem aliquam inter se habere, siue hæc connexio oriatur ex peculiari intricatione partium, siue aliquid aliud præterea dicat, atque hoc nouum non est, cum sal ex arbore in aquam tepidam dissolutum, connexionem sufficientem in suis partibus conseruet, quæ necessaria est vt arborem rursos exprimat. Supponamus item retardari eorum motum dum per aliena corpora fluunt, multoque faciliùs in Magnete; & ferrô viam sibi facere : illique etiam & partibus eius adhærere. quibus positis, ita rem totam explico. Emittuntur e Magnete spiritus, qui certâ cum velocitate in aëre feruntur, hi vt primum ferrum subintrant accelerant suum motum, posterioresque vt pote connexos secum trahunt, hæc tractio fieri non potest, nisi qui adhuc sunt in Magnete, cogantur erumpere, cum maiori velocitate, & quia nonnullam habent cum eo connexionem secum Magnetem trahunt, aut saltem aliquem ei aut ferro, licet modicum impetum communicant, quia autem hic fluxus continuus est, semper augetur ille impetus donec ad perfectum contactum adducat. Dices hæc tibi non satisfacere.

Respondeo nec iis omninò me acquiescere;volui tamen innuere, vt nihil intentatum relinquerem, adderemque aliorum placitis nonnulla quæ mihi in mentem veniunt.

Aliam affert idem Gassendus Explicationem. Ferri (inquit) ad Magnetem fit accessus, quia ex corpusculis ex Magnete indesinenter succedentibus,fiunt quasi radij siue virgulæ, quarum duæ quæque proximæ hinc inde ansulas ferri subeuntes, intraque ipsum deflexæ, citeriorem eius partem atque adeo omnes simul totam ferri massam versus Magnetem premant, adducit deinde duo exempla, seu similitudines, vnam desumptam à chelis cancrorum, alteram verò desumptam à duobus funiculis : quos si in asserem inserueris, & à citeriore parte constrinxeris asserem in partem anteriorem promouebis.

Non arridet hæc explicatio, neque inuenio modum me extricandi ex difficultatibus, quæ innumeræ fieri possunt. esto enim ex atomis quasi virgulæ fieri possint hoc non impugno, cum videas etiam scobis ferreæ discretas particulas in acos suis firmas coalescere, & barbatum nobis Magnetem exhibere. Sed non video cur inflectantur hi radij, cur postquam ferrum penetrarunt constringi propterea debeant, hic modus agendi in rebus naturalibus insuetus est, & sine exemplo. Secundò non video quomodo si ferrum immobile sit, propterea magnes accedere debeat ; multa alia obiici possunt quibus supersedeo ; hæc sufficiant ad conuellendum omninò hunc modum explicandi.

Cartesius aliam hypothesin valdè ingeniosam comminiscitur ; an vero satis solidam patebit inferiùs. Existimat particulas striatas, & ad modum cochlearum contortas, seu in spiras contortas, ab vtroque cœlesti polô, in terram defluere, ita tamen vt boreales alios flexus, aliásque spiras habeant, quàm australes. Hæ igitur particulæ sub-




eunt terrestrem globum, cuius polus australis A, & borealis B, & quæ à polo cœlesti australi originem ducunt,partem australem telluris ingressæ, feruntur per lineas axi parallelas ab A versus B. pariter quæ ex polo cœlesti boreo proficiscuntur, per partes terræ boreales sese insinuant, feruntur que per lineas axi parallelas, ex B ad A, ita autem sunt conformatæ, vt quæ australes sunt, non possint intromitti per partes terræ boreales,

reales, eò quòd ibi ſuæ figuræ congruentes canaliculos non offendant, hoc enim habent cylindri in ſpiras inflexi, vt conformibus tantùm canaliculis intromitti, & ex certâ & determinata parte exigant. vbi verò per terram tranſierunt, quæ longiùs ab eâ recedunt, cum ſemper in orbem conuoluantur, & ſibi in reliquis corporibus vt in aëre & æthere, reſpondentia foramina non offendant, atteruntur tandem eorum ſpiræ, abeuntque in alienas figuras. In terrâ tantùm, & Magnete poros conuenientes inueniunt, per quos, & celerrimè fluunt, & perficiuntur magis, & magis. Supponit igitur totam Magneticam virtutem eſſe aliquid tantùm paſſiuum in Magnete, & in terra; nihilque aliud inuehere, niſi cochleata foramina, tota autem virtus actiua conſiſtat in ſtriatis particulis, ab vtrôque cœleſti polô defluentibus, & in orbem quàm celerrimè motis & agitatis. his poſitis tanquam fundamentis putat ſe omnes effectus explicaturum.

Primò quidem ita directionem explicat, ſi iſtæ particulæ ſtriatæ, quæ per lineas parallelas axi continuò feruntur, non inueniant Magnetem aut ferrum ſimilibus canaliculis inſtructum, & perforatum, ſibi directè oppoſitum, vt non canaliculi partibus ſtriatis obiiciantur, illud quantùm poſſunt crebris ictibus impetentes, tandem dirigunt ad planum axi parallelum, & eò modô explicatur directio.

Non diſſimili ratione explicabitur Inclinatio Magneticorum ad terram, quia nempe particulæ ab vtrôque polô terreſtri prodeuntes; circa terram excurrentes, dum ex vtrâque parte, in canaliculos Magnetis incurrunt, illum ſingulæ in ſuum ſitum detorquent, & quæ à polo viciniore procedunt præualent, illumque inclinant ad polum viciniorem.

Eôdem modô explicatur, & directio Magneticorum inter ſe & inclinatio.

Accedunt Magnetes ad inuicem, quia cum ſemel ſunt conuerſi vt par eſt, & ſe reſpiciunt appoſitè, quia faciliùs eſt partibus ſtriatis, ab vno Magnete egredientibus, ſubire alium Magnetem poris ſibi conformibus præparatum, quam flecti in orbem, ideò illum pertranſeunt, & cum in orbem velociſſimè moueantur, aërem ex intermedio ſpatio propellunt, quare aer inſtar à tergo & Magnetes vrget, vrget autem quando duo Magnetica, hoc modo ſe reſpiciunt, quia tunc maior eſt copia illarum particularum. ideoque maior aeris copia diſiicitur, & loeô ſuô pellitur.

Poſſet item addi quod cum cochleati illi ſpiritus, vtrumque Magnetem attingant & peruadant mirum non eſt ſi accedant ad inuicem, acceſſum tamen non refert Carteſius huiuſmodi figuræ particularum, vnde puto ſatis ipſi fuiſſe inutile ad effectus Magneticos explicandos, hanc ſpiralem particulis ſtriatis figuram concedere.

Se refugient Magnetes, cùm enim poli boreales vtriuſque Magnetis ſe reſpiciunt, quia cum particulæ ſtriatæ egreſſæ, ex partibus borealibus vnius Magnetis ita ſint conuolutæ, vt ingredi non poſſint per partes boreales alterius; impellunt Magnetem, donec conuerſus fuerit ſecundùm polos amicos.

Explicat autem cur ſectô Magnete ſectione parallelâ axi, partes ſe refugiant; quia nempe particulæ egreſſæ ex partibus borealibus vnius fruſti, ſubire non poſſunt partes boreales alterius, eas impellunt, donec boreales auſtralibus congruant.

Explicat item quòd vis Magnetica ferro nono communicetur, eo quod ferrum iam habeat canaliculos, & meatus conuenientes, qui perficiuntur à particulis ſtriatis, egredientibus à Magnete, eô modô quo foramina in ſpiras excauamus, ſi intromittamus, cylindrum in ſpiras contortum. facilè etiam vides cur requiratur aliqua mora cur mutetur verticitas pro diuerſitate applicationis, cur perfectiori ferro perfectior vis communicetur. cur à perfectiori Magnete perfectior, quia nempe multò maior eſt copia meatuum, & conſequenter particularum ſtriatarum erumpentium, velociorique motu ſe mouentium, eò quòd inueniant canaliculos ſibi conformiores. vides item cur terra eam virtutem communicare poſſit, quam quidem eximiam habet, ſaltem in nucleo, ſed pleræque partes ſtriatæ, per cruſtam illam quam incolimus decurrunt, & pauciſſimæ ad nos vſque perueniunt.

Declinationem Magnetis tribuit inæqualitati terræ, & quòd in aliquibus locis canaliculi nonnihil exorbitent à paralleliſmo.

Magnes armatus maius pondus ſuſtinet quàm inermis, eò quòd meatus ferri, melius congruant meatibus alterius ferri. duo poli ſimul duplo plùs ferri ſuſtinent, quàm vnus, eò quòd duplo plus aëris de loco ſuo diſiiciant, duplicetur que propterea virtus aëris ferrum ad Magnetem applicantis.

Explicatur etiam facilè refractio virtutis Magneticæ, quæ ſe extendit ſecundum longitudinem laminæ ferreæ. Cur ſcobes ferrea ſe diſponat eô modô quô mouentur particulæ ſtriatæ. & alia multa quæ ipſe etiam ſtrictim perſequitur.

Contra iſtam hypotheſin multa poſſunt obiici. Et primò quidem vt attractionem aggrediar. ſi Magnetem inter, & ferrum interponatur quodcumque corpus ſolidum, nullus aër loeò mouebitur, non deſinet tamen attrahi ferrum, igitur hæc attractio non ſequitur, ex vacuitatibus, aut diſiectô aëre, & tertô Magnetem impellente aut ferrum.

Secundò particulæ ſtriatæ, in ſpiras conuolutæ, non iuuant hanc attractionem; nam vt inſiſtam, ſpiris à quibus ducta eſt iſta ſimilitudo, impoſſibile eſt, vt ſi dentur duo corpora in cochleas perforata, cylindrus in cochleam pariter conuolutus, qui vtrique corpori inſeratur, ea coniungat, quoties enim ſpiris duo corpora remota coniungimus, debet cylindrus qui intromittitur, adhærere vni corpori, vnde capitatum efformamus, huiuſmodi cylindrum, vt in vno corporo firmus permaneat, illudque ſecum vehat.

Tertiò ſi ſpiræ iſtæ aërem diſiiciunt & è loeô ſuô propellunt, quidni alia corpora ſolida non propellunt. nam ſi in aëre ita laxi eſſent pori, vt particulæ ſtriatæ in iis liberum motum haberent, haud dubiè loeô non moueretur, certum tamen eſt multa dari corpora, quorum pori ſunt minores poris aëris, ea tamen corpora, non propellit virtus Magnetica, ſed ſolum ferrum, aut Magnetem indebitè applicatum. nam ideo propellitur magnes indebite alteri applicatus, quia nempe particulæ ſtriatæ ab vno egreſſæ, alterius poros ingredi non poſſunt; ergo ſi applicetur quodcumque corpus, per cuius poros ingredi non

possint particulæ striatæ, illud etiam expelletur à vi Magneticâ nullum tamen hactenus inuentum est corpus,quod hôc modô repelleretur.

Displicet etiam hæc hypothesis, quod nimis multa assumat, & sine exemplo in aliis agentibus, natura enim sibi constat, & quem in vnô corpore agendi modum obseruat,illi in aliis etiam agentibus seruatâ tamen proportione insistit.

## PROPOSITIO X.

### Theorema.

*Argumenta suadentia id quod à Magnete propagatur accidens esse.*

Quamuis difficiles sint hypotheses, quas hactenus proposuimus, multasque, & inuoluntas difficultates patiantur,si tamen rem attentiùs perpendamus, vix vlla hactenus allata est ratio,quæ substantiale illud effluuium conuelleret; sed tantùm multa obiecta sunt modis explicandi, quibus effectus Magneticos, per solum motum localem illarum substantiolarum explicare voluerunt. in hac autem Assertione nonnulla afferam quæ directe suadere videntur, virtutem illam, à Magnete per medium propagatam accidentalem esse,

Probatur Primò. Id quod compenetratur cum omni omninò subiectô, penetratione propriè dictâ, nec est principium permanens, & fixum operationum immanentium, quæ tali subiecto conueniunt,illud esse accidens necesse est, sed id quod in mediò à Magnete propagatur, est huiusmodi: ergo illud est accidens. maior est certa, nam primò quidquid hôc modô cum omni corpore compenetratur, non est substantia perfecta, corpoream intelligo, quia non caret suâ quantitate, cuius effectus formalis inter alia hoc habet, vt reddat suum subiectum impenetrabile. non est etiam forma substantialis,quia forma substantialis debet esse principium permanens, & fixum operationum tali subiecto conuenientium, est enim nota, charaster & distinctio formæ substantialis ab accidentibus. Probatur minor quo ad primam partem; nam virtus Magnetica æqualiter agit, trans quælibet corpora, sed nisi cum corporibus compenetraretur non ageret trans quælibet corpora, ergo cum illis compenetratur. Si enim non compenetraretur, poterit tantum se per poros insinuare, sed est incredibile in omni omninò corpore dari poros. & tot dari vt æqualiter permeet hæc virtus, corpus quantumuis durum, & compactum, quàm aëreum, præcipuè cùm etiam permeet omnia liquida, in quibus propter fluiditatem pori subsistere non possunt. alioquin dicendum erit omnia corpora esse perforata ad modum cribrorum, quod sine euidenti ratione asseri non debet, & hoc licet admitteretur nunquam tamen cogitari posset æqualiter transmitti virtutem Magneticam. denique dicendum est, vel nullum esse in natura accidens, vel emanationem illam Magneticam accidens esse, ideo enim, & lumen censent communiter philosophi esse accidens, quia nulla in christallo diuisione facta, recipitur, eam transmeat, & peruadit, idem dicendum est de calore, frigore cæterisque accidentibus. vnde vel nullum erit in totâ naturâ accidens, vel istud in numerum accidentium referendum est. nam alia accidentia,non nisi ægrè & cum difficultate in aliquibus subiectis recipiuntur, cum tempore in illis diffunduntur, vt lumen in solis diaphanis, calor vt lapides penetradat tempus requirit. istud autem per omne omninò subiectum diffunditur.

Hoc est præcipuum huius Assertionis fundamentum.

Probatur Secundò. Nulla substantia propagatur in instanti per medium aliquod; sed virtus Magnetica, diffunditur in instanti per medium; igitur substantialis non est. maior est certa quia substantia, non propagatur nisi per motum localem, omnis motus localis fit cum successione, & tempore. minorem probat experientia, nam vbi primùm intra Sphæram actiuitatis Magnetis,constituitur versorium statim, conuertit se, & mouetur; ergo in instanti virtus Magnetica, ad versorium vsque peruenit.

Vt verum fatear hæc ratio non vrget; quia etiamsi esset aliqua successio in tam modico spatio, non aduerteretur, præcipuè cum posset dici deferri simul cum Magnete, totam vt ita dicam eius athmosphæram, propter connexionem eam, quam habent inter se illi spiritus Magnetici: qui saltem æquè benè connectuntur, ac partes scobis ferreæ, Magnetismo imbutæ. denique si simile argumentum, non censetur habere vllam vim ad probandum lumen esse accidens, neque etiam aliquam obtinebit in hac materiâ, in quâ Sphæra actiuitatis est ita parua, vt aliquos pedes non excedat.

Probatur Tertiò. Quòd non tantùm in suo primo esse; sed etiam in suo conseruari, dependet ab agente creatiô,illud est accidens, non substantia; sed id quod a Magnete propagatur per medium, ita se habet:ergo non est substantia, sed accidens. maior videtur certa, quamuis enim hæc dependentia connaturalis ab aliquô agente, non sit proprietas quartô modô accidentium, & pleraque accidentia eam dependentiam non habeant, hæc tamen nulli substantiæ conuenit, ob perfectionem suam, vt cuius debet esse primum principium suarum operationum,ita vt sicut non dependet ab aliis in suo operari; non dependeat etiam in suo esse. minorem probat experientia, nam amotô Magnete cessat tota virtus quæ per medium diffundebatur, nec ampliùs dirigitur versorium; eo modô quô dirigebatur præsente Magnete.

Neque etiam quidquam probat hæc ratio. primò etiamsi perseuerarent in mediò hi spiritus Magnetici, cum sint eiusdem naturæ, cum spiritibus Magneticis, quos consequenter dicunt a tellure, aut etiam a cœlo emanare, se iis conformarent, iuuarentque eam directionem, quæ polos terræ respicit, neque enim ex eò quòd idem effectus cessat, propterea iudicare possumus semper totam causam adæquatè sumptam, amotam esse, aut cessare, cum vltima determinatio ab vnâ parte peti possit. Secundò si isti spiritus aliquam adhuc connexionem habent cum Magnete,asportantur simul cum illo,sicut scobs ferrea adhærens vni polô, simul cum Magnete transfertur, propter eam, quam ad Magnetem adhæsionem habet. quod magis est verum de his spiritibus, si dentur, vt pote tenuioribus, grauitateque

temque nullam aut certè modicam habentibus.

Probatur quartò si id quod à magnete propagatur, non esset accidens, sed substantia, ea vtique decisa esset à magnete, sed hoc dici non potest, ergo non est substantia. maior videtur facilè probari posse nam magnes non inuenit in aëre, aut in aliis corporibus per quæ propagatur, eius virtus, dispotiones necessarias, vt producat spiritus magneticos; ergo illi à magnete ipso per motum localem emanant. minorem autem probo, si magnes continuum haberet magneticorum spirituum profluvium statim exinaniretur, & periret, aut saltem notabiliter minueretur eius virtus; cum tamen per multos annos integer perseueret sine vllo virtutis suæ decremento.

Responderi posset non sine aliqua probabilitate, verum esse quod decursu temporis decrescatur virtus in magnete, nisi nutriatur scobe ferrea, è qua educit spiritus sibi consormes. melius adhuc, & probabilius dici posset, suppeditari à terrâ spiritus magneticos, & quô fit, vt optimus modus conseruandi magnetem sit vt situm naturalem respectu terræ obtineat, eiusque polus boreus, inclinetur ad polum boreum, terræ hôc enim modo diuturnitate temporis impragnabitur spiritibus magneticis è terrâ erumpentibus. nam si ferrum quod per centum annos eundem situm obtinuit, tam validè virtutem magneticam ebibit quidni etiam magnes. Immò posset aliquis dicere non à magnete in orbem emitti istos spiritus, sed colligi circa illum spiritus a terra emissus, cum quibus potest magnes agere, in alia corpora magnetica, quæ licet videantur à maguete distare, non distant tamen ab agente totali. quod autem circa illum colligantur, spiritus à terra emissi, potest ostendere directio quà magnes liber & in æquilibriô positus se dirigit ad polos terræ.

Ex his vides nullum validum argumentum afferri ad probandum virtutem à magnete per medium diffusam accidentalem esse, nisi primum, petitum scilicèt ex eo quod hæc virtus æqualiter omnia corpora penetret.

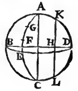
## PROPOSITIO XI.

### Theorema.

*Modus explicandi hanc virtutem accidentalem a Gilberto propositus expenditur.*

Quemadmodum supra propositis argumentis quibus virtus Magnetica substantialis statuebatur, difficultates ferè insuperabiles in variis, aut horum modis explicandi, ita etiam æquom est, vt postquam conati sumus probare eandem virtutem per medium diffusam accidentalem esse, expendamus etiam, diuersos explicandi modos, nam magnes hoc habet, vt eius præcipui effectus in polis eluceant, & non vniformiter diffundantur in orbem, contra leges agentium cæterorum, quod quomodo fiat inter authores non constat, & forsitan iis pares rependemus vices, & non minora absurda in eorum explicationibus inueniemus, quàm sint ea quæ in variis recentiorum, vt vocant, commentis deprehenderunt.

Gilbertus qui primus Magnetis naturam inuestiganit, præcipuáque experimenta attulit, quæ modò demiramur, laudandus in eô maximè, cùm deprehenderet cæterorum agentiũ leges, non obseruari accuratè in Magnete, qui vires suas præcipuè in duobus polis, exereret, diuersas vtique, & sibi inuicem contrarias. Duo asseruit, primum




Magnetis verbi gratiâ ABCD, æquinoctiali plano BD diuisum esse imperium, ita vt omnia puncta vnius hæmisphærij, agant versus polum illius hæmisphærij, non quidem directè sed quasi secundùm ductum meridianorum, à punctô E immittitur verticitas in F, ab EF in G; ab EFG in A. similiter contingere asserit in alio hæmisphærio vsque ad polum C. Vt autem præterea corroboret virtutem axis A C; asserit punctum verbi gratia H, immittere suam virtutem versus interiora, hoc est versus axem AI, nullam autem exteriùs versus partes D.

Hæc est Gilberti sententia, sed multò plura hic reprehendenda puto quàm in priùs propositis hypothesibus. loquuntur enim hic de immissione virtutis, quasi de factô daretur motus localis. quare vt conuellam penitus, hæc omnia, & quæ dicentur inferiùs meliùs intelligantur, & quem sensum habere debeant.

Dico Primò. Magnetem totum esse vnius naturæ. intelligo secundom partes quaslibet sensibiles, non enim intelligo, cum diuidi vsque in minutissimas atomos, posset enim dubitari, an ita contusus virtutem suam conseruaret, sed assumo partem sensibilem: cum aliâ item sensibili. & assero Magnetem totum esse vnius naturæ, & eiusdem eius singulæ partes.

Probatur experimentô communi, si resecetur quælibet pars, tàm quæ prope polos, quàm quæ in æquinoctiali iacet, non maiorem habet virtutem vna quàm alia, & si sint æqualis magnitudinis, æqualiter ferrum allicient; æqualiter vtraque suos polos habebit. Suppono enim Magnetem vniformem, & secludo accidentia nonnulla, cum ergo similes omninò effectus vtraque pars producat; gratis fingerentur esse diuersæ naturæ. hæc assertio præcisè non est contra Gilbertum.

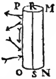
Dico Secundò, Ad quamcúmque Magneticam actionem concurrere vtrúmque hæmisphærium, vnde si hoc vocetur corroborare virtutem vnius poli, eò quod hæc actio circa hunc polum exerceatur, falsum esse quod dicit Gilbertus, vtrúmque hæmisphærium virtutem sui poli corroborare, non autem virtutem poli oppositi, seu in alio hæmisphæriô existentis. dico igitur quemcúmque effectum productum circa polum, verbi gratiâ boreum, siue is sit communicatio virtutis obelô, siue adhæsio ferri, dico hunc effectum dependere ab omnibus, & singulis partibus vtriúsque hæmisphærij.

Probatur Experimentô, si actio quæ exercetur prope

prope polum boreum, non dependeret ab hæmisphætio australi; auolsô, hæmisphætiô australi, non minor aut minùs intensus sequeretur effectus; sed experientiâ compertum est, resectô vnô hæmisphætio, imminui talem effectum, nec tantam virtutem communicari: ergo hic effectus ab hæmisphætio australi dependet. quotiescúmque enim aliquid quod de se actiuum est, requiritur ad actionem, non est illi deneganda virtus actiua; sed hæmisphætium australe requiritur; vt sit intensior actio, quæ circa polum boreum exercetur: ergo hæmisphætium australe ad eam concurrit.

Dices quoties fit separatio australis hæmisphætij, toties fieri nouom totum & mediam partem hæmisphætij borealis euadere australem, nouúmque modum agendi acquirere, desineréque corroborare polum boreum, sed incipere suas vires emittere ad nouum polum australem. Sed quæro quomodo hæc media pars hæmisphætij borealis, quæ dicitur post separationem, fieri australis diuinate potest, resectum esse hæmisphætium australe, si nihil ab eo recipiebat, nullumque augmentum virtotis ab eo habebat, quare concipi nullô modô potest, quomodo determinetur ad nouum modum agendi, & desinat posse coagere cum polô boreô; cùm antea posset, sine cooperatione hæmisphærij australis. vnde contra omnem rationem est iste modus agendi. præcipuè cum nulla sit pars, quæ polus esse non possit per varias diuisiones, vnde dicendum est omnes, & singulas partes, ad quameumque actionem Magneticam concurrere, in quàcumque tandem Magnetis parte exerceatur. quod si hoc vocare velis virtutem suam emittere, & alicuius partis vires corroborare, dico nullam esse quæ in omnem partem virtutem suam non emittat, & cuiuslibet vires non corroboret & augeat, & hoc conuenienter legibus omnium agentium, quæ in omnem partem agunt.

Multò minus subsistere potest; id quod asserit idem Gilbertus, nempe doctô planô KL axi AC, parallelô, vim omniū punctorum totius segmenti ACLK, ad interna ferri, & corroborare, vt ita dicam virtutem ipsius axis, si enim omnia puncta illius segmenti possunt tantùm agere versus partes internas, factâ reali diuisione sequeretur, quòd obelus superficiei KL; applicatus illi non adhæreret, sed hoc est contra omnem experientiam; ergo segmentum propositum, non tantùm virtutem suam ad interna dirigit, sed etiam exteriùs agit. alioquin si daretur magnes cylindricus qua-




em figura MNOP repræsentat; sequeretur (inquam) superficiem MN, nullos effectus Magneticos posse prodere, quippe quæ sit parallela axi RS, atq; adeò cuius virtus ad internoa dirigi debeat, certum autem est experientiâ in huiusmodi Mag-

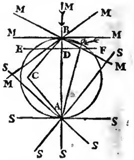
tibus, etiam superficiei extimæ, obelos adhærere; & quò fuerint propiores extremitatibus, eo rectiores eidem insistere.

## PROPOSITIO XII.

### Theorema.

*Modus explicandi virtutem Magnetis accidentalem, à Patre Cabæo propositus expenditur.*

Hic modus explicandi à Patre Cabæo, omnibus exceptô Patre Leoutaud probatus est, pona-




mus ergo Magnetem, Sphæricum cuius polus A australis, B boreus, vult igitur ex singulis Magnetis punctis, sumatur vnum C pro omnibus, duos radios emitti, ad vtrumque Magnetis polum A, & B, nempe radios CB, CA, qui collecti in polis A & B. debent concipi foràs prodire, & spargi in omnem partem, quasi essent A & B duo centra, & non tantùm foràs prodire, sed etiam ex centris A & B, intra ipsum Magnetem diffundi, immo & incurrere in radios à quibus nati sunt, & hôc modô refusi radij, dum penetrant ipsum Magnetem eodem modô se habeot, ac si penetrarent purum medium, & diffunderentur in aëre, quare Magnetem non afficiunt, vult etiam Cabæus omnes istos radios à polis diffusos duplicem habere faciem, vt omnium radiorum BM, facies B in polô scilicet sit borealis, facies autem M meridionalis sit, pariter omnium radiorum AS; facies A australis sit, facies S Septentrionalis.

Radij item qui à quibusuis punctis C ad polum protenduntur, nullum actum Magneticum exercent, neque obelum conuertunt, sed tantum ipsum Magnetem ad polos dirigent. agendi autem actione vt ita dicam externâ, & transeunte munus demandatur radiis à polis A, & B prodeuntibus. hi tamen radij in omnem partem sparsi vim agendi non habent à polis ipsis, sed à partibus C à quibus procedunt, quæ intelliguntur agere per radios quasi in polis B & C fractos, & reflexos. Ex quó sequi volunt Sphæram actiuitatis Magnetis non Sphæram imitari, sed oualem figuram.

Egregium haud dubiè commentum, contendo autem nullum in hypothesibus hamatarum, ansulatarum atomorum, aut cochlearum earresij esse

esse minùs probatum, & gratis confictum, ita omnia explicatis terminis euanescunt, vt ostendo satis aperte.

Primò modus agendi longè diuersus à modô agendi consuetô, quô agentia productiua qualitatum communiter in philosophiâ peripateticâ, agere dicuntur introducitur; nullum enim agens non in orbem agit, cur ergo pars quæcumque C, duos tantum radios emittit vnum ad polum A, alterum ad polum C. quare ad alia quæcúmque puncta, radios non emittit. lucidi quæcúmque pars in omnem lineam radios emittit: cur hic non obseruatur idem agendi modus, afferatur aliqua potior ratio. deinde ostendo positiuè à puncto quôlibet C, alios radios emitti, diuidatur magnes sectione parallelâ æquatori, quam hic repræsento per lineam EF, fiet nouus polus D, & punctum quodlibet C, radium ad illud profundet, ergo etiam anteâ, talem radium emittebat, quid enim punctum C, determinare potest ad nouum agendi modum, non resectio, & separatio segmenti EBF; cum enim nullam ob eô vim agendi haberet, non est cur tô separatô incipiat de nouo agere in punctum D, & desinat emittere radium CB, ergo antea agebat. hoc enim argumentô iure refellit Gilbertum, Cabæus, qui contendebat vtrúmque hæmisphærium non coagere cum aliô, sed tantùm corroborare virtutem sui poli.

Secundò polus non est alterius naturæ, quàm quælibet alia pars, vt iam probauimus suprà; cùm nullum sit punctum, quod per aliquam diuisionem non possit fieri polus: ergo non est potior ratio cur puncta A, & B virtutem habeant refringendi radios à cæteris partibus emissos, & dispergendi in omnem partem. non erit potior ratio cur puncta A & B, non sint actiua cæteris omnibus agentibus. (vult enim Cabæus per radios refractos, & reflexos in polis, polos ipsos non agere: sed partes à quibus emissi fuerant huiusmodi radij) cur solus radius AB, sit irrefractus, cur procedendo ex B in A, sit australis & ex B in S, sit pariter australis; multáque alia, quôrum nullus vnquam afferre poterit rationem.

Tertiò cum Cabæus asserat radiorum in polis collectorum partem alteram vltra polum procedere, aliam verò intra Magnetem regredi; quæro à quô determinentur ad vlteriùs procedendum, à quô ad regrediendum intra Magnetem.

Quartò cum Asserat Cabæus radios collectos in polo B, rursus reflecti in omnem partem, cum radiorum omnium, à singulis partibus emissorum, facies B sit borealis, & pariter omnium radiorum à polo B, in omnem partem dispersorum facies B, sit pariter borealis, sequeretur duas facies boreales, vnam radiorum à singulis partibus emissorum, alteram radiorum in omnem partem remissorum, coalescere in puncto B, quod est contra communes leges Magneticorum quorum facies eiusdem denominationis inimicæ sunt, & contrariæ.

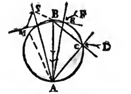
Quintò sequeretur partes hæmisphærij borei esse australes, & communicare virtutem conuertendi se ad boream. ducatur enim radios BO, certum est experientiâ quod si versorium ad polum B, obuertat cuspidem acûs, eandem cuspidem obuertet ad punctum O: contrarium tamen eueniret, nam radij BO, facies O australis est, & facies B borealis, quamuis enim ductô radiô AO, respectu radij AO facies O sit borealis, quia tamen radius AO longior est radiu BO, & consequenter longiùs distat à fonte suô, debebit præualere facies radij BO, & esse australis, & alterius denominationis, quàm sit punctum B, vnde extremum versorij quod respicit punctum B, non respiciet punctum O.

Sextò inuenio maximam Incongruitatem, quod eadem pars O, radios & facies diuersæ rationis exciperet, vnde in puncto O esset contrarietas, & lucta, sensimque destrueretur omnis virtus in puncto O.

Septimò inuenio quòd cum radius ABM, qui vltra Magnetem protenditur, habeat faciem meridionalem in puncto M, si illi admoueatur versorium, aliud extremum versorij attrahere debebit, quàm quod a puncto B allicitur, quod etiam est contra experientiam, ergo falsum est eum radium BM, ita esse constitutum, vt punctum eius M, sit meridionale, eô modô quô punctum A, radij BA australe est. vnde puto istas radiorum diuersas facies omninò confictas esse.

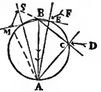
Octauò pars radij ABM, quæ est extra Magnetem, & potentissimè allicit Magnetica, esset valde debilis, & minoris virtutis, quam quilibet alius radius, nam radij procedentes à duobus polis oppositis, In eo radio coalescunt, nempe radij procedentes à punctis A & B, vnde ille radius vltra B, quatenus procedit à puncto A, semper conseruat suam faciem borealem etiam vltra B, quatenus verò procedit à polo B, vltra B nempe in puncto M, habet suam faciem borealem, ergo duæ facies ibi coalescunt, in eodem puncto, impediúntque inuicem suam actionem.

Nonò si quælibet pars Magnetis mitteret radios suos ad polos, qui deinde in omnem partem remitterentur, etiam per Magnetem, Ita vt magnes respectu radiorum hôc modo reflexorum haberet rationem puri medij, nulla afferri posset ratio, declinationis Magneticæ, nam communis ratio quæ affertur declinationis Magneticæ, est imperfectio alicuius partis, aut excessus perfectionis vnius supra aliam, sed hic excessus, aut hæc Imperfectio non posset causare declinationem, cum enim omnes radij confundantur in polis, impossibile est assignare radium qui ad hanc potiùs partem pertineat quam ad aliam, sed omnes ad singulas pertinent. igitur non erit vlla ratio cur vnus præ alio radius deficiat, multò minus in regressu poterunt detorqueri à planô meridianô, ob imperfectionem alicuius partis, cum respectu radiorum sic acceptorum magnes se habeat, vt purum medium, & in hôc nulla debet haberi ratio perfectionis, aut imperfectionis partium.




Decimò. Ratio quam in sua hypothesi affert Inclinationis Magnetis nulla est. ideo enim asserit

versotia inclinati ad Magnetem, quia cum procedant duo radij BC, A C obelus C D, potiùs




se conformat radio BC, vt pote breuiori, quàm radio AC longiori: ideò inquit sequitur inclinatio, ostendo longè aliter rem se habere, nam in puncto E, radius sequitur potiùs ductum radij AE, longioris, quàm radij BE breuioris: ergo falsa est eius ratio. adde quod si cuspis E, obeli E F se conformare debet radio B E, furcinula deberet quantùm potest, sequi radium A E, ita vt alia longe conformatio sequi debeat nempe qualem vides in MS.

Denique vt omnia complectar, hæc hypothesis loquitur de radiis eodem modô, ac si daretur, fluxus & motus localis alicuius substantiæ. quæro enim quid sit omnia puncta Magnetis emittere singulos radios, ad pulos A, & B.

An aliquid in polis producunt, & hoc non, nã nullum simile agit in simile, vt commune fert axioma philosophorum, partes autem Magnetis sunt similes & æquales: igitur falsa est illa radiorum in polis collectio. vel quod ita singulæ partes agunt per radios in polis refractos, & hoc non, quia vel singulæ per omnes agerent, vel singulæ per singulos, non primum. nã hic agendi modus est alienus ab omni modo agẽdi. nec afferri potest aliqua ratio cur ita agant, & cur hæc qualitas præ omnibus aliis, hunc heteroclitum agendi genus sibi vendicet. nam cum penetrari possit cum omni subiecto vero, lineas rectas, vt breuissimas sequi deber, nullósque circuitus, & ambages sectari, nam circuitus isti oriri non possunt, nisi ex eô quòd qualitas in aliquo subiecto recipi non possit: aut cum aliqua difficultate in eo subiectatur, vt accidit in refractione, & reflexione luminis. vnde tanta irregularitas satis indicat non esse qualitatem, sed spiritus, qui venas, & ductum mearuum, & pororum consectentur. quid tamen sentiendum sit non adhuc definio.

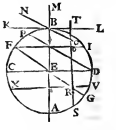
## PROPOSITIO XIII.

### Theorema.

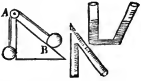
*Modus explicandi virtutem Magnetis accidentalem à R. Patre Leotaud propositus expenditur.*

Pater Leotaud animaduersis incongruetatibus, quæ in aliis duabus hypothesibus inueniebantur, nempe quod & insolitum agendi modum inueherent, neque tamen experientiis responderent, alium agendi modum excogitauit quô & meliùs experimentis responderet, neque ita abhorreret, à communi agentium modo. duo ergo sibi obseruanda statuit, nempe vt primò rationem haberet qualitatis in Austrum, & boream suum subiectum dirigentis, & in eo aliquatenus imitãntis grauitatem, quæ per lineas rectas quantùm posset ad centrum vniuersi inclinaret, & consequenter cuius effectus formalis, ad eos semper terminos impelleret. Secundò meminisset modi consueti agentium naturalium, quæ in orbem suas qualitates producerent.

Asserit igitur primò quodlibet punctum Magnetici corporis in orbem agere, & non tantum vnum radium ad polum sui hæmisphærij emittere vt volebat Gilbertus, aut singulos ad vtrúmque polum, sed in omnem omninò partem, ita vt virtus quam emittit quatenus boream respicit, borealis sit, quatenus vero ad austrum procedit sit australis, hoc est virtus quæ à quolibet Magnetis puncto emittitur locomotiua est, nempe in boream, & in austrum, pro vt vergit in boream, & in austrum. quod vt meliùs intelligatur considerar varia puncta quæ in Magnete considerari possunt. Sit ergo magnes AB, cuius poli, A




& B. æquator CD, primò consideretur quomodo agat centrum E, contendit autem centrum E, agere primò in omnem partem, sed vbique producere virtutem motiuam versus Septentrionem, & Austrum, ita vt punctum E secundùm lineam EB, virtutem producat borealem, secundùm lineam EA australem, & hoc directè, & quasi perpendiculariter, non quod in axe EB, non inueniatur virtus australis seu mouens ad Austrum, sed ea pro vt motiua est ad austrum in radio EB; non procedit à puncto E, sed ab alio quocúmque puncto, pariter in radio EA, nullam centrum E producit virtutem motiuam, aut directiuam nisi ad Austrum. agit etiam idem centrum per radios EG, EF, ita vt virtus quæ ab ipso producitur in radio EF, sit pariter borealis, quæ verò in radio E G australis licet in eodem radio E F, sit etiam virtus australis, non tamen producta à puncto E, sed ab aliis punctis.




Addit insuper virturem à puncto E productam in radio EF, borealem quidem esse, quia tamen in radio EF, obliquo, consideratur, tantas vires

vires non habet; ac virtus quæ in axe, eôdem prorsus modô, quô grauia super planum inclinatum posita, multum amittunt de suis viribus, eò quòd grauitas deorsum inclinet, per lineas perpendiculares. vnde motus qui fit per planum inclinatum, cum habeat multùm, de præternaturali; minores vires habet quas perpendicularis metitur, nam velocitatem acquisitam in totô aliquô planô, hoc est velocitas acquisita per totum planum AB, licèt longiori, æqualis est velocitati acquisitæ per A C; pariter graue supra planum AB, multùm amittit de suâ velocitate, quia sustentator à plano inclinato, ita etiam qualitas à puncto E, diffusa per radium EF, quia est qualitas motiua sicut grauitas, & directè mouens, per lineam parallelam axi, erit minoris virtutis quàm si diffunderetur per axem; ita vt mensura virtutis quam habet totus radius EF, & qualitas in eo existens, si comparetur cum qualitate diffusa per axem EF, erit sicut EB, ad perpendicularem E H. id multis aliis exemplis confirmari posset, vt syphonum inclinatorum, & cylindrorum, vt explicabimus in hydrostaticâ. quia in omnibus mensura virtutis est perpendicularis. istis non immoror, quia qui plura requiret poterit Staticam, & hydrostaticam nostram consulere. in æquinoctiali CD producitur quidem aliqua qualitas sed quæ sit dubiæ virtutis.

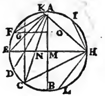
Si placet aliquod aliud punctum Magnetis considerare, verbi gratiâ quomodo agat polus B, vult enim duci eius æquatorem KL, in quô qualitas à puncto B producta, sit dubiæ virtutis, hoc est neque in boream, neque in austrum trahat. virtus in radio BM, producta sit pariter borealis, in BA verò sit australis, hoc est illa qualitas quæ in BA, producitur præcisè à polo B, australis est. quia est infra eius æquatorem, quæ verò producitur in radiô obliquô B N, quamuis sit borealis, est tamen multò debilior, quàm si directè produceretur, qualitas verò producta in BO australis est, quatenus producta à puncto B

Sit propositum aliud punctum H, ducatur eius æquator FI. punctum H in radio H B, virtutem borealem producit, in HA australem, in æquatore F I dubiam, in radio H P borealem quidem sed debiliorem, in radio pariter H D, australem, sed debiliorem, ob obliquitatem radij.

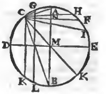
Denique consideretur punctum R, cuius pariter ducatur æquator X V, & axis T S. in axe RT borealem qualitatem producet, in RS australem, in æquatore XV dubiam, in radiô obliquô, RF botualem, sed debiliorem, & in radio R G, australem patiter debilem.

Ex his facilè construemus quam virtutem participet quodlibet Magnetici corporis punctum, primò proponatur polus A, australis, dico in polo A solam esse virtutem australem. quia nullum est punctum in totô Magnete, quod aliam quam australem in polo A qualitatem producat. Sumatur enim centrum M, certum est quod centrum M in toto radio MA, & punctum B in toto radio BA, & punctum D in toto D A, & punctum F, immo & punctum G, in toto GA australem qualitatem producet, quare hoc vnum habemus in polis inueniri, vnicam virtutem, in boreô borealem, in australi australem.

In æquinoctiali quolibet puncto H, omnia puncta quæ in australi hæmisphærio EAH, inueniuntur in puncto H, producent virtutem borealem, sit enim propositum punctum O, ex præ-




suppositis fundamentis punctum O, in toto radio OH, qualitatem producet borealem, australem in OK. E contrà quodcumque punctum hæmisphærij borealis E B H, aget tantùm virtute australi, & cum tot puncta sint in hæmisphæriô australi, quot in boreali, erit in puncto H, & aliis omnibus eiusdem æquatoris tot gradus, vt ita dicam vnius qualitatis, quot alterius.




Proponatur denique quodcúmque punctum C, in hæmisphæriô australi DAE, dico in eò virtutem australem præualere, ducatur enim planum CF, parallelom æquatori DE, omne punctum in segmento CAF existens, in puncto C qualitatem producit, & omne punctum segmenti C B F, in eôdem puncto C, virtutem australem emittit; sed plura sunt puncta in segmento CBF, quam in segmento CAF, ergo qualitas australis præualebit.

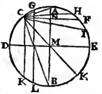
His principiis præsuppositis, facilè explicabuntur omnes proprietates Magnetis. Primò quòd magnes maiorem exerat virtutem per polos, quàm per quæcúmque alia puncta. quia soli poli virtutem habent vnius rationis, alia verò habent aliquid admixtum contrariæ qualitatis, & quò longiùs à polis recesseris; eò plus admiscebitur contrariæ qualitatis, & pauciora puncta directè qualitatem præualentem producent, vt in puncto C, sola puncta in radio CK, producunt qualitatem australem directè in puncto C, in puncto vero G, puncta omnia in radio KC existentia, & sumptis in punctis C, & G, radiis similiter inclinatis, plura semper puncta inuenientur, producentia qualitatem in puncto G, quàm in puncto C.

Hinc ablatô per resectionem C A F, punctum C, maiorem ostendet virtutem australem, quàm antea, quia puncta omnia quæ erant in C A F, in puncto C producebant borealem virtutem, quæ australis vires videbatur retundere.

Constat etiam quòd si magnes secetur per æquatorem primarium ED, quod idem perseueret in

 QQQq 2 segmento

ſegmento DBE, polus B, quia pariter in eo ſegmento nullum erit punctum, quod in polo B




aliam producat virtutem, quàm borealem: vt percurrenti omnia puncta ſatis oſtenditur,& nullum eſt, in quô aliqua qualitas auſtralis non producatur. Alius polus erit in centro M. quia licèt alia puncta totius plani æquatoris ſolam virtutem auſtralem habeant,cum nullum ſit punctum vlterius, quòd eam borealem virtutem producant, non habebunt tamen eam virtutem, tam directè productam, primò quia axis BM; eſt omni aliâ lineâ ipſi parallelâ longior, tùm quia ſumptis radiis æquè obliquis in puncto M, & in aliô quôcumque plani DE,ſemper qui ad centrum M ducentur longiores erunt, ex quô fit, vt in puncto M intenſior ſit qualitas, & hæc fuit cauſa cur habita fuerit ratio obliquitatis radiorum.

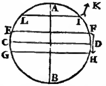
Si verò diuidatur magnes per æquatorem ſecundarium CF, idem in ſegmento CBF remanebit polus B, & in ſegmento CAF polus A. & in vtroque fient noui poli in N, quia plures & directiores radij ducentur ad punctum N,quàm ad quodlibet aliud, plani per CF repræſentati.

Si verò per axem, aut planum axi parallelum, diuidatur magnes, alij fiunt poli, in vtrôque ſegmentô, verbi gratiâ in ſegmentô, ADB, & in ſegmentô AEB; quia autem ſingula puncta non mutant modum agendi; ſed ſimiliter profundunt ſuam virtutem, inde fit vt axis noous fiat, antiquo axi parallelus, duóque in vtrôque ſegmentô poli coaleſcantur, non libet autem modò conſtituere vbi ſint futuri illi poli. quamuis enim puncta A & B, ſint ita conſtituta, vt habeant qualitatem ſine admiſtione contrariæ qualitatis, quia tamen poſt ſeparationem poteſt fieri, vt aliquod aliud punctum, inter polum verbi gratia A, & æquatorem E,conſtitutum, verbi gratiâ punctum H, plures radios minùs obliquos excipiat, quàm punctum A, inde fit vt polus non ſit idem qui erat antea. nam vt diximus ſuprà,iſtæ duæ cauſæ concurrere poſſunt, ad hoc vt maior ſit virtus in vnô punctô, quàm in cæteris omnibus, nempe & quòd minùs habeat contrariæ, & quod radij illam communicantes minus aberrent,à lineâ quæ axis erit,hoc eſt minus ſint obliqui.

Deducit item ex ſuô modô explicandi rationem aliquam,declinationis verſoriorum ſuprà ipſum Magnetem, & bene arguit, quòd nullam, opinio Gilberti, aut Cabæi poſſit afferre, vt ſufficienter oſtendimos, cùm enim ipſe voluerit à quôlibet punctô Magnetis ad quodlibet hanc virtutem propagari,mirum non erit ſi aliqua pars inſignior protuberans, attrahat verſorium cumque a rectô,& meridianô planô auertat.

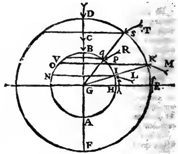
Oſtendit exinde figuram Magneticæ vt voeant Sphæræ activitatis eſſe perſimilem figuræ ipſius Magnetis, quod quidem conſectarium non poſſumus vllô modô experientiis arguere, neque enim poteſt hæc figura ſatis conſtare.

Vult etiam idem author ex ſuâ doctrinâ dari rationem Inclinationis Magneticæ, quam putat perperàm tribui radiis ab vtrôque polô prodeuntibus, vt etiam ſuperiori propoſitione notauimus. applicetur ergo obelus breuior, cui regendo non ſit impar virtus Magnetis, qui primò applicetur in ipsô æquinoctiali, ita vt eius extrema




F & H, hinc inde protendantur, quia in punctô H eſt virtus borealis, eo quod ſegmentum totum GAH, tale ſit in puncto H plures, vt ita dicam gradus qualitatis borealis producet, quam ſegmentum minus GBH, in eôdem punctô H,producat gradus qualitatis borealis, quare ſimpliciter attrahet cuſpidem verſorij, & quia pariter in punctô F, virtus auſtralis præualet; ideô attrahet fureinulam, quia autem ſopponuntur æqualia ſegmenta, ideo erit æqualis attractio.

Quod ſi obelum ab æquatore remoueris;verbi gratiâ in punctô I, quia ſegmentum LBI longè maius eſt ſegmento LAI, in punctô I præualebit auſtralis virtus, quæ furcinulam obeli attrahit, fortiúſque diriget obelum, quàm minus ſegmentum LAI, quod tamen ſegmentum LAI obluctatur, & nonnihil obelum detorquet, à ſitu quem illi tribueret, ſolum ſegmentum LAI, & quò magis ad polum acceſſeris, cum maior ſemper ſit ratio ſegmenti maioris,ſupra minus,eò ſemper minùs, & minùs deturbâbitur à ſuo ſitu.




Explicat denique ſupradictus Pater experientiam ſatis communem, quâ ſi duo obeli applicentur, vnus in quôcumque punctô Magnetis, alius verò in ſimili puncto alicuius circuli concentrici Magneti,intra tamen Sphæram activitatis Magnetis, hi duo obeli ſitum parallelum,aut ferè Parallelum obtinebunt.vult ergo in aſſerculô aut laminâ æreâ, excauari circulum excipiendo, Magnetis maximo circulo, accommodatum, in quo collocetur magnes AB, ita vt poli attingant circumferentiam

cumferentiam illius circuli excauati, sit item descriptus circulus D E F, Magneti concentricus, qui tamen sit intra Sphæram actiuitatis Magnetis. tum primò in axe Magnetis duo applicentur obeli BC, & D clarum est quod congruent cum axe, quia totus magnes AB, singulàque eius puncta non aliam virtutem in BD, producere possunt nisi borealem, adde quod cum omnia hinc inde sint æqualia, nulla apparet potior ratio, cur obelus BC, aut D in vnam potiùs partem deflectat, quàm aliam. ductô deinde æquatore GE, si in punctis H, & E, duo applicentur obeli; clarum est, quòd stabunt paralleli, quia cum in punctis æqualiter distantibus ab æquatore, virtutes sint æquales, respiciantque eôdem modô ambas vtriúsque obeli extremitates; stabunt paralleli vt satis manifestum est.

Ducatur non longè ab æquatore radius GI, secans Magnetem in punctô I, & circulum descriptum in punctô K, eruntque puncta I & K, similia respectu suorum circulorum, applicentur obeli IL, & KM; obseruabuur situm fere parallelum, nam in punctô I est quidem virtus, quæ conuenit parti boreali producta à segmento NAI, cui se accommodaret nisi obstaret segmentum NBI, quod deturbat obelum I L à suô situ, quem nempe habere deberet vi segmenti maioris NAI; sed obelus KM se accommodare debet segmento OAP, & deturbatur à segmento OBP, cum ergo maior sit proportio segmenti OAP ad segmentum OBP, quàm segmenti NAI, ad segmentum NBP, longè meliùs se disponet respectu segmenti OAP, obelus KM, quàm respectu segmenti NAI obelus IL. atque adeò parallelismus non obseruabitur, & quò longiùs distabit KM, à Magnete eò maior erit deuiatio, à parallelismo.

Ducatur denique radius GS; non multùm dissitus ab axe AB, qui secet Magnetem in punctô Q & circulum in punctô S. applicentúrque obeli in punctis similibus I, & S. dicit fore; vt illi obeli, sint sensibiliter paralleli, quamuis enim (inquit) segmentum VBQ, deturbet obelum QR, à situ quem illi tribuere deberet segmentum maius VAQ, & respectu obeli ST, nihil inueniatur tale, sed magnes totus agat eâdem virtute. quia tamen segmentum VBQ; valde paruum est, & non multùm detorquet obelum QR, ideò parallelismus obseruabitur, Hæc est sententia Patris Leoutaud, quam pluribus explicat ostenditque cum experientiis conuenire. Fatendum quidem est; ea quæ asserit longe esse probabiliora, quàm quæ hactenus prolata sunt à Cabæo, aut à Gilberto. multa tamen aut non satis explicata, dubia multa relinquere, aut difficilia mihi videtur.

Primò igitur quæro, an dum radios ab vnâ Magnetis parte protendit, verè intelligat vnam Magnetis partem in aliam agere, eamque accidentalem virtutem producere. tria enim mihi in hac materiâ distinguenda videntur; primò ipsa substantia Magnetis, quæ haud dubiè secundum peripateticæ philosophiæ placita, sua constat materiâ, & formâ; deinde erit virtus illa accidentalis, quam existimat esse proximum principium motûs, quietis, directionis, cæterorúmque effectuum. Tertiô locô erit motus ille localis quô Magnetica corpora mouentur, diriguntur, vniuntur, se inuicem fugiunt. de secundo, vt puto procedit tota quæstio, & quærit an id quod, per medium propagatur, seu per totam Sphæram actiuitatis Magnetis, & quô immediatè magnes agit; sit aliquid accidentale nam de motu locali quisque loquitur secundùm sua principia, neque est huius loci disputare, quid sit motus de formâ substantiali Magnetis nulla mouetur hic controuersia. Sed tantum de virtute illâ accidentali, quam inuehere cupit.

Quæro igitur an duo sint talia accidentia sibi inuicem contraria, expellentia se ex eôdem subiectô, aut saltem se ita temperantia, vt vnum impediat actionem alterius. Si vnicum est, & eiusdem rationis, quomodo in eôdem indiuisibili punctô aut saltem indiuisibiliter sumptô, distinguit diuersas facies, scio quidem vnum, & idem extremum posse habere rationem faciei, seu vltimi termini respectu plurimorum radiorum, quos terminat, sed si ab singulis iis radiis, recipit vnum verbi gratiâ gradum, & illi omnes gradus sunt, eiusdem rationis, non video, quomodo vnus impediat actionem alterius, eò quòd producitur a parte boreali, alter autem ab australi, istæ enim denominationes sunt omninò extrinsecæ, nec mutant rationem agendi, quare ex hoc capite mihi certissimum est, si detur hæc qualitas accidentalis, eam non posse esse vnicam: sed duplicem, neque enim possum concipere diuersas facies in accidente eiusdem rationis, per totale aliquod corpus diffusô.

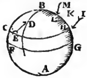
Quod si detur duplex illud accidens diuersæ rationis, quæro an ista duo accidentia sint sibi inuicem contraria, si sunt contraria; ergo se inuicem expellunt ex eodem subiecto, mirum erit quod illa pars quæ plures habet gradus vnius contrarietatis, non producat similes, sed omninò dissimiles, nam polus verbi gratia boreus, qui borealem habet qualitatem accidentalem solam, & maximè intensam producet in totô axe; plures gradus contrariæ qualitatis vsque ad polum australem, & hæmisphærium boreale in quo præualet hæc virtus accidentalis borealis, producit qualitatem australem in hæmisphærio australi, contra communem agendi modum accidentium, quæ ita se habent, vt quæ habent vnum accidens, simile in subiecto vicino producant. non autem accidens alterius rationis: alioquin non obseruaretur commune principium nemo dat quod non habet. Non ita operatur lumen, à quo radiorum istorum desumpta est similitudo.

Quæro tertiò an ista accidentia sint productiua alterius accidentis similis, tam intra ipsum Magnetem, quàm extra, intra tamen Sphæram actiuitatis. Si dicatur vnum accidens esse productiuum alterius eiusdem, aut etiam diuersæ rationis, sequitur quod minùs intensum, aget in magis intensum, pluresque in eo producat radios quàm habeat. Si verò dicatur substantia immediatè producere istud accidens, quidni poterit immediatè producere motum localem, dum opus erit: vnde superfluum erit omne tale accidens.

Quæro quartò an verè vna pars Magnetis agat in aliam; & vicissim hæc ab illâ patiatur. Si hoc admittatur. Quomodo non dabitur actio similis in simile. nam licèt intra luminosi corpus radios cogitemus, non tamen admittimus in bonâ philosophiâ, etiam peripatetica, vnam partem luminosi in aliam agere. sed quamlibet tantùm intra se producere lumen. quod licèt nihil agat in aliis partibus luminosi, neque propterea censemus

dari actionem in distans, etiamsi noo agant ad inoicem, quia actio in distans non censetur illa qua partialia agentia componentia, vnum totale agens agunt indiuisibili actione; licàt illa pars qoæ est distans à paisô, & quæ illud non attingit, sed tantùm coniuncta est cum aliâ compatte attingente passum, nihil producat iu medio. Isti omnes radij qui cogitantur in aliquo agente totali, verbi gratiâ in luminusô, oon semper significant actionem vnius partis in aliam, quæ vt plurimum oulla esse potest, cùm à formâ substantiali totam qualitatem habeant cuius capaces sunt, sed hi radij cogitantur vt indicent dependentiam alicoins actionis exteroæ à singulis partibus agentis.

Addo multa non explicari in hac hypothesi, quæ tamen sunt maximi momenti in re Magneticà. Primò ostendo non explicari declinationem Magnetis, video quidem eam tribui inæqualitati virtutis Magneticæ, & benè: sed expendendum nobis restat, an benè sequatur in propositâ hy-




pothesi. Sit ergo polus boreus B, australis A. Sit aliqua pars C, in quâ magnes sit perfectior, applicetúrqua obelus in plano meridiani ADE, cum pars C sit perfectior, perfectius aget in singula puncta totius Magneris, & in illis perfectiorem producet qualitatem, ipsa autem si de qualitata accidentali quæ est vltimum instromeorum Magnetis ad agendum, cum eam habeat præcipuè à maiori hæmisphæriô CAH, non sequitur propterea in ea perfectiorem esse qualitatem borealem, refunditur ergo tota eius perfectio in omnes partes totius Magneris, in ordine ad qnálitatem accidentalem, quæ est loco motiua, ipsa autem maiorem non habet, nec plus attrahet, quam quælibet alia, hoc videtur sequi in commodum ex hac hypothesi Deinde atiam si ax parte perfectiori C, produceretur qualitas perfectior in extremitate E, quàm ab aliis partibus, hæa tamen qualitas dubia erit, si extremitas E, fuerit io eodem parallelo, & consequenter, neque contraria, neque amica axtremo E, quod australi qualitari amicum est; & consequenter nae repelletur, nee attrahetur: in eo tamen maximè casu datur declinatio. multa alia dici poissent.

Ostendo item non benè axplicari Inclinationem Magneticam, applicetur anim in puncto H, obelus cui regendo magnes non sit impar. in puncto H, datur virros borealis producta à toto hæmisphærio CEH, & benè quidem video eur cuspis obeli adhæreat puocto H, non video tamen quomodo propretea se accommodare dabeat, sagmento CAH, neque quid hoc sit, anne qnod virtus illa puncti H, sit borealis, debeat fieri obelus patallelus axi, si enim auferretur segmentum CBH; deberet esse obelus HI parallalus axi; quod verò deturbetur ab eo situ à segmento CBH, non explicatur quid sit, neque in hac hypothesi explicari porast. anne quia in puocto H, mixta est qualitas ex australi, & boreali præualente tamen boreali, propterea obelus HI, non se conformat axi. Sed coorrà quia si obelus tantum concepisset virtutem ex puocto H, si separaretur à Magnete, rectà tenderet ad meridiem, argo virtus hæc borealis, quæ est io puncto H etiamsi mixta contrariæ uoo debet ad alind punctum tendera, aut dirigera quam meridianum. an deturbare obelum ex situ suo est rapelli cuspidem I à segmento CBH, sed contra segmentum CBH, est productiuum qualitaris australis, cui benà conuenit cum fuscioula I, atqua adeò si producat, id quod producere potest, producet tantum australem, quod si dicas à totó segmentô CAH, in puncto I produci qoalitatam borealem quæ est inimica extremo I, & quia in punctó K est perfectior quàm, io I, refugit K, sed quæro cur non fugiet adhuc magis, donee oeeurrat qualitas borealis minus intensa, aut etiam donee occurrat qualitas omninò australis: quod fit versus hæmisphærium Australe, quara in puncto L, obelus stat ferè perpendicularis, si anim in puncto M, præualet qualitas borealis cur non refugit extremitas M à puncto M, donec occurrat qualitas minùs intensa.

Addo multiplicationem alicuius accidentis, imò & duplicis sine vlla necessitate cum sine illo omnia explicari possint.

Deoique vt breuiter meam mentem aperiam. qualitas non benè conuenit, cum virtute Magneticà eò quòd virtus Magnetica, oecessariò duas inuehat facies distinctas, & proprietatibus diuersis instructas: duæ autam facies in qnalitate compenetrata cum subiecto iouenici non possunt, nec satis distinctæ, vnde sine vlla qualitate totam virtutem Magneticam explicara conabor.

## PROPOSITIO XIV.

### Theorema.

*Magnetica partes possunt immediatè se disponere ad inuicem, sine vlla qualitate superaddita.*

In hac assertione noo loquor de partibus à se separatis, & distantibus, sed de partibus sibi inuicem contiguis, quas contendo posse immediatè sine productione alterius qualitaris, exceptô motu (qui communitar inter qnalitates non recensetur,) Et in hoc contendo nullâ opus esse qualitata in singulis partibus receptâ, aut productâ, quando partes præsentes sunt, & ooo separatæ.

Probatur, dantor plurimæ formæ substantiales, quæ sine productione vllius accidentis ad certam figuram se accommodant, suasque partes peculiari modo disponunt: argo etiam poteric magnas suas partes hôc modô disponere. consaquentia patet in paritate rationis, & ideò quia oulla est ratio, cur formæ substantiali denagetur virtus motiua alterius, & hoc qualitatibus semper tribui debeat. probatur vlteriùs quia formæ substantiales viuentium, habent hoc vt sine productione vllius qualitatis se moueant, & alia etiam multa; potestque sumi paritas à viuentibus ad oon viuentia, modò addatur particula eorum distinctiua,

distinctiua, nempe quod viuentia, id præstent quando sunt, etiam in locô & statu constituta, at verò non viuentia, idem efficiant ad statum connaturalem consequendum. ideò autem hoc habent, quòd non repugnet motum à formâ substantiali produci: ergo nulla inuenietur repugnantia vt motus à forma substantiali procedat.

Antecedens probo innumeris exemplis, etiam non viuentium. semina omnia saltem secundùm multorum opinionem, non viuunt, sed semina omnia hoc habent, vt non solùm partes suas disponant, in ordinem, sed etiam vt partes ab alimentis desumptas pariter distribuant: ergo conuenit huiusmodi facultas aliquibus non viuentibus, neque propterea qualitates introducimus quibus id præstent. præcipuè cum non sit periculum ne agant in distans, omnibus partibus sufficienter præsentibus.

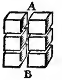
Secundò idem ostendo in cineribus, si enim ex vitibus recenter recisis, cineres facias, quos in aquam tepidam immittas, si congelauerit aqua; huiusmodi cineribus saturata; in eâ apparebunt vitis folia optimè efformata, cum palmitibus suis, idem dicendum de aliis omnibus arboribus, quotiescúmque ex aliquo corpore præcipuè heterogeneó, extrahitur sal arte chymica, hoc est bene comburitur, donec cineres candorem contrahant, tùm hi cineres in aquam præcipitentur, abiectis fecibus, quæ in fundo vasis residebunt, si aqua lento igni imponatur, donec tota euaporetur, restabit sal; experientiâ autem compertum est, sal ex diuersis corporibus eductum varias habere figuras, & easdem semper, quod ex eôdem corpore verbi gratiâ sal commune & marinum, si bene teratur, & in minutissimas partes reducatur, tum in aquam immittatur, donec bene saturetur sale, haud dubiè confusæ erunt, & nullô ordine intricatæ illæ partes, hoc est per aquæ poros dispersæ, si tamen euaporetur aqua, sal coalescet in cubos, quod sine adhæsione peculiari, & motu locali fieri non potest.

Idem dico de christallis, quæ non enascuntur nisi in prismata exangularia, idem dicito de niue, quæ ex stellulis constat. reliqua salia peculiarem, sibi vendicant figuram. tot ac tanta experiuntur quotidie chymici, vt de iis dubitare non possimus. Quis tamen tot Magneticas qualitates multiplicare velit, cum id totum quod præstarent istæ qualitates, immediate ipsi substantiæ tribui possit, tantáque sit difficultas in explicando, quomodo istæ qualitates adducant aut vniant vnam partem alteri, quàm in eô effectu tribuendô immediatè ipsi substantiæ.

In genere ergo omne corpus partibus heterogeneis constans, certamque figuram, aut dispositionem affectantibus, habet in se principium motiuum, & dispositiuum partium, siue id fiat per vnionem, aut adhæsionem partium quam potest immediatè producere, cum non sit difficiliùs, vt ei immediatè, hæc virtus producendi adhæsionem in partibus sibi vicinis, aut motum localem si is necessarius sit, ad coordinationem efficiendam, concedatur; quàm vis producendi in se, aliquam qualitatem quæ id præstet.

Si ergo referatur magnes in numerum corporum heterogeneorum, & facies diuersas, habere dicatur, quarum quæ eiusdem denominationis, sint inimicæ, vt pote quæ quadrare non possint, vt sæpe accidit in rebus artificialibus, neque enim foramen cum foramine, porus cum poro congruit, sed contraria aliquo modo conformatio necessaria est ad vnionem, cur denegabitur formæ substantiali Magnetis, hæc facultas sibi congenita, immò & secum identificata expellendi faciem inimicam, si forte accidat, vt in eam incurrat, sibique vniendi partem amicam. has facies agnoscere licet in quâlibet parte Magnetis recisa; nescirur autem an si in minutissimum puluerem contereretur, hanc adhuc facierum distinctionem retineret, formámque suam substantialem haberet, multa enim sunt, quæ hóc modô diuisa, cessant habere easdem formas. neque enim credendum est, solam combinationem quatuor primarum qualitatem esse dispositionem ad formas, in entibus essentialiter heterogeneis, etiam certa partium dispositio, & combinatio requiritur. ponamus ergo hanc facierum distinctionem dari in Magnete, vt cuius illius partes se fugiant, aut auersentur. si sibi inuicem occurrant inimico situ, possintque & in seipsis motum fugæ producere, & in parte sibi inimica si eam tangat, bene concipio quomodo; si in partibus ex quibus constat scobes Magnetica, perseueret hæc facierum distinctio se mutuô ordinent, ita vt quæ tangit aliam inconcinnè, aut se in ordinem reducat, producendo in se motum, aut ab aliâ vicinâ parte etiam impellatur, sine vllâ productione qualitatis accidentalis, quæ motum producat. Ad quem motum non concurrat tantùm partis tangentis vltima superficies, sed etiam omnes partes, etiam remotiores, neque in eo periculum est, ne agat in distans, eò quòd vnum efficiat totale agens, cum parte contingente, & agente immò, si alia pars infra hanc agentem, benè sit ordinata, eámque contingat, secundùm faciem conuenientem, & amicam, poterit ad talem effectum concurrere, sine periculô actionis in distans, etiamsi in parte intermedia cooperante nihil producat. quia vt iam dixi hæc actio in passum distans, agentis partialis nunquam reiecta est, immò admissa ab omnibus. Iste autem facies omnes sunt sibi inuicem oppositæ, & non laterales, hoc est non in omnem partem directæ, ex quo fit vt Magnetica non coniungantur nisi per accidens ad latera, sed omnis eorum motus ferat secundum axis longitudinem. In hoc concipiendo non video difficultatem, si considerentur facultates quæ cæteris corporibus insunt, vt certam figuram componant. habent enim hoc, vt certum tantummodò motum efficiant. ita virtus Magnetica tantùm in longum protenditur, solùmque est, vt coniungat corpora Magnetica secundum longitudinem vnam; non autem secundum omnes dimensiones. si quando autem accidit, vt corpus Magneticum coalescat ex pluribus partibus secundùm aliam dimensionem coniunctis, primò talis vnio, non est simpliciter à Magnetis facultate; sed ab aliis causis prouenit, & tunc omnes facies eiusdem rationis obuertuntur similiter, similitérque aliæ sibi respondent.

Quod




Quod vt melius intelligatur finge tibi quamplurimos cubos, qui duas facies oppositas tantum habent aptas, vt cum aliis coniungantur, & ad quas Magneti virtus inest coniungendi alia Magnetica, aut repellendi eadem, & hoc quãtùm potest secundùm lineas rectas, ita vt hæc virtus non feratur nisi directè, hoc est motum lateralem non faciat nisi ex accidente, quia aut detorquetur, aut retinetur, hæ facies quæ vnitate notantur eandem plagam respiciant, oppositæ verò oppositam. quæ ita se habeant, vt iam dixi, vt istæ quæ vnitate notantur coniungi non possint, sed si quando accidat, vt sibi occurrant se inuicem expellant.

Ita gutta aqua in terram proiecta siccitatem refugit, & partes suas in orbem colligit, quæ si terram iam madefactam reperisset, cum aliâ aquâ coniungeretur. cæteræ autem laterales cuborum facies non sunt aptæ, vt cum aliis coniungantur, nec se inuicem fugiunt præcisè, aut se inuicem consectantur. vnde tota vis istius Magnetis facta est in ordine ad motum factum tantùm, secundùm vnam dimensionem. Suppono autem globos istos esse minima physica Magnetica, cum enim à me supponatur magnes esse corpus heterogeneum essentialiter: & nullius corporis essentialiter heterogenei forma, ex natura subsistere possit nisi sub certis dimensionibus, debet etiam habere sua minima physica, ita vt sub minoribus stare non possit. concipiantur facies oppositæ de quibus est sermo esse diuersæ quasi naturæ, ita vt quæ vnitate notantur, & sunt obuersæ ad partes A, possint tantum agere versus partes A, aliæ vero versùs partes B, non verò omnino ad latera.

## PROPOSITIO XV.

### Theorema.

*Nullum Magneticum aliud corpus Magneticum afficit, nisi illud tangat immediatè.*

Hæc Assertio videtur omni experientiæ contraria, quà videmus Magnetem trahere ferrum distans. assero tamen ferrum intra Sphæram vt vocant actiuitatis Magnetis positum, quamuis distet à Magnete, non tamen distare ab agente totali Magnetico, ita vt per totum spatium diffundatur, virtus Magnetica substantialis, seu spiritus Magnetici.

Dico ergo hic quod profunditur per medium, vi cuius coniungitur ferrum cum Magnete, non est aliqua qualitas accidentalis per medium diffusa, sed substantiale effluuium, ipsius Magnetis. ita multi censent grauia, si ad maximam distantiam amouerentur à terrâ, non descensura, sed quamdiu tantùm sunt intra athmosphæram terræ: certum est autem athmosphæram terræ, esse substantiale effluuium, ita etiam corpora odorifera suum habent substantiale effluuium. immo vix datur corpus, quod talem spirituum emanationem non patiatur. quamuis non sit perceptible. quidquid autem sit de aliis corporibus, quæ non assero, nisi vt meliùs intelligatur mea assertio. contendo dari tale substantiale effluuium, quod etiam sit actiuum, habeatque suam partialem actiuitatem, pro ratione suæ densitatis.

Probatur magnes agit in ferrum distans ab eô, sed non potest agere nisi aliquid per medium propagetur, quod cum ipso coagat, illud autem non potest esse nisi aut qualitas accidentalis, aut substantialis forma, aut certe aliquid quod non producatur, sed tantum motu locali feratur per medium, sed attulimus supra sufficientes rationes, vt ostenderemus non esse aliquam qualitatem de nouo productam, quæ etiam rationes multò magis valent pro forma substantiali de nouo productâ: ergo restat vt sit substantiale effluuium. non est opus vt eas rationes de nouô afferam. cum eas iam supra attulerim.

Restat mihi tantùm vnicum argumentum soluendum, nempe incredibile esse, vt detur substantia tam tenuis quæ omne omninò subiectum peruadat, & quæ æqualiter omne corpus penetret. quamuis enim daretur talis substantia ita tenuis; vt se per poros insinuaret, videtur tamen, quòd per poros laxiores, aut frequentiores, copiosior esset talis emanatio, non est animaduersum autem, quod ab interpositione cuiuscúmque corporis fiat vlla imminutio talis emanationis, quamuis interponantur corpora maximè compacta, & minime ad sensum porosa. Secundò agitatò medio, deberent auolare huiusmodi spiritus, qui tamen perseuerant, ita vt etiamsi exponatur vento validissimo perseueret tamen eadem diffusio. Tertiò si Magnetes suas attractiones, cæterósque effectus distantes peragant per huiusmodi spiritus, tellus etiam cui conuenire diximus virtutem Magneticam, & acuum nostratum directionem, debebit id præstare, quanta ergo erit spirituum Magneticorum diffusio, cum nullus sit locus in superficie terræ, nullus in domibus, in mari ipsu, in quo acus statui non possit, & dirigi, ergo omnia plena erunt spiritibus Magneticis.

Respondendum est experimentum non esse factum, circa omnia corpora, sed tantum circa duo, aut tria verbi gratia lignum, lapides & cæmenta, saltem in crassitie aliqua notabili. circa laminam ferream non succedet, diffundente se virtute per laminam ferream. circa aurum factum non est hactenus experimentum, neque circa alia multa, & certe omnes fatentur attractionem, seu suspensionem non esse tantam, si vel mediet folium chartæ, ita vt sicut iam supra notaui decrementum sit valdè notabile. in aliquibus corporibus, nulla est differentia in directione acûs suspensæ, quia hic effectus nempe quod acus suspensa, dirigat se ad polos terræ aut ad polos Magnetis, non est effectus præcipuus, & quamuis pauci admodum, spiritus à Magnete, ad acum accurrant; potest tamen sequi ille effectus. quia nempe spiritus ipsi à terra emissi, qui circa Magnetem iam incumbebantur, possunt facilè cohærere cum spiritibus à Magnete emissis. dicendum igitur est illos esse valde tenues, posséque per poros cuiuslibet corporis se facile insinuare. si enim experimur odores afflixos materiæ ita crassæ, vt videri possit, nihilominus se insinuant, per rimas & poros tenuissimos, quid ni etiam cogitare possumus spiritus millecuplò tenuiores, qui per poros adhuc minores transmitti possint. certum est enim naturam etiam in minimis rebus diligentissimam

simam esse. ita in pulice distinguimos membra exactè elaborata, ope microscopij, quæ nunquam nobis in mentem venissent, & certum est esse alia adhuc tenuiora quàm vt sub visum, quantócumq; specillô adiutum, & corroboratum cadant. vnde quò ad hoc nullam difficultatem patietur qui opera naturæ, paulò attentiùs perspexerit.

Quod pertinet ad spiritus Magneticos à terra emissos, quid esse possunt respectu tantæ molis, cum nunquam experti simus vllum effectum Magneticum, nisi in extremâ eius superficie, aut in summis montibus, an verò vlteriùs protendatur Sphæra actiuitatis illius, hoc porro nescimus.

Dices si terra dirigeret Magnetica, per spiritus emissos, cœlum ipsum tellurem dirigeret per spiritus Magneticos, quanta autem copia spirituũ à cælo emissorũ, ex hac assertione sequitur. Respondeo verè plurimos requiri spiritus, vt tellus dirigatur, & à tantâ distantiâ. Sed nó puto difficiliùs esse spiritus emittere quàm accidens producere: fauet autem huiusmodi spiritibus, quòd in alijs corporibus frequentes animaduertuntur. quare ergo ingentibus illis corporibus pro ratione suæ molis denegabuntur.

PROPOSITIO XVI.

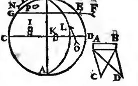
Theorema.

*Quomodo fiat attractio.*

Difficultatem quæ supra diffusionem spirituum Magneticorum, fiebant, præcipuè in eo fundabatur, quod etiam admissô hoc substantiolarum effluuiô, non poterat tamen attractiu ferri a Magnete, satis explicari. Si tamen attentiùs rem totam perpendamus, difficultates enascebantur, quòd authores vellent per simplicem motum spirituum, sequi attractionem ferri, in quô illos ad varia commenta descendere necesse fuit. nolo autem vllum spirituũ istorum motũ necessarium esse; sed tantùm eos virtutem Magneticam habere, similibus facieculis prædìtos esse, similiter connexos vi istius Magneticæ facultatis, sicut scobis ferreæ Magnetismo imbutæ minutissima quæque fragmenta inter se connexa sunt. Ex quibus sequitur, quod cum toto Magnete vnum totale agens componere possint, nec maior sit difficultas in explicanda attractione distantis ferri, quàm in explicandâ adhæsione tangentis ferri; & quod maximè experientiis congruit, est quòd eôdem modó disponi debeat obelus intra Sphæram actiuitatis positus, respectu eiusdem Sphæræ actiuitatis, ac idem obelus immediatè eidem Magneti applicatus, nisi quòd in magnâ distantia cauendum sit à virtute directiuâ terræ, ad polos suos, quæ directio vincenda est à virtute Magnetis.

Arridet autem maximè modus explicandi Patris Leouraud, nisi quòd ipse vellet aliquid à singulis partibus Magnetis in aliis produci, ego verò nihil tale velim, sed tantùm motum aliquem localem, aut in ferrô applicatô, si sit mobile, aut in Magnete ipso si facilius moueatur, aut etiam in vtróque produci, sine vllâ qualitate intermediâ. Hunc autem motum localem, vulo produci non à toto Magnete, sed ab iis, tantùm partibus, quarum facies amicæ sunt obuersæ, ad faciem obeli, quæ trahitur, aut sunt inimicæ, illi faciei quæ expellitur: rem totam ni fallor paulo clariorem reddo, præstóque per pauciora, quæ ipse per plura exequitur, viro etiam qualitatem accidentalem, qui modos agendi Magneticus multa continet aliena, a modô communi agendi accidentium, deinde distinctio facierum, quæ non tantùm in partibus ipsis, sed etiam vt ritè omnia explicarentur, in totâ Sphæra actiuitatis admitti debebat, licèt multò infirmioribus viribus valeant singulæ minimæ partes spirituum, talem Sphæram componentium) vix autem in accidente compenetratô cum subiectô fieri poterat.

Vt igitur explicem primò, cur vna styli ferrei facies, vni toti hæmisphærio adhæreat, contrariâ



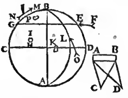

verò oppositô, supponamus dari Magnetem AB; cuius polus australis A, boreus B, æquinoctialis CD, totum Magnetem in duo hæmisphæria dirimens. Sit obelus EF, in quócumque punctô E, hæmisphærij borealis applicatus, secundum faciem E, australem, hoc est amicam hæmisphærij borealis, dico fore vt obeli E F, facies E adhæreat hæmisphærio C B D. Supponatur enim quodcúmque minimum physicum HI, illius hæmisphærij, (quod autem dicam de illo de aliis omnibus intelligendum est: (cum ergo facies eius I, supponatur borealis, & amica cuspidi E obeli EF, in eâ erit virtus attrahendi, & vniendi obelum E, ergo poterit trahere cuspidem E, nihil videtur obstare nisi distantia. Sed neque distantia quidquam obest, cum per totum medium continuentur agentia similis rationis, & quórum facies omnes obuersæ sunt ad punctum E; ergo fiet adhæsio in punctô E cuspidis, obeli EF, quamuis autem partes componentes segmentum GBE, obuertant facies eiusdem rationis, hoc est Australes, ad punctum E, & quantùm possunt motum contrarium in iis nitantur producere: præualent tamen, partes maioris segmenti GAE. Et quia in quôcumque tandem punctô hæmisphærij CBD, applicetur punctum E, plures semper partes obuertent facies boreales, quàm sint illæ quæ obuertont facies australes, semper attrahetur pars australis eiusdem obeli. Contrarium intelligendum est, in hæmisphærio australi C A D, in quo facies australes plures obuertentur ad obelum, quàm boreales.

Ex hoc vides eò maiorem fore attractionem, quò maior erit excessus vnius segmenti suprà aliud. Volo item vt si quæ sit pars quæ maiorem habeat virtutem, eo magis ad se trahat. in quô differo à Patre Leouraud quod ipse videretur velle, vt omnes partes augerent virtutem cuiuslibet partis, atque adeò quicumque ille excessus refunderetur, in totum Magnetem, ego verò nolo, vt pars

in partem agat, nec augeat virtutem illius, sed tantùm immediatè producat motum in obelo, quod si vna pars in aliam agit, erit tantùm, vt eam vniat ad se, quæ productio non terminabitur ad virtutem Magneticam, sed tantum ad adhæsionem aliquam, aut impetum. cætera sunt valde similia.

Sequitur ex hac hypothesi tam benè, ac in hypothesi prædicti authoris, in polis esse virtutem maximam, tum quia dum obelus illi applicatur omnia puncta totius Magnetis similes obuertunt facies. ad obelum, nullumque est quod inimicâ facie illum aspiciat.

Admitto item quòd puncta illa quæ obliquè ad obelum obuertuntur, minus agant non tantùm quia cum motus omnis Magneticorum per se tendat in boream, aut in Austrum, omnis alius motus sit præternaturalis, atque adeò ad illum faciendum virtus Magnetica minores habeat vires, sed etiam quia sub minori angulo aget, neque enim res physicæ semper spectandæ sunt vsque ad vltimas diuisiones, & spectanda singula puncta separatim, sic enim multæ proprietates, illis non conueniunt, aut non videntur conuenire, quæ tamen sub aliqua magni-



tudine consideratis competunt. Sit ergo AB lucidum aliquod, volui planum exhibere non Sphæricum, quia Sphæricum ex omni parte sub eodem angulo videtur. posui item planum quia volumus facies tantùm obuersas ad meridiem, aut austrum esse eas, in ordine ad quas actiuum est minimum Magneticum. dico fore vt luminosum AB, meliùs agat in puncto C, quam in puncto B, ita dum ignem in longum accendimus hyeme; meliùs in medio calefimus quam ad latera. Ratio autem est, quia sub maiori angulo id fit. Constat ergo in polis fieri, quàm maximam adhæsionem propter rationes allatas, quia nempe omnes partes Magnetis easdem facies obuertunt, & plures minus obliquè illum respiciunt.

Sequitur item quò punctum quodcumque fuerit polo vicinius, eò etiam in eò fieri maiorem adhæsionem, quia in eò magnes secatur in duo segmenta magis inæqualia estque semper maior proportio maioris segmenti ad minus.

Sequitur sicut priùs æquatorem nullam ostendere adhæsionem; nec posse illi præter cuspidem, aut furcinulam adhærere, propter æqualitatem facierum contrariarum obuersarum, in quo notandum est fieri posse, vt maximus circulus magnitudinis, Magnetis etiam Sphærici, non sit verus æquator virtutis, si nempe vnum hæmisphærium sit melioris notæ, intensioremque habeat virtutem Magneticam. Item posse ita secari Magnetem; vt aliqua pars determinata post diuisionem maiorem virtutem ostendat, quàm anteà, ablatis scilicèt partibus quæ contrarium motum in obelo producebant.

Sequitur etiam sectô Magnete per æquatorem, aut per planum æquatori parallelum antiquos polos remanere, & nouos enasci, in punctis in quibus axis attingit sectionem. puto tamen hoc non esse semper verum, sicut neque in Sphæricô axe, polos esse in extremis punctis, directè sibi oppositis; fieri enim potest vt sit ad latera ex vna parte, & axis non transeat per centrum magnitudinis, vt si in propositô Magnete AB, si segmentum ACB, præualeret segmento ADB, posset fieri vt punctum B, non esset illud in quô fieret maxima attractio. quia nempe licèt in puncto B nulla esset facies obuersa australis, nihilominus, in puncto aliquo vicino, quia segmentum ACB, supponitur præualere, poterit excessus virtutis magis directè agentis in aliud punctum, vicinum puncto B, ex parte C compensare illud detrimentum; quod patitur ab aliquibus punctis circa B, existentibus; & obuertentibus faciem australem. pariter etiam poli integri Magnetis essent in A & B, non puto semper esse verum, vt noui poli sint præcisè in axe propter irregularitatem virtutis Magneticæ, per Magnetem diffusæ, quæ modò in vna parte, modò in aliâ inuenitur.

Optimè etiam sequitur sicut priùs, diuisô per axem Magnete, nouos polos exurgere propter eandem rationem quàm ibi explicuimus.

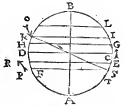
Meliùs autem sequitur secundùm hanc explicationem, quàm secundum opinionem Patris Leotaud, nude consideratam, sequi ex inæqualitate virtutis Magneticæ, per Magnetem diffusæ declinationem versoriorum, melius dico propter rationem allatam, quia vult R. Pater Leotaud virtutem cuiuslibet partis augere virtutem actiuam alterius. vnde vis agendi immediata tribueretur tandem ei parti cui applicatur obelus. At verò non ita rem explico, sed volo vt quælibet pars agat in obelum, vnde ego video duos modos quibus obelus applicari potest primus est, si vno extremo tangat aliquam partem, in vno hæmisphærio eique adhæreat; & in tali casu tota declinatio, tribui debet alteri extremo quod non directè, sequitur planum eiusdem meridiani, in quô obelus Magnetem tangit, quod oriri potest, vel quòd ab aliâ parte extremum liberum trahatur, & tunc necessarium erit; vt hoc fiat versus æquatorem, vt si obelus LO, tangeret Septentrionale hæmisphærium in puncto L, ita vt traheretur ab omnibus faciebus borealibus totius segmenti infra L, versus A positi, essetque pars aliqua, vel in boreali hæmisphærio, vel in australi: sed supra obeli extremitatem O, qualis est pars K quæ obuerteret faciem suam australem ad furcinulam O, eamque traheret, præ aliis, quia est eximioris alicuius virtutis, volo autem partem illam K, esse extra planum meridiani BLA, cùm pars A extra planum illud existens extremitatem O, præ cæteris trahat; necessariò extra planum meridianum eam deducet. vel è contrà si eadem pars K, esset infra obeli extremitatem O, eique obuerteret faciem borealem, eam vtique fugaret quantùm posset, & cum sit eximiæ alicuius virtutis, non esset æquilibrium in planô meridianô. idem dicendum est quoties obelus applicatur in punctô aliquô magis distante ab æquatore, videndum est à quibus partibus, extremum quod nô tangit,

taugit, sed liberum est, & eleuatur supra superficiem Magnetis; attrahatur aut repellatur, si aliqua eximiæ virtutis, attrahens extra planum meridianum inuenitur, fit etiam declinatio.

Alius modus quô obeli applicantur Magneti, erit, si vtrúmque extremum liberum sit, vt dum suspendimus obelum illúmque parallelum reddimus horizontali plano, vt si obelum MN, ita suspendamus compensatâ eius inclinatione vi grauitatis; vt sit parallelus horizontali plano, si extra planum circuli meridiani posita, sit pars Magnetis, eximiæ notæ, quæ partem borealem obuertat ad extremitatem M, eam trahet extra planum meridianum, hæc autem iacere debet in segmento australi, desumptio illius termini à puncto cui respondet cuspis, si verò in residuo versus boream segmento, eadem pars eximiæ notæ inueniatur, per repulsam fiet declinatio.

Atque hôc modô explicandi optimè constabit inclinatio.

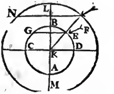
Sit ergo primò obelus prope æquinoctiale




planum CD, clarum est quod firmiter adhærebit in puncto C, trahentibus vtrinque extremitatibus G & E, segmenti GAH, & EBF, nam cùm omnes partes segmenti GAH, obuertant facies suas boreales ad cuspidem G, trahetur hæc ab iis punctis, quamuis autem segmenti GBH, partes omnes obuertant suas facies ad eamdem cuspidē G, eámq; expellant, quia tamen præualent partes segmenti maioris GAH, absolutè trahetur extremum G. idē dicendū de extremo E, & quia æqualia sunt vtrinque momenta: erit æquilibrium; eritque in tali situ obelus axi parallelus firmior autem erit adhæsio in puncto C, quàm si vlteriùs promoueretur, quia trahitur per duas extremitates, & quamuis sit debilior vtraque adhæsio, vtraque tamen coalescens in puncto C, erit firma, & quò longior erit acus, eò firmior erit. quia à partibus remotioribus ab æquatore, eius extrema trahentur.

Iam promoueatur vlteriùs obelus in P R, furcinula P quæ borealis est, attrahetur ab omnibus partibus segmenti P B S, quæ ad furcinulam P, obuertunt faciem australem ad illam, cuspis verò expellitur ab omnibus partibus E B R, quæ faciem suam australem ad illam obuertunt, trahitur item eadem furcinula R, ab omnibus partibus segmenti E A F, & quia segmentum E A F, minus est segmento E B F, plùs fugabitur, quàm trahatur, erit ergo inclinatio secundùm aliquam proportionem quam habent hæc duo segmenta.

In partibus remotioribus adhuc crescet magis inclinatio. vt si promoueatur obelus vsque ad K, cuspis K trahetur à segmento K A I, facies suas boreales obuertente versus B, facies autem eædem boreales etiam totius segmenti LAO, fugabunt extremitatem O, ita vt vi illius nisus obelus OK, dirigi deberet ad centrum Magnitudinis, segmenti LAO, per lineam OKT, quia etiam ex parte D, puncta illius segmenti expellunt extremitatem O. Sed etiam ratio habenda est segmenti L B M, cuius omnes partes attrahunt furcinulam O. immò & spirituum existentium in tota Sphærâ actiuitatis.




Denique multò meliùs in hâc hypothesi affertur ratio, cur in quocumque punctô Sphæræ actiuitatis, applicentur obeli, eamdem fere habebunt inclinationem, ac si applicarentur in similibus punctis circuli maximi ipsius Magnetis. Sit enim sicut priùs magnes AB, ita collocatus in assereulo excauatô, vt poli attingant planum illius asserculi. Sitque circulus illius meridianus ACBD, ductâ deinde semidiametrô KH, apponantur duo obeli breuiores quibus regendis, non sit impar virtus illius Magnetis, in punctis similibus E, & H, illi obtinebunt situm fere parallelum, quod in hâc hypothesi meliùs explicabitur quàm in quâlibet aliâ, nam situs obeli E F, oritur primò ex segmento GAE, cuius omnes partes facies suas boreales obuertunt ad obelum EF, & cuspidem E trahunt, furcinulam F, expellunt, & vi illius tenderet obelus ad centrum magnitudinis illius segmenti, detorquetur tamen ab eo situ à partibus segmenti G B E, trahentibus furcinulam F: dum verò obelus H I, collocatur in punctô H, si in totô circulo LNM, soli restarent spiritus Magnetici; situm præcisè parallelum priori obtineret obelus H I, quia est eadem ratio, nempe totius segmenti N M H, partes omnes, obuertunt faciem suam borealem, ad cuspidem H, vnde eam attrahunt, expellunt tamen etiam aliquantulum furcinulam, quæ adhuc attrahitur à segmento NLH, obuertente facies australes. vnde esset vtrobique ferè paritas; nisi quòd spiritus isti sensim attenuentur minorémque vim habeant, quò magis à Magnete recedunt, at verò corpus ipsum Magnetis non ità se habet, vt partes eius sint minùs compactæ, minoresque habeant vires; quò magis ad circumferentiam tendunt, alia differentia est quòd segmentum NMH, totum Magnetem continet, cuius partes compactiores, & magis densæ in hac hypothesi, debent censeri esse virtutis maioris, quam partes tantum spiritosæ: vnde in aliquibus punctis non obseruabitur, exactus parallelismus.

Denique satis cōmodè explicabitur in hâc opinione attractio, ponatur enim obelus in punctô H, distante quidem à Magnete, sed intra Sphæram actiuitatis Magnetis, non tantùm spiritus illi Magnetici, qui obelum attingunt: sed omnes partes Magnetis,

quas ostendi obuertere suas facies boreales ad punctum H, per modum vnius agentis, producent in obelo H, motum quô feretur ad Magnetem; immò & in Magnete ipsô, motum quo ad obelum feretur; pariter obelus, quia virtute Magneticâ supponitur non carere, etiam in seipsô talem motum producet, & in Magnete, si magnes sit intra Sphæram actiuitatis illius. Quod id ita fieri possit sine aliô adiunctô probant exempla multa superiùs allata, in quibus formæ substantiales, quæ non minùs sunt actiuæ, quàm accidentales, attrahunt aut repellunt multa alia corpora nociua. neque opus est semper explicare quomodo id fiat. nam neque qui Magneticam virtutem, per medium diffusam, asserunt esse qualitatem accidentalem, aliquid vlteriùs explicant; sed asserunt virtutem hanc accidentalem motum immediatè producere, quod ipsi accidenti alicui competere asserunt; hoc spiritibus substantialibus, immò ipsi substantiæ eiusdem Magnetis tribuo, quæ per seipsam immediatè potest agere.

Quod si rem attentiùs consideremus, neque qui per motum localem spirituum hamatorum, ansulatorum, vel in cochleas efformatorum aliquid meliùs explicant. quæro enim à quo agente sit motus ipsorum spirituum, haud dubie à formâ substantiali, aut si nomen formæ tibi suspectũ est, à substantiâ spirituum, aut a substantia ipsius Magnetis, quem motum asseris his spiritibus communicari, à Magnete, nec vlteriùs inquirendum putas, quomodo is motus producatur: hunc motum à Magnete, corporibus Magneticis, volo communicari. quare tu non melius rem explicas, sed tantum eam transfers à motu Magneticorum ad motum spirituum, & præter difficultatem, quam experiris in tua hypothesi statuenda, experiris præterea aliam non minorem in explicando motu Magneticorum per motum spirituum, hoc enim solemne est, pleriśque hypothesibus neotericorum, vt maiorem contineant difficultatem, quàm effectus ad quos explicandos excogitatæ sunt.

Ostendam inferiùs in hac quam statui hypothesi, reliquas Magnetis proprietates facilè explicari.

## PROPOSITIO XVII.

### Problema.

*Probabile est in solis spiritibus Magneticam virtutem inesse.*

Cum attentiùs naturam Magnetis considerarem, omnésque agendi modos, & circumstantias perpenderem, fuerunt nonnulla quæ me in eam sententiam adducerent, solos spiritus in Magneticis actiuos esse, Magnetem autem nihil esse aliud quam venam ferri duriorem, quasi imprægnatam Magneticis spiritibus, duæ autem sunt præcipuè rationes quæ id suadent.

Prima est quod ferrum ex suâ naturâ nullam verticitatem habeat, nullam vim attrahendi aliud ferrum, non videtur autem propterea naturam mutare, aut transire in naturam Magnetis; dum affricatur illi magnes, qui habet omnes effectus quos ferrum; quod per mille annos situm perpendicularem tenuit, ergo eos effectus omnes habet, sine productione vllius formæ substantialis, sed neque tunc esse in eo productam formam accidentalem, ostendit modus quô producitur, si enim esset forma accidentalis, vtique forma, carens contrariô, ergo quæ in instanti produceretur, & non tam diuturnum tempus requireret. multa video in natura quæ tempus requirunt, vt adolescant: video primò viuentia omnia, quæ attrahere debent alimentum, illúdque præparatum, & per poros transmissum, tandem in suam substantiam transmutare: sed ad hoc vt ferrum concipiat Magneticam virtutem, si hæc sit accidens in ferrô productum: non video, requiri tempus in opinione contraria, primò quia ad productionem accidentis, non prærequiritur, præparatio aliqua, & dispositio accidentalis, ne detur dispositio, dispositionis; fiatque progressus infinitus. vnde probabile mihi est, vt iam initio indicaui, spiritus Magneticos à terrâ emissos, ferri poros subire, sensimque augere, donec tandem multi spiritus, & copiosi fiat capax. quod autem conuenienter requiratur aliquod tempus ostendo ex alijs multis. Dum sal in aquam immissus dissoluitur id non fit in instanti, quia requiritur vt partes, aquæ subeant poros, sensim augeant, separent partes à partibus. Sed pariter si ferrum nouum a terra debeat saturari spiritibus Magneticis, cum tellus copiosos non emittat, mirum non erit si tantô opus sit tempore.

Secunda est quod per vehementiorem ignitionem omnis euanescat in ferro verticitas, nolo autem ita vehementem, vt liquefiat ferrum, suámque partium texturam amittat, scio enim in partium confusione, etiamsi non statim deperdatur vis Magnetica, attamen in ordine ad actum secundum videri destructam.

Quare ergo amittitur ista verticitas, cum ferrum candens à Magnete trahatur, id puto explicari non posse, nam calor præcisè illi non est contrarius, quod sic ostendo. si calor contrarius esset virtuti Magneticæ, ferrum candens in linea meridiana frigefactum non conciperet verticitatem, sed id accidere certæ ostendunt experientiæ: igitur contrarius non est virtuti Magneticæ, quare ergo illam per calorem amittit: quare ferrum quod incandescat, si frigefiat in linea meridiana: nisi quod in tali statu, sit magis capax, & idoneum ad excipiendos à tellure spiritus Magneticos. quid autem habet nisi poros apertos, & materiam molliorem, quam hi spiritus faciliùs peruadant, & penetrent; & quod perpendendum est, maiorem concipiet à tellure virtutem intra quadrantem, quam acquireret in alio statu, quamuis esset in situ meridiano per decem annos.

Affero item alios modos excipiendæ virtutis Magneticæ, nempe quod non sufficiat ad contactum Magnetis admouere ferrum; sed etiam opus sit morâ, & attritione partium, vt aperiantur pori vtriusque tam Magnetis, quam ferri, vnde plures exeant spiritus, illiésque excipiantur.

Hanc spirituum non tantùm emanationem, sed etiam vim actiuam ostendit refractio virtutis Magneticæ per virgam ferream, quæ nullam habet probabilem causam in opinione communi. quare enim magnes cuius polo imposita est lamina plana, non attrahit amplius secundum lineam rectam, sed virtus agendi deriuatur ad extremitates illius laminæ, nisi quòd hæc virtus in spiri-

tibus

tibus tota consistat, qui se facile insinuant per poros ferri illiusque ductum sequuntur.

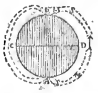
Id etiam quod me monet ad dicendum virtutem Magnetis potiùs consistere in spiritibus delitescentibus, quàm in materia solida; est quod etiam magnes ipse per vehementem ignitionem amittat suam virtutem, non videtur autem in tali casu amittere suam substantiam secundùm partes solidas, quia illæ non mutant colorem, nec alia accidentia, vnde puto eandem substantiam remanere, sed auolare illos spiritus siue congenitos, siue quos diuturnitate temporis à tellure primariò Magnete acquirit.

Existimo autem eos spiritus multò constipatiores intra Magnetem, esse quàm extra, & quò sunt Magneti viciniores, eò etiam esse fortiores, & eam esse causam decrementi Sphæræ actiuitatis, ex quo sequitur, ferrum, quod etiam plures continet in se spiritus, quam sint in aëre trahi magis à constipatioribus spiritibus, in eo delitescentibus, & trahi firmius dum est Magneti vicinius.

Item cum hi spiritus Magnetici sint corporei, non penetrantur cum Magnete, sed in poris eius delitescunt, qui pori præcipuè secundum longitudinem axis extenduntur, suntque illi paralleli, & quia axis est longior, quam omnes lineæ ipsi parallelæ, inde fit vt præter ea quæ diximus, habeat maiores vires. immò quia in polis reliquæ omnes Magnetis partes nullâ exceptâ agunt, & magis directè, spiritus circa polum, & circa axem magis adunantur; fiuntque fortiores. Ex eo autem quod pori in quibus tales spiritus delitescunt, sint axi paralleli, sequitur prope æquatorem, aut nulla esse aut pauca admodum pororum orificia, paucissimósque versus eas partes spiritus ex Magnete effluere.

Hi Magnetici spiritus certam habent inter se connexionem, faciebusque suis boreali & australi instructi, non tamen extra Magnetem situm seruant parallelum axi, cum enim vniantur præcipuè circa polos Magnetis in egressu vicinas habent facies, eiusdem denominationis, quæ se fugiunt, & auersantur, vnde nonnihil separantur, idemque illis accidit, quod scobi ferreæ, cuius ramenta adhærent quidem polo, sed in orbem disperguntur. quia aliò suô extremô se nonnihil auersantur, & cum hoc modo spiritus sunt separati, & in decursu magis adhuc separantur, & tandem incurrunt in alios spiritus, ab opposito scilicet polo quasi exeuntes secundum facies amicas iisque coniunguntur. vnde fit vt spiritus Magnetici, in Sphæra actiuitatis, circa æquinoctiale planum, contrarium situm obtineant ei quem in Magnete obtinent. vt ostendam infra 10 figura. cuius rei habes ideam satis luculentam in scobe ferreâ priùs Magneticè excitata, quæ se ordinat non tantùm prope Magnetem, sed in totâ Sphærâ actiuitatis, in ea scilicet distantiâ, in qua sufficienter potest dirigi, aut a Magnete, aut à spiritibus Magneticis, circa Magnetem dispositis, & hæc ratio videtur posse afferri inclinationis, quam habent obeli, aut ipsi Magneti applicati, aut certe intra Sphæram actiuitatis constituti, nempe quod disponantur secundùm ductum spirituum Magneticorum.

Vt hoc meliùs intelligatur. Sit magnes AB eius poli A & B, æquator CD, intelligantur lineæ axi parallelæ, in quibus spiritus Magnetici delitescant qui spiritus, ita sint intra Magnetem coordinati; vt omnes facies boreales in eandem



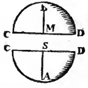

plagam sint obuersæ, & australes pariter contrariam plagam respiciant. spiritus qui effluunt ex polo B, & poris vicinis, adhærent quidem vna extremitate paulatim tamen separantur, quia quamuis facies australes in polo B, contineantur reliquæ facies boreales hinc inde separantur, & se nonnihil fugiunt, & hoc semper magis & magis præstant; donec facies meridionales spirituum australium incurrant in Septentrionales australium, & tandem circa æquinoctiale planum spiritus Magnetici contrarium habent situm, ei qui intra Magnetem inuenitur. Id experire in scobe Magneticâ aut ferreâ, & videbis non gratis contingi.

## PROPOSITIO XVIII.

*Sectiones Magneticæ.*

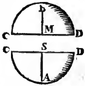
Postquam quid sentiam circa Magnetis naturam hactenus fuse satis explicuimus, consequens est, vt de eius proprietatibus præcipuis disseramus, ostendamúsque benè, cum explicata eius naturâ cohærere.

Inter præcipuas autem proprietates Magnetici corporis, erit habitudo quam inter se habent, aut cum corpore Magneticô à quo auulsæ sunt, variæ illius partes. Primò ergo secetur magnes per planum æquatoris, aut per planum æquatori parallelum. dico fore vt illa duo Magnetis segmenta, mutuò secundùm duas facies, per sectionem ortas coniungi appetant, & hoc bene



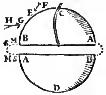

sequi, in nostra hypothesi cum facies B eadem perseueret, quæ priùs, sitque borealis: hoc est omnes partes, aut spiritus Magnetici, habeant facies boreales obuersas ad B, facies oppositæ meridionales obuersæ erunt versus lineam CD, in segmento scilicet CBD, è contrà verò in segmento CAD, cùm facies australes omnium partium, sint obuersæ ad A, Septentrionales erunt obuersæ ad lineam C D, sed facies meridionales appetunt coniungi cum Septentrionalibus; igitur si mouere se possint duo segmenta Magnetica

coniungentur rursus secundum lineam CD. perinde autem erit siue punctum C, segmenti CBD,

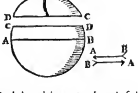



concurrat cum puncto C, segmenti CAD, siue cum alio quolibet, quia virtus Magnetica vnam tantum dimensionem spectat; ideò illi erit indifferens, quomodocúmque coniungatur in ordine ad alias dimensiones.

Secundus modus quô diuidi potest magnes, erit si diuidatur, in duo segmenta per sectionem axi parallelam. tunc duo illa segmenta, secundùm sectiones illas, ex diuisione in duobus segmentis ortas vnientur; sed mutatô situ, vt si magnes cuius poli A & B, diuidatur per axem vnumque segmentum, ita suspendatur, vt moueri possit, dico fore vt coniungantur quidem illa duo segmenta, ita tamen, vt punctum B, vnius respondeat polo A alterius. Quod melius in nullâ hypothesi explicari potest quam in nostrâ.




Sit enim magnes qui diuidatur per axem AB, si eius segmentum ADB, deponatur in plano horizontali, aliud verò ACB, suspendatur ita vt in orbem circumagi liberè possit, dico fore vt punctum eius B, quod priùs intime coniunctum erat cum puncto B, alterius segmenti, respondeat puncto A, segmenti ADB, & quamuis de hoc situ deturbetur semper ad illum se restituet.




Ratio huius rei in genere erit, quia facies borealis B, segmenti BCA, non potest coniungi nisi cum australi segmenti A D B. hæc tamen ratio non videtur satisfacere, si enim priùs benè cum facie B, segmenti inferioris coniuncta erat, quid ni factâ diuisione poterit rursus coniungi, & videtur quod debeat ita coniungi, quia si punctum B respondeat puncto B, omnes spiritus Magnetici, & omnes partes eiusdem rationis in eandem plagam obuertentur poterúntque, & se inuicem conseruare, & vnire suas vires, ad agendum simul, producendósque aliquos effectus Magneticos, at verò si coniungantur eô ordine præposterô, vt punctum A, vnius respondeat polo B alterius, sibi inuicem contraria erunt duo segmenta, nullum effectum Magneticum habebunt nec ad boream, & austrum mouebuntur, sed si suspendantur, ad eam plagam conuertentur, quam fors tulerit; denique suam virtutem ita imminuent, vt si diutiùs in eô sito permaneant; tandem virtutem omnem Magneticam amittant. hæ sunt rationes quibus talis situs, probatur esse perniciosus Magneticis vt vere est, vnde ab intrinsecô oriri posse non videretur, quibus rationibus in communi hypothesi difficillimum est respondere in nostrâ autem non item.

Dico ergo primò nullam esse virtutem attractiuam puncti B, in segmento BCA; à puncto B segmenti BDA, quia vtráque est borealis, duæ autem boreales non se attrahunt. Sed neque propriè loquendo, & directè est vlla virus, in A in puncto B, segmenti BCA, vt attrahat, aut attrahatur à puncto A, alterius segmenti, nempe vt iuxta ponantur, seu ad latera, quia virtus Magnetica tendit tantùm, vt duæ facies borealis vnius, & australis alterius coalescant. Secundùm quod boreales sunt, & australes, non autem secundum, quod nec boreales sunt, nec australes; vnde ista dispositio propriè partibus tribui non debet: ergo spiritibus Magneticis diximus autem supra spiritus Magneticos in egressu à polo Magnetis, & partibus vicinis, separari sensim ab inuicem, ita vt versus planum æquinoctiale, disponantur contrario situ quam in Magnete. dum ergo separantur hæc duo segmenta Magnetica, & aliquô interuallô inter se distant, spiritus ab vno emissi, incurrunt in spiritus ab aliô segmentô emissos inconcinnè, hoc est ità vt facies australes, in se inuicem incurrant, ex quo fit, vt Magnetes sensim ad eum situm adducant, in quô facies australes iungantur, faciebus borealibus, quod tantùm accidet quando punctum A, vnius segmenti, respondebit puncto B alterius. nam tunc spiritus ex puncto B, egressi habent faciem meridionalem versus B, & Septentrionalem versus A. e contrà spiritus è puncto A, egressi Septentrionalem habent in S, nempe prope A, & meridionalem prope M. vnde incurrunt in se inuicem facies amicæ, & mediis spiritibus partes A & B, se inuicem attrahunt, quæ ex se ipsis attrahere non deberent, in situ quem figura exprimit, quia facies A & B, non sunt productiuæ suæ virtutis in communi opinione secundum lineam æquatori parallelam, sed tantùm secundum lineas axi parallelas, aut saltem productiuæ, secundum lineam æquatori parallelam, illa qualitas est dubiæ virtutis.

Sed propter spiritus effluentes fieri potest, vt etiam in situ non ita conuenienti, duæ partes se trahant, vt si sit obelus E F, cuius extremitas australis E, sit in situ quo vides; trahi non deberet à partibus borealibus, sed tantùm in situ GH, in quô facies australis G, incurrit directè in partes boreales Magnetis. spiritus tamen efficient, vt etiam in situ parallelo E F, trahatur extremitas E, quia spiritus iam sufficiéter conuersi sunt, vt partes eorum boreales incurrant in E.

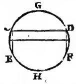
Quare

Quare autem dum duo ſegmenta coniuncta ſunt, & vnum Magnetem efficiunt, ita vt pars A, vnius reſpondeat parti A alterius. non erunt in ſtatu violento quamuis partes A, ambæ ſint auſtrales, & quia illæ partes, non ſe tangunt niſi ſecundum eas facies, quæ ſunt indifferentes, & ſpiritus in ſingulis contenti, non incurrunt in ſe inuicem, hoc enim habent ſpiritus incluſi intra ſingulos poros, ſeu canaliculos parallelos axi, vt quamdiu ſunt in Magnete vel ferrô, non facilè exorbitent ad latera. cuius rei luculentam habemus experientiam in obelô tangente polum Magnetis in mediô, virtus enim in ſpiritibus vtique conſiſtens, ita ſe extendit ſecundum longitudinem illius obeli, vt tota intra ferrum contineatur, nec ſe effundat ad latera, pariter dico cum totus magnes, quaſi conſtet canaliculis, axi parallelis, & ſpiritus in ſingulis ſimiliter exeuntes, & facies boreales ad eamdem partem obuertentes, ſe intra canaliculos contineant, non eſt cur iſtæ facies, ſibi inuicem ſint contrariæ, dum verò ex canaliculis illis incipiunt erumpere incipiunt, ab inuicem ſeparari hinc inde; donec incurrant in ſpiritus, ab parte oppoſita erumpentes. quod de Magnete dico idē de obelis dicendum eſt, ſi enim admoueantur ad inuicem, aut potius vnus alteri ſuperponatur, cuſpis vnius, alterius furcinulæ reſpondebit, & in tali ſtatu, non dirigentur ad polos. Poſſunt tamen duo obeli, ſimul coniungi & connecti. ita vt ex duobus vnus fiat, & tunc verticitatem ſuam exercebunt.

Vnde ſuſpicari quis poſſet ſolum ferrum & Magnetem, eſſe corpora Magnetica, quòd poros, & canaliculos, in directum excurrentes, & parallelos: qui tales ſint, vt ſpiritus Magnetici iis contineantur, at in aliis corporibus, cum pori in omnem partem ferant ſe inuicem ita expellunt facies eiuſdem rationis, nec ſpiritus benè ſint paralleli, vnde verticitatem nullam exercere poſſunt.

Ex dictis facilè percipies differentiam inter diuiſionem factam per axem, aut planum ipſi parallelum, & diuiſionem factam per æquatorem, aut planum ipſi parallelum, nam in prima facies nec propriè amicæ ſunt nec inimicæ, ſed tantum extremitates fiunt inimicæ ratione ſpirituum, ex quo fit vt in aliqua diſtantia ſe auerſentur extrema eiuſdem denominationis, ſi tamen coniungantur illæ duæ facies, etiam ita vt extrema eiuſdē rationis coaleſcant, hanc vnionem admittēt, quia tūc ſpiritus ſufficienter ad inuicem non inclinant, vt facies eiuſdem rationis ſibi obuertantur. At verò in diuiſione factâ ſecundùm planum æquatori parallelum, duæ facies ſimpliciter amicæ ſunt, quia hæc ſectio perpendicularis eſt ad lineam ſecundùm quam excurrit virtus Magnetica.

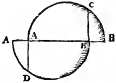
Notandum item eſt, eſſe aliquam differentiam inter; duo ſegmenta Magnetis orta ex ſectione factâ per axem, & ex ſectione facta per planum axi parallelum, ſaltem in Magnete Sphæricô, aut ellyptico. differentia autem quod ſi in Magnete ſectio facta fuerit per axem A B; ſi ſegmenta ita reponantur, vt ſitum priſtinum obtineant; nulla erit vnio inter hæc ſegmenta, quia partes ſe tangunt ſecundum, quod Magneticæ non ſunt. At verò ſi diuiſio fiat ſecundum lineam æquatori parallelam, quæ ſit C D, ſi reponantur ſegmenta obtineántque, ſitum priſtinum; erit aliqua vnio inter illas partes. nam punctum D, ſegmenti minoris CGD, boreale eſt, punctum vero D, habet aliquid auſtrale ratione ſegmenti DBF, ideóque adhærebunt ſibi inuicem, ſi reſecarentur ſegmenta DBF, CAE, nulla ſentiretur talis vnio, & adhæſio;




quia licèt puncta D, vtriúſque ſegmenti eſſent borealia, quia tamen opponuntur ad latera nullam habebunt vnionem: cùm ergo additur ſegmentum D B F, quo ad ſegmenti C G D, partes boreales obuertit facies auſtrales; neceſſariò aliqua orietur adhæſio Magnetica. vnde in Magnete cylindrico idem non eueniret, quia deſſent ſegmenta CA, DBF protuberantia.

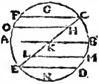
Si verò ſegmentum CGD, paulliſper remoueatur à ſegmento CHD, eodem modo ſe habebit, ac ſegmentum ortum ex diuiſione factâ per axem, hoc eſt ſitum alternabit, propter rationes allatas.

Propter eandem rationem in ſectione factâ per axem, ſi duo ſegmenta denuò ſibi inuicem applicentur, ita vt vnum promoueatur ſupra alterum,



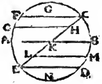

vt figura ſatis indicat cohærebunt, habebúntque adhæſionem Magneticam, nam ſi abſcinderentur ſegmenta BCB, A D A, manerent quidem illa duo ſegmenta contigua, ſed ſine adhæſione Magnetica eò quòd partes componantur, ſecundùm, quod Magneticæ non ſunt; ſed addito ſegmento B C B, quod partem auſtralem B, obuertit ad borealem B, & reliquæ eius omnia puncta obuertant facies auſtrales, ad boreales ſegmenti A B D, oriri vnionem Magneticam neceſſe eſt. idem dico de ſegmentu ADA, reſpectu ſegmenti ACB.

Reſtat vt aliquid dicamus de ſectione quæ neque ſit parallela axi neque ad illum recta, vt ſi ma-




gnes A G B H, ſecaretur planô repræſentatô per lineam EC, inclinatam ad axem AB. ductis lineis EP,

FE, CD; supponantur abscissa segmenta FAE, CBD, iam considerentur duo corpora Magneti-




ca, EFGC, CDHE, axis prioris erit FC, aut alia quælibet, secundi verò axis erit E D, quamdiu coniuncta erunt vt priùs, sine vllà adhæsione Magneticá remanebunt; quia punctum E, vtriúsque australe est, sicut etiam punctum C. Si verò ab inuicem abstrahantur, quia probabiliter eorum axes erunt FC, ED similesque spiritus emanant ex F, & D, qui sibi mutuò incurrent secundùm facies eiusdem rationis; illi mouebunt Magnetes, situmque alternum reddent, eô prorsus modô quô diximus. Iam si addi supponantur segmenta EAF, CBD, segmenti autem EAF, facies E, borealis est, & segmenti CEDB, facies E australis est, poterunt ergo conuenire etiam separata, si modò segmentum EAF, superet virtutem illam à spiritibus sibi incurrentibus prodeuntem.

Vt verum tamen fatear antequam vlteriùs in hac materia aliquid concludatur: plurimæ sectiones faciendæ essent, existimo enim quod ferè semper mutabitur situs. ponamus enim sectionem, non parum aberrare ab æquatore, & axes esse LM, NO, (quò enim sectio magis ad æquatorem accedet, eò noui axes minùs distabunt ab axe totius Magnetis, clarum quod mutabitur situs, si vnum segmentum Magnetis suspendatur, vt nempe, extrema axium L & N, conueniant; sed vt dixi; vt optimè procedat ratiocinatio, experientiis munienda esset.

## PROPOSITIO XIX.

### Theorema.

*Augmentum virtutis in Magnete armatô, secundùm propositam hypothesin explicatur.*

Primum quod occurrit explicandum, erit augmentum illud virtutis Magneticæ, in Magnete armato. Et primò quidem proponendæ sunt aliquæ methodi ad armandum Magnetem. Prima erit si Magneti quantùm fieri potest læuigato, ad polos




A & B, lamina ad eius formam excauata, cuius crassities, sit mediocris ita aptetur, vt eum ambiat, & quasi vestiat, & ne excidat addi poterit hincinde ferreum lorum CD.

Secundus armandi Magnetis modus erit, si laminæ ferreæ, duo annectantur quasi cornua, quæ Magnetis polis læuigatis optimè quadrent. hoc habent peculiare quòd duo poli Magnetis suas vires exerceant in duabus extremitatibus, & consequenter eidem ferro applicari possint. & duplum pondus sustinere valeat, hic magnes per applicationem vtriúsque poli, illius quod vnicô polô eleuare posset.

Tertius modus erit si perforetur magnes, exinanitúsque eius axis, & pro Magnetico axis ferreus inferatur, optimè cum illo congruens. hunc modum difficiliorem puto, & periculosiorem, vidi tamen Magnetem magnitudinis vnius nucis, hôc modô armatum, qui stylum ferreum satis magnum sustentaret.

Poteris facilè experiri an vires armati Magnetis præualeant, viribus inermis Magnetis, nam ferrum aliquod admoue armato Magneti, semper maius, & maius quamdiu illi sustentandô erit sufficiens Magnetis virtus, tum detractâ casside seu armatura, nudum Magnetem eidem admoue, deprehendes non posse idem ferrum ab eodem Magnete sed inermi sustentari. vel quodcumque ferrum armaturæ Magnetis applicitum retrahe, senties aliquam resistentiam, detractâ armaturâ, idem ferrum Magneti detrahe minorem senties resistentiam.



Si velis aliquid exactiùs adhibe bilancem, cui ex vna parte suspendes stylum ferreum, adiectô in lance oppositâ pondere, quòd æquilibrium faciat, tùm ab inferiori parte, Magnetem armatum appones, & sensim pondus in lancem adiicies, donec tantum non separetur stylus ferreus, eximè cassidem videbis detrahendum esse aliquid ponderis in lance opposita, vt ferrum Magneti adhæreat. hic modus exquisitus est, ostenditque præcisè, quantùm armatus præstet inermi. Constat autem præstare: quæriturque in hac propositione quænam sit causa huius incrementi, & an in propositâ hypothesi, id explicari facilè possit.

Reuocandæ autem sunt superiùs allatæ experientiæ, vt priùs constet quid accidat, & quinam effectus producatur; antequam eius causam quæramus.

Primum experientiâ compertum est, licèt magnes armatus pondus sustineat, cui inermis impar fuisset: Sphæram tamen actiuitatis angustioribus finibus circonscriptam habere. Experimentum facilè est, in mensa depone pixidem Magneticam, eique sensim armatum Magnetem admoue donec, aliquem in acu motum deprehendas, exime armaturam, & Magnetem eôdem situ hoc est, eondem polum obiiciendo, sensim admoue, donec æqualem motum in acu deprehendas, certò meteris an Sphæra actiuitatis, armati Magnetis sit contractior, Paret Leotaud contendit non coarctari, Gilbertus, & Cabæus asserunt.

Secundò versoria meliorem verticitatem non concipiunt,

concipiunt, siue ab armato, siue ab inermi Magneticè excitentur, saltem nullam hactenus notata est differentia. audiueram ab aliquibus in communicandâ virtute, inermem armato longè præstare: id tamen asserere nolim, videtúrque mihi difficilis experientiâ.

Tertiò hic excessus virtutis, armati supra inermem, facili negotio impeditur, si enim puluisculus, vel arenula armaturæ adhæreat, aut si eam chartâ contegas, armatus Magnes inermi non præstabit.

Hæc difficultas philosophorum torsit ingenia, & in varias sententias abduxit. nonnulli ad sympathiam recurrere, quæ maior intercedit, ferrum inter & ferrum, quàm Magnetem, inter & ferrum. Sed primò nomine sympathiæ nihil explicatur, nisi vlteriùs ostendatur effectus ille, sympathiæ, & similitudini naturæ iure tribuendos. neque item ex eô vlla apparet ratio, cur etiam positô, quòd sympathia id præstet, arenula vel puluisculus omnem ferri ad armaturam adhæsionem interrumpat. Secundò non maior est similitudo Magnetis cum ferrô, quam ferri cum Magnete, sed armatus magnes, maiorem Magnetem sustinere potest, quam inermis, ergo id sympathiæ, & similitudini naturæ tribuere non possumus.

Alij id referunt ad densitatem ferri, quam ab incude, & malleô acceptam habet, item ad munditiem, quam maiorem per varias expurgationes consequitur. Certum est enim agentia densiora vehementiùs agere, quamuis intensiorem non habeant qualitatem: eò quòd partes densæ sint magis vnitæ inter se, minùsque loco distantes, quàm raræ. Sic ferrum candens actiùs urit, quàm carbones, à quibus habet, vt incandescat. Sic etiam licèt ferrum omnem virtutem à Magnete recipiat, quia tamen densius est ipso Magnete, effectus aliquos perfectiores producet.

Quamuis hæc responsio non careat omni specie veri, non explicat adhuc cur tantum sit augmentum virium, vt quadruplum pondus sustineat armatus magnes, nec etiam redditur vlla ratio cur, obice tam modicô impediatur hoc augmentum, cur versorio maior virtus non communicetur, & decrescat, aut saltem non crescat amplitudo Sphæræ actiuitatis. nam versorium etiam ferrum est bene temperatum, æquè expurgatum, & æquè capax illius augmenti, possétque loco armaturæ nudo Magneti applicatum, virtutem illam æqualiter participare.

Similes patitur difficultates aliorum responsio, qui cum animaduertant trans virgam ferream, virtutis Magneticæ radios refractionem aliquam pati, id accidere credunt, quod accidit luminis radiis, qui sæpè per refractionem ita colliguntur, vt densiores, & intensiores euadant; ignémque produeát, vt accidit in Sphæris Christallinis aut lentibus conuexis. verum si nihil aliud dicatur videtur remanere tota difficultas, cur interpositô quolibet obice, hæc omnis virtutis intensio, non superat vires minus intensæ virtutis, nec proportione quâdam pertransit chartulam aliquam, aut aliud medium non Magneticum.

Pater Leotaud. Primò ab experientiâ supponit non tantum requiri, vt ferrum suspendendum armaturam immediatè tangat, sed etiam vt armatura immediatè adhæreat Magneti, ita vt interpositâ quâlibet chartulâ impediatur omne virtutis augmentum. Addit insuper euenire nudo Magneti, vt si interponatur illum inter, & ferrum suspendendum, vel minimus obex, non suspendat tantum ferri pondus, quantùm ablatô illo obice, ita vt virtutis imminutio sit valdè notabilis. Ostendere igitur conatur necessitatem immediati contactûs, respectu insigniorum effectuum. supponit autem virtutem Magneticam aliter se habere in Magnete, quàm in purô mediô, eò quòd purum medium sit indifferens ad illam recipiendam, egeátque propterea continuô Magnetis influxu, vt in eô conseruetur, ex quô concludit quòd dum virtus Magnetica incipit afficere purum medium, alium modum afficiendi incipiat, hoc est dum primùm, à Magnete, in medium, nec actu, nec potentiâ Magneticum incurrit virtus Magnetica, maius longè decrementum patitur, quàm si produceretur in mediô Magneticô, quia etiam subiectum aliquam vim confert; & quasi concurritdum ergo ferrum à Magnete distat, quia virtus antequam illud attingat, per purum aliquod medium transmittitur; ideò magnum in eô mediô detrimentum passa, non excipitur enim tanta intensione, ac si immediatus esset contactus, vnde iam vides rationem cur nudus magnes, multò maius ferri pondus sustineat, si ferrum illi immediatè admoueatur, quam si chartula, vel aliquid huiusmodi, quod puri medij rationem haberet, interponeretur.

Magneticarum igitur virium per armaturam incrementum nascitur, & eò quòd virtus Magnetica longè perfectiùs ferrô communicatur per immediatum, & suppositi contactum, quàm si medium quodlibet non Magneticum intercederet. quare magnes in armaturam sibi immediatam, & ad vim excipiendam aptissimam, virtutem inserit validam, quâ armatura ipsa facta, ferrum afficit vehementissimè, ad quod non mediocriter confert, tum armaturæ, tum ferri admoti densitas, puritas, temperatura, politura, præstantia &c. nec parum etiam iuuat, vtriúsque ad virtutis à Magnete effusæ radios, secundum eorum cursum excipiendos aptitudo.

Nihilominus quamuis verissimum sit, immediatum contactum requiri, & facilè ei concedam virtutem Magneticam maximum in purô mediô detrimentum pati. nego tamen ex eô principiô deduci posse hanc conclusionem: igitur maius ferri pondus armaturæ adhærebit, quàm Magneti nudo. nam vt sibi optimè obiicis. Si armatura pro sua perfectione radios à Magnete emissos perfectiùs excipit, & pro sua densitate aptiores ad agendum, transuehit in ferrum sibi adhærens. nonne ferrum Magneti immediate applicitum eos radios excipiet, tam copiosos, ac armatura, cur ergo non tam adhærebit, ipsi Magneti: vel si mauis, cur ferrum armaturæ magis adhæret, quàm armatura Magneti. respondet quidem id oriri ex eô quòd armatura, suâ puritate radios iam perfecit, & ad agendum vehementiùs comparauit, ita vt ferrum armaturæ immediate adhibitum radiis concitetur, iam secundò aptiùs dispositis, perfecti enim fuerunt in armaturâ, & perficiuntur secundò, dum ferrum subeunt.

Sed hac responsione non soluitur difficultas,

immò & recurront, quæ ipse aliis obiecit, nempe non soluitur cur versorium non excitetur meliùs per armaturam quàm à Magnete. conatur respondere, ferrom alteri ferro non communicare virtutem quæ perduret, ita vt omnis virtus ferro permanenter communicata, sit tantùm à Magnete, quam haurit immediatè ab ipsô, nullâ armaturæ habitâ ratione, nihilominus non soluitur difficultas, quæro enim vis suspendendi ferri, nonne est virtus Magnetica, quæ cum purior, & ad agendum efficacior, cur versorium perfectius non immutat, & cur nihil ferrum, quod sit permanens recipit, non enim affertur vlla ratio immo nec afferri potest in opinione communi. multò minus quod Sphæra actiuitatis detrimentum aliquod patiatur. neque cur si ferrum sit longissimum, licet in eo Sphæra actiuitatis sit productior, nihilominus non totum afficiat magnes.

Tertiò hæc quam attulit, responsio, occasionem præbet alteri obiectioni, nempe quod si ideò ferrum meliùs armaturæ cohæreat, quàm armatura Magneti, eo quòd secundò perficiatur, sequeretur (inquam) quod secundum ferrum melius primò adhæreat, quam primum armaturæ. respondet quidem non esse mirum si hoc nó accidat, quia tota virtus, quâ ferramenta sibi inuicem adhærent, est à Magnete, & quæ sensim immiouatur. Sed quod ipse dicit secundo ferro, hoc dicam de primo respectu armaturæ, meliúsque secundum hanc responsionem armatura debebit adhærere Magneti, quàm ferrum armaturæ. multa alia dici possunt, quæ prætermitto, vnum tantùm notari velim, Patrem Leonaud etiam nolentem coactum fuisse vti vocibus quæ opinionis nostræ propriæ sunt, quales sunt illæ virtutis Magneticæ radios melius excipit secundum cursum quem habent.

Dico ergo veram rationem augmenti virtutis in armaturâ, ad sustinendum ferrum, ex eô prouenire quod ferrum plurimos ebibat radios, hoc est spiritus Magneticos, qui dispersi hinc inde decurrerent. & ne aliquid assumere videamur, hoc egregiè confirmamus experimentô sæpius allatô, virtutis Magneticæ in ferrô refractionem patiente, ita vt spiritus qui aliàs dispersi fuissent, in ferrum colligantur, ob paratissimos ibi poros, & accommodatissimos, ad excipiendos tales spiritus. colliguntur igitur in armaturam plures radij, quàm sint in Magnetis parte sibi respondente, eò quòd ex materia solidiori densiori, & magis defœcatâ constet. hos autem radios, etiam ab aliis partibus ebibit, & haurit cum enim aptiores in ferrô vt dixi poros, spiritus Magnetici nanseiscantur, quam in poro medio, immò & quàm in parte æquali Magnetis, propter minùs expurgatam materiam, (magnes enim nullos porus, nullus qui partes multas non habeat ex alienâ materiâ constantes) accurrunt vndique, propter concatenationem illam quam habent inter se, vnde fit, vt confertiores in eô sint. dum ergo aliud ferrum, armaturæ admouebitur pluribus spiritibus extremum eius afficietur, quàm simile extremum armaturæ afficiatur à parte Magnetis ipsam tangente, propter impuritatem Magnetis, & heterogeneam materiam; vnde mirum non est si firmiùs illi adhæreat, quàm armatura Magneti, nam armatura aliunde quàm à parte Magnetis spiritos haurit, quos omnes in extremum illud, quó ferrum admotum tangit. meliùs ergo adhærebit ferrum armaturæ, quàm armatura Magneti, addo conformitatem pororum in armatura, & in ferro admoto, aliquid etiam conferre ad maiorem adhæsionem. dum verò armaturæ alius magnes admouebitur, propter eandem rationem meliùs illi adhærebit, quàm immediatè ipsi Magneti, quia plures & confertiores, ibi inuenit spiritus, quàm si immediatè alteri Magneti admoueretur. hue igitur oritur ex vi refractiuâ spirituum, quæ ferro inest, vi cuius ad ipsum confluunt confertissimi spiritus. Sed hæc explicatio meliùs intelligetur ex solutione difficultatum priùs propositarum, quæ faciliùs soluentur secundùm hanc spirituum diffusionem, quàm in opinione communi, qualitatis accidentalis, in quâ refractionis huius nulla potest satis probabilis afferri ratio.

Primò intelligitur sufficienter cur interpositô obice quòcumque, vt vel tenuissimâ chartâ inter armaturam, aut ferrum, aut inter Magnetem, & armaturam; cesset omnis iste virtutis excessus, nempe quia pori istius chartæ, pulusculi, aut aëris interpositi, non sunt aptissimi ad excipiendos spiritus, qui fluunt tantùm secundum mensuram istorum meatuum, sicut ergo etiamsi canalem habeamus capacissimum, qui ingentem aquæ copiam efflueret, si ea plenó alueô in eô flueret, si tamen in alterutro illius canalis extremô aliquod septum fuerit, medió foramine pertusum, non ampliùs aqua fluet secundùm capacitatem totius aluei, sed secundùm capacitatem foraminis, & quamuis septum illud tenue fuerit, parum interest, fluet enim aqua secundum, foraminum in septo illô existentium magnitudinem. idem proportione quâdam dicendum est in hâc materia: diuersitas igitur meatuum est causa illius, tam notabilis decrementi, à quôcumque corpore etiam tenuissimo causati.

Secundò intelligitur cur Sphæra actiuitatis Magnetis armati nullô modo crescat, immò si vis etiam decrementum aliquod patiatur. nam cû hæc Sphæra præcipuè oriatur ex multitudine spirituû quàquà versum commeantium, si plures impediâtur in armaturâ & in eam confluant pauciores restabunt, vt Sphæram actiuitatis occupent; & componant; expertus sum quod magnes immissus in scobem ferream intra pixidem aliquam, à tantô interuallô non commoueat versorium, à quô solebat nudus, exemptâ scobe ferrea; cuius rei nulla melior ratio afferri potest, nisi quod spiritus Magnetici plerique intra scobis ferreæ poros influerent. nam alia excogitari non potest, cum nulla virtus actiua per se agendo defatigetur.

Tertiò intelligi potest cur non melior verticitas communicetur ab armatô Magnete, quàm ab inermi, quia scilicèt non plures versorium, excipit radios quàm sint in armaturâ, licèt armatura plures habeat quàm exeant per eam partem Magnetis quam tangit, atque adeò non maiorem virtutem acquirat, quam ipsi tribueretur a Magnete, si loco Magnetis, armaturam tangeret.

Ex his colliges rationem cur si Magneté in scobē ferream immittas totus hirsutus appareat, præcipuè versus polos, nam quicumque puluisculus ferreus Magneti adhæserit; loco armaturæ se habet: aliumque trahit, hic tertium, & ita consequenter donec tandem ita decrescat Sphæra actiuitatis, vt ampliùs, hic vltimus alium attrahere nō possit.

poſſit. Oſtendimus autem cur hi quaſi pili, aut fila ſe auerſentur inuicem, & refugiant. Euidens etiam fit, cur multæ partes Magnetis quæ nudæ apparent, tegantur quidem hoc puluiſculo, ſed non ſibi inuicem grana adhærent; quia nempe in illis plagis magnes modicam habet virtutem trahendi, nec eam communicat ſufficientem, vt vnum alteri vniatur.

Quod dixi de ſcobe ferrea adhærente ipſi Magneti immediatè, dicendum eſt proportionaliter de eâdem ſcobe, ipſi etiam adhærente trans chartam aliquam, aut aſſerem, quæ tamen non in tam longos pilos efformatur, eò quòd vt diximus, charta intermedia, multum de virtute Magnetis deterat. Si verò locô laminæ ligneæ, aut cupreæ, ferream adhibeas, adhærebunt identidem illi laminæ grana ſcobis ferreæ, non tamen in fila cohærebunt. ratio eſt quia per laminam ferream refringitur virtus Magnetica, nempe ſecundùm eius longitudinem, vnde ſe habebant grana ſupra laminam; eô modô quô ſe habent circa planum æquatoris Magnetis.

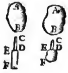
Si ferreâ, aut Magneticâ ſcobe calamum repleas, ſi accideret vt puluiſculorum facies omnes amicæ obuerterentur, haud dubiè verticitatem haberet talis calamus; quod cum ſit fere impoſſibile, eo quòd exigua in ſingulis virtus Magnetica inſit, & quæ non poſſit eos conuertere, ideò hi puluiſculi in calamum inſtruſi, eôdem ferè modô ſe habent, ac acus ferrea, quæ Magnetem nunquam ſenſit, vnde adhærebit Magneti, verticitatémque contrahet; immo etiamſi nullam ex ſe verticitatem habeat, ſi tamen exquiſite ſuſpendatur, aut natare permittatur, aliquam ex tellure tranſeuntem accipiet: dirigeturque ſecundum lineam meridianam.

## PROPOSITIO XX.

### Theorema.

*Ferrum, aut magnes ignobilior, validiori Magneti obelum ſubripit.*

Hæc eſt difficultas in quâ explicandâ deſudarunt multi, inter quos Gilbertus, Cabæus, & Pater Leotaud. habétque paradoxi alicuius ſpeciem. ex-




perientia communis eſt, & trita, Magnetis AB polo B breuior obelus adhæreat, cuius alteri extremo D, ferrum aliud EF, ita admoue, vt eum tangat adhærebit obelus CD ferro EF, quòd ſi vlterius trahas obelus dimittet Magnetem AB, ſequeturque ferrum admotum EF, huius quæritur ratio. Facit autem difficultatem, quòd videatur ferrum EF, aut magnes infirmior EF, maiores habere vires quàm habeat magnes robuſtior AB, nihilominus certum eſt quòd adhæſio, quæ apparet in punctô E, maior quàm in punctô B, ortum habet à Magnete AB, nam remotô Magnete AB, non ampliùs obelus CD adhæret Magneti, aut ferro EF. igitur ad eam ſaltem partialiter concurrit magnes AB. Exiſtimauit Gilbertus quòd in ferrô, aut minore Magnete FE, maior ſit virtus, quam in Magnete AB. vtique ipſi communicata, quòd ſatis eſt difficile probare, quia fieri non poteſt (in opinione exiſtimante virtutem Magneticam eſſe ſimplicem qualitatem) vt agens validius, alterius minoris ita virtutem intendat, vt ſuam met ſuperet. Fateor quidem cum ipsò maiorem eſſe adhæſionem in punctô D. quàm in punctô B: quod etiam ipſe aſſerit, non puto tamen ſufficientem afferri rationem, cùm dicit ideò maiorem eſſe adhæſionem in punctô D, quòd ſit eò tres cauſæ concurrant, nempe virtus ferri EF. quam accepit à Magnete AB, virtus obeli CD & virtus ipſa Magnetis AB, nam punctum E, ſupponitur eſſe intra fines Sphæræ actiuitatis Magnetis AB; in punctô verò B, duæ tantum concurrant nempe Magnetis AB, & obeli CD; cum Sphæra actiuitatis minoris Magnetis EF, non pertingat vſque ad B. nihilominus hæc ratio ſi nihil aliud ad . . . , ſolidá non eſt, nam virtus Magnetis AB longè ſuperat reliquas duas, & in punctô E, iam ita decreuit, vt compenſare poſſit omnem virtutem minoris Magnetis. Adde quod cum pro minori Magnete ſubſtituitur ferrum EF. quod ex ſe omni caret virtute, ita vt nullam habeat niſi communicatam à Magnete AB, non concurrunt in punctô E tres cauſæ deinde cur magnes EF, quò debilior erit, eò faciliùs abripit ferrum CD, & faciliùs ſubripit obelum breuiorem, quàm lõgiorem, denique cur in punctô D, adhibitâ leuiſſimâ chartâ ceſſat iſta adhæſio, in punctô E quæ circumſtantiæ non ſatis explicantur. meliùs eamdem ferè rationem explicat Cabæus, vult enim vt validiſſimi Magnetis AB virtus, perueniat ferè integra ad punctum E Magnetis verò FD, virtus exilis vix perueniat vſque ad B, vnde iuuet virtutem Magnetis AB, in punctô E, non autem in punctô B, non tamen explicat quomodo interiectâ minimâ chartâ inter Magnetem aut ferrum EF, & obelum CD, ceſſet omnis iſta adhæſio: & reuolet obelus ad Magnetem AB.

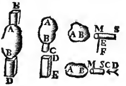
Quare puto hanc difficultatem eôdem modô ſolui poſſe, quô ea quæ in ſuperiori propoſitione explicata eſt de armatô Magnete, immò eandem eſſe puto. ſi enim obelus CD, ſumatur pro armatura, quærebatur cur maius pondus ab armaturâ CD, pendere poſſet, quam à Magnete AB, & conſequenter cur ferrum meliùs adhæreret armaturæ CD quàm aliud ferrum, aut etiam armatura ipſa Magneti AB, hoc enim ſemel conceſſô ſequitur effectus propoſitus, nec aliter euenire poteſt, quamdiu ferrum adhibebitur in punctô E. aut magnes debiliſſimus, ſi enim magnes EF, virtutis eſſet maioris, obelus CD, ſe haberet tanquam armatura etiam reſpectu Magnetis EF, intenderetúrque adhæſio in punctô C, aut B apparet etiam ratio cur requiratur immediatio ſuppoſiti, tota igitur ratio petenda eſt, ex collectione radiorum in obelo CD, non tantùm ex parte Magnetis AB, qui tangebat illum, ſed etiam ex aliis, qui collecti in punctô D, meliùs vniant ferrum EF. non reiicio etiam rationes Patris Cabæi, quibus ſi accedant eæ rationes quas fusè explicui propoſitione præcedenti, ſufficiens apparebit difficultatis ſolutio.

PROPOSITIO XXI.

Theorema.

*Magnes à ferrò iuuatur.*

Aliqua experimenta explicanda suscipio in proposita hypothesi, quibus apparet Magnetem à ferrô iuuari. Experimentum tale est. Sit enim fer-




rum paulò maius, quàm vt à Magnete AB, sustineatur, admoueatur ferrum A E, alteri polo A, poterit magnes AB, ferrum BD sustinere.

Ratio est quod ferrum AE, spiritibus Magneticis satuietur, eósque colligat qui per Sphæram actiuitatis huc illuc dispergerentur, qui collecti in ferro CD, coofertiores & robustiores euadunt, simúlque cum Magnete AB, vnum totale agens componunt, validius ad effectus Magneticos præstandos, quàm solus magnes.

Secundò Magnes armatus iuuatur, non tantùm ad suspendendum maius pondus, sed etiam in aliquâ distantiâ ad maiorem virtutem producendam, nam si Magnetis inermis polum obuertas ad versorium, quod adhuc non commoueat, adhibitô eidem polo ferro incipiet illud commouere, quia propagatur virtus, per ferrum, & producitur longiùs, saltem intensior perseuerat aliquô tempore.

Tertiò iuuatur magnes ad suspendendum ferrum, aliô ferrô remotiore, vt si Magneti AB, admoneatur ferrum BC, quod tantum non sustineat. Si adhibeatur ferrum DE, adhærebit ferrum C Magneti B C; modò D E, non tangat. Si enim tangeret, Magneti AB, ferrum BC subtraperet. Ratio cur iuuet adhæsionem B, est quia verè excipit spiritus Magneticos; sitque Magneticum agens vnde per modum vnius, cum Magnete potest concurrere.

PROPOSITIO XXII.

Theorema.

*Ferrum à Magnete iuuatur.*

Sit ferrum MS, Magneticè excitatum, cui adhæreat obelus EF, aut certè vix adhæreat, admoueatur Magnetem AB, secundùm polum amicum, hoc est ita vt poli B, & M sint dissimiles, id tamen fiat non in paruâ distantiâ, hoc est non ita vt magnes B, propiùs admoueatur, sed tantùm, ferrum CD sit intra Sphæram actiuitatis, nam tunc aliquam à Magnete AB, ferrum MS, virtutem habebit, quâ intendetur eius virtus.

Sit secundò ferrum MS, Magneticè excitatum, quod tantum non possit commouere versorium CD, adhibe Magnetem AB, commouebitur versorium CD, siue id oriatur ex Magnete AB immediatè, siue quod magnes A B, virtutem ferri augeat; hoc secundum melius dici potest, quia etiamsi magnes A B, ad latera apponatur, ita vt non directè respiciat versorium CD; nihilominus versorium accurret directè ad ferrum C D; ergo signum est virtutem Magnetis in ferrô recipi, ita vt augeatur ea virtus quam primò habebat.

Hac occasione quæri potest cur ferrum non conseruet totam eam virtutem quam habet præsente Magnete, si enim virtus Magnetica est accidens, quod producitur in ferro, cur aliqua pars ita conseruatur à Magnete, vt egeat perpetuò eius influxu, alia verò non, sed perduret in ferro, etiam amoto Magnete: neque enim dici potest ferrum non esse capax maioris virtutis, cum adhuc maiorem à potentiori Magnete accipere possit. vix puto hanc difficultatem satis solui posse in communi opinione.

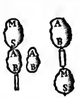
Quare dicendum puto aliquos spiritus ita connecti cum ferro, vt ab eo separari non possint, præcipuè verò cum sint in subiecto conuenienti, nec maiorem habeant compressionem, quam exigit eorum natura. vbi verò præsente Magnete, aliquod maius effluuium immittitur, cum in ferro sint consertiores, quàm par sit; ablatô Magnete superflui auolant, remanétque, vt priùs cum suis spiritibus, exceptis secû sum capacitatem subiecti. a potentiori autem Magnete aliquid maius permanebit excipit: quia cum maiore vi, emittantur isti spiritus, dilatantur pori, sitque ferrum plurium capax, quos retinet ablatô Magnete: hæc est mea mens, quæ si omninò non satisfaciat, illi tamen acquiesco, donec in aliis hypothesibus aliquid proferatur quod melius satisfaciat.

PROPOSITIO XXIII.

Theorema.

*Magnes Magneti nocet, & prodest.*

Explicandi nobis sunt vatij modi quibus Magnetem, à Magnete adiuuari contingit. Sit ergo




primo magnes AB, cui secundùm polos amicos addatur magnes MS, dico fore vt polus B Magnetis AB, euadat fortior, multóque maius ferrum sustineat, quàm antea.

Ratio erit quòd cum duo Magnetes AB, SM, situm conuenientem habeant, obuertent facies similes ad punctum B, verbi gratiâ partes boreales, ita vt nulla sit pars in duobus Magnetibus, quæ non obuertat faciem borealem, ad idem punctum B, nulla quæ australem ostendat, atque adeò nulla

nulla eſt quæ ad ſe ferrum BE, non alliciat,& quæ non intendas eius adhæſionem.

Secndò ſit poli B,borealis A auſtralis, ſit pariter S auſtralis, M borealis, hoc eſt contrariô,& inimicô ſitu, hi duo Magnetes conueniant, experientiâ compertum eſt, nec iuuari, nec deteriosem reddi virtutem poli B, cuius rei nulla datur ratio in opinione communi, immò oſtendi ex hôc vnô experimentô ſatis conuelli. nam certum eſt punctum B, eſſe intra Sphæram actiuitatis totius Magnetis SM; cum Sphæra actiuitatis nonnunquam ad vnum, aut alterum pedem pertingar; cum ergo omnes partes Magnetis S M, facies auſtales obuerſas habeant ad polum B, in eô polo B, qualitatem auſtralem producere deberent. Et licet in eodem polo B, partes Magnetis AB, psoducant qualitatem borealem, fiet mixtio qualitatum in polô B, atque adeò eô modô ſe habebit polus B. quô communiter ſe habent partes cuiuſlibet Magnetis circa planum æquatoris poſitæ. Nam quòd dicit Pater Leoutaud quòd virtus Magnetis A B, quia illi peregrina eſt virtus Magnetis SM, eam prohibebit aditu: neſcio quid ſignificet, nulla virtus in agentibus impeditus omninò, ſed quotieſcumque dantur duo agentia contraria agunt, & repatiuntur. ipſe verò non ita philoſophatus eſt, dum agebat de productione duarum qualitatum in eâdem parte eiuſdem Magnetis: vnde puto opinionem communem impeti validè hac experientiâ. nam ſi duo Magnetes, eôdem modô ſe habeant, quô ſe habent duo quælibet agentia contraria, quæ ita agunt, vt omnes partes vtriúſque intra Sphæram actiuitatis alterius conſtitutæ ſimul, & agant, & repatiantur: ergo polus B, qui intra Sphæram actiuitatis Magnetis SM conſtituitur, quantumuis agat in eum, detrimentum tamen aliquod patietur, neque enim virtutes actiuæ expenduntur in reſiſtendo, ſed in agendo.

Ego paulò aliter ex noſtris principiis rem expedio.dico enim ita conſtitutis Magnetibus,ſpiritus Magneticos, ex polis A, & S exeuntes ſe inuicem fugere, ita vt non ſe attingans, eò quòd ſecundùm facies eiuſdem denominationis, in ſe inuicem incurrant, ex quo ſequitur, vt aliquod fiat ſine vllô ſpiritu ſpatium, vnde interrumpitur vtriúſque actio, vt ad alterum non pertingat, vel ſi velis dicito ibi non pertingere actionem Magnetis SM, quò non perueniunt illius ſpiritus,aut ſaltem non coniunguntur cum aliis, cum quibus actione communi agere poſſint,ſed ſpiritus Magnetis S M, neque cum ſpiritibus Magnetis AB, vnum agens totale componere poſſunt, cum diuerſas immo contrarias actiones habeant; neque ſpiritus amborum confundi poſſunt, vt aliqui ex S M, ad punctum B pertingant. ergo nulla ſequetur actio. in partibus tamen viciniis pugnabunt ambo Magnetes, ſeque inuicem deſtruent, & ſpoliabunt ſpiritibus Magneticis, donec tandem ſe inuicem, vt ita dicam perimant.

Tertiò duo Magnetes ſe inuicem poſſunt iuuare reſpectu alicuius effectus, vt ſi poli eiuſdem denominationis, eidem ferro applicentur, quamuis enim ad inuicem malè ſe habeant; poterunt tamen hi duo ſimul aliquod pondus trahere,quod ſeparatim non poſſent.

Quia nempe ſuppoſitô, quòd poli B,& S boreales ſint, poterunt idem extremum auſtrale ferri MS attrahere, multò meliùs ſe ad inuicem haberent hi duo Magnetes, ſi axes eorum eſſent paralleli,etiam dum poli eandem plagam reſpiciunt, quia tunc eodem modo ſe habent quo, duo hæmiſphæria eiuſdem Magnetis diuiſi, per axem, ſi iterum coniungantur. quod ſi poli diuerſæ denominationis, axibus inclinatis coniungantur benè ſe habent Magnetes ad inuicem, non tamen in ordine ad aliquem effectum Magneticum, inter vtrúmque Magnetem producendum, vt ſi inter AB & SM, poſitô quòd polos B ſit borealis,& S meridiònalis non ſuſpendetur ferrum in medio, quia licet trahi poſſit, à polô verbi gratiâ B, expellerur à polo S. in quibus omnibus difficultatem non video.

Pariter dùm pendet ferrum à Magnetis polô. ſi illi ſubiiciatur alter magnes polô amicô, ſeu alterius rationis, iuuabitur illa adhæſio, ſi tamen inferior magnes in illo ſitu conuenienti eſſet infirmior, tangerétque ferrum, ſubduceret illi potentiori vt oſtendimus.

Denique ſi ſubiiciatur alius magnes,ferro pendenti ex Magnete,ſed ita vt obuertatur polus inimicus, vel decidet ferrum, quia repelluntur ſpiritus Magnetici, nec tantâ copiâ accurrunt, vel ſi adhæſio illa non tota deſtruatur, extremitas inferior eiuſdem ferri pendentis, in partem vnam detorquebitur: vt nempe fugiat, polum ſibi inimicum. quæ eſt etiam ratio, cur ſi ex polô Magnetis; verbi gratiâ boreô pendeant pili, ex ſcobe ferreâ compoſiti, ſi admoueatur infra alterius Magnetis polus item boreus, decidant pleráque grana, & quæ adhærebunt in partem auerſam refugiant,quaſi à ventô contrariô difflarentur.multa alia huiuſmodi afferri poſſunt quorum multa ſunt communia, & in omni hypotheſi explicari poſſunt.

## PROPOSITIO XXIV.

### Theorema.

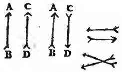
*Combinatio obelorum, & verſoriorum varia.*

Cogimur hic repetere quæ in limine huius tractatûs propoſuimus, debuimus enim experientias præponere, vt iis conſtitueremus certa principia quibus niteretur tota noſtra ratiocinatio. Conſtitutis autem quantùm licuit in materiâ ſatis peregrinâ, & mirabili principiis, nunc eaſdem experientias reuoluimus, vt oſtendamus quàm benè cum principiis cohæreant.

Prima ſit hæc ſi duo verſoria, quæ quamdiu extra fines Sphæræ actiuitatis conſtituta ſunt, lineam meridianam oſtendunt, & conſequenter ſunt parallela ſenſim admoueantur, in ſitu illô parallelô permanebunt. Oſtendimus enim ſupra partes tam auſtrales ad inuicem, quàm boreales eſſe inimicas ratione ſpirituum, cum ergo extremitas A, fugiat extremitatem C, ſicut extremitas B, fugit extremitatem D, non poſſit autem A fugere C, niſi B accedat ad D; manebunt in æquilibriô; & quod mirum eſt ſi vnirentur hi duo obeli,optimè conſentirent,& vniti conſeruarentur, ſtatúmque connaturalem obtinerent; ſeparati tamen non conſentiunt, ſed ſe inuicem fugiant. quamuis autem vnum extremum verbi gratiâ A, viribus præualeret, fortiúſque extremum C expelleret; quam expellatur furcinula D, ab

SSSſ 3 extremô

extremô B, deficeret tantiſper à paralleliſmô, nunquam tamen conuenirent, poſſunt aſſumi hæc




duo verſoria inæqualis longitudinis, ſicut duo Magnetes quamuis inæquales, non deſinent ſitum minùs conuenientem habere; etiamſi inæquales habeant axes, quoties poli eiuſdem rationis eaſdem plagas intuebuntur, quia etiam tunc ſpiritus ex vno polo egreſſi, incurrunt in ſpiritus à polo eiuſdem rationis immiſſos ordine præpoſterô, & ſecundùm facies inimicas. Si cuſpidem A manu verſus cuſpidem C impellas, ſeipsâ mouebitur cuſpis C, & fugiet, quia cum in tali caſu retrahatur furcinula B, minuitur reſiſtentia, & augetur vis cuſpidis B: cum fiat vicinior cuſpidi C.

Impoſſibilis ferè eſt caſus, in quô duo verſoria, in plano horizontali alternô ſitu diſpoſita maneant parallela, quia ſi vel tantiſper cuſpis A, magis acceſſerit ad furcinulam C, quàm furcinula B, ad cuſpidem D; præualebit cuſpis A, & attrahet validè furcinulam C, eique coniungetur, quæ omnia ſunt facilia ex propoſitis principiis, & difficultatem nullam continent.

Si duo verſoria ſuperponantur hoc eſt in diuerſis planis horizontalibus; ſi diſtantia fuerit modica, ita vt validè poſſint agere alternatim ſe habebunt; hoc eſt cuſpis vnius, ſubiicietur furcinulæ alterius, vt figura ſatis exprimit. nullumque habebunt actum Magneticum, hoc eſt non dirigentur ad meridiem & auſtrum.

Si verò paulò remotiora ſint, cuſpides ab inuicem recedent, vna ad occidentem & alia ad orientem, ita vt ſi æqualis fuerint virtutis, linea meridiana inter vtrámque iaceat, ſi vnam contra aliam impellas, alia recedet, ſi vnam ab aliâ abducas, ſequetur; donec ad lineam meridianam accedet non ſequetur vlteriùs. Et tandem dimiſſa rurſus, hanc è ſuô locô deturbabit.

## PROPOSITIO XXV.

### Theorema.

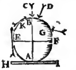
*De communicatione virtutis Magneticæ.*

Omnis magnes propè alium collocatus, ſecundùm ſitum amicum, & conuenientem meliùs conſeruatur immò, & augmentum habet aliquod virium, melioriſque notæ euadit; E contra verò ſi in ſtatu diſconuenienti fuerit, deſtruitur lenſim. Ex quô clariſſimum eſt rupes Magneticas ſtatum conuenientem habere, alioquin tam diuturnô tempore, quô intra Sphæram actiuitatis terræ inueniuntur, virtutem haberent imminutam, immò omni prorſus virtute carerent. vnde ſtatum conuenientem habere neceſſe eſt. vidimus autem ſuprà, ſeparatas Magnetis partes, niſi ſectio fiat perpendicularis ad axem, non ſemper diſponi eodem modô, ſed contrariô, ita vt ſi ex caute aliqua Magnetica ad eius quaſi latera, hoc eſt non directè ſecundum polos partem aliquam ſecueris, dubitari poſſit, an hæc pars illius ſegmenti, quæ polum verbi gratiâ arcticum dum coniuncta erat cum totâ rupe reſpiciebat boream; ſeparata boream ſpectare debeat. ad quam ſoluendam difficultatem ſuppono, quod probaui initiò iſtius tractatûs; nempe Magnetica à terra dirigi, quare ſi cautes illa fuerit pars terræ, hoc eſt vnum totum componat, cum tellure Magnetica dirigente, cum ea pars quæ abſcinditur, in aliqua rupe Zonæ temperatæ, non ſecetur perpendiculariter ad axem, eius pars auſtralis à telluris polô boreô allicietur, ſicut enim in Magnete pars abſciſſa, contrarium ſitum habet; ergo pars quæ Auſtrum reſpiciebat, dum erat coniuncta terræ, & cum eâ vnum totum componebat partem auſtralem ad polum boreum conuerteret, ſed Gilbertus aſſerit, Magnetem in vena ſua magnum viginti librarum, obſeruatis primùm eius terminis, & ſignatis excidi curauiſſe, & erutum in cymbâ ſupra aquam collocaſſe, vt liberè conuerti poſſet, & tunc illico faciem, quæ in minera Septentrionem ſpectabat, in Septentrionem pariter ſupra aquas ſe conuertiſſe; & in eo punctô tandem acquieuiſſe.

Vnde concludo mineram hanc non eſſe partem globi terreſtris, & ſe habuiſſe reſpectu illius tanquam ſeparatum Magneticum, cuius pars quæ auſtralis fuiſſet, ſi coniungeretur cum ſuô totô, reſpicit polum boreum, & forſitan quod rupes hæc Magnetica non à ſuâ formâ virtutem habuit Magneticam, ſed ſolum à terra quæ illi diuturnitate temporis vim Magneticam communicare potuit, ſicut ferrô illam communicat, faciliùs tamen ferro, propter excellentiorem materiam.

Ferrum excitatum Magneticè, leuem aliquam alteri ferro virtutem Magneticam communicat quæ citô pereat, & à contrariâ virtute ſtatim deſtruatur; ita videmus ferrum quodcumque iacens in planô horizontali extra lineam meridianam, indifferenter attrahere modò furcinulam, modò cuſpidem verſorij.

Variis modis ferrum à Magnete virtutem Mag-



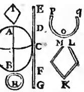

neticam poteſt accipere. Primò ſi eum non tangat, ſed per aliquod tempus illi ſit vicinus magnes. cur requiratur aliquod tempus, rationem reddidimus ſupra. meliùs tamen per contactum. Secundò ſi ferrum Magnetis AB, polum boreum B, tangit, quomodocúmque ſe habeat, & in quamcúmque partem eius longitudo ſe habeat, ſiue directè reſpiciat axem, ſiue ſitum habeat obliquum, ad axem; ſemper virtutem Magneticam eôdem modô concipiet, cuius ratio non poteſt alia reddi, niſi quòd ſpiritus Magnetici in obelô refractionem patiantur. eôdem modô licèt non tam intenſam virtutem concipiat obelus, ſi eius cuſpis tangat punctum G, inter æquatorem EF, & polum B poſitum. Item ſi medium acûs, tangatur

à punctô

à puncto æquatoris concipiet pariter virtutem Magneticam, modò in partem borealem, & australem eius longitudo protendatur; non tamen vltra vtrumque polum excurrat.

Si virga ferrea HI, in medio suæ longitudinis polum Magnetis tetigerit, duo eius extrema eamdem virtutem habebunt; verbi gratiâ ambo borealem, quod experiemur si seorsim vtrumque extremum ad versorium admoueamus, videbimus enim ab vtrôque furcinulam attrahi, medium autem illius virgæ, quod nempe polum A tetigit, alliciet cuspidem; quod si virgam in puncto A diuidas, iam vtraque pars separata dirigetur ad austrum, & Septentrionem, quamuis virga tota, & integra nullam verticitatem ostenderet: nec posset dirigi ad lineam meridianam.

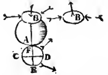
Idem eueniet si virga ferrea tangatur in mediô, à punctô inter æquatorem, & polos constitutô, vt à puncto K.




Si in punctô æquatoris collocetur medium alicuius virgæ, quæ Magnetis longitudinem superet, in puncto extremo E, erit virtus australis eiusdem rationis ac in polo A, in extremo G borealis; in puncto F australis; in D borealis. perinde enim se habet ac si punctum D, à polo A tangeretur, & à polô B, punctum F. Quæ omnia facilè explicantur per spiritus Magneticos, in opinione communi non item, hæc enim refractio vix in eâ locum habere potest.

Si polo B, Magnetis annulum admoueris, eius extremum H, è diametro oppositum polo B, virtutem australem habebit, idem dicendum est de Rombo AI, cuius punctum I virtutem borealem habet, & licèt spiritus similes vniantur in punctis H, & I secundum facies similes; nihilominus non sunt in statu violento, optimeque inter ipsos conuenit: quod non magis mirum videri debet, quàm cum duo Magnetis, per axem diuisi segmenta, in locum suum reponuntur, coniunguntur quidem spiritus quamuis similes, si per polos valdè vicinos, & quasi vnitos exeant, vt in omni totali Magnete accidit. disconueniunt tamen, si distent ea duo fragmenta ab inuicem, vnde pessimè fiunt versoria, quæ in rombum, aut annulum formantur, vt si rombus in puncto K, tangatur polo boreo Magnetis, punctum K erit australe, puncta M & L borealia, quæ cum fiot eiusdem rationis, & inter se dissita, perpetuum exercebunt dissidium; donec se inuicem interimant. quare si ex filô ferreo, aut chalybeô construatur versorium, rosarum Magneticarum, quod ferè semper rombi figuram habet, ita coniungantur extrema vt in vnum coalescant, alioquin non erit diuturna eorum verticitas.

Polo B Magnetis A B, imponatur lamina ferrea conuenientis crassitiei; non solum ad eius limbum accurrent cuspides versoriorum, sed etiam ad eius centrum; quod nempe polo Magnetis boreo tangitur; quamdiu tali puncto coniunctus erit polus Magnetis, si enim separetur à Magnete lamina, non ampliùs ad eius centrum accurret cuspis versorij; sed furcinula cuius rei difficillimum erit rationem inuenire, nisi recurramus ad substantiæ Magneticæ effluuium aliquod, quæ per laminam excurrit, faciésque boreales, habeat ad extremitatem laminæ spectantes. quamdiu verò, centro laminæ subijcitur polus Magnetis item boreus, pars illa spirituum quæ in puncto B, lamellæ inuenitur, obuertit faciem suam australem ad polum boreum Magnetis, ideóque facies eius borealis foras spectat: & allicit etiam acus versoriæ cuspidem, dum verò summotus est magnes, spiritus qui in eadem parte B lamellæ relinquuntur, non obuertunt ampliùs faciem australem ad polum Magnetis; sed se accommodant cæteris spiritibus per totam lamellam sparsis, quorum facies boreales spectant limbum laminæ, necesse est, vt facies australes spectent centrum. atque adeò non iam ampliùs cuspidem versorij attrahant, sed furcinulam. hæc mihi videtur esse vera ratio huius effectûs.




In eôdem casu laminæ interpositæ inter polum Magnetis, & versorium; non tamen allicitur versorium à polô Magnetis, cuius rei signum est quod si nudo Magnetis polo, admoueatur versorium, illicò accurret acus crebrisque, & concisis vibratiunculis indicabis se validè attrahi, vbi verò interposita fuerit lamina, vibratiunculæ in maiores arcus exeurrent, nec tam crebræ erunt. cuius rei ratio videtur esse, quòd interpositâ laminâ, aliò deriuentur.

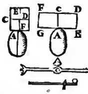
Ex quo sequitur quod si magnes fuerit debilioris virtutis, non attrahetur cuspis, sed potiùs furcinula, vt ait Gilbertus.

Propter eandem fere rationem, si laminæ circularis limbus admoueatur polo Magnetis A, australi verbi gratia, furcinula allicietur ab omni punctô peripheriæ, vbi verò separata fuerit à Magnete, duos polos habebit F boreum, E Australem, suúmque æquatorem CD, ita vt totus semicirculus CED, alliciat furcinulam versorij, semicirculus verò CFD cuspidem. quod vix aliter explicabitur, nisi concedatur aliter communicari spiritus Magneticos, per laminam dum adhæret Magneti, aliter dum ab eo separata est. Scio item dici posse eam componere vnum totale agens cum Magnete, quando illi vnita est, in cuius hæmisphærio australi tota posita est.

Si lamina rectangula alterâ parte longior Magnetis polo admota fuerit, ita vt polus minus latus attingat, erunt poli E, & F æquator pariter CD, axis FE, vt diximus de lamina circulari.

Denique si laminæ rectangulæ altera parte longioris, latus maius admoueatur polo Magnetis

Magnetis A, idem accidet quod virgæ ferreæ quam polus in medio tangit.eruntque latera DE,




FG, eiusdem denominationis cum polo tangente; medium autem CD, contrariam habebit faciem.

Quæ omnia facilè explicantur admissâ semel radiorum, seu spirituum Magneticorum perfluuiô.

PROPOSITIO XXVI.

Theorema.

*De Ferro candenti.*

Certum est quòd si ferrum priùs Magneticè excitatum, ita calefiat vt incandescat, omnem verticitatem amittet, idem de Magnete dicendum est. ex quo supra aliquod argomentum sumpsimus ad probandam opinionem nostram.

Quæritur nunc an ferrum candens, sit capax recipiendæ verticitatis à Magnete.

Asserit autem Pater Kirker, non minùs ferrum candens, quàm frigidum à Magnete allici, idem testatur etiam Pater Leoutaud. Ratio videtur esse quod licèt calore feruenti, sensim euanescant qui io poris Magnetis latitabant spiritus Magnetici, in præsentiâ tamen Magnetis, cum illud detrimentum continuò reparetur, sufficientes erunt,vt tandem ferrum ad Magnetem alliciant an verò ita facilè non ausim asserere, mihi probabile videtur ægriùs id fieri.

Non tamen ferrum candens ad se versorium alliciet, quia cum priùs quàm versorium alliciatur,debeat immutari ferrum alliciens,modice autem immutari possit à versoriô, cum immodicus calor eos spiritus dissipet;vnde nullus in versoriô motus animaduertetur. dicendum igitur est immodicum calorem non esse per se contrarium Magneticæ virtuti,sed tantum per accidens,vnde saltem per aliquod tempus subsistere poterit virtus Magnetica cum calore immodicô.

# DE MAGNETE.

## LIBER TERTIVS

## Praxes à Magnetis naturâ deductæ.

*MVLTVM Magnetis natura, mira licèt, & innumeris dotibus, & proprietatibus instructa, de sua dignitate deperderet: Si inutilis esset,nullasque praxes & vsus suppeditaret.quare rationi consonum videtur, eas praxes, & vsus hôc totô librô breuiter persequi, vt eius fructus quasi decerpamus, & ex disputatione satis longa aliquid emolumenti percipiamùs.*

PROPOSITIO I.

Problema.

*Versorium seu pixidem nauticam construere.*

Præcipuus Magnetis vsus, in versorio, & pixide nautica positus est, seu in inuentione lineæ meridianæ, ex eô enim cætera quæ in Magnete suspicimus dependent, aut certè exigui sunt momenti. totum autem artificium in acu ferreâ, aut chalybeâ benè libranda insumitur. fit communiter acus valde tenuis in medio perforatá, cui afferruminatur capitellum intus in coni formam excauatum, quòd deinde tereti stylo, & acuminato imponitur. Capitellum ferreum non est, sed cupreum, communiter item stylus cui insistit ex cupro elaboratur, licet nonnulli illi acumen chalybeum adiiciant, vt exquisitiùs tota acus libretur.

Quòd ad figuram acùs attinet, hæc relinquitur artificum industriæ, vnum tamen moneo ne fiant crassiores, meliùs enim minùs crassæ verticitatem concipiunt, ne item sint in totos, & alia ornamenta elaboratæ, quia virtus Magnetica vniformitatem affectat, debent tamen habere distinctionem aliquam in extremitatibus, ne quæ meridiem spectat,pro boreali sumatur.

Longiores videntur indicare lineam meridianam,cum maiori præcisione,& distinctione, quæ tamen superant sex digitos, grauiores redduntur, & non satis mobiles.

Materia debet esse chalybs purissimus,sine næuo, & benè temperatus.

Cauendum etiam est dum acus affricatur polo Magnetis, vt verticitatem contrahat, ne ductibus contrariis id fiat, hoc est ne ducatur Magnetis polus à medio ad extremitatem, & rursus ab

ab extremitate ad medium, quia si ita procedatur destruitur vnô ductu, quod aliô productum fuerat.

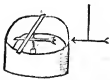
Sed incipiendo à medio, desinendum in extremitate. hic contactus fieri debet cum aliquâ morâ, sufficit vt vnus polus tangatur, nunquam enim facultas obuertendi ad Septentrionem communicatur, quin australis etiam producatur.

Pater Kirker vellet vnum acûs brachium, aliô multô longius, & vt perseueret æquilibrium iubet addi globulum brachio breuiori.

Quamuis acus antequam Magnetem tetigerint, sint in æquilibrio, vbi tamen verticitatem conceperunt, perit æquilibrium, quia vt diximus pars illa quæ ad Septentrionem dirigitur, in hæmisphærio boreali inclinatur, quare vt perstet æquilibrium debet aliquid ab eâ auferri, periculum autem ne ductando limam verticitas pereat. quare extremitas Septentrionalis paulò leuior fieri debet, priusquàm Magneti admoueatur, vel si ex verticitate grauior fiat, postquam ad æquilibrium reducta est, rursus Magnete imbuenda est.

Hæc acus includitur arculâ ligneâ, aut metallicâ, non tamen ferreâ benè clausâ & omni externo aëri imperuiâ, cui supernè christallus, aut vitrum benè tersum additur, vt trans illud videri, & obseruari possit acus.

Cauendum tamen est ne vitrum, aut capitellum tangat, ne motum acus sistat, aut ab eo longius distet, ne acus è stylo cui imponitur excidat.



Hic modus suspendendæ acus censetur optimus, & experientiâ comprobatus, possent tamen alij excogitari, vt si acus duos cardines haberet horizontaliter positos, quorum inferior in cauitatem cylindricã insereretur, superior verò in foramen simplex. Si cardo inferior acuminatus, aut Sphæricus esset, facilè mobilem redderet acum Magneticam.

Possent item tenui filô suspendi acus, sed non ex duobus filis constante, neque in spiras ductô, quia filum vim faceret acui, eiusq; motui resisteret.

Vsus versoriorum vnicus est, inuentio lineæ meridianæ, cui vt plurimum se accommodant, nisi in quantùm declinatio in transuersum illa nonnihil agit, vnde qui exactam desiderat lineam meridianam, in suâ regione declinationem Magnetis obseruet necesse est.

Vnum item moneo. versoria si horizontaliter teneantur nunquam suam verticitatem amittere, immò verò in dies augere, terrâ scilicèt, augmentum illud tribuente. multa tamen accidere possunt, quæ ea inutilia reddat: præcipuè si rubiginem contrahant, si styli apex obtundatur, si capitellum vitietur. alia multa vsus ipse docebit.

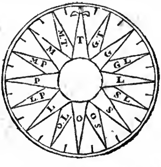


PROPOSITIO II.

Problema.

*Pixidem nauticam construere.*

Versorium simplex non satis accommodatum est nauticis vsibus, tanta enim versorij communis mobilitas, in continuô nauigij motu, vix illud consistere permittit. præcipuè si capsula non fuerit benè librata: ita vt vix liceat versoriô communi, horas in mari obseruare. quamuis autem cessarent hæc incommoda, cùm acus versorij lineam tantùm meridianam indicet, & nauis etiam ad alias cum opus fuerit sit dirigenda, meliùs id officij præstant pixides nauticæ, quæ horizontem integrum referunt. fiat ergo circulus ex chartâ crassiori compactus, cuius diameter sit 6. circiter digitorum, hic circulus diuidatur primò in quatuor partes, ductis duabus diametris, in centrô perpendiculariter sese intersecantibus, vna diameter tribuatur lineæ meridianæ, notatô vnô eius extremô flore lilij, vel quâcumque aliâ notâ, quæ Septentrionem, aut tramontanam significet, opposito appones notam Austri. alteri diametro notas orientis, seu Leuantis, & occidentis hoc est ponentis appones. diuides singulos quadrantes bifariam ductis aliis duabus diametris. Illi diuisioni quæ inter tramontanam, & Leuante posita



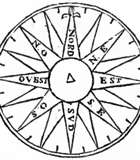

est apponatur nota Græci. inter leuantem, & austrum Siroc, inter austrum & ponentem, Lebesch quem alij Garbinum nominant. denique inter tramontanam, & ponentem, magistralem inscribes.

Subdiuides iterum vt habeantur octo subdiuisiones, quibus appellationes compositas tribues, vt inter tramontanam, & Græcum constitues Græco tramontanam. inter Græcum, & leuantem. Græcoleuante. Siroc - Leuantem, Siroc ostro, Lebech ostro. Lebesch ponent, Maëstroponent, Maestro tramontane.

Subdiuides iterum, vt habeantur sexdecim nouæ subdiuisiones. & hæ nominantur quartæ, denominationem habentes, à ventô præcipuô cui adhærent, & connotantes in obliquo alium ventum, nempe quarta tramontanæ ad Græcum. quarta Græci ad tramontanam. quarta Græci ad Leuantem, quarta leuantis ad Græcum, quarta Leuantis ad Sirocum, quarta Sirochi ad Leuantem, quarta Sirochi ad Austrum, quarta austri ad Sirochum,

TTT t quarta

quarta austri ad Lybicum, quarta Lybici ad au-




strum,quarta Lybici ad ponentem,quarta ponentis ad Lybicum,quarta ponentis ad magistralem,quarta magistralis ad ponentem, quarta magistralis ad tramontanam, quarta tramontanæ ad Græcum, hac diuisione Bussolæ, vt vocant vtuntur nautæ mediterranei maris.

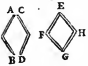
Volo item totum circulum diuidi in 360. grados more consuetô, quæ diuisio ad obseruandam Magnetis declinationem est peruttilis.

Est & alia diuisio, vel potiùs nomenclatura, quæ vocibus germanicis constat, & eâ vtuntur omnes Europæi, maris oceani accolæ. ex quatuor tantum vocibus coalescit. quarum prima Nord Septentrionem significat, Sud Austrum, Est orientem, Ouest occidentem. Ex his quatuor, aliæ quatuor intermediæ oriuntur, nempe Nordest, Nordouest, Sudest Sudouest. item ex istis aliæ octo intermediæ. Nord, Nordest, Nordnordouest Sud. Sudest, Sud Sudouest Est Nordest, Est Sudest, Ouest Nordouest, Ouest Sodouest. Ex his aliæ sexdecim ortum habent. quas aliqui per repetitionem variam designant; alij verò per quartas nominant, vt Nord Nord Nordest,Nordest Nord Nordest, Nordest est Nordest. Est est Nordest, Est est Sodest,Sudest est Sudest.Sudest Sud Sudest,Sud Sud Sudest,Sod Sud Sudouest,Sudouest Sud Sudouest, Sudouest Ouest Sudouest,Ouest,Ouest,Sudouest, Ouest,Ouest, Nordouest. Nordouest Ouest Nordouest.Nordouest Nord Nordouest. Nord,Nord, Nordouest.

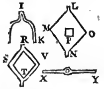
Hæc tamen vltima subdiuisio nimis intricata est, vnde etiam ad quartas recurrendum est. Nord quard de Nordest. Nordest quard au Nord, Nordest quard à Lest, L'est quard de Nordest, L'est quard de Sudest,Sudest quard à Lest,Sudest quard au Sud,Sod quard au Sudest.Sud quard au Sudouest, Sudouest quard au Sud, Sudouest quard à L'ouest,L'ouest quard au Sudouest, Louest quard au Nordouest,Nordouest quard à L'ouest,Nordouest quard au Nord, Nord quard au Nordouest.

Postquam in chartaceo circulo rosam hanc descripsisti,siue adscriptis nominibus,siue tantùm aliquibus notis,& characteribus, qui huiusmodi nomenclaturas significent,in centro tuum orbem perforabis, & capitellum in formam cylindri exquisitè excauatum inseres,& agglutinabis. restat animatio quæ pluribus modis fieri potest.

Artifices communiter qui compendio laboris, student, duo frusta ex filo ferreo desumpta,in angulum obtusum incuruata lineæ meridianæ subijciunt, ita vt rhombum efforment; vt figura satis exprimit, illorúmque extremitates; verbi gratiâ A, & C eôdem Magnetis polô imbuunt, sic enim ad easdem plagas feruntur, totúmque circulum chartaceum deferunt, & in suo situ naturali detinent.




Hunc modum non possum quin reprehendam. quia extremitates A & C, cum sint eius denominationis,perpetuas exercent inimicitias, præcipuè dum sunt separatæ,& inuicem suam verticitatem interimunt. quare extrema A & C, non tantùm iuxta poni, sed etiam vniri inter se debent. vt coalescant in vnam extremitatem,& modo id fieri possit, nam vix possunt artifices vnire duo extrema fili ferrei, nisi adiungatur aliquid æris,aliena autem materia à ferro.aut chalibe,virtutis Magneticæ non est capax,ideóque quæ hoc modô vnirentur,perinde se haberent ac non vnita. Si tamen coalescere possent in vnum idémque extremum E, & G, probarem maximè figuram EFGH,è filo chalybeo efformatam.




Reprehensibilis item est figura HIK, quod extremitates H & K, pariter vt simili verticitate affectæ,se destruant.

R. Pater Fournier approbat multùm figuram LMNO, ex chalybe puro compactam cum foramine P in medio,per quod inferatur stylus, in capitellum immissus. dubito tamen an lamina integra sat perfectè verticitatem concipere. ratio dubitandi petitur ex eo quod, experientiâ constet acus crassiores ineptiores esse.

Probo etiam maximè figuram RSTV, detractam ex lamina chalybea, aut etiam figuram XY, saltem in iis non apparet illud incommodum,quod in Rhombo disiunctô notauimus.

Debet circulus chartaceus esse in æquilibriô perfectô,quod quidem æquilibrium vniuersale esse non potest, quia licèt pro ratione inclinationis Magnetis in ea regione, in quâ elaboratur pixis Magnetica, possimus perfectum æquilibrium statuere,additô aliquo corpore graui,ad partes meridionales, vt vincat inclinationem,ad polum terræ boreum, quia tamen non est vbique terrarum eadem inclinatio Magnetica,& quæ borealis erat in hæmisphærio boreali,mutatur in australem,in australi hæmisphærio,ideo pixides nauticæ reddûtur sæpè inutiles defectu æquilibrij,quod facilè restitui potest.si apertâ pixide tantillum ceræ Hispanicæ,leuiori parti adicias, vel plurimas pixides pro diuersis regionibus habeas.

Multi ferrum non subiiciunt immediatè lineæ meridianæ

meridianæ circuli chartacei; sed remouet ad latera, secundùm declinationem Magnetis, pro illa regione, vt dum acus declinabit, linea meridiana pixidis, cœlesti meridiano congruat. quæ praxis optima est, dum quis pixide nauticâ vti debet in sua tantùm regione; pessima si ad nauigandum in diuersas regiones, eâ vti velit, nam quod in vno loco correctionis locum habet, in alio duplicem importat errorem. Adde quod hæc methodus confusionem peperit in re nautica, nam declinationes obseruatæ, non ad veram lineam meridianam exiguntur; sed ad meridianam pixidis nauticæ, ad certam iam declinationem accommodatæ. ex hâc cautione neglectâ multi in mappas hydrographicas errores irrepserunt. vnde satiùs est in conficiendô versoriô nauticô, nullam declinationis Magneticæ rationem habere, quàm quilibet inter nauigandum obseruare debet, ne à vero tramite aberret.

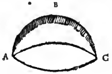
Vnum item moneo, ne in lignea pixide, aut in cardinibus, & circulis ad æquilibrium obseruandum requisitis, vllum sit ferrum, licèt enim clauus vnus, aut alter acum omninò non abducant, sæpè tamen duorum, aut trium graduum declinationem producent. quod expertus sum in pixide nauticâ Massiliæ confectâ, quæ côdem die, in eôdem locô declinationes varias mihi obtulit.

## PROPOSITIO III.

### Problema.

*Horologium horizontale, cuius planum se ipsô, ad lineam meridianam se accommodet, construere.*

Ex pixide nauticâ ortum habuit horologium horizontale, quod seipsô, dirigitur ad situm sibi congruentem; in communibus enim horologiis horizontalibus, tamdiù planum in quô describuntur, mouendum est, donec acus Magnetica, lineæ meridianæ, aut lineæ declinationis congruat, istud autem nullam requirit diligentiam huiusmodi; sed vbi soli exponitur situm suû inuenit. Modus facilis est, fiat circulus ex crassiori chartâ compactus, qualem suprà descripsimus, in cuius mediô inseratur capitellû, stylo benè acuminato imponendû. instruatur circulus versoriô Magneticè excitatô, sicut in superiori propositione diximus, certû est quod hic circulus ad situ sibi congruentem se conuertet: vnde assumptâ in eo lineâ meridianâ. non neglectâ declinatione Magnetis in illâ regione obseruatâ, describatur horologium horizontale, cuius praxin desumes, ex tractatu de horologiis, centrum autem eius seu polum, non in ipso centro circuli tui chartacei constitues, sed vlteriùs promouebis in lineâ meridianâ. versùs austrum, vt capitellum productum, seu longinsculum vicem styli habere possit, vel hypothenusam ex chartâ, item compactâ, aut ex ære in centro eriges, & constitutum erit horologium. vnum restat quia in pixide vento, & aëri externo impetuiâ claudi debet, ne à ventô abducatur, aut moueatur, Imponi debet vitrum, sed cum stylus longitudinem aliquam habeat, aut hypothenusa promineat, si vitrum planum esset, nimis deprimendus foret intra pixidem circulus chartaceus, ex quo fieret, vt sole non multùm supra horizontem eleuatô, non illuminaretur; ad quod incommodum tollendum, opus




est hæmisphæriô vitreô concauô, quale in ABC expressimus, sic enim non deprimetur circulus, & vbi sol aliquibus gradibus supra horizontem eleuabitur, horas in circulo indicare poterit.

## PROPOSITIO IV.

### Problema.

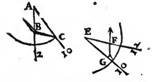
*Horologium horizontale construere, in quô acus horas indicet.*

Describatur horologium horizontale, secundùm praxin quam dedimus in Gnomonicâ, huic horologio addantur arcus signorum, nullus stylus apponatur. Sed loco styli, in eo punctô in quo infigi deberet stylus simplex, non autem hypothenusa, infigatur stylus acuminatus ad sustentandum acum Magneticè excitatam, operculum ipsum styli veri vices obibit, vel stylus, in meridianæ lineæ, quôcumque punctô verticaliter erectus. characteres horarum alternentur, hoc est characteres horarum matutinarum horis vespertinis tribuantur, & vicissim.

Dico in tali dispositione si linea meridiana directè obuertatur ad solem, quod fiet, si operculum pixidis, quam rectangulam suppono, totum planum obumbret, vel styli quem supra meridianam infigi volumus, vmbra in ipsam meridianam cadat; dico (inquam) quod in tali dispositione, acus Magnetica in arcu diurnô, in quô sol versatur, horam siue astronomicam si astronomicum, siue Italicam, aut Babylonicam, si horologium Italicum, aut Babylonicum descriptum, fuerit, indicabit.

Demonstratio. In horologio communi solis vmbra, horam quamcumque indicat in communi concursu verticalis in quo sol existit, & arcûs diurni in quo sol versatur eô die; sed in hâc dispositione acus Magnetica circulum verticalem in quo sol versabitur ostendet, alternô tamen situ: hoc est, si verticalis matutinus fit, acus indicabit vespertinum verticalem totidem gradibus distantem; ergo mutatis tantum horarum characteribus nempe matutinis, in vespertinos; acus horas indicabit. Sit enim in horologio communi horizontali, linea meridiana AB vmbra BC, quæ verticalem repræsentet, & horam verbi gratiâ decimam ante meridiem ostendat. in concursu C verticalis BC, & paralleli CD; idem horologium aut aliud simile, its disponatur vt linea meridiana EF, ad solem obuertatur, ideóque parallela erit lineæ BC, & cum linea FG, sit

etiam meridiana, eo quod acus Magnetica meridiem semper spectet, angulus aBC, æqualis erit




angulo GF11; ergo concursus verticalis FG, horam post meridiem æqualiter distantem à meridie ostendet, in concursu cum parallelo G H; ac in alio casu indicata fuerat ante meridiem, ergo mutatis tantùm characteribus hæc secunda dispositio idem faciet ac prima.

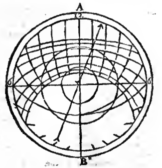
Emolumentum quod ex hac secunda dispositione percipitur, est quod sole ferè obnubilato, & vmbram tantùm dubiam producente, obseruatur hora, quæ in horologio simplici obseruari non posset. cum enim totius operculi vmbra in subiectum planum meliùs dignosci possit, quam vmbra styli alicuius particularis, istud horologium est vtile, etiam quando horologium commune inutile est.

PROPOSITIO V.

Problema.

*Astrolabium horizontale ita acu Magnetica instruere, vt hac indicet horas, eleuationem solis verticalem.*

Horologium horizontale ita dispositum, vt propositione superiori docuimus, in eo est in-




commodum, quod planum satis amplum requirat, nec intra limites parui circuli possit coarctari, quare ad astrolabium horizontale, quale in Gnomonica nostra descripsimus, recurrimus, quod describi poterit, in fundo pixidis Magneticæ, habeat autem saltem circulos horarios descriptos, & signorum parallelos, si horas Astronomicas desideres; in eo circulos horarum Astronomicarum describes; si autem Italicas, aut Babyloniсas, pariter earum cireulos inscribes, si addere vis circulos eleuarionum, quos Almicantharatb ominamus, eos pariter exhibebis, per circulos concentricos. circulorum verticalium vices obibit acus Magnetica in centro astrolabij, librata, poteris tamen limbum astrolabij in gradus suos diuidere. Si in eo velis domùs cœlestes, in Gnomonica nostra modum habebis eas inscribendi in hoc astrolabio. his ritè peractis neque enim aliud de hoc astrolabio dicam. ne tractatus confundam; nisi quòd vt in horizontali horologio alternentur characteres horarum, seu describantur in parte orientali, quæ in occidentali esse debuerant. quoad horas astronomicas pertinet, sola characterum mutatio sufficiet, Babylonici verò circuli in Italicos mutentur, quod vsus indicabit.

Ita autem hóc astrolabiô vteris. dirige lineam meridianam astrolabij ad solem, hoc est vt in plano verticalis circuli, quem sol tunc occupat inueniatur, id autem præstabis si vel in vno eius latere meridianæ lineæ parallelo; stylum infixeris, cuius vmbra secundum latus illud extendatur, vel operculum pixidis, ita ad solem obuerteris, vt planum astrolabij totum obumbret, in tali situ vide quod in punctum paralleli, quem sol eô die percurrit acus incidat, punctum enim illud erit locus solis in cœlo, & circulus horarius per illud transiens, indicabit horam.

Dem. Dum linea meridiana circulo verticali solis subiacet, acus Magnetica ostendit in alterno astrolabij segmento verticalem in quô sol existit, ergo sol inuenitur in lineà per acum indicatà; sed sol eô die, inuenitur etiam in parallelo quem percurrit; ergo locus eius, est intersectione lineæ per acum indicatæ, & paralleli illius diei. quare circulus horarius siue astronomicus, siue Italicus, aut Babylonicus, per illud punctum transiens horam indicabit quod erat dem.

Notandum autem quod linea meridiana huius astrolabij, non debet semper coincidere, cum linea parallela illi quæ ad solem dirigitur, sed debeat ad latera detorqueri, & cum ea angulum declinationis Magneticæ comprehendere, vt vbi magnes declinat versus orientem 5. gradibus, linea meridiana astrolabij, debeat cum ea quæ ad solem dirigitur, aut cum eius parallela angulum 5. graduum comprehendere.

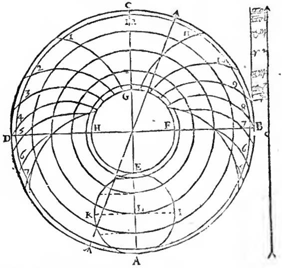
Possumus item altitudinem solis supra horizontem obseruare, nam vbi locus solis inuentus est, videre possumus, qui circulus Almicantharath per eum transeat; acus item in limbo circulum verticalem ostendet, videre etiam possumus in eo astrolabio amplitudinem solis ortiuam, magnitudinem dierum, & noctium, sed hæc non pertinent ad Magnetem, cum hæc omnia independenter ab eo, & non lucente sole æqualiter videre possimus.

PROPOSITIO VI.

Problema.

*Aliud versorium Magneticum describere.*

Si ex astrolabiô quócumque cognoscas circulos verticales in quibus, sol inuenitur singulis horis, dum percurrit tres parallelos præcipuos nempe




nempe duos tropicos, & æquinoctiàlem, facilè etiam alind versorium construes cum Patre Kirker. Hæc tabula verticalium potest baberi per Trigonometriam. hanc igitur tabulam suppono, vel desumptam ex quôcumque astrolabio, vel Trigonometticè confectam. fiant ergo tres circuli concenttici, æquali interuallô distantes inter se, exterior ABCD tribuatur tropico cancri, intetior EFGH tropico capricorni, medius æquatori, vt habeantur cæteri paralleli, desctibendi enim sont, non solum initia signorum, sed etiam saltem deni quilibet) diuide lineam EA, bifariam in puncto L, ductâque perpendiculari KLI, diuide singulos quadrantes circuli AKEI in 9. partes æquales, si desideras habere singulos denos parallelos, vel in 18. Si desideras singulos quinos. tum ex diuisionum punctis, due perpendiculares occultas ad lineam A E, quæ exhibebunt in ea puncta per quæ circuli parallelorum transeunt, tum ex centro M, describes parallelos.

Ita desctiptis parallelis desetibendi sunt circuli horarij. diuidatur circulus exterior ABCD, in 360. gradus. tum vide in tabula tua circulum verticalem in quo sol inuenitur, singulis horis, dum percurtit tropicum capricorni, & applicatâ regulâ centro M, & per illud punctum in exteriori limbo sumptum, notabis intersectionem in ttopico capricorni. verbi gratiâ in tropico capricorni hora 11. antemeridianâ sol existat secundùm tabulam in vndecimo. gradu à meridie, sit arcus vndecim graduum, duc lineam occultam MO, quæ secet tropicum capricorni E F G H, in puncto aliquo, notabis punctum hoc, pro hora vndecima. Inuenias in tabula ad eleuationem tuæ regionis supputatâ, solem percurrentem, æquinoctialem circulum horâ vndecimâ antemeridiana occupare verticalem distantem à meridiano gradibus 24. assumatur gradus 24. ducatur linea occulta ad M, secans æquatorem in puncto aliquo. notetur punctum hoc deinde tabula ostendat solem in tropico cancri existentem distare gradibus 38. ab æquatore, sitque arcus 38. graduum: notetur punctum hoc fiat arcus circuli, transiens per tria puncta hæc, is erit circulus horæ vndecimæ antemeridianæ, idem præsta circa reliquos circulos horarios, & babebis versorium Magneticum perfectum.

Poteris non desctibere in eo versorio, circulos parallelos, quos concenttricos fecimus, si vice illorum, acui Magneticæ chartaceum limbum affigas, in quô descripti sint arcus illorum circulorum, vt intuenti satis patet; nam hôc modô hi arcus motu ipsius acûs describent virtualiter eos circulos.

Eòdem prorsus modô quo descripsimus circulos horarios astronomicos, describi possunt circuli horarij Babylonici, & Italici, modò tabulam ad eleuationem poli tuæ regionis habeas, quæ indicet verticalem solis, pro singulis horis Italicis, & Babylonicis, sole percurrente tropicos. & æquinoctialem.

Vsus autem talis erit, lineam meridianam AM, obuerte ad solem, & nota cui puncto paralleli, quem sol percurrit, acus insistat, is enim erit locus solis, & circulus horarius per illud transiens indicabit horam.

Demonstr. Certum est, vt vidimus superioribus propositionibus, quod dum obuertitur linea meridiana versorij ad solem, acus quæ est vera meridiana cœli) distat à sole tot gradibus, quot sol distat à meridiana cœli. ergo acus indicat in versotiô, verticalem in quó sol existit, sol ergo est in circulo verticali per acum Magneticam repræsentato, inuenitur etiam in parallelo, igitur sol existit in concursu circuli paralleli cum acu Magneticâ, cum autem in æquatore, & duo-

bus tropicis, sint notata puncta horaria, respondentia verticalibus, haud dubiè in iis acus benè horas indicabit. An verò in intermediis punctis etiam benè indicentur horæ, strictè demonstrare non possum. neque enim versorium istud est verum astrolabium, in quo demonstrare possim circulos horarios, in veros circulos projici. certum tamen est quod vel nullus sit futurus error, vel certè sit futurus insensibilis.

Qui volet exactissimam huius versorij descriptionem, id quod præstitimus circa tropicos, & æquatorem, faciat circa reliquos parallelos; & puncta in singulis parallelis ad eamdem horam pertinentia, coniungat lineâ curuâ, & erit versorium exactissimum.

Sicut inscripsimus circulos horarios, possunt inscribi alij circuli cœlestes, sicut horizon, linea crepusculina, circuli domorum cœlestium, & reliqui quicumque. Sit verbi gratiâ horizon describendus.

Vide in tabulâ amplitudinum ortiuarum amplitudinem ortiuam solis percurrentis tropicum cancri, & nota in tropico cancri illud punctum. In æquatore sol caret amplitudine ortiuâ, id est oritur in primario verticali, seu in verticali distante à meridiano gradibus 90. nota in æquatore tui versorij punctum illud, vide item in tabulâ; quô in verticali sol existat, dum oritur in tropicô capricorni, & notabis in tropicô capricorni punctum illud; & per tria illa puncta in tropicis, & in æquatore notata, describes circulum, is erit horizon.

Pro lineâ crepusculinâ idem præsta, hoc est supputa tabulam, vel vide in astrolabio circulum verticalem in quo sol inuenitur, dum incipit aurora, & hoc in duobus tropicis, & æquatore, nota hæc puncta in his tribus circulis, & per ea describe circulum, is erit linea crepusculina seu auroræ. eodem artificio habebis lineam crepusculi vespertini.

Descriptio circulorum Almicantharath, seu altitudinum est paulò difficilior; fieri tamen potest eôdem artificiô, debes enim inspicere in alio quocumque astrolabio verticalem in quo sol verbi gratiâ inuenitur, dum eleuatur quinque gradibus supra horizontem in tropico cancri; & dum totidem gradibus eleuatur in æquinoctiali, & in tropico capricorni, & per tria illa puncta describere circulum, is erit circulus Almicantharath, quinque gradibus eleuatus supra horizontem.

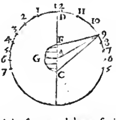
Idem faciendum est pro reliquis omnibus, ita habebis versorium Magneticum complectens integram scientiam primi mobilis.

## PROPOSITIO VII.

### Problema.

*Compendium versorij Magnetici per centrum mobile.*

Animaduertere potuisti in superioris versorij compositione, opus esse diuisione trium circulorum, nempe tropicorum, & æquatoris nonnulli compendij causâ vnicum tantum circulum diuidunt, nempe æquatorem, desumúntque diuisiones ex superiori astrolabio, quia tamen horæ in æquatore notatæ, sextam non excedunt, possunt desumi interualla aliarum horarum, nempe interuallum inter quintam vespertinam, & sextam




transferri vltra sextam, vt habeatur septima vespertina, interuallum inter quartam vespertinam, & sextam, transferri vt habeatur octaua vespertina. ita habebis circulum æquatorem sufficienter diuisum: volumus autem, vt obeat vices non tantùm proprias, sed etiam vices vtriusque tropici. quod præstare poterit, modò cardo cui innititur acus Magnetica moueatur, hoc est acus Magnetica modò sit in centro æquatoris descripti, modò verò vltra, & aliquando citra.

Quod vt meliùs intelligas intuere astrolabium superiori propositione descriptum; in eo animaduertes, centrum longiùs distare à tropico capricorni quàm à tropico cancri, & æquinoctiali circulo, quia nempe puncta horaria tropici capricorni, minùs distant à linea meridiana, quàm eadem puncta in æquatore desumpta. verbi gratiâ sumamus punctum tertiæ horæ vespertinæ in tropico capricorni, certum est verticalem circulum transeuntem per punctum tertiæ horæ in tropico capricorni, minùs distare à lineâ meridiana, quàm verticalem transeuntem per punctum horæ tertiæ, æquinoctialis; hoc est minorem angulum comprehendere. Sit igitur angulus 9AD, is quem comprehendit cum meridiano, verticalis transiens per punctum horæ tertiæ in æquinoctiali; angulo autem 9AD, æqualis est alterous, fiat angulus 9CA, æqualis angulo quem comprehendit verticalis transiens per punctum horæ tertiæ tropici capricorni, & angulus 9FD, æqualis angulo, quem comprehendit verticalis transiens per punctum horæ tertiæ; tropici cancri; his angulis æquales erunt anguli DC9, DF9. punctum F erit locus, ad quem transferri debet cardo sustentans acum, sole tropicum cancri percurrente, & punctum C erit destinatum tropico capricorni, & punctum A æquinoctiali.

Ratio clara est quia circulus D9, diuisus est eô modô, quó æquinoctialis diuiditur à verticalibus, seu potiùs continet arcus, qui sunt mensura angulorum, quos comprehendunt verticales circuli transeuntes per puncta horaria æquinoctialis; ergo vt demonstrauimus, acus Magnetica in puncto A, posita ostendet horas; si linea meridiana directè ad solem obuertatur, tempore æquinoctij: quod est clarum ex superioribus, quod verò acus translata in punctum C, tempore solstitij hyberni indicatura sit horas in eodem circulo. demonstrandum esset. primò quidem certum est quod appositè indicabit horam tertiam, & meridianam: quia angulus 9CD, est angulus proprius illius horæ, desumptus scilicet, aut ex astrolabio,

labio, aut per Trigonometriam inuentus. non possum autem demonstrare, quod in reliquis horis nullò modò aberrabit, quia nempe erit aliquis error, licèt leuis, & qui in hac materia negligi potest. Idem dicito de tropico cancri respectu puncti F.

Pro interuallis intermediis, nempe reliquis signis fiat semicirculus FGC. diuidendus in 6. partes, si initia tantum signorum desideras, vel in 12. Si in quindenos gradus diuisionem instituis. tum ex singulis diuisionum punctis, duc perpendiculares in lineam CF, qualis est HI, hæ perpendiculares exhibebunt puncta, ad quæ transferri debebit acus. dum sol erit in reliquis partibus Zodiaci.

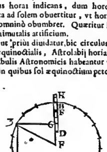
Demonstrationem nullam afferre possum, eò quòd hæc horologij species; non habeat præcisionem mathematicam, sed nonnunquam pluribus minutis aberret.

## PROPOSITIO VIII.

*Compendium versorij Magnetici, per circulum mobilem.*

Prodiit nuper noua versorij Magnetici species. nomine horologij Azimutalis nuncupata. In quo pariter vnicus in fundo pixidis, circulus inspicitur in horas diuisus, & mobilis. nullus stylus: sed sola acus horas indicans, dum horologij operculum ita ad solem obuertitur, vt horizontale planum omninò obumbret. Quæritur huius horologij Azimutalis artificium.

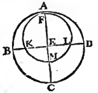
Primò sicut priùs diuidatur, hic circulus, eo modo quo æquinoctialis, Astrolabij horizontalis. vel ex tabulis Astronomicis habeantur verticales circuli, in quibus sol æquinoctium percurrēs




inuenitur singulis in horis. factòque circulò ABC, non quidem ex centro pixidis; sed ex inferiori puncto, eò ferè modò quò exigit Astrolabium horizontale, in quo centrum astrolabij, seu circuli horizontalis, non est centrum circuli æquinoctialis. ducantur occultè verticales singularum horarum, & diuisus erit circulus qui in suo situ positus nempe, ita vt distet à centro D pixidis Magneticæ, in quo scilicet infixus est cardo cui imponitur acus Magnetica, secundum distantiam BD, horas exhibebit appositè ab eadem acu indicandas.

Vt habeantur reliquæ distantiæ ea puncto, verbi gratia tertiæ horæ, ducantur duæ lineæ 3G, 3E, quæ sint verticales in quibus sol exiſtit horâ tertiâ, quando percurrit duos tropicos, eritque EB, distantia circuli à centro dum sol percurrit tropicum capricorni, & BG distantia eiusdem centri à circulo dū sol exister in tropico cancri; quare fiat linea DH, æqualis lineæ BE, & linea DF, æqualis lineæ BG. poterit centrum esse idem hoc est acus esse infixa in puncto D, & circulus transferri in H, in solstitio hyberno, & in F in solstitio æstiuo. In vtróque autem æquinoctio constituetur circulus in puncto B in reliquis verò temporibus, & signis, constituetur in mediis aliquibus distantiis.

Quæret aliquis methodum quâ possit facile transferri hic circulus, quamuis hoc ab artificum peritiâ petendum sit; perstringam breuiter. sub fundo pixidis, additur circulus integer in 365. dies diuisus. ponamus talem circulum esse ABCD, in quo punctum A, sit 23. dies decembris, nempe dies solstitij hyberni, ductâ lineâ EA, assumatur EF æqualis lineæ DH, superioris figuræ, quæ est distantia circuli à centro, tempore solstitij hyberni, sint pariter puncta B & D, æquinoctialia nempe B sit 21. Martij; & D 24. Septembris, fiant lineæ EK, EL æquales lineæ BD, superioris figuræ, nempe distantiæ circuli à centro tempore æquinoctij. denique punctum C, sit 24. Iunij, seu dies solstitij æstiui, fiat linea EM, æqualis lineæ DF, superioris figuræ, seu distantiæ circuli à centro tempore æstiui solstitij: fiatque circulus FKLM, qui excauetur, & in puncto B, circuli superioris figuræ infigatur stylus aliquis, qui inseratur in cauitatem huius circuli, dum voluetur circulus sub pixide, crena excauata impellet circulum horarium, eúmque remouebit à centro, aut centro admouebit. Cætera relinquuntur artificis industriæ.



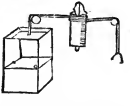

## PROPOSITIO IX.

*Motus diurnus versorij.*

Quia ea motu diurno versorij, multa ad praxin vtilia deducere possumus, ideo hanc propositionem cæteris præmittendam censui: nihil autem admirabilitatis habere potest motus diurnus versorij, quam quod melius totum artificium occultum habeat, si enim magnes, aut sub mensa, aut in capsa etiam metallica, motum diurnum habeat; sitq. perpositum mensæ versorium bene libratum more consueto, aut in aqua innatans, eundem motum participabit; vt satis per se patet. quare tota difficultas in eo posita est, vt Magneti motum diurnum tribuamus. non

censentur

censentur horologia automata huic negotio accommodata, eò quòd eorum motus audiatur, rotâ quam vocant occursûs, in libratoris alas continuò incurrente, & fraudem detegente. nihilominus cum modò habeamus horologia perpendiculis instructa, quæ muta nominamus, nullum strepitum edentia; iam hoc incommodô liberi sumus, possumúsque sub mensa machinam automatam habere, quæ elateriis, aut ponderibus animata, Magnetem intra 24. horas circumuoluat.



Secúndò nonnulli ad clepsydras recurrunt, aptant enim vas oblongum in duas cauitates septô aliquô diuisum, cuius pars superior impleatur aqua, inferior sit vacua, relictô tantùm exiguo foramine. impleatur aqua superior cauitas, cui asserculus innatet, hic equâ subsidente, paulatim descendet, & annexum funiculum secum trahet, qui si circa cylindrum obuoluatur, rotabitur cylindrus. vnde si crassities cylindri circumferentiam habeat, æqualem descensui diurno illius asserculi, magnes intra tempus 24. aut 12. horarum pro vt libuerit, circumuolutionem absoluet. & superpositum Magneti intra Sphæram actiuitatis versorium, easdem circumuolutiones absoluet.

Id tamen incommodi in huiusmodi machinis experimur, quod motus non sit æquabilis, sed retardatus, eò quòd maior aquæ copia magis premat, & ad celeriorem descensum, subiectam sibi aquam vrgeat. possemus tamen congruam correctionem adhibere; nisi aqua alteri incommodo obnoxia esset, nempe quod contrahat sordes, & foramine nonnihil exinde obturatô, lentius aliquando fluat; vnde aqua tanquam mensura temporis certa, & indubitata assumi non debet.

Nonnulli Mercurium præferunt, existimántque nullam dari exactiorem temporis mensuram, quam etiam ad longitudinem in mari inueniendam idoneam existimant, adhibitis aliquibus cautionibus, vt æquabiliter semper fluat. Sed expensæ sunt nimiæ, eò quòd mercurius grauitate sua ad descensum, sit præceps, & intra 12. horas sexcentæ, aut septingentæ libræ facile fluant, eò quòd si foramen sit Angustius, facilè illius fluxus interrumpatur.

Tertiò alij ad Arenam recurrunt, quæ & parabilior est, & habet fluxum magis regularem. Inuenio tamen nonnullas difficultates. prima est quod cum arena claudi non debeat exactè propter asserculum ipsi impositum, humefiat valde, dum aër humidus est, atque adeo fluxum habeat multum inæqualem, immò sæpè sistatur eius motus. Secunda erit quod quisquilias excipiat ex quibus sæpè omninò intercluditur eius fluxus. Si tamen magna sit minutissimæ arenulæ copia, & foramen satis apertum poterit arena vtilis esse.

Tertia petetur ex inæqualitate fluxûs, arena enim dum multa est, subiectam vrget ad fluxum. atque ea sunt quæ de principio motûs diurni dici possunt, & quomodo ad praxin reuocari debeat.

## PROPOSITIO X.

*Horologium construere, in quo Rana aquis innatans horas indicet.*

Constitutô semel diurnô motu Magnetis, sub mensa delitescentis, facile Ludicra nonnulla perficiemus. primum erit rana aquis innatans, & horas indicans. paretur vas aliquod rotundum, capax continendæ aquæ altitudinis vnius, aut duorum digitorum. In limbo uasis diuiso in 12. aut 24. partes, inscribantur horæ, quas motu suo diurno magnes percurret, ità vt modò vni horæ subijciatur, modò alteri. Si fiat rana lignea, aut cimbula Neptunum ferens, aut pisciculus pariter ligneus; sed acu ferreâ instructus, hic vbi in aquam immittetur, ad Magnetem accurret, quantùm poterit. eique perpendiculariter imminebit, & consequenter horam, cui magnes subiectus est indicabit.

Poteris idem sine tanto artificio exhibere. vas habeatur ligneum, aut metallicum, non tamen ferreum, cuius limbus sit in horas distinctus; Magnetem sub mensa colloca, aut vt fraudem magis occultes, insere Magnetem in ipsum mensæ asserem, vt nullo modo apparere possit; tum horam veram aliunde tamen cognitam, in limbo notatam, impones ei parti mensæ, in qua delitescit magnes, tum ranam ligneam in aquam immites, hæc propter eandem rationem horam indicabit. immò ne fraus pateat, poteris in pluribus locis, aut Magnetem aut ferreum stylum, prius tamen Magneticè excitatum, abscondere, eundémque habebis effectum.

## PROPOSITIO XI.

Problema.

*Totum primum mobile exhibere.*

Poteris in eodem astrolabio totam mappam Geographicam inscribere, facileque intueberis quænam, sit hora in singulis terræ partibus.

Ex motu diurno Magnetis sub mensa positi, oritur in acu Magnetica benè librata, motus etiam diurnus Ex quo facilè exhibebimus totum primum mobile.

Potest enim primo describi, astrolabium æquinoctiale, aut in plano tropici capricorni, in quo cum horarum, interualla sint æqualia,

æqualia, ſeus motu ſuo appoſitè horas indicabit. & non tantum horas, ſi acui imponatur rete ex folio ſelenitis compactum, quod & ſtellas habeat, & ſuum zodiacum, & acus imponatur gradui zodiaci, quem ſol eo die occupat; azimutalem circulum & Almicantarath non tantum ſolis, ſed etiam ſtellarum, magnitudinem dierum, & noctium, ſeu horam ortûs, & occaſûs ſolis, initium auroræ, & finem crepuſculi veſpertini, horas Babylonicas, & Italicas, domos cœleſtes, cæteraque omnia quæ in aſtrolabio inſcribi conſueuerunt, vnicó aſpectu, ab acu Magneticâ, indicata intueberis.

## PROPOSITIO XII.

*Solis circa terram motum in phiala exhibere.*

Paretur phiala vitrea rotunda in cujus centro, tellus firmetur immobilis, ope alicuius axis. Sol autem fit ex materia aliqua quæ in ſpecie ſit leuior aqua. Illique addatur aut acus ferrea, aut magnetis fruſtum, vas aquâ ad medietatem tantum impleatur; Sol innatans aquæ, ſubiecti Magnetis motum ſequetur, qui eum (*per 9 huius*) ſupponatur moueri circulariter intra 24 horas; ſimilem motum in ſole producet. qui volet totam phialam liquore implere, poterit duplicem in ſpecie liquorem habere, & ſolem ita componere, vt ſit in ſpecie leuior liquore inferiori, & grauior ſuperiori; ſic enim in medio horum liquorum mouebitur. Poterunt circuli horarij aut in ipſa terra notari an in exteriori phialæ ſuperficie, ſic enim animaduertere poteris cui circulo horario ſol reſpondeat.

## PROPOSITIO XIII.

*Semicopernicanum Syſtema exhibere.*

Syſtema ſemicopernicanum terram in centro ſtatuit, è quo nunquam recedit; immobilis tamen non eſt, ſed intra 24 horas circa axem ſuum rotatur. facile hoc ſyſtema magneticè repræſentabimus. Si ſolem in aliqua phialæ parte immobilem ſtatuamus, terram autem fruſtô magnetis fœtam aquæ innatare permittamus; ſic enim motl ſub menſa magnetis motum ſequetur; ſinguliſque diebus vnicam circulationem abſoluet.

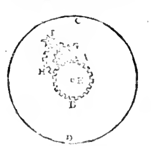
Poteſt terra formari ex duobus hemiſpheriis argenteis, intus cauis, aut etiam vitreis, aut ligneis. non autem æreis, ne propter aquæ humiditatem in rubiginem abeant. debent item in terræ ſupeſficie, circuli horarij notari, qui vbi ſucceſſiue ſoli immobili reſpondebunt; horas indicabunt.



## PROPOSITIO XIV.

*Copernicanum Syſtema magneticè exhibere*

Syſtema Copernicanum ſolem in medio orbium cœleſtium immobilem collocat, terram autem duplici motu, annuô ſcilicet, circa ſolem & diurnô circa axem circumuolui exiſtimat modò hic duplex motus annuus, & diurnus ſubiecto magneti tribuatur, terra aquæ innatans ſimiliter circa ſolem moueb tur. vt autem Magneti duplicem motum tribues, fiat rota denticulata A B 182 denticulis conſtans. quæ ſit immobilis, ſub illa rota fiat CD circulus mobilis circa centrum E, cui infigatur rota G H habens 60 denticulos, cuius rotula F. 6 denticulis conſtans occuttat denticulis maioris rotæ A B. denique addatur rotula 1 quinque denticulorum. Dico quod ſi circulus C D ſemel intra annum circumuoluatur quod rotula 1. cuius axi Magnetem annecti volumus; ſemel intra diem circumuolvetur. nam intra duos dies peragratur denticulus rotæ A B, & rotula G H ſextam partem ſuæ circumvolutionis abſoluit, hoc eſt decem denticulos, qui duplicem efficiunt circumvolutionem in rotula 1 quinque tantum denticulis conſtante. hoc eſt ſingulis diebus ſemel circumvoluetur.



## PROPOSITIO XV.

*Varia Horologia Magnetica deſcribere.*

Idem principium ad varias praxes detorquêri poterit quas indicaſſe ſufficiet. Primò ſi intra phialem ſtatuam mobilem colloces, verbi gratia pendulam tenui filo, quæ ferream acum manu teneat, hæc in ſuperficie notatas horas appoſite indicabit, vel ſit ſtatua immobilis, & globus vitreus aut aquæ innatans, aut e filo pendulus, aut innixus verſorio, ad motum ſubiecti Magnetis, horas ad indicem ſucceſſiue admonebit.

Tertio auicula volatum imitata horas item indicabit, fiat è tenui materia verbi gratia chartacea, auicula cui inſeratur acus Mag-

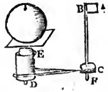
 neticâ

neticè excitata sitque magnes verticalis in superiori tabulato, horæ in superficie eiusdem tabulati, quibus successiuè respundebit magnes, clasum est quod auicula, intra Sphæram actioitatis Magnetis posita, ad illum accurret, & horas indicabit, vt autem meliùs volatum imitetur, debet filo detineri auicula, ne ad tabulatum omninò accurrat.

## PROPOSITIO XVI.

Problema.

*Anemoscopium.*




Potest exhiberi intra phialam statua ventum indicans, artificium facile. In summitate turris aptetur pinnacidium ad ventum mobile. quod axem habeat, seu virgam simul eum illo volubilem; Sit hoc pinnacidium AB; eius axis BF, cui inseratur trochlea C, sit sub mensa alia æqualis trochlea D; & funis infinitus ab vna ad aliam, Magnetem E ferens, & supra mensam phiala.in cuius superficie sint descripta ventorum nomina, cum statua mobili in medio fialæ.dum ventus pinnacidium AB mouebit, simul cum illo voluetur trochlea C.item trochlea D.& impositus magnes E,euios motum sequetur statua.

## PROPOSITIO XVII.

Problema.

*Varios motus ludicros ope Magnetis exhibere.*

Poteris ope Magnetis varios motos statuis tribuere, præcipuè vero si aquis ionatent. Ita nauiculam acu Magnetica instructam si aquæ imponas, subiectûmque Magnetem ope alicuius machinæ, sub aqua moueas, similem in nauicula motum produeer. ita vt varias pro vt libuerit nauigationes instruere possis; plores item simul oauiculas in contrarias partes mouere poteris. Quod dixi de nauiculis, de piscibus & aliis huiusmodi intelligi possunt.

## PROPOSITIO XVIII.

Problema.

*Cryptologia.*

Hoc artificium qood pluribus persequitur Pater Kirker, vix ad duorum aut trium pedum distantiam se extendit. vix enim ad maiorem distantiam Sphæra actiuitatis Magnetis se extendit. potest tamen aliquando non esse inutile, vt si monendus esset aliquis io careere. possemus ope Magnetis id præstare. Cum enim acus Magnetica se diversimodè inclinet ad Magnetem,posset prope murum ita in varias partes detorqueri magnes, vt acus intra carcerem variis characteribus insisteret,atque ita mentem oostram indicaret.

## PROPOSITIO XIX.

Problema.

*Vsus varij Magnetis in Geodesia.*

Omnes fere vsus Magnetis in Geodesia, ex ea Magnetis proprietate pendent, quâ ad lineam meridianam dirigitur. Sic enim facile cognoscere possimus, situm cuiuscùmque loci respectu alterius, declinationem parietis, & alia huiusmodi, quæ suis locis dedimus.

Qui plures vsus Magnetis desiderat consulat Patrem Kirker. profert enim aliqoos motus perpetuos, falsos tamen, & inutiles, multa alia habet non ioiucunda, quæ semel legisse sufficiet, idcóque iis noo immorot vlterius.

TRACTATVS

# TRACTATVS X.
# ARCHITECTONICA CIVILIS.

*NOMEN Architectonicæ ædificiorum omnium scientiam, indicat; quæ cùm in mensuris, & propositionibus obseruandis tota posita sit, iure ad mathesin reuocatur; quamuis à plerisque, vt non certis, & indubitatis uixa principiis negligatur. Neque mirum videri debet, si hæc materia, ad stricta Geometriæ leges non exigatur, vt pote quæ, vel habitationis humanæ commmoda, vel operis soliditatem, & elegantiam, tantum, aut externam quandam magnificentiam spectet.*

*Quod ad ædium commoda pertinet, cùm variæ sint hominum conditiones, variosque in suis domibus vsus requirant, variam etiam cubiculorum distributionem exigunt, in quibus vix regula certa, dari potest, ex quo fit, vt de hac parte vtilissimâ licèt, vix verbum quidem authores faciant, exceptisque paucis aliquibus legibus, ex Vitruuio desumptis, nihil omninò de priuatarum ædium structura dicant.*

*Architectonicam igitur ad publica tantum ædificia, externamque illam præstantiam, quæ ex columnarum, capitellorum & superimposita trabe, Zophoro & coronide resultat, coarctant. quare & nos cum ipsis hunc tractatum vltra hanc dispositionem non extendemus, alias eiusdem partes aliis tractatibus explicaturi. vnde autem hæc substractionis species, ortum duxerit, non satis liquet; cùm aperta intercolumnia, & omnino peruia, incommodas ædes, & ad habitandum fere inutiles reddere, videantur, superuacaneum ex alia parte sit ad sustendandam contignationem, & tectum columnas addere, si murus vndique solidus erectus sit. vnde vel ex publicis ædificiis, quæ apertæ; & omnino perviæ esse debebant, vel ab aliquarum nationum consuetudine, quæ quidem imbres solem, & plauias suis ædibus arcebant, aërem verò liberum, & spirare, & videre capiebant, huiusmodi compositio originem duxisse dicenda est, quod enim ad primum attinet in templorum vestibulis, publicisque porticibus columnas primò adhibitas, cernimus; & inde ad templorum ipsorum ornatum tradactas, vt quod primò ob certum, & peculiarem vsum vsurpatum fuit, quia gratum ocalis, & magnificum, cessante licèt eodem vsu, requiratur Quod verò ad secundam rationem attinet, ex litteris Sinensibus audimus, Tartaros ita consuetos esse in libero aëre versari, vt si quas Sinensiam ædes habitandas nanciscantur, priùs dirutô saltem vnô pariete, eas aperiant, ne sibi incarcerati videantur. Vel denique quod in multis regionibus, solos domorum angulos, & per interuulla tantum parietes columnis, munire soleant, intercolumnia verò leuiori materia, & minus solida claudere. A Tignariis autem operibus, potiùs, quàm à cæmentariis hæc scientia profecta est, quippe cuias præcipuæ partes à trabibus, domorum coronide cui tectam imponitur, nomenclaturam accipiant. Hinc oritur quod cum tecta, vt à subiectis partibus imbres prohibeant, vltra perpendiculum promineant, tignaque vt plurimum appareant, ita in Architectura, quæ columnis imponitur moles, præcipue coronis; & multum vltra subiectas sibi partes proiecta; tignis, denticulis, matulisque ornetur. In explicanda, hac materia, à consueta methodo non discedemus, primoque per modum definitionum terminos aliquos explicabimus, tum in propositionibus totam hanc doctrinam enucleabimus.*

## *DEFINITIONES.*

MVrus, stylobata, est quadrangularis moles, seu solidum parallelepipedum, & rectangulum, aliquando cubicum, aliquando vero longiusculum vt dicemus postea. talis est cobus AB

Tæniæ, seu quasi coronis, & basis ipsius stylobatæ, sont alia parallelepipeda, quæ stylobatæ imponuntur, aut subiiciuntor, variisque modis efformantur, vt AD, BC.

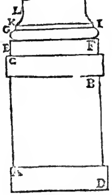
Stylobatam sequitur basis cuius altitudo, vt plurimum æqualis est, semidiametro scapi, seu columnæ, dimidiam eius partem inferiorem occupat plinthus EF, seu latereulos, sic dictus, quod olim columnæ latereulus subiiceretur. plinto imponitur thotus FG, ità dictus, quod torno elaboretur.

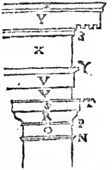
Sequitur Trochilos seu scotia, quod excauata tenebras accersat, hæc in aliquibus deest, vt in hac figura, ficut, & trochilus sic dictus, quod ad modum trochleæ excauetur.

Trochilum sequitur Thoros superior hic etiam deest, si in basi duplex Thorus in-

ueniatur quem excipit Aſtragalus IK,ſeu corona.

Apoſygis K L, ſic dicitur quòd columna videatur ex baſi quaſi emergere.




Scapus,ſeu columnæ ſtipes. Scapus inferior ſeu pars inferior columnæ, ſcapus ſuperior, ſeu pars ſuperior columnæ.

Datur & apophygis ſuperior, & aſtragalus.Sequitur capitellum cuius hæ ſunt partes hypotrachelium O, annulus P, R Echinus, ſeu ouum ST plinthus, S abacus, T tænia hæ partes in omnibus non diſtinguuntur.

Epiſtylium ſeu Architrabs, eſt quæ primò, imponitur capitello ſeu pars inferior V, contignationis capitello impoſitæ.

Sequitur Zophorus X, quòd figuræ animalium in ea parte inſculpi ſolerent, deinde erit coronix Y, Z erit cymation coronidis, ʒ erit cymatium Zophori, ɣ tænia diſtinguens inter architrabem, ſeu epiſtylium,& Zophorum.

Hæ partes ferè ſemper omnes in omni ordine inueniuntur; varias tamen diſpoſitiones pro ordinum varietate, ſortiuntur, vt meliùs inferiùs Enucleabimus. Sunt ergo iſtæ omnes partes, tænia vicem baſis obtinens in ſtyloblata, quadratum ſtylobatæ, tænia vicem coronicis obtinens in ſtylobata, ſequitur baſis,has continens partes, plinthum, thorum, ſcotiam;thorum ſuperiorem, aſtragalum apophygin;in hac tamen figura poſuimus tantum plinthum, Thorum,& aſtragalum columnæ,apophygin ſuperiorem,& aſtragalum ſuperiorem columnam excipit capitellum cuius partes ſunt hypotrachelium,annulus,tænia, Echinus ſeu ouum,plinthus ſuo abaco, & tænia conſtans. Sequitur architrabs,cum ſua tænia, Zophorus cum ſuo cymatio,coronix cum ſuo cymatio,alias partes cum opus fuerit recenſebimus.

Menſura naturalis eſt modulus, ſeu ſemidiameter imi ſcapi columnæ. hæc ſemidiameter in minuta triginta diuiditur, atque adeo vnum minutum erit pars trigeſima ſemidiametri columnæ, ſeu pars ſexageſima totius diametri, ad hanc menſuram omnia reuocantur.

Ordo in Architectonica, ſumitur pro apta diſpoſitione columnæ,capitelli,Architrabis,Zophori,& Coronicis,neque alia definitio ordinis in hac acceptione ſumpti niſi deſcriptio, partium tamen eſſentialium dari poteſt, è quarum numero, & baſin,& ſtylobatam reiecimus,quippe quæ perſæpe,in aliquibus ordinibus omittantur.

## PROPOSITIO I.

*Numerus ordinum.*

Non omnes Architecti in ordinum numero conueniunt,quamuis enim ordines quinque communiter recenſeantur,nempe Tuſcus,Doricus,Ionicus,Corinthiacus,compoſitus, neoterici tamen, plus nimio antiquitati addicti, tres tantum agnoſcunt,Græcos ſcilicet,Doricum,Ionicum, Corinthiacum;Tuſcum verò quaſi ruſticum,compoſitum,vt nimis audacem, & confuſionis parentem ab hac diſciplina procul amandant. quorum ratio hæc eſt,tria tantum ædificiorum genera excogitari poſſunt,nempe ſolida, media, & ornata, cum ergo ſoliditatem maſculam ſectetur Doricum genus, medioeritatem quandam, & fœmineam mollitiem, affectet Ionicum, ornatus omnes, & magnificentiam præ ſe ferat genus Corinthiacum: nullus videtur Tuſco, & compoſito locus relinqui.Si tamen rem attentiùs conſideremus,nec plus æquo antiquitati deferamus. video ſoliditatem maſculam excogitari poſſe,incomptam,& ornatam: ſua enim etiam ruſticis virilis fortitudo, ſua principibus, & regibus. ſæpe materia ornatum reſpuit, quorum incapax eſt; & vt rem in exemplo oſtendam, inter alia ordinis Dorici ornamenta, ſunt triglyphi, & metopi, denticuli oua, quæ ſi omnia huic ordini adimas,in Tuſcum fere degenerabit, aſſero tamen, lapides inueniri, horum ornatuum incapaces, hoc eſt qui ſi ita minutè inciderentur, diſſilirent omninò; vnde in tali caſu ad aliud genus recurrendum eſt. habet & ſuam ſoliditas incompta maieſtatem. Vt verò de compoſito dicam,ſi Corinthiacus ordo, ſolô Callimachi capitello, ab Ionico diſcrepans, vt vult Vitruuius; peculiarem tamen ordinem conſtituit, quare compoſitus longè diverſum habens capitellum cum Corinthiaco confundetur.Sed ne ſit altercatio, quæ in quæſtionem de nomine degenerat; cum ſit admodum difficile aſſignare, quæ partes ſint ita eſſentiales, vt vel minima in iis mutatio nouum ordinem conſtruat,quæ verò ita accidant, vt quantumuis aliæ pro aliis apponantur,

apponantur, eiusdem tamen ordinis fines non excedant. Adde quod licet antiquis haud dubiè multum debeamus, cum ab iis vt pote magistris scientiarum principia acceperimus, non tamen iis quasi mancipia ita addicti sumus, vt aliquid excogitandi facultas omnis adimatur, isque de Architectura pessime meritus censeatur, qui aliquid ausus fuerit, quod antiquis in mentem non venerit. Quare mancæ forent, & inopes matheses nostræ, si solis antiquorum commentationibus discerent, promouentur in dies, maiúsque hoc & præcedenti sæculo incrementum accepere, quam prioribus mille annis. Primum haud dubiè Architecti studium, in evoluendis antiquorum ruderibus ponatur, ne tamen vnquam alium accuset, quasi violatæ maiestatis, si quid in eius operibus irrepserit, quod ab antiquis, non fuerit vsurpatum. Existimo igitur vt mediam quandam viam ineamus; & aliquid antiquis concedamus, ordinis cuiúsque simmetriam accuratè obseruandam, dispositionem tamen reliquam, Architecti docti, ingenio relinquendam. Retinendus igitur est quinarius ordinum numerus.

## PROPOSITIO II.

*De ordine Dorico.*

Primus ordo quoad originem, est Doricus, cuius inventor dicitur Dorus, Princeps qui in vrbe Argo, magnificum Iunoni templum secundùm leges ordinis istius excitavit. Ad huius similitudinem alia in Græcia templa ædificata sunt, vt in vrbe Olympia Iovi, in insula Delo Appollini, Athenis Minervæ, aliáque multa aliis in locis. Huius proprietates sunt virilis aliqua maiestas, & consequenter soliditas, sed non incompta, & sine ornatu; ex quo fit, vt in vrbium & arcium, templorum palatiorum item portis, bene adhiberi possit. Huius maiestas præcipue oritur ex partium magnitudine, cum enim paucioribus, & minus interruptis partibus constet, proceritatem aliquam præ se ferre videtur. Si enim Coronicis, lorica, & supercilium, si moduli, & denticuli, bene promineant, nec ea minutarum partium confusio oculis incurrat, & angulum visiuum patiatur, magnifica quædam, Giganteæ molis idea ingeneratur. neque enim omnis ornatus semper apposité accersitur, qui dum in varias, quasi partes opus dividit eius majestatem minuit.

Hoc habet peculiare ordo Doricus, quod à plerisque veteribus sine basi, & hypobata adhibitus sit, cuius rei duplex est, & illustre exemplum, nempe Theatrum Marcelli, & Thermæ Diocleriani. Theatrum Vicentinum, arcus Triumphalis Veronensis. Vitruvius item quamvis, Ionici, Corinthiaci, immo & Tusci basin satis diligenter descripserit, ne verbum quidem facit, de Dorica basi. immo videtur eam positiue excludere, dum rationem affert cur Ionicæ columnæ addatur basis, asserit enim in Ionico genere, fœmineam pulchritudinem maxime spectari, vnde columna exilior, capitellum habet, & vittis, cirris, seu spiris ornatum, scapum striis quasi vestium sinubus, & rugis asperum; basin, quasi calceum; cum ergo ibidem asserat genus Doricum masculam maiestatem referre, mirum non est si basi careat, Hercules enim, cæterique heroes nudis incedunt pedibus. recentiores tamen huic ordini suam adaptant basin, quam ex illis referemus.

Vt autem ordine procedamus, semidiameter imi scapi columnæ erit modulus, seu mensura cæterarum partium, longitudo scapi erit modulorum 14. quam desumptam volune, ex mensura viri, cuius pes, septies circiter altitudinem continet, non tamen hæc longitudo ita determinata est ad modulos 14 vt ad quindecim, & sexdecim aliquando peruenire non possit.

Capitellum, vnum modolũ exactè sibi vendicat.

Sicut & Architrabs comprehendendo tæniam ibi impositam.

Zophorus vnà cum impositâ sibi tæniâ, modulum habet cum dimidio, coronix modulum cum quadrante.

Tota igitur trabeatio quartam partem occupat scapi, & capitelli, nam scapus cum capitello modulos quindecim efficiunt, quorum vnus modulus Architrabis modulus cum dimidio Zophori, & modulus cum quadrante coronicis, seu tres moduli cum tribus quadrantibus sunt quarta para quindecim modulorum.

Si tamen scapus columnæ longior esset, trabeatio semper eius quartam partem occuparet, & totum incrementum in coronicem refunderetur, Architrabe, & Zophoro iisdem perseuerantibus.

Ex quibus facile quæcumque oblata, ædificia ordinis Dorici examinabis, si enim trabeationis altitudo, non habuerit quartam partem scapi, & capitelli, degenerat à symmetria, & proportione huic ordini debita.

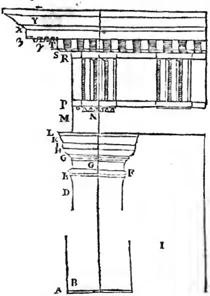
Neque verò difficile erit datâ altitudine, ad quam erigenda est fabrica ordinis Dorici, singulis partibus, suas dimensiones assignare, & modulum invenire, nam totius ordinis altitudo erit modulorum 18$\frac{3}{4}$, seclusa basi, quam hic nullam esse diximus, saltem in quamplurimis exemplis, nam si altitudinem datam partiatis per 18$\frac{3}{4}$ habebis modulum. ponamus altitudinem ad quam erigi debet tota moles, esse pedum 50. quæritur modulus, partire pedes 50. per 18$\frac{3}{4}$ eritque modulus duorum pedum, $\frac{2}{3}$. longitudo columnæ pedum 37$\frac{1}{3}$. & capitulum duorum pedum cum duobus trientibus, quare columna cum capitello, erit pedum 40 trabeatio autem erit pedum 10. quorum Architrabs, sibi vendicat pedes duos, cum duobus trientibus includendo scilicet tæniam, quâ à Zophoro separatur. Zophorus quatuor pedes comprehendendo tæniam, quâ separatur à coronice, coronix tres pedes cum quadrante.

Primum exemplum desumptum erit ex Theatro Marcelli, cuius sectionem hic affero; adiectâ omnium partium symmetria, hoc est tam altitudine, quàm proiectura. atque vt ab imo incipiamus.

Columnæ astragalus A altitudinem habet minutorum duorum, distatque à centro columnæ minutis 33. hoc est eius semidiameter superat columnæ semidiametrum minutis tribus. dividendo scilicet modulum seu columnæ semidiametrum in minuta 30.

Apophygis B tribus minutis alta est, desinitque in semidiametrum columnæ.

Scapus CD, est ipsa columna cuius longitudo est modulorum 14 vna cum ipsius torque, est autem semidiameter imi scapi minut. 3. supremi




autem minutorum 24 ita vt semidiameter supremi scapi iam decreuerit minutis 6.

Altitudo torquis E, est vnius minuti cum quadrante, superátque eius diameter diametrum supremi scapi, minutis duobus.

Thorus ille minor F, altitudinem habet minut. trium, distat à centro columnæ min. 28. hoc est superat semidiametrum summi scapi minutis 4.

Collum capitelli, seu vt vocant nonnulli Zophorus G, habet altitudinis minuta $7\frac{1}{2}$, seu quartam partem moduli, sicut & ipsius capitelli Annuli G, habent altitudinem min 4 sursúsque ad 28. minuta excurrent, hoc est eorum semidiameter fit maior semidiametro colli, quod 24. tantum minuta habebat neque enim excurrebat vltra semidiametrum scapi supremi.

Ouum seu Echinus H habet altitudinis minuta $4\frac{1}{2}$ desinitque in plinthum, cuius altitudo tota est minutorum 14. quarum octo sibi vendicat abacus I, & K, canaliculus minuta $5\frac{1}{2}$. & tænia abaci L, duo cum dimidio. proiectura illius tæniæ erit minut. 7. vltra semidiametrum columnæ.

Sequitur trabeatio, & primo architrabs M, cuius proiectura respondet præcisè circumferentiæ supremi scapi, hoc est habet tantum minuta 14. Illius altitudo vsque ad tæniam est minut. $25\frac{1}{2}$, in ea formantur guttulæ N, è triglyphis dependentes, quæ guttulæ habent altitudinem minut. 4, proiecturam, seu prominentiam minut. 3.

Tæniola O, imposita guttulis, habet altitudinis min. 2. eandem cum guttulis proiecturam.

Tænia P altitudinis habet min. $4\frac{1}{2}$ prominet autem supra architraben minut. $4\frac{1}{2}$.

Altitudo Zophori vsque ad tæniam superiorem est minut. 40. eius proiectura æqualis proiecturæ architrabis min. 24. incipiendo semper ab axe columnæ.

Tænia habet altitudinis minuta 5. prominet supra planum Zophori vno minuto, nisi vbi format quasi capitulum triglyphorum, ea enim in parte prominet supra planum Zophori min. $4\frac{1}{2}$. triglyphi altitudinem habent æqualem altitudini Zophori, latitudinem habent vnà cum adiectis hinc inde mediis interuallis, modulum vnum, & quilibet min. 5. prominent autem min. 3.

Exinde coronix plurimas habens partes primò occurrit quasi abacus R altitudinis habens min. 5. proiecturam à 30. ad 35. deinde tæniola S vnius minuti cum dimidio.

Denticuli T habent altitudinis min $6\frac{1}{2}$. prominent autem supra tæniolam 4. minutis, hoc est prominent supra Zophorum min 13.

Corona V, altitudinis habet min. $8\frac{1}{2}$. prominet supra planum Zophori min. 44. seu supra denticulos min. 31. plurimas autem habet partes.

In plano autem inferiori, quo tegit triglyphos, quod planum communiter horizontale est, in hoc tamen exemplo, propter summam altitudinem, non nihil inclinatur ex parte anteriori, vt spectantibus videatur horizontale, in eo inquam plano plurimæ sunt partes quas expressimus in figura 37. & primò sunt variæ vittæ γ, continentes circiter octo minuta, est & cauitas 3 continens duo minuta cum dimidio.

Sequitur abacus X, altitudinis habens min. $2\frac{1}{4}$. vnà cum tæniola vnius min. proiecturam habens duorum minutorum initio, & in fine 6.

Cauitas Y habet altitudinis min. $5\frac{1}{4}$ proiecturæ 10. supra reliqua. hoc est proiectura illius supra axem columnæ est min. 84. seu modulorum duorum, & min 21. vltra columnæ inferiorem superficiem modulo vnô & min 14.

Secundum exemplum refertur ab authore paralleli Architecturæ, desumptum ex thermis Diocletiani Romæ. Non potuit habere longitudinem columnæ, quæ ipsi videtur fuisse modulorum 16. comprehensu capitello. nam trabeationis altitudo est modulorum 4. cum aliquibus minutis, quam habuit, vel ex capitello, vel ex crassitie columnæ.

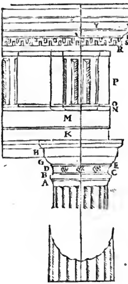
Primò occurrit A astragulus superior minut. 2. cuius proiectura à centro columnæ min 27. Sequitur torquis B, cuius altitudo min. $3\frac{1}{4}$. proiectura 30 ita vt respondeat perpendiculariter superficiei imi scapi columnæ, additur & paruus annulus C, cuius altitudo est min $\frac{3}{4}$. atque hæc ad columnam pertinere videntur.

Collum capitelli D continet min. $7\frac{1}{2}$. respondétque supremo scapo.

Supra quem est paruus annulus E. semiminuti. exinde paruus Thorus F min. 2. cuius proiectio est min. 29. Ouum seu Echinus G min. 6. altitudinis incipit à proiectura min. 29. desinit in 35. Plinthus H habet min. $13\frac{1}{2}$. quarum abacus sibi vendicat 8. proiecturam habens 35. canaliculus I, min. 3. desinit in proiecturam 39. tænia plinti eandem proiecturam habens min. $2\frac{1}{2}$.

Trabeatio S. primò architrabs vnà cum imposità tænià continet vnum modulum, & duo minuta. distinguitur in duas partes, inferior K, alta est min. 10. proiecturam habet 25. hoc est respondet scapo superiori. diuiditur paruô Thoro L duorum minutorum.

Secunda



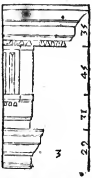

Secunda Architrabis pars M min. 15. addit vnum min. proiecturæ suæ, guttulæ triglyphorum altitudinis habent min. 4. proiecturæ superioris Architrabis addunt tria minuta, fascia dividens Architrabem à Zophoro habet canaliculum N, min. trium, & tæniam O min. 2. proiectura est 29. nisi sub triglyphis ibi enim est $31\frac{1}{2}$.

Triglyphorum P altitudo est min. 15. proiectura 27. latitudo triglyphorum omnium simul vnius moduli. Zophorus æque altus, ac triglyphi, proiecturam habet 25. inter Triglyphos, spatium intercedit quadratum.

Tænia Zophoro imposita min. 4. continet, eius proiectura 28. nisi supra triglyphos vbi est maior.

Canalis R altitudinis minuta 4. habet, proiecturam à 30. ad 33. superimpositam habet tæniolam vnius minuti. Sequuntur denticuli S altitudinis min. 7. proiecturæ 39. bis imponitur paruus Thorus T. vnius minuti cum dimidio, proiecturæ 40. Echinns V, altitudinis habet min. 6. proiecturæ ad 45. huic imponitur tæniola X vnius minuti. corona Y, altitudinis habet min. $6\frac{1}{2}$. proiecturam min. 60. recuruam in fine. Exinde abacus Z altitudinis min. 4. cum tæniola vnius minuti, proiecturam min 66. denique cautias 3 altitudinis min. 7. vnà cum tænia min. trium, proiectura min. 73.

Tertium exemplum ex parallelo pariter desumptum, erit ex Albania prope Romam non ita pridem è ruderibus erutum. quod habet peculiare, & notandum, erit extraordinaria coronicis proiectura, quæ superat Zophori proiecturam plus quam vno modolo. corona enim protenditur minutis 67. seu vnô modulô ferè cum quadrante; ex quo fit vt necessariò adhibendi sint, mutuli ad eam sustentandam. mutulorum enim nomine intelligimus, quidquid sustentat coronicem. pluribus autem modis fieri possunt, isti sunt,




parallelepipedi adhibentúrque supra triglyphos, & ita vt videantur esse quasi capitella triglyphorum. Corona habet altitudinis min. 7. Sequitur Echinus trium minutorum, & tæniola vnius minuti, cuius proiectura 72. Sumendo scilicèt ab axe columnæ. canalis 9. habet minuta, proiecturam min. 81. cymation est 4. minutorum, tota coronix est tantum min. 34. nisi illi addatur tæniola eam à Zophoro dividens.

Mutulis inferne adduntur guttulæ, & spatia inter mutulos relicta quæ respondent, spatiis interiectis inter triglyphos ornantur rosis.

Architrabs cum imposita sibi tænia, præcise continet vnum modulum, in duas partes dividitur, quarum inferior est min. 7. proiecturam habet min. 16. Superior quæ, est min. 14. proiecturam habet min. 29.

Capitellum nihil habet peculiare, plinthi proiectura est min. 38. cimatii. & abaci erit min 54. cætera ex figura satis intelligentur.

## PROPOSITIO III.

*De basi, & hypobata huius ordinis.*



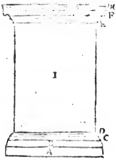

Quamvis censeat author aliquis, hunc ordinem esse sine basi, & hypobata; dissentiunt tamen reliqui omnes, & ipse Vitrovius peculiarem illi assignat hypobaten. quare vt omnia conciliemus, possumus asserere, in hoc ordine deesse posse basin, & hypobatan, cùm nonnulla id probent, antiquorum exempla; secundò cum omnibus dicimus omnem ordinem posse carere hypobata, modò illi basis subiiciatur posse item illi subiici hypobatan. quare describenda est illius

lius basis, in qua ferè omnes conueniunt, nam Palladio, Scamozzi, Serlio, Barbaro, Cataneu, Alberti, Viola, Ballant, & Delorme duplici Thoro, inferiori, & superiori basin huius ordinis instituunt, quam canaliculus diuidit. Solus Vignole vnico Thoro, eoque maiore contentus est. omnes tamen illi modulum tribuunt, proiecturam vero plinthi inferioris, nonnulli 40. alij 45. assignant.

Plintho tribuunt fere omnes min. 10. vel $9\frac{1}{2}$ proiect. 42. vel 45. thoro inferiori min. $-\frac{1}{2}$. proiecturam eandem in medio. sequitur cauitas min 5. cum adiectis superne, & inferne tæniolis vnius circiter minuti. proiectura inferioris est 37. superioris 35 thorus superior proiecturam habet 37. altit. quinque min. aut 6. debent autem omnia, ita disponi, vt modulum exactè conficiant.

Vignola tenemà proiectura min 41. plintho tribuit altitudinem minutorum 15. Exinde sequitur Thorus 10. minutorum, addit & listellum 2. min cum dimidio, & astragalum 2 min. cum dimidio. quare basis eius non implet totum modulum, nisi listellus, & astragalus columnæ ad basin pertinere censeantur. parui thori proiectura secundum ipsum erit $56\frac{1}{2}$. coronæ 54.

Hypobatæ tres habet partes, nempe inferiorem, quasi basin eius; superiorem quasi capitellum, & mediam. media dicitur habere proportionem diagonalem hoc est altitudo, ad latitudinem se habet, vt latus quadrati ad diagonalem ita Vitruuius. eius proiectura erit æqualis proiecturæ plinthi basis. hoc est in plerisque 45. min altitudo 4. modulorum præter capitellum, & basin.



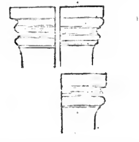

Basis tota hypobatæ continet min 25. plinthus A illius habet altitudinis minuta 10. proiecturæ duos modulos, & duo minuta tænia B altitudinis min. $1\frac{3}{4}$ proiecturæ min. 57. canaliculus C habet altitudinis min. 5. proiecturæ initio $54\frac{1}{2}$, in fine 50. paruus thorus D, altitudinis minut. $2\frac{1}{2}$, proiecturæ 48. astragalus D altitudinem habet vnius minut. cum quadrante, proiecturæ $46\frac{1}{2}$.

Capitellum hypobatæ continet semimodulum in altitudine. Echinus E altitudinem habet min. $3\frac{3}{4}$. proiecturam in fine min. 48. Corona F, habet altitudinis min $6\frac{3}{4}$ proiecturæ min. 51. tæniola G habet altit. min. $1\frac{1}{4}$ proiecturæ min. 58. G. Echinus H min. $2\frac{1}{2}$ altitudinis; proiecturæ 62. regula I, altitudinis min. $1\frac{3}{4}$, proiecturæ 64. hypobatæ altitudo est tertia pars circiter aggregati ex basi, scapo, & capitello. nam communiter in hoc ordine cum scapus contineat modulos 14 basis vnum, capitellum alterum, aggregatum erit modulorum 16 cuius tertia pars erit modulorum 5. & 10. min habemus ergo trabeationem esse quartam partem scapi, & capitelli: hypobatam esse tertiam partem aggregati ex scapo, basi, & capitello, basin hypobatæ continere min 25. Zophorum hypobatæ modulos 4 capitellum hypobatæ, semimodulum basin columnæ modulum. Scapum modulos 14. capitellum modulum vnum, trabeationem esse quartam partem scapi, & capitelli. Architrabem esse vnius moduli. Zophorum cum tænia min. 50. reliqua tribui coronici.

## PROPOSITIO IV.

*De capitello Architrabe, & Zophoro ordinis Dorici*

Quamvis supra de capitello iam dixerimus, vt melius tamen innotescat eius fabrica recentiori au-



thores excepto. Leone Baptista Alberti, capitello concedunt præcisè vnũ modulum; in distributione tamẽ partiũ non nihil discrepantes. Alberti tribuit capitello minuta 43. vnde fit prodigiosum. cæteri tantum 30. quorum tertiam partem, seu min. 10. concedunt eius collo, aliqui tantum 9. aut $9\frac{1}{2}$. eius proiectura, est æqualis semidiametro supremæ partis columnæ. annuli habent 3. aut 4. minuta, superior annulus proiecturam habet min. 30. seu vnius moduli.

Echinus seu ouum est 7. partium fere, eius proiectura in superiori parte est min. 35. abacus habet altitudinem 6 aut 7. minutorum, cimation trium minutorum. in quo est tæniula vnius, proiecturam habens 38 quæ omnia ita sunt distribuenda, vt modulum omninò adæquent. atque in hoc fere conueniunt; tota differentia, est penes vnum aut alterum minutum.

Quod pertinet ad Architraben comprehendendo tæniam, quà separatur à Zophoro omnes, illi tribuunt modulum, exceptò Scamozzi, qui illi concedit quinque insuper minuta, vnũ pro tæniola guttulis imposita, & quatuor pro tænia qua diuiditur à Zophoro, eius proiectura, eadem quæ supremi scapi columnæ, Palladio, Alberti, Viola, Scamozzi eam in duas partes diuidunt, inferior circiter tertiam partem superioris continet id est 10. aut 11. minuta, partis superioris proiectura superat vno minuto proiecturam

tam inferioris, altitudo taoi e quà à Zophoro dividitur est fere omnibus minut. 4. proiectura erit min 30. vel 31.

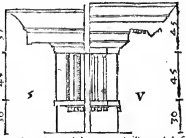
Omnes item conveniunt, in Zophori altitudine, quæ est min 45. inter duas tænias, item in eius proiectura quæ respondet proiecturæ architrabis, conveniunt, item in tænia Zophoro imposita, quæ est minut. 5. & proiecturam habet minut. 28.

## PROPOSITIO V.

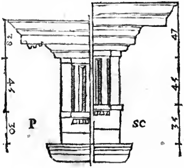
*Dissensus auctorum in Coronice.*

Dissentiunt authores in coronice; aliqui minorem faciunt, alij maiorem, nam Bullant ei tribuit min. 25. Barbaro min 30. seu vnum modulum, Cataneo 32. sicut & Setho. Palladio 33.

Delorme 34. Viola 35. Alberti 39. Vignole 40. Scamozzi 42 Vnde verò ortum sit tale dissidium non satis liquet, crediderim quod cum altitudo totius trabeationis debeat esse quarta pars scapi columnæ comprehenso capitello & in hoc ordine nonnunquam authores assumpserint pro solo scapo modulos 14. aliquando 15. & sex decim, debeatque tunc augeri trabeatio, vt semper habeat quartam partem, reliquæ autem partes suam



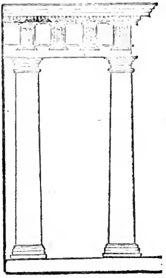

determinatam habeant magnitudinem, inde fit, vt totum incrementum in coronicem refundatur, Authores igitur qui suam coronicem desumpserunt ab exemplis, in quibus scapus plurium erat modulorum, maiorem invenerunt coronicem qui




ex aliis in quibus scapus pauciores habebat modulos, minorem etiam habuerunt. Quid verò in tanta diversitate maxime sequi debeamus aperiam. longitudo scapi simul cum capitello dividatur in quatuor partes, hæc quarta pars erit trabeatio, quare detracto vno modulo pro architrabe, & sua tænia & minutis quinquaginta pro Zophoro, & sua tænia, residuum, erit altitudo coronicis, præter exempla superiùs allata, hic attexendæ sunt coronices variorum, vt ex his ideam aliquam efformemus. hæc autem satis facile intelligentur ex appositis cyphris.

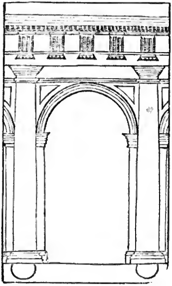
## PROPOSITIO VI.

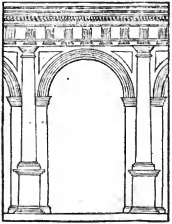
*De intercolumniis.*



Varia esse possunt intercolumnia, & primò quidem, vel columnæ adhibentur sine hypobata, vel cum hypobata, secundò vel est sermo de intercolumnio principali, & medio, vel de minus principalibus Et de mediano quidem volt Vitruvius, inter columnam, & columnam esse spatium trium columnarum, seu modulorum sex. Si verò non fuerit medianum esse tantum modulorum 4. cum dimidio, rationem affert, quod alioquin frangitur trabeatio, hoc est architrabs, si lapidea sit. video tamen in simplici columnarum dispositione, hoc est cum nullæ sunt parastades, posse intercolumnium esse modulorum 5. cum dimidio. nam huic incômodo quod frangatur trabeatio, aliter mederi possumus. Si tamen addantur parastades, fiatq; in medio arcus, sit intercolumnium medietas altitudinis portæ. intelligo vacuum, vt si scapus habeat 14. modulos, basis, & capitellum vnum, hoc est simul 16. quia portæ apertura, non pervenit ad architrabem: sed ab ea deficit duobus modulis, ideo vacuû, portæ arcuatæ erit modulorû 14 intercolumnium esto modulorum 7. nempe a parastade ad parastadem.

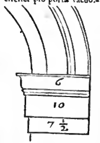
Est peculiaris in hoc ordine difficultas propter tri-





glyphos,qui directè columnis respondere debent, & habere latitudinem vnius moduli item spatium inter triglyphos relictom quadratum esse debet, est autem altitudo Zophori, inter duas tænias modoli cum dimidio. quare inter singulos triglyphos debet esse spatium vnius moduli cum dimidio. quæ obseruationes reddunt nonnunquam distributionem intercolumniorum difficilem, in præcedenti exemplo in quo sunt quinque moduli cum dimidio,inter duas columnas, & à centris columnarum sunt 7. moduli cum dimidio. erunt intermedij duo triglyphi,& tria intervalla.quæ intervalla efficiunt quatuor modulos cum dimidio sunt duo triglyphi intermedij, & duæ medietates hinc inde, atque adeo intervallum erit modulorum 7.cum dimidio,intelligendo à centro ad centrum.In vltimo exemplo sunt septem moduli pro intercolumnio,seu inter parastades, & hinc inde modulus cum dimidio.vsque ad cētra,sunt ergo 10. moduli à centro, ad centrum quatuor intervalla requirūt 6.modulus,& tres triglyphi,integri tres modulos exigunt. reliquus tribuetur duabus medietatibus triglyphorum,atque adeo proba est distributio.Altitudo parastadis seclusis basi, & capitello,erit modulorum $8\frac{2}{3}$. basis æqualis basi columnæ, capitellum vnius moduli.

Quoties vero debet fieri intercolumnium principale,secundum ordinem Doricum,ita vt columnæ subiiciatur non tantum basis, sed etiam hypobata.altitudo à solo, vsque ad trabeationem, est modulorum $21\frac{1}{3}$ ex quibus si auferas vnum cum tribus quadrantibus,pro crassitie arcūs,restāt $19\frac{2}{3}$. circiter pro portæ vacuo.à parasta se ad parastadē erunt moduli 10. quælibet parastas erit lata modulorum quinque.à centro ad centrūm columnarū erunt moduli 15.distributio metoporū, & triglyphorum talis esto.sunt intervalla 6. quorum quodlibet erit min. 45. summa erit modulorum 9. sunt quinque triglyphi integri,& duæ medietates,sibi vēdicātes 6.modulos,igitur proba est divisio.altitudo parastadis seclusā basi eius,& capitello poterit esse modulorum 13.capitellum vnius moduli, basis altitudo, æqualis basi hypobatæ.capitellum dividetur in partes sex, inferior habebit min. $7\frac{1}{2}$,secunda 10.tertia $1\frac{3}{4}$,quarta $2\frac{1}{2}$.quinta 6. sexta $1\frac{1}{4}$ arcus dividetur in similes partes,totidēque arcus,formabuntur cum similibus proiecturis.




## PROPOSITIO VII.

### *De ordine Ionico.*

Genus hoc minus solidum quam præcedens, elegantiorem præsefert venustatem, ideo dicitur fœmineum,sive propter hanc elegantiā,sive quod eius mensuræ,ex corpore muliebri desumptæ sint. columnæ scapus crassitiem, seu diametrum octies continet,& aliquid, hoc est modulos 16. adhuc tertiam partem.basi tribuitur modulus, capitello duæ tertiæ moduli, trabeatio non erit quarta pars columnæ, sed duas nonas partes continebit, hoc est aggregati ex colūna capitello,& basi.vel si mavis erit quarta pars solius columnæ. vt autem singulas eius partes recenseam incipiamus à basi.

Basis ordinis Ionici modolum adæquat in altitudinem. plinthus minuta 10. continet in altitudinem. proiecturam min. 41. Thorus inferior altitudinem habet min $7\frac{1}{4}$. in medio candem proiecturam cum plintho. tæniola thoro imposita minutum

minutum cum dimidio continet proiecturam $37\frac{1}{2}$, canalis min. $4\frac{1}{4}$. habet. tæniola thoro superiori subiecta vnum habet minutum. proiecturam $35\frac{1}{2}$. thorus superior altitudinem habet min. 6. proiecturam in medio $37\frac{1}{2}$.

Columnæ partes sunt primo astragalus vnius minuti cum dimidio, proiecturam habens minut. 34. exinde apophix. scapus cotinens 16. modulos, in superiori parte proiecturam habet minutorum $26\frac{1}{2}$ esinde sequitur apophix superior, & astragalus min. 2 cum paruo Thoro 4. min. quorum proiectura latet, sub spiris capitelli. scapus præter astragalum superiorem, & thorellum continet 16. modulos.

Capitellum continet min. circiter 20. eius collum est minutorum 9. sequitur latitudo spiræ min. 5. limbus spiræ, min. $1\frac{1}{2}$. divisus per medium. paruus Echinus minut. $2\frac{3}{4}$. proiecturam habet min. 31. eymation min. $1\frac{1}{4}$. spiræ infima pars distat, à suprema capitelli parte vnû moduló, ex quo fit vt videatur capitellum esse vnius moduli. oculus eius distat à superiori parte capitelli min. $17\frac{1}{2}$. proiectura spiræ in medio est minut. 40. dabimus infra modum describendæ illius helicis.

Architrabs vt plurimum in tres partes dividitur. quarum inferior 6. minuta continet cum dimidio, proiecturam æqualem superiori scapo, secunda pars 9. min. continet cum dimidio, prominet sesquiminuto supra inferiorem, tæniola ornata granis; duo minuta habet, proiecturam min. 29. pars superior erit min. 11. proiecturæ eiusdem. Echinus ornatus, altitudinis min. 5. proiecturæ 30. in parte inferiori, in superiori min. 34 eymatium seu tænia min. $2\frac{1}{2}$, & eiusdem proiecturæ. tota Architrabs vna cũ Echino & tænia erit min. 36.

Zophorus erit altitudinis min. 33. inter duas tænias, proiectura eadem quæ supremi scapi columnæ, seu min. $26\frac{1}{2}$ habet & suam apophygen & quasi astragalum, seu tæniolam min. duorum, proiectura 28.

Sequitur Echinus min. 5. altitudinis, proiecturæ inferiori parte min 36. superiore min. 34. exinde tæniola minuti vnius.

Denticuli altitudinem habent min. $5\frac{1}{2}$. proiecturam 37. duæ sequuntur tæniolæ singulæ vnius minuti. exinde ovum min. 5. proiectura inferior 39. superior 41.

Corona alta min. 10. proiecturam habens min. 56. cymation min. quatuor inter duas tæniolas min. vnius, cuius inferior proiectura min. 58 superior min. 62. Regula sima min. 8. proiecturam habens superiorem min. 70. tænia min. $5\frac{1}{2}$.

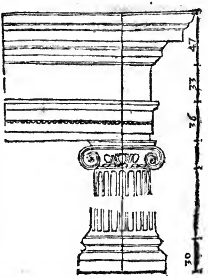
Zophorus varie ornatur, vel animalibus, historiis, certaminibus cæterisque.

## PROPOSITIO VIII.

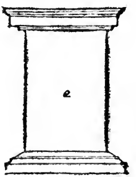
*De stylobata ordinis Ionici.*

Stylobates huius ordinis præter basin, & capitellum continet modulos quinque, eius proiectura, est min. 41. æqualis nempe proiecturæ plinti basis columnæ.






Basis stylobatæ habet plinthum, cuius altitudo est min 10. proiectura min. 60. seu duorum modulorum. sequitur regula sima. cum tæniola sibi subiecta. tænia habet min. $1\frac{2}{3}$. regula sima continet minuta $7\frac{1}{2}$. in superiori parte regulæ proiectura 46. sequitur paruus thorus, astragalus apophix.



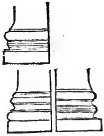
Capitellum stylobatæ primò habet astragalum duorum minutorum cum dimidio, & paruum thorum illi æqualem cuius proiectura 47. fere minut. Sequitur Echinus seu ovum, min. $7\frac{1}{2}$ proiectura superiori parte erit min. 53. illi imponitur quasi corona, altitudinis min. $7\frac{1}{2}$. proiecturæ 61.

Canalis seu regula sima inversa trium minutorum cum triente, proiecturam habens 72.

## PROPOSITIO IX.

*De basi columnæ Ionicæ.*

In efformanda basi Ioniçæ columnæ, non omnes authores consentiunt, nam primò eius altitu-



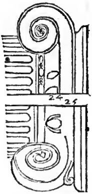
dini vsque ad astragalum, vel paruum thorum pertinentem ad columnam, ferè omnes tribuunt modulum, exceptis Serlio, & Vignolâ, qui dant illi min.$28\frac{1}{2}$, Barbaro, & Cataneo 29. alij omnes min.30. concedunt. in distributione partium est aliqua differentia, quam tamen modicam existimo, & non maximi momenti. nonnulli enim duos thoros superiorem minorem, inferiorem maiorem efformant. distinctos canaliculo 4. aut quinque minutorum, alij Thorum tantum superiorem, duas cauitates minutis thoris distinctas. alij & duos thoros, & duas cauitates duplici aut triplici minutiori Thoro distinctas, sed hæ omnes differentiæ sunt ita paruæ, vt liberum existimem cuique quam libuerit amplectendi, sine erroris periculo. differentia in figuris satis apparet. Illæ tamen defectuosæ sunt quæ Thorum solum superiorem satis magnum habent.

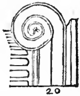
## PROPOSITIO X.

*De capitello columnæ Ionicæ.*

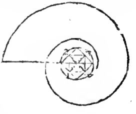
In capitello efformando differentia authorum notabilis non est, omnes enim non computatô columnæ superiori astragalo, & etiam paruô torô qui est, vnius aut alterius minuti, communiter altitudini integræ capitelli Ionici tribuunt minuta 20. aut 21. ea ferè distributione, quam supra assignauimos, vt in eorum exemplis videre licet. descriptio capitelli.

Restat descriptio spiræ capitelli Ionici, ducatur ex medio eiusque linea horizontalis, quæ sit min.$28\frac{1}{2}$, hoc est exeat extra scapum superiorem quem voluimus esse min. $26\frac{1}{2}$. circiter min. duobus, & ibi statues oculum, spiræ. describatur circulus ex eo tanquam centro, interuallô vnius minuti cum tribus quadrantibus, intra quem circulum inscribatur quadratum cuius angulus, sit in linea horizontali; illi quadrato aliud inscribatur, ductæ à centro ad eius angulos lineæ, diuidantur in tres




partes æquales, ibi inuenies centra singulorum quadrantum, vt vides in figura; vtere primô centrô pro primo quadrante, secundô item ad describendum secundum quadrantem, & hoc non



tantum ad interiorem helicem, sed etiam ad exteriorem. hoc idem centrum erit vsui ad duos quadrantes concentricos. postquam vsos fueris quatuor centris exterioribus, vteris quatuor interioribus, latitudo helicis initio, seu vbi est latior, est quanta altitudo abaci, nempe vnius moduli cum duabus tertiis. Cætera quæ ad capitellum pertinent ex singulorum authorum exemplis desumantur.

Sunt nonnulli inter quos Scamozzi, qui spiram capitelli Ionici, non describunt, in plano directè opposito; sed vt capitellum ex omni parte eôdem modô appareat, eam in plano quasi diagonali efformant, ita vt spiræ facierum adiacentium in angulum quasi conueniant. Communiter tamen describitur tantùm in duobus planis oppositis,

sitis, ita vt secondum flexus spiræ intelligatur corpus solidum contrarium, non quidem simpliciter, sed cum duabus sinuositatibus.

Hic consulantur figuræ omnium capitellorum ab octo authoribus assignatorum, in quo illud animadvertendum est, ornamenta propria capitelli huius ordinis, præter helices esse oua, torques ad modum vnionum elaboratos, hoc est ornamenta muliebria.

## PROPOSITIO XI.

*Trabeatio ordinis Ionici.*

Trabeationis huius ordinis ornamenta, sunt ova, tæniæ in margaritas, & vniones intercisæ, denticuli. mutulos adhibuerunt Serlio, Scamozzi, & Viola, non tamen satis concinnè, Vitruvius enim iure illos non admittit, nam mutuli maiestatem, & firmitatem præseferunt, huic muliebri generi, repugnantem.

Proportio totius trabeationis ad columnæ longitudinem, quæ est 18. modulorum, computatis, basi & capitello, erit duarum partium nonarum, & consequenter 4. modulorum circiter, nam ordinis Dorici trabeatio, ad columnæ longitudinem computatis basi, & capitello, est vt 1. ad 4. seu quatuor modulorum. in hoc ordine Ionico erit vt 4. ad 18. seu vt 2. ad 9. & in ordine Corinthiaco vt 1. ad 5. ita vt trabeatio ordinis Ionici, sit circiter media proportionalis inter trabeationem Doricam, & Corinthiacam. ex quô reprehendas vignole, qui etiam trabeationem huius ordinis, erexit ad altitudinem quartæ partis, altitodinis columnæ. communiter architrabs est min. 34. computatô cimatiô quô à Zophoro dividitur. totidem circiter erit Zophorus inter duas tænias, reliqua obtinebit coronix cum suis ornamentis. hoc est cimatio Zophori, denticulis, ovis. Corona, regula, sima, tænia. illæ enim partes ferè in omnibus paradigmatibus appositis, se consequuntur, & exceptis iis qui mutulos apponunt, vt Palladio, Scamozzi, Viola, præcipuorum authorum exempla, variam huius ordinis Ideam præbebunt, tu seligito quæ magis arriserint.

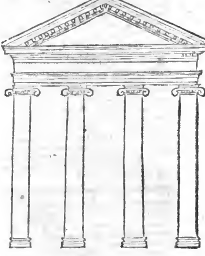
## PROPOSITIO XII.

*De intercolumniis ordinis Ionici.*

Si solæ columnæ cum suis basibus, sine hypobatis, & parastadibus adhibeantur: erit altitudo basis, scapi columnæ, & capitelli modulorum octudecim vt diximus, intercolumnia autem, à superficie columnæ, ad superficiem alterius modulorum 5. Si adhibeantur parastades. columnæ scapus inferior diametrum habet duorum modulorum, parastas trium, hoc est superat semimodulô hinc inde diametrum columnæ altitudo basis parastadis, æquabitur altitudini, basis columnæ. altitudo parastadis, vsque ad capitellum modulorum circiter $12\frac{1}{4}$ capitellum parastadis erit vnius moduli. inspice figuras ordinis Dorici.

Vacuum ianuæ arcuatæ erit modulorum 17. quoad altitudinem, intercolumnium verò seu à parastade, ad parastaden erit modulorum $8\frac{1}{2}$.

Denique si adhibeatur stylobata, cum hæc contineat modulos $6\frac{2}{3}$. erunt vsque ad trabeationem moduli $24\frac{2}{3}$. vacuum portæ habebit in altitudine modulos 22. in latitudine modulos vndecim intelligendo à parastade, ad parastaden. parastadis diameter erit modulorum 4. eius altitudo vsque ad capitellum modulorum 14. eius capitellum moduli vnius. altitudo basis, æqualis altitudini basi stylobatæ nempe minutorum 20. reliqua sunt facilia ex figura.



Notandum in propilæo Stæ Mariæ Ægyptiacæ Romæ. quod est ordinis Ionici, primò intercolumnium medium esse modulorum $4\frac{1}{2}$. intercolumnia lateralia esse modulorum 4. altitudinem columnæ cum basi, & capitello esse tantum modulorum 17. Secundò corollas ita esse distinctas, vt in medio intercolumnio, & in medio columnarum vniantur.

Tertio in fastigio triangulari repeti debent omnes coronicis partes, & ornamenta, nempe regula, sima, cymatium, corona, cimatium ovatum, denticuli, cymation. denticuli autem etiam si obliqui sint, habeant tamen lineas verticales, intelligo in fastigio.

Denique invenio stylobatan, cui impositæ sunt statuæ, non esse propriam huius ordinis, seu non habere, altitudinem sufficientem, qualem exigeret, iste ordo. quod aptius videretur, etiamsi huic non innitatur columna.

Portæ latitudo est æqualis intercolumnio medio, altitudo vero vndecim modulorum circiter, cætera ex inspectione figuræ satis per se patebunt.

## PROPOSITIO XIII.

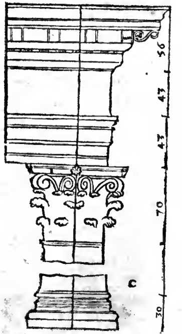
*De ordine Corinthiaco.*

Ordo Corinthiacus, vt omnium præstantissimus,

mus, sive in partium compositione, sive in ornamentorum elegantia, primas partes sibi vendicat. differt ab aliis præcipuè penes capitellum cuius authorem Vitruvius omnesque post illum, agnoscunt Callimachum. cum enim Corinthiacæ puellæ fatis functæ, nutrix crepundia calatho inclusa sepulchro imposuisset, atque vt imbres arceret: tegulâ operuisset, accidit fortuitò, vt acanthus foliis calathum ambiret, & tegulæ pondere pressa curvaturam aliquam induceret, huius pulchritudinem demiratus Callimachus, in capitellum transtulit, indeque ordinis Corinthiaci præcipuum ornamentum profectum est. ordinis Dorici firmitas, & Ionici elegantia huic ordini maxime convenit, quare præter triglyphos, ornamenta cætera vtriúsque complectitur, nempe mutulos, & nonnunquam denticulos, qui in pluribus exemplis desunt.

Symmetria huius ordinis talis erit tota illius altitudo erit modulorum $13\frac{2}{3}$. sine stylobata. basis erit moduli vnius, scapus solus columnæ, modulorum $15\frac{2}{3}$. capitellum modulorum duorum cum triente; ideoque tota columnæ altitudo erit modulorum novemdecim. trabeatio erit modulorum $4\frac{2}{3}$. hoc est fere quarta pars, quamvis multi velint trabeationem esse tantum quintam partem, columnæ, comprehensa basi eius, & capitellô.

Aliqoando totius columnæ altitudo est modulorum viginti, & trabeatio continet duas nonas partes, seu modulos 4 cumdimidio. exemplum erit desumptum ex pantheo.




Basis erit moduli vnius. plinthus eius quartam partem obtinebit in altitudine seu min. $7\frac{1}{2}$. proiectura erit min. 42.

Thorus inferior in altitudine habebit min. 6. proiectura in medio eadem; tæniola vnius minuti, proiecturæ min. 39. regula scotia, seu cavitas minutorum 3. tæniola vnius minuti, astragalus inferior; astragalus superior vterque min. $1\frac{1}{4}$. proiecturæ 36. tæniola superior vnius minuti. regula scotia superior min. $2\frac{1}{2}$. tæniola superior vnius min proiecturam habens min. 34.

Thorus superior min. 5 proiecturam in medio habens min. $35\frac{1}{2}$ astragalus columnæ min, $5\frac{1}{2}$, proiecturæ 33. sequitur apophix, & scapus. in superiori parte proiecturam habens min. $26\frac{1}{2}$.

Sequitur apophix, & astragalus min. $1\frac{1}{2}$, proiecturam habens 28, paruus thorus min, $2\frac{1}{4}$. proiect vnius moduli præcise.

Capitelli in imo proiectura erit min. $16\frac{1}{2}$. nec multum crescet vsque ad caules. primus ordo foliorum donec inflectatur, erit min. 12 eiusdem proiecturæ cum capitello. curvatura foliorum erit min. 7. proiectura extremitatis foliorum. erit 35.

Secundus ordo foliorum continebit pariter in altitudine min. 12. antequam flectantur. flexus min. 7. continebit in altitudinem, proiectura erit min. 41.

Adnascentur & caules quorum latitudo erit min. 4. vestientur autem foliis minoribus, quorum altitudo min. 5. flexura min 3.

Nudus caulium erit minut. $12\frac{1}{2}$ proiectura 43.

Abacus in medio incurvabitur habebitque florem in medio insculptum; erit altitudo min. $4\frac{1}{2}$. in cornibus proiectura erit min. 43. adiungitur tæniola vnius minuti, & Echinus min. $1\frac{3}{4}$ proiectura ad cornua erit min. $46\frac{1}{2}$.

Architrabs seu epistylium in tres fascias dividi potest, distinctas inter se paruis astragalis, aut tæniis. prima erit, min. 7. proiecturam habens min. 28. astragalus poterit esse min. $1\frac{1}{2}$.

Secunda fascia esto minutorum 9. proiecturæ min 29. huic imponitur cymation min. $2\frac{1}{2}$.

Tertia fascia min. 12. proiecturæ 31. cui imponetur astragalus min. 2. cymation min. 6. cum regula min. 3. proiectura 36.

Zophorus solus minuta 43. continebit, cuius proiectura min. 28. hunc sequetur astragalus min. vnius, cum cymatio min. 5. & tæniola min. vnius proiectura 34.

Sequetur vel regula simplex, altitudinis minut. $8\frac{1}{2}$, proiecturæ min 40. vel denticuli, vel regula Sima eiusdem altitudinis.

Astragalus min. vnius cum dimidio, Echinus seu ova minut. 7. proiecturæ inferiori parte 42. superiori 49.

Mutuli altitudinis min. 11. proiecturæ 70. inter mutulos spatium duorum. cymation min. $2\frac{1}{4}$. proiecturæ 71.

Corona altit. min. 5, proiecturæ 73.

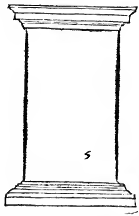
Astragalus minuti vnius.

Regula sima min. $9\frac{1}{2}$. inferiori parte proiecturam habens min. 74. superiori 81. regula simplex min $2\frac{1}{4}$.

Quamvis hic ordo, sicut & cæteri sine stylobata plerúmque inveniatur, nihilominus quia potest apposité adhiberi, ideo prætermittenda non est.

Illius proiectura in medio æqualis est proiecturæ plinthi basis hoc est min. 42 latitudo igitur tota erit min. 84. seu duorum modulorum & min.

min. 24. altitudo seclusâ basi, & capitello, est quadrati & duarum tertiarum, seu modulorum 4.





min. 20. huic altitudini addetur septima pars seu 20. min. pro basi, & alia septima pro capitello, basis eadem quæ in Ionica. Coronix primo habebit astragalum trium minutum Zophorum min. 6. tum coronam, & cimatium.

Alij basi stylobatæ modulum vnum tribuunt, & coronici fere modulum, vt Barbaro ex Vitruvio illi septimam tantum partem rectanguli medij tribuit. tota ergo altitudo stylobatæ est modulorum 6.

## PROPOSITIO XV.

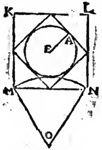
*De basi Corinthiaci generis.*

Basis ordinis Corinthiaci non in omnibus similis est, inveniuntur enim quam plurima antiqua exempla, in quibus basis aliquantisper differt, nam in porticu panthei basis, eas habet partes quas recensuimus supra, sicut & in thermis Diocletiani, in fronte verò ingentis illius molis, quæ Neronis Palatium dicitur, duos Thorolos habebat basis, & vnicam scotiam intermediam, ex quo fit vt Palladio Scamozzi, Barbaro & Viola vnica scotia, & duobus Thorulis contenti sint, reliqui duas scotias, duos thoros adhibeant, scotias autem pluribus astragalis distinguant. proiecturam Plinthi inter minuta 40. & 45. continent. reliqua ex figuris satis intelligentur.

## PROPOSITIO XVI.

*De capitello ordinis Corinthiaci.*

Altitudo tota capitelli, comprehensô abacô, erit communiter minut. 70. seu duorum modulorum cum triente, invenio talem altitudinem in exemplis pervetustis. nempe in vestibulo panthei. in thermis Diocletiani, in templo Hierosolimitano. in Neronis palatio videntur esse duo moduli cum dimidio. differentia erit quinque minutorum. Authores non conveniunt Palladio, Scamozzi, Vignola, Viola, Delorme minuta 70. tribuunt. reliqui duos tantum modulos, seu min. 60. proiectura abaci fere omnibus est min. 44. 45. 46. vnus aut alter 43. 44. eiusdem abaci altitudo omnibus est 9. aut 10. minutorum. quare altitudo capitelli sine abaco duorum esto modulorum. Ita autem construitur abacus. Sit circulus cuius





radius E A, sitque æqualis imô scapo columnæ, hoc est sit eius semidiameter EA, vnius moduli, circa hunc circulum describatur quadratum, circa quod describatur circulus, & circa circulum aliud quadratum KMNL, huic quadrato æqualis erit amplitudo abaci, vt autem sinuetur, supra latus M N (*per* 1. 1. *Eucl.*) describatur triangulum æquilaterum M O N, ex punctô O, vt centrô intervallô O M, vel O N describatur circulus MPN, is dabit sinuositatem abaci. quare abacus in medio nempe in punctô C, distat tantum vnô modulô ab axe columnæ, hoc est respondet perpendiculariter superficiei extimæ imi scapi. cætera ex figura intelligentur.

## PROPOSITIO XVII.

*De Trabeatione Corinthiaca.*

Trabeatio Corinthiaca, nec in omnibus anthoribus eadem est, nec etiam in omnibus exemplis etiam antiquorum, sive quod periti Architecti sæpe rationem habuerint, opticarum demonstrationum; ideoque trabeationes valde sublimes, & à solo remotas auxerint, vt oculis servirent; sive quod eius proportio non sit adeo determinata.

Recensebo igitur varias proportiones.

In vestibulo Panthei, epistylium seu architrabs continet min 43. Zophorus item 43.

Coronix 56. proiectura 83. habetque mutulos, & nullos denticulos.

In vestibulo palatij Neroniani, architrabs min. 44½. continet, Zophorus 44.

Coronix 59. cum proiectura 87. habetque mutulos solos. Echinum seu ova habet supra epistylium, & supra coronam etiam ovicis.

In Thermis Diocletiani architrabs 40.

Zophorus 40.

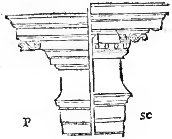
Coronix 52. cum proiectura 74. habetque in coronice,

ronice, primo quasi dentieulos, exinde ova, & mutulos.

In temrlo Hierosolimitano architrabs min 42.

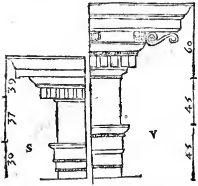
Zophotus min 54.

Coronix minut 54. proiectutam 81 post Zophorum etit cymation, extnde corona quæpiam, ova, mutuli.




Authores varie trabeationem componont Pallaho, Epillylio seu architrabi tribuit mut 38. Zophoro 28½. coronici 47½. proiect. 74. Epillylium in tres fascias dividit cui imponit, cymation. Zophoro aliud cymation imponit, exinde denticulos.ova.mutulos.cymation alterum,coronam,cymation simam regulam.

Scamozzi Epistylio min.40.tribuit comprchendendo cymation. Zophoro minuta 31.exinde cymation.ex duobus torulis, ovis, mutulis, coronâ cymatio, simâ regulâ coronicem componit, comprehendentem minuta 48. cum proiectura minut. 74.



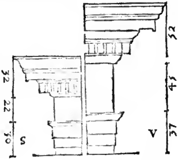

Setlio Epistylio dat min.30. eique imponit cymation Zophoro 37.cum paroo cymatio, exinde deoticulos,ova coronam,&c.

Nullos adhibet mutulos.Coronix min.39.non excedit,cum proiectura 71.

Vignola trabeationem valde altam habet coius Epistilium in tres fascias divisom, & cymatio ornatum min 45. continet, Zophorus totidem.

Coronix 60. habet primo cymation denticulos ova,mutulos, cymatiolum coronam cymatiolum.Simam regulam.proiectura min.90.

Barbaro Epistylium min 30. efficit,Zophotum convexum min.22½. coronicem min. 51. eique dat mutulos coronam, simam, & regulam. & proiecturam min.65.

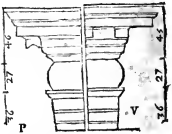



Cataneo similem habet trabeationem nisi quod Zophorus convexus non est

Alberti Epistylio dat min. 30. Zophoro totidem, coronicem componit ex cymatio, corona quæ posset in denticulos dividi, Echino qui posset in ova efformari, mutulis cymatiô,regulâ. simâ vnde propria corona deest in coronice. coronix habet min 41. proiecturam 70.

Viola Epistylio tribuit min. 38 cum cymatio satis magno, Zophoro min.28½. coronici 47½. cum proiectura 73. componit autem coronicem ex cymatio. corona, quæ posset in denticulos dividi, ovis mutulis, cymatiolo corona. cymatiolo, sima regula

Bullant dat Epistylio min 30.Zophoro 17½ coronici totidem,quam componit ex cymatio,corona quæ posset in denticulos dividi,Echino coronâ,simâ regula,vnde mutulos non habet.




Denique Delorme Epistylium habet min.41½. in tres fascias divisum Zophorum min.41. coronicem min.54½.compositam ex cymatio coronâ, quæ posset dividi in denticolos cymatio, Echino seu ovis mutulis, corona, sima, cum proiectura min 80.

Ex quibus facile videbis in quibus authores, aot discrepent, aut conveniant, item non esse ita determinatas istas rationes, vt in indivisibili sint constitutæ.

PROPO

PROPOSITIO XVIII.

*De intercolumniis ordinis Corinthiaci.*

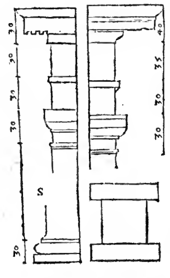
Tripliei modo intercolumnia componi possunt in hoc ordine, primò si columnæ solæ adhibeantur, hoc est fine vllis parastadibus, si ergo vsque ad trabeationem sint moduli 10. intercolumnium habere poterit modulos $4\frac{4}{5}$. inspice figuras ordinis Dorici.

Si porta fieri debeat, etiamsi vsque ad trabeationem sint moduli 10. portæ tamen vacuum ad eam altitudinem non perveniet, sed deficiet ab eâ modulis duobus. parastadis latitudo erit modulorum duorum; inter vtrumque parastadem, erunt moduli novem, altitudo parastadis vsque ad initium arcûs, erit modulorum $13\frac{1}{2}$. capitellum parastadis erit vnius moduli.

Denique quoties adhibetur stylobata, cùm stylobatæ altitudo sit modulorum 6. erit altitudo portæ, (loquor de vacuo) modulorum 25. latitudo seu à parastade ad parastaden modulorum 11. parastadis latitudo modulorum 4. altitudo vsque ad initium arcus modulorum 19. capitellum parastadis moduli vnius, basis parastadis, æqualis basi stylobatæ.

PROPOSITIO XIX.

*De ordine Tusco seu Romano.*




Quamvis nonnulli, hunc ordinem ab Architectura, vt non satis antiquum, eliminare velint; existimo tamen suum etiam sibi in ea locum vendicare, quippe qui inutilis non sit, & in multis casibus apposite adhibeatur, huius ordinis proprietas est soliditas virilis, & incompta, ideoque ornamenta fere omnia respuit.

Semidiameter scapi infimi modulus esto, seu cæterarum partium mensura, longitudo scapi erit modulorum 12 seu diametrorum sex.

Basis modulum vnum habet comprehendendo scilicet annulum, qui videretur in aliis esse pars scapi.

Capitellum alium modulum exigit.

Architrabs seu epistylium comprehensâ tæniâ habet modulum.

Zophorus sine cymation min. 35.

Coronix min. 40. ex quo vides totam trabeationem esse modulorum $3\frac{1}{4}$ hoc est quartam partem aggregati ex columnâ, basi & capitello.

Etiamsi communiter hic ordo sine stylobata vsurpetur, poterimus tamen illi stylobatam assignare, medium stylobatæ quadratum est, cuius latus erit min. 80. hoc est hinc inde proiectura, in min. 40. seu maiorem habebit proiecturam, quam imus scapus min 10. seu tertiâ parte moduli. addentur tæniæ duæ vna pro basi, alia pro capitello. quarum quælibet semimodulum obtinebit, proiectura vtriusque erit partium 50. id est vltra medium stylobatæ minut. 10. basis stylobatæ duas partes habebit, prima quæ erit quasi plinthus altitudinem habebit minut. $12\frac{1}{2}$, proiecturam 50. secunda duo minuta cum dimidio continebit, eritque eius proiectura 45. capitellum stylobatæ duabus partibus constabit, prima erit quasi cymatium constans min. 10. proiectura in fine seu parte superiori minut. $48\frac{1}{2}$. secunda erit regula alta min. $2\frac{1}{2}$, proiecturam habens minut. 50.

Sequitur basis columnæ, quæ habet vnum modulum comprehendendo astragalum. Plinthus rotunda esse debet, cuius altitudo semimoduli. proiectura min. 40. huic imponitur Thoros, altitudo min. $12\frac{1}{2}$. proiectura in medio eadem. astragalus min. $5\frac{1}{2}$ complectitur; proiecturam habet min. 35.

Scapus in altitudine continet modulos 12. habetque in parte superiori minora 26. huic imponitur corona vnius minoti. proiecturæ 27. & paruus Thoros min. $2\frac{1}{2}$ & proiecturæ $28\frac{1}{2}$ hæc ad scapum pertinent.

Capitellum habet modulum integrum, hypotrachelium tertiam partem sibi vendicat, proiecturam min. 26. hoc est respondeat summo scapo. Echinus seu ovuum, comprehensâ tæniolâ sibi subiectâ, habet aliam tertiam partem, tænia erit min. $2\frac{1}{2}$ proiecturæ $28\frac{1}{2}$ Echinus superiori parte proiecturam habet min. 35.

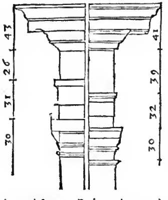
Abacus vnà cum tænia imposita, habet tertiam partem moduli, tænia min. $2\frac{1}{2}$ proiectura 36. rotunda autem est abacus.

Epistylium seu architrabs altitudinem habet ex Vitruvio vnius moduli, proiecturam min. 26. huic additur tænia minutorum 5. cum proiectura minutorum 31.

Zophorus modulum sibi vendicat. proiectu. 26.

Coronix ex Vitruvio est æque alta ac Epistylium, erit ergo min. 35. vult eam dividi in partes quatuor, infimam habebit cymation min. $8\frac{1}{2}$. proiecturæ 34 duas medias seu min. $17\frac{1}{2}$. habebit coronæ cum proiectura min. 51. in cuius extremitate in plano horizontali inferiori tres canaliculi excavabuntur. cymation coronæ min. $8\frac{3}{4}$. habebit cum proiectura min. 60 seu duorum modulorum.

Vignola paulò aliter trabeationem distribuit, architrabi dat min. 25. proiecturam 26. tæniæ




min. 5. proiectoram 31. Zophoro min. 35. proiecturam 26. cymatio min. 10. proiecturam 45. tæniæ min. $1\frac{1}{4}$. proiecturam $42\frac{1}{4}$. cotooæ min. 15. proiecturam 62.

Tænia min. $1\frac{2}{4}$. proiecturæ 63. exinde abaens min. $2\frac{1}{2}$, proiecturæ 66. cymatioo min. 10. proiecturæ in summitate 75.

Est aliqua diversitas in authoribus circa hunc ordinem.

Et primò qood pertinet ad basin, omnes illi tribuont modolum, comprehendeodo astragalum, nempe plintho min. 15. Thoro $12\frac{1}{2}$. astragalo $2\frac{1}{2}$. cum proiectura pliotho, & Thoro min. 40. astragalo $33\frac{2}{4}$. solus Seamozzi, dat basi modulum seclusô astragalô, nempe plintho min. 18. cuius proiectura 39. Thoro min. 12.

Serlio plintho dat min. 15. proiect. 42. thoro 10. min. astragalo min. 5. proiecturam 35.

Non omnes columnam in parte soperiori eôdem modô minuunt, Serlio superiori scapo, solum tribuit min. $22\frac{1}{2}$, sicut & Scamozzi, Palladio. Vignola 24. alij 26. sed dicemus de imminutione columnarum inferiùs.

Omnes quidem capitellum vnius modoli admittoot, diversimode tamen componunt. Palladio hypotrachelio dat min. $8\frac{1}{2}$. proiecturam eandem cum summo scapo seu $22\frac{1}{2}$. huic imponit tæniam minori vnius cum dimidio, cum proiectura $24\frac{1}{2}$. Echino dat min. 10. abaco totidem, sed abacum simplicem, & rotundum seu cyliodricom componit, cum psoiectora min. 30.

Scamozzi hypotrachelio dat minut. $8\frac{3}{4}$. proiecturam $22\frac{1}{2}$. tæniam addit minut. $1\frac{2}{4}$, cum proiectura 24. deinde paruum thorom min. $2\frac{1}{2}$. cum proiectura 26. Echioo dat min. $7\frac{1}{2}$. cum proiectura in parte superiori min. 30. abaeo min. 7. proiecturam in imo $30\frac{1}{2}$, in parte superiori $31\frac{1}{2}$. estque excavata aliquantisper, tæoiam addit min. 3. cum proiectura $31\frac{1}{2}$.

Serlio dat hypotrachelio min. 10. proiect. $22\frac{1}{2}$, tæoiam illi imponit min. $1\frac{1}{2}$ proiecturam 24. Echino min. $7\frac{1}{2}$ abaeom cylindricum min. 10. cum proiectura 30.

Vignola dat hypotrachello pariter min. 10. cum proiectura 24. æqualem summo scapo, tæoiam facit min. $2\frac{1}{2}$ cum proiectura 26. Echinum min. $7\frac{1}{2}$. in summo proiectura min. 34 abacum min. $7\frac{1}{2}$ in summo proiect. min $36\frac{1}{2}$. tænia $2\frac{1}{2}$. sed abacum nonnihil excavat.

Invenitur item in trabeatione discrepantia. Palladio eam ita distribuit. Epistylium in duas fasceias voam inferiorem min. $12\frac{1}{2}$. cum proiectura min. $22\frac{1}{4}$, & superiorem min. $17\frac{1}{2}$. cum proiectura 24. & tæoiam mio. 5. cum proiectura $27\frac{1}{2}$. divisum est.

Zophorus minut. 26. proiect. $22\frac{1}{2}$. minut. habet.

Coronix primo habet cymation min. $7\frac{1}{2}$. cum proiectura in parte inferiori minut. 24. tænia illi imponitur minut. $1\frac{1}{2}$. cum proiectura minut. 32. Sequitur Echinus 9. cum proiectura mio. 40.

Corona min. 10. proiectura min. $52\frac{3}{4}$. tænia min. 2. proiectura min. $54\frac{1}{4}$. Sima min. 10. cum regula min. $3\frac{2}{3}$ proiectura min. 66. tota igitur trabeatio min. 85.

Scamozzi trabeationi tribuit min 110. nam architrabem in duas fasceias dividit, vnam min 11 cum proiectura $21\frac{1}{2}$ secundam min. 16 cum proiectura 24. & tæniam min. 5. cum proiectura 26. tota ergo architrabs habet min 32.

Zophorus habet min. 39. proiecturam habet min. 22. huic impooitur tænia min. 2. cum proiectura min. 24.

Coronix habet min. 41. dividitur primò in cymation min. $5\frac{1}{7}$.

Cum proiecturâ $16\frac{1}{7}$. seqoitur tæoia miouti voius cum triente cum proiectura min. 30. Exinde Echinus min. 6. superiori parte proiecturam habens min. 34. duæ tæniæ quælibet min. $1\frac{1}{3}$. cum proiectura 49. 50. vna ex his in extremitate excavatur.

Corona min. 9. cum proiectora minut. 54. sima min. 8. cum tænia, min. $1\frac{1}{7}$. & proiectura $63\frac{1}{2}$. Regula min 3. cum proiectura $64\frac{1}{2}$.

Serlio simplicissimam trabeationem construit. Epistylio min. 15. proiecturam min. $21\frac{1}{2}$ coocedit. tæniæ min. 5. proiecturam 25.

Zophoro min. 30. proiect. mio. $21\frac{1}{2}$. tæniæ simplici min. 6. proiecturam minut. 16. Coronæ min. 15. proiecturam min $45\frac{1}{2}$, io cuius plano inferiori excavat tres canaliculos, cymation mio. $7\frac{1}{2}$. proiecturæ superiori parti min. $52\frac{1}{2}$. tota trabeatio trium modulorum.

## PROPOSITIO XX.

*De intercolumniis ordinis Tuscani.*

Si columnæ sioe vllis parastadibus, & stylobatis adhibeantur cum altitudo columnæ, basis, & capitelli sit modulorum 14. Sit intercolumnium tertia eius pars, nempe modulorum $4\frac{2}{3}$.

Si vero vsurpentur, cum parastadibus, & arcuatis portis, cum portæ vacuum non pertingat, ad trabeationem; sed ab ea deficiat voo modulo, ideoque sit alta modulis 13. Sit intercolumnium intelligendo à parastade, ad parastadem dimidia pars altitudinis seu modulorum $6\frac{2}{2}$. quælibet parastas modulorum trium; à pavimento, ad initium arcûs, sint moduli oovem cum tribus quadraotibus, tæoia vicem habens capitelli parastadum modulum habeat, proiecturam vltra parastades min. $7\frac{1}{2}$. Inspice figuras ordiois Dorici.

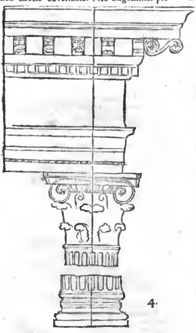
Denique si adiiciantur stylobatæ, quod rarò faciendum est, nam hic ordo communiter vsurpatur sine

fine stylobatis. com stylobata cum suis ornamentis, sit fere quarta pars, columnæ basis & capitelli seu modul. $4\frac{2}{7}$. erit altitudo, stylobatæ, basis, scapi, & capitelli modulorum $18\frac{2}{3}$, à quâ altitudine deficit vacuum portæ, vno modulo, & paulo plus. erit ergo altitudo portæ modulorum $17\frac{1}{7}$. sit ergo intercolumnium à parastade, ad parastadem modulorum $8\frac{5}{4}$. seu 8, minut. $22\frac{1}{2}$. Crassities parastadum modulorum 4. propter stylobatæ amplitudinem. altitudo parastadum vsque ad initium arcus, sit modulorum 13 minut. $3\frac{5}{6}$. tænia vicem habens capituli modulum sibi uendicat.

## PROPOSITIO XXI.

*De ordine composito.*

Differentiam huius ordinis à Corinthiaco vix invenio, nisi penes capitellum, quod pro caulibus tam in medio, quam in extremitatibus habet spiras, ex abaco nascentes, in medio nempe sub abaco habet Echinum, ova, & torquem, & quoad eam partem maxime accedit ad capitellum Ionicum, discrepat tamen ab eo, quod abacus sinuosus est non quadratus, ex quo fit vt spiræ non directe obverciantur: sed diagonaliter pro-



4.

cedant. habet item folia. immo artifices sæpe varie capitellum ornarunt, alij foliis, auibus, cæterisque huiusmodi, quod tamen sine ratione præstandum non est.

Stylobata, & basis huius ordinis non differt à Corinthiaca.

Potest scapus esse paulò longior, hoc est habere 18, etiam 19. & 20. modulos.

Capitellum modulos duos cum tertia parte contineat. hypotrachelium ornatum floribus minuta 40. aut 41. habere potest, ad dimidiam hypotrachelij partem primus foliorum ordo pertineat, eorumque proiectura ad minuta 35. Secundus ordo ad summitatem hypotrachelij, eritque maxima eorum proiectura minut. 40. supra hypotrachelium erit tænia vnius minuti, quam excipiet torquis minut. duorum, exinde ova minut. octo, spatium interiectum vsque ad abacum, erit minutorum 6. ornabitur autem corolla foliatâ, exinde tænia volutarum initium, erit min. vnius cum dimidio, inferior pars abaci sinuata min 5. inferiori parte proiecturam habens min 40 erit tænia min. $1\frac{1}{2}$. proiectura min 42. Superior pars abaci per modum Echini, sinuata itidem minut. $3\frac{5}{2}$. proiecturæ 45. volutæ descendere possunt vsque ad octavam aut sextam partem hypotrachelij, proiectura sit min. 45.

Epistylium seu architraba in tres, fascias divisum, poterit habere min. 48. prima fascia min. 9. proiecturam habebit min. 26 nempe respondebit supremi scapi superficiei; sequetur tænia duorum minutorum, secunda fascia 10. minut. habebit proiecturam 28. sequetur cymatiolum trium minutorum. tertia fascia min. $12\frac{1}{2}$ proiecturam habebit 30. min. cymation octo minutorum cum dimidio, & tænia trium minutorum, proiecturam habeant min. 38.

Zophorus habeat minut. 30. proiecturam 26.

Cymation min. 6. proiecturam min 30.
Denticuli min. 10. proiecturam min 41.
Ova min. 11. proiectura min. 46.
Mutuli min. 18 proiectura min. 55.
Corona min. 15. proiect. eadem.
Cymatiolum min. 7. proiect. min. 60.
Sima min. 15. proiect. min. 75.
Regula min. 4. eadem proiect.

Quare Epistyl. erit minut. 48. Zophorus minut. 30.

Coronix 82. hoc videtur esse exemplum arcûs Triumphalis Titi Romæ. estque trabeatio min. 160. seu 6. modulorum excedit quartam partem, quia desumpta est ab exemplo in quo ratio perspectivæ partes nonnihil augebat, vnde huic exemplo fidendum non est.

Poterit alia trabeatio substitui nempe, si epistylium idem maneat nempe min. 39. compositum scilicet ex suis fasciis, & cymatio.

Zophorus, min. 45.

Coronix habeat cymation min. 5. proiecturæ 30.

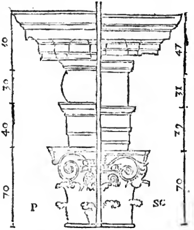
Denticulos min 5. proiecturæ 35. cum tænia vnius min. proiect. 37.

Echinum min. 5. proiecturæ 42. tænia vnius minuti, proiect. 44.

Mutulos min. 12. proiect. 54, cum tænia duorum minut.

Cymation minut. 5. in superiori parte proiecturæ 60.

Corona min. 11. proiecturæ 62.




Sima min. 12. in superiori parte proiect. min. 72. Regula min. 4. Sic erit trabeatio tota min. 157. seu modul. 5. min. 7. columnæ quarta pars.

## PROPOSITIO XXII.

*De capitello ordinis compositi.*

In altitudine totius capitelli ferè omnes conveniunt, nempe vt contineat modulos duos, & tertiam partem moduli, nempe minuta 70. exceptô Serlio, qui concedit illi tantum minuta 60. seu præcise duos modulos.

Altitudo hypotrachelij vsque ad torquem, poterit esse min. quinquaginta, quod excipiet tænia vnius minuti cum dimidio, sequitur torquis min. 3. in cuius medio erit oculus volutarum, qui erit etiam in perpendiculari ductá, à summo scapo; sequitur Echinus min. $5\frac{1}{2}$. exinde abacus sinuata min $3\frac{2}{15}$, proiecturæ 41. tænia min. $1\frac{1}{2}$, & cymation min. 2. proiecturæ in summo 44. duo sunt ordines foliorum primus ordo altus est min. 23. proiecturam habens min. 32. Secundus altus min 40. incipiendo scilicèt à columna, ibi est ima superficies volutæ. relinquitur aliquod spatium vacuum inter folia, & torquem quod ornatur floribus ita Palladio.

Scamozzi vero etiamsi eandem capitelli altitudinem retineat, abacum maiorem efficit, nempe abaco tribuit min. 8. tæniæ $1\frac{1}{4}$. cymatio $3\frac{1}{6}$ Echino 6. torqui 3. tæniæ $1\frac{1}{2}$. vnde restant pro hypotrachelio solum minut. 57. reliqua sunt satis similia præcedenti, a quo non multum abhorret Vignola.

Serlio autem toti capitello composito assignat min 60 43 tribuit hypotrachelio, 17 torqui Echino, & abaco.

Omitto formas innumeras compositorum capitellorum, hoc enim nomen compositi, fingendi, & inueniendi nouas formas capitellorum occasionem dedit.

## PROPOSITIO XXIII.

*De trabea ionibus compositis.*

Quamvis vt dixi trabeationes Corinthiacæ, huic ordini accommodari possint, quia tamen compositi nomine, quidquid à communi vsu alienum est intelligitur, ideo in trabeationibus determinandis authores non consentiunt. Palladio Epistylium seu architraben minut. 40. in duas fascias dividit, quarum inferior min. 11. proiecturæ 26. huic imponit cymatiolum min. $2\frac{1}{3}$. superior min 15. proiecturæ min. 28. huic imponit cymation compositum ex astragalo min. $1\frac{1}{2}$, cymatiolo min. $5\frac{2}{3}$. Sima min. $4\frac{1}{6}$. & regula min. $2\frac{1}{6}$, proiecturæ 35.

Zophorus convexa min 30. in medio proiecturæ min. 35. inferiori, & superiori parte proiectura erit min. 28.

Coronix min 50. habet primo tæniam min. 2. astragalum min. 2. proiecturæ 30. cymatiolum minut. 5. superiori parte proiecturæ $35\frac{1}{2}$. tænia min. vnius proiecturæ 50. Corona minut. $2\frac{1}{4}$. tænia min. $1\frac{3}{4}$ mutuli min. $6\frac{1}{2}$. proiecturæ 53. astragalus $1\frac{3}{4}$ Echinus $2\frac{1}{2}$ proiect. 55. Corona min. $9\frac{1}{2}$. proiectura 65. cymation $3\frac{1}{4}$ cum tænia min. vnius, proiecturæ 70. sima min. 8. capitibus leoninis ornata, cum regula min. $2\frac{1}{2}$, proiect. $78\frac{1}{2}$. tota trabeatio secundum Palladium erit min. 120. seu modulorum 4. quinta pars columnæ.

Scamozzi Epistylio dat min. 39. Zophoro 31. coronidi 46. hoc est toti trabeationi min. 117. deficit tribus minutis.

Epistylium seu architrabem in tres fascias dividit. prima erit min $6\frac{1}{2}$. proiect. 26 cui imponitur astragalus min. $1\frac{2}{3}$. secunda min. $8\frac{3}{4}$. proiect. $26\frac{2}{3}$. huic imponitur cymatiolum min. $2\frac{1}{2}$. Tertia min. $11\frac{1}{2}$. proiect. 28. huic imponitur astragalus min. 2. proiecturæ 29.

Et cymation min. 4. cum regula min. 2. proiecturæ 33.

Zophorus min. $31\frac{1}{4}$ proiect. 26.

Coronix habet cymation minut. 4. cum regula vnius. min proiect. 30. Corona quæ posset dividi in denticulo, min. 5. proiect. 32.

Tænia min. vnius, cum Echino min. $4\frac{11}{2}$. proiect. min. 36.

Mutuli in partes varias divisi, continent min. $8\frac{1}{2}$. proiect. 53. & 55. tænia vnius minuti, & cymation min. 2. supra mutulos maiorem habens proiecturam.

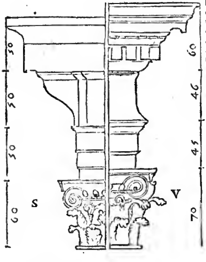
Corona min. 7. proiecturæ min. 65.

Tænia min. vnius. cum cymatiulo min. 3. & alia tænia minuti vnius. proiecturæ $67\frac{1}{2}$. sima min. 6. cum regula min. 1. proiect. 75.

Vignola Epistylium ex min. 45. sicut & Zophorum componit, & coronicem ex 60. hoc est totam trabeationem ex 5. modulis, facit igitur vt sit quarta pars totius columnæ.

Epistylium in duas fascias dividit. inferiori dat min. $15\frac{1}{2}$ & proiecturam min. 25. æqualem summo scapo. huic imponit cymation min. $3\frac{2}{3}$.

Superiori




Superiori concedit min. $16\frac{2}{3}$. cum proiectura 28. Sequitur astragalus minut. $1\frac{2}{3}$. Echinus min. 5. cymation min. $5\frac{1}{3}$. tænia min. $1\frac{2}{3}$. proiectura 37. minut.

Zophorus min. 45. proiecturæ in medio min. 25. infra tamen min. 37. hoc est attingit extremum tæniæ supra descriptæ.

Coronix primò habet tæniam $\frac{2}{3}$ minuti, & astragalum min. $1\frac{1}{3}$. proiect. 28. Echinus min. $8\frac{1}{3}$. cum tænia min. $1\frac{2}{3}$. proiect. min. 37.

Denticuli min. $13\frac{1}{3}$. proiecturæ 47.

Cymation min. $6\frac{2}{3}$. cum regula min. $1\frac{2}{3}$. proiectura min. 54.

Aliud cymatiolum min. $5\frac{1}{2}$.

Corona min. $8\frac{1}{3}$ proiect. min. 71. cava in parte inferiori, astragalus min. $1\frac{2}{3}$ cymariolum min. $2\frac{1}{2}$. tænia min. $1\frac{2}{3}$ proiect. 76. sima min. $8\frac{1}{3}$. regula min. $2\frac{1}{2}$. proiect 84.

Serlio tribuit epistylio min. 50. totidem Zophoro, totidem coronici seu min. 150. seu quinque modulos, quartam partem columnæ.

Epistylium in tres fasceias dividit prima min. 11. cum astragalo min. $1\frac{1}{2}$. & proiectura 24. Secunda min. 14 cum astragalo min. $1\frac{1}{2}$. proiect. 26.

Tertia min. 16. proiect. 27. cymation min 4. cum regula min. 2. & proiectura min. 28.

Zophorum min 50. proiecturæ 25. ornat telamonibus ipsi in altitudine æqualibus, quorum parte inferiori proiectura est 32. superiori 58. Exinde cymation min. 5. cum regula min. 2. proiect. 62.

Corona 26. proiectura 74. in parte inferiori cava sima min. 17. cum regula min. 7. proiect. 90.

Hanc ideam desumpsit Ex colisæo, sed in altissimo loco positam, vt ex perspectivę legibus melius appareret, quare non satis apposite in exemplum traducta est,

Quamvis authores velint, vt potiùs trabeatio excedat, quam deficiat, non puto tamen in ordinibus in quibus columnæ sunt graciliores, & longiores, posse trabeationem quartam partem excedere, nisi frequentes sint columnæ, videbuntur enim tanto ponderi ferendo impares, quare optime putabam consultum esse, si in Tuscano, & Dorico trabeatio; columnæ, basis, & capitelli quartam partem obtineret, in Ionico duas nonas, in Corinthiaco, & composito vnam quintam. quia tamen tam varia sunt antiquorum exempla, reprehendendus non est qui aliter fecerit.

## PROPOSITIO XXIV.

*De ordine Caryatico.*

Huius ordinis originem refert Vitruvius, cum Carya vrbs Peloponnesi adversus Græcos, cum Persis conspirasset, indignabundi Græci eam vrbem exciderunt, matronasque omnes servituti addixerunt, & ne illius historiæ memoria periret, in multis ædificiis, pro columnis, Cariatidum figuras, quasi trabeationi ferendæ supposuerunt, voluit autem Vitruvius, vt iis capitellum Doricum imponeretur. idem dicendum de Persis captivis, & aliis quibuscumque. vnde merito reprehendas eos, qui loco columnatum, Sanctorum, aut Angelorum imagines apponunt. Si enim oneri ferendo; hoc indignum est eorum maiestate, si tantum honoris causa, cui rei contignatio innitetur. Ad hunc ordinem Caryatidum revocari possunt alij omnes in quibus mutuli, vel Telamones, trabeationem sustentant, quod nonnunquam satis apposite, vsurpari potest.

Primò quoties locus in quo constituendus esset ordo, altitudinem sufficientem non habet, ita vt si integer ordo Cum suis omnibus proportionibus adhiberetur, columnæ nimis exiles evaderent, satius est in tali casu, coronicem satis magnam construere, eamque aut telamonibus, aut mutulis. aut etiam Caryatidibus, aut Satyris, in truncum desinentibus. sustentare, pariter in portis domorum, in quibus non requirimus omnia ornamenta; sed compendio studemus, in caminis item, & fornacibus. Item quoties locus columnæ impeditus est, telamonem trabeationi subiicimus, ne in aëre pendula à nullo sustentari videatur. verum quidem quod vt plurimum in talibus casibus, trabeationes fiunt minores, nonnunquam tamen accidit, vt magnæ requiratur. exemplum dabo luculentum, sit tota domus alicuius, aut palatij facies, Architectonice ornanda, duoque aut tres, aut etiam plures ordines sibi invicem imponantur, quia divisio illorum ordinum sequitur vt plurimum dispositionem fenestrarum, fieri poterit, vt supremum intervallum, sit non adeò magnum; non poterit tamen fieri parua trabeatio, cum hæc sit suprema, & tecto vicina, ideoque principalis; fiat ergo ordo Cariatieus, adhibeanturque aut Telamones, aut termini. in hoc ordine nulla est proprie dicta simmetria observanda, sed regula erit ex variis, circumstantiis desumenda.

## PROPOSITIO XXV.

*De columnarum diminutione.*

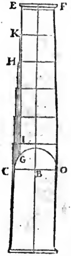
 Primò

Primò occurrit diminutio columnæ Vitruvius ait columnas altiores minus diminui debere, eò quod propter remotionem à visu, diameter summi scapi iam decrescat, non debeat tanta fieri imminutio. vult ergo in iis omnibus longitudinis columnæ rationem haberi, ita vt in columna pedum 15. dividatur inferioris scapi diameter in partes 6. earumque superioris scapi diameter, tantum partes quinque contineat, & cum sit eadem ratio diametrorum, & semidiametrorum, si semidiameter inferioris scapi in partes 30. seu minuta 30 dividatur, semidiameter scapi superioris min. 25. continebit.

Si verò columna fuerit pedum 20. semidiameter contineat $25\frac{5}{17}$.

Si scapus sit pedum 30. semidiameter scapi superioris erit 26 ferè. si scapus sit pedum 40. erit semidiameter scapi superioris minut. 26. præcisè. Si denique scapus fuerit pedum 50. semidiameter scapi superioris erit min. $26\frac{1}{4}$. ideoque contractura intra min. 25. & $26\frac{1}{4}$ continebitur. notat etiam Vitruvius quod angulares columnæ quinquagesima parte diametri fiant crassiores, quàm reliquæ, etiam eiusdem longitudinis; eò quod aër illuminatus vndique illas ambiens, earum diametrum apparentem imminuat. volunt etiam probati authores, vt striatæ columnæ aliquantisper minuantur.

Quod dixi de imminutione columnarum, idem etiam intelligendum est de antis, pilis, quas communiter pilastros vocant, sive totæ emineant sive aliqua sui parte. non tamen de parastadibus, qui sæpe post columnas latent, vt dum portæ fiunt ornatæ columnis, parastas qui arcum sustentat, non solet imminui. modus autem quo imminuuntur columnæ talis esto. primò nulla columna vsque ad tertiam partem suæ altitudinis imminuitur.

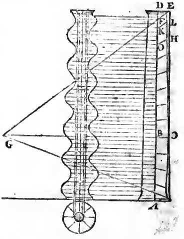



Sit ergo AB, tertia pars altitudinis columnæ, vnde non imminuatur vsque ad diametrum CO, supra quam describatur semicirculus, sitque diameter summi scapi EF, quæruntur puncta intermedia, neque enim debet per lineam rectam imminui, sed sensim per lineam curvam, ita vt initiò minor sit imminutio, quam in fine. ducatur perpendicularis EC, occurrens circulo in puncto I, arcus CI, dividatur in quotcumque partes æquales verbi gratiâ in sex, & in totidem dividatur scapi segmentum CE, ex singulis divisionibus arcûs CI, excitentur perpendiculares, occurrentes transversalibus in punctis H, K, illi pertinebunt ad columnam, ita vt linea curua CHKE, bene referat imminutionem columnæ, sic enim initio admodum parua erit imminutio.

Aliam methodum adhibent alij, sit tertia pars columnæ AB, semidiameter BC, sit item semidiameter supremi scapi DE, producatur linea BC, quantum opus erit, aptetur que linea EF, donec attingat axem DE; sitque EF, æqualis ipsi DC, producatur EF, donec secet lineam CB, productam in G. ex puncto G, ducantur quæcumque lineæ KL, OH, omnes æquales lineæ BC, habebunturque puncta E, L, H, cæteraque imminutionem columnæ denotantia. Sic enim describitur conchois.

Possent & aliæ praxes vsurpari, vt si per puncta C, & E describeretur ellypsis seu ovalis, ducta enim linea FE, æqualis ipsi BC, erit minor semidiameter, & linea EFG maior, praxis desumenda esset, ex tractatu de astrolabiis, vel si ex aliquo puncto lineæ BC productæ, per puncta C & E, describatur circulus.

Quia columnæ vsque ad tertiam partem non decrescunt, ideò multi in illa tertia parte thorum addunt, inferioremque scapi partem flexuosis ramis ornant, superiorem striis, vt plurimum sectis, nonnunquam tamen flexuosis. antiqui tamen via striis flexuosis columnas ornabant. multo minus flexuosis columnis vtebantur; forsitan eò quod ipsis in mentem non venerit, vel forte etiam, quod sub pondere fatiscere videantur. Thorus in medio columnæ additus, sicut astragali in duabus extremitatibus, non inutiliter adhibiti sunt, nam sæpe accidit, vt columnæ ligneæ rimas agant, & dissiliant, quare vt firmius earum partes inter se cohæreant, circulis istis & compagibus arctè vinciri debuerunt, quamvis autem in lapideis cesset tale periculum, quod priùs ex necessitate factum, vt ornamentum ad omnes columnas translatum est.




Quamvis vt dixi flexuosis columnis antiqui vsi non fuerint, nullumque extet earum vestigium, modo verò plerisque arrideant, vnde reiiciendas non existimo, quare methodum eas efformandi docere debemus. flexus autem columnæ arbitrarius est; possunt enim, vel pressiores esse flexus, vel laxiores, item arbitrarius erit flexuum quantitas. Sit semicolumna ABCD, sitque componenda columna

lumna integra ſeu flexuoſa, dividatur longitudo AC, in 48 partes æquales, ducãturq; lineæ parallelę per ſingulas diuiſiones, ducatur item linea FH, axis columnæ, GI eius diameter, fiat ſemicircellus ex puncto F, tãquam centrô interuallô EF, tertiâ parte ſemidiametri. hic ſemicircellus in partes quatuor dividatur, ducanturque lineæ parallelæ axi FH, ſemidiametri columnæ flexuoſæ, ex ſemico lumnâ recta deſumptæ, transferantur hinc inde primo à linea extrema, deinde hinc inde à linea media, deinde hinc inde à conſequenti linea; ruſ ſuſque hinc inde à linea extrema, & ita conſequenter, donec ad aliam extremam peruenias, atque hoc vt in plano exhibeas flexuoſam columnam.

Ex hoc ſequitur flexuoſam columnam hinc inde exorbitare à columna recta ſibi correſpondente, tertiâ parte ſemidiametri, & conſequenter ad hoc vt conſtruatur columna flexuoſa, ſumendum ſcapum rectum, cuius diameter excedat diametrum columnæ conſuetæ tertia parte, item ſcapum aſſumptum ita excauandum eſſe, vt cauitas pertingat ad duas quintas ſemidiametri, flexus ſexies ad minimum columnam ambiat. ſolent autem columnam flexuoſam palmitibus ornare.

Eadem baſis, idem capitellum columnæ adhibeatur, ac ſi recta eſſet.

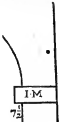
Columnæ à parietibus, & à paraſtadibus recedere poſſunt varie. columnæ quadrangulæ prominent nonnunquam ſextâ parte diametri, poſſuntque magis prominere, & etiam minus, prout opus fuerit. columnæ cylindricæ, nonnunquam, rarò tamen mediâ tantum ſui parte prominent. cum verò totæ extant ſi ſine ſtylobata adhibeantur. plinthus baſis paraſtadem tangere poterit. denique ſi imponantur ſtylobatæ, ſaltem medium ſtylobatæ quadrangulum extet, cuius proiectura cum reſpondeat plintho baſis, poterit pariter plinthus baſis tangere paraſtadem. licitum tamen erit etiam tantiſper magis columnam remouere.

## PROPOSITIO XXVI.

*De paraſtadibus.*

Paraſtades communiter adhibentur quoties ſub trabeatione, in intercolumnio, arcus ſubiicitur. Et primò ex neceſſitate id videtur vſurpatum fuiſſe. cum enim intercolumnium vacuum eſſe debet, ſitque ædificium lapideum, impoſſibile eſt inuenire lapides tantæ longitudinis, vt ab vna columna ad aliam pertineant, ex quo fit vt conuenientiſſimum fuerit arcum ſubiicere, arcus autem, hic columnis ipſis inniti non poteſt, cum columnæ ad trabeationem vſque pertingere debeant, quare neceſſarium fuit, vt arcus muro, poſt columnam excitato inniteretur; & vt id fieret, cum aliquô decore, paraſtades quaſi aliæ columnæ vſurpantur, ſuáſque propterea baſes habent, & quaſi ſua capitella, quæ incumbas vocavere, quaſi iis arcus incumberet; Quilibet ordo varios in incumbis ornatus exigit, vt pote ſibi conuenientes, & non alienos ab aliis, in eo vſurpari ſolitis. paraſtadum latitudo nulla certa aſſignari debet, intelligo quoties poſt columnas collocantur, nam ſi columna ſtylobatam non habeat, paraſtas minorem habebit latitudinem, nempe duorum modulorum, ſi adſit ſtylobata, ſi duæ ſimul columnæ ſtatuantur, quod etiam licitum eſt, incumbæ anaglypha regnare poſſunt à paraſtade, ad paraſtadem, niſi aliquâ vacuitate, & apertura interrumpantur. vnde paraſtas in maximam tunc latitudinem excurret. non tantum paraſtades ſuſtentant arcus, & fornices; ſed ſæpe columnæ rotundæ, & quadrangulæ, & tunc ſuam obſeruant longitudinem, & latitudinem, hoc eſt latitudo duorum eſt modulorum, altitudo duodecim ſaltem modulorum pro ordine Tuſco. hoc eſt altitudo debet eſſe ſaltem ſextupla latitudinis, quod obſeruari non poteſt in paraſtadibus; quæ ſunt poſt columnas, nam fiunt craſſiores columnis, & iiſdem breviores. cum columnæ ad trabeationem vſque pertineant, & paraſtades tantum ad initium arcuum. poſſunt tamen item, dum fiunt arcus in intercolumniis, ſub arcubus fieri paraſtades diſtinctæ quæ omnino appareant, ſuamque ſimmetriam habeant, & ſuum capitellum proprium ordinis, quod non regnabit poſt columnam, & tunc eadem paraſtas non eſt communis duobus arcubus, ſed ſinguli arcus duas, paraſtades habent.

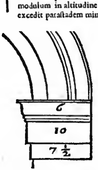
Denique poſſunt fieri arcus ſine columnis, qui arcus ſuſtententur vel columnis, vel paraſtadibus, & hoc dupliciter, primo ſi columnæ ſua habeant capitella, quibus imponatur conueniens trabeatio, quæ interrumpatur ab arcu. ideoque trabeatio non ſit latior capitello, niſi quanta eſt eius proiectura. alio modo nonnulli id ordinant, nam arcui columnam cum ſuo capitello, ſubiiciunt, deinde arcum; ſupra arcum trabeationem, quæ murulis maioribus, ſeu telamonibus reſpondentibus ſingulis columnis ſuſtentatur, horum omnium habentur exempla.




Reſtat igitur proponenda incumba ſingulorum ordinum. Et primo quidem coronix incumbæ Tuſcæ ſit ſimpliciſſima, vel quadrangula ſine vllo toreumate, habeatque in altitudine modulum vnum, excedit autem paraſtadem min. $7\frac{1}{2}$.

Vel ſub eadem altitudine habeat duas tænias, aut regulas, & coronam ita vt hæc tria toreumata modulum adæquent.

Coronix pariter Dorica vnum modulum in altitudine habebit excedit paraſtadem min. 10. ha-

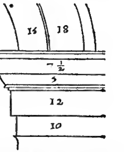



bebitque initio duas faſcias noam min. $7\frac{1}{2}$, ſecundam min. 10. deinde tæniolam vnius minuti cum tribus quadrantibus, aſtragalum duorum minutorum cum dimidio. Echinum 6. min. cum

tribus

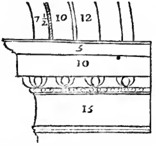
tribus quadrantibus. denique regulam duorum minutorum cum dimidio.

Arcus eadem habere poterit Toreumata, quæ habet coronix incumbæ, eo ordine quò in figura ostenditur,




In ordine Ionico talis poterit esse coronix incumbæ, eius altitudo min. 45. obtinebit seu modulum cum dimidio, habebit duas fascias, inferiorem minutorum. decem, superiorem min. $12\frac{1}{2}$ tæniam min. $1\frac{1}{2}$; astragalum min. $1\frac{1}{2}$. Echinum min. 5. coronam min. $7\frac{1}{2}$, cymation min. $2\frac{1}{4}$, regulam min. $1\frac{1}{2}$.

Arcus vero diuidi poterit in varias quasi fascias quorum prima minuta 15 obtinebit secunda 10 tertia $7\frac{1}{2}$. quarta $3\frac{1}{2}$.




In ordine Corinthiaeo, & etiam composito paulo maiorem ornatum adhibebimus. nam primò parastas habebit tæniam & astragalum, sequetur quasi zophorus incumbæ cum ornatu foliorum. sitque quindecim minutorum, exinde sit tænia vnius minuti, & astragalus ornatus duorum min. cum dimidio. Echinus min. 5 Exinde corona min. 10, & cymation ornatum min. 5. & regula min vnius cum dimidio, sitque tota profectura semimodoli arcus. item in varias fascias diuidatur. prima erit min. $7\frac{1}{2}$. sequetur astragalus ornatus globulis duorum min cum dimidio, alia fascia min. 10. tænia min vnius, quasi Echinus ornatus ouis min. 11. alia fascia item ornata.

## PROPOSITIO XXVII.

*De ornamentis coronicis.*

Varia sunt in coronicibus pro ordinum varietate ornamenta, & primo quidem Epistylij seu architrabis, pars horizontalis inferior, quæ capitellis imponitur, ea omnia sibi vendicare potest ornamenta, quæ sunt propria laquearium, aut potius trabium, & primò in ordine Tusco, nulla debent esse, aut saltem modica, qualia essent leuia toreumata. fateor tamen me in nullo authore illa huiusmodi ornamenta notasse. periculum enim est, ne si adhibeantur, Epistylium quod trabis officio fungitur, figuram suam amittat, nec amplius architrabs videatur. quia tamen nonnunquam rosis, partem inferiorem trabium ornare solemus, sub Epistylio rosas facile adhibebimus, præcipuè si hæc pars architrabis auersa multum appareat; vt si columnæ hinc inde, porticus integræ contignationem sustentent; tunc enim tota contignatio ornanda est, vt si diuidatur in varia quadrata. quia tamen de his ornamentis non egerunt authores, nihil de iis dicam amplius, nisi quod in ea parte architrabis aptiora mihi videantur ea, quæ in longum porriguntur, quia sic minus trabis figura destruetur.

Quia in omnibus ordinibus, exceptò Tusco, coronix magnam saltem secundum aliquos habet proiecturam, pars eius inferior ornamento carere non debet. In ordine Dorico ornamenta quæ fieri possunt. primo sub mutulis, quæ triglyphis, vt plurimum incumbunt, apponuntur guttæ pendulæ, spatia verò intericcta, in varia quadrata distingui possunt, in quibus aut insculpuntur fulmina, aut rosæ, aut aliquid simile.

In ordine Corinthio mutuli vt plurimum foliis vestiuntur, interuallum vltimum semper quadratum est, eò quòd mutulis hinc inde æqualibus ambiatur. spatiorum autem extremitates varium ornatum habent, vt tænias, & thoros ouis, globulis insignitos, in medio erunt rosæ. Sima autem supra mutulos vt plurimum Leoninos rictus habet; apposite quidem, quia quia cum hæc pars sit tecto vicinior, videtur per Leonum ora aqua exonerari posse.

Ordo compositus, suos etiam ornatus habet, quamuis corinthiaci ipsi facile aptari possint.

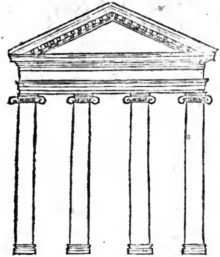
## PROPOSITIO XXVIII.

*De ordinum dispositione.*

In hac maxime ordinum dispositione, architecti iudicium elucet, quamuis enim propriam in cuiusque ordinis partibus symmetriam accurate obseruare debeamus, in dispositione tamen variâ, apparet artificis industria, mihi quidem omnia persequi non licet, ex variis tamen exemplis desumpta referam. simplicissima erit illa dispositio in qua columnæ sine stylobata, & sine vllo arcu, trabeationi continuæ & minime interruptæ subiicientur, intermediis intercolumniis vacuis, talis in omni ordine fieri potest estque simplicissima & naturalis; possent in ea adhiberi stylobatæ, sed tunc vt plurimum intercolumnia paulo maiora esse deberent.

Secunda dispositio erit dum columnæ, siue rotundæ siue quadrangulæ parietibus affigentur; siue totæ extent ex muro, siue mediâ tantum sui parte, siue tantum tertia parte moduli, poteritque trabeatio esse continua, minime interrupta, plures hôc modô ordines sibi inuicem supponunt.

nunt.



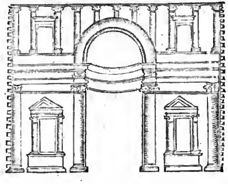
nunt. In quo quæritur, an ordines debeant esse diversi.

Aliqui dicunt debere esse eosdem ordines, ratio est, quia cum aliqui ordines maiestatem incomptam præferant, alij vero muliebrem pulchritudinem affectent, alienum videtur idem opus aliqua sui parte ornatum, alia verò neglectum proferre, sic enim videretur in chymæram degenerare. adde quod ordines minus robusti, sint comptiores, superiorem tamen locum ab oculo magis remotum obtinent. incongruum tamen videtur, vt partes ab oculo remotiores sint ornatiores viciniorbus. propter has rationes nolunt nonnulli, vt ordines heterogenei aliis imponantur, sed vt in eodem ædificio sint omnes eiusdem rationis; ita in pantheo, omnes sunt Corinthij. Inveniuntur tamen quamplurima exempla, ab antiquis vsurpata, in quibus ordines heterogenei in eodem ædificio sibi invicem subijciuntur, tunc autem ita communiter disponuntur, infimus erit Doricus, secundus Ionicus. Tertius Corinthiacus, quartus compositus poterat & iis omnibus subijici Tuscus, sed propter defectum ornatuum, quantum fieri poterit, cum aliis præsertim ornatioribus ne adhibeatur.

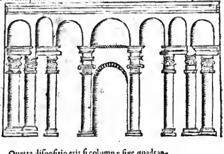
In quamplurimis templis infimus ordo, caret stylobata, immo in aliquibus columna basin non habet. communiter secundo & tertio ordini addunt stylobata, quia alioquin columnarum bases, ab inferioris coronicis proiectura occultarentur, immò nonnulli stylobatas superiorum nonnihil attollunt, nec eas inferiori coronici immediate imponunt, nempe vt totæ videantur.

Alij in ordinibus superioribus, vnicam pro omnibus columnis stylobatam apponunt, hoc est regnat per totum ædificium stylobata, sine vlla interruptione, potestque tunc apposite vocari motulus. huius rei habes exemplum in pantheo interiori.

Tertia dispositio erit si trabeatio interrumpatur alicubi. verbi gratia arcu aliquo maiore, tunc ipse arcus trabeationi imponitur, ita vt hinc inde



trabeatio excedat columnarum capitella, secundum magnitudinem proiecturæ suæ, quod si post arcum sit fornix, seu loculamentum, regnabit trabeatio secundum totum loculamentum. poterit item columna arcum sustentans, nonnihil exterius subduci trabeationi, hoc est trabeatio supra columnam angulum rectum componet, & exteriùs feretur seu curuabitur. pantheon huius rei exemplum subministrabit.



Quarta dispositio erit si columnæ sive quadrangulæ, sive rotundæ arcus plurimos sustentent, ita vt supra columnarum capitella imponatur aliquod segmentum trabeationis præcipue si binæ, & binæ columnæ apponantur talis dispositionis est exemplum in templo Bacchi.

Quinta dispositio erit si columnis extra muros extantibus imponatur trabeatio simplex, regnans per totam murorum longitudinem, & trabeationi imponantur fornices. aliqui tamen ita trabeationem disponunt, vt supra singulas columnas exteriùs trabeatio feratur, & curuetur, & hic modus est satis communis.

Sexta dispositio erit si columnæ rotundæ simul cum parastadibus adhibeantur, maxime dum arcus sustentari debent, qui ad trabeationem non perveniant, de qua dispositione iam diximus sæpe supra.

Septima erit si columnæ trabeationem simplicem sustentent, pariterque arcus non perveniant ad trabeationem, sed sustententur aliis minoribus columnis, quæ suam etiam trabeationem habeant regnantem pone columnam maiorem.

8. Dispositio erit, si binæ, & binæ columnæ supra

eadem basi collocentur, in quo casu vt plurimum, debet trabeatio habere curvaturam columnis respondentem, hoc est trabeatio immediate columnis superposita exterius magis porrigitur, quàm reliqua.

Nona, Dispositio, duos ordines habet inferior habet intercolumnia satis lata, & arcus non pertingentes omnino, vsque ad trabeationem more consueto. In secundo ordine intercolumnia sint duplo minora, ita vt columna vna, imposita sit medio arcui, quod meo iudicio aliquam reprehensionem mererur, eo quod solidum imponatur vacuo. Solent tamen ad corrigendam imaginationem, clavem arcus efformare in figuram telamonis, seu maioris mutuli, vt videatur sustentare superiorem columnam.

Aliæ multæ dispositiones fieri possunt, quæ melius ex peculiaribus exemplis notæ fient.

## PROPOSITIO XXIX.

### *De fastigio.*

Quamvis ordo quilibet Architecturæ ita perfectus sit in se, vt nihil vlteriùs ad perfectionem, & ornatum requirat, cum ad tectum perveniat; & in plurimis orientis partibus, præcipue verò in meridionalibus, tectum supra muros non emineat, sitque ita parum declive, vt ambulationi inserviat, in plerisque tamen regionibus, opus fuit tecto, ne totum opus brevi, iniuria temporis solveretur, Invenio autem præter tectum naturale, quod domibus, & templis imponi solet; præter lapideas concamerationes, propyleis, præcipue fastigium imponi solitum, vel triangulare, vel circulatum, triangulare angulum habet valde obtusum, nempe vt altitudo eius sit circiter quarta pars basis, quæ in hoc triangulo, est coronix, latera autem fastigia eadem habent toreumata, quæ sunt in coronice; vt si coronix habeat denticulos latera fastigij denticulis ornabuntur.

Idem dico de fastigio circulato, cuius altitudo pariter erit circiter quarta pars basis, & hæc fuerunt antiquitus vsurpata fastigia.

Ex his fluxerunt alia, nempe quæ communiter dicuntur frontones, suntque inchoationes tantum fastigiorum sive triangularium, & circulatium, nam solemne est apud Architectos, vt si aliqua pars ordinis cuiuscumque perfici non possit, eo quod alio corpore, aut ornatu addito interrumpatur, non desinant illius partem aliquam adhibere. ita vidimus supra, sæpe trabeationem interrumpi arcubus, aut etiam portis, ita plerumque fastigia interrumpunt, præcipuè vt locum inveniant stemmatibus. Possent aliæ multæ fastigiorum species inveniri verbi gratia polygonæ, quæ tam bene convenirent, quam triangulares, aut circolares.

Appositè item supra coronices quascumque adhibentur cancellorum repagula, quæ Gallice *balustres* dicimus, quorum altitudo æqualis erit stylobatæ ordinis superioris Ratio autem cur huiusmodi cancelli bene conveniant; petitur ex necessitate; cum enim coronix ad tectum vsque perveniat, tectum autem, vt diximus, in multis partibus ambulationi sit aptum; cancelli necessarij fuerunt, vt lapsus puerorum prohiberetur, & hoc lege divina sancitum fuit. Alij item Architecti in intercolumniis ordinum superiorum, præcipue vero si interrupta sint, huiusmodi cancellos collocant, quorum altitudo æqualis est altitudini stylobatæ.

In arcubus triumphalibus, quia Epigraphe opus erat, quæ causas triumphi explicaret, supra primam coronicem, alium ordinem minorem excitabant, cuius vt plurimum altitudo, erat tantum quarta pars altitudinis inferioris ordinis, in hoc ordine superiori, columnæ sive quadrangulæ, sive cylindricæ crassiores erant quam par esset, in huius ordinis medio titulum inscribebant. vnde existimo in hoc ordine bene posse ordinem cariaticum, aut aliquid huiusmodi vsurpari. nonnonquam hic supremus ordo, intercolumnium tantum medium occupabat, etiamsi inferior ordo tria intercolumnia haberet, addebanturque hinc inde alæ, ad modum Telamonum, quæ inferiori parte videbantur fere reliqua intercolumnia complecti. sed in supra positis exemplis res melius patet.

TRACTATVS

# TRACTATVS XI.

# ARS TIGNARIA.

*ARS Tignaria iure præcipuum inter Architecturæ partes, aut potius subalternas locum sibi vendicat; à qua scilicèt præcipua sumpsit in suis ordinibus ornamenta, & nomenclaturas mutuata est. Tignariam, autem, & trabalem, potiùs quàm lignariam nominavi; vt subtilioris operis, seu toreumatum artem fabrilem excluderem, quippe quæ nec Geometricis rationibus, ita strictè adhæreat, nec mathematicis legibus teneatur. Partem igitur artis lignariæ tantùm attingo, quæ maiores spectat substructiones, ædibusque nostris tectum, & coronidem imponit. Hæc adscititia opera omnimodè fruit, solumque lignum vt obiectum materiale spectat, ferreis clavis nunquam vtitur, sed ligneis fibulis totum opus adstringit, cardinibusque in cauum inductis coagmentat. Datur quidem eiusdem artis pars altera, quam Architecturæ navalis nomine nuncuparem, hanc nondum attingere potui, quod in ea arte peritos, nondum satis consulere licuerit; nec vlli hactenus libri, ea de re conscripti in meas manus venerint: & aliunde sit difficillimum solô ratiocinio, ex mathematicis principiis eruere, ea quæ continuus vsus, & diuturna docuit experientia. Si tamen detur occasio, eum etiam tractatum non prætermittam.*

## *DEFINITIONES.*

LOcô definitionum instrumentorum nomina & vsus, partium etiam & operum nomenclaturas recensebo.

Regulam, & circinum adhibet faber Tignarius, tàm ad definiendas operum mensuras, quàm ad ducendas lineas rectas, perpendiculares, & parallelas, quibus nonnunquam indiget. maiori nonnunquam regula suos circulos describit, qua pro maiori circino vtitur, hoc instrumentum dicitur Gallicè. *Simbleau.*

Squadra, & Amussis *l'esquierre, & le niveau,* vt ligna ad perpendiculum, aut ad amussin dirigantur, vt cardines iisque respondentia cava delineentur. *Pour tracer les mortaises, & les tenons.*

Serra ad cardines formandos. *La Sie.*

Serra minor vt cardinum extrema præscindantur. *Le Siot.*

Anceps *Le bisague*, vt cava dirigantur, vt fibulæ firmentur. modulus *la Iauge*, vt cava delineentur.

Terebra maior *la tariere* ad inchoanda cava.

Terebræ minores *les lacerets* ad minora cava, & ad iungendos cardines.

Scalprum. *Ciseaux.*

Mallei *Maillets.*

Funiculi ad ducendas lineas.

Asciæ, secures maiores, & minores *les haches.*

Perpendiculum suâ bolide instructum.

Ferrea subscus *cheuille de fer Repoussoir.*

Delineatorium simplex *Traceret*

Delineatorium incuruum *Roinette*

Vectis *levier*

Cylindri *Rouleaux*

Falco *Fauconneau* instrumentum duplici trochleâ instructum, ad maiores trabes attollendas.

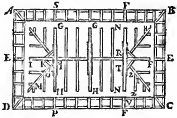
Capra instrumentum aliud pariter trochleis instructum, coclea duplex, *Verin*

Rudentes, cameli, oræ · *ables*

Minores Rudentes, *Trousses.*

## PARTES CONTIGNATIONIS.

In communibus contignationibus, saltem ex arte constructis hæ partes recensentur.




Primo muris imponuntur horizontalia tigna *Les sablieres* vt si proponatur rectangulũ ABCD, repræsentans summam alicuius ædis crepidinem, cui tectum sit imponendum, primò secundum murorum longitudinem extenduntur Tigna horizontalia sæpe duplicia, nempe interiùs, & exteriùs, talia sunt AB BC, CD, AD.

His imponuntur bases, *les blochets* à me vocantur bases, quod pedem Tignorum declivium sustentent. tale est E F, cæteráque illi parallela, quæ perpendiculariter ad priora incidunt. inter eas bases, sunt angulares, quæ dicuntur *blochets des Arestiers.*

Exinde ſeqoitur radiorum ordo. *L'enrayeure*, quæ horizootalis eſt,talem in hac figura exhibeo.

Maiora latera *longpan* vt AB,CD.

Minora latera,ſeu terga *crouppe*,vt AD,BC.

Trabs præcipua, *Entraict* nempe in radiorum ordine, vt GH.

Trabs præcipua tergi, *entraict de croupe*,vt F,I.

Vinculum horizontale. *Gouſſet* vt KL.

Trabs angularis *Coyer*,vt LM.

Rami *Embranchement* vt MO, & alij qui trabi angulari aptantur.

Trabes minùs præcipuæ,*les liernes* vt NN;aliæque trabibus principalibus parallelæ.

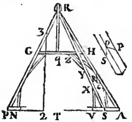
Ædes altera parte longior *barlong*

Dividere in partes æquales *eſpacer*.

Maior craſſities *Boſſage*, vt in trabibus principalibus G H, paulo maior in medio craſſities relinquitur, vt aliæ trabes faciliùs, coagmentari, & aptari poſſint.

Intervallum, interſtitium, *entretoiſe*, nempe horizontalibus Tignis, quæ muris imponuntur, vt contineantur in eo ſitu, adhibentur interſtitia quædam, quibus coërceantur.

Ordo verticalis præcipuus, *maiſtreſſe ferme, ou eſtalon*, vt in ſecunda figura P R S. ſi ſupra




P & S. primæ figuræ horizontaliter iacentis, intelligatur verticaliter erigi, ordo Tignorum P R S. dicitur principalis, quia continet trabes principales ordinis radiorum, nam G H, ſecundæ figuræ, eſt eadem ac GH, primæ figuræ, ſicut P, & S. intelligitur autem ſimilis ordo verticalis in omnibus trabibus præcipuis, vt in hoc exemplo eſſent tres ordines verticales præcipui *trois maiſtreſſe fermes*,trabes enim minus præcipuæ, *les liernes* ſimpliciter, Tignis declivibus aptantur, nullamque acum habent.

Partes huius ordinis ſunt. Primò baſes P & S, *les blochets*,quæ iam deſcriptæ ſunt in priori figura.

Tigna declivia PR, RS, *les cheurons* quæ etiam dicuntur *les grands eſſelier*, dicuntur etiam Tigna maiorum laterum *les cheurons de longpans*

Acus qR *l'eſguille* linea TR dicitur falſa acus. *la fauſſe eſguille*.

Vincula *les liens* VX, Y Z. in genere quoties duo ligna,in angulum copulata, aliô tignô coërceantur ne vacillent, hoc tignum vinculum dicitur, vinculum tamen V X à nonnullis dicitur, parua tibia *lambette*.

Trabs præcipua *entraict* eſt G H, eadem cum G H, primæ figuræ, in cuius ſcilicèt puncto q, conſtituitur acus.

In eadem figura ponitur Tignum declive angolare,ſi enim transferatur linea qA, primæ figuræ in TA,huius ſecundæ,& ducatur Tignum RA, hoc erit Tignum angulare, *Areſtier* & linea TA, erit retroceſſio Tigni angularis declivis, *le reculement du grand areſtier*.

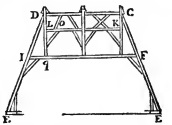
Pennæ *Empanons* ſunt minora Tigna declivia, quæ nec ad faſtigium,neque ad acum perveniunt, ſed Tigno declivi angulari aptantur, dicuntur etiam *petits eſſeliers*

Obliquitas Tigni declivis angularis, *le delardement de l'Areſtier* le devers de l Areſtier.

Chorda ſubtenſa *le tiran* in tecto cum duæ trabes declives arcum quaſi repræſentant, trabs illis ſubtrata dicitur Tiran.

In hac figura nulla eſt,linea tamen PS, dicitur falſa ſubtenſa *vn faux tiran*.

Faſtigiatus ordo *le faiſtage* continet alium ordinem verticalem, qui nempe totam ædem pervadit, nempe erigitur verticaliter, ſupra lineam




EE primæ figuræ, ſecatque ſecundam figuram, & habet acum communem, nempe acus eſt communis ſectio ſecundæ figuræ, & tertiæ, eritque trabs FI, huius figuræ eadem ac FI, primæ figuræ, diceturque trabs præcipua minorum laterum, ſeu tergi, *l'entraict de crouppe* hanc tamen denominationem noonulli tribuunt tantùm trabi Iq,in prima,& tertia figura.

Faſtigium *le faiſte* eſt ſuperior pars tecti in longum exporrecta,vt CD in tertia figura.

Hypofaſtigium *le ſoubsfaiſte*, eſt aliud Tignum faſtigio parallelum vt K L, roboratur huiuſmodi opus,primo decuſſatis Tignis *des ſautoirs*.

Tigna obliqua *Guettes*, vt O.

Tignum declive tergi *chevron de crouppe* D E. dicitur etiam *eſſellier de crouppe*.

Reliquæ faſtigij partes ſunt vincula *des liens*.

Vincula arcuata, *des liens cintrez* nempe in arcum efformata.ſuccubi arcus *des cintres*.

Arcus productior *courbe ralongeé*.

Crus roborans *lambe de force*, in his figuris nullum eſt, ſi tamen in ſecunda figura produceretur Tignum à puncto V, baſis V S vſque ad punctum Z trabis principalis, quod conſequenter parallelum fere eſſet Tigno declivi, diceretur crus roborans.

Fibula ligoea in cuneum efformata,dicitur *vn Roſſignol*.

Arcus ſuccubus elatior, *cintre exaucé*, depreſſior *ſurbaiſſé*.

Coarctatio arcûs *retreciſſement de la courbe*.

Sectio congrua,*la couppe eſt bonne*.

Adſcititium centrum, *Tierſpoinct*.

Lacuoar,laquear *lambris*

Ligneus Paries *pans de bois*

Tigna io Rhombos decuſſata, *des cheurons entrelaſſez en loſange*.

Tigna

Tigna decussata filicis foliorum instar. *A brins de Fougeres*

Pars inferior *le Ravallement.*

Fulcrum *Esperon*

Insertio vnius Tigni in aliud *embreuement*, cum non tantum cardo in cauum inseritur, sed etiam augetur cauum, vt aliqua sui parte totum Tignum excipiat, sic dicimus *Embrever les esseliers, & iambettes dans les chevrons, & entraict*, hoc est inserere.

Aptare trabem altari. *Enlacer.*

Tecta ad angulum internum occurrentia sibi inuicem *Noüe renfoncée.*

Doma, *Dome*

Laterna, *lanterne*

Sectio obliqua, *onglet*

Trabes, & Tigna aptata *assemblage*

Tecta in pyramides formata *Pauillion*

Testudinata tecta, *vne imperiale*

Scandularia fenestra, *Lucarne.*

## PROPOSITIO I.

Theorema.

*Tempus cædendarum arborum.*

Tempus cædendis arboribus opportunum, ab Octobri ad finem Martij communiter assignatur, & circa tertium lunæ quadrantem, seu lunâ decrescente. Ratio huius axiomatis petitur ex arborum natura, quæ illô præcipuè tempore compactiores habent fibras; minusque humore, & succo plenas, si enim cæderentur, cùm abundant humore, eô defluente laxiores haberent poros, neque tamen virtutem haberent eos constringendi, quâ nempe pollent quamdiu viuunt.

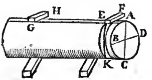
Nonnulli vellent, vt arbor circa pedem, in coronam mediâ parte cæderetur, & per menses aliquos in eo statu perseueraret, sic enim facilius succo suo purgaretur.

## PROPOSITIO II.

Problema.

*Trabes quadrare.*

Primò quidem trabes suô cortice denodandæ, tum canterio imponendæ, ita, vt locô dimoueri facile non possint. Exinde vna extremitas præscindatur ad angulos rectos, habebiturque sectio




ABCD, in qua perpendiculô, duces lineam AC, ad quam perpendicularis agetur linea BD. debet enim faber lignarius scire praxin ducendæ perpendicularis. trabi imponitur modulus EF, *la iauge* præferens eius latitudinem, notanturque in trabe puncta extrema E, & F. idem fiat in GH. tum à puncto E, ad G ducatur linea recta, vel ope regulæ, vel funiculô nigredine imbutô; sic autem nigredo, ex combustis paleis, aut fœno, tenditur funis ex E in G, quantùm potest, & eleuatur in medio, vt demissus cedat ad modum elaterij, lineamque trabi imprimat. idem præstetur vtrinque. fiat securi crena EK, quantùm fieri potest verticalis, quæ perpendiculô examinetur, postquam tales crenæ verticales, identidem fieri, vt certiùs totum opus perficiatur. Monent nonnulli vt vtrinque, tales crenæ excauentur, antequam vlteriùs procedatur. Si enim simpliciter induceatur ex vna parte superficies verticalis, intactâ aduersa superficie, sinuabitur tota trabs, exiliora præcipuè tigna, si ex vna parte sectâ complanentur, faciie curuaturam induet ea pars. crenis ita in quaternos pedes perfectis, securi quantùm fieri potest verticaliter dispositâ, inducitur vtrinque verticalis superficies, quæ si aliquod dubium oriatur, perpendiculô examinabitur.

Perfectis vtrinque superficiebus verticalibus, tota trabs ita inuertitur, vt linea BD, quæ priùs horizontalis erat, cum perpendiculo congruat, similiter superficiebus iam factis applicandus est modulus, ducendæ lineæ parallelæ, & securi perficiendæ superficies verticales, & absolutum erit opus, nempe tota trabs in parallelepipedum efformata.

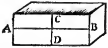
Demonstratio. Primæ duæ superficies quæ inducuntur, verticales fiunt ope perpendiculi, ad quod exiguntur, ergo sunt parallelæ inter se. In secunda autem dispositione fiunt horizontales, cum linea AC, cui sunt parallelæ, fiat horizontalis, inducuntur item aliæ duæ superficies, verticales: ergo sunt rectæ ad duas priores: parallelepipedum igitur est rectangulum quod intendebatur.

## PROPOSITIO III.

Problema.

*Trabes, & tigna horizontaliter statuere.*

Quamuis ad quadrandas trabes, necessarium non sit eas horizontaliter Canterio imponere, quod difficillimum foret, quia nullam tunc supponuntur habere superficiem planam; ad praxes tamen sequentes id sæpe requiritur praxis autem propria, & peculiaris fabri tignarij ita peragitur.




ducatur linea recta AB, secundùm longitudinem trabis, eamque bifariàm divideos; hanc lineam in omnibus tignis ducunt communiter artifices tignarij; ad lineam AB, ducatur perpendicularis CD, quæ fiat verticalis, hoc est ad perpendiculum exigatur: dico totam trabem dispositam esse horizontaliter.

Demonstratio. Cùm tota trabs supponatur,

superficiebus angulum rectum comprehendentibus constare, erit linea CD. ad superficies oppositas recta (*per def.* 3. 11.) sit autem CD verticalis: ergo superficies oppositæ sunt horizontales, linea enim perpendiculi ad horizontem recta est.

Alij supra trabem AB Gnomonem, seu squadram statuunt; ita vt vnum illius crus, extendatur secundùm longitudinem trabis. & eius alterum stet erectum, seu verticale, hoc est perpendiculo congruat, dico pariter superficiem trabis, cui alterum crus incumbit esse horizontalem. cum perpendiculum ad illam rectum sit.

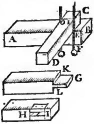
Denique nonnulli Amussin adhibent, de quâ in Geometria practica locuti sumus. hæc tamen instromenta dicuntur non esse propria fabri Tignarij, atque adeò insistendum est primæ praxi.

## PROPOSITIO IV.

### Problema.

*Trabes pungere.*

Pungere dicimus, *picquer le bois*, certa puncta trabibus, aut Tignis inurere, quibus cardines, & cava delineamus, *les tenons & mortoises*. Varij sunt huius propositionis casus; cum variè duæ trabes, aut Tigna compaginari, & invicem coniungi possint, à facilioribus incipiam, vt sensim ad difficiliores commissuras gradum faciam.




Proponantor trabes AB, CD, coniungendæ ad angulos rectos, ita vt in A B, debeat fieri cavum, *la mortoise*. & in CD debeat formari cardo.

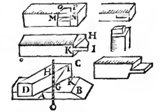
Primò trabs AB, statuatur horizontaliter (*per precedentem*) huic imponatur trabs CD, quæ etiam sit horizontalis, & incidat perpendiculariter ad lineam AB. quod facile præstabis, si docas in superficie horizontali trabis AB, perpendicularem, ad lineam AB, cui Tignum CD congruat. Applicetur perpendiculum puncto E, in quó scilicet extremitates planorum conveniunt, tùm secundum perpendiculi longitudinem, duo puncta inures in vtraque trabe, ita vt duci possint lineæ EF, EI; idem fiat ex alia parte, vt habeatur punctum O, deinque possit linea OI, & in parte adversa; linea illi parallela, tùm serrá tertiam aut quartam vtrinque partem crassitiei secabis, & scalpro partes superfluas auferes, habebisque cardinem, qualem in KG intueris.

In trabe A B, cavum ita perficies. vbi cavum delineatum fuerit, ab extremitatibus terebra inchoandum erit, non quidem spirali, & in helices abeunte; sed terebrâ simpliciter totun lâ, & cavâ. Si longiùs fuerit cavum, tria aut quatuor foramina inchoëntur ad mediam tantum crassitiem, & terebrâ inclinatâ, intermedium intervallum diiiciatur. denique Ancipiti *le besague* perficitur totum opus, fitque cavum, ad angulos rectos.

Dico si cardo in cavum inseratur has trabes ad angulos rectos coniunctas esse.

Demonstratio. Facilè ostendere possumus, cardinem G, ad superficiem K L rectum esse; quare cum cavum sit pariter ad angulos rectos formatum, inserto in cavum cardine, superficies KL, cum superficie HI congruet, quod intendebatur.

Eâdem ferè methodo vteris, cùm aliqua occurret obliquitas, hoc est Tignum CD, in trabem A B, incidet non ad angulos rectos: quod multipliciter accidere potest, ideoque subdistinguendum est Primò enim in figura proposita, si supponatur basis AB, superior superficies esse horizontalis, potest Tignum CD, ita aptari trabi AB, vt maneat quidem horizontale, ita tamen vt angulus D E A, sit acutus; & angulus DEB obtusus. In tali casu Tignum CD. imponitur trabi AB, horizontaliter iacenti, secundum angulum propositum quem regulis plicatilibus *avec le faux esquierre* transferre poteris in trabem AB, in eam scilicet partem, in qua commissura




formanda est. dispositô igitur Tignô CD, vt pats est, superior praxis adhibeatur. habebiturque cardo oblique incidens in superficiem commissuræ, qualem vides in H, qui in puncto H, resecandus est, secundum lineam Hi, perpendicularem ad planum KH, pariter cavum obliquitatem, ex vna parte, vt vides in MO, ex alia verò parte perpendicularis est, vt in NP.

Denique oblique incidere potest Tignom CD, in trabem A B, vt si trabe A B, collocatâ horizontaliter secundùm longitudinem, facies eius superior, non congruat cum horizontali plano, sed declivis sit; quod vocant artifices nostri inclinari, *Deverser* In tali casu Tignum C D, horizontale est, & eôdem modô disponitur quô committi debet, trabi AB, in qua dispositione idem perpendiculum radens inferiorem limbum trabis AB, longiùs distabit, à limbo superiori, eiusdem trabis AB; quæ distantia transferenda est in Tignum C D; vt habeatur obliquitas commissuræ Tigni C D. vt si perpendiculum G H, notatum in Tigno CD, radens limbum AB, distet à limbo superiori trabis AB, distantiâ GK, hæc distantia GK transferatur in Hi, ducaturque GI, hæc est linea commissuræ, idem fiat ex alia parte.

Notandum item quoties accidit, vt committantur duo Tigna in extremitate, ne se invicem excedant,

excedant,& ne cavunm frangatur neceſſariom eſt, vt cardo noanihil decortetur, vt vides in figura alia multa docebit vſus, & dicemus inferiùs.

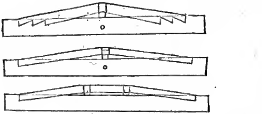
## PROPOSITIO V.

### Problema.

*Trabes Armare.*

Hæc propoſitio perutilis eſt, eò quòd in moltis regionibus trabes ſatis craſſæ non oceurtant, nec oneribus ferendis pares; hâc tamen methodô mirum in modum tobotantur, teſtudinumque naturam imitantur.

Proponatur trabs, adſcititiis trabibus roboranda. Primò quidem trabs, ſi fieri poteſt nonnihil ſinuetur; ſaltem in medio aſſurgat quantùm fieri poterit, tum in eadem trabe inferiori, fiant duæ, aut tres, ex vtraque parte inſciſiones, ſeu retinacula, quæ figura ſatis exprimit; adſcititiæ trabes eandem figuram habeant, vt huiuſmodi retinaculis apporitè congruant; in medio coniunguntur ad invicem, ſine vllo cardine, ſed ſimpliciter, ita vt ſibi exacte reſpondeant, nonnulli ſimpliciter clavis trabalibus, adſcititias trabes principalibus coniungunt.



Alij verò ferreô vinculô adſcititiarum trabium capita conſtringunt, caudamque vinculi, cavo in inferiori trabe efformato inſerunt, claviculâque firmant. Vera methodus retinacula tantiſper in angulum acutum format, trabeculis tamen angulum rectum tribuit, tum trabem præcipuam per extremitates bene firmatam, ne moveri poſſit; in medio, ope cocbleæ vehementer in arcum ſinuant, donec trabeculæ exacte retinaculis congruant, tum vinculô ferreô in cavum inſertô, omnia firmant, ita vt amplius dimoveri non poſſint. hæc methodus communis eſt, & optima.

Secunda methodus ſupponit adſcititias trabes, altitudinem habere 7. ſaltem digitorum, & in trabe principali vnicum vtrinque retinaculum efſingit, nempe ad duos pedes prope extremitates, ita autem diſponuntur, vt trabes adſcititiæ in medio ſupra principalem aſſurgant, quò autem magis aſſurgent, eò meliùs erit; cætera à praxi ſuperiori non differunt.

Tertia methodus tres adhibet trabeculas. Primò igitur circa extremitates trabis principalis, fiat retinaculum, & inciſio valde inclinata, vt dum aptabuntur trabeculæ, multum aſſurgant ſupra ſuperficiem trabis principalis, quò autem magis aſſurgent eò maius erit operis robur. addetur & tertia trabs, commiſſuræ, ad modum commiſſuræ arcûs, nempe tendant ad aliquod centrum addantur, & vincula ferrea, quæ in trabem principalem inſerantur, clavôque item ferreô coërceantur.

Demonſtratio. Petitur ex figurâ trabecularum, quæ in medio incurvari non poſſunt, vt accedant ad trabem principalem, quin retrocedant ab invicem, cum enim duo trianguli latera reliquô ſint maiora, & trabeculæ angulum comprehendant, in lineam rectam extendi non poſſunt, quin vel breviores fiant, quod fieri non poteſt, vel extremitates recedant; cum igitur coërceantur, à retinaculis, vis ponderis incumbentis tota exercetur in retinaculo removendo, potiùs quam in incurvanda trabe, ideoque fit multò fortior trabs inferior, immò pondus non ſuſtinet, ſed tantum adſcititiæ trabes, quæ inferiorem protegunt & defendunt. Idem proportione quâdam præſtamus, cum portatum ſuperliminari timemus, ne ſub imponendo pondere fatiſcat, & diſſiliat, arcum formamus, quô totum pondus impoſitum nititur, atque ita incolume præſtamus ſuperliminare.

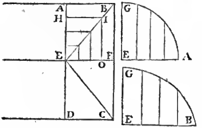
## PROPOSITIO VI.

### Problema.

*Arcum productiorem, aut breviorem deſcribere.*
*La courbe ralongée.*

Hæc methodos, & praxis cenſetur optima totius artis Tignariæ, vt pote quæ tota Geometrica ſit: quæ vt melius intelligatur aperiendi ſunt caſus in quibus adhibetur. Supponatur area quadrangula, cui imponenda ſit teſtudo, quam vocant clauſtralem, quæ talis ſit, vt in vmbilico vno conveniant omnes arcus, certum eſt illos omnes arcus eſſe æqualis altitudinis, ſubtenſas tamen non habent omnes æquales, nam angularibus arcubus maior competit ſubtenſa; & quod auget etiam difficultatem, ſæpe in ſuis operibus volunt opifices noſtri, vt in minoribus lateribus tecta maiorem habeant declivitatem, quam in longioribus lateribus. *que les troupes, ſoient plus roides, que les longpans.* ideoque interiùs ad id præſtandum omnes partes diſponunt, vt ſi ſit ædis pars aliqua ABCD, ſitque ſupra has omnes lineas AE, EB, EF, EC, ED, excitandi arcus, convenientes in eôdem punctô E, ponatur linea AE, eſſe maior lineâ EF, propter rationem allatam, hi omnes

omnes arcus, eandem habebunt altitudinem, vt pote qui in eodem puncto conveniant, subtensæ tamen sunt inæquales, ex quo sequitur, quod si

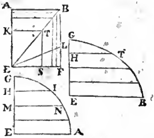



supra EA, describatur arcus simplex, & verè circularis, qui quasi primigenius assumatur, supra E B arcus productior erit describendus, supra EF, brevior, seu cuius subtensa minor erit altitudine.

Assumatur igitur linea EA, supra quam describatur arcus simplex, & circularis, qui erit quasi primigenius, & quasi cæterorum omnium mensura; dividatur EA in partes æquales, quò plures erunt, eò melior erit, & exactior operatio ducanturque per singulas divisiones perpendiculares, ad arcum vsque pertinentes. proponatur linea E B, maior quàm EA, supra quam describendus sit arcus eiusdem altitudinis. dividatur linea EB, in totidem partes æquales; in quot divisa fuerat EA, excitenturque in singulis divisionibus pespendiculares, prioribus æquales, & per extremitates perpendicularium describatur linea curua. hæc erit arcus ille productior qui quæritur. Eôdem modô operaberis, etiam si linea EB, minor esset linea EA, vt si supra lineam EF, describendus esset arcus, qui cum arcu primigenio EA conveniret, seu habitudinem haberet.

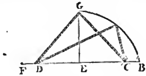
Demonstratio. Ex ipsa operis figura petitur, si enim perfecti essent arcus, vt par est, altitudo arcûs supra A E, descripti in puncto H, debet esse eadem, ac altitudo arcûs supra punctum I, sic enim nihil est incongruum, sed testudo in eadem altitudine procedit, secundum longitudinem ædificij, est autem (*per* 4. 6.) vt E A, ad AH, ita E B. ad B I, & H A supponitur verbi gratià esse quarta pars lineæ E A, ergo B I, erit quarta pars lineæ BE, quare E B, dividitur tôdem modô ac EA & supra similes divisiones excitantur perpendiculares æquales. ductâ etiam linea IO, ostendam lineam F O, esse quartam partem lineæ F E, ergo si dividatur E F, in totidem partes æquales, in quot divisa est linea AE, excitenturque perpendiculares æquales habebitur arcus qui requiritur. quod erat demonstrandum

Ex ea consideratione fluxit secunda praxis, quæ etiam ingeniosa est. Sit vt priùs linea E A supra quam descriptus est arcus primigenius A G, qui circularis supponitur. dividatur linea verticalis A G, in partes æquales, & per singulas divisiones ducantur parallelæ lineæ EA. Sit etiam figura ichnographica, in qua supponitur supra EA, descriptus arcus primigenius, transferatur H I, in I K, tum ducatur parallela KT, & T S. erit ET parallela pertinens ad arcum angularem, seu productiorem, & E S ad arcum breviorem supra E S descriptum, idem fiat in reliquis omnibus parallelis.




Quibus paratis ita describes arcus. verbi gratià supra lineam E B, excitabis perpendicularem E G priori æqualem, similiterque divisam, & in puncto H, duces parallelam HT, æqualem lineæ E T in diagonali, idem facies in reliquis parallelis, quas omnes desumes, ex diagonali. tum extremitates parallelarum continges lineâ curvâ, & habebis arcum diagonalem. Si describendus esset arcus supra lineam E F, longitudo parallelarum sumenda esset in linea E F. eôdem modô id efficeres, excitando pariter lineam E G, dividendam in totidem partes, & ducendo parallelas quarum longitudo desumenda est ex linea E F. immo si quicumque alius arcus eiusdem altitudinis ducendus esset, supra aliam lineam, verbi gratia supra EL, in ea pariter parallelarum longitudo assumenda esset.

Demonstratio. Petitur pariter ex ipso opere. Si enim fingamus supra lineam AE, descriptum esse arcum circularem, divisum per parallelas, certum est quod si per has parallelas intelligantur plana horizontalia, illa secabunt arcum angularem, ita vt sit eadem ratio communis sectionis arcûs primigenei cum vno plano, ad communẽ sectionem arcûs singularis cum eodẽ plano, ac lineæ EK, ad ET, formatur enim in ipso opere figura EABF. Idem dicendum est, si alius quilibet arcus eiusdem altitudinis formandus esset; supra aliam lineam, vt supra E F, aut E L, assumenda enim esset longitudo linearum horizontalium, in ipsis lineis EF, aut EL.




Praxis tertia longioris arcûs formandi, petitur ex generatione Ellypsis. certum est enim quod in superiori figura, si supra lineam E A, intelligatur arcus primigenius circularis, formatur cylindrus, rectus, cuius sectio angularis EB, obliqua est, atque adeò Ellyptica. Dedimus in Geometria practica methodum describendæ Ellypsis, cuius dantur duo semidiametri. hic trado aliam faciliorem

faciliorem, & magis accommodatam captui opificum. Sint supra lineas EG, EB, desumptas ex superiori figura describenda Ellypsis, producatur maior semidiameter E B, vsque in F, ita vt sit FB, tota diameter. ex puncto G, vt centrô intervallô semidiametri EB, describatur arcus GC, secans semidiametrum EB, in punctis C, & D sumatur funiculus longitudinis totius diametri FB, qui fixis duobus clavis in punctis D, & C, annectatur, tum insertô in medio, graphio, experire an transeat praeisè per punctum G, curtat graphium secundùm longitudinem funiculi, ita tamen, vt partes eius aequaliter tendantur, describes Ellypsin, seu ovalem figuram, per puncta G, & B transeuntem. Transit enim per punctum G, cum lineae GD, GC fiut singulae aequales semidiametro, ex constructione, ergo DG, GC, simul aequales diametro. Transit etiam per punctum B, nam funiculus in B C, duplicatur; est autem CB, aequalis lineae FD, ergo funiculi segmentum DB, & segmentum duplicatum B C, aequantur diametro F B; ergo figura descripta transit per B.

Si describendus esset arcus elatior, cuius nempe altitudo maior esset semidiametro horizontali, semidiameter verticalis esset producenda, vt in ea determinarentur duo centra.

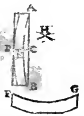
## PROPOSITIO VII.

Problema.

*Vinculum in arcum componere.* Cintter vn Lien.

Vincula saepe in arcum conformantur, sic enim exigit interior aedis dispositio. Primo quidem certum est quod in contignationibus tectorum, saepe vincula interius disponuntur, vt claustralem testudinem referant, in tali casu vincula, sunt segmenta eorum arcuum ad quos pertinent, vt si sint vincula pertinentia ad angularem trabem, erunt segmenta Ellypsis, pro vt primigenius arcus fuerit circularis, aut elatior, quare tune concavitas, quae vinculo tribuitur, non est arbitraria; sed legibus propositionis praecedentis adstringitur, de hac igitur nihil hic dico. sed solum de illa quae pendet ex voluntate.

Proponatur vinculum A B, sinuandum, ducatur




tur linea AB, quae dividatur bifariàm in C, ducaturque perpendicularis CD, latitudo CD, dividatur in tres partes aequales sicque CE, vna talis pars, trium punctorum A, E, B quaeratur centrum (*per 25. 3. Eucl.*) Ex quô describes arcum



AEB, & ex eodem centro alium arcum per punctum D transeuntem praxin non apposui, cam invenies in propositione citata.

Aliô modô idem ipraestabis etiamsi vinculum Iam sinuatum sit natura iter, nulla scilicet latitudinis eius habita ratione, proponantur extremitates vinculi sinuandi, quae sint F, & G ex centro F, intervallô F G, describantur arcus H, & ex centro G, eô iem intervallô, alius areus, qui priorem intersecet, in puncto H, tum ex H, eàdem apertura circini describe arcum FG, & aliam exteriorem priori concentricum, & sinuatum erit vinculum.

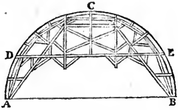
Si minorem concavitatem desideras, fiant arcus se intersecantes in puncto H, ad maius intervallum, quam sit FG.

## PROPOSITIO VIII.

Problema.

*Succuborum arcuum descriptio.*

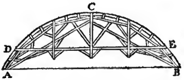
Superiori propositione arcuum figuram explicui, in hac iisdem arcubus tubas, & firmitatem addere intendo, vt ferendo oneri pares reddantur, nonnunquam enim iis insanae moles imponuntur, quarum pondus succubo aeni totum incumbit, saltem donec absolutum sit opus. ita dum pontem lapideum construimus, huiusmodi arcubus succubis indigemus.




Primò proponitur arcus AB, perfectè circularis, ita vt arcus ACB, semicirculum contineat. dividatur quadrans A C, in tres partes aequales, quarum A D, sit prima, tum statuatur trabs D E, vel integra, vel ex pluribus partibus constans, in cuius medio statuatur acus, & hinc inde aliae duae, aequali intervallô distae. Ex puncto A, ad trabem D E, praeter arcum, alia duo crura roborantia protendantur, quae duobus vinculis, singula cum trabe D E, superiore coniungantur; addatur, & Tignum inclinatum, trabem D E, cum prima acu connectens, hoc Tignum inclinatum crure roborante, & vinculo ad acum protensu fulciatur: huic ad angulos fere rectos, aliud Tignum incidat, cui alia duo, hinc inde, non longè ab arcûs circumferentia incumbant, his addantur crura roborantia, & vincula.

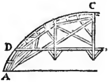
Tres acus quae in medio sitae sunt trabis horizontalis, Tignis obliquis connectuntur, poterant Tigna decussata adhiberi, quae fortiora forent.

Demonſtratio. Fieri non poteſt, vt hi arcus conſeotiant, & inrutuentur, oiſi explicentur, explicari autem non poſſunt, cum tam valide coërceantur, totque Tigna etiam ſecuodum ſuam longitudinem reſiſtant. quare non taotum trabs AB, quæ toti operi ſubſtrata eſt, incumbentis ponderi opus ſuſtinet, ſed omnia hæc Tigna ſe invicem fulciunt, & ad modum teſtudinis ſe invicem robotant.




Detur aliod ſegmentum circuli A C B, cuius arcus ſit pariter roborandus. Sit AD, quinta circiter pars ſegmenti AC, ſtatuatur trabs DE, vel integra, vel ex duabus, aut etiam quatuor partibus conſtans. ſupra trabem D E, tres aptentur acus infra oonnihil deſcendentes & vinculis cum trabe D E, infernè coniuoctæ. ſic enim trabs DE roboratur. A ſummitate ferè acus mediæ ad punctum A, ducatur trabecula deſcendeos, ſive integra, ſive ploribus conſtaos partibus. Addantur & aliæ non longè ab acu poſitæ, vices ſubtenſarum obeuntes, tum varia addantur vincula quibus cum acubus præcipuè, & cum arcus circumferentia conoectantur. cætera ex figura ſatis intelligentur.

Demonſtratio. Eadem adhiberi poterit.




Tertiò proponatur arcus depreſſus ACB, ſitque AD, quinta circiter pars, dimidij arcûs AC. ſtatuatur ſubtenſa D E, quæ in 4. partes æquales dividatur; treſque erigantur acus perpendiculares, duo intervalla media roborentur decuſſatis Tignis.

Tum addantur Tigna vices ſubtenſarum, obeuntia, quæ vincolo cum acu intermedia conlongantur. Extremis intervallis aptetur Tignum inclinatom ad modum ſubtenſæ, in cuius medio erigatur arus, ad ipſum perpendicularis, cum duobus vinculis; idem Tignum vinculis cum acu vicina, & trabe horizontali adſtringatur. Denique in pede arcûs, aptetur alia ſubtenſa, & crus roborans, multiplici inter ſe vinculô, & cum trabe horizontali connexa.

In hunc modum varia excogitari poſſunt, horum arcoum ſuccuborum firmamenta. ſuot autem præcipui roboris decuſſatæ trabes; hæc prototypi, & exempli inſtar poſita ſuoto.

PROPOSITIO IX.

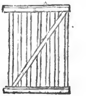
Problema.

*Parietem ex Tignis componere.*

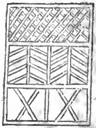
Solemne eſt in plurimis regiooibus, vt parietes ipſi, ex Tigois componantur, in aliis vt fiat tantum varie, decuſſatus Tignorum ordo, qui deinde lateritio opere compleatur. difficoltas eſt, vt parietes ita roborentur, vt etiam ſi trabibus imponantur, trabes non tam à ſuper impoſita mole graventur, quin potiùs roborentur.

Totum autem artificium in eo poſitum eſt, vt paries incurvari nullatenus poſſit, ſic trabes fient ferendo oneri pares.

Primus modus facilis erit, pooantur enim trabes horizontales diſtantes ab invicem mediocri diſtantia, exinde iis imponuntur Tigna verticalia, quæ vel trabibus ipſis, vel aliis adſcititiis



inſerentur, declivia item alia Tigna identidem addentur, quæ priora connectant, hæc Tigna declivia, ſi perpendicularibus aptarentur, cardine inſerto, robur parieti adderent, præcipuè ſi plura addantur.



Alter modus parietis conficiendi robuſtior eſt priore, vt ex figura ſatis patet. Pars ſuperior decuſſatis Tignis conſtans, & nonnollis verticalibus, aptiſſima eſt ad ferenda onera, vt ad ſuſtentandas in campanilibus ingentes campanas, quoties longiores trabes adhibentur, aut ex pluribus compoſitæ.

Ratio eſt, quia fieri non poteſt, vt hæc ordinatio conſeotiat, ſeu in medio incurvetur, quin alium ſitom aſſumant decuſſata Tigna, aut ipſamet flectantur, quod fieri non poteſt, cum ſint breviſſima.

Secundos ordo, qui filicis folia imitatur, diciturque propterea Gallice *à brins de*

*Fougere*

*de Fougere* suam etiam firmitatem habet, vt satis patet.

Tertius seu infimus ordo *le Ravallement* decussatos cancellos refert, omnium firmissimus est, trabibusque tam impositis, quam etiam suppositis robur, & firmitatem addit, cùm fieri non possit, vt curvitatem admittat, quin omnia Tigna decussata obliquentur, aliterque inter se committantur, quod cum fieri non possit, eo quod quam plurima, cardine in cavum insertio connectantur, eandem persistere connexionem necesse est.

## PROPOSITIO X.

### Problema.

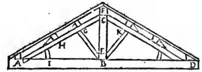
*Tectum vulgare delineare.*

Iam ad præcipua huius artis opera accedimus. Cum enim in plerisque Europæ partibus, ædium muros ex lapidibus, & cæmento construamus, tectum proprie fabri Tignarij imponendum assumunt, & qui cæteris præstant in hoc opere maxime elucent. à facilioribus incipio, vt sensim ad maiora gradum faciam. tectum igitur vulgare describo, in quo quidem multa sunt, neglecta, & non secundum artem facta. nam vt plurimum Tigna declivia clavis ferreis connectuntur, hoc est negligitur in hoc opere illa elegantia, quæ à peritis huius artis communiter affectatur, vt parcimoniæ studeatur. Soliditas tamen & robur non negligitur. Talia sunt pleraque tecta, in his vrbibus, quæ nivoso cœlo non subiacent, atque adeò eam tantum declivitatem tectis tribuunt, quæ imbribus, & pluviis arcendis sufficit. ex hoc sequitur quod non magnum sit dispendium etiamsi spatium, quod immediate tecto subiacet reddatur inutile.

Fiunt igitur ordines verticales præcipui, *des mai'resses fermes* in singulos duodenos circiter pedes, quæ deinde aliis trabibus in longitudinem extensis coniunguntur, quibus deinde Tigna declivia clavis ferreis aptantur. vnum huiusmodi ordinem describo, quem communiter balistam vocant, *vn Arbalestier* eò quòd duabus trabibus declivibus, ad modum arcus, trabe horizontali supposità, quasi nervo, *le tirant*, acu quasi sagitta constat.

Sit ergo trabs maior A B, cui tectum imponendum sit; in eius medio acus BF excitatur, eiusdem vt plurimum crassitiei; coniungiturque trabi AB, cardine in cavum inseriô, ita tamen vt non omnino tangat ipsam trabem hoc est videatur acus potius trabem sustinere, per cardinem, quam ipsi trabi incumbere, vnde iuncturæ fiant hiantes. Longitudo acus poterit esse, quarta pars trabis A D. Circa summitatem acûs committuntur duæ trabes declives, C A, CB, quæ etiam trabi inferiori A B, aptantur in punctis A, & D, cardinibus ita compositis, vt retrocedere non possint; ex imo eiusdem acûs duo vincula E K, E G procedunt, quæ ferè perpendiculariter in trabes CD, CA incidunt, & cum iis cardine coniunguntur.






possunt addi duo vincula H I, Acui fastigium imponitur *la feste* quod secundum tecti longitudinem protenditur. eius tantum segmentum F exhibeo. longitudo AC, in tres partes æquales dividitur, in punctis G, & H, quibus in locis retinacola adduntur, vt aliæ trabes secundum longitudinem tecti extendantur, quarum sectionem tantum verticalem exhibeo in H possunt & in punctis A, & D aliæ trabes imponi, quæ superficiem vnam declivitati tecti accommodatam habeant, fastigium item hinc inde eandem declivitatem præferat. In punctis tamen A, & B multi trabes non apponunt, sed Tigna declivia immediate muris imponunt, immò intra murum ita condunt, vt so a superficies superior appareat, cui asseres clavis affigantur. dico totam hanc compagem esse firmissimam, & tantum abest, vt trabem cui imponitur gravet, quin immò illam sustentet.

Demonstratio. Trabs AB flecti non potest, quin secum acum trahat, acus vero descendere non potest, quin extrema trabium declivium, quæ acui in puncto C aptantur, cum ipsa descendant, non possunt autem descendere, quin extremitates earundem trabium declivium retrocedant, vel trabes fiant breviores, eò quòd (*per* 21. 1. *Eucl.*) si supra eâdem basi, triangulum intra aliud fiat, latera eius sint minora lateribus prioris trianguli. Cum ergo extremitates A, & D, retrocedere non possint, omnia subsistere necesse est. adduntur & vincula E K. E G ne trabes declives incurventur, præcipue si longiores sunt, quò maior erit declivitas, seu maior erit acus, eò firmius erit opus. in his tamen regionibus in quibus tegulæ, seu imbrices cavæ sunt, declivitas non debet esse maxima, eò quod tegulæ subsistere non possent. quoties fit tectum valde inclinatum, debent tegulæ esse vncinatæ, vel scandulæ sive ligneæ, sive lapideæ clavis affigi.

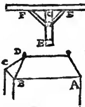
In praxi nonnullæ occurrunt difficultates. Et primò quidem vt formentur cardines, accipiendi sunt nonnulli anguli. quia tamen hic ordo vnicô constat plano, facile possunt omnia perfici. potest enim trabs A B, canterio imponi, & horizontaliter statui, ita vt ea superficies, quæ, in opere est horizontalis, fiat verticalis, tum ei in medio aptari acus, & trabes declives, tam acui quam trabi AB, committi.

Vel poterit in charta huius ordinis, verticale diagramma describi, observatâ eâdem proportione, trabis A B, ad acum B C, sic enim habebitur quantitas angulorum A C B, CEK, EKC, & CAB, qui necessarij sunt, ad formandos cardines, & cava ipsis respondentia.

habeteretur item ex eadem figura angulus declivitatis io fastigio F, qui æqualis est angulo CAB.

In præcedenti figura sectionem tantum F fastigij exhibui.

Quia autem vt dixi 10. aut 12. pedibus, hi principales ordines ab invicem distant, vt sit firmius opus, fastigiumque roboretur, adduntur vincula quibus cum acubus connectitur fastigium. vt si B sit sectio prioris trabis, B C

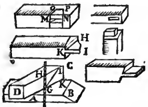



sit acus visa secundum aliod planom, aptabontur firmitatis gratiâ duo vincula FD, DE, in quibus aptandis nulla est difficultas, modò priùs habeatur eorum diagramma: vt nempe determinentur anguli ad formandos appositè cardines requisiti.

Est alia difficultas, quæ communis est etiam aliis tectis. quoties nempe duo tecta in angulum externum conveniunt, vt si hæc esset figura tecti, nempe haberet non tantum maiora latera *long, pans* AB; sed etiam tergum *vne crouppe* BC.

In quibus necessariò fit in BD angulus externos, seu vt ita dicam convexus. Trabes angulares declives vt BD, dicuntur Aristæ *les Arestiers* duplex autem est difficultas in huiusmodi trabibus quarum primam hic solvo.

Prima difficultas in eo posita est, vt aristæ committantur cum acu, eo quod cum acus sit prisma rectangulum, debebit Arista cum angulo congruere,& fieri bifurcatio,in cuius medio formatur cardo.hæc sectio diheilis est,quare.




Acus extendatur horizontaliter, ita tamen vt eius vnus angulus superiorem locum obtineat,tom vt formetur cardo,duplex cautio adhibetor propter duplicem irregularitatem.

Primo habendus est angulus, quem Aristæ cum acu comprehendit, qui angulus acutus est, vt patet, & paulò maior, quam angulus quem trabes declives primæ figuræ huius propositionis comprehendunt, facile autem habebitur talis angulus, cum habeatur longitudo acûs, habeatur item distantia acûs ab angulo ædis, quare si separatim describatur tale triangulum rectangulum, cuius trabs illa declivis, seu Arista est hypothenusa; habebitur angulus propositus. hoic angulo æqualis fiat, tum in tali dispositione, si punctum K trabis D I, respondeat præcise limbo, limbus AB ostendet, in superficie inferiori trabis D I, quantum incisio plus promoveri debeat, in parte inferiori; quàm in superiori. dispositâ igitur trabe vtraque, ad Amussim, adhibeatur perpendiculum, quod secet superficiem KG, inferiùs in puncto G, & superius in puncto H, transferatur distantia GK. in HI. ducaturque linea IG, sed non vltra mediam crassitiem, quare si angulus IGK, transferatur vtrinque tam in parte superiori, quam inferiori, habebitur cardo inserendus in angulum, quæ meliùs in praxi intelligentur, quam in figura plana exhibeantur.

Demonstratur autem quod huiusmodi cardo optime quadrabit per vltimum casum propositionis quartæ huius, si enim continuaretur linea ED, non tantùm ad mediam vsque crassitiem; sed vlteriùs non differret à casu proposito.

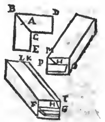
Propter hanc difficultatem commissuram formandi in angulo, nonnulli acum octogonam constituunt, sic enim vitant difficultatem bifurcati cardinis, sed dum acus fit octogona, multum de illius robore detrahitur. Aliquando formatur acus in prisma sexdecim laterum, verbi gratiâ vt tectum presbyterio Ecclesiæ, polygono imponatur, & vtrique illa difficultas, quæ in commissuris obliquis, aut etiam bifurcatis occurrit.

## PROPOSITIO XI.

Problema.

*Aristas obliquare.* Delarder les Arestiers.

Trabes angulares declives, quas vulgò dicimus *Arestiers*, vel angulum externum comprehendunt, vel angulum internum; tunc autem in aliquibus regionibus dicuntur *Corniers*, & in vtroque casu obliquari debent, vt eum tecti superficie congruant. vt si duæ ædes sibi occurrant, sitque iis imponendum tectum, in puncto A, excitetur acus, & ab eius summitate ad punctum B, statueretur arista, fieretque angulus convexus.




Si à summitate eiusdem acûs ad punctum C, statuatur alia trabs formabitur angulus concavus,

vt

vt igitur asseres huiusmodi trabibus angularibus congruant, seu vt superficies tectorum, non disconcinuentur, debent nonnihil trabes angulares oblique incidi.

Proponatur igitur trabs angularis exterior, seu angulum externum comprehendens, sitque KF, cuius cardo FG, & superficies commissuræ, quâ scilicet suæ basi connectitur, sit FG. fiat angulus FGH, æqualis angulo ABD, & per punctum H, ducatur HL, limbo KI parallela. idemque fiat ex alia parte, si resecces secundum longitudinem trabis, id quod respondet triangulo HGI, idemque præstes ex alia parte, habebitur aristæ obliquitas.

Demonstratio. Pendet ex eo quod superficies FG, in opere sit horizontalis, ergo congruere debet cum horizontali superficie quæ est ABD.

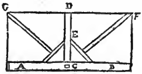
Pro concavo fiat angulus MNO, æqualis angulo ECA, & excavetur secundum longitudinem trabis, prisma cuius triangulum PNM est basis, idem fiat ex alia parte, & trabi declivi angulari erit inducta conveniens concavitas: eadem demonstratio adhibeatur.

## PROPOSITIO XII.

Problema.

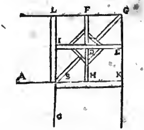
*De occursu plurium superficierum in tecto communi.*

Primò quidem sæpe accidit, vt tecta non tantum duplicem hinc inde habeant declivitatem; nempe vt plurimum non tantum longioribus lateribus imponitur tectum *aux longpans*, sed etiam tergis *aux croupes*, communiter tergum declivius est longiori latere. quia autem non tantum balistæ integræ formantur, pro longioribus tractibus




qualis supra trabem A B intelligitur, sed etiam duæ angulares dimidiatæ, & alia dimidia incidens perpendiculariter in tectum, vt ergo hæc balista integrâ, & tres dimidiatæ apposite congruant, ordinatio horizontalis *vne enrayeure* instituenda est, qualem figura exhibet. hôc modô.

Sit trabs AB æqualis latitudini ædis, hæc enim trabs muris imponitur, sicut & aliæ omnes eiusdem ordinationis, pro tecto scilicèt communi institutæ. Eius medium C est locus, in quo implantatur acus, quæ quartam, aut potiùs quintam latitudinis partem continet. huic acui horizontaliter ad rectos angulos aptatur alia trabs CD, muro etiam incumbens in puncto D, & vt tergum sit declivius, longiori latere, trabs CD, aliquibus pedibus minor est, quam sit trabs dimidiata AC, aut BC, addantur duo vincula AE, EB, horizontalia *deux Goussets.* huic vinculo aptantur trabes angulares, *les coyers*, F & G, pariter muro incumbentes. quare vt eorum longitudo determinetur, ducatur linea GF, trabi AB parallela. Si totum opus vis mente concipere, tota hæc contignatio intelligatur muris imponi horizontaliter, & in puncto C, acus verticaliter erigi. tum ex eadem acus summitate procedere trabes declives, ad extremitates trabis A B, ad puncta G, D, F, cæteræ partes peti debent, ex figura balistæ quàm supra dedimus. exurgetque balista integra supra trabem A B, & dimidiatæ supra trabes C D, C G, C F, in quibus nulla est difficultas, nisi quod angulares trabes declives seu aristæ sint paulo longiores, inserantur que acui in angulo.




Denique si duo ædificiorum tractus, *deux corps de logis* in angulum rectum coalescant, sitque iis imponendum tectum vulgare quale descripsimus; vt si ædes A B, B C in angulum ABC conveniant, fieret ordinatio horizontalis qualem figura exhibet, nempe in puncto D, erigenda esset acus, cui adiungerentur trabes declives supra D E, & D F, & angulares supra D G, & D B. in punctis H, & I, excitarentur aliæ duæ acus fierentque duæ balistæ supra trabes BK, BL, supra DH, & D A, nulla apponeretur trabs declivis, ideoque apponerentur tantum firmitatis causâ; Igitur fastigium continuaretur, nempe ab acu supra punctum I excitata, ad acum puncti D, & ab ea, ad acum puncti H.

## PROPOSITIO XIII.

Problema.

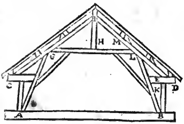
*Tectum vulgare ita evehere, vt Granarium sub ipso immediate formetur.*

Superioris tecti contignatio, totum supra trabes horizontales spatium, ita implicat; vt prorsus inutile reddatur. quare quoties tectis magna conceditur declivitas, vt iis quæ communiter Gallica dicimus, alia Tignorum ordinatio observanda est, vt nempe expeditum, & nullô modô implicatum habeatur, sobtegulaneum solarium, variisq; domesticis vsibus accômodatum.

Ad quod etiam conducet vt muri tribus, aut quatuor pedibus supra trabes, quibus incumbit tectum assurgant.

Hæc igitur dispositio, vt dixi, supponit declivitatem paulò maiorem, nempe cum in superiori angulus BAC, in figura 1. propositionis 10.

nempe angulus quem comprehendit tectum cum horizonte esset communiter 20, aut 22 graduum, in hac dispositione, sit 30 graduum t




vt nempe maius spatium relinquatur. In quo notandum est, imbrices communes, seu tegulas cauas, vix bene subsistere posse, cum maiori decliuitate, eò quòd defluant. tecta igitur quibus maior conceditur decliuitas supponunt aut vocinatas regulas, aut scandulas lapideas, clauis affigendas.

Supponatur trabs præcipue A B, muro infixa ita vt aliquibus pedibus adhuc murus assurgat, verbi gratia vsque ad C D, ita vt bases *Blocjets* C & D muris etiam, ipsis insistant. possunt ad-ii crura roborantia BE, & BL; vt alio etiam extremo, hæ bases fulciantur. Adhibeantur alia trabs horizontalis minor *vn Entraict* GL, in cuius medio erigitur acus H I. huic acui, & basibus E D, & C aptantur trabes decliues, adduntur & vincula K L, in quibus omnibus nulla est difficultas peculiaris; commissuræ enim omnes sunt facillimæ, vt pote quæ omnes sint in eodem plano. quare si in charta fiat paruum diagramma totius operis, obseruatis iisdem proportionibus, vel in solo describatur totum opus; habebuntur omnes anguli sectionum, sunt enim hæc omnia tigna in eodem plano verticali. in diagrammate etiam chartaceo singularum partium mensuræ ope adiectæ scalæ habebuntur. Satiùs foret vt crura robotantia B L ipsis muris insisterent: aut quàm proxime muris adhærerent. sic enim trabes A B minus grauarentur, quod in aliis etiam casibus obseruandum est.

Cum tectum vulgare tantum hic describatur: hæc ordinatio verticalis, in singulis maioribus trabibus repetetur, hoc est in singulos duodenos pedes: diuisàque longitudine trabium decliuium in tres partes æquales, nempe in L & M, apponentur retinacula, quibus aliæ trabes secundum tecti longitudinem extensæ, seu fastigio parallelæ imponentur. quarum sectionem tantum verticalem exhibui. his trabibus, fastigio, & muro, tigna decliuia, *les Cheurons* duobus circiter pedibus inter se distantia clauis simpliciter affigentur, ita enim in tectis vulgaribus vsurpatur. his asseres, & regulæ superimponuntur.

Hæc dispositio vt verum fatear, architectum sapit potiùs quàm fabrum tignarium, possetque compendiosiùs peragi, mutatis tantum aliquibus, hanc tamen exhibere volui, eò quòd huius exemplum habeam.

Angulares dispositiones si quæ essent facile ex dictis, in superiori propositione perfici possent: licet tantum figuram principalis ordinis proponam *d'vne maistresse ferme*.

Quæri posset an hæc dispositio sit aptior præcedente; minusque trabes suppositas principales fatiget, & grauet; Respondeo si in hac, commissuræ A, & B, aut muris ipsis aut non longe à muris absint, parem videri vtrobique rationem, nam etiam in præcedenti, commissuræ A, & D non longe à muris aberant. Quòd verò in præcedenti acus videatur incumbere mediæ trabi, eamque grauare, si res attentiùs perpendatur, res ita non se habet. cum enim acus decliuibus trabibus apretur, quæ in tali situ, ita se inuicem impellunt, vt impossibile sit eas deprimi; tantum abest, vt acus trabem suppositam fatiget, quin immo eam sustentat. vnde monui suprà, sectionem commissuræ acûs, à supposita trabe abesse debere, vnô saltem semidigito, ita tamen, vt cardo in cauum inseratur; quod vsurpant fabri tignarij, vt indicent non tam acum trabi incumbere, quàm trabem ab acu pendere. nam tota basilia vt dixi, testudinem imitatur, cuius nulla pars deprimi potest, quin tota eius compages soluatur. Ex quo artificio fluxit ars armandarum trabium de qua iam supra diximus. quare omnibus perpensis iudico primam dispositionem securiorem esse. quod iudicium conforme est experientiæ, vidi enim alicubi secundam hanc dispositionem non nihil consensisse, ita vt trabes suppositæ labem minentur.

## PROPOSITIO XIV.

Problema.

*Contignationem Gallicam vnicô Tignorum horizontalium ordine instructam, construere.*

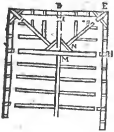
A simple sabliere.

Primò voco contignationem Gallicam, in qua magna est tecti decliuitas. Secundò ita disponuntur omnia, vt subtegulanum tectet solarium, seu vt vocant Granarium, expeditum, variis vsibus domesticis accommodatum. hæc propositio, & sequens multa habent communia, vnde quæ non satis in hac explicabuntur, in alia manifesta fient. Suppono autem turrim aut ædem, tectangulam, alterâ parte longiorem, cui hæc contignatio sit imponenda; nempe sit tectum vt communiter vocant testudinearum, aut potius pyramidale construendum. *Vn pauillon.*

Quoties alicuius ædis contignatio extruenda suscipitur; toties iehnographicæ eius mensuræ diligentiùs explorentur. non funiculô, vt pote qui facile adduci, aut remitti possit; sed regulâ, aut perticâ, ita vt in chartâ totius operis extruendi describatur figura, & appositâ pedino scalâ singularum partium dimensiones exhibeantur, sic enim faciliùs de pretio pactum iniri poterit, tignorumque & trabium numerus cognoscetur.

His peractis incipies à tigno horizontali muris imponendo *Sabliere.* Erit autem vnicus ordo. hoc est quia muri supponuntur, non habere sufficientem crassitiem, vt duplicem tignorum ordinem excipiant, vnicus sufficiet. Incipies autem à longiori latere *le long pan* cui æquale tignum

tignum assumes, cuius crassities 6 digitorum, latitudo septem, continuum sit & perpetuum, si




fieri potest, vel ex duobus tignis coalescat, duplici cardine inter se aptatis.

Huic tignum canterio horizontaliter imponatur, tum in extremitate ad angulos rectos, aliud simile tignum, sed breuius aptetur, tergo nempe deputatum, *Sabliere de Croupe* aptetur autem cardine in cauum inserto, nonnihil exterius decurtató *y faire vn petit décollement.* ne scilicet cauum appareat, *de peur qu'il ne se découvre.* Circa angulos E aptabis interualla *Entretoises* seu quasi vincula, quæ vtrique tigno horizontali coniunges, insertô cardine, sic enim coërcebuntur ne vacillent, aut alium quam rectum angulum comprehendant.

His interuallis seu interstitiis angularibus impones quatuor bases angulares. *les Blochets* quæ in angulis, tignis horizontalibus incisione vtrinque factâ imponentur, aliâ extremitate interiori scilicet, cardinem habebunt, caudam hirundinis referentem, quô erant roboranti aptabuntur, additô etiam euneô *vn Rossignol.*

Radiatio seu horizontalis dispositio mutis non imponitur immediete, sed à tignis decliuibus sustentatur, vnde fit vt sit minor, eò quod tign[illegible] decliuibus aptetur, in loco superiori, in quo iam latitudo tignorum decreuit. ita autem hic ordo horizontalis instituitur.

Si terga intendis reddere decliuiora, quàm longiora latera, semilatitudinem totius ædis, detractis aliquibus pedibus secundum operis magnitudinem, transferes in longiora latera, eritque E H, in iis punctis bases statues, pro principali ordine verticali *des maistresses fermes.*

Duces per punctum H trabem horizontalem H M, quâ diuisâ bifariam in M, aptentur ad angulos rectos, trabes principales minorum laterum quæ sint M I. his trabibus horizontalibus, aptantur vincula horizontalia N *des gousets* quorum longitudo erit trium circiter pedum. In medio horum vinculorum aptabis angulares trabes *les Coyers* quæ dirigentur à medio puncto M ad angulum, seu ad bases angulares E.

His peractis metieris distantiam, quæ est inter vnam trabem principalem, & alteram, quæ distantia si duodecim pedes superauerit, alia intermedia trabs principalis, aut etiam plures addendæ erunt, harum trabium crassities, & latitudo erit 5, aut 6 digitorum, in medio tamen in quo caua formanda sunt, crassiores erunt, *on laisse du bossage.*

Interuallum inter principales trabes diuides in partes æquales, quotquot volueris, ita tamen vt singulæ duos pedes non superent. In his diuisionibus, bases tignorum decliuium, supra horizontale tignum statuuntur, quibus directe respondebunt in radiatione trabes minùs præcipuæ *les Liernes.*

Eôdem modô diuidenda erunt terga in partes æquales, apponesque bases, ad quas rami dirigentur *les embranchements.*

Notandum est solemne esse, apud fabros tignarios, vt cuilibet trabi, aut tigno lineam inscribant, quæ earum latitudinem per medium diuidat, in qua scilicet omnes mensuræ desumentur.

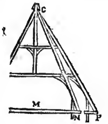
## PROPOSITIO XV.

### Problema.

*Ordinem verticalem præcipuum, contignationis Gallicæ construere.*

L'estalon, ou maistresse ferme.

Eiusdem contignationis ordo verticalis præcipuus instituendus est, in quo etiam retrocessio Aristarum notanda. *Le reculement des Arestiers* vt autem id facilius præstes, assumatur adscititium




tignum, *vn faux tirant* dicitur adscititium quòd ad directionem tantum vtile sit, & peractô opere reiiciatur.

Hoc tignum totius ædis latitudinem, aliquantulum superet, in hoc, semilatitudinem ædis transferes, vsque ad punctum M, in quo si velis cardine insertô, statuenda est falsa acus: cuius nempe longitudo communiter in tectis Gallicis adæquat latitudinem ædis, hæc duo ligna lineas habebunt secundum mediam eorum latitudinem ductas, hæ lineæ angulum rectum comprehendent. quare canterio horizontaliter imponantur firmaque contineantur, in iis enim omnes operis dimensiones inuenientur hôc modo.

In tignum horizontale transferatur, hinc inde semilatitudo ædis, sitque M N determinetur in alio tigno longitudo falsæ acûs, si tignum decliue applices summitati falsæ acus, & huic tigno horizontali, nempe in punctô N, habebis longitudinem tigni declinis, & sectiones ad formandum cardinem in parte inferiori, in summitate etiam si lubeat cardinem formabis.

Detee

Determinanda est altitudo, ad quam est trabs horizontalis descripta in radiatione superiori. poterit distare ab adscititio tigno. 5. 6, aut 7 pedibus. aliqui diuidunt totam falsæ acûs longitudinem in 7 partes æquales, distabit autem trabs illa horizontalis *l'Entrait* ab adscititio tigno 4 huiusmodi partibus. vocant hoc artifices nostri, *un sept quatier*.

His trabibus præcipuis, addi possunt crura roborantia, quæ ad basin pertingant, quæ tignis decliuibus parallela erunt, ab iisque 6 saltem digitis distabunt.

Hæc crura roborantia poterunt descendere infra suas bases, secundum murorum longitudinem, & inseri, aut alicui trabi præcipuæ, aut coronici si quæ sit muris adhærens, aut mutulis. id tamen necessarium non est.

Transferatur in idem tignum adscititium, incipiendo à puncto medio M linea diagonalis M E, sumpta ex figura propositionis præcedentis, sitque illi æqualis MP, ductoque tigno decliui C P habebis retrocessionem tigni decliuis. angularis *le reculement de l'Arestier*. & sectionem commissuræ, quà arcui, aut basi suæ aptabitur.

Supra præcipuas trabes, ad altitudinem 4 aut 5 pedum, alia minor statui poterit, ad maiorem firmitatem, & subtigna decliuia si opus sit. poterunt & addi vincula, siue arcuata, maioris venustatis gratiâ, vel simplicia.

Clarum autem est reiiciendum esse tignum adscititium, solasque bases illius loco addendas. acum item infra horizontalem trabem non descendere.

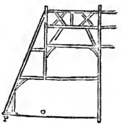
In ordinibus minùs præcipuis, nulla est acus, non adduntur crura roborantia, sunt tamen trabes horizontales minus præcipuæ, quæ tignis decliuibus inseruntur. non desunt etiam vincula, quæ tigna decliuia connectant cum suis basibus, & cum trabibus horizontalibus. cætera omittuntur.

Demonstratio clarissimè patet, nempe quòd hæc ordinatio verticalis subsistet, etiam si solis basibus incumbat, tigna enim decliuia, se inuicem sustentant, totaque contignatio ita cohæret, vt nulla pars inflecti possit, quin reliquæ opem ferant. si tamen ædes esset maior; tigna robustiora essent, adderentur item nonnullæ partes, quæ maiorem tribuerent firmitatem.

## PROPOSITIO XVI.

*Ordinem Fastigiatum contignationis Gallicæ construere.*

Ordinem hunc verticalem, fastigiatum nuncupo, quòd fastigium in longum exhibeat, cum in superiori ordine sectionem fastigij vnicam exhibuerim, hic ordo totam ædem per medium peruadit, ordinesque verticales per medium secat, habetque communes cum illis sectiones, ipsas acus; quæ ad ordines verticales priùs descriptos, & ad hunc etiam pertinent vt instituatur hic ordo potest assumi tignum adscititium longitudini ædis æquale, in eo tigno transferentur diuisiones trabis horizontalis, ex figura penultima, nempe distantiæ principalium trabium sunt in hoc tignum transferendæ, vt statuantur falsæ acus, quæ sunt æquales falsæ acui figuræ præcedentis, immo sunt eædem. Acubus aptatur fastigium eas inter se coniungens, addatur subfastigium, decussaris tignis paruisque acubus instructum. potest & addi trabs minus præcipua respondens



pondens trabi minus præcipuæ, quam diximus in præcedenti posse addi supra præcipuam. non deerunt vincula arcuata, & tigna obliqua, vt omnia firmiora euadant.

Ita constituentur tigna decliuia minorum laterùm, transferatur à puncto O cui respondet acus linea M B desumpta ex penultima figura, fiatque O P illi æqualis. connectatur summitas acus, cum puncto P tigno decliui, hæc erit longitudo tigni decliuis in tergo, & sectio, vt firmetur cardo.

Demonstratio facilè ostendere possumus, totum hunc ordinem, longissimum licèt, & ex tignis mediocribus constantem, subsistere tamen, & non inflecti, aut incuruari posse, resistentibus præcipue tignis decussatis, quæ alium situm obtinere non possunt, quin frangantur, quod accidere non potest, eò quod sint breuiora. partes igitur quibus constat hic ordo fastigiatus ita connexæ sunt, vt se inuicem sustentent, & roborent.

Cætera quæ requiruntur vt contignatio perficiatur, præcipue pennarum sectio *la couppe des Empanons* quæ difficilis est potestque aliquid negotij facessere, ea inquam omnia in sequentibus propositionibus, enucleatiùs explicabuntur.

## PROPOSITIO XVII.

Problema.

*Contignationem Gallicam, duplici tignorum horizontalium ordine, instructam construere.*

A double Sabliere.

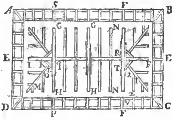
Hæc methodus Gallica multa habet peculiaria, quæ sunt in superioribus propositionibus omissa, licèt ad eas etiam pertineant.

Primò igitur maiores trabes non adhibet, nec trabibus innititur tectum, sed muris.

Secundò in ipsa tecti dispositione trabeculas tantum apponit, quarum numerus, & dispositio firmitatem operi accersit. in præcipuis ordinibus potius quercum, quam pinum vsurpat.

Detur turris aut ædes altera parte longior, cuius

cuius ichnographia A B C D. muris duplex tignorum horizontalium ordo imponitur exte-




riora recedunt à limbo murorum versus interiores partes, vnô circiter digitô, interna exterius semidigito committantur hæc tigna horizontalia *les Sablieres* ita vt angulum rectum comprehendant, & ne vacillent intersitiis nonnullis vinciantur *des Entretoises*.

Si terga decliuiora velis, longioribus tractibus, semilatitudinem E B, detractis nonnullis pedibus transfer in B F, & in puncto B F statuatur basis seu locus præcipui ordinis verticalis, idem fiat ex alia parte, quod si interuallum F S superauerit 12 pedes, alia trabs præcipua statuenda erit. spatia B F, B E, diuidantur in partes æquales, ita vt singulæ 20 digitos, aut duos ad summum pedes contineant terga etiam in partes æquales, & pares diuidantur. In his diuisionibus sicut prius statuuntur bases tignorum decliuium, principalium in F, FG,S; & minus principalium in reliquis. diuiditur linea F F bifariam in R, ducitur que linea R B, ad angulum B, vt ibi statuatur angularis tigni basis. Cætera fiunt vt in propositione 14. tota enim differentia ab hac petebatur ex duplici illo tignorum horizontalium ordine

Bases tignorum decliuium modicâ parte inciduntur, & tigna horizontalia quibus imponuntur, vt cohæreant. *on les entaille*.

Præcipuus ordo verticalis nihil habet peculiare, aut diuersum ab eo quem propositione 15 descripsi.

Sola restat longitudo pennarum, quam in hanc propositionem reieci, & sectio earumdem pennarum, *les Empanons*.

Certum est pennas esse parallelas tignis decliuibus eiusdem lateris, vt penna quæ respondet, puncto 2, 3, est parallela tigno decliui respondenti puncto F.

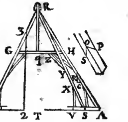
Eorum longitudinem si velis, ita habebis, transferatur linea 2 2, horizontalis dispositionis, in verticalem scilicet in P 2, ducatur perpendicularis 2 3. erit 3 P longitudo pennæ 2 2.

Demonstratio certum est quod si in puncto 2, lineæ angularis excitaretur perpendicularis, ex linea 2 2, hac perpendiculari, & pennâ formaretur triangulum rectangulum, cuius angulus alius est æqualis angulo quem comprehendit tignum decliue, cum sua basi, sed translata lineâ 2 2, in N 2, formatur triangulum simile, & æquale, ergo habetur ipsa hypothenusa, scilicet longitudo pennæ quæ quæritur.

Idem præstandum erit circa minora latera, vt habeantur pennæ quæ incidunt in minora latera, seu terga, sunt enim parallelæ, tigno decliui minoris lateris.

Alia difficultas versatur circa pennarum sectionem quæ censetur abstrusa, eò quòd pennæ coniungantur tignis decliuibus angularibus nonnihil vt ostendimus supra obliquis. *delardé*.

Ex qua obliquitate fit difficilis dispositio cardinis, in penna formandi, & caui ipsi respondentis, in tigno decliui angulari. quæ vt fiat facilis, notandum est superficies pennarum, & superficies tignorum decliuium angularium, esse verticales, hoc est cum perpen-




diculô congruunt in ipso opere. ita ergo operaberis. sumatur latitudo inferior pennæ, transferaturque in primam figuram. sitque comprehensa lineis parallelis 2, abscindantq; in diagonali lineam 1 2, hæc linea 1 2. transferatur in secundam figuram nempe in linea OR, in quocumque eius puncto, eriganturque duæ perpendiculares, hæ abscindent in tigno decliui angulari, lineam decliuem O R quæ ostendet longitudinem caui in tigno angulari, & translata in tigni decliuis superficiem superiorem oblique verbi gratia in OP, si per O & P ducatur perpendiculo linea O S: & alia per P, dabitur sectio pennæ, supponitur autem penna erecta esse secundum suam decliuitatem, quæ est æqualis decliuitati, tigni decliuis ordinarij.

Hæc sectio facile demonstrari potest nonnulli aliam proferunt sed magis intricatam.

Alia difficultas potest occurrere in hoc opere, nempe vt omnia vincula, quæ tignis decliuibus, immo etiam pennis adduntur, & tignis angularibus decliuibus, ad hoc vt coniungantur firmiter cum suis basibus; vincula item quibus tigna decliuia, cum trabibus horizontalibus coniunguntur, vt inquam hæc vincula, in eodem sint plano, nec tantillum exhorbitent; quod est præcipuè obseruandum, quoties tota contignatio interius asseribus vestienda est, *lambrisser*. In quacumque basi, verbi gratia vltimæ figuræ, assumatur linea S B, constituaturque vinculum X V, primò eodem modo disponenda erunt vincula in tignis decliuibus, immò etiam

in pennis minorum laterum, cum habeant eandem decliuitatem. vt habeatur dispositio conueniens vinculi, pro Arista & pro tignis decliuibus minorum laterum; In prima figura, fiat F V æqualis lineæ S V secundæ figuræ & P V ducatur parallela lineæ DC, quam non duxi, vitandæ confusionis gratiâ, hæc in trabis angularis base, assignat locum in quo statui debet vinculum, per quod punctum, si ducatur parallela minori lateri, hæc dabit in basibus minorum laterum punctum in quo statui debet hoc vinculum.

Vt habeatur punctum superius, assumatur altitudo puncti X seu linea XV, si verticalis sit, & transferatur pariter verticaliter in tignum decliue A R donec illud attingat, & in eo tigno habebitur punctum, in quo aptanda erit pars superior vinculi.

Idem dicendum est de puncto inferiori, vinculi superioris, puncto scilicet V, debet enim transferri distantia puncti V, à linea horizontali A P, hæc distantia transferatur verticaliter in tigna decliuia minorum laterum, aut in aristam habebiturque punctum in quo aptanda est, extremitas inferior vinculi. Pro puncto Z, assumatur linea q Z, & transferatur in radiationem, nempe in penultimam figuram, ab R versus F, verbi gratia in punctum T, per quod punctum si duceretur parallela lineæ A B, aut C D vsque ad diagonalem R B, & alia parallela lineæ B C, haberentur, in trabibus horizontalibus, puncta in quibus aptandæ sunt extremitates superiores vinculorum.

## PROPOSITIO XVIII.

### Problema.

*Contignationem methodô Cenomacensi conjiruere,*

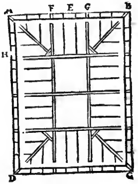
### À la Mansarde.

Methodus quæ Cenomacensis dicitur, ab authore hoc habet peculiare quod tectum valde decliue reddat: quod propterea in immensam pene altitudinem assurgeret, quare de tecto, communiter pars tertia detrahitur, in superioribus, cessatque aliquod planum, tectô peculiari, & minus decliui in fornicem fere claustralem, valde depressam degenerante, tegendum.

Dixi communiter tertiam partem detrahi, neque enim adscititium illud, tectum nimis latum esse debet: eò quòd decliuitatem modicam habeat, & arcendis imbribus, non sit vsque adeo accommodatum: propterea sæpe laminis plombeis tegitur. Latitudo istius tecti adscititij communiter non superat interuallum interiectum inter, duos verticales ordines præcipuos. *l'entredeux de deux maistresses fermes*, seu duodecim pedes non excedit. Longitudo potest esse qualibet. Ex hoc sequitur in Cenomacensibus contignationibus esse duo fastigia præcipua, secundum ædis longitudinem extensa, hoc est longioribus tractibus, seu lateribus paralicla.

Alia duo minùs præcipua tergis paralicla, quæ vt dixi minora sunt communiterque 12 pedes, seu intervallum vnum non superant. quare 4 ad minimum statuendæ sunt acus. cæteræ dispositiones ex superioribus exemplis facile intelligentur.

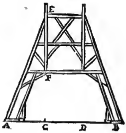
Proponatur ergo ædes A B C D tegenda huiusmodi contignatione. diuidatur latitudo AB,




per medium in puncto E, tum abscindantur hinc inde lineæ E F, E G sex circiter aut 7 pedum, sic enim tota F G continebit 12 aut 14 pedes, interuallum scilicèt, quod inter duos ordines verticales precipuos interiici solet. per F, & G ducantur, duæ lineæ longioribus lateribus parallelæ, quæ præcipuas trabes indicabunt, quibus scilicèt duo principalia fastigia sunt imponenda. abscindatur linea A H aqualis lineæ A E, si decliuitatem in tergis, æqualem cupis decliuitati longiorum laterum, vel detrahe duos aut tres pedes, secundum latitudinem totius ædis, & per H ducatur linea parallela minoribus lateribus, determinans locum principalium trabium, idem fiat, circa aliud latus, quod si interuallum inter huiusmodi trabes principales, superauerit multum duodecim pedes, alia intermedia trabs præcipua adiicienda erit, vt vides in figura. His trabibus adjiciantur vincula horizontalia *des Goussets* vt excipiant angulares trabes, *les Coyers* quæ ad angulum præcisè dirigi debent, nempe ad bases suas. interualla inter præcipuas trabes interiecta in partes æquales diuiduntur, quæ duos pedes non superent, ibi statuuntur bases tignorum decliuium, & adiiciuntur trabes minùs præcipuæ, *les Liernes*. angularibus item trabibus, *aux Coyers*, adduntur rami *les Embranchements*, cæteraque radiatio perficietur sicut in superioribus exemplis.

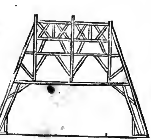
Ordo verticalis præcipuus, ita perficietur, assumatur

fumatur adſcititium tignum, paulò longius quàm ſit latitudo ædis, ſitque AB, in eo tigno abſcindatur linea AC, æqualis lineæ A E præcedentis figuræ: transferatur item C D, æqualis lineæ F G ſuperioris figuræ,& in punctis C & D doceantur duæ perpendiculares æquales lineæ A F bis ſumptæ, pro vt maiorem, aut minorem volueris decliuitatem, hæ lineæ determinant longitudinem falſarum acuum nempe C E, apponantur tigna decliuia, in punctis A & E; trabs præcipoa ita conſtituetur, nempe erit F, 8 circiter pedum. quod ſi linea F E fuerit nimis longa, alia trabs adiiciatur, poſſunt addi tigna roborantia, & vincula & in medio tigna decuſſata.




Retroceſſio Ariſtæ, ſeu tigni decliuis angularis facile inuenietur ſi transferatur in D C linea æqualis diagonali præcedentis figuræ, quæ eſt ad diſtantia acûs ab angulo acum. cætera vt in præcedentibus fient.

Faſtigium vt dixi duplex eſt, ſitque vtrumque



methodô communi, nempe aſſumatur tignum adſcititium æquale longitudini totius ædis; in hoc tignum transferantur diuiſiones lineæ F, primæ figuræ, nempe diuidatur ſecundum interualla, quæ ſunt inter ordines præcipuos verticales. tum excitentur tres perpendiculares falſis acubus æquales, & demittantur tigna decliuia ad baſes vſque, trabs præcipua in eadem altitudine conſtituitur.

*Tom. I.*

Additur & ſecunda trabs, & nonnunquam duæ,vt nempe firmior euadat contignatio, adduntur cæteræ partes vt in faſtigiis priorum contignationum, neque in eo eſt peculiaris difficultas, atque hi ſunt ordines verticales præcipui.

Ordines verticales minùs præcipui, qui nempe trabibus minùs præcipuis reſpondent *lierres*,& ſingula habent tigna decliuia,*Chevrons* diſtantque ad ſummum duobus pedibus, tot non habent partes, cum faſtigio coniunguntur, ſimpliciter ſine cardine, hoc eſt intra duas trabes inſeruntur, in trabe vna horizontali, & nonnumquam in duabus, ſicut & propriæ baſi muris impoſitæ, cardine in cauum inſerto aptantur.

Iis non adduntur crura roborantia, ſed tantum vincula, quibus cum ſua baſi, & cum trabe horizontali, & nonnunquam cum duabus tam infra quam ſupra connectuntur, ita vt in ſingulis tignis ſint quatuor, aut quinque vincula.

Paruum tectum, quod huic contignationi additur,nempe vt tegatur plana illa ſuperficies,quæ intra quatuor, aut ſex acus relinquitur, ita conſtruetur. Primò eius radiatio diuerſa erit ſecundum diuerſitatem figuræ. ſupponatur eſſe figuræ oblongiori. poterit fieri radiatio, qualem hæc figura exprimit. hæc horizontalis diſpoſitio, ipſis faſtigiis imponetur, præter trabes medias, quæ acubus mediis aptabuntur, inſertô cardine in cauum, ſupra ſingulas trabes quæ communiter tres erunt, conſtruetur baliſta vt vocant, trabibus valde obliquis, ſietque arcus valde depreſſus. trabes obliquæ vinculis ſuis connectuntur acui, & trabi cui incumbunt aliis vinculis.





Debent item deſcribi angulares arcus, qui nempe ſub eadem altitudine ſunt paulo longiores. addentur, & arcus in tergis, qui poſſunt eſſe ſimiles arcubus maiorum laterum, in quibus omnibus non eſt difficultas vlla peculiaris.

Quamvis multi velint hôc modô circulare tectum, ego præferrem commune & vniforme, eò quòd circulare in ſummitate, nullam fere habeat decliuitatem, quare ſatis erit difficile imbres, & pluuias arcere.

Huius methodi demonſtratio nihil habet peculiare, certum eſt enim quod ordines verticales ſimplices, qualem in ſecunda figura huius appo-

BBBbb 2 ſiare,

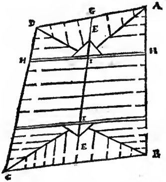
fuimos, optime ſe habere, & ſubſiſtere, eò quod iis conſtent partibus quæ ſe inuicem roborent, nec inflecti queant, quin laxentur, aliumque ſitum aſſumant. Idem dicendum de faſtigiis quæ licet longiorem tractum habeant, tot tamen tignis decuſſaris, obliquis, vinculis, eruribuſque roborantibus firmantur, vt cuilibet oneri ferendo, aut potius cuilibet longitudini pares ſint.

## PROPOSITIO XIX.

### Problema.

*Horizontalem ordinem ædis irregularis inſtituere.*

Moliæ poſſunt difficultates occurrere ex ædium irregularitate, quas hic explicandas ſuſcipio.




Proponatur trapezium A B C D, cuius irregularitas ita debet determinari, & accipi. habeatur Gnomon, ſeu ſquadra cuius qoò longiora erunt crura, & latiora, eò exactior erit operatio. ſquadræ exterior libbus, ita aptetur muro AB, vt eum illo congruat, & angulus ſquadræ in punctum A incidat; tum funiculus atramento imbutus, à puncto A ad D extendatur firmiter, & nonnihil eleuatus, in ſquadram recidat, habebiturque notatus angulus B A D. idem præſtaodum in aliis angulis, in acutis quidem, angulos exterior ſquadræ, cum angulo exteriori parietis congruat, in obtuſis verò angulos interior.

Aliis praxibus, & inſtrumentis iidem anguli ſub menſuram cadunt, tales ſont plicatiles regulæ; ſi ita aperiantur, aut compliceotur, donec cum pariete congruant.

Determinatis quatuor angulis fiant horizontalia tigna laterum AB, CD, quæ bina parallela adiectis idemidem interſtitiis ita continebuntur; vt muros non accedant. minorum laterum tigna pariter copulanda erunt, & prioribus ſecundùm angulos exceptos coagmentanda, vtrum autem congruè aptata ſint facile probabimus; ſi nempe ſquadram priùs notatam ita applicemus, donec tigna vtraq, notatum angulum comprehendant.

Diuidantur bifariam in G, minora latera, ducaturque linea F E, quæ principalem trabem determinabit. Linea A G transferatur in maiora latera, dettactis nonnullis pedibus, ſi nempe terga decliuiora maioribus lateribus reddere cupis.

Sit ergo linea A H paulò minor lineâ D G; ſicut & linea D H, minor quàm linea DG conſtituendæ exinde erunt tignorum decliuium baſes.

Primò in minoribus lateribus, baſis tigni principalis, in directum iaceat, cum trabe principali F E. cæteræ autem baſes vel huic erunt parallelæ; vel perpendiculares ad latera, ſeu ad muros vtrumque enim fieri poteſt.

Pro maioribus lateribus trabes omnes, & conſequenter baſes inter ſe parallelæ erunt; poterunt que eſſe perpendiculares ad vnum latus, ne tot irregularitates inueniantur; præcipue ſi ex voa parte ædes ſub aſpectum cadant.

Ductis igitur ad latus vnum A B, perpendicularibus H I & aliis, determinantur puncta principalia I, à quibus ad angulos dicuntur trabes angulares, *les Coyers*. vt pariet conſtituantur baſes angulares.

Si inter trabes principales E I fuerint plures, qua 12 pedes, alia conſtituetur trabs principalis, & aliæ minus præcipuæ intermediæ, *les Liernes*, ita conſtituetur tota radiatio. vt determinetur in baſibus locos in quo inſerenda, aue aptanda ſunt tigna decliuia, & vincula, crura item roborantia ſi addantur, poſſunt duci lineæ lateri A B parallelæ, donec occurrant diagonalibus, I A, I B tum per puncta conſecutiuum, ducentur parallelæ minoribus lateribus.

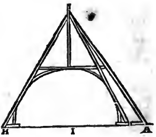
Hic demonſtratione opus non eſt, cum clarum ſit omnia benè procedere, quantum ædis irregularis ſitus id patitur.

## PROPOSITIO XX.

### Problema.

*Verticalem ordinem præcipuum ædis irregularis conſtruere.*

Multiplex oritur difficultas in præcipuo ordine verticali conſtruendo, ex irregularitate,




ſæpe enim accidit vt acus non collocetur in medio, trabis horizontalis præcipuæ, ſæpe item accidit, vt omnes verticales ordines, ſint inæquales, & diſſimiles, ex quo ſequitur, quod niſi aliqua

aliqna regula observetur, in constituendis vinculis, & cruribus robotantibus, multa sint incongrua, inepraqoe sit contignatio, præcipuè, si asseribus intus vestienda sit: praxis autem ita proceder.

Assumatur Tignum adscititium, loeo falsæ subtensæ, *de faux tiran.* quod latitudinem ædis excedar. In eo notentur distantiæ HI, & etiamsi inæquales fuetint parum interest. Exeitetur in puncto I, perpeodicularis æqualis latitudini ædis, vel minot provt libuerit. falsam acum repræsentans, tum eâ divisâ in 7. partes æquales, quatuor intervallô inferiori tribues, & tres superiori, ductaqoe linea horizontali trabem præcipuam determinabis. *l'Entraict* ductisque à summitate acûs ad punctum H lineis; habebis Tigna declivia principalis ordinis.

Assumantur item ex præcedenti figura diagonales IA, tum servatâ eâdem acûs longitudine ducere poteris Tigna declivia angularia. retrocessio autem non erit æqualis in omnibus, eo quod diagonales non sint æquales. *Le reculement de l'arestier.*

Quia autem in figura horizontali lineæ IB, ID, IA. IC, sunt omnes inæquales, ideo repetenda est eadem praxis pro singulis ordioibus.

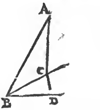
Vt constituantur vineula præcipue arcuata, in primo ordine constituantur ad libitum, nempe si lubet eô modô quô arcus elatiores describuntur, vel plenô arcu vt vocant, si meliùs cooducat vel elatô. hoe tameo arcu semel constitutò, ampliùs liberum non est, cæteros describere, sed determinatam habeot rationem.

Modus determinandæ diametri horizontalis eorum arcuum, (nam altitudo communis supponitur) facilis est. descriptô primò si eius habeas semidiametrum horizontalem, in figuram horizootali oempe à puncto I, io sua scilicet trabe, tum per extremum punctum diametri ducas parallelam maiori lateri, hæc notabit in basibus puncta in quibus constituenda eruot vincula, hæc linea producatur ad diagonales vsque, & per hunc concursum parallelam duces minori lateri, sic determinabuntor omnium arcoum semidiametri. praxis autem describendi huiusmodi arcus, superiùs est tradita.

Fastigiatus ordo nullam habet difficultatem, nisi quod nonnihil Tignum fastigij, est oblique incidendum, vt nempe Tigna illi optime congruant.

Restat difficultas vt locus pennarum, in angulari Tigno declivi, seu in Arista constituantur, ea basibus ad trabem angularem horizontalem, *le Coyer* docantur lineæ rectæ nempe in prima figura, si hæ divisiones trabis horizontalis, primæ figuræ traosferantur in secundam, incipiendo à puncto in quo Arista attingit horizontem, per hæc puncta si ducas perpendiculares, hæ in Tigno angulari declivi, dabunt locum peonarum, immo si hæ lineæ essent duplices, hoc est præferrent latitudinem penoarum; hæ in Arista determinarent sectiooem in qua cavum formandum esset.

Longitudo pennarum varia quidem est, facile tamen determinabilis, hôc modô, AB repræsentet Tignum declive angulare, sitque BC, trabs angularis illi subiecta, hoc est sit angulus ABC, ille quem Arista cum ea trabe comprehendit, hic angulus habetur, ea secunda figura. Sit item angulus DBC, ille quem latus ædis, eum trabe horizontali angulari comprehendit, qui in irregula-




ribus varius est, habetur tamen ea figura horizontali, sit CD distantia puncti io quo penna suæ basi conioogitur, ad trabem angularem horizontalem, transferatur perpendicularis CA, ex secunda figura, in qua descripta est retrocessio Aristæ. Si fiat triangulum rectangulum, cuius latera circa rectum sint AC, & CD, hypotenusa illius trianguli, est longitudo pennæ.

Demonstratio. Facilis est, si enim planum per BD, BC ductum sit horizontale, sitque AB, Arista, BC trabs aogularis illi substrata. punctum C illod erit cui respondet perpendiculariter penna BC, eius quasi distantia à basi, erit AD penna, & sit angulus ACD rectus. potest item esse aliqua difficultas in obliquandis Aristis, seu declivibus Tignis angularibus *pour delarder les Arestiers.* Si tamen io superficie commissuræ, quâ suis basibus aptantur angulos ex figura penultima transferas oempe CAB, CAD cæteraque facias, quæ supra docuimus, perficietur hæc obliquatio.

## PROPOSITIO XXI.

### Problema.

*Contignationem irregularem, ad regularitatem ex vna parte revocare.*

Sæpe accidit vt ædes irregulares ex vna parte sub aspectum cadant, ex alia verò parte non item; io tali casu tota cootignatio, & superimpositum ipsi tectum, secundùm eam partem, ad regularitatem revocatur, totaque irregularitas, in aversam partem reiicitur.

Primò ergo ordinantur Tigna horizontalia, quæ moris impoountur, vt in propositione 18. bases tamen Tignorum declivium, *les blochets* ad illud latus, quod sub aspectum maxime cadit, perpendiculares erunt.

Pariter dum instituitur Radiatio, seu horizontalis dispositio, trabs media, seu eam dividens bifariam, seu vt ita dicam spina, eidem lateri fiet parallela. Seliguntur item puncta principalia æqualiter à minoribus lateribus distantia, minùs tamen quam à maioribus, vt nempe terga decliviora reddantur, trabes cæteræ sive præcipuæ, sive minùs præcipuæ, ad mediam perpendiculariter cadunt: cætera more consuetò fiunt, ideoque figuram noo apposui.

Tota irregularitas in eo posita est, quòd in plerisque verticalibus ordioibus, aeos non cadat in medium, atque adeo dum vineola, & crura ar-

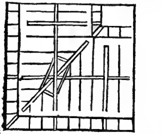
cuata adduntur, vt omnia congrue procedant, superior praxis adhibeatur, nempe vt vincula basibus addantur, ducatur supra bases linea parallela illi lateri, quod regulare est, quæ ad bases vsque angulares protendatur, & per hæc puncta aliæ lineæ minoribus lateribus pariter parallelæ.

## PROPOSITIO XXII.

### Problema.

*Ædium angulum comprehendentium contignationem construere.*

Ordo horizontalis nihil difficultatis continet, & ex figura satis patet, æqualis supponitur in



tectis declivitas, posset in vno maior esse, quàm in alio. Si nempe maior in vno ædium tractu esset declivitas.

Vincula horizontalia *les coyers* variis modis construi possunt, vt vides in figura, quamvis etiam modô consuetô fieri possint.

Si muri crassi fuerint, inferiùs falsa addes Tigna declivia saltem in ordinibus præcipuis, arcus autem supra hæc adscititia Tigna describetur, vt maius spatium evadat. Tigna adscititia veris identidem, additis nonnullis interstitiis connectentur, addes item vincula, in omnibus extremis ne tota contignatio foras impellat. Angularis ordo nô differt à ceteris, nisi quod sub eadem altitudine maiorem obtinet latitudinem. Vt autem omnia apposite procedant, tota semilatitudo, in tot partes dividitur, quot pennæ adhibendæ sunt, ducendæque per singulas, lineæ perpendiculares, hæ dabunt in Tigno declivi angulari loca, in quibus aptandæ sunt pennæ. quod hæ lineæ perpendiculares præferrent latitudinem pennarum, sumptam in trabe horizontali angulari *sur le coyer* haberetur in Tigno declivi angulari mensura commissuræ, seu cavi in eo formandi.

Notandum item est Tignum declive respondens angulo interno habere pennas, quæ basibus non inseruntur, sed ab angulari Tigno *Cornier* ad fastigium pertineant, in iis etiam aptandis est eadem methodus.

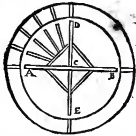
Dixi iam supra angulare Tignum respondens, angulo interiori, esse nonnihil cavum, docui etiam modum huius concavitatis illi inducendæ.

## PROPOSITIO XXIII.

### Problema.

*Turris Rotundæ contignationem horizontalem construere.*

Proponitur turris rotunda, cui imponendum est tectum, & propterea formanda est contignatio horizontalis, illis respondens.




Primò quidem certum est horizontalia Tigna quæ muris imponuntur circularia esse, quare vt delineentur, & curvatura induatur, habenda est turris semidiameter, tam interior, quàm exterior, cavendum tamen ne vllô modo exhorbitent, ideoque vtrinque deficiant à limbo, sive interiori, sive exteriori.

Secundò dum hæc Tigna inter se committuntur, cava, & cardines ita fiant, vt maior restet crassities in superiori parte, quàm in inferiori ne scilicet bases, quæ circularibus Tignis imponuntur, ad cava, & cardines pertingant.

Tertiò omnes bases ad centrum turris dirigentur.

Quartò vt instituatur ordo horizontalis, trabs præcipua horizontalis assumetur quæ sit AB, cui ad angulos rectos aliæ duæ CD, CE aptabuntur, exinde quatuor vincula horizontalia *des Gousses* satis magna, vt omnes trabes quasi radios excipiant, hi autem radij suas bases directe respicient. huiusmodi trabes sunt in longitudine æquales, & hæc longitudo sumpta à centro determinatur in sequenti propositione, cætera clara sunt ex figura.

## PROPOSITIO XXIV.

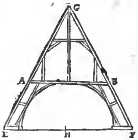
### Problema.

*Verticalem ordinem præcipuum, turris rotundæ construere.* La maistresse ferme.

Vt instituatur verticalis ordo præcipuus, selige tibi Tignum adscititium EF, æquale turris diametro; dividatur bifariam in puncto H, excitetur que perpendicularis HG, æqualis diametro turris, hæc erit longitudo falsæ acûs. tum ductis lineis GF, GE, determinata habebis Tigna declivia.

Posset acus aut maior, aut minor fieri, prout maiorem,

maiorem, aut minorem in tecto declivitatem requiris.




His peractis determinanda est altitudo, horizontalis trabis, seu laquearis. nonnulli spatium tantum Sphæricum requirunt, quod vt præstes ex puncto H, tanquam centrô, per extremitatem basium semicirculum describe, qui altitudinem laquearis determinabit. ducesque trabem horizontalem A B, quæ repræsentet AB prioris figuræ, huius trabis longitudo, ad Tigna declivia terminatur; quare omnium aliarum trabium longitudinem habet.

Posset in præcipuis ordinibus, addi duo adscititia Tigna declivia, vt fortius evadat totum opus, quæ circumferentiam descripti semicirculi nonnihil ingrediantur, hæc erunt exterioribus parallela, vnoque aut alterô interstitiô, in hoc situ continebuntur.

Non omittantur vincula arcuata, secundum circumferentiam descripti semicirculi, si maius requireretur spatium, pro semicirculo, Ellypsin seu fastigiatum arcum excitabis.

Poterit addi secunda trabs horizontalis à priori distans 6. aut 7 pedibus, cætera ex figura percipientur.

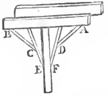
Trabs AB huius ordinis, quæ eadem est vt dixi cum AB præcedentis propositionis, sit potentior aliis, vt pote quæ totum ordinem horizontalem sustentet.

Reliquæ trabes possunt esse paulò minores; omnia Tigna declivia arcui aptari non possunt, cum tantam non habeat circumferentiam, fieri poterit quadrangula, & sic 4. Tigna ipsi aptabuntur, vel sexangula vt 6. Reliqua Tigna non integra ad arcum pervenient, sed nonnulla in arcum desinent, & non cum ipsa arcu, sed cum lateralibus coniungentur.

## PROPOSITIO XXV.

*Columbarium vnicâ trabe rectâ sustentatum construere.*

Totum huius contignationis artificium, consistit in trabe verticali cui innititur, est autem trabes crassitiei maximæ, quæ intra quadratos lapides inseritur, quibus verticaliter continetur. hæc trabs in superioribus nonnihil in quadrum minuitur, vt aliæ trabes horizontales scilicet, qualis est AB excipiat. vt hæ trabes melius fulciantur duplicia vincula nempe EC, FD, AD, BC, sic enim melius trabs A B, in horizontali situ



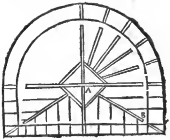

continebitur. duæ ergo trabes horizontales ita aptabuntur: quibus aliæ duæ immediate sub ipsis adientur, ad ipsas perpendiculares. tota autem constructio quæ supra huiusmodi trabes, erigi debet nullam peculiarem difficultatem continet.

## PROPOSITIO XXIV.

Problema.

*Turris irregularis contignationem horizontalem delineare.*

Hæc turris quam proponimus communiter Gallicè dicitur, *pas d'asne* & vt figura satis ostendit,




ex turri rotunda, & quadrata componitur, quare eius contignatio ex vtraque componetur. hæc figura satis communis est, præcipue in templis nostris, in quibus presbyterium, seu locus altari præcipuo deputatus, hanc figuram imitatur.

Quæratur primò centrum figuræ circularis, tum præcipua trabs horizontalis constituatur, quæ cæteris maior esse debet, & crassitior v.g. vnius pedis crassitiem obtinere, cæteræ minores erunt. huic ad angulos rectos altera trabs aptetur, tum vincula horizontalia *des Goussets*, quæ sint satis magna vt radios possint excipere. Ex puncto medio A, vt centro Tignis horizontalibus figuram circularem induces, totamque circumferentiam basibus, duobus circiter pedibus inter se distantibus instrues, ita vt ad centrum omnes dirigantur.

Radiatio turris, quâ quadrata est, eò modò fiat, quò supra docuimus poterit tamen æqualis, in omnibus lateribus fieri declivitas. Si longior esset ædes, ita vt tergum longe minus esset, lateribus muri duæ præcipuales trabes essent constituendæ.

PROPO

## PROPOSITIO XXVII.

Problema.

*Turris irregularis verticalem ordinem instituere.*

Eiusdem principalis ordo, verticalis ita constitui poterit. Assumatur adsenitium Tignum, cuius longitudo æqualis est, immo maior diametrô turris in illud Tignum transferatur latitudo turris, dividaturque per medium: in quo punctô excitetur perpendicularis, æqualis latitudini turris, habebitque longitudinem falsæ acûs, tum duces Tigna declivia.

Ex punctô medio, per extremitates basium describes semicirculum cuius altitudo, principalis trabis altitudinem exhibebit, & Tigna declivia nonnihil delibabit: ductâ igitur lineâ horizontali semicirculum tangente trabs præcipua constituetur, cui imponetur acus in medio. Alia trabs horizontalis addi potest.

Vincula, & crura roborantia possunt fieri arcuata, singulis declivibus Tignis addi possunt similia vincula sicut & pennis, non tamen crura roborantia, quæ principalibus tantum ordinibus adduntur.

Angulare Tignum declive, longius est: etiam supra dedimus methodum quâ eius longitudo, & situs determinetur, quam hic brevitatis causâ prætermitto.

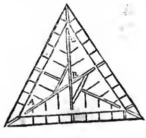
Si vinculum, & crus roborans, arcuatum angulari Tigno addendum est, toties repetita praxis adhibeatur: nempe dividatur semidiameter arcûs primigenij in partes æquales; ducanturque perpendiculares. dividatur linea A B, in totidem partes æquales, transferanturque perpendiculares prioris arcûs.

## PROPOSITIO XXVIII.

Problema.

*Ædis triangularis contignationem horizontalem delineare.*

Detur ædes triangularis æquilatera; cui imponenda est contignatio. primo muris imponantur



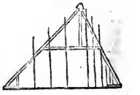

Tigna horizontalia, parallela inter se quæ in suo situ, appositis nonnullis interstitiis continentur. Anguli autem quantitas iis modis assumi potest, quos supra dedimus, quare coaptentur inter se huiusmodi Tigna. tum quæratur centrum trianguli, divisis igitur lateribus bifariam, ad oppositos angulos ducantur lineæ rectæ, quæ omnes in centro trianguli vnientur. inventô centrô. primò bases angulares constituantur, in mediis angulis, quæ ad centrum dirigantur: cæteræ erunt ad muros perpendiculares.

Seligatur vna trabs horizontalis, per centrum transiens, tanquam præcipua. huic alia BC aptetur, secundum angulū, quem triangulum exhibet, addantur duo vincula horizontalia, neque enim tres trabes in eodem punctô coniungi possunt. his vinculis duæ trabes addentur ad angulum, & medium lateris directæ. adiiciantur & ramusculi singuli cum basibus in directum iacentes, & perfecta erit radiatio.

## PROPOSITIO XXIX.

Problema.

*Ædis triangularis ordinem verticalem instituere.*



Ita principalis ordinatio verticalis ædis triangularis instituitur. Assumatur Tignum æquale lineæ ductæ, ab vno angulo ad oppositum latus, quæ dividenda non est bifariam, sed ex vna parte distantiam continet anguli à centro, & ex altera distantiam lineæ, a centro ad latus ductæ. In hoc punctô, excitetur perpendicularis cuiuscumque longitudinis, verbi gratia mediati vnius lateris trianguli æqualis. Tum abscindantur lineæ æquales basibus; sunt autem bases angulares longiores, lateralibus. intervallum à basi, angulari ad punctū, cui incumbit acus, dividatur vtrinq; in tot partes æquales, quot sunt basium intervalla. excitenturque perpēdiculares, quæ in angulari tigno declivi, puncta in quibus inserendæ sunt pennæ exhibebunt, & in laterali Tigno declivi pennarum longitudinem dabunt. hæ perpendiculares docentur facile, si in alio extremo Tignum adhibeatur, in quod eædem divisiones transferantur, quæ in Tigno inferiori.

Potest tota altitudo bifariam dividi, vt subtegulari granarij altitudo constituatur, basibus vincula addantur. vt autem vincula rite constituantur; dividantur similiter tam partes horizontalis trabis, quam Tignorum declivium, quæ divisio facile absolvitur, ducendo aut parallelas, aut perpendiculares, vt vincula sint arcuata describendus esset arcus supra minus intervallum, qui pro primigenio assumeretur, & per praxin suprà repetitam alius arcus sub angulari Tigno constituendus esset. cætera ex figura patent.

PROPO

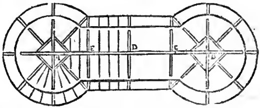
## PROPOSITIO XXX.

### Problema.

*Horizontalem contignationem Propylai delineare.*

Vrbes vt plurimum, quæ aotiquâ methodô ſunt munitæ, portas habent, duabus turribus, hinc inde defenſas: quæritur ergo quomodo ſit inſtituenda contignatio horizuntalir.

Proponatur murorum ichnographia ſeu potiùs ſuprema ſuperficies, horizontalis. primò quidem aſſumatur turrium vtraque diameter, vt horizontalibus Tignis, figuram circularem tribuere poſſis, quæ coaptabis, vt par eſt cardinibus, & cavis, *à Tenon & Mortoiſe* ita tamen, vt maior ſit craſſities




in ſuperiori parte, ne ſcilicèt baſes quæ imponentur, ad cavum vſque perveniant. in turrium centro trabes præcipuas conſtitues, diviſóque intervallô inter turrium centra intericctô, in 4. aut 5. aut 6. partas æquales, in A, E, D, C, B, io quibus punctis alias trabes præcipuas prioribus parallelas ſtatues, tum aliam ad angulos rectos, per totam longitudinem extenſam nempe AB, aptabis, circa centra turrium vincula horizontalia addes: quæ radios omnes excipiant. baſibus ergo duobus citciter pedibus, inter ſe diſſitis, & ad centra directis, turrium circularia Tigna inſtruantur. Inſtruantor & reliqui muri ſuis baſibus, æqualì intervallô diſtantibus, vt figura ſatis exhibet.

## PROPOSITIO XXXI.

### Problema.

*Propylai verticalem ordinem inſtituere.*

Notandum eſt otdioem verticalem præcipuum, alium aſſignari turribus, quæ latiores ſuot, alium tribui reliquo ædificio.

Aſſumatur ergo Tigoum adſcititium, latitudinem habens ædificij, quod dividatur bifariàm, excitetur perpendicularis, æqualis maiori turriom diametro, vt conſtituatur falſa acus, hæc in ſeptem partes æquales diuidatur, quarum quatuor altitudo laquearis, tres vera acus ſibi veodicabit.

Addantur vincola, & ipſi acui hinc inda duo, cætera iu figura ioſpicies.

## PROPOSITIO XXXII.

### Problema.

*Propylai faſtigiatum ordinem inſtituere.*

Reſtat faſtigium quod quinque acobus conſtat, nempe quot ſunt præcipuæ trabes, in radiatione, additur faſtigium ſecundarium, & quia longitudo magna eſt, adduntur decuſſata Tigna.

Hæ acus eædem ſunt, quæ fuerunt in præcipua ordinatione verticali iam exhibitæ, inſtauruntque



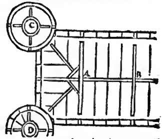
ſuis Tignis declivibus, non exhibeo hunc faſtigiatum ordinem, eo quod oon differat à faſtigiato ordioe quôcumque.

Terga vt vides circularia ſunt, ideoque cautiones admittunt iam ſuprà explicatas, cùm de turri rotunda egimus. Eſt tantum aliqua differentia circa ea Tigna declivia, quæ nullam habent baſin in turri rotuoda, ea enim inſeruntur angularibus Tignis, hoc eſt pertinentibus ad communem turrium, & ædium rectarum concurſum, ibique angulus quidam internus efficitur, ideoque hæc angularia Tigna, nonnihil excavanda ſunt, formanduſque angulus internus, in ſuperficie, quâ ſuis baſibus aptantur, æqualis illi angulo mixto, quem turres, cum latere ædium comprehendunt.

## PROPOSITIO XXXIII.

### Problems.

*Ædis rectangula turribus rotundis ad angulos ornata, contignationem horizontalem delineare.*




Proponitur ædes rectangula, cuius tantum partem exhibeo. ſupponuntur muri minime craſſi, quibus propterea vnicum ſimplex imponitur Tignū horizonta'e. radiatio ſeu ordo horizontalis peragitur ſecuodùm ſuperiores praxes, ſiuntque terga, longioribus tractibus declivioria; debent addi circa angulos, vincula quædam, ſeu intervalla vt tigna horizontalia firmiùs inter ſe cohæreant, ita tamen diſponantur, vt non officiant crucibus robo-

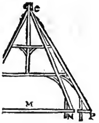
rantibus quæ addi debent, & recta descendere fere secundum interiorē murorum superficiem, vt iam tertiò diximus, figura totum opus satis indicat.

PROPOSITIO XXXIV.

Problema.

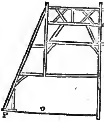
*Eiusdem ordinem verticalem instituere.*

Præcipua ordinatio verticalis fiet simpliciter, possunt duo horrea constitui, hoc est, vnum alteri




imponi, acus nulla erit nisi in superiori intervallô, tunc horizontales trabes, singulis declivibus tignis addentur, & non tantum præcipuis. Si verò vnicū fuerit horreum, acus descendet vsque ad primam horizontalem trabem, vt figura exhibet, neque singula Tigna declivia, horizontali trabe *Entrait* instruentur, sed tantum præcipua, vt in figura vides. In tali caso addentur adscititia Tigna; vt fiant præcipui ordines robustiores; crura roborantia incurua fient, vt sint fortiora, hæc horizontali trabi aptabuntur, non longe à præcipuo Tigno declivi, & vinculo coërcebuntur, hæc crura crassitiē 9. aut 10 digitorum obtinebunt, eruntque crura.

In eadem figura vides, angularium Tignorum retrocessionem, *le reculement des Arestiers.*




Fastigium similem ferè ordinem continet; in figura vides Tigna declivia minorum laterum, sunt & plurimæ acus eædem nempe quæ in singulis præcipuis ordinibus verticalibus.

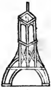
Exhibeo & hypofastigium decussatis Tignis maioris firmitatis causâ instructum.

PROPOSITIO XXXV.

Problema.

*Turrium verticalem ordinem laternâ ornatū instituere.*

Turres horizontalem radiorum ordinem habent, qualem figura propositionis 32. exhibet, nempe circularibus Tignis aptantur omnes radij, qui ad suas bases diriguntur.



verticalem ordinem turrium in hac figura exhibeo. Primo Tigna declivia nonnihil incurua fient, suisque radiis aptabūtur, possunt & addi crura roborantia in circulum, aut Ellypsin formata, tum inserētur ipsi circulo, Tigna perpendicularia, quibus Tigna declivia aptabuntur, & vt melius contineantur aliud addetur vinculum.

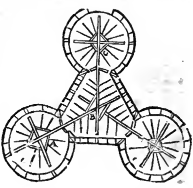
Hæc dispositio diligenter notanda est, vt pote perutilis quoties domata, aut laternæ turribus sunt imponendæ.

Facile probari posset omnia subsistere, & firma esse.

PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

*Trianguli tribus turribus rotundis muniti. Horizontalem contignationem construere.*




Quamvis hæc figura sit peregrina, atque adeò vix ad vsum pertinere videatur: eam tamen omittendam non censui, vt ex ea alias minus peregrinas perficere discamus. proponitur igitur ædes, sive munitio triangularis qualem figura exhibet, cui imponenda est contignatio, non impedita. Primò muris imponuntur Tigna horizontalia eorum figuræ accommodata: quod vt præstes, quærenda sunt turrium centra, & secundum earum semidiametrum determinanda, Tigna circularia, tam exteriora, quàm interiora, quæ intersitiriis

terſtitiis aliquibus continenda ſunt. Idem dico de tignis horizontalibus, quæ lateribus trianguli imponuntur, quæ omnia coaptari debent inter ſe. quæratur itaque trianguli centrum B, extendatur à centro vnius turris, ad centrum trianguli trabs horizontalis CB, quæ vtrinque vlteriùs producatur. huic alia trabs coaptetur ſecundum obliquitatem trianguli: hæ duæ trabes vt meliùs inter ſe cohæreant duobus vinculis coërceantur, vni vinculo tertia trabs inſeratur, quæ pariter ad centrum D alterius turris protendatur.

In centro turrium ad angulos rectos alia trabs horizontalis aptetur, & quatuor vincula horizontalia addantur, ſatis magna, vt poſſe quæ radios omnes excipiant.

Diuidantur latera trianguli in partes æquales duorum circiter pedum, addanturque baſes, quæ ſint ad latera perpendiculares turres. pariter baſibus æquali interuallo diſtantibus, & ad centra turrium directis inſtituantur. fiant baſes angulares, in concurſibus laterum trianguli, & turrium. Denique dirigantur radij, & rami ad ſuas baſes, ita vt nulla ſit baſis, quæ correſpondentem ramum non habeat, atque hæc de horizontali diſpoſitione.

PROPOSITIO XXXVI.

Problema.

*Eiuſdem ordinem verticalem inſtituere.*

Vt meliùs tota diſpoſitio concipiatur, intellige faſtigium aliquod à centris turrium, ad centrum trianguli protenſum, ita vt ſint quatuor ad minimum acus, æqualis altitudinis, immo ſi interuallum à centro vnius turris, ad centrum trianguli nimium ſit, additur in medio alia acus, ita vt ſint ſeptem acus.

Diſpoſitio præcipua turribus imponenda, nihil difficultatis continet: altitudo falſæ acûs, æqualis eſt diametro turris, vera acus tres ſeptimas altitudinis ſibi vendicat, addantur vincula. Eadem fere diſpoſitio in ſingulis tignis decliuibus turrium adhiberi poterit, quæ quidem omnia acui aptari non poterunt, ſed tantum 6 aut octo; reliqua nonnihil in cuſpidem deſinent, aliiſque coniungentur.

PROPOSITIO XXXVII.

Problema.

*Eiuſdem faſtigiatum ordinem inſtituere.*

Faſtigiatus ordo, à medio latere trianguli, ad turris extremitatem protenditur. aſſumatur ergo tignum adſcititium, æquale toti diſtantiæ quæ eſt ab extremitate turris, ad latus trianguli oppoſitum, in eo abſcindatur linea, æqualis AB figuræ, præcedentis, excitenturque in iis punctis duæ perpendiculares, ſeu falſæ acus, æquales diametro turris, tres ſeptimas obtinebunt veræ acus: quare trabs præcipua horizontalis ſtatuetur. in medio; alia acus addetur faſtigio & ſubfaſtigio inſtruetur hæc ordinatio, & firmior reddetur decuſſatis tignis, aliiſque vinculis, & cruribus, vt ſatis ex aliis iam datis intelligi poteſt.

Variæ in hoc opere difficultates occurrunt, nam ſingula tigna decliuia ſuam habent decliuitatem peculiarem. cum enim eadem ſit omnium altitudo, diſtantia autem à baſibus ſit diuerſa, diuerſam etiam oriri decliuitatem neceſſe eſt. In ſingulis ergo ſeparatim operandum eſt, vt habeatur obliquitas plani, quô cum ſuis baſibus coniunguntur. res tamen geometriam ſcienti, facilis erit. cùm formetur triangulum rectangulum, cuius habetur vnum latus nempe diſtantia à baſi, habetur, & longitudo falſæ acus, ſeu altitudo faſtigij. quare latere non poteſt hypothenuſa, ſeu tignum decliue; & angulus quem cum horizontali plano comprehendit. pro ſingulis peculiaris figura formanda eſſet.



Sunt & aliæ irregularitates, faſtigium enim lateribus trianguli parallelum non eſt, ideoque nonnihil ſingula tigna, in ſummitate qua faſtigium attingunt obliquanda erunt; alioquin faſtigium, tantum in angulo attingent.

Denique tigna angularia, quæ nempe in concurſu turrium, & laterum trianguli apponuntur, aliqua excipiunt tigna decliuia, eo modô quô diximus in concurſu duarum ædium; quare vt inueniatur locus in quibus inſerenda ſunt, deſcribenda eſſet figura particularis trianguli rectanguli, quod cum ſubiecto horizontali plano efficiunt. notanduſque concurſus radiorum, tum excitandæ perpendiculares.

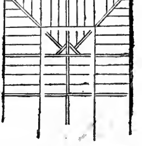
Idem dicendum eſt, circa vltima tigna decliuia turrium, quæ alia tigna decliuia, ex faſtigio deſcendentia excipiunt, pro quibus pariter figura particularis inſtituenda eſt, vt locus inſertionis eorum inueniatur, immo & longitudo huiuſmodi tignorum ex faſtigio deſcendentium, qui tamen ſuperiores praxes cognitas habuerit, ex his facile ſe expediet.

PROPOSITIO XXXVIII.

Problema.

*Porticus nundinariæ contignationem horizontalem conſtruere.*

Porticum nundinariam, & duplicem illam



quidem, cuius contignatio duplici columnarum, aut pilarum ordine ſuſtentetur, propono. Supponuntur autem vndique eſſe duo columnarum, aut pilarum ordines, quibus trabes horizontales, ad modum coronicis imponantur. Pilas hic non deſcribo, quarum diametri, 20 circiter digitorum



in

in imo ſcapo,17.vel 18.in ſummo obtinebunt. tigna verò horizontalia 12. digitorũ craſſitiem habebunt.pilæ ab inviceẽ ad ſummum 16 pedibus diſtent,laquear hic non deſcribo, poſſunt enim ſingulis pilis maiores trabes imponi , totam ædificij latitudinem pervadentes , totum laquear perfici poterit variis modis, in quo cùm peculiaris difficultas non occurrat;non immorabor,ſed ſolam tecti contignationem deſcribam.

Radiatio horizontalis nihil habet peculiare, niſi quod ſi ſint trabes horizontales , totam latitudinem pervadentes, iis trabibus immediate Tigna declivia inſerentur ; atque adeo iis in locis baſibus peculiaribus , opus non erit , pro aliis vero Tignis declivibus , minus præcipuis baſes apponantur more conſueto.

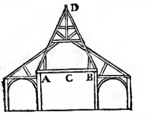
Poſſunt item Tigna horizontalia potiùs, paulò eſſe humiliora quod intelligendum erit,ſi pilæ ligneæ ſint,quæ incidi poſſint.

PROPOSITIO XXXIX.

Problema.

*Eiuſdem verticalem ordinem inſtituere.*

Verticalis diſpoſitio poterit primò fieri ſimpliciter , vt ope ſit AB , latitudo præcipuæ ædis,




atque adeo longitudo vnius trabis principalis, quæ dividatur in medio, nempe in puncto C,tum excitata perpendiculari CD,quæ ſit æqualis lineæ AB, vel paulò minor.

Poterit vera acus D,tres ſeptimas altitudinis CD obtinere, ſubregulanum intervallum , ſeu vt vocant Granarium,obtinere 4. vel pauciores.addantur crura coborantia,& vincula,quæ etiam arcuata fieri poterunt , vel duplicia Tigna declivia apponantur,nonnullis interſtitiis , à principalibus diſtincta ſaltem in præcipuis ordinibus.

Poterit acus inſtrui vinculis , Tigna declivia ſuſtentantibus , quæ maximam operi firmitatem accerſunt , vel duplici horizontali Tigno diſtingui, additis etiam vinculis , maioris firmitatis gratiâ.

Denique propylei,ſeu additiitiæ porticûs contignatio facilè abſolvetur,ſi tigno declivi ædis præcipuæ,addatur aliud Tignum declive , paulò minùs inclinatum , ſuôque inſtructum ſuſtentaculô, ſi opus videbitur.

Retroceſſio angolaris Tigni facilè haberi poteſt, ſi nempe ex prima figura accipiatur,diſtantia anguli à puncto principali.

PROPOSITIO XL.

Problema.

*Eiuſdem ordinem faſtigiatum inſtituere.*

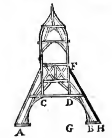
Faſtigiatus ordo vt firmior evadat in tria intervalla dividatur ſuperius intervallum decuſſatis Tignis, & rectis inſtruetur.

Secundum intervallum inclinatis tantum Tignis firmabitur, infimum verò vincula tantum admittet. habes Tigna declivia minorum laterum, cum trabe, cuius vna extremitas inſeritur in mediam trabis ſuperioris figuræ.

PROPOSITIO XLI.

Problema.

*Domatis contignationem delineare.*




Domata voco altiores, & eminentes ſpeculas, quæ tectis principum & templis imponuntur , & propterea peculiare artificium requirunt. contignatio quam hic deſcribo tutò imponi poterit,ſpeculamque in ſuperioribus exhibebit;vel porticui, & pariter longiorem ſpeculam , ſeu ambulacrum præbebit. A & B,ſunt baſes muris impoſitæ ; CD horizontale Tignum , quale in diſpoſitione horizontali exhibuimus. huiuſmodi Tignis ſeu trabibus in C & D,imponuntur duæ acus,convenienti intervallô interſe diſſitæ.quod ſi liberum ſit, poterit Tignum declive cum horizontali plano angulum gradoum 60 comprehendere, hoc eſt altitudo acus,vſque ad locum in quo,ei aptatur Tignum declive,dupla erit baſis;hoc eſt linea FG,dupla erit lineæ GH.ducatur ergo Tignum declive. immò ſub eo aliud adſcititium Tignum addetur, ſaltem ſub horizontali trabe,quod vinculo,arcuato,ſi lubet,& crure coborante firmabitur. Poterit item ſecundario Tigno adſtringi acus , immo & tertio ſi velis.

Quamvis acus inter ſe Tignis horizontalibus adſtringantur,ſi tamen ambulacrum formandum eſſet, ad latera tantum , modô propoſitô connectentur , nempe horizontalibus Tignis , nonnullis verticalibus, decuſſatis item , & inclinatis.

Si altiùs provehatur hoc doma identidem Tignis horizontalibus acus coërcebuntur,quæ vinculis,adſtringentur. tectum domatis,figuram arcuatam imitabitur. quod ex figura ſatis intelligetur.

Si

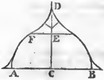
Si 4 huiusmodi dispositiones verticales, se in arcubus intersecantes, additis etiam angularibus tignis, quæ arcubus aptentur, suisque basibus angularibus, firmissimum erit opus, & satis elegans.

## PROPOSITIO XLII.

### Problema.

*Testudineatam contignationem efformare.*

Quia plerique Architecti, tecta & contignationes variis modis construunt, quæ nonnullis difficultatem faciunt, quamvis vix vllam contineant; in hac propositione praxin tradam delineandæ testudinis, quam communiter imperialem nuncupamus: constat autem duobus circulorum segmentis. proponatur linea A B, supra quam talis figura formanda est. diuidatur bifariam in puncto C, ducaturque perpendicularis C D, tres



quadrantes lineæ A B continens, si enim linea C D æqualis esset toti A B, nimis acuminata euaderet figura. diuidatur C D in 7 partes æquales, sitque C E 4 partium; tum per punctum E ducatur E F, parallela lineæ A C. ex puncto C vt centro interuallô C A describatur arcus A F, tum eôdem interuallô fiat arcus per puncta F & D transiens; quod facillimum est, factis ex F & D arcubus se intersecantibus, ita autem componantur vt arcus angulum non faciant.

Aliæ multæ methodi tradi possunt, vt quia tectum in puncto A euadit nimis decliue, poterat centrum C, deprimi infra lineam A B. vel addi aliquis arcus, vt in figura vides.

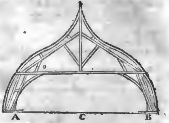
## PROPOSITIO XLIII.

### Problema.

*Quamcumque tecti contignationem in testudinem deformare.*

Superiores omnes tectorum contignationes, in testudines imperiales, per praxin superiorem deformabimus, seruatur autem in omnibus eadem horizontalis dispositio, ideoque eam non repeto.

Præcipuus verticalis ordo paulò aliter instituitur. Primò enim tota ædificij altitudo, tres quadrantes, aut duos trientes latitudinis ædificij obtinebit. diuisa ergo lineâ A B, bifariàm in C, ductâque perpendiculari, duos trientes lineæ A B obtinente; interuallô C A, aut paulò minori selectis duobus punctis prope punctum C, describuntur duo arcus per A & B, poterit diuidi tota arcus, in septem partes, & vtra ae is 4. vacuum tres obtinebit, contra quam factum est in superiori propositione.



Tum stabilitur præcipuum tignum horizontale *Entrait*. quod sit paulò longius, quam in dispositione communi, eò quòd hæc testudo, initiò maiorem habeat decliuitatem, quam si tigna recta adhiberentur, fiunt ergo arcus etiam vltra tignum illud horizontale, tum eâdem aperturâ circini fit alius arcus cum priori coniunctus, & acum attingens. cauendum autem est ne hi duo arcus angulum efficiant, in puncto quo copulantur, *qu'ils ne fassent point de jarret*. sed coalescant.

Præter hoc tignum testudinis figuram comprehendens, alia tigna decliuia apponantur, quibus fulciatur, & hæc vinculis adstringantur. Pariter sub horizontali tigno, bina poterunt crura roborantia addi, sicut & vincula arcuata, quorum multa pendent ex artificis voluntate.

Angulares ordines fiunt eôdem fere modò, nisi quòd maiorem latitudinem obtineant. in iis pariter eôdem interuallô describentur arcus testudinem formantes; qui tamen exactius procedere volet, descriptô primariô arcu poterit diuidi eius subtensa in partes æquales, & per singulas diuisiones ducendæ perpendiculares, vsque ad arcum primigenium; diuidatur pariter subtensa arcûs angularis in totidem partes æquales, & in singulas diuisiones transferantur perpendiculares prioribus æquales; habebitque arcum angularem, hæc praxis iam est suprà tradita.

Idem præstandum circa arcum minorum laterum *des Croupes* præcipue si fiunt decliuiores maioribus lateribus: posui autem aliam tignorum & fulcrorum dispositionem.

Fastigiata dispositio, duplicem continebit ordinem arcu diuisâ in tres partes, superior Tignis rectis, & decussatis instruitur. secundus rectis & obliquis, tertia pars arcuatis vinculis adstringitur.

Arcus huius fastigiatæ dispositionis varie poterit sustentari.

Quod dixi de arcubus, tam angularibus, quam minorum laterum, intelligendum etiam est, de vinculis arcuatis, constitutô enim vinculô arcuatô, ordinis præcipui; vt vincula quæ in ordine angulari, aut fastigiato apponuntur, cum priore ita congruant, vt totus figuram claustralis testudinis, aut potius imperialis effingant; vna ex methodis superioribus adhibenda est, vel diuisâ subtensâ huiusmodi arcuum in partes æquales, ductisque per singulas diuisiones perpendicularibus; vel diuisâ diametro verticali in partes æquales;

les; ductisque lineis horizontalibus vsque ad arcum primigenium, quæ transferantur in lineam horizontalem, supra quam figura rectangula cum sua diagonali describatur.

## PROPOSITIO XLIV.

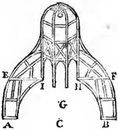
### Problema.

*Doma seu speculam turri rotundæ imponere.*

Vt turri rotundæ, aut cuicumque ædi circulari, specula imponatur, primo circularia Tigna, secundum murorum crassitiem coaptentur, convenientibusque interstitiis contineantur, tum basibus æquali intervallô distantibus instruantur.

Exinde fiat circulus in medio, æqualis speculæ construendæ in quo tot aptentur radij, quot sunt constitutæ bases; hi radij ad bases vsque non producentur, sed ab iis deficient, in quibus omnibus, non est peculiaris difficultas; eodem enim modo se habebit radiatio excepto circulo in medio, cui aptantur radij: sicut in cæteris radiationibus.

Principales ordines verticales tot fient, quot erunt bina latera in specula, vt si fuerit exagona, tres fient ordines verticales, si octogona quatuor,




ita autem instituetur. Sit AB diameter turris, quæ dividatur bifariam in puncto C. tum ex C, vt centrô, intervallô ad extremitates interiores basium, describatur semicirculus, cuius semidiameter erit altitudo, ad quam radiatio constituenda erit, duceturque Tignum horizontale EF, quod idem erit cum vno ex radiis præcedentis figuræ. Sit linea C G, æqualis mediæ partis altitudinis, seu sit CG, æqualis quartæ parti diametri prioris circuli, ducantur vtrinque perpendiculares H, I, tum ex G, intervallô GH, aut GI describatur arcus, attingens excitatas acus. addantur nonnulla Tigna declivia, crura item roborantia declivia, & aliqua vincula, & fulcra, vt meliùs ex figura intelliges. acus, autem seu columnæ inter se Tignis decussatis colligabuntur.

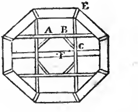
Difficultas esse potest quomodo hæc contignatio tegatur; & quomodo tectum sit componendum. Respondeo tamen id facile esse. primò enim tot ordines similes constituuntur, quot sunt bina latera; nempe in exagono tres. possunt maioris firmitatis causâ in medio laterum, aliæ addi, columnæ adscititiæ, quibus singulis eadem repetetur fulcrorum ordinatio. facile autem addi poterunt huiusmodi columnæ, si nempe principales columnæ Tignis horizontalibus adstringantur; quibus hæ adscititiæ columnæ aptentur. Quod si octo principalia fulcra ad totam molem continendam sufficere videantur, sub aliis radiis minus principalibus addentur quidem, tam interiores quam exteriores arcus, tanta tamen fulcrorum, & vinculorum copia adhibenda non erit, reiicientur igitur, nonnulla secundum prudentis artificis iudicium. vnum tamen moneo huiusmodi opera, si turribus imponantur summam firmitatem requirere, præcipuè, si altior specula erigatur. cum enim ventorum iniuriis exponantur, & ab iis quatiantur; expensis & ligno parcendum non est, quod multò magis verum est, in campanilibus pyramidalibus.

## PROPOSITIO XLV.

### Problema.

*Speculam turri octogonæ imponere.*

Supponitur turris octogona lapidea, si fuerit turris quadrata, aut rectangula, altera parte longior, facile in octogonam deformabitur; nempe in quatuor angulis, excitentur fornices conicæ, vt in superiori tractatu docuimus. quamvis autem turris lapidea non vsque adeo perfectè, & regulariter octogona fuerit, poterit tamen imponenda specula, seu campanile octogonam figuram perfectè imitari.




Primò fiat dispositio horizontalis, cuius Tigna præcipua ad murum vsque protendantur, & horizontalibus Tignis muro impositis aptentur. Addatur & trabs firmior totam turrim pervadens quæ hanc contignationem sustentet. Si ædificium




maius esset, plures huiusmodi trabes statuendæ forent.

Verticalis dispositio talis erit. interius in punctis

ctis A,B,C, cæterisque in octogonum dispositis statuentur columnæ, seu Tigna quam poterit fieri, ad horizontem perpendicularia, seu ad perpendiculum exacta. his columnis. qualis est G, Tignum declive aptabitur, & vt inveniatur punctum cui aptandum est ex centro F, superioris figuræ, per singula columnarum loca ducantur radij, qui in superficie extima ostendent quibus in locis statui debeat arcus. Si turris lapidea sit perfectè octogona omnes arcus æquales erunt. Si verò turris fuerit irregulariter octogona, arcus inæquales erunt. assumatur ergo ex horizontali figura, linea brevior FE, quæ transferatur in GH; tum ex G vt centrô, intervallô GH, describatur quadrans. Si fuerint alij arcus maiores, nempe quorum subtensa maior sit, eadem tamen altitudo, per praxin communem arcûs extendendi adhibeatur. constitutô arcu addatur Tignum declive HK, cui ad angulos rectos, incidat vinculum GK; possunt alia vincula addi ad sustentandum arcum.

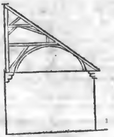
Eadem dispositio repetatur in singulis columnis, & vt firmius sit opus, adscititiæ columnæ in mediis lateribus addantur, quia tamen subtensa arcûs, in mediis lateribus, minor est, eadem tamen debet esse altitudo, hi arcus fient elatiores, methodò supra traditâ: cætera quæ ad speculam pertinent nihil habent difficultatis nam vt in superioribus columnæ invicem Tignis horizontalibus, aliisque decussatis firmantur.

## PROPOSITIO XLVI.

### Problema.

*Claustri contignationem delineare,*

Claustra communiter vocamus ædificia, in quadrum disposita, aream apertam complectentia; communiter tecti declivitas interius spectat.



Horizontalis dispositio communis est, sufficiat eius vnum angulum exhibere. angulare Tignum declive nonnihil excavandum est, sicut in aliis ædibus angulum internum comprehendentibus.

Dispositio verticalis ita peragitur, muro trabs imponitur perpendicularis, quæ Tigno declivi aptatur. duæ addi possunt horizontales trabes, variisque locis vincula. tum fiat arcus depressus Tignum declive attingens, cætera ex figura satis intelligentur.

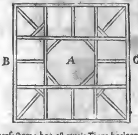
## PROPOSITIO XLVII.

### Problema.

*Campanilis pyramidalis contignationem construere.*

Supponitur tot templi contignatio integra, in cuius medio tecto, excitandum est campanile, in pyramidem efformatum. In turri etiam quadrata, simile ædificium extruetur.

Primò quidem turri imponatur tabulatum fere




re perfectum; hoc est muris Tigna horizontalia imponentur, tum trabs satis firma cui ad angulos rectos, alia aptetur, tum vincula quatuor.

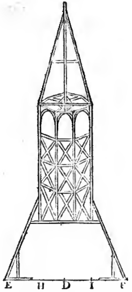
Et trabes angulares, quæ quidem omnia muro firmiter imponi debent. Et sæpe etiam vinculis adstringi, ne vi ventorum ingruente, tota moles impellatur: quare turris cui imponetur tale ædificium, sit multo latior campanili imponendo, vt nempe tota moles basin convenientem habeat. Si turris quadrata est, campanile in prisma octogonum formabitur, poterit autem eius basis proxima in octogonum effingi, resectis ex quadrato quatuor angulis, addentur trabes angulares, & aliæ in medio laterum.

Dispositio verticalis duplex est lateralis, & angularis, eò quod ad formandum quadratum, trabes angulares, seu diagonales sint tantisper longiores, vt in omni contignatione quadrata accidit. hic vnum ordinem verticalem exhibebo.

Proponatur ergo latitudo turris, cui campanile imponendum est, sitque AB, statuatur in medio perpendicularis CD, æqualis lineæ CA, per punctum D, ducatur EDF, æqualis latitudini præcedentis figuræ, sitque paulò minor, quàm linea CD. assumantur hinc inde lineæ DH, DI, æquales lineis AB, AC præcedentis figuræ, tum statuatur trabs verticalis, seu columna campanilis; idē fiat ex altera parte, exinde ducatur Tignum declive, firmans huiusmodi columnam, & vt firmius contineatur addatur, & aliud vinculum, hoc Tignum declive cum horizontali trabe, alio vinculo coërceatur, addatur & etos roborans.

Eadem dispositio eædemque partes in singulis repetatur, in quo nulla est differentia, nisi quod in angulis minor est declivitas vt dixi. Altitudo prismatis, in tria, aut quatuor intervalla, Tignis horizontalibus dividetur, quæ Tignis decussatis firmabuntur. In superiori parte, fiet horizontalis radiorum ordo, nempe duæ trabes ad angulos rectos coniungentur, & vinculis horizontalibus connectentur, quæ radios omnes excipiant.

piant. radij autem ducentur non tantum ad angulos; sed etiam ad media latera.




In medio statues axem æqualem altitudini pyramidis, quam si fieri possit octogonam efficies, eique aptabis in superiori parte octo declivia Tigna, aut saltem quatuor, addes iteru duos, aut tres minores radiorum ordines, quorum præcipuæ trabes nempe quatuor, ipsi axoi aptentur, vinculaque addentur, quæ cæteros radios excipiant. hi radij suis Tignis declivibus aptabuntur, in quibus omnibus nullam video difficultatem, cum nulla sit commissura in toto hoc opere, quæ sit difficilis.

Difficultas esse potest in hac praxi, nempe quomodo tectum quadratam habens basin, & quadratam sectionem in loco superiori efficiens, hoc est superficies pyramidalis figuræ, à prismate octogono secetur, quod vt concipias fingatur pyramis, quadratam habens basin; describatur, intra eius basin, & circa eius centrum, octogonum regulare; ita vt eius quatuor anguli directè angulos quadrati respiciant; si intelligatur excitari prisma, cuius tale octogonum sit basis, donec secet superficiem, pyramidalem, dico superficiem prismatis, secare altius angulos pyramidis, quam media latera. quare Tigna declivia altius aptanda erunt, columnis quæ angulos turris spectabunt, quam columnis quæ lateribus eiusdem turris respondent. locus autem cui aptari debent ab ipsa praxi suppeditatur si bene observetur.

Quia in tecto turris quadratæ plura debent esse, quam octo Tigna declivia, vt nempe perficiatur, multa Tignis angularibus per modum pennatum aptantur, locus autem commissuræ, haberi poterit per praxes superiores, modò tamen intra quadratum quod immediate muris imponitur, describatur octogonum æquale basi campanilis.

## PROPOSITIO XLVIII.

### Problema.

*Campanile testudineatæ contignationi imponere.*

Nonnunquam campanile tecto Ecclesiæ imponitur, ita vt contignatio ipsa, interiori parte in testudinem efformetur, vt autem id præstes primò muris Ecclesiæ Tigna horizontalia duplicia imponantur, vt iam supra in multis aliis casibus, hæc basibus instruuntur, & tota horizontalis dispositio peragitur more consuetô, nempe radij ad suas bases diriguntur, in eo tamen loco, in quo campanile statuendum est, sit basis aliqua quadrata, aut exagona quæ sit basis construendi campanilis. videtur figura exagona esse maxime accommodata, aut octogona.

Formabitur facile testudo, quantum volueris depressa, si crura roborantia, tribus aut quatuor pedibus infra suas bases descendant, murosque interius radant, & curvitatem iam aliquam præferant.

Sit ergo interior murorum latitudo tribus, aut quatuor infra murorum crepidinem, & bases Tignorum decliuium depressa, divisa bifariam ex eius medio vt centrô, describes semicirculum, si figuram circularem cupis, vel selectis circa punctum medium duobus punctis, minori intervallô quadrantes circulorum describes, si depressius compluvium efformas. Per extremitates quadrantum, duces trabem horizontalem, factôque in eius extremo punctô, angulô 60. circiter gradùum, vt tectum eam habeat declivitatem duces Tignum declive.

In trabem horizontalem, transferes campanilis construendi latitudinem, excitabisque duas columnas, quibus hinc inde aptabis Tigna declivia, & vt firmius sit opus, duplicia addes, vinculis, & nonnullis interstitiis inter se, & trabi horizontali connexa.

Cætera à superioribus non differunt. notandum tamen, quod intra basilicam addenda sit coronis, quæ ex muro extet, & extremitates crurum robotantium sustentet.

Notandum item quod si tectum Ecclesiæ continuetur, non in eadem altitudine campanile attinget, sed ad latera in loco depressiori, in medio in loco superiori, quod facillimû est determinare.

## PROPOSITIO XLIX.

### Problema.

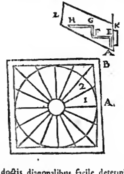
*Scalas spirales construere.*

Aliàs communiter scalæ in ædibus ligneæ construebantur, modò vt plurimum lapideæ fiunt; huiusmodi scalarum variæ hactenus excogitatæ fuerunt species, quarum primam hic describo nempe scalas in spiram ascendentes.

Primò ergo situs totius operis explotetur, & locus primi, & vltimi gradus, numerus item graduum

graduum primæ circumuolutionis, an aliquæ circumstantiæ, regularitati operis obsint, vt portæ, fenestræ, trabes aliquæ, & cætera huiusmodi, expendantur. numerus autem graduum pendet ex altitudine primæ contignationis. altitudo vnius gradûs, communiter est sex digitorum, superare non potest octo, alioquio ascensus erit difficilis. Longitudo minima cuiuslibet gradus, debet esse duorum pedum, ideoque ad minimum, diameter scalarum minima erit pedum 4 cum dimidio, poterit esse 6 cum dimidio, & etiam plurium vt 8 cum dimidio, vel 10 cum dimidio, sic enim longitudo cuiuslibet gradûs erit trium, quatuor aut 5 pedum.

Vbi hæc determinata fuerint, si quadratas intendis construere scalas: ex centro quadrati,




quod doctis diagonalibus facile determinatur, circulum describes, quod in partes æquales diuides, nempe 12. 16 aut 20, vt nempe singulis quadrati lateribus tres, quatuor, aut quinque gradus competant. debet singulorum graduum latitudo quà parte sunt latiores vnum, aut alterum pedem continere, etiam perpendiculariter, ad vnum latus. doctis ex centro radiis vsque ad singula latera quadrati ambientis, graduum sustentacula formanda sunt. *Les limons.*

Sustentacula graduum exterius ita formantur. seligatur tignum, seu trabs cuius crassities, sit digitorum 4, latitudo digitorum octo, tum in loco separato figuram graduum delineabis, proponatur linea AB, continens latitudinē duorum graduum, nempe æqualis lineæ K L, ad hanc lineam excitetur perpendicularis, æqualis altitudini vnius gradûs nempe 6 circiter digitorum, tum ducatur linea E F lineæ AB parallela, æqualis latitudini primi gradûs. tum alia perpendicularis F excitabitur æqualis altitudini vnius gradûs, & parallela G H æqualis latitudini gradûs. tum habeatur sustentaculum seu trabs K L, quæ ita obliquè statuatur, vt has omnes lineas excipiat, in ea fiunt crenæ, secundum crassitiem asserum, qui adhiberi debent. gradus igitur quilibet duabus partibus constat, horizontali, quæ gressus, seu vestigium dicitur qualis est EF, G H, *foulée marche*: & verticali A E, F G, quæ dicetur antiuestigium, *contremarche* hoc sustentaculum duos habebit cardines L K, quibus in palum seu stipitem inseratur, nam in singulis saltem angulis stipites perpendiculariter, sunt excitandi, qui sustentacula excipiant. hoc sustentaculum ita statuitur vt lineæ L, A E cæteræque fiat verticales.

Quod in vno latere perfecimus, in aliis præstandum est, nisi quod sustentacula altiùs sint collocanda, cum iam gradus ascenderint. In stipitibus fient caua, & in sustentaculis cardines, gradus autem, & antigradus simpliciter in crenas inseruntur.

Nucleus ita formabitur, primò quidem in prisma quadrangulare formari potest, tum resectis angulis, in prisma octogonum, & iterum resectis angulis in prisma sexdecim laterum, vel simpliciter in cylindrum. eius diameter saltem semipedem obtinebit: meliùs & facilius gradus exciperet si maior esset. circulus ergo qui basis est, in tot partes æquales diuidatur, quot vna circumuolutio gradus admittit, & per diuisiones ducantur lineæ, axi parallelæ. describantur item circuli æquidistantes, altitudinem singulorum graduum præferentes. fit ergo in infimo internallo, secundum vnam ex lineis parallelis, crena ad altitudinem, vnius gradus; fiat item alia crena secundum primum circulum, ab vna linea ad aliam gradus eam figuram præferent, quæ in schemate ichnographico præfertur: inserentur quæ in crenas sustentaculi, & nuclei.

Nonnulli cauitatem in nucleo efformant, quæ vno aut altero pede à gradibus distet, nempe vt qui descendunt huic cauitati incumbant: elatissimum autem est, eas canitates in elicis formam, circa cylindrum reptare, quod consequeris facile, si eas æquali interuallô à gradibus, remoueas.

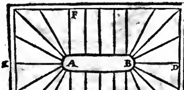
Denique si stipites ita ab inuicem remoueantur, vt sustentacula infima censeantur, poterunt vincula addi, quibus adstringantur stipites, poterunt item hæc vincula, areâs pedum inæqualium figuram habere, aut aliam quamcumque huiusmodi.

## PROPOSITIO L.

### Problema.

*Scalas duplici nucleô instructas construere.*

Sæpè cogimur duplici nucleô scalas instruere, vt plures gradus iis excipiantur, quod sæpè ne-




cessarium est, vt ad superiores contignationes perueniatur.

Ita autem primò ichnographiam scalarum describes.

ſcribes. Sit locus ſcalis deſtinatus, altera parte longior, ductâ per medium eius latitudinem lineâ; aſſumentur lineæ CA, DB, dimidiæ latitudini æquales, tum lineam A B, divides in pedes. communiter enim greſſus cuiuſlibet gradus, *la foulée d'une marche* ſeu latitudo pedem integrum obtinet, & altitudo ſemipedem, & per diviſiones duces lineas, ad AB perpendiculares.

Ex A & B, vt centris, intervallô latitudinis, ſemicirculi deſcribantur dividendi in quotcumque partes æquales, putà 8 & per ſingulas diviſiones, ducantur lineæ, quæ figuram ſingulorum graduum exhibebunt.

Nuclei ſemicirculares tantum erunt, hoc eſt ex vna parte ſemicirculum referent, ex aliâ verò quadrati: ſic enim melius graduum ſuſtentacula excipient, intervallum inter nucleos vacuum eſſe poteſt, exceptis iis partibus, quæ à ſuſtentaculis *Limons* occupantur; hæc ſpatia vacua repagulis *Baluſtres* inſtruentur.

Si maiores fuerint huiuſmodi ſcalæ, poterunt duplices fieri, hoc eſt ita incipiant a punctis E & F, ſit vt duplex graduum ordo, nullô modô communicantium duabus ædibus ita accommodatorum, vt qui per vnum deſcendunt, alios deſcendentes nullatenus videant.

Suſtentacula eodem modô fient, *les Limons*.

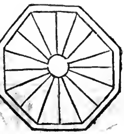
## PROPOSITIO LI.

Problema.

*Scalas polygonas conſtruere.* A pans coupés.

Hoc ſcalarum genus ita vocatur Gallicè *a pans Coupés*, quod vt fiat polygonum, anguli quadrati reſcindantur.

Primò quidem formatur polygonum communiter octogonum, aſſumptô ſcilicet quôlibet centrô; ex quô ad intervallum datum deſcribitur



circulus, eôque in octo partes diviſô, facilè ducuntur latera octogoni; circa hoc polygonum, aliud deſcribes ductis ſcilicèt parallelis, eritque earum linearum intervallum digitorum 4. vt ſtipitum craſſities determinetur. ſtipites *les poteaux* autem qui in angulis ſtatuuntur, craſſitiem paulò maiorem habeant, eò quod io medio nonnihil ſint excavandi *il les faut Delarder*, ſecundùm angulum polygoni, quare eorum craſſities erit 5. digitorum, & latitudo 6. aut 7. ſic enim vbi in angulum cavum formati erunt, craſſitiem hinc inde obtinebunt 4. circiter digitorum.

Graduum ſuſtentacula eôdem modô fient, quô in ſuperioribus propoſitionibus facta ſunt; eorum cardines, qui inſeruntur in cava ſtipitum, nonnihil decurtantur, *decolé* præcipuè ſuſtentaculorum ſuſpenſorum, ne ſcilicet cava ſtipitum appareant.

Gradus & antigradus eôdem modô in ſuſtentaculis, & in nucleo ootantur, præcipue animadvertendum eſt, vt antigradus *les contremarches* præciſe cum ipſis angulis coincidant, alioquin erit difficile, vt ſuſtentacula ſibi invicem cohæreant.

Suſtentacula quæ pendula ſunt varie inferiori parte ornari poſſunt, & ſuperiori repagulis inſtrui.

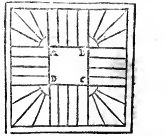
## PROPOSITIO LII.

Problema.

*Scalas quatuor nucleorum conſtruere.*

Ex ſuperioribus facile ſcalas quatuor nucleorum delineabimus.

Delineatô enim quadratô, quod aream extruendarum ſcalarum exhibeat; in medio aliud quadratum ſtatim cuius latus quatuor pedum: ſupponitur tota areæ diameter eſſe pedum 10. ita vt quatuor




pedes cedant quadrato intermedio, tres hinc inde gradibus concedantur. in quatuor aogulis quadrati intermedij, deſcribuntur quadrantes, ſinguli in quatuor partes dividendi, ita vt diviſiones in angulum incidaot, reliqua horizontalis plani facile intelliguntur ex inſpectione ſchematis.

Nucleorum craſſities erit ſemipedis, vbi ergo directa fuerint, ex arte in priſma quadrangulare conformata, ſecundum quartam partem, in cylindrum formabuntur, reſectô ſcilicet vnô angulô quibus ſtatutis in propriis locis ab vno nucleo, ad alium aptabis graduum ſuſtentacula, in diverſa ſcilicèt altitudine, provt præcedentes gradus indicabunt. hi gradus qui inter nucleos quatuor communes ſunt, nec vllam difficultatem habent; eorum ſuſtentaculis optime addantur repagula in nucleis quâ parte commoditatem habent, eodem modo excavantur graduum, & antigraduum crenæ, ac in ſuperioribus.

Suſtentacula exteriora graduum qui in nucleo collocantur, paulo diverſa ſunt, ac ea quæ io medium

dium ſcalarum cadunt, hoc eſt non ſunt ita declivia, quare neceſſariò, plures quam quatuor ſtipites adhibendi.

Hæc ſcalarum ſpecies, duplicem facile admittit graduum ordinem, ad diverſas ædes pertinentem, eò quòd triginta duos gradus admittat, aſcendatque 16 pedibus, ita vt ſi duplex fiat ordo intervallum ab vno ordine ad alium ſit octo pedum, quod quidem ſufficiet.

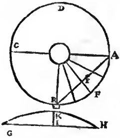
Neceſſarium non eſt vt tot gradus fiant, ſed poterunt nonnunquam vbi res feret, duo aut tres gradus in vnum coaleſcere.

## PROPOSITIO LIII.

### Problema.

*Scalas Rotundas conſtruere.*

Nonnullæ difficultates occurrunt in ſcalis rotundis, ſeu cylindricis hoc eſt quarum area ſit




circularis. difficultas autem in eo poſita eſt, quòd exteriora graduum ſuſtentacula, cylindrica eſſe debeant. ſeu ſectiones cylindricæ. cum enim huiuſmodi ſuſtentacula repent per circumferentiam cylindricam, neceſſariò Ellypticam figuram induēt. Supponatur ergo ichnographia ſcalarum, ſintque quatuor appoſiti ſtipites A, B, C, D, plures ſtatui poterant ducatur linea AB, ab vno ſcilicet ſtipite ad alium, quæ dividatur bifariàm in E, per E ducatur perpendicularis EF, vſque ad circumferentiam exteriorem circuli, erit linea EF, convexitas ſuſtentaculi, ſeu quantum deflectat à linea recta. Sit linea GH, æqualis ſuſtentaculo, cum enim ſuſtentaculum horizontale non ſit, ſed inclinatum, longius erit præcedenti linea AB quæ in eodem plano horizontali ſupponitur, dividatur linea GH, bifariàm in puncto I, in quo excitetur perpendicularis IK, æqualis priori lineæ EF, tum (*per 25. 1. Eucl*) inveniatur centrum arcûs, per puncta G, K, H tranſeuntis, & habebitur figura ſuſtentaculi.

Demonſtrat. Quamvis hæc praxis communiter tradatur, ſufficiatque ad praxin, cum defectus ſit inſenſibilis, & propterea in hac materia negligendus; ſi tamen rigorem Geometricum ſpectaremus, Ellypticam, non circularem figuram formare deberemus. certum eſt enim, quod ſectio cylindri obliqua, Ellypſin referat. Si ergo volumus exactiùs procedere, dividatur linea AB, in quotcunque partes æquales & in ſingulis diviſionibus excitentur perpendiculares vſque ad circumferentiam circuli; tum linea GH quam paulò maiorem eſſe diximus, dividatur in totidem partes æquales, & ſupra diviſiones excitentur perpēdiculares prioribus æquales, habebiſq; aliam curuam lōgiorem eiuſdem convexitatis, hæc praxis communis eſt, nempe eſt ea, quâ ſuccubos arcus tranſmutavimus.

Vbi ſuſtentaculum ſtipitibus aptaveris, vinculum addendum erit tam venuſtatis, quàm firmitatis gratiâ, hoc vinculum ex vtraque parte pedem cum dimidio obtinebit, hoc eſt in ſuſtentaculo aptabitur in puncto diſtante à ſtipite, vnô pede cum dimidio. eius convexitas eôdem modò obtinebitur, nempe ſi ducas ex A lineam vnius pedis cum dimidio, dividendam bifariam, perpendicularis in eius medio ducta, ad circumferentiam vſque circuli, curvitatem vt priùs exhibebit. ſimiliterque perficietur eius arcus, ac ſuſtentaculum convexum.

Præter hanc curvitatem, quâ cylindri ſuperficiei congruit, alia item curvitas quærenda eſt, nempe hoc vinculum rectum eſſe non debet, ſed arcuatum eô modo quô in exteris operibus, vincula arcuata deſcripſimus.

## PROPOSITIO LIV.

### Problema.

*Scalas circulares verſatiles conſtruere.*

In nonnullis ædibus conſtruuntur ſcalæ, verſatiles, quæ nempe ita detorqueri poſſunt, vt omnes ædium portas ſimul claudant, aut ſimul aperiant: ex quo ſequitur iis figuram circularem tribuendam, eôdemque modô conſtruendas eſſe; quô ſcalæ circulares nempe quoad ſuſtentacula. Secundo antigradus *Contremarches* in ſingulis quadrantibus totum nucleum pervadant, habeantque vincula, vt melius & firmiùs cum nucleo, & cum ſuis ſuſtentaculis cohæreant. Nucleus craſſitiem 7. aut 8. digitorum habeat, inſtruaturque inferiori parte cardine ferreô, qui in cavum etiam ferreum inſeretur, vt facilius volvatur.

Superiori parte nucleus rotundus erit, & in cardinem circiter tribus digitis craſſum efformatus erit. Ita autem claudentur omnia cubicula nempe ſi ſcalæ, per vnum circuli quadrantem volvantur. omnes portæ obſerabuntur, immo ſi aliquis in ſcalis exiſteret, exitum nullum inveniret.

Hæ ſcalæ duabus ædibus, ſimul vtiles erunt, modò contignationes in vtraque eiuſdem ſint altitudinis.

*Hæc ſunt opera magis ordinaria, quæ Tyroni mathematico ſufficient, vt ad cætera etiam difficiliora, ſi libuerit gradum faciat, & de omnibus ſanè, & ſecundum regulas iudicet. nolui exempla multiplicare, eò quòd in pleriſque nova difficultas non occurreret, quæ demonſtrationibus occaſionem præberet.*

F I N I S.